

Индивидуальное задание по дисциплине "Дифференциальные уравнения"
1 СЕМЕСТР

Тема № 1: *Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной*

Включены следующие типы уравнений :

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения, сводящиеся к однородным.
4. Линейные уравнения первого порядка.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

1.1. Решить:

- 1) $y' = \operatorname{tg}^2(y + x)$, при условии $y(0) = \pi$
- 2) $y' = \operatorname{tg}(y + x) + 1$, при условии $y(\pi) = 0$
- 3) $dy - \sin(y - x)dx = 0$, при условии $y(2\pi) = 2\pi$
- 4) $y' = (y + 2x - 1)(y + 2x - 4)$, при условии $y(2) = 0$
- 5) $y' = (y + x + 3)(y + x + 1)$, при условии $y(0) = 0$
- 6) $y' = (3x - y + 2)^2 - 1$, при условии $y(0) = 3$
- 7) $y' = (x + y + 4)^2$, при условии $y(0) = -3$
- 8) $y' = (y - 4x + 3)^2$, при условии $y(0) = -4$
- 9) $y' = \sqrt{2x - y + 3} + 2$, при условии $y(-1) = 1$
- 10) $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 2$, при условии $y(1) = 2$
- 11) $y' - (x + y) \ln(x + y + 5) = \ln(x + y + 5)^5 - 1$, при условии $y(0) = e - 5$
- 12) $\cos y dy - (1 + \cos x) \sin y dx = 0$
- 13) $(y + x - 3)^2 dy - (2 - y - x)^2 dx = 0$
- 14) $(y - 4x - 2)^2 dy = (2y - 8x - 3)^2 dx$
- 15) $(x + 1) dy - [(x^2 - 2) \ln y^y] dx = y \ln y dx$

- 16) $y'(x+2)^2(x-3) \left(\ln y - 2y^2 \sin y^2 + \frac{\sin y^2}{2y^2} \right) = 25$
- 17) $2 \sin^2 x \left(\frac{1}{y^2-1} + 2^{y-1} \ln 2 \right) dy - (x \sin^3 x + \cos x) dx = 0$
- 18) $x(x+3)^2(\cos^2 y - y \sin 2y + 4y + 3) dy - (2x^2 + 9x + 9) dx = 0$
- 19) $x^2 \cos^2 x (y(1 - \sin y) - 2 \sin y + 3) dy - (y+2)(x^2 + \cos^2 x) dx = 0$
- 20) $(1+x^2)(\cos(\ln y) - 2y^2 \sin y^2) \sin x dy - y[(1+x^2) \cos x + \sin x] dx = 0$
- 21) $\sqrt{x-1}(y^4 + 3y^2 - y + 1) dy - [1 - (x-1)^{\frac{3}{2}} \sin(x-1)^2](y^4 - 1)(y+1) dx = 0$
- 22) $x^2[(y+4) \ln(y(y+4)) - 4 - 2y(y+4) \sin(y^2+1)] y' - 2(y+4)(x^2 \ln x - x - 1) = 0$
- 23) $dy[x^2(\sin(y^2+1) \cos^2(2y+3) + 2y^2 \cos(y^2+1) \cos(2y+3) + \sin(4y+6) + 4)] -$
 $-dx(2x^3 \ln x + 3x^2 \ln x + x^3 + x^2 + 3x - 3) \cos^2(2y+3) = 0$
- 24) $(x^2 + 2x - 8)[(\operatorname{ctg} y^2)(2y + 2y^2 \sin y^2) + \sin y^2] dy +$
 $+ \left[6 - (x^2 + 2x - 8) \ln \frac{x^2 + 4x}{x-2} \right] dx = 0$

1.2. Решить:

- 1) $y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}$, при условии $y(1) = -1$
- 2) $(y - y'x) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$, при условии $y(1) = 0$
- 3) $2xy dx = (3x^2 - y^2) dy$, при условии $y(0) = 1$
- 4) $\frac{y - xy'}{x + yy'} = 2$, при условии $y(1) = 1$
- 5) $(x^2 + 3xy + 3y^2) dx = (x^2 + 2xy) dy$
- 6) $\frac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \frac{dy}{2y^2 - xy}$
- 7) $\frac{2x dx}{y^3} + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0$
- 8) $\left(x - y \cos \frac{y}{x} \right) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$
- 9) $(1 + e^{x/y}) dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0$
- 10) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$
- 11) $y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$
- 12) $y' = \frac{y^2 + xy - x^2}{y^2}$
- 13) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6 \frac{y}{x} + 6$
- 14) $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8 \frac{y}{x} + 4$
- 15) $x^3 y' = y(y^2 + x^2)$
- 16) $y' \sqrt{x} = \sqrt{y-x} + \sqrt{x}$
- 17) $x dy - y dx = x \sqrt{x^2 + y^2} dx$
- 18) $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{3x^2 + 2y^2}$
- 19) $y' = \frac{x+y}{x-y}$
- 20) $y' = \frac{x+2y}{2y-x}$
- 21) $\frac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x}$
- 22) $y' = e^{y/x} + \frac{y}{x}$
- 23) $(8y + 10x) dx + (5y + 7x) dy = 0$
- 24) $y(y - xy') = \sqrt{x^4 + y^4}$
- 25) $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$

1.3. Решить:

- 1) $y' = \frac{2y - x - 5}{2x - y + 4}$
- 2) $y' = \frac{2x + 3y - 5}{5x - 5}$
- 3) $y' = \frac{x + 8y - 9}{10x - y - 9}$
- 4) $y' = \frac{x + 2y - 3}{2x - 2}$
- 5) $y' = \frac{3y - x - 4}{3x + 3}$
- 6) $y' = \frac{2y - 2}{x + y - 2}$
- 13) $y' = \frac{x + y - 2}{3x - y - 2}$
- 14) $y' = \frac{x + y - 2}{y - x - 4}$
- 15) $y' = \frac{(1 + y)^2}{x(1 + y) - x^2}$
- 16) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x} + \sqrt[3]{y}$
- 17) $(x^2y^2 - 1)y' + 2xy^3 = 0$
- 18) $(2y + xy^3)dx + (x + x^2y^2)dy = 0$
- 7) $y' = \frac{2x + y - 3}{x - 1}$
- 8) $y' = \frac{x + 7y - 8}{9x - y - 8}$
- 9) $y' = \frac{3y + 3}{2x + y - 1}$
- 10) $y' = \frac{x + 3y + 4}{3x - 6}$
- 11) $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$
- 12) $y' = \frac{x - 2y + 3}{-2x - 2}$
- 19) $y' = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1}$
- 20) $(x + y - 1)dx = (2x + 2y - 1)dy$
- 21) $y' = \frac{2(y + 2)^2}{(x + y - 1)^2}$
- 22) $y' = \frac{y^3}{2(xy^2 - x^2)}$
- 23) $xy' = x\sqrt{y - x^2} + 2y$
- 24) $(1 - xy + x^2y^2)dx = x^2dy$
- 25) $(*)2yy' = e^{(x^2+y^2)/x} + \frac{x^2 + y^2}{x} - 2x$

1.4. Решить:

