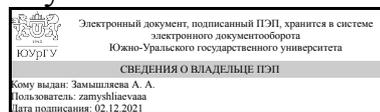


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук



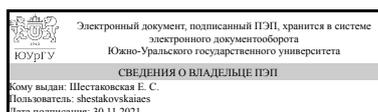
А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.08 Дифференциальная геометрия и топология  
для направления 01.03.03 Механика и математическое моделирование  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Вычислительная механика

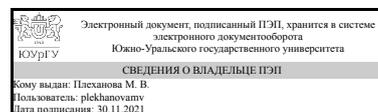
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 10

Зав.кафедрой разработчика,  
к.физ.-мат.н., доц.



Е. С. Шестаковская

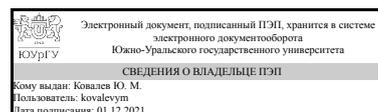
Разработчик программы,  
д.физ.-мат.н., доц., профессор



М. В. Плеханова

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.



Ю. М. Ковалев

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии, овладение современным аппаратом для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Задачи курса: фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии; овладение современным аппаратом для дальнейшего использования при моделировании различных экономических задач; подготовка к использованию базовых методов дифференциальной геометрии и топологии при исследовании геометрических объектов, возникающих при математическом моделировании различных процессов.

## Краткое содержание дисциплины

Геометрические объекты: кривые, способы задания, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Поверхности: способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, квадратичная форма поверхности, кривизна, геодезические и их свойства. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине   |
|--|---|
| ОПК-1 Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности | Знает: основные понятия дифференциальной геометрии, определения и свойства математических объектов дифференциальной геометрии<br>Имеет практический опыт: решения задач методами дифференциальной геометрии и топологии |

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана  | Перечень последующих дисциплин, видов работ |
|--|---|
| 1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия,<br>1.О.13 Дополнительные главы математического анализа,<br>1.О.27 Теоретическая механика,<br>1.О.14 Математический анализ | Не предусмотрены                            |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

| Дисциплина  | Требования  |
|---|---|
| 1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия   | Знает: основные положения и методологию линейной алгебры и аналитической геометрии<br>Умеет: решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии<br>Имеет практический опыт: использования теории матриц и их определителей при решении типовых и прикладных задач, решения алгебраических уравнений, систем уравнений и других классических задач линейной алгебры          |
| 1.О.14 Математический анализ                        | Знает: объекты, понятия, теоремы и методы математического анализа<br>Умеет: решать задачи и упражнения математического анализа на основе знания понимания утверждений и методов математического анализа<br>Имеет практический опыт: решения содержательных и прикладных задач, требующих знания утверждений и методов математического анализа   |
| 1.О.27 Теоретическая механика                       | Знает: постановки классических задач теоретической механики, основные понятия, аксиомы, законы, принципы теоретической механики<br>Умеет: применять основные законы и принципы теоретической механики<br>Имеет практический опыт: математического моделирования статического, кинематического и динамического состояния механических систем   |
| 1.О.13 Дополнительные главы математического анализа | Знает: конструкции криволинейных и поверхностных интегралов, принципы исследования числовых и функциональных рядов<br>Умеет: вычислять криволинейные и поверхностные интегралы, применять интегральные конструкции для решения прикладных задач, исследовать сходимость рядов, строить разложения функций в ряд<br>Имеет практический опыт: применения основных теорем векторного анализа |

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

| Вид учебной работы   | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |
|--|-------------|------------------------------------|
|  |             | Номер семестра                     |
|  |             | 6                                  |
| Общая трудоёмкость дисциплины  | 108         | 108                                |
| <i>Аудиторные занятия:</i>   | 48          | 48                                 |
| Лекции (Л)   | 24          | 24                                 |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 24          | 24                                 |

|  |       |       |
|--|-------|-------|
| Лабораторные работы (ЛР)                               | 0     | 0     |
| Самостоятельная работа (СРС)                           | 53,75 | 53,75 |
| с применением дистанционных образовательных технологий | 0     |       |
| Подготовка к зачету                                    | 18,75 | 18.75 |
| РГР "Дифференциальная геометрия и топология"           | 20    | 20    |
| Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"  | 7,5   | 7.5   |
| Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"        | 7,5   | 7.5   |
| Консультации и промежуточная аттестация                | 6,25  | 6,25  |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)               | -     | зачет |

## 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины | Объем аудиторных занятий по видам в часах |    |    |    |
|-----------|----------------------------------|---|----|----|----|
|           |                                  | Всего                                     | Л  | ПЗ | ЛР |
| 1         | Теория кривых                    | 13  | 6  | 7  | 0  |
| 2         | Теория поверхностей              | 25  | 14 | 11 | 0  |
| 3         | Топология                        | 10  | 4  | 6  | 0  |

### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия  | Кол-во часов |
|----------|-----------|--|--------------|
| 1        | 1         | Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.                                     | 2            |
| 2        | 1         | Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые. Репер Френе.                        | 2            |
| 3        | 1         | Кривизна и кручение пространственных кривых.   | 2            |
| 4        | 2         | Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.   | 2            |
| 5        | 2         | Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.                                    | 2            |
| 6        | 2         | Кривизна кривых на поверхности.  | 2            |
| 7        | 2         | Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм.                    | 2            |
| 8        | 2         | Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.                         | 2            |
| 9        | 2         | Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.  | 2            |
| 10       | 2         | Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.   | 2            |
| 11       | 3         | Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства                     | 2            |
| 12       | 3         | Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости. Некоторые понятия общей топологии. | 2            |

### 5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара   | Кол-во часов |
|-----------|-----------|---|--------------|
| 1         | 1         | Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.            | 2            |
| 2         | 1         | Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые.            | 2            |
| 3-4       | 1         | Репер Френе. Кривизна и кручение пространственных кривых. Контрольная | 3            |



|   |   |                  |  |   |    |  |       |
|---|---|------------------|--|---|----|--|-------|
| 1 | 6 | Текущий контроль | Контрольная работа Теория кривых       | 1 | 20 | Контрольная работа проводится на практическом занятии.<br>Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения. | зачет |
| 2 | 6 | Текущий контроль | Контрольная работа Теория поверхностей | 1 | 20 | Контрольная работа проводится на практическом занятии.<br>Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения. | зачет |
| 3 | 6 | Текущий контроль | РГР                                    | 1 | 20 | РГР является индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменной форме и  | зачет |

|   |   |                          |       |   |   |  |       |
|---|---|--------------------------|-------|---|---|--|-------|
|   |   |                          |       |   | сдается за две недели до окончания семестра. На зачете студент имеет право добрать баллы за РГР, исправив ошибки. РГР содержит пять заданий, каждое из которых Баллы выставляются по следующим критериям:<br>Верно выбран ход решения, допущены грубые ошибки -1 балл<br>В решении допущены арифметические ошибки, решение не является строго обоснованным – 2 балла<br>Решение полно, строго обосновано, допущены арифметические ошибки – 3 балла<br>Задание решено верно, решение полно и строго обосновано – 4 балла |  |       |
| 4 | 6 | Промежуточная аттестация | Зачет | - | 5   | На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале.<br>- правильно выбраны формулы, но нет решения конкретной задачи - 1 балл;<br>- приведенное решение содержит теоретические ошибки - 2 балла;<br>- решение правильное - 3 балла;<br>- решение правильное, студент демонстрирует понимание формул при собеседовании - 4 балла;<br>- решение правильное, студент верно отвечает на вопросы на понимание формул и может привести их вывод - 5 баллов. | зачет |

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения  | Критерии оценивания                     |
|------------------------------|---|---|
| зачет                        | Оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине проводится на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Прохождение всех контрольно-рейтинговых мероприятий текущего контроля обязательно. Если рейтинг студента по текущему контролю менее 60%, то он проходит мероприятие промежуточной аттестации. На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. На решение задачи дается 2 ак.ч. | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

## 6.3. Оценочные материалы

| Компетенции | Результаты обучения   | № КМ |   |   |   |
|-------------|---|------|---|---|---|
|             |   | 1    | 2 | 3 | 4 |
| ОПК-1       | Знает: основные понятия дифференциальной геометрии, определения и свойства математических объектов дифференциальной геометрии | +    | + | + | + |

|       |  |   |   |   |   |
|-------|--|---|---|---|---|
| ОПК-1 | Имеет практический опыт: решения задач методами дифференциальной геометрии и топологии | + | + | + | + |
|-------|--|---|---|---|---|

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Иванова, Н. Д. Элементы дифференциальной геометрии и топологии [Текст] учеб. пособие по направлению "Математика и компьютер. науки" др. Н. Д. Иванова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 59, [2] с. ил. электрон. версия

2. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

#### б) дополнительная литература:

1. Элементарная топология [Текст] О. Я. Виро и др. - 2-е изд., испр. - М.: Издательство МЦНМО, 2012. - 355 с. ил.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л. Клиначева, Е.С. Шестаковская. – Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2021. – 35 с.

#### из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л. Клиначева, Е.С. Шестаковская. – Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2021. – 35 с.

### Электронная учебно-методическая документация

| № | Вид литературы            | Наименование ресурса в электронной форме          | Библиографическое описание  |
|---|---------------------------|---|---|
| 1 | Основная литература       | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2008. — 144 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2295">http://e.lanbook.com/book/2295</a> — Загл. с экрана. |
| 2 | Дополнительная литература | Электронно-библиотечная                           | Мищенко, А.С. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии.  |

|  |                              |   |
|--|------------------------------|---|
|  | система<br>издательства Лань | [Электронный ресурс] / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко —<br>Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2004. — 304 с. — Режим<br>доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/154011">https://e.lanbook.com/book/154011</a> — Загл. с<br>экрана. |
|--|------------------------------|---|

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Не предусмотрено