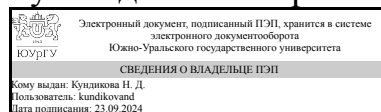


УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель направления



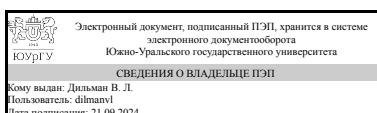
Н. Д. Кундикова

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия  
для направления 03.03.01 Прикладные математика и физика  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

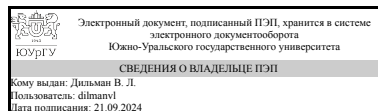
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика, утверждённым приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 890

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

Разработчик программы,  
д.физ.-мат.н., доц., заведующий кафедрой



В. Л. Дильман

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цели: формирование у студентов способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат; развитие и укрепление в студентах способности к логическому мышлению, к напряженной умственной деятельности; развитие способности самостоятельно пополнять свои знания. Задачи: обучение студентов основным понятиям и методам теории систем линейных уравнений, матричной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных функционалов и операторов в линейных и евклидовых пространствах, квадратичных и билинейных форм, необходимых им для овладения другими областями математики и ее приложениями и в будущей профессиональной деятельности.

## Краткое содержание дисциплины

Теория систем линейных уравнений, матричная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве, в том числе кривые и поверхности второго порядка, линейные и евклидовы пространства, теория линейных конечномерных операторов в этих пространствах, билинейные и квадратичные функционалы и формы, понятие тензора.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	Знает: основные понятия линейной алгебры: матрицы, системы линейных уравнений, линейные пространства, линейные операторы, и основные свойства этих понятий. Умеет: решать системы линейных уравнений, выполнять действия над матрицами и квадратичными формами. Имеет практический опыт: построения линейных моделей объектов и процессов в виде матричных соотношений, систем линейных уравнений, линейных пространств и линейных операторов

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Нет	1.О.09 Общая физика. Электричество и магнетизм, 1.О.18 Основы теории вероятности и стохастических процессов, 1.О.10 Общая физика. Оптика, 1.О.14 Дифференциальные уравнения, 1.О.17 Вычислительная математика, 1.О.25 Статистическая физика, 1.О.12 Общая физика. Макрофизика, 1.О.24 Квантовая механика,

	1.О.11 Общая физика. Микрофизика, 1.О.22 Теоретическая механика, 1.О.16 Теория функций комплексного переменного, 1.О.19 Уравнения математической физики, 1.О.23 Теория поля
--	--

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 ч., 108,75 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	2
Общая трудоёмкость дисциплины	180	72	108
<i>Аудиторные занятия:</i>	96	48	48
Лекции (Л)	32	16	16
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	64	32	32
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	0
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	71,25	19,75	51,5
тр 2	15	0	15
Подготовка к зачету	3,75	3,75	0
Подготовка к кр 1 - 3.	12	12	0
тр 1	4	4	0
Подготовка к кр 4 - 6.	20	0	20
Самостоятельное изучение теоретического материала. Подготовка к экзамену.	16,5	0	16,5
Консультации и промежуточная аттестация	12,75	4,25	8,5
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	экзамен

#### 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Векторная алгебра	14	4	10	0
2	Аналитическая геометрия	18	6	12	0
3	Матрицы и линейные уравнения	16	6	10	0
4	Линейные и евклидовы пространства	12	4	8	0
5	Линейные операторы	18	6	12	0

6	Билинейные и квадратичные функционалы и формы	15	5	10	0
7	Элементы тензорной алгебры	3	1	2	0

## 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Векторы. Линейные операции на них. Свойства этих операций. Базис в двумерном и трехмерном пространстве векторов. Разложение по базису. Линейные операции в координатах. Орт и направляющие косинусы. Проекция вектора на вектор (ось).	2
2	1	Определение и свойства скалярного произведения. Скалярное произведение в координатах. Определение и свойства векторного произведения. Векторное произведение в координатах. Геометрический смысл модуля векторного произведения. Определение и свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в координатах. Геометрический смысл смешанного произведения.	2
3	2	Уравнение кривой и поверхности. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние между коллинеарными прямыми.	2
4	2	Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние между коллинеарными плоскостями. Различные виды систем уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Алгоритм нахождения точки их пересечения.	2
5	2	Эллипс: геометрическое определение и каноническое уравнение. Гипербола: геометрическое определение и каноническое уравнение. Асимптоты гиперболы. Директориальное свойство эллипса и гиперболы. Парабола: геометрическое определение и каноническое уравнение. Поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Сфера, эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, их канонические уравнения. Цилиндрические и конические поверхности. Гиперболический параболоид.	2
6	3	Матрицы. Операции на матрицах и их свойства. Свойства определителей.	2
7	3	Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Матричный и Крамера их методы решения. Матричные уравнения. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к эквивалентной ступенчатой матрице.	2
8	3	Базисные миноры. Теорема о базисном миноре. Три определения ранга матрицы и их эквивалентность. Инвариантность ранга при элементарных преобразованиях. Вычисление обратной матрицы методом Жордана. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	2
9	4	Линейные пространства: линейная зависимость, базис, подпространства. Преобразование координат при смене базиса. Примеры.	2
10	4	Евклидовы пространства. Скалярное произведение, норма, метрика. Неравенство Шварца. Ортогональный базис, ортогонализация.	2
11	5	Линейные операторы. Примеры. Матрица линейного оператора, ее преобразование при смене базиса. Ортогональные матрицы и ортогональные операторы.	2
12	5	Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристический полином матрицы, его свойства. Диагонализация матрицы, имеющей базис из собственных векторов.	2

13	5	Сопряженные операторы, свойства их матриц. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов.	2
14	6	Линейные функционалы и линейные формы. Примеры. Матрица-строка линейного функционала, ее преобразование при смене базиса. Билинейные функционалы и билинейные формы. Матрица билинейной формы, ее преобразование при смене базиса.	2
15	6	Квадратичные формы, их матрицы. Приведение их к каноническому виду. Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Приведение к каноническому виду кривых второго порядка.	3
16	7	Взаимные базисы. Понятие тензора. Примеры. Алгебраические операции на тензорах.	1

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Свойства определителей. Метод Крамера.	2
2	1	Линейные операции на векторах.	2
3	1	Скалярное произведение векторов.	2
4	1	Векторное и смешанное произведения векторов.	2
5	1	Контрольная работа по векторной алгебре КР1. Прием домашних заданий ДЗ 1.	2
6, 7	2	Уравнение прямой на плоскости.	4
8	2	Уравнение плоскости в пространстве. Прием типового расчета ТР1 (часть 1).	2
9	2	Система уравнений прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве.	2
10	2	Кривые второго порядка	2
11	2	Контрольная работа по аналитической геометрии КР2. Прием домашних заданий ДЗ 2.	2
12	3	Операции на матрицах.	2
13	3	Обратная матрица. Решение матричных уравнений и систем методом Крамера.	2
14	3	Элементарные преобразования матриц. Метод Жордана вычисления обратной матрицы.	2
15	3	Метод Гаусса.	2
16	3	Контрольная работа по матрицам и системам линейных уравнений КР3. Прием типового расчета ТР1 (часть 2), домашних заданий ДЗ 3, проверка конспектов К.	2
17	4	Линейные пространства. Подпространства.	2
18	4	Преобразование координат при смене базиса	2
19	4	Норма в евклидовом пространстве. Ортогонализация семейства линейно независимых векторов.	2
20	4	Контрольная работа Линейные и евклидовы пространства КР 4.	2
21	5	Линейные операторы, их матрицы. Преобразование матрицы при смене базиса.	2
22	5	Ортогональные матрицы.	2
23	5	Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.	2
24	5	Приведение матриц к диагональному виду	2

25	5	Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы.	2
26	5	Контрольная работа линейные операторы КР 5.	2
27	6	Линейные формы. Билинейные формы.	2
28.	6	Квадратичные формы, их матрицы. Преобразование матрицы при смене базиса. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	2
29	6	Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду	2
30	6	Продолжение.	2
31	6	Контрольная работа Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду КР 6.	2
32	7	Нахождение взаимных базисов. Примеры тензоров.	2

