

# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук



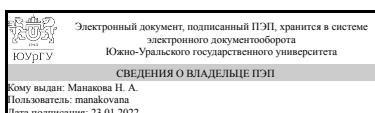
А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.21 Уравнения математической физики  
для направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Уравнения математической физики

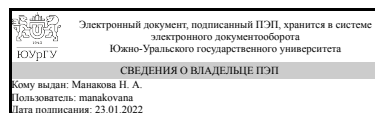
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 9

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., доц.



Н. А. Манакова

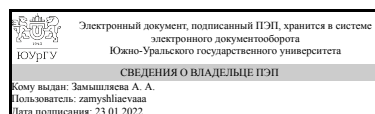
Разработчик программы,  
д.физ.-мат.н., доц., профессор



Н. А. Манакова

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.



А. А. Замышляева

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса заключается в том, чтобы ознакомить студентов с многообразием применяемых методов для решения начально-краевых задач в теории уравнений математической физики, обучить использованию этих методов. Конкретные задачи курса сводятся к следующему: 1. Анализ и выработка решений в области уравнений математической физики; 2. Подготовка данных для составления обзоров, отчетов и научных публикаций; 3. Изучение научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования.

## Краткое содержание дисциплины

Классификация линейных уравнений второго порядка, уравнения гиперболического типа, уравнения параболического типа, уравнения эллиптического типа

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знает: методы решений уравнений математической физики Умеет: модифицировать алгоритмы решения уравнений математической физики в зависимости от краевых и начальных условий

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Нет	Не предусмотрены

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

## 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., 74,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах
		Номер семестра
		5
Общая трудоёмкость дисциплины	144	144
<i>Аудиторные занятия:</i>	64	64

Лекции (Л)	32	32
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
Самостоятельная работа (СРС)	69,5	69,5
с применением дистанционных образовательных технологий	0	
Подготовка к теоретическим и практическим контрольным работам	13,5	13,5
Выполнение индивидуальных домашних заданий	20	20
Подготовка к экзамену	18	18
Выполнение домашних заданий	18	18
Консультации и промежуточная аттестация	10,5	10,5
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен

## 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Классификация линейных уравнений второго порядка	8	4	4	0
2	Уравнения гиперболического типа	20	10	10	0
3	Уравнения параболического типа	16	8	8	0
4	Уравнения эллиптического типа	20	10	10	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Классификация уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики.	2
2	1	Классификация уравнений с частными производными второго порядка со многими независимыми переменными.	2
3	2	Вывод уравнения малых поперечных колебаний однородной закрепленной струны. Постановка начально-краевых задач.	2
4	2	Решение Даламбера. Физический смысл. Метод характеристик.	2
5	2	Полубесконечная струна и метод продолжения. Устойчивость решения. Пример Адамара.	2
6	2	Первая краевая задача для однородного уравнения малых колебаний струны. Метод разделения переменных. Обоснование метода Фурье.	2
7	2	Неоднородное уравнение малых колебаний струны. Метод Фурье. Общая первая краевая задача для уравнения малых колебаний струны.	2
8	3	Вывод уравнения распространения тепла в стержне и в теле. Постановка краевых задач.	2
9	3	Принцип максимального значения. Теорема единственности существования решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности.	2
10	3	Теорема единственности для (полу)бесконечной прямой. Метод Фурье для бесконечного стержня. Формула Пуассона. Исследование формулы Пуассона	2
11	3	Первая краевая задача для однородного уравнения теплопроводности. Метод	2

		разделения переменных. (Метод Фурье). Обоснование метода Фурье.	
12	4	Постановка краевых задач. Стационарное тепловое поле. Оператор Лапласа в полярных, цилиндрических, сферических координатах. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного.	2
13	4	Свойства гармонических функций. Принцип максимального значения. Единственность и устойчивость первой краевой задачи.	2
14	4	Задача Дирихле для круга. Метод разделения переменных. Обоснование метода Фурье.	2
15	4	Метод функции Грина для задачи Дирихле (трехмерный случай). Метод функции Грина для задачи Дирихле (двухмерный случай).	2
16	4	Задача Дирихле для уравнения Лапласа для шара.	2

