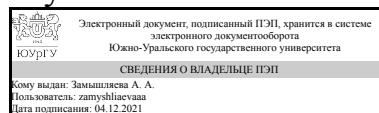


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
Институт естественных и точных
наук



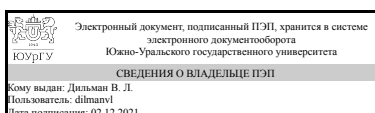
А. А. Замышляева

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.34 Функциональный анализ
для направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика
уровень Бакалавриат
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

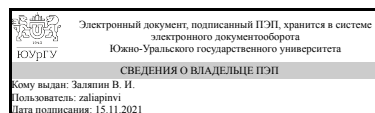
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 9

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

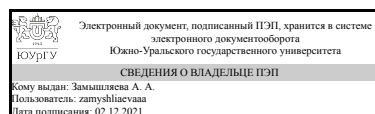
Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления
д.физ.-мат.н., проф.



А. А. Замышляева

1. Цели и задачи дисциплины

Сформировать у слушателя понимание обобщенного подхода к основным понятиям и методам элементарных глав математического анализа и смежных областей алгебры и геометрии. С единой точки зрения изучить различные проблемы из специальных аналитических дисциплин (анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления) и установить связи между далекими на первый взгляд математическими теориями и тем самым способствовать более глубокому пониманию основных математических конструкций.

Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Множества, алгебра множеств; мощность, счетные и континуальные множества. Линейные пространства. Линейные комбинации. Зависимость. Размерность. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема;

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | Знает: теоретические и практические положения функционального анализа |

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана | Перечень последующих дисциплин, видов работ |
|--|---|
| 1.О.09 Математический анализ, 1.О.31 Комплексный анализ, 1.О.10 Дифференциальные уравнения, 1.О.21 Линейная алгебра и аналитическая | Не предусмотрены |

| | |
|-----------|--|
| геометрия | |
|-----------|--|

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

| Дисциплина | Требования |
|---|--|
| 1.О.09 Математический анализ | Знает: базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике Умеет: применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики Имеет практический опыт: |
| 1.О.21 Линейная алгебра и аналитическая геометрия | Знает: теоретические и практические основы линейной алгебры и аналитической геометрии Умеет: использовать различные алгебраические и геометрические объекты в задачах прикладной математики Имеет практический опыт: |
| 1.О.31 Комплексный анализ | Знает: основные положения теории функции комплексной переменной Умеет: создавать алгоритмы решения прикладных задач над полем комплексных чисел Имеет практический опыт: |
| 1.О.10 Дифференциальные уравнения | Знает: различные типы дифференциальных уравнений и способы их решения Умеет: Имеет практический опыт: решения дифференциальных уравнений в математических моделях различных прикладных задач |

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

| Вид учебной работы | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |
|---|-------------|------------------------------------|
| | | Номер семестра |
| | | 6 |
| Общая трудоёмкость дисциплины | 108 | 108 |
| <i>Аудиторные занятия:</i> | 48 | 48 |
| Лекции (Л) | 32 | 32 |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 16 | 16 |
| Лабораторные работы (ЛР) | 0 | 0 |
| <i>Самостоятельная работа (СРС)</i> | 53,75 | 53,75 |
| с применением дистанционных образовательных технологий | 0 | |
| Подготовка к зачету | 7,75 | 7.75 |
| Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником | 16 | 16 |

| | | |
|---|------|-------|
| Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий | 30 | 30 |
| Консультации и промежуточная аттестация | 6,25 | 6,25 |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен) | - | зачет |

5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины | Объем аудиторных занятий по видам в часах | | | |
|-----------|--|---|---|----|----|
| | | Всего | Л | ПЗ | ЛР |
| 1 | Метрические пространства | 14 | 8 | 6 | 0 |
| 2 | Линейные пространства. Нормированные пространства. | 8 | 6 | 2 | 0 |
| 3 | Пространства со скалярным произведением | 8 | 6 | 2 | 0 |
| 4 | Отображения. Операторы и функционалы | 12 | 8 | 4 | 0 |
| 5 | Элементы спектральной теории | 6 | 4 | 2 | 0 |

