

**Вопросы к экзамену по дисциплине «Дифференциальные уравнения», направления подготовки - 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 4 семестр:**

1. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
2. Дискриминантная кривая, особое решение дифференциального уравнения, неразрешенного относительно производной.
3. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.
4. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы. Уравнения, которые не содержат явно искомую функцию или независимую переменную.
5. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.
6. Непродолжаемые решения. Предложение о существовании непродолжаемого решения.
7. Предложение о выходе непродолжаемого решения за границу ограниченного замкнутого множества, следствие для автономной системы. Пример.
8. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и правой части уравнения. Теорема о непрерывной зависимости решения от правой части уравнения. Следствие о непрерывной зависимости решений от начальных условий.
9. Теорема о непрерывной зависимости решения от параметра.
10. Дифференцируемость решения по параметру. Теорема о дифференцируемости решения по параметру, система уравнений в вариациях. Следствие о дифференцируемости решения по начальным значениям, система уравнений в вариациях.
11. Теорема о дифференцируемости по параметру высоких порядков, следствие о разложении решения по степеням малого параметра.
12. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
13. Положения равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
14. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.
15. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Невырожденный случай.
16. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Вырожденный случай.

17. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Существование нулевого собственного значения.
18. Первые интегралы. Критерий первого интеграла. Функциональная независимость первых интегралов в области, ее связь с линейной независимостью.
19. Теорема о существовании  $n$  независимых первых интегралов.
20. Теорема о получении решения с помощью первых интегралов. Теорема о выражении любого первого интеграла через систему  $n$  независимых первых интегралов.
21. Первые интегралы автономных систем, теорема о существовании  $n-1$  независимого первого интеграла, не содержащего  $t$ .
22. Устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость по Ляпунову, связь этих понятий. Переход от исследования устойчивости произвольного решения к исследованию устойчивости нулевого решения.
23. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
24. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Примеры.
25. Теорема Четаева о неустойчивости. Пример.
26. Теорема об устойчивости по первому приближению. Пример.
27. Предельные циклы. Система уравнений «Хищник - Жертва».
28. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейное однородное уравнение, теорема о связи решения с первым интегралом нормальной системы дифференциальных уравнений. Лемма о первых интегралах системы меньшего порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.
29. Квазилинейное уравнение, понятие характеристики уравнения. Теорема о решении квазилинейного уравнения. Теорема о получении решения из первого интеграла. Теорема об общем решении квазилинейного уравнения (формулировка). Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши, геометрический смысл условия теоремы, пример.