

Контрольная работа № 3
Вариант 1

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^3/x$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y^2 - x$, $y(0) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = 2x$, $y_2 = 2x + x^3$.
4. а) Решить уравнение: $y'^2 x = 2y'^3 - 1$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y'^2 + 2yy'' = 0$.
6. Решить уравнение: $4y' = x^2 + y''^2$.

Контрольная работа № 3
Вариант 2

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^3/x^2$, $x(0) = 1/6$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = z$, $z' = y^2$, $y(0) = 1$, $z(0) = 2$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения: $(x+2)y'' = y' + \sqrt{y}$.
4. а) Решить уравнение: $2y'^3 - 3y'^2 + x = y$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $(y'')^2 - y'y''' = (y'/x)^2$.
6. Решить уравнение: $y''^2 y' + y''(x - y') - x = 0$.

Контрольная работа № 3
Вариант 3

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^8/x^2$, $x(0) = 1/8$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y'' = y' + x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений функции: $y_1 = x + 1$, $y_2 = x + \cos x$.
4. а) Решить уравнение: $y = xy'^2 - 2y'^3$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $yy'' + 1 = y'^2$.
6. Решить уравнение: $y'^4 - y'^3 y''' = 1$.

Контрольная работа № 3
Вариант 4

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^7/x^2$, $x(0) = 1/7$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y^3 + x^2$, $y(0) = 0$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение системы:
$$\frac{dx}{dt} = y^3 + \sqrt[4]{t-1}, \quad y \frac{dy}{dt} = \sqrt[3]{x}.$$
4. а) Решить уравнение: $y = xy' - 3y'^3$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y'(1 + y'^2) = 5y''$.
6. Решить уравнение: $y' = (x+1)y'' + y''^2$.

Контрольная работа № 3
Вариант 5

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t/x^3$, $x(0) = 1/3$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = y^2/z$, $z' = y/2$, $y(0) = 1$, $z(0) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = x + x^3$, $y_2 = x^2/2 + x$.
4. а) Решить уравнение: $x^2 y'^2 = xyy' + 1$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y'y''' = 2(y'')^2$.
6. Решить уравнение: $5y' + y''^2 = x(y'' + x)$.

Контрольная работа № 3
Вариант 6

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^5/x^2$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y^2 + 3x^2 - 1$, $y(1) = 1$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения:
$$y''' \sqrt[3]{y'}(x - y'') = y.$$
4. а) Решить уравнение: $yy'^2 = 2xy'^3 + 1$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y'^2 = (3y - 2y')y''$.
6. Решить уравнение: $xy''^3 = 1 + y''$.

Контрольная работа № 3
Вариант 7

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^2/x$, $x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $yy' = 1 + xy$, $y(0) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений функции: $y_1 = x + 1$, $y_2 = x + \cos x$.
4. а) Решить уравнение: $y = \ln(1 + y'^2)$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $2y'(y'' + 2) = xy''^2$.
6. Решить уравнение: $2y'' = x + \ln y''$.

Контрольная работа № 3
Вариант 8

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t/x$, $x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = z^2$, $z' = y^2$, $y(0) = 1$, $z(0) = 2$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения:
$$y''\sqrt{2x - 4y} = \sqrt[3]{y'y^2}.$$
4. а) Решить уравнение: $y = xy' + \sqrt{1 + y'^2}$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y'y''' = y'^2 + y'^2 y''$.
6. Решить уравнение: $xy'' - y' = e^x x^2$.

Контрольная работа № 3
Вариант 9

1. Для задачи Коши $x^3 \dot{x} = t^2$, $3x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y^2 - x$, $y(0) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = x - 1$, $y_2 = x - \cos x$.
4. а) Решить уравнение: $y = (y' - 1)e^{y'}$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y''(3 + yy'^2) = y'^4$.
6. Решить уравнение: $(x + 1)y'' + y' = x + 1$.

Контрольная работа № 3
Вариант 10

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t^3/x^3$, $2x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $yy' = 2 - 5yx$, $y(1) = 2$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения:
$$(x + 2)y'' = y' + \sqrt{y}.$$
4. а) Решить уравнение: $2yy' = x(y'^2 + 4)$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $y^{IV} \operatorname{th} x = y'''$.
6. Решить уравнение: $y''(2y' + x) = 1$.