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Приведение к каноническому виду уравнений относительно функций 2 независимых переменных	2
2	1	Приведение к каноническому виду уравнений относительно функций 3 независимых переменных	2
3	2	Приведение уравнения с гиперболического вида к каноническому виду. Общее решение. Метод характеристик	2
4	2	Задача Коши для уравнения гиперболического типа. Формулы Даламбера	2
5	2	Метод распространения волн для уравнения гиперболического типа. Формула Даламбера. Полубесконечная струна	2
6	2	Метод Фурье для однородного гиперболического уравнения. Метод Фурье для неоднородного гиперболического уравнения с ненулевыми граничными условиями	2
7	2	Общая первая краевая задача для уравнения малых колебаний струны	2
8	3	Метод Фурье для уравнения теплопроводности однородного и неоднородного на отрезке	2
9	3	Общая первая краевая задача для уравнения теплопроводности	2
10	3	Задача Коши для уравнения теплопроводности (бесконечная и полубесконечная струна)	2
11	3	Метод Фурье для уравнения теплопроводности в цилиндре	2
12	4	Метод Фурье для уравнений Лапласа и Пуассона (в прямоугольнике)	4
13	4	Метод Фурье для уравнения Лапласа и Пуассона (в круге)	4
14	4	Метод Фурье для уравнения Лапласа в шаре	2

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к теоретическим и практическим контрольным работам	ЭУМД, осн. лит. 2, пункты 2.1-2.3, 3.1,3.2; пар.№ 4, 13-16, 21-25, 32-34;	5	13,5

	ПУМД, осн. лит. 2, Гл.2; ПУМД, осн. лит. 3, Гл.1; Гл.2 п. 1.1, 2.1-2.6, 3.1-3.6; Гл.3 п. 1.1, 2.1, 2.2, 2.5, 3.1,3.2; Гл.4 п. 1.1, 1.3, 1.5, 2.1, 3.1-3.2; ЭУМД, доп. лит. 1, с. 15-140; ЭУМД, осн. лит. 5, с 7-140.		
Выполнение индивидуальных домашних заданий	ЭУМД, осн. лит. 2, пункты 2.1-2.3, 3.1,3.2; пар.№ 4, 13-16, 21-25, 32-34; ПУМД, осн. лит. 2, Гл.2; ПУМД, осн. лит. 3, Гл.1; Гл.2 п. 1.1, 2.1-2.6, 3.1-3.6; Гл.3 п. 1.1, 2.1, 2.2, 2.5, 3.1,3.2; Гл.4 п. 1.1, 1.3, 1.5, 2.1, 3.1-3.2; ЭУМД, доп. лит. 1, с. 15-140; ЭУМД, осн. лит. 5, с 7-140.	5	20
Подготовка к экзамену	ЭУМД, осн. лит. 2 - 4; ПУМД, осн. лит. 1-3; ПУМД, доп. лит. 1; ЭУМД, доп. лит. 1.	5	18
Выполнение домашних заданий	ЭУМД, осн. лит. 2, пункты 2.1-2.3, 3.1,3.2; пар.№ 4, 13-16, 21-25, 32-34; ПУМД, осн. лит. 2, Гл.2; ПУМД, осн. лит. 3, Гл.1; Гл.2 п. 1.1, 2.1-2.6, 3.1-3.6; Гл.3 п. 1.1, 2.1, 2.2, 2.5, 3.1,3.2; Гл.4 п. 1.1, 1.3, 1.5, 2.1, 3.1-3.2; ЭУМД, доп. лит. 1, с. 15-140; ЭУМД, осн. лит. 5, с 7-140.	5	18

## 6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	5	Текущий контроль	Практическая контрольная работа 1	0,15	15	Контрольная работа состоит из трех задач и проводится в письменной форме. Длительность проведения 60 минут. Максимальный балл за решение задачи – 5 баллов. Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов - решение без ошибок; 4 балла - за решение с одной незначительной ошибкой, не повлиявшей на ход решение и ответ; 3 балла - за решение с одной грубой ошибкой, повлиявшей на ход решения и ответ; 2 балла - за решение с тремя ошибками, или решение выполнено на 50%; 1 балл - за решение с четырьмя ошибками, или решение выполнено на 20% (например, верно и обосновано выбран метод решения, но к решению	экзамен

						не приступили); 0 баллов - за решение с пятью или более ошибками (или его отсутствие).	
2	5	Текущий контроль	Практическая контрольная работа 2	0,15	15	Контрольная работа состоит из трех задач и проводится в письменной форме. Длительность проведения 60 минут. Максимальный балл за решение задачи – 5 баллов. Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов - решение без ошибок; 4 балла - за решение с одной незначительной ошибкой, не повлиявшей на ход решение и ответ; 3 балла - за решение с одной грубой ошибкой, повлиявшей на ход решения и ответ; 2 балла - за решение с тремя ошибками, или решение выполнено на 50%; 1 балл - за решение с четырьмя ошибками, или решение выполнено на 20% (например, верно и обосновано выбран метод решения, но к решению не приступили); 0 баллов - за решение с пятью или более ошибками (или его отсутствие).	экзамен
3	5	Текущий контроль	Практическая контрольная работа 3	0,15	15	Контрольная работа состоит из трех задач и проводится в письменной форме. Длительность проведения 60 минут. Максимальный балл за решение задачи – 5 баллов. Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов - решение без ошибок; 4 балла - за решение с одной незначительной ошибкой, не повлиявшей на ход решение и ответ; 3 балла - за решение с одной грубой ошибкой, повлиявшей на ход решения и ответ; 2 балла - за решение с тремя ошибками, или решение выполнено на 50%; 1 балл - за решение с четырьмя ошибками, или решение выполнено на 20% (например, верно и обосновано выбран метод решения, но к решению не приступили); 0 баллов - за решение с пятью или более ошибками (или его отсутствие).	экзамен
4	5	Текущий контроль	Теоретическая контрольная работа 1	0,08	8	Контрольная точка Т1 проводится на лекционном занятии. Продолжительность – 40 минут. Работа состоит из 4 теоретических вопросов. Максимальная оценка за вопрос составляет 2 балла. При оценке используется следующая	экзамен