- 1) $t(1 + t^2)dx = (x + xt^2 - t^2)dt$, при условии $x(1) = -\frac{\pi}{4}$
- 2) $xy' - \frac{y}{1 + x} = x$, при условии $y(1) = 0$
- 3) $y' = y \operatorname{tg} x + \sec x$, при условии $y(0) = 0$
- 4) $y' - \frac{y}{1 - x^2} = 1 + x$, при условии $y(0) = 1$
- 5) $y' = 3x^2y + x^5 + x^2$, при условии $y(0) = 1$
- 6) $xy' + y - e^x = 0$, при условии $y(a) = b$
- 7) $(x + 1)y' + ny = e^x(x + 1)^{n+1}$
- 8) $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$
- 9) $x(y - y') = (1 + x^2)e^x$
- 10) $y' + y \cos x = \sin x \cos x$
- 11) $y' + ay = e^{mx}$
- 12) $(2x - y^2)y' = 1$
- 13) $x(x^2 + 1)y' + y = x(1 + x^2)^2$
- 14) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x \cos y - \sin 2y}$
- 15) $y' = e^{2x} - e^x y$
- 16) $xy' = \cos x - y$
- 17) $ydx = (y^3 - x)dy$
- 18) $y \sin x + y' \cos x = 1$
- 19) $x^2dy + (3 - 2xy)dx = 0$
- 20) $(x - 2xy - y^2)dy + y^2dx = 0$
- 21) $(x^2 + 1)y' - 2xy = (1 + x^2)$
- 22) $y' + \frac{1 - 2x}{x^2}y = 1$
- 23) $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0$
- 24) $(*)y' = \frac{x}{\cos y} - \operatorname{tg} y$
- 25) $(*)y' = \frac{\cos x \sin y + \operatorname{tg}^2 x}{\sin x \cos y}$

1.5. Решить:

- 1) $2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x(1 + \sin x)$, при условии $y(0) = 1$
- 2) $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$, при условии $y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- 3) $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$, при условии $y(1) = 1$
- 4) $3y' + 2xy = 2xy^2 e^{-2x^2}$, при условии $y(0) = -1$
- 5) $2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x)y^{-1}$, при условии $y(0) = 1$
- 6) $xy' - y = -y^2(\ln x + 2) \ln x$, при условии $y(1) = 1$
- 7) $3(xy' + y) = y^2 \ln x$, при условии $y(1) = 3$
- 8) $(*)xyy' - x^2 \sqrt{y^2 + 1} = (x + 1)(y^2 + 1)$

$$9) \quad (*)6x^5 y dx + (y^4 \ln y - 3x^6) dy = 0$$

$$10) \quad (*)yy' + x = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 + y^2}{x} \right)^2$$

- | | |
|--|---|
| 11) $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ | 19) $y' + 2xy = 2x^3 y^3$ |
| 12) $x dx = \left(\frac{x^2}{y} - y^3 \right) dy$ | 20) $y' = \frac{y^2 - x}{2y(x + 1)}$ |
| 13) $yy' \sin x = \cos x(\sin x - y^2)$ | 21) $y^{n-1}(ay' + y) = x$ |
| 14) $y dy - \frac{ay^2}{x^2} dx = \frac{b dx}{x^2}$ | 22) $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$ |
| 15) $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0$ | 23) $y' - y + y^2 \cos x = 0$ |
| 16) $y - y' \cos x = y^2 \cos x(1 - \sin x)$ | 24) $xy' + y = y^2 \ln x$ |
| 17) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$ | 25) $y' = x\sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}$ |
| 18) $y' + x \sqrt[3]{y} = 3y$ | 26) $y^2 = (xyy' + 1) \ln x$ |

1.6. Решить:

- | | |
|---|---|
| 1) $(x^2 - \sin^2 y) dx + x \sin 2y dy = 0$ | 8) $xy' + 1 = e^{x-y}$ |
| 2) $x dy + y dx + y^2(x dy - y dx) = 0$ | 9) $(x^2 + y) dx - x dy = 0$ |
| 3) $(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2y dy = 0$ | 10) $y(1 + xy) dx - x dy = 0$ |
| 4) $\frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y dx - x dy}{x^2}$ | 11) $yx^{y-1} dx + x^y \ln x dy = 0$ |
| 5) $(x^2 + y^2 + y) dx = x dy$ | 12) $x^2 y^3 + y + (x^3 y^2 - x) y' = 0$ |
| 6) $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ | 13) $\frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x) dy = 0$ |
| 7) $(x^2 - y) dy + x(y + 1) dx = 0$ | 14) $(2xy^2 - y) dx + (y^2 + x + y) dy = 0$ |