5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия | Кол-во часов |
|----------|-----------|---|--------------|
| 1-2 | 1 | Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; сходимости в метрических пространствах Полнота и пополнение; теорема о вложенных шарах Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений; Непрерывные отображения метрических пространств. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа. | 4 |
| 3-4 | 1 | Компактность. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа. Критерии компактности. Полнота. Сепарабельность. Пополнение метрических пространств. Теорема Боля-Брауэра. Теорема Шаудера | 4 |
| 5-6-7 | 2 | Линейные векторные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Понятие о базисе. Базис в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Базис Гамеля. Базис Шаудера. Линейные нормированные пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства. Примеры. | 6 |
| 8-9-10 | 3 | Скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Евклидовы, унитарные и гильбертовы пространства. Примеры. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве. Процедура ортогонализации. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Равенство Парсеваля. Базис Шаудера в сепарабельных гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах. | 6 |
| 11-12 | 4 | Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Пространство линейных операторов. Точечная и равномерная сходимости последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы. Условия обратимости и непрерывной обратимости линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. | 4 |
| 13-14 | 4 | Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейных непрерывных функционалов в некоторых конкретных нормированных пространствах. Сопряженные пространства и сопряженные операторы. | 4 |

| | | | |
|-------|---|---|---|
| | | Ограниченность сопряженного оператора. | |
| 15-16 | 5 | Введение в спектральную теорию. Конечномерные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр и резольвента. Введение в спектральную теорию. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов. | 4 |

5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара | Кол-во часов |
|-----------|-----------|--|--------------|
| 1 | 1 | Числовые множества. Мощность числовых множеств. Счетность множеств, . Несчетность промежутка $[0;1]$ и . Непосредственное установление эквивалентности точечных множеств. | 2 |
| 2-3 | 1 | Примеры метрических пространств; открытые и замкнутые множества; сходимость в метрических пространствах Полные метрические пространства. Счетные и несчетные множества. Сепарабельные метрические пространства | 4 |
| 4 | 2 | Линейные пространства. Базисы. Координаты. Канонический изоморфизм конечномерных пространств. Нормированные пространства. Пополнение по норме. Банаховы пространства | 2 |
| 5 | 3 | Скалярное произведение. Ортогональность. Базисы и координаты в сепарабельных гильбертовых пространствах. Ортогонализация Шмидта. | 2 |
| 6-7 | 4 | Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Обратные операторы. Свойства обратных операторов. Линейные функционалы в нормированных пространствах. Непрерывность и ограниченность. Общий вид линейного функционала в евклидовых (унитарных) пространствах. | 4 |
| 8 | 5 | Сопряженные пространства и сопряженные операторы. | 2 |

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС | | | |
|---|---|---------|--------------|
| Подвид СРС | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс | Семестр | Кол-во часов |
| Подготовка к зачету | Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3, гл.2. §1,2,3,7, гл.3, §1, 3,4, гл.4. § 1,2,5,6 | 6 | 7,75 |
| Освоение основных теоретических положений и конструкций. Работа с учебником | Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. гл.1, §1,2,3, | 6 | 16 |

| | | | |
|--|---|---|----|
| | гл.2. §1,2,3,7, гл.3 , §1, 3,4, гл.4. § 1,2,5,6 | | |
| Освоение практической части курса. Выполнение текущих заданий | Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. гл.1,с. 11-53, гл.2, с.57-77, гл.3, с.122-161, гл.4, с. 173-196, гл.6, с. 261-268. | 6 | 30 |

