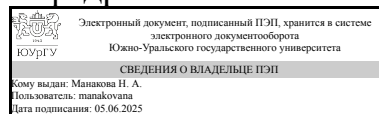


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Заведующий выпускающей  
кафедрой



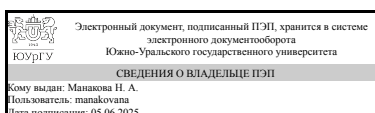
Н. А. Манакова

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.Ф.М0.01 Линейные уравнения соболевского типа  
для направления 01.04.01 Математика  
уровень Магистратура  
магистерская программа Неклассические уравнения математической физики  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Уравнения математической физики

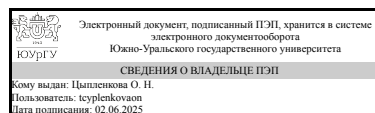
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 12

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., проф.



Н. А. Манакова

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., доцент



О. Н. Цыпленкова

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель курса состоит в освоении теории уравнений соболевского типа студентами, обучающимися в магистратуре по направлению «Математика». Конкретные задачи курса сводятся к следующему: 1. Анализ и обобщение результатов научно-исследовательских работ в области математики с использованием современных достижений науки и техники, передового российского и зарубежного опыта. 2. Изучение теоретических основ теории вырожденных полугрупп, групп операторов. 3. Приложение теории полугрупп операторов к решению задач для неклассических уравнений математической физики.

## Краткое содержание дисциплины

Аналитические группы линейных уравнений соболевского типа. Приложения теории относительно спектрально ограниченных операторов. Аналитические полугруппы линейных уравнений соболевского типа. Приложения теории относительно секториальных операторов.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)            | Планируемые результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1 Способность к интенсивной научно-исследовательской работе | Знает: основные понятия, идеи, методы, связанные с уравнениями соболевского типа, основные научные подходы исследуемой задачи<br>Умеет: использовать теоретические методы в решении прикладных задач, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах<br>Имеет практический опыт: владения навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме научно-исследовательской работы |

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана | Перечень последующих дисциплин, видов работ |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Нет                                                           | Полулинейные уравнения соболевского типа    |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

## 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., 74,5 ч. контактной работы

| Вид учебной работы                                                         | Всего часов | Распределение по семестрам |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------|----------------------------|
|                                                                            |             | в часах                    |
|                                                                            |             | Номер семестра             |
|                                                                            |             | 2                          |
| Общая трудоёмкость дисциплины                                              | 144         | 144                        |
| <i>Аудиторные занятия:</i>                                                 | 64          | 64                         |
| Лекции (Л)                                                                 | 32          | 32                         |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 32          | 32                         |
| Лабораторные работы (ЛР)                                                   | 0           | 0                          |
| <i>Самостоятельная работа (СРС)</i>                                        | 69,5        | 69,5                       |
| Подготовка к экзамену                                                      | 22          | 22                         |
| Подготовка к аудиторным занятиям                                           | 32,5        | 32,5                       |
| Подготовка к докладу                                                       | 15          | 15                         |
| Консультации и промежуточная аттестация                                    | 10,5        | 10,5                       |
| Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)                                   | -           | экзамен                    |

## 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины                                   | Объем аудиторных занятий по видам в часах |    |    |    |
|-----------|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|----|----|----|
|           |                                                                    | Всего                                     | Л  | ПЗ | ЛР |
| 1         | Аналитические группы линейных уравнений соболевского типа          | 28                                        | 14 | 14 | 0  |
| 2         | Приложения теории относительно спектрально ограниченных операторов | 8                                         | 4  | 4  | 0  |
| 3         | Аналитические полугруппы линейных уравнений соболевского типа      | 16                                        | 8  | 8  | 0  |
| 4         | Приложения теории относительно секториальных операторов            | 12                                        | 6  | 6  | 0  |

### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия                                            | Кол-во часов |
|----------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1        | 1         | Операторно-дифференциальное уравнение соболевского типа и задача Коши для него                     | 2            |
| 2        | 1         | Замечания об истории развития теории групп и полугрупп операторов с ядрами                         | 2            |
| 3        | 1         | Относительные резольвенты. Относительно сигма-ограниченные операторы                               | 2            |
| 4        | 1         | Относительно присоединенные векторы. Разрешающие группы операторов                                 | 2            |
| 5        | 1         | Фазовые пространства. Достаточные условия сигма-ограниченности                                     | 2            |
| 6        | 1         | Случай бирасщепляющего оператора. Случай фредгольмова оператора                                    | 2            |
| 7        | 1         | Задача Коши для неоднородного уравнения. Задача Коши для уравнения высокого порядка                | 2            |
| 8        | 2         | Вырожденная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения Баренблатта-Желтова-Кочиной | 2            |

|    |   |                                                                                                     |   |
|----|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 9  | 2 | Уравнения Буссинеска-Лява. Линеаризованная система уравнений Осколкова                              | 2 |
| 10 | 3 | Относительные резольвенты. Относительно $p$ -секториальные операторы                                | 2 |
| 11 | 3 | Разрешающие полугруппы. Их ядра и образы. Обобщенная задача Шоултера-Сидорова. Фазовые пространства | 2 |
| 12 | 3 | Единицы полугрупп. Существование обратного оператора. Контрпример                                   | 2 |
| 13 | 3 | Генераторы аналитических полугрупп с ядрами. Задача Коши для неоднородного уравнения                | 2 |
| 14 | 4 | Уравнение свободной поверхности фильтрующейся жидкости. Линейная система Навье-Стокса               | 2 |
| 15 | 4 | Относительно $p$ -радиальные операторы. Сильно непрерывные полугруппы уравнений соболевского типа   | 1 |
| 16 | 4 | Расщепление пространств. Обратный оператор                                                          | 1 |
| 17 | 4 | Инфинитезимальные генераторы сужений вырожденных полугрупп. Фазовые пространства                    | 1 |
| 18 | 4 | Обобщение теоремы Хилле-Иосиды-Феллера-Филлипса-Миядеры. Задача Коши для неоднородного уравнения    | 1 |

## 5.2. Практические занятия, семинары

| № занятия | № раздела | Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара                                 | Кол-во часов |
|-----------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 1         | 1         | Задача Коши для операторно-дифференциальных уравнений соболевского типа                             | 2            |
| 2         | 1         | Группы и полугруппы невырожденного уравнения в трех основных случаях                                | 2            |
| 3         | 1         | Относительные резольвенты, их аналитичность. Относительно спектрально ограниченные операторы        | 2            |
| 4         | 1         | Относительно присоединенные векторы. Разрешающие группы операторов                                  | 2            |
| 5         | 1         | Единственность фазового пространства. Нильпотентные операторы                                       | 2            |
| 6         | 1         | Бирасщепляющий и фредгольмов операторы                                                              | 2            |
| 7         | 1         | Задача Коши для неоднородного уравнения и для уравнения высокого порядка                            | 2            |
| 8         | 2         | Вырожденная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения Баренблатта-Желтова-Кочиной  | 2            |
| 9         | 2         | Уравнение Буссинеска-Лява. Линеаризованная система уравнений Осколкова                              | 2            |
| 10        | 3         | Относительно $p$ -секториальные операторы                                                           | 2            |
| 11        | 3         | Разрешающие полугруппы. Их ядра и образы. Обобщенная задача Шоултера-Сидорова. Фазовые пространства | 2            |
| 12        | 3         | Единицы полугрупп. Существование обратного оператора. Контрпример                                   | 2            |
| 13        | 3         | Генераторы аналитических полугрупп с ядрами. Задача Коши для неоднородного уравнения                | 2            |
| 14        | 4         | Уравнения свободной поверхности фильтрующейся жидкости. Линейная система Навье-Стокса               | 2            |
| 15        | 4         | Относительно $p$ -радиальные операторы. Сильно непрерывные полугруппы уравнений соболевского типа   | 1            |
| 16        | 4         | Расщепление пространств. Обратный оператор                                                          | 1            |
| 17        | 4         | Инфинитезимальные генераторы сужений вырожденных полугрупп. Фазовые пространства                    | 1            |
| 18        | 4         | Обобщение теоремы Хилле-Иосиды-Феллера-Филлипса-Миядеры. Задача Коши для неоднородного уравнения    | 1            |

