## ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:

Руководитель направления

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе электронного документоборота Южно-Уральского государственного университета СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП Кому выдан: Пестаковская Е. С. Пользователь: shestakovskiaiaes

Е. С. Шестаковская

#### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины ФД.01 Дифференциальная геометрия и топология для направления 01.03.03 Механика и математическое моделирование уровень Бакалавриат форма обучения очная кафедра-разработчик Вычислительная механика

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 10

Зав.кафедрой разработчика, к.физ.-мат.н., доц.

Разработчик программы, к.физ.-мат.н., доц., заведующий кафедрой



Е. С. Шестаковская

электронный документ, подписанный ПЭП, хранитея в системе электронного документооборога (Юургу Южно-Уральского государственного университета СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП ому выдан: Шестаковская Е. С. (подъсователь: shestakovskaiaes ага подписания: 15 06.2025

Е. С. Шестаковская

#### 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии, овладение современным аппаратом для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Задачи курса: подготовка к использованию базовых методов дифференциальной геометрии и топологии при исследовании геометрических объектов, возникающих при математическом моделировании различных процессов.

#### Краткое содержание дисциплины

Геометрические объекты: кривые, способы задания, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Поверхности: способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, квадратичная форма поверхности, кривизна, геодезические и их свойства. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

# 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной	IMATEMATICACKUY OOLEKTOD HUMMENEUIIKAHLUOK

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.13 Дополнительные главы математического	
анализа, 1.О.16 Дифференциальные уравнения, 1.О.28 Комплексный анализ, 1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая	Не предусмотрены
геометрия, 1.О.14 Математический анализ	

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
7 1	1

	Знает: объекты, понятия, теоремы и методы
	математического анализа, основные понятия и
	методы дифференциального и интегрального
	исчисления Умеет: решать задачи и упражнения
	математического анализа на основе знания
1.О.14 Математический анализ	понимания утверждений и методов
11.0.14 математический анализ	математического анализа Имеет практический
	опыт: решения содержательных и прикладных
	задач, требующих знания утверждений и методов
	математического анализа, решения прикладных
	задач с использованием методов
	математического анализа
	Знает: основные понятия теории
	дифференциальных уравнений, формулировки
	теорем и методы их доказательства Умеет:
1 О 1 С П . 1 1	решать классические задачи дифференциальных
1.О.16 Дифференциальные уравнения	уравнений Имеет практический опыт:
	применения математического аппарата
	дифференциальных уравнений к решению
	прикладных задач
	Знает: основные понятия и теоремы теории
	функции комплексной переменной Умеет:
	применять навыки дифференцирования и
	интегрирования функции комплексной
1.О.28 Комплексный анализ	переменной, формулировать основные идеи
-10 1 <del>-</del> 0 110 1111 411 411 411 411 411 411 411 4	доказательства утверждения Имеет
	практический опыт: применения методов теории
	функций комплексной переменной, различных
	приемов доказательств утверждений
	Знает: конструкции криволинейных и
	поверхностных интегралов, принципы
	исследования числовых и функциональных
	рядов Умеет: вычислять криволинейные и
1.О.13 Дополнительные главы математического	поверхностные интегралы, применять
анализа	интегральные конструкции для решения
anamo	прикладных задач, исследовать сходимость
	рядов, строить разложения функций в ряд Имеет
	практический опыт: применения основных
	теорем векторного анализа
	Знает: основные положения и методологию
	линейной алгебры и аналитической геометрии,
	простейшие приложения алгебры и геометрии в
	профессиональных дисциплинах Умеет: решать
	профессиональных дисциплинах умеет, решать типовые задачи линейной алгебры и
	аналитической геометрии, решать
1 О 20 Пинайная адробра и онадистическая	аналитической геометрии, решать алгебраические уравнений и
1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая	
геометрия	другие классические задачи линейной алгебры
	Имеет практический опыт: использования
	теории матриц и их определителей при решении
	типовых и прикладных задач, использования
	основных методов линейной алгебры и
	аналитической геометрии при практических
	задач

# 4. Объём и виды учебной работы

# Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах  Номер семестра  6
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108
Аудиторные занятия:	48	48
Лекции (Л)	24	24
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	24	24
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
Самостоятельная работа (СРС)	53,75	53,75
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	7,5	7.5
Подготовка к зачету	18,75	18.75
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	7,5	7.5
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	20	20
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет

## 5. Содержание дисциплины

No	Heynyayananya maayayan waayayayay	Объем аудиторных занятий по видам в часах				
раздела	Наименование разделов дисциплины	Всего	Л	П3	ЛР	
1	Теория кривых	13	6	7	0	
2	Теория поверхностей	25	14	11	0	
3	Топология	10	4	6	0	

# 5.1. Лекции

No	№		Кол-
лекции раздела		Наименование или краткое содержание лекционного занятия	ВО
	риздели		часов
1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
2		Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые. Репер Френе.	2
3	1	Кривизна и кручение пространственных кривых.	2
4	,	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	2
5	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
6	2	Кривизна кривых на поверхности.	2
7	/.	Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм.	2
8	2	Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
9	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
10	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические	2

		пространства		1
12	3	Непрерывные обображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости. Некоторые понятия общей топологии.	2	

## 5.2. Практические занятия, семинары

<u>№</u> занятия	<b>№</b> раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара				
1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2			
2	1	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые.	2			
3-4	1	Репер Френе. Кривизна и кручение пространственных кривых. Контрольная работа «Теория кривых».	3			
5	2	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	1			
6	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2			
7	2	Кривизна кривых на поверхности. Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2			
8	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2			
9	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2			
10	2	Контрольная работа «Теория поверхностей».	2			
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.	2			
12	3	Способы задания топологий. Некоторые понятия общей топологии	2			
13	3	Характеристика Эйлера	2			

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС							
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол- во часов				
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 12-16, доп. лит-ра [1] гл.1,2 стр. 9-38	6	7,5				
подготовка к зачету	ПУМД осн.лит-ра [1] гл.1-2, с.6-60, [2] гл. 1,2, стр. 2-32	6	18,75				
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 6-11	6	7,5				
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 17-32	6	20				

# 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

## 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ KM	Се- местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Bec	Макс балл	Ποραπον μαμμοπομμα δαππορ	Учи- тыва - ется в ПА
1	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория кривых	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность — 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла — задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла — в решении содержатся 2—3 ошибки не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл — в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов — неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения или	зачет
2	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория поверхностей	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность — 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла — задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла — в решении содержатся 2—3 ошибки не повлиявшие существенно на ход	зачет

						решения, или решение не доведено до	
						ответа, но при этом изложено не менее	
						60% полного решения. 1 балл – в процессе	
						решения задачи допущены существенные	
						ошибки, показавшие, что студент не	
						владеет обязательными знаниями и	
						умениями по данной теме, или изложено	
						менее 40% полного решения; 0 баллов –	
						неверно выбран метод решения или	
						изложено менее 20% полного решения.	
3	6	Текущий контроль	РГР	1	20	РГР является индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменной форме и сдается за две недели до окончания семестра. На зачете студент имеет право добрать баллы за РГР, исправив ошибки. РГР содержит пять заданий, каждое из которых Баллы выставляются по следующим критериям: Верно выбран ход решения, допущены грубые ошибки -1 балл В решении допущены арифметические ошибки, решение не является строго обоснованным — 2 балла Решение полно, строго обосновано, допущены арифметические ошибки — 3 балла	зачет
						Задание решено верно, решение полно и строго обосновано – 4 балла	
4	6	Проме- жуточная аттестация	Зачет	-	5	На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале.  - правильно выбраны формулы, но нет решения конкретной задачи - 1 балл;  - приведенное решение содержит теоретические ошибки - 2 балла;  - решение правильное - 3 балла;  - решение правильное, студент демонстрирует понимание формул при собеседовании - 4 балла;  - решение правильное, студент верно отвечает на вопросы на понимание формул и может привести их вывод - 5 баллов.	зачет

# 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Контрольно-реитинговые мероприятия текущего контроля.  Прохождение всех контрольно-рейтинговых мероприятий	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

промежуточной аттестации. На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. На решение задачи	
дается 2 ак.ч.	

#### 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	1		№ М	4
IL 31 1 K = 1	Знает: основные понятия дифференциальной геометрии, определения и свойства математических объектов дифференциальной геометрии	+	+	+	+
IOHK-I	Имеет практический опыт: решения задач методами дифференциальной геометрии и топологии	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

#### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Печатная учебно-методическая документация

- а) основная литература:
  - 1. Иванова, Н. Д. Элементы дифференциальной геометрии и топологии [Текст] учеб. пособие по направлению "Математика и компьютер. науки" др. Н. Д. Иванова; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика; ЮУрГУ. Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. 59, [2] с. ил. электрон. версия
  - 2. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. 31, [1] с. электрон. версия
- б) дополнительная литература:
  - 1. Элементарная топология [Текст] О. Я. Виро и др. 2-е изд., испр. М.: Издательство МЦНМО, 2012. 355 с. ил.
- в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке: Не предусмотрены
- г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:
  - 1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л. Клиначева, Е.С. Шестаковская. Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2021. 35 с.
- из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:
  - 1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л. Клиначева, Е.С. Шестаковская. Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2021. 35 с.

## Электронная учебно-методическая документация

Нет

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено