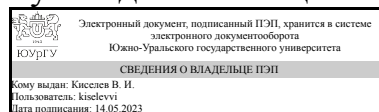


УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель специальности



В. И. Киселев

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины 1.Ф.03 Вариационные методы в проектировании ЛА для специальности 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов**

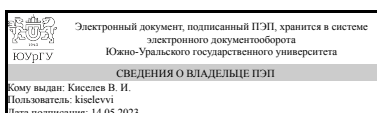
**уровень** Специалитет

**форма обучения** очная

**кафедра-разработчик** Прикладная математика и ракетодинамика

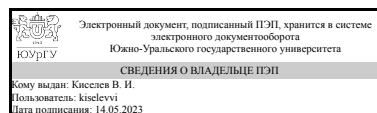
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов, утверждённым приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 964

Зав.кафедрой разработчика,  
к.техн.н., доц.



В. И. Киселев

Разработчик программы,  
к.техн.н., доц., заведующий  
кафедрой



В. И. Киселев

## 1. Цели и задачи дисциплины

Обеспечить математическое образование дипломированного специалиста, достаточное для изучения других дисциплин, а также для работы по специальности.

### Краткое содержание дисциплины

Задачи, приводящие к вариационным проблемам (на примере задачи Дидоны, задачи о брахистохроне). Понятие функционала. Понятие вариации функции и вариации функционала. Лемма Лагранжа, лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая вариационная задача. Уравнение Эйлера. Вывод уравнения Эйлера. Анализ уравнения Эйлера для различных случаев функционала (допускающих понижение порядка). Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления (функционал от нескольких функций, с производными высшего порядка, от функции многих переменных). Канонический вид уравнений Эйлера. Задача со свободными концами. Условия трансверсальности. Параметрическое представление задачи. Инвариантность уравнения Эйлера. Метод множителей Лагранжа в задачах ВИ. Первое необходимое условие экстремума. Следствия из него (уравнение Эйлера, уравнение Вейерштрасса-Эрдмана, условие Гильберта). Поле экстремалей. Понятие поля экстремалей. С-дискриминант, огибающая, сопряженная точка. Достаточное условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей. Достаточное условие Лежандра включения экстремали в поле экстремалей. Фигуратриса. Достаточные условия экстремума (Вейерштрасса, Лежандра). Задачи на условный экстремум. Задача отыскания геодезических. Изопериметрическая задача. Обобщения. Разрывные задачи. Односторонние вариации. Теория Гамильтона-Якоби. Вариационные принципы механики (принцип Гамильтона-Остроградского, принцип наименьшего действия в форме Лагранжа). Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби. Общая идея прямых методов. Метод Эйлера. Метод Рунге. Метод Канторовича.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Знает: проблемные ситуации на основе системного подхода Умеет: использовать CALS- технологии Имеет практический опыт: разрабатывать последовательность решения поставленной задачи

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.29 История ракетно-космической техники	1.О.33 Основы патентных исследований, 1.О.21 Планирование эксперимента и методы обработки результатов в проектировании летательных аппаратов

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.29 История ракетно-космической техники	Знает: основные пути развития и совершенствования авиационной и ракетно-космической деятельности, историю развития ракетно-космической техники, роль русских ученых в развитии ракетно-космической техники, историю ВУЗа Умеет: критически и системно анализировать достижения авиационной и ракетно-космической техники, анализировать пути развития РКТ Имеет практический опыт: поиска научно-технической информации в области авиационной и ракетно-космической техники, применения основных законов и понятий ракетно-космической техники

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		7	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48	
Лекции (Л)	16	16	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75	
Решение задач	33,75	33,75	
Подготовка к зачёту	20	20	
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	

#### 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Первая вариация и необходимые условия экстремума	12	4	8	0
2	Вторая вариация и достаточные условия экстремума	18	6	12	0
3	Канонические уравнения и вариационные	12	4	8	0