Контрольная работа № 3
Вариант 11

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t/x^2$, $4x(0) = 1/4$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = 1 - 1/z$, $z' = y - x$, $y(1) = 0$, $z(1) = 1$.
3. При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = 2x$, $y_2 = 2x + x^3$.
4. а) Решить уравнение: $xy'^2 = y - y'$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$.
6. Решить уравнение: $2yy'' = y^2 + y'^2$.

Контрольная работа № 3
Вариант 12

1. Для задачи Коши $\dot{x} = t/x^4$, $x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
2. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y'' = y' + x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
3. При каких начальных условиях существует единственное решение системы:
$$t \frac{dx}{dt} = 1 + t\sqrt{y - x}, \quad (x + 8) \frac{dy}{dt} = \operatorname{ctg} y.$$
4. а) Решить уравнение: $y'^2 + yy' - x^2 - xy = 0$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
5. Решить уравнение: $yy''' + 3y'y'' = 0$.
6. Решить уравнение: $2y'''^3 - 3y''^2 + x = y'$.

Контрольная работа № 3**Вариант 13**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t^3/x$, $x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y + xe^y$, $y(0) = 0$.
- При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = x^2/2$, $y_2 = x \sin x$.
- а) Решить уравнение: $y = xy' + \frac{1}{2y'^2}$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $y''y = (y-1)y'^2$.
- Решить уравнение: $y''x = y'(\sqrt{y''} - 1)$.

Контрольная работа № 3**Вариант 14**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t^5/x$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = -z$, $z' = y$, $y(0) = 1$, $z(0) = 0$.
- При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения:
$$y''\sqrt{2x-4y} = \sqrt[3]{y'y^2}.$$
- а) Решить уравнение: $y = xy' + y' + y'^2$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $x(y'' + y'^2) = y'^2 + y'$.
- Решить уравнение: $y'' = xy''' - 3y'''^3$.

Контрольная работа № 3**Вариант 15**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t^2/x$, $x(0) = 1/10$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = y^3 + x^2$, $y(0) = 0$.
- При каких порядках n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = x^2$, $y_2 = x(x^2 + 1)$.
- а) Решить уравнение: $5y + y'^2 = x(y' + x)$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $yy'' = y'(y' + 1)$.
- Решить уравнение: $x^2y''^2 = xy'y'' + 1$.

Контрольная работа № 3**Вариант 16**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t/x^2$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y' = 2y^2 - x$, $y(1) = 1$.
- При каких начальных условиях существует единственное решение системы:
$$\cos x \frac{dx}{dt} = y + \ln t, \quad \frac{dy}{dt} = \operatorname{tg} 2y + \frac{1}{t}.$$
- а) Решить уравнение: $xy'^3 = 1 + y'$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $2xy'y'' = y'^2 - 1$.
- Решить уравнение: $y'y''^2 - 2xy'y'^3 = 1$.

Контрольная работа № 3**Вариант 17**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t^3/x^3$, $x(0) = 1/2$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения $y_0, y_1, y_2, z_0, z_1, z_2$ к решению данной задачи: $y' = z$, $z' = y^2$, $y(0) = 1$, $z(0) = 2$.
- При каких n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1 = x^2/2$, $y_2 = x \sin x$.
- а) Решить уравнение: $2y' = x + \ln y'$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $yy'' + y = y'^2$.
- Решить уравнение: $y' = \ln(1 + y''^2)$.

Контрольная работа № 3**Вариант 18**

- Для задачи Коши $\dot{x} = t^4/x^3$, $x(0) = 1$ указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями.
- Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению данной задачи: $y'' = y' + x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
- При каких начальных условиях существует единственное решение уравнения:
$$(x+2)y'' = y' + \sqrt{y}.$$
- а) Решить уравнение: $y'^3 = 3(xy' - y)$.
б) Выделить особые решения (если они есть).
- Решить уравнение: $xy'' - y' = e^x x^2$.
- Решить уравнение: $y' = xy'' + \sqrt{1 + y''^2}$.