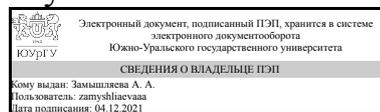


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук



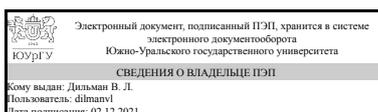
А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.34 Функциональный анализ  
для направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

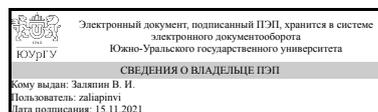
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 9

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

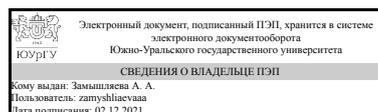
Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.



А. А. Замышляева

## 1. Цели и задачи дисциплины

Сформировать у слушателя понимание обобщенного подхода к основным понятиям и методам элементарных глав математического анализа и смежных областей алгебры и геометрии. С единой точки зрения изучить различные проблемы из специальных аналитических дисциплин (анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления) и установить связи между далекими на первый взгляд математическими теориями и тем самым способствовать более глубокому пониманию основных математических конструкций.

## Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Множества, алгебра множеств; мощность, счетные и континуальные множества. Линейные пространства. Линейные комбинации. Зависимость. Размерность. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема;

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает: теоретические и практические положения функционального анализа

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.09 Математический анализ, 1.О.31 Комплексный анализ, 1.О.10 Дифференциальные уравнения, 1.О.21 Линейная алгебра и аналитическая	Не предусмотрены

геометрия	
-----------	--

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.09 Математический анализ	Знает: базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике Умеет: применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики Имеет практический опыт:
1.О.21 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: теоретические и практические основы линейной алгебры и аналитической геометрии Умеет: использовать различные алгебраические и геометрические объекты в задачах прикладной математики Имеет практический опыт:
1.О.31 Комплексный анализ	Знает: основные положения теории функции комплексной переменной Умеет: создавать алгоритмы решения прикладных задач над полем комплексных чисел Имеет практический опыт:
1.О.10 Дифференциальные уравнения	Знает: различные типы дифференциальных уравнений и способы их решения Умеет: Имеет практический опыт: решения дифференциальных уравнений в математических моделях различных прикладных задач

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
		6
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48
Лекции (Л)	32	32
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	16	16
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75
с применением дистанционных образовательных технологий	0	
Подготовка к зачету	7,75	7.75
Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником	16	16

Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий	30	30
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет

## 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Метрические пространства	14	8	6	0
2	Линейные пространства. Нормированные пространства.	8	6	2	0
3	Пространства со скалярным произведением	8	6	2	0
4	Отображения. Операторы и функционалы	12	8	4	0
5	Элементы спектральной теории	6	4	2	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1-2	1	Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; сходимости в метрических пространствах Полнота и пополнение; теорема о вложенных шарах Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений; Непрерывные отображения метрических пространств. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа.	4
3-4	1	Компактность. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа. Критерии компактности. Полнота. Сепарабельность. Пополнение метрических пространств. Теорема Боля-Брауэра. Теорема Шаудера	4
5-6-7	2	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Понятие о базисе. Базис в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Базис Гамеля. Базис Шаудера. Линейные нормированные пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства. Примеры.	6
8-9-10	3	Скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Евклидовы, унитарные и гильбертовы пространства. Примеры. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве. Процедура ортогонализации. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Равенство Парсеваля. Базис Шаудера в сепарабельных гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	6
11-12	4	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Пространство линейных операторов. Точечная и равномерная сходимости последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы. Условия обратимости и непрерывной обратимости линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе.	4
13-14	4	Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейных непрерывных функционалов в некоторых конкретных нормированных пространствах. Сопряженные пространства и сопряженные операторы.	4

		Ограниченность сопряженного оператора.	
15-16	5	Введение в спектральную теорию. Конечномерные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр и резольвента. Введение в спектральную теорию. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов.	4