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

### 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
тр 2	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	15
Подготовка к зачету	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	3,75
Подготовка к кр 1 - 3.	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	12
тр 1	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	4
Подготовка к кр 4 - 6.	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	20
Самостоятельное изучение теоретического материала. Подготовка к экзамену.	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	16,5

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	1	Текущий контроль	кр 1	0,21	21	Кр 1 Векторная алгебра: 7 задач из 3-х баллов. Всего за работу максимум 21 балл. Оценка задачи: Правильно	зачет

						показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 1 балл. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 2 балла.	
2	1	Текущий контроль	кр 2	0,27	27	Кр 2 Аналитическая геометрия: 9 задач из 3-х баллов. Всего за работу максимум 27 баллов. Оценка задачи: Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 1 балл. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 2 балла.	зачет
3	1	Текущий контроль	кр 3	0,18	18	КР 3 матрицы и системы линейных уравнений. 4 задачи и теоретический вопрос. Правильное решение задачи 4 балла. При несущественных арифметических ошибках в целом правильное решение 3 балла. По правильному алгоритму, но неполное или с ошибками решение задачи: 2 балла. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 2 балл. 1 балл не ставится. Неполный ответ на теоретический вопрос 1 балл.	зачет
4	1	Текущий контроль	тр 1 (часть 1)	0,16	16	Тр 1 (часть 1) Векторная алгебра: всего 7 задач. Задачи 1, 3 и 8-10 по 2 балла; Задачи 6 и 7 по 3 балла. Всего за работу максимум 16 баллов. Задача не доведена до конца при правильном плане решения или арифметические ошибки - минус 1 балл.	зачет
5	1	Текущий контроль	тр 1 (часть 2)	0,18	18	Тр 1 (часть 2) Аналитическая геометрия: всего 8 задач. Задачи 2, 4, 5 и 13-15 по 2 балла; Задачи 11 и 12 по 3 балла. Всего за работу максимум 18 баллов. Задача не доведена до конца при правильном плане решения или арифметические ошибки - минус 1 балл.	зачет
6	2	Текущий контроль	кр 4	0,24	24	Кр 4 Линейные и евклидовы пространства содержит 6 задач по 4 балла за задачу. Всего 24 балла максимум. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1 балл. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 2 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 3 балла.	экзамен

7	2	Текущий контроль	кр 5	0,24	24	Кр 5 Линейные операторы содержит 6 задач по 4 баллов за задачу. Всего 24 балла максимум. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1 балл. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 2 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 3 балла.	экзамен
8	2	Текущий контроль	кр 6	0,19	19	Кр 6 приведение кривой второго порядка к каноническому виду. 2 задачи по 8 баллов и теория 3 балла. Оценка задачи: Правильно найден базис, в котором кривая имеет канонический вид: 2 балла. Правильно записано уравнение в новых координатах: еще 2 балла. Записано уравнение в каноническом виде: еще 1 балл - всего за правильно полученное каноническое уравнение 5 баллов. Правильно построенные новые оси координат и оси симметрии кривой: 1 балл. Правильно построена кривая - еще 2 балла - всего за правильный рисунок 3 балла. Не отмечены параметры на рисунке или есть одна-две несущественные ошибки - минус 1 балл.	экзамен
9	2	Текущий контроль	тр 2 (часть 1)	0,165	16,5	Тр 2 по линейной алгебре (часть 1) содержит 7 задач. Задачи 2,3,4,6 оцениваются в 2 балла, 1 и 7 в 3 балла, 5 - в 2,5 балла. Всего 16,5 балла максимум. Оценка задач: арифметические ошибки, не приведшие к существенному искажению ответа при верной схеме решения: минус 0,5 балла, при существенных ошибках задача возвращается на доработку,	экзамен
10	1	Промежуточная аттестация	Зачетная работа	-	40	Зачетная работа (решение задач с теорией) выполняется в письменном виде. Каждая задача сопровождается соответствующим теоретическим вопросом. Все предлагаемые в работе задачи заимствованы из контрольных работ 1, 2 и 3 и типового расчета 1. Правильное решение задачи вместе с правильным ответом на теоретический вопрос оценивается в 6 баллов (4+2 соответственно). По правильному алгоритму, но неполное или с ошибками решение задачи: 2 балла. Неполный ответ на теоретический вопрос 1 балл.	зачет