	принципы				
4	Прямые методы вариационного исчисления	6	2	4	0

## 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Задачи, приводящие к вариационным проблемам (на примере задачи Дидоны, задачи о брахистохроне). Понятие функционала. Понятие вариации функции и вариации функционала. Лемма Лагранжа, лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая вариационная задача. Уравнение Эйлера. Вывод уравнения Эйлера. Анализ уравнения Эйлера для различных случаев функционала (допускающих понижение порядка).	2
2	1	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления (функционал от нескольких функций, с производными высшего порядка, от функции многих переменных). Канонический вид уравнений Эйлера. Параметрическое представление задачи. Инвариантность уравнения Эйлера. Метод множителей Лагранжа в задачах ВИ. Первое необходимое условие экстремума. Следствия из него (уравнение Эйлера, уравнение Вейерштрасса-Эрдмана, условие Гильберта). Задача со свободными концами. Условия трансверсальности.	2
3	2	Поле экстремалей. Понятие поля экстремалей. С-дискриминант, огибающая, сопряженная точка. Достаточное условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей.	2
4	2	Достаточное условие Лежандра включения экстремали в поле экстремалей. Фигуратриса. Достаточные условия экстремума (Вейерштрасса, Лежандра).	2
5	2	Задачи на условный экстремум. Задача отыскания геодезических. Изопериметрическая задача. Обобщения.	2
6	3	Разрывные задачи. Односторонние вариации. Теория Гамильтона-Якоби.	2
7	3	Вариационные принципы механики (принцип Гамильтона-Остроградского, принцип наименьшего действия в форме Лагранжа). Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби.	2
8	4	Общая идея прямых методов. Метод Эйлера. Метод Ритца. Метод Канторовича.	2

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Задачи, приводящие к вариационным проблемам. Понятие функционала. Понятие вариации функции и вариации функционала. Простейшая вариационная задача. Уравнение Эйлера. Вывод уравнения Эйлера. Анализ уравнения Эйлера для различных случаев функционала (допускающих понижение порядка).	4
2	1	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления (функционал от нескольких функций, с производными высшего порядка, от функции многих переменных). Канонический вид уравнений Эйлера. Параметрическое представление задачи. Инвариантность уравнения Эйлера. Метод множителей Лагранжа в задачах ВИ. Первое необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера, уравнение Вейерштрасса-Эрдмана, условие Гильберта. Задача со свободными концами. Условия трансверсальности.	4

3	2	Поле экстремалей. Понятие поля экстремалей. С-дискриминант, огибающая, сопряженная точка. Достаточное условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей.	4
4	2	Достаточное условие Лежандра включения экстремали в поле экстремалей. Фигуратриса. Достаточные условия экстремума (Вейерштрасса, Лежандра).	4
5	2	Задачи на условный экстремум. Задача отыскания геодезических. Изопериметрическая задача. Обобщения.	4
6	3	Разрывные задачи. Односторонние вариации. Теория Гамильтона-Якоби.	4
7	3	Вариационные принципы механики (принцип Гамильтона-Остроградского, принцип наименьшего действия в форме Лагранжа). Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби.	4
8	4	Общая идея прямых методов. Метод Эйлера. Метод Рунге. Метод Канторовича	4

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

### 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Решение задач	ПУМД, доп. лит. 1; ЭУМД, осн. лит. 5-7; доп. лит. 2-4; метод. пос. 1-6.	7	33,75
Подготовка к зачёту	ПУМД, доп. лит. 1; ЭУМД, осн. лит. 5-7; доп. лит. 2-4; метод. пос. 1-6.	7	20

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мestr	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	7	Текущий контроль	Задача 1	1	3	Решение задач осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. На решение 1 задачи отводится 0,5 часа. Каждому студенту дается по 1 задаче. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179). Правильное решение задачи соответствует 3 баллам. Частично правильный ответ	зачет

						соответствует 2 баллам. Неправильный ответ на вопрос соответствует 0 баллов.	
2	7	Текущий контроль	Задача 2	1	3	Решение задач осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. На решение 1 задачи отводится 0,5 часа. Каждому студенту дается по 1 задаче. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179). Правильное решение задачи соответствует 3 баллам. Частично правильный ответ соответствует 2 баллам. Неправильный ответ на вопрос соответствует 0 баллов.	зачет
3	7	Текущий контроль	Задача 3	1	3	Решение задач осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. На решение 1 задачи отводится 0,5 часа. Каждому студенту дается по 1 задаче. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179). Правильное решение задачи соответствует 3 баллам. Частично правильный ответ соответствует 2 баллам. Неправильный ответ на вопрос соответствует 0 баллов.	зачет
4	7	Текущий контроль	Задача 4	1	3	Решение задач осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. На решение 1 задачи отводится 0,5 часа. Каждому студенту дается по 1 задаче. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179). Правильное решение задачи соответствует 3 баллам. Частично правильный ответ соответствует 2 баллам. Неправильный ответ на вопрос соответствует 0 баллов.	зачет
5	7	Промежуточная аттестация	Зачет	-	10	При оценивании результатов мероприятий используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179). Рейтинг обучающегося по дисциплине определяется только по результатам текущего контроля. При условии выполнения всех мероприятий текущего контроля и достижении 60 % рейтинга обучающийся получает зачет. При желании повысить рейтинг за курс обучающийся на очном зачете	зачет