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

### 5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС                   |                                                                                                                                                      |         |              |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------|
| Подвид СРС                       | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс                                                                           | Семестр | Кол-во часов |
| Подготовка к экзамену            | ЭУМД, осн. лит. 1 (Глава 1 - стр 16-63, Глава 2 - стр 73-117, Глава 3 - стр. 118-158); ПУМД, доп. лит. 1.                                            | 2       | 22           |
| Подготовка к аудиторным занятиям | ЭУМД, осн. лит. 1 (Глава 1 - стр 16-63, Глава 2 - стр 73-117, Глава 3 - стр. 118-158); метод. пособ. 1; ЭУМД, доп. лит. 1; ЭУМД, осн. лит., глава 1. | 2       | 32,5         |
| Подготовка к докладу             | ЭУМД, осн. лит. 1, доп. лит. 1                                                                                                                       | 2       | 15           |

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

| № КМ | Се-местр | Вид контроля     | Название контрольного мероприятия                        | Вес  | Макс. балл | Порядок начисления баллов                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Учитывается в ПА |
|------|----------|------------------|----------------------------------------------------------|------|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| 1    | 2        | Текущий контроль | Контрольная работа «Относительно ограниченные операторы» | 0,15 | 15         | Продолжительность – 1 академический час.<br>Контрольная работа состоит из 3 заданий. Максимальный балл за ответ на задание – 5 баллов.<br>Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов – задание верно, 4 балла – задание написано в целом правильно, содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 3 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 80% полного ответа, 2 балла - в решении содержатся ошибки, не | экзамен          |

|   |   |                  |                                                                    |      |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |
|---|---|------------------|--------------------------------------------------------------------|------|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                  |                                                                    |      |    | повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного ответа, 1 балл – в процессе решения допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного ответа; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного ответа.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |         |
| 2 | 2 | Текущий контроль | Контрольная работа<br>«Относительно р-<br>секториальные операторы» | 0,15 | 15 | <p>Продолжительность – 1 академический час.</p> <p>Контрольная работа состоит из 3 заданий. Максимальный балл за ответ на задание – 5 баллов.</p> <p>Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов – задание верно, 4 балла – задание написано в целом правильно, содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 3 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 80% полного ответа, 2 балла - в решении содержатся ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного ответа, 1 балл – в процессе решения допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного ответа; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного ответа.</p> | экзамен |
| 3 | 2 | Текущий контроль | Контрольная работа<br>«Относительно р-<br>радиальные операторы»    | 0,15 | 15 | <p>Продолжительность – 1 академический час.</p> <p>Контрольная работа состоит из 3 заданий. Максимальный балл за ответ на задание – 5 баллов.</p> <p>Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов – задание верно, 4 балла – задание написано в целом правильно, содержится не более двух негрубых</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | экзамен |

|   |   |                  |                                          |      |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |         |
|---|---|------------------|------------------------------------------|------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                  |                                          |      |    | ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 3 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 80% полного ответа, 2 балла - в решении содержатся ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного ответа, 1 балл – в процессе решения допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного ответа; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного ответа. |         |
| 4 | 2 | Текущий контроль | Активная работа                          | 0,3  | 30 | На каждом из 15 практических занятий студент может получить 2 балла:<br>студент задает вопросы по докладу - 1 балл;<br>студент правильно отвечает на вопросы по докладу - 1 балл.<br>В противном случае баллы не начисляются.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | экзамен |
| 5 | 2 | Текущий контроль | Устный доклад                            | 0,15 | 5  | При оценке используется следующая шкала:<br>подготовлен доклад - 1 балл;<br>подготовлена презентация - 1 балл;<br>оформление презентации соответствует ГОСТ- 1 балл;<br>тема доклада раскрыта полностью - 1 балл;<br>доклад вызвал интерес у аудитории - 1 балл.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | экзамен |
| 6 | 2 | Текущий контроль | Проверка конспекта лекций и посещаемости | 0,1  | 10 | Контрольное мероприятие учитывает посещаемость студентами лекций и практических занятий по дисциплине, а также для оценки правильности оформления студентами конспекта лекций. Для этого преподаватель проверяет полноту конспекта лекций и при наличии полного конспекта выставляет баллы за контрольное мероприятие, используя шкалу соответствия баллов процентам посещаемости: 10 баллов за 90–100%                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | экзамен |