						шкала: 2 балла – приведен полный ответ на вопрос, все использованные формулы верны, записаны все требуемые свойства; 1 балл – в ответе содержатся 2–3 ошибки или ответ неполный, но при этом изложено не менее 60% полного ответа; 0 баллов – изложено менее 60% верного ответа на вопрос.	
5	5	Текущий контроль	Теоретическая контрольная работа 2	0,08	8	Контрольная точка Т2 проводится на лекционном занятии. Продолжительность – 40 минут. Работа состоит из 4 теоретических вопросов. Максимальная оценка за вопрос составляет 2 балла. При оценке используется следующая шкала: 2 балла – приведен полный ответ на вопрос, все использованные формулы верны, записаны все требуемые свойства; 1 балл – в ответе содержатся 2–3 ошибки или ответ неполный, но при этом изложено не менее 60% полного ответа; 0 баллов – изложено менее 60% верного ответа на вопрос.	экзамен
6	5	Текущий контроль	Решение индивидуальных заданий	0,2	30	Контрольная точка С служит для контроля самостоятельной работы студентов. Задание выдается студенту в начале семестра. Вариант определяется порядковым номером студента в журнале группы. Работа выполняется студентом самостоятельно вне аудитории и сдается студентом на 13-й неделе текущего семестра. Контрольная точка содержит 10 задач по основным темам курса. Студент должен самостоятельно решить задачи, привести условие задачи, аккуратно оформить их подробное решение, привести в решении использованные свойства и формулы. Максимальный балл за решение задачи – 3 балла. Каждая задача оценивается следующим образом: 3 балла – задача решена верно, ошибок нет; 2 балла – выбран верный метод решения задачи, возможна арифметическая ошибка; 1 балл – выбран верный метод решения, есть 1–2 грубые ошибки; 0 баллов – отсутствует решение или сделано более 2 грубых ошибок.	экзамен
7	5	Текущий контроль	Активная работа и проверка	0,12	4	Контрольная точка П служит для учета выполнения студентами домашних	экзамен

			домашних работ			заданий и работы на практических занятиях. Оценка осуществляется с помощью подсчета процента выполненных студентом контролируемых преподавателем домашних заданий и процента практических занятий, на которых студент присутствовал и проявлял достаточную активность (решение задач у доски, решение задач на своем рабочем месте, заданные вопросы и т.д.). Максимальный балл составляет 4. Используется следующая шкала: 4 балла – 90–100%, 3 балла – 80–89%, 2 балла – 70–79%, 1 балл – 60–69%, 0 баллов – менее 60%.	
8	5	Текущий контроль	Проверка конспекта лекций и посещаемости	0,07	7	Максимальный балл - 7. При оценке используется следующая шкала: 7*m/n баллов – приведен полный конспект лекций, где m-количество посещенных занятий, а n - общее количество занятий.	экзамен
9	5	Промежуточная аттестация	Экзамен	-	20	Форма проведения экзамена – письменная. Целью экзаменационной работы является проверка уровня знания теоретического материала, умения решать задачи, требующие комплексного использования основных методов решения, и умение применять математические методы и модели в решении профессиональных задач. Работа состоит из 2-х теоретических вопросов и 2-х практических задач. Преподаватель по желанию может провести устное собеседование студента для выявления возможной ошибки. Максимальная оценка – 20 баллов. Количество заданий – 4. Каждое задание оценивается в 5 баллов. При оценке ответа на теоретический вопрос используется шкала оценки: 5 баллов – вопрос раскрыт полностью, ошибок в ответе нет; 4 балла – вопрос раскрыт не полностью (не менее 80%), ошибок в ответе нет; 3 балла – вопрос раскрыт не полностью (не менее 80%), 1-2 негрубые ошибки; 2 балла – вопрос раскрыт удовлетворительно, имеются существенные недостатки по полноте и содержанию ответа; 1 балл – ответ не является логически законченным и обоснованным, поставленный вопрос раскрыт	экзамен