					<p>опрашивается устно по вопросам, взятым из списка вопросов, выносимых на зачет.</p> <p>Веса задаются преподавателем при планировании контрольно-рейтинговых мероприятий на текущий семестр.</p> <p>Зачет проводится в устной форме.</p> <p>Зачет содержит 2 теоретических вопроса из списка, каждый из которых оценивается максимально в 5 баллов.</p> <p>Максимальное количество баллов, которое студент может набрать на зачете, составляет 10.</p> <p>Шкала оценивания ответа на теоретический вопрос:</p> <p>5 баллов – вопрос раскрыт полностью, ошибок в ответе нет;</p> <p>4 балла – вопрос раскрыт не менее, чем на 80%, ошибок в ответе нет;</p> <p>3 балла – вопрос раскрыт не менее, чем на 80%, допущены 1–2 негрубые ошибки;</p> <p>2 балла – вопрос раскрыт не менее, чем на 60%, ошибок нет, или вопрос раскрыт практически полностью, но содержит 1–2 ошибки;</p> <p>1 балл – ответ не является логически обоснованным и законченным, содержит отрывочные сведения, не менее 20% от полного ответа;</p> <p>0 баллов – ответ на вопрос отсутствует или менее 20% верных сведений</p>	
--	--	--	--	--	---	--

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	<p>Студент вправе пройти контрольное мероприятие в рамках промежуточной аттестации (зачет) для улучшения своего рейтинга. Зачет проводится в соответствии с расписанием.</p> <p>Зачет проводится в устной форме. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы в пределах выданной темы.</p> <p>Зачет содержит 2 теоретических вопроса из списка, каждый из которых оценивается максимально в 5 баллов. На подготовку отводится 0,5 часа.</p>	<p>В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения</p>

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ				
		1	2	3	4	5
УК-1	Знает: проблемные ситуации на основе системного подхода	+	+	+	+	+

УК-1	Умеет: использовать CALS- технологии	+	+	+	+	+	+
УК-1	Имеет практический опыт: разрабатывать последовательность решения поставленной задачи	+	+	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

Не предусмотрена

#### б) дополнительная литература:

1. Бугров, Я. С. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М. : Наука, 1985. - 464 с.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Соколов, А. В. Методы оптимальных решений. В 2 т. : учебное пособие . Т. 1 : Общие положения. Математическое программирование / А. В. Соколов, В. В. Токарев. - М. : Физматлит, 2011. - 564 с. - (Анализ и поддержка решений).

2. Токарев, В. В. Методы оптимальных решений. В 2 т. : учебное пособие . Т. 2 : Многокритериальность. Динамика. Неопределенность / В. В. Токарев. - М. : Физматлит, 2011. - 420 с. - (Анализ и поддержка решений).

3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2015. — 220 с. — Режим доступа:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=70710](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70710)

4. Поршневу, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 727 с. — Режим доступа:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=650](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=650)

5. Паршев, Л.П. Вариационное исчисление [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Л.П. Паршев, А.В. Калинин, А.В. Мастихин. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана (Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана), 2010. — 56 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=52058](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=52058)

6. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=45675](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675)

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:



1. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2015. — 220 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=70710](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70710)
2. Поршневу, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 727 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=650](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=650)
3. Паршев, Л.П. Вариационное исчисление [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Л.П. Паршев, А.В. Калинин, А.В. Мастихин. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана (Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана), 2010. — 56 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=52058](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=52058)
4. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=45675](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675)

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Методические пособия для самостоятельной работы студента	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Токарев, В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.2. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2012. — 415 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59653">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59653</a>
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Карп, К.А. Инженерные методы вероятностного анализа авиационных и космических систем [Электронный ресурс] : / К.А. Карп, В.Н. Евдокименко, В.Г. Динеев. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 317 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2196">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2196</a>
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Паршев, Л.П. Вариационное исчисление [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Л.П. Паршев, А.В. Калинин, А.В. Мастихин. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана (Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана), 2010. — 56 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=52058">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=52058</a>
4	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мышкис, А.Д. Математика для технических ВУЗов. Специальные курсы. [+Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 633 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=282">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=282</a>
5	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа:

			<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675</a>
6	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2015. — 345 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70785">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70785</a>
7	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Косяков, М.С. Введение в распределенные вычисления [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — Спб. : НИУ ИТМО (Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики), 2014. — 155 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70827">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70827</a>

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	304 (5)	1. Процессор CEL-1700/ASUS P4BGL/256M/40G/DVD 2. Монитор SAMSUNG 17" SuncMaster 765 MB 3. Проектор Toshiba TDP-T95 4. Экран Matte White S 200x200 5. Колонки SVEN 611
Практические занятия и семинары	304 (5)	1. Процессор CEL-1700/ASUS P4BGL/256M/40G/DVD 2. Монитор SAMSUNG 17" SuncMaster 765 MB 3. Проектор Toshiba TDP-T95 4. Экран Matte White S 200x200 5. Колонки SVEN 611