

Пример КР по теме
Криволинейные интегралы

1. Вычислить криволинейный интеграл по плоской кривой Γ :

$$\int_{\Gamma} (x^2 + y^2) dS \quad \Gamma - \text{дуга развертки окружности}$$

$$x = a(\cos t + t \sin t), \quad y = a(\sin t - t \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

2. Вычислить криволинейный интеграл по кривой Γ , пробегаемой в направлении возрастания ее параметра t :

$$\int_{\Gamma} y^2 dx + x^2 dy \quad \Gamma - \text{верхняя половина эллипса}$$

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t$$

3. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутой кривой Γ , пробегаемой так, что её внутренность остается слева:

$$\int_{\Gamma} (e^x \sin y - y) dx + (e^x \cos y - 1) dy$$

$$\Gamma - \text{граница области } x^2 + y^2 < ax, \quad y > 0$$

4. Убедившись в том, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом, вычислить криволинейный интеграл по кривой Γ с началом в точке А и концом в точке В:

$$\int_{\Gamma} (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy$$

$$A(-1; 2) \quad B(1; -2)$$

5. Вычислить:

$$\iint_S xyz dS \quad S - \text{часть параболоида } z = x^2 + y^2, \quad z \leq 1$$