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Числовые множества. Мощность числовых множеств. Счетность множеств, . Несчетность промежутка $[0;1]$ и . Непосредственное установление эквивалентности точечных множеств.	2
2-3	1	Примеры метрических пространств; открытые и замкнутые множества; сходимость в метрических пространствах Полные метрические пространства. Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства	4
4	2	Линейные пространства. Базисы. Координаты. Канонический изоморфизм конечномерных пространств. Нормированные пространства. Пополнение по норме. Банаховы пространства	2
5	3	Скалярное произведение. Ортогональность. Базисы и координаты в сепарабельных гильбертовых пространствах. Ортогонализация Шмидта.	2
6-7	4	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Обратные операторы. Свойства обратных операторов. Линейные функционалы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Общий вид линейного функционала в евклидовых (унитарных) пространствах.	4
8	5	Сопряженные пространства и сопряженные операторы.	2

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к зачету	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3, гл.2. §1,2,3,7, гл.3, §1, 3,4, гл.4. § 1,2,5,6	6	7,75
Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3,	6	16

	гл.2. §1,2,3,7, гл.3 , §1, 3,4, гл.4. § 1,2,5,6		
Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268.	6	30

## 6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мestr	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учи-тыва-ется в ПА
1	6	Текущий контроль	Элементы теории множеств	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
2	6	Текущий контроль	Метрические пространства-1	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
3	6	Текущий контроль	Метрические пространства-2	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
4	6	Текущий контроль	Линейные нормированные пространства.	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
5	6	Текущий контроль	Пространства со скалярным произведением.	10	10	Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач.	зачет
6	6	Текущий контроль	Линейные операторы и функционалы.	10	30	Баллы за задание начисляются по результатам устного собеседования и письменной контрольной работы: 0 - отсутствует ответ на поставленные вопросы, 5 - верно решены и объяснены 2 задачи , из предложенных для решения, 10 - верно решены и объяснены 3 задачи , из предложенных для решения, 15 -верно решены и объяснены 4 задачи , из предложенных для решения , 20 - верно решены и объяснены 5 задач , из предложенных для решения, 25 - верно решены и объяснены 6 задач , из предложенных для решения, 30 - верно решены и объяснены 7 задач , из	зачет

						предложенных для решения.	
7	6	Бонус	Другие заслуги	-	15	За участие в конференциях, совещаниях, олимпиадах и т.п. начисляется от 0 до 15 баллов, в зависимости от уровня успешности участия в мероприятии.	зачет
8	6	Промежуточная аттестация	зачет	-	100	Зачетное задание содержит 7 задач, каждая из которых приносит студенту от 0 до 20 баллов: 0 - задача не решена, 10 - предложен, но не реализован, путь решения задачи, 15 - предложен путь решения задачи, реализованный с ошибками, 20 - задача решена верно. На выполнение заданий отводится 2 акад. часа (90 мин.) Для успешной сдачи зачета достаточно решить любые 5 из предложенных задач. Возможно автоматическое выставление зачета по результатам обучения в семестре. (Условия получения автоматического зачета регламентируются положением о БРС ЮУрГУ.)	зачет

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Зачет реализуется в форме письменной контрольной работы, на которую отводится 2 акад. часа. Результаты контрольной работы учитываются в итоговой оценке за курс. Возможно автоматическое выставление зачета по результатам обучения в семестре. Возможно получение зачета без прохождения процедуры сдачи зачета. (Условия получения автоматического зачета регламентируются положением о БРС ЮУрГУ.)	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

## 6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ							
		1	2	3	4	5	6	7	8
ОПК-1	Знает: теоретические и практические положения функционального анализа	+	+	+	+	+	+	+	+

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.

2. Рудин, У. Функциональный анализ У. Рудин; Пер. с англ. В. Я. Лина; Под ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др.: Лань, 2005. - 443 с.

*б) дополнительная литература:*

1. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.

*в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:*

1. Функциональный анализ и его приложения,  
<http://www.mathnet.ru/faa>

*г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:*

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики
2. М.Л. Катков, Л.В. Матвеева, Л.Д. Менихес. Сборник задач по функциональному анализу. Изд. ЮУрГУ, Челябинск, 1999

*из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:*

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики

**Электронная учебно-методическая документация**

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2206">http://e.lanbook.com/book/2206</a> — Загл. с экрана.
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/59471">http://e.lanbook.com/book/59471</a>
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2342">http://e.lanbook.com/book/2342</a>

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	712 (1)	Компьютерный мультимедиа блок
Практические занятия и семинары	712 (1)	Мультимедиа проектор