$$15) \quad \frac{y + \sin x \cos^2(xy)}{\cos^2(xy)} dx + \frac{x}{\cos^2(xy)} dy + \sin y dy = 0$$

$$16) \quad \left(\frac{1}{y} \sin \frac{x}{y} - \frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} + 1 \right) dx + \left(\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} - \frac{x}{y^2} \sin \frac{x}{y} + \frac{1}{y^2} \right) dy = 0$$

$$17) \quad (1 + x \sqrt{x^2 + y^2}) dx + (-1 + \sqrt{x^2 + y^2}) y dy = 0$$

$$18) \quad (x \cos y - y \sin y) dy + (x \sin y + y \cos y) dx = 0$$

$$19) \quad \left(2xy + x^2 y + \frac{y^3}{3} \right) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$$

- 20) $\left[\frac{1}{x} - \frac{y^2}{(x-y)^2} \right] dx + \left[\frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{1}{y} \right] dy = 0$
 21) $\left(x \cos \frac{y}{x} + y \sin \frac{y}{x} \right) y dx + \left(x \cos \frac{y}{x} - y \sin \frac{y}{x} \right) x dy = 0$
 22) $(2xy - \ln(y+1) + 2x - y \ln(y+1)) dx - x dy - y dx = 0$
 23) $(\cos x - x \sin x) y dx + (x \cos x - 2y) dy = 0$
 24) $(x^2 + 1)(2x dx + \cos y dy) = 2x \sin y dx$
 25) $(2x^3 y^2 - y) dx + (2x^2 y^3 - x) dy = 0$

Тема № 2: *Линейные уравнения с постоянными коэффициентами, системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.*

Включены следующие типы задач :

1. Построение линейного однородного уравнения
2. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью
3. Решение линейного неоднородного уравнения методом вариации постоянной
4. Однородная система линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Экспонента матрицы.

2.1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее частные решения:

- | | |
|---|---|
| 1) $y_1 = 2xe^{-x}, \quad y_2 = -xe^{-2x}$ | 11) $y_1 = 4 \cos x, \quad y_2 = -\sin x$ |
| 2) $y_1 = x \operatorname{sh} 8x, \quad y_2 = e^{8x}$ | 12) $y_1 = x^4 + x^2, \quad y_2 = -1$ |
| 3) $y_1 = \cos x - \sin 2x$ | 13) $y_1 = e^{-x} + e^{2x}, \quad y_2 = 5 - x^2$ |
| 4) $y_1 = x^2 e^x, \quad y_2 = 9$ | 14) $y_1 = xe^{3x} \sin 3x, \quad y_2 = e^{3x} \cos 3x$ |
| 5) $y_1 = x^4 e^{-2x} - 3x^2 e^{-2x}$ | 15) $y_1 = x^3, \quad y_2 = x^5, \quad y_3 = 2$ |
| 6) $y_1 = 2 \operatorname{sh} x, \quad y_2 = x \operatorname{ch} x$ | 16) $y_1 = 2x^2 - 3, \quad y_2 = e^{4x}$ |
| 7) $y_1 = 7, \quad y_2 = 5x, \quad y_3 = x^2 e^x$ | 17) $y_1 = x \sin 2x, \quad y_2 = x \cos 2x$ |
| 8) $y_1 = x + e^{-x}, \quad y_2 = -e^{-2x}$ | 18) $y_1 = \cos 6x - 1, \quad y_2 = 5x$ |
| 9) $y_1 = x \sin 4x \cos 4x$ | 19) $y_1 = \sin 2x - \cos 4x$ |
| 10) $y_1 = 10xe^{-x}, \quad y_2 = x^2 e^{-x}$ | 20) $y_1 = 2 \operatorname{sh} x - 4 \operatorname{ch} x, \quad y_2 = xe^{-x}.$ |

2.2. Решить:

