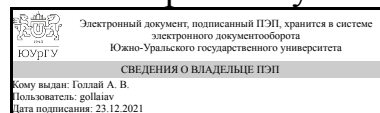


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Высшая школа электроники и  
компьютерных наук



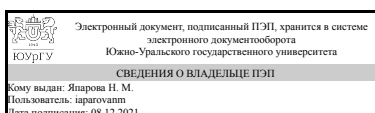
А. В. Голлай

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.25 Функциональный анализ  
для направления 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Математическое обеспечение информационных технологий

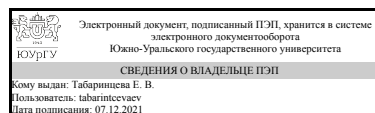
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, утверждённым приказом Минобрнауки от 23.08.2017 № 808

Зав.кафедрой разработчика,  
д.техн.н., доц.



Н. М. Япарова

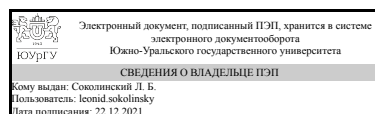
Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., доцент



Е. В. Табаринцева

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.



Л. Б. Соколинский

## 1. Цели и задачи дисциплины

- познакомить студентов с классическими результатами и методами функционального анализа -дать представление о понятиях и методах функционального анализа, которые используются в приложениях

## Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства. Полнота, компактность. Принцип сжимающих отображений. Линейные нормированные пространства. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Пространство линейных непрерывных операторов. Норма линейного непрерывного оператора. Основные принципы линейного анализа: теорема Банаха-Штейнгауза, теорема Хана-Банаха, теорема Банаха об обратном операторе. Спектр линейного непрерывного оператора. Компактные операторы, примеры. Теоремы Фредгольма. Примеры: интегральные операторы, интегральные уравнения.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает: основные результаты теории линейных нормированных пространств и теории линейных операторов Умеет: применять методы функционального анализа для решения математических задач, возникающих в естествознании и технических дисциплинах и для обоснования численных методов Имеет практический опыт: исследования свойств линейных операторов и применения их к решению прикладных задач

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.21 Дискретная математика, 1.О.05.01 Алгебра и геометрия, 1.О.15 Алгоритмы и анализ сложности, 1.О.05.02 Математический анализ, 1.О.22 Комплексный анализ, 1.О.06 Физика, 1.О.05.03 Специальные главы математики	1.О.08 Теория автоматов и формальных языков, 1.О.27 Прикладные задачи теории вероятностей, 1.О.14 Методы оптимизации и исследование операций

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.05.03 Специальные главы математики	Знает: основные понятия и результаты теории

	<p>рядов, многомерных, криволинейных и поверхностных интегралов, теории вероятностей и математической статистики, основные способы применения математики в информатике, влияние математики на информационные технологии</p> <p>Умеет: решать основные задачи из теории рядов, многомерных, криволинейных и поверхностных интегралов, теории вероятностей и математической статистики, применять математические методы в информатике, применять математические результаты в информационных технологиях</p> <p>Имеет практический опыт: владения приёмами применения теории рядов, многомерных, криволинейных и поверхностных интегралов, теории вероятностей и математической статистики, основными результатами дисциплины для применения математики в информатике, приёмами использования математических методов в информационных технологиях</p>
1.О.06 Физика	<p>Знает: структуру курса дисциплины, рекомендуемую литературу, фундаментальные разделы физики, методы и средства измерения физических величин, методы обработки экспериментальных данных</p> <p>Умеет: применять основные законы физики для успешного решения задач, направленных на саморазвитие обучающегося и подготовку к профессиональной деятельности, использовать знания фундаментальных основ, подходы и методы математики, физики в обучении и профессиональной деятельности, в интегрировании имеющихся знаний, наращивании накопленных знаний, применять математические методы, физические законы и вычислительную технику для решения практических задач, работать с измерительными приборами, выполнять физический эксперимент, обрабатывать результаты измерений, строить графики и проводить графический анализ опытных данных, считать систематические и случайные ошибки прямых и косвенных измерений, приборные ошибки, применять современное физическое оборудование и приборы при решении практических задач</p> <p>Имеет практический опыт: самостоятельного решения учебных и профессиональных задач с применением методов и подходов, развиваемых и используемых в физике, в том числе задач, которые требуют применения измерительной аппаратуры, навыками правильного представления и анализа полученных результатов, владения фундаментальными понятиями и основными законами классической и современной физики и методами их</p>