|   |   |                          |       |   |    |                                                                                                                                                                                                                                                                |         |
|---|---|--------------------------|-------|---|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
|   |   |                          |       |   |    | посещенных аудиторных занятий по дисциплине, 9 за 80–89%, 8 за 70–79%, 7 за 60–69%, 6 за 50–59%, 5 за 40–49%, 4 за 30–39%, 3 за 20–29%, 2 за 10–19%, 1 за 5–9%, 0 за 0–4%. Если конспект неполный, то балл за контрольное мероприятие равен 0.                 |         |
| 7 | 2 | Промежуточная аттестация | Опрос | - | 10 | Контрольное мероприятие промежуточной аттестации проводится в письменной форме. Билет содержит 5 вопросов по разным темам курса. Правильный ответ на вопрос – 2 балла; ответ на вопрос содержит незначительные ошибки – 1 балл; неправильный ответ – 0 баллов. | экзамен |

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

| Вид промежуточной аттестации | Процедура проведения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Критерии оценивания                     |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| экзамен                      | На экзамене происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Экзаменационная работа проводится в письменной форме. Студенту дается 2 академических часа на написание работы. | В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения |

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

| Компетенции | Результаты обучения                                                                                                                      | № КМ |   |   |   |   |   |   |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|---|---|---|---|---|
|             |                                                                                                                                          | 1    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ПК-1        | Знает: основные понятия, идеи, методы, связанные с уравнениями соболевского типа, основные научные подходы исследуемой задачи            | +    | + | + | + | + | + | + |
| ПК-1        | Умеет: использовать теоретические методы в решении прикладных задач, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах        | +    | + | + | + | + | + | + |
| ПК-1        | Имеет практический опыт: владения навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме научно-исследовательской работы |      |   |   |   | + | + | + |

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Свиридюк, Г. А. Линейные уравнения соболевского типа Учеб. пособие для вузов Г. А. Свиридюк, В. Е. Федоров; Челяб. гос. ун-т. - Челябинск: Челябинский государственный университет, 2003. - 179 с.

#### б) дополнительная литература:



1. Плышевская, Т. К. Основы теории функций комплексной переменной Учеб. пособие Т. К. Плышевская, Г. А. Свиридюк; Магнитогор. гос. ун-т. - Магнитогорск: МаГУ, 2001. - 141 с.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия "Математическое моделирование и программирование".

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Цыпленкова О. Н. Линейные уравнения соболевского типа : метод. указания к изучению курса для магистрантов направления 01.04.01 "Математика" / О. Н. Цыпленкова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Уравнения мат. физики ; ЮУрГУ. - Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2024.

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Цыпленкова О. Н. Линейные уравнения соболевского типа : метод. указания к изучению курса для магистрантов направления 01.04.01 "Математика" / О. Н. Цыпленкова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Уравнения мат. физики ; ЮУрГУ. - Челябинск : Издательский центр ЮУрГУ, 2024.

### Электронная учебно-методическая документация

Нет

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Microsoft-Office(бессрочно)

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. -База данных ВИНТИ РАН(бессрочно)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Вид занятий | № ауд.      | Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий |
|-------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекции      | 708a<br>(1) | персональный компьютер, проектор, экран                                                                                                          |