11	2	Промежуточная аттестация	Экзаменационная работа.	-	40	<p>Экзаменационная работа проводится в письменном виде 3 академических часа по экзаменационным билетам. Билет содержит 4 задания, максимум по 10 баллов каждое, всего 40 баллов. Первое задание теоретическое. Оценивание: даны определения и сформулированы теоремы и свойства - 5 баллов. Приведено доказательство теоремы - ещё 5 баллов. Остальные три задания содержат каждую задачу и связанную с ней теорию. Оцениваются 7+3 балла соответственно. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1-2 балла. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 3 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 5 баллов. Оценивание теории: правильно сформулированы не все определения и свойства: 1-2 балла.</p>	экзамен
12	2	Текущий контроль	Тр 2 (часть 2)	0,165	16,5	<p>Тр 2 по линейной алгебре (часть 2) содержит 5 задач. Задачи 8 и 10 оцениваются в 3 балла, 9 - в 2,5 балла. Задачи 11а и 11б за правильное уравнение 2 балла, за правильный график еще 2 балла. Оценка задач: арифметические ошибки, не приведшие к существенному искажению ответа при верной схеме решения: минус 0,5 балла, при существенных ошибках задача возвращается на доработку. Всего 16,5 балла максимум.</p>	экзамен

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Зачетная работа (решение задач с теорией) проводится в письменном виде. Длительность 3 академических часа. Количество задач не ограничено. Результат сообщается студенту по окончании процедуры.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения
экзамен	Экзаменационная работа проводится в письменном виде 3 академических часа по экзаменационным билетам. Затем экзаменатор проверяет работы и объявляет результаты студентам. В случае необходимости (недостаточно раскрыта теория, есть вопросы по решению задач) экзаменатор беседует со студентом по его билету. Экзаменационный билет содержит 4 задания, по 10 баллов каждое, всего 40 баллов.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

### 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ОПК-1	Знает: основные понятия линейной алгебры: матрицы, системы линейных уравнений, линейные пространства, линейные операторы, и основные свойства этих понятий.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-1	Умеет: решать системы линейных уравнений, выполнять действия над матрицами и квадратичными формами.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: построения линейных моделей объектов и процессов в виде матричных соотношений, систем линейных уравнений, линейных пространств и линейных операторов			+		+		+		++		+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Печатная учебно-методическая документация

##### а) основная литература:

1. Сборник задач по линейной алгебре Учеб. пособие для инж.-техн. спец. вузов. - Минск: Вышэйшая школа, 1980. - 192 с. ил.
2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии Учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов Под ред. В. Т. Воднева. - 2-е изд., перераб. и доп. - Минск: Вышэйшая школа, 1986. - 271,[1] с. ил.
3. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии Текст учебное пособие для втузов Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб.: Профессия, 2006

##### б) дополнительная литература:

Не предусмотрена

##### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

##### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Дильман, В.Л. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 59 с.
2. Дильман, В.Л. Типовые расчеты по курсу высшей математики: Сборник за-дач / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина, А.А. Эбель; под ред. В.Л. Дильмана. – Че-лябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – Ч. 1. – 104 с.

##### из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Дильман, В.Л. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 59 с.

2. Дильман, В.Л. Типовые расчеты по курсу высшей математики: Сборник за-дач / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина, А.А. Эбель; под ред. В.Л. Дильмана. – Че-лябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – Ч. 1. – 104 с.

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 312 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2109">http://e.lanbook.com/book/2109</a> — Загл. с экрана.
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мальцев, А.И. Основы линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 480 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/251">http://e.lanbook.com/book/251</a> — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Практические занятия и семинары	505 (16)	Доска, мел
Лекции	505 (16)	Проектор, экран. Доска, мел.