	использования, методологией организации, планирования, проведения и обработки результатов экспериментов и экспериментальных исследований, навыками физического эксперимента и умения применять конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности, навыками проведения расчетов, как при решении задач, так и при научном эксперименте, навыками оформления отчетов по результатам исследований; навыками работы с измерительной аппаратурой, в том числе с цифровой измерительной техникой, навыками обработки экспериментальных данных и оценки точности измерений, навыками анализа полученных результатов, как решения задач, так эксперимента и измерений
1.О.05.01 Алгебра и геометрия	<p>Знает: классические методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основные понятия теории матриц и определителей, основы векторной алгебры, основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве</p> <p>Умеет: определять условия применения того или иного теоретического аспекта при решении практических задач, применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения профессиональных задач</p> <p>Имеет практический опыт: применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач, математического моделирования в соответствующей области знаний, использования фундаментальных знаний в области алгебры и аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности</p>
1.О.22 Комплексный анализ	<p>Знает: комплексные числа, комплекснозначные функции, конформные отображения, контурные интегралы по комплексной области, вычеты, основные правила интегрирования, признаки сходимости функциональных рядов, свойства аналитических функций</p> <p>Умеет: исследовать функции комплексного переменного на дифференцируемость, вычислять интегралы по контуру в комплексной плоскости, исследовать на сходимость функциональные ряды, применять основные методы комплексного анализа для решения прикладных задач, связанных с фундаментальной информатикой</p> <p>Имеет практический опыт: применения методов теории аналитических функций и теории конформных отображений для решения задач, связанных с профессиональной деятельностью</p>
1.О.15 Алгоритмы и анализ сложности	Знает: определение базовых понятий теории алгоритмов, алгоритмы сортировки массивов различной сложности, алгоритмы решения задачи коммивояжера, основные подходы к

	<p>оценке сложности алгоритмов и построению функции трудоемкости, основные определения асимптотической оценки функций одной переменной Умеет: разрабатывать алгоритмические решения в профессиональной деятельности с учетом трудоемкости таких решений, проводить сравнительный анализ алгоритмов и их программных реализаций, решающих одну задачу, для поиска оптимального алгоритма решения поставленной задачи, провести построение функции трудоемкости алгоритмов и их программных реализаций и провести асимптотический анализ функции трудоемкости Имеет практический опыт: разработки алгоритмов и программ на языке высокого уровня, проведения сравнительного анализа алгоритмов и их программных реализаций, для решения задач сортировки массивов и коммивояжера, построения функций трудоемкости алгоритмов и их программных реализаций, решающих одну задачу, для поиска оптимального на основе решения задач сортировки одномерных массивов и коммивояжера</p>
1.О.05.02 Математический анализ	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, основы теории функций нескольких переменных, необходимые для решения задач, связанных с профессиональной деятельностью Умеет: применять методы дифференциального и интегрального исчисления, основы теории функций нескольких переменных для решения стандартных задач, связанных с фундаментальной информатикой, использовать математический аппарат для аналитического описания процессов и явлений, возникающих в учебно-профессиональной деятельности Имеет практический опыт: применения дифференциального и интегрального исчисления, теории функций нескольких переменных в дисциплинах, связанных с фундаментальной информатикой; решения профессиональных задач с использованием методов математического анализа</p>
1.О.21 Дискретная математика	<p>Знает: основные понятия комбинаторики и теории графов, алгоритмы решения простейших задач оптимизации с использованием теории графов, основные методы решения комбинаторных задач Умеет: решать комбинаторные задачи, задавать граф в различных представлениях, решать классические задачи комбинаторики и теории графов, использовать алгоритмы для решения задач на графах Имеет практический опыт: владения методами решения комбинаторных задач и задач на графах, основными принципами</p>

	комбинаторики, основными принципами доказательства утверждений комбинаторики и теории графов, основным понятийным аппаратом комбинаторики и теории графов
--	---

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 56,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
		4
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48
Лекции (Л)	16	16
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	51,5	51,5
с применением дистанционных образовательных технологий	0	
Самостоятельное решение задач	20	20
Подготовка к экзамену	10,5	10,5
Подготовка к контрольным работам	11	11
Самостоятельное изучение дополнительных вопросов курса	10	10
Консультации и промежуточная аттестация	8,5	8,5
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен

#### 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Линейные нормированные пространства	19	7	12	0
2	Линейные операторы в нормированных пространствах	29	9	20	0

##### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Метрические пространства. Полнота метрических пространств. Принцип вложенных шаров.	1
2	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Принцип сжимающих отображений.	1
3	1	Компактные множества в метрических пространствах. Критерии	2

		компактности.	
4	1	Линейные нормированные пространства, примеры. Подпространства, базис. Лемма о почти перпендикуляре.	2
5	1	Гильбертовы пространства. Теорема об ортогональном разложении.	1
6	2	Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.	1
7	2	Пространство линейных непрерывных операторов. Сопряженное пространство. Поточечная и равномерная сходимость последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза	2
8	2	Сопряженный оператор, его свойства	1
9	2	Слабая сходимость в нормированных пространствах	1
10	2	Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные операторные уравнения.	2
11	2	Компактные операторы и их свойства. Теоремы Фредгольма.	2

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Метрические пространства., сходимость в метрических пространствах.	2
2	1	Полнота метрических пространств, сепарабельность, пополнение	2
3	1	Компактные множества в метрических пространствах. Критерии компактности в конкретных пространствах.	2
4	1	Непрерывные отображения метрических пространств. Принцип сжимающих отображений.	2
5	1	Линейные нормированные пространства. Примеры, сравнение норм.	2
6	1	Пространства суммируемых функций. Понятие об интеграле Лебега.	2
7	2	Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.	2
8	2	Линейные функционалы. Продолжение линейного функционала. Теорема Хана-Банаха.	2
10	2	Поточечная и равномерная сходимость последовательности линейных операторов.	2
11	2	Сопряженные пространства, примеры. Слабая сходимость в нормированных пространствах.	2
12	2	Сопряженный оператор	2
13	2	Обратный оператор, критерии обратимости.	2
14	2	Спектр линейного непрерывного оператора. Классификация точек спектра.	4
16	2	Линейные компактные операторы. Спектр компактного оператора.	2
18	2	Линейные интегральные уравнения.	2

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на	Семестр	Кол-во

	ресурс		часов
Самостоятельное решение задач	Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.	4	20
Подготовка к экзамену	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 5-е изд. - М.: Наука, 1981. - 543 с. ил. Танана, В. П. Введение в теорию линейных операторов Текст учеб. пособие по специальностям (направлениям) "Приклад. математика и информатика" и "Математика" В. П. Танана ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. техника ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008. - 151, [1] с.	4	10,5
Подготовка к контрольным работам	Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с. Танана, В. П. Введение в теорию линейных операторов Текст учеб. пособие по специальностям (направлениям) "Приклад. математика и информатика" и "Математика" В. П. Танана ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. техника ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008. - 151, [1] с.	4	11
Самостоятельное изучение дополнительных вопросов курса	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 5-е изд. - М.: Наука, 1981. - 543 с. ил. Рудин, У. Функциональный анализ У. Рудин; Пер. с англ. В. Я. Лина; Под ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др.: Лань, 2005. - 443 с. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика В. И. Лебедев. - 4-е изд., испр. и доп. - М.: Физматлит, 2000. - 295 с. ил.	4	10