					<p>неудовлетворительно с точки зрения полноты и глубины изложения материала;</p> <p>0 баллов – отсутствует ответ на вопрос или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом.</p> <p>При оценке каждого практического задания используется шкала оценки:</p> <p>5 баллов – задание решено правильно и полностью, ошибок в ответе нет;</p> <p>4 балла – выбраны правильный ход и методы решения, допущена вычислительная ошибка или описка, студент в ходе устного собеседования смог ее исправить;</p> <p>3 балла – выбраны правильный ход и методы решения; допущена вычислительная ошибка или описка, студент в ходе устного собеседования не смог ее исправить; допущены 1-2 негрубые ошибки в ходе преобразований, студент смог их исправить в ходе устного собеседования;</p> <p>2 балла – выбраны правильный ход и методы решения, допущены 1-2 негрубые ошибки в ходе преобразований, студент не смог их исправить в ходе устного собеседования; задание решено не полностью (не менее 70%), в ходе устного собеседования студент смог указать путь дальнейшего решения и частично провел его.</p> <p>1 балл – задание решено не полностью (не менее 70%), в ходе устного собеседования студент не смог указать путь дальнейшего решения;</p> <p>0 баллов – отсутствует решение задания или содержание решения не соответствует заданию.</p>	
--	--	--	--	--	--	--

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	<p>На экзамене происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Экзаменационная работа проводится в письменной форме. Студенту дается 130 минут на написание работы.</p>	<p>В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения</p>

### 6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
ОПК-3	Знает: методы решений уравнений математической физики	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-3	Умеет: модифицировать алгоритмы решения уравнений математической физики в зависимости от краевых и начальных условий	+	+	+				+	+	+

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Печатная учебно-методическая документация

##### а) основная литература:

1. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики Текст Учеб. для вузов В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - М.: Физико-математическая литература: Лаборатория базовы, 2000
2. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики [Текст] Учеб. пособие для вузов А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - М.: Наука, 1977. - 735 с. граф.
3. Араманович, И. Г. Уравнения математической физики Учеб. пособие для вузов. - 2-е изд., стер. - М.: Наука, 1969. - 287 с. черт.

##### б) дополнительная литература:

1. Будак, Б. М. Сборник задач по математической физике Для ун-тов Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. - 2-е изд., испр. - М.: Наука, 1972. - 687 с. черт.

##### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

##### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Уравнения параболического типа: методические указания/ составители: А.А. Замышляева, Е.В. Бычков. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2013.
2. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных/ составители: Н.А. Манакова, А.А. Баязитова. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2009. -28 с
3. Метод Фурье для уравнений гиперболического типа: методические указания/ составители: Н.А. Манакова, Е.А. Чиж. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008-22 с
4. Метод Фурье для уравнений эллиптического типа: методические указания/ составители: А.Ф. Гильмутдинова, А.А. Баязитова. - Магнитогорск: МаГУ, 2010

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Уравнения параболического типа: методические указания/ составители: А.А. Замышляева, Е.В. Бычков. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2013.
2. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных/ составители: Н.А. Манакова, А.А. Баязитова. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2009. -28 с
3. Метод Фурье для уравнений гиперболического типа: методические указания/ составители: Н.А. Манакова, Е.А. Чиж. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2008-22 с
4. Метод Фурье для уравнений эллиптического типа: методические указания/ составители: А.Ф. Гильмутдинова, А.А. Баязитова. - Магнитогорск: МаГУ, 2010

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Ильин, А.М. Уравнения математической физики. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 192 с. <a href="http://e.lanbook.com/book/2181">http://e.lanbook.com/book/2181</a>
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Владимиров, В.С. Уравнения математической физики. [Электронный ресурс] / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2000. — 400 с. <a href="http://e.lanbook.com/book/2363">http://e.lanbook.com/book/2363</a>
3	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. [Электронный ресурс] / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 216 с. <a href="http://e.lanbook.com/book/71748">http://e.lanbook.com/book/71748</a>
4	Основная литература	Электронный каталог ЮУрГУ	А.А. Замышляева, Н.А. Манакова, Е.В. Бычков, О.Н. Цыпленкова Классические модели математической физики. Челябинск : Издательский Центр ЮУрГУ , 2020 <a href="http://www.lib.susu.ac.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&amp;key=000568702">http://www.lib.susu.ac.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&amp;key=000568702</a>

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий

Лекции	708a (1)	проектор, экран
Экзамен	707 (1)	компьютеры
Практические занятия и семинары	708a (1)	доска, мел, проектор