

### Задание 1

Определите трудоемкость следующих алгоритмов (1a-1e) в терминах  $O(N)$ .

Оценивание: максимум 5 баллов, по 1 баллу за каждый алгоритм.

#### (1a)

```
int S=0;
for(int i=0; i<N; i++)
    for(int j=0; j<N; j++)
        for(int k=0; k<N; k++)
            S += i*j*k;
```

#### (1b)

```
int S=0;
for(int i=0; i<N; i++)
    S += i*i;
for(int i=0; i<N; i++)
    for(int j=0; j<i; j++)
        S += (i+j);
```

#### (1c)

```
int S=0;
for(int i=0; i<100000; i++)
{
    S+=N;
    S+=i*i;
}
```

#### (1d)

```
int l = 0;
int r = N;
while(r > l+1)
{
    int m = (l + r)/2;
    if (m*m <= N)
        l = m;
    else
        r = m;
}
```

#### (1e)

```
int func(int k)
{
    if(k == 0)
        return 1;

    int s=0;
    for(int i=0; i<3; i++)
    {
        s += func(k-1);
    }
    return s;
}
//ВЫЗОВ
func(N);
```

## Задание 2

Определите, к какому классу (например — P, NPI, NPC) относятся следующие задачи.

Обоснуйте свой ответ, т.е. докажите принадлежность задачи классу, опираясь на факты из текущего или более ранних курсов.

Оценивание: максимум 6 баллов, по 1 баллу за определение класса каждой из задач, по 2 балла за доказательство принадлежности задачи классу.

**(2a)**

Для произвольного (невзвешенного, неориентированного) графа из N вершин найти в нем простой путь максимальной длины (т.е. содержащий наибольшее число ребер).

**(2b)**

Вычислить определитель квадратной матрицы размера  $N \times N$ .

## Задание 3.

Сформулируйте задачу 2a в вычислительном варианте и варианте распознавания. Покажите, как вычислительный вариант задачи полиномиально сводится к варианту распознавания.

Оценивание: максимум 3 балла, 1 балл за формулирование задач, 2 балла за описание сведения.

## Задание 4.

Определите, является ли выполнимой приведенная 3-КНФ. Обоснуйте свой ответ.

Оценивание: максимум 6 баллов, по 3 балла за каждую из КНФ.

**(3a)**

$(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge (x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_5)$

**(3b)**

$(x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge$   
 $\wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge$   
 $\wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$