- 1) $y^{(IV)} + 8y'' + 16y = \cos 2x$
- 2) $y^{(IV)} - y = xe^x + \cos x$
- 3) $y^{(IV)} - 2y'' + y = 8(e^x + e^{-x}) + 4(\sin x + \cos x)$

- | | |
|---|--|
| 4) $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + x$ | 15) $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$ |
| 5) $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x \cos 2x$ | 16) $y''' + y'' - y' - y = (8x + 4)e^x$ |
| 6) $y'' - 4y' + 4y = \operatorname{sh} 2x$ | 17) $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$ |
| 7) $y'' - 4y' + 4y = \operatorname{sh} x + \sin x$ | 18) $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x$ |
| 8) $y'' + y = \operatorname{ch} x$ | 19) $y''' - 3y' + 2y = -4xe^x$ |
| 9) $y'' + y = \sin x - 2e^{-x}$ | 20) $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$ |
| 10) $2y'' + 5y' = 5x^2 - 2x - 1$ | 21) $y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}$ |
| 11) $2y'' + 5y' = 100xe^{-x} \cos x$ | 22) $y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$ |
| 12) $2y'' + 5y' = 3 \operatorname{ch} \frac{5}{2}x$ | 23) $y''' - 3y' + 2y = (12x + 14)e^{2x}$ |
| 13) $y''' - 3y'' + 4y = (16x - 21)e^{-x}$ | 24) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 2x + 3$ |
| 14) $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$ | 25) $y''' - 3y' + 2y = e^{-x}(4x^2 + 4x - 10)$ |

2.3. Решить, используя метод вариации постоянной:

- | | |
|---|---|
| 1) $y'' + \frac{y}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}}$ | 10) $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}$ |
| 2) $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}$ | 11) $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}$ |
| 3) $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}$ | 12) $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{3 + e^{3x}}$ |
| 4) $y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x$ | 13) $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$ |
| 5) $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$ | 14) $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}}$ |
| 6) $y'' + y + \operatorname{ctg}^2 x = 0$ | 15) $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}}$ |
| 7) $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}$ | 16) $y'' - y' = e^{2x} \sqrt{1 - e^{2x}}$ |
| 8) $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x}$ | 17) $y'' - y' = e^{2x} \cos e^x$ |
| 9) $y'' + 4y = \sin^3 x$ | 18) $y'' + y = 24 \sin^4 x$ |

2.4. Решить систему $\dot{x} = Ax$:

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 6 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3$.
2. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_{2,3} = 0$.
3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = 1$.
4. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 2$.
5. $A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_{2,3} = 1$.

$$6. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 0.$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 2.$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 3, \lambda_{2,3} = -1.$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 5.$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 14, \lambda_{2,3} = 0.$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 1.$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 2, \lambda_{2,3} = 3 \pm i.$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 0.$$

$$14. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = -1.$$

$$15. A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = \pm i.$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 1.$$

$$17. A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 1.$$

$$18. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = -2, \lambda_{2,3} = -1 \pm 2i.$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 3, \lambda_{2,3} = -1.$$

$$20. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = 1.$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 3, \lambda_{2,3} = -1.$$

$$22. A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 2, \lambda_{2,3} = 3.$$

$$23. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = 1.$$

$$24. A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = -2.$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = -1.$$

$$26. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 2.$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 12 & -6 & -2 \\ 18 & -9 & -3 \\ 18 & -9 & -3 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 0.$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 2.$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = -3.$$

$$30. A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \lambda_{1,2,3} = 1.$$

2.5. Найти e^A :

| | | |
|---|--|---|
| 1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ | 8) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ | 15) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ |
| 2) $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ | 9) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ | 16) $A = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ |
| 3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ | 10) $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ | 17) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 11 \end{pmatrix}$ |
| 4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ | 12) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ | 18) $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 5) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ | 11) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ | 19) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 6) $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ | 13) $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ | 20) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 7) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ | 14) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ | 21) $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -20 & 6 \end{pmatrix}$ |