## 6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мestr	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	4	Текущий	Контрольная	5	3	0 - задание не решено (решено неверно)	экзамен



		контроль	работа 1			1 - приводятся отдельные этапы решения 2 - решено с замечаниями 3 - решено верно Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время	
2	4	Текущий контроль	Контрольная работа 2	5	3	0 - задание не решено (решено неверно) 1 - приводятся отдельные этапы решения 2 - решено с замечаниями 3 - решено верно Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время	экзамен
3	4	Текущий контроль	Контрольная работа 3	5	3	0 - задание не решено (решено неверно) 1 - приводятся отдельные этапы решения 2 - решено с замечаниями 3 - решено верно Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время	экзамен
4	4	Текущий контроль	Контрольная работа 4	5	3	0 - задание не решено (решено неверно) 1 - приводятся отдельные этапы решения 2 - решено с замечаниями 3 - решено верно Контрольная работа состоит из трех задач. Контрольная работа выполняется в аудитории, проверка работ выполняется во внеаудиторное время	экзамен
5	4	Промежуточная аттестация	Семестровое задание	-	2	0 - задание не решено (решено неверно) 1 - решено с замечаниями 2 - решено верно	экзамен

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	Экзаменационный билет состоит из трех заданий. Экзамен проводится в письменной форме (письменная семестровая работа, выполняемая в аудитории). Работа состоит из трех заданий (один вопрос по теоретическому материалу курса и две задачи). На выполнение работы отводится один час.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

## 6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ				
		1	2	3	4	5

ОПК-1	Знает: основные результаты теории линейных нормированных пространств и теории линейных операторов	+	+	+	+	+	+
ОПК-1	Умеет: применять методы функционального анализа для решения математических задач, возникающих в естествознании и технических дисциплинах и для обоснования численных методов		+	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: исследования свойств линейных операторов и применения их к решению прикладных задач	+	+	+	+	+	+

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.
2. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 5-е изд. - М.: Наука, 1981. - 543 с. ил.
3. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.
4. Рудин, У. Функциональный анализ У. Рудин; Пер. с англ. В. Я. Лина; Под ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др.: Лань, 2005. - 443 с.
5. Рудин, У. Основы математического анализа У. Рудин; Пер. с англ. В. П. Хавина. - 4-е изд., стер. - СПб. и др.: Лань, 2004. - 319 с.

#### б) дополнительная литература:

1. Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика В. И. Лебедев. - 4-е изд., испр. и доп. - М.: Физматлит, 2000. - 295 с. ил.
2. Танана, В. П. Введение в теорию линейных операторов Текст учеб. пособие по специальностям (направлениям) "Приклад. математика и информатика" и "Математика" В. П. Танана ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. техника ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008. - 151, [1] с.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Функциональный анализ и его приложения
2. Сибирский математический журнал
3. Математические заметки

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Методические указания по курсу "Функциональный анализ" (составитель Е.В. Табаринцева)

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Методические указания по курсу "Функциональный анализ"  
(составитель Е.В. Табаринцева)

**Электронная учебно-методическая документация**

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.; МЦНМО, 2014 <a href="https://e.lanbook.com/book/56415">https://e.lanbook.com/book/56415</a>
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Павлов Е.А. Основы функционального анализа: учебное пособие . Издательство "Лань, 2020 <a href="https://e.lanbook.com/book/116362">https://e.lanbook.com/book/116362</a>

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Math Works-MATLAB (Simulink R2008a, SYMBOLIC MATH)(бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. -База данных ВИНТИ РАН(бессрочно)

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	486 (3)	компьютер с доступом в Интернет и проектор