6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

| № КМ | Се-мestr | Вид контроля | Название контрольного мероприятия | Вес | Макс. балл | Порядок начисления баллов | Учи-тыва-ется в ПА |
|------|----------|------------------|--|-----|------------|---|--------------------|
| 1 | 6 | Текущий контроль | Элементы теории множеств | 10 | 10 | Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач. | зачет |
| 2 | 6 | Текущий контроль | Метрические пространства-1 | 10 | 10 | Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач. | зачет |
| 3 | 6 | Текущий контроль | Метрические пространства-2 | 10 | 10 | Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач. | зачет |
| 4 | 6 | Текущий контроль | Линейные нормированные пространства. | 10 | 10 | Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач. | зачет |
| 5 | 6 | Текущий контроль | Пространства со скалярным произведением. | 10 | 10 | Всего в задании 10 обязательных задач. Количество баллов от 0 до 10 определяется количеством правильно и в срок решенных задач. | зачет |
| 6 | 6 | Текущий контроль | Линейные операторы и функционалы. | 10 | 30 | Баллы за задание начисляются по результатам устного собеседования и письменной контрольной работы: 0 - отсутствует ответ на поставленные вопросы, 5 - верно решены и объяснены 2 задачи , из предложенных для решения, 10 - верно решены и объяснены 3 задачи , из предложенных для решения, 15 -верно решены и объяснены 4 задачи , из предложенных для решения , 20 - верно решены и объяснены 5 задач , из предложенных для решения, 25 - верно решены и объяснены 6 задач , из предложенных для решения, 30 - верно решены и объяснены 7 задач , из | зачет |

| | | | | | | | |
|---|---|--------------------------|----------------|---|-----|---|-------|
| | | | | | | предложенных для решения. | |
| 7 | 6 | Бонус | Другие заслуги | - | 15 | За участие в конференциях, совещаниях, олимпиадах и т.п. начисляется от 0 до 15 баллов, в зависимости от уровня успешности участия в мероприятии. | зачет |
| 8 | 6 | Промежуточная аттестация | зачет | - | 100 | Зачетное задание содержит 7 задач, каждая из которых приносит студенту от 0 до 20 баллов: 0 - задача не решена, 10 - предложен, но не реализован, путь решения задачи, 15 - предложен путь решения задачи, реализованный с ошибками, 20 - задача решена верно. На выполнение заданий отводится 2 акад. часа (90 мин.) Для успешной сдачи зачета достаточно решить любые 5 из предложенных задач. Возможно автоматическое выставление зачета по результатам обучения в семестре. (Условия получения автоматического зачета регламентируются положением о БРС ЮУрГУ.) | зачет |

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения | Критерии оценивания |
|------------------------------|---|---|
| зачет | Зачет реализуется в форме письменной контрольной работы, на которую отводится 2 акад. часа. Результаты контрольной работы учитываются в итоговой оценке за курс. Возможно автоматическое выставление зачета по результатам обучения в семестре. Возможно получение зачета без прохождения процедуры сдачи зачета. (Условия получения автоматического зачета регламентируются положением о БРС ЮУрГУ.) | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

6.3. Оценочные материалы

| Компетенции | Результаты обучения | № KM | | | | | | | |
|-------------|---|------|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| ОПК-1 | Знает: теоретические и практические положения функционального анализа | + | + | + | + | + | + | + | + |

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.

2. Рудин, У. Функциональный анализ У. Рудин; Пер. с англ. В. Я. Лина; Под ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др.: Лань, 2005. - 443 с.

б) дополнительная литература:

1. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Функциональный анализ и его приложения,
<http://www.mathnet.ru/faa>

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики
 2. М.Л. Катков, Л.В. Матвеева, Л.Д. Менихес. Сборник задач по функциональному анализу. Изд. ЮУрГУ, Челябинск, 1999

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики

Электронная учебно-методическая документация

| № | Вид литературы | Наименование ресурса в электронной форме | Библиографическое описание |
|---|---------------------------|---|--|
| 1 | Основная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2206 — Загл. с экрана. |
| 2 | Основная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Треногин, В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/59471 |
| 3 | Дополнительная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2342 |

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Вид занятий | № ауд. | Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий |
|---------------------------------|------------|--|
| Лекции | 712 (1) | Компьютерный мультимедиа блок |
| Практические занятия и семинары | 712 (1) | Мультимедиа проектор |