

# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Замышляева А. А.  
Пользователь: заполняющая  
Дата подписания: 05.12.2021

А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины 1.0.17 Дифференциальная геометрия и топология  
для направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Вычислительная механика**

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению  
подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утверждённым приказом  
Минобрнауки от 23.08.2017 № 807

Зав.кафедрой разработчика,  
к.физ.-мат.н., доц.

Е. С. Шестаковская

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Шестаковская Е. С.  
Пользователь: shestakovskaias  
Дата подписания: 30.11.2021

Разработчик программы,  
д.физ.-мат.н., доц., профессор

М. В. Плеханова

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Плеханова М. В.  
Пользователь: plxhanovamv  
Дата подписания: 30.11.2021

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.

С. А. Загребина

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Загребина С. А.  
Пользователь: zagrebinasa  
Дата подписания: 04.12.2021

Челябинск

## **1. Цели и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии, овладение современным аппаратом для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Задачи курса: фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии; овладение современным аппаратом для дальнейшего использования при моделировании различных экономических задач; подготовка к использованию базовых методов дифференциальной геометрии и топологии при исследовании геометрических объектов, возникающих при математическом моделировании различных процессов.

## **Краткое содержание дисциплины**

Геометрические объекты: кривые, способы задания, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Поверхности: способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, квадратичная форма поверхности, кривизна, геодезические и их свойства. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

## **2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач

## **3. Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.09 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, 1.О.11 Математический анализ, 1.О.14 Математические основы аналитической	1.О.18 Функциональный анализ

механики и теоретической физики, 1.О.12 Дополнительные главы математического анализа	
---	--

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.12 Дополнительные главы математического анализа	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.09 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.11 Математический анализ	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.14 Математические основы аналитической механики и теоретической физики	Знает: основные понятия и методы теоретической механики Умеет: применять и обосновывать выбранные методы теоретической механики при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов теоретической механики при решении конкретных задач

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108
Аудиторные занятия:	48	48

<b>Лекции (Л)</b>	<b>24</b>	<b>24</b>
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	24	24
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<b>Самостоятельная работа (CPC)</b>	<b>53,75</b>	<b>53,75</b>
с применением дистанционных образовательных технологий	0	
Подготовка к зачету	18,75	18.75
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	20	20
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	7,5	7.5
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	7,5	7.5
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет

## 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Теория кривых	13	6	7	0
2	Теория поверхностей	25	14	11	0
3	Топология	10	4	6	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
2	1	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые. Репер Френе.	2
3	1	Кривизна и кручение пространственных кривых.	2
4	2	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	2
5	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
6	2	Кривизна кривых на поверхности.	2
7	2	Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм.	2
8	2	Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
9	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
10	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства	2
12	3	Непрерывные обображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости. Некоторые понятия общей топологии.	2

### 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов

1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
2	1	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые.	2
3-4	1	Репер Френе. Кривизна и кручение пространственных кривых. Контрольная работа «Теория кривых».	3
5	2	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	1
6	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
7	2	Кривизна кривых на поверхности. Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
8	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
9	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2
10	2	Контрольная работа «Теория поверхностей».	2
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.	2
12	3	Способы задания топологий. Некоторые понятия общей топологии	2
13	3	Характеристика Эйлера	2

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

### 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к зачету	ПУМД осн.лит-ра [1] гл.1-2, с.6-60, [2] гл. 1,2, стр. 2-32 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1,2, стр. 7-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-67	5	18,75
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 17-32 (или ЭУМД [1] гл. 1,2, стр. 6-32, учебное пособие)	5	20
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 12-16 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 37-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр. 48-67	5	7,5
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 6-11 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 7-36, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-47	5	7,5

## 6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мester	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учи-тыва-
------	-----------	--------------	-----------------------------------	-----	------------	---------------------------	-----------

							ется в ПА
1	5	Текущий контроль	Контрольная работа Теория кривых	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.	зачет
2	5	Текущий контроль	Контрольная работа Теория поверхностей	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.	зачет

3	5	Текущий контроль	РГР	1	20	<p>РГР является индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменной форме и сдается за две недели до окончания семестра. На зачете студент имеет право добрать баллы за РГР, исправив ошибки. РГР содержит пять заданий, каждое из которых Баллы выставляются по следующим критериям:</p> <p>Верно выбран ход решения, допущены грубые ошибки -1 балл</p> <p>В решении допущены арифметические ошибки, решение не является строго обоснованным – 2 балла</p> <p>Решение полно, строго обосновано, допущены арифметические ошибки – 3 балла</p> <p>Задание решено верно, решение полно и строго обосновано – 4 балла</p>	зачет
4	5	Промежуточная аттестация	Зачет	-	5	<p>На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- правильно выбраны формулы, но нет решения конкретной задачи - 1 балл;</li> <li>- приведенное решение содержит теоретические ошибки - 2 балла;</li> <li>- решение правильное - 3 балла;</li> <li>- решение правильное, студент демонстрирует понимание формул при собеседовании - 4 балла;</li> <li>- решение правильное, студент верно отвечает на вопросы на понимание формул и может привести их вывод - 5 баллов.</li> </ul>	зачет

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	<p>Оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине проводится на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Прохождение всех контрольно-рейтинговых мероприятий текущего контроля обязательно. Если рейтинг студента по текущему контролю менее 60%, то он проходит мероприятие промежуточной аттестации. На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. На решение задачи дается 2 ак.ч.</p>	<p>В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения</p>

## 6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ
		1 2 3 4

ОПК-1	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики	++++
ОПК-1	Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач	++++
ОПК-1	Имеет практический опыт: использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач	++++

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### a) основная литература:

1. Иванова, Н. Д. Элементы дифференциальной геометрии и топологии [Текст] учеб. пособие по направлению "Математика и компьютер. науки" др. Н. Д. Иванова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 59, [2] с. ил. электрон. версия

2. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

#### б) дополнительная литература:

Не предусмотрена

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание

1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2008. — 144 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2295">http://e.lanbook.com/book/2295</a> — Загл. с экрана.
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мищенко, А.С. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии. [Электронный ресурс] / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2004. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/154011">https://e.lanbook.com/book/154011</a> — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено