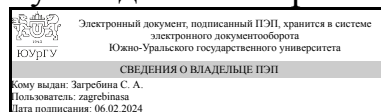


УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель направления



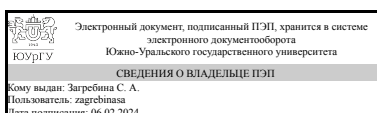
С. А. Загребина

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины 1.О.15 Дифференциальная геометрия и топология  
для направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Математическое и компьютерное моделирование**

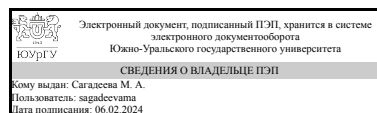
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утверждённым приказом Минобрнауки от 23.08.2017 № 807

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., проф.



С. А. Загребина

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., доцент



М. А. Сагадеева

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии, овладение современным аппаратом для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Задачи курса: фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии; овладение современным аппаратом для дальнейшего использования при моделировании различных экономических задач; подготовка к использованию базовых методов дифференциальной геометрии и топологии при исследовании геометрических объектов, возникающих при математическом моделировании различных процессов.

## Краткое содержание дисциплины

Геометрические объекты: кривые, способы задания, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Поверхности: способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, квадратичная форма поверхности, кривизна, геодезические и их свойства. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.13 Дифференциальные уравнения, 1.О.11 Комплексный анализ, 1.О.19 Основы математической логики и информатики,	Не предусмотрены

1.О.10 Дополнительные главы математического анализа, 1.О.07 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, 1.О.09 Математический анализ, 1.О.20 Дискретная математика и теория графов	
---	--

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.07 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.19 Основы математической логики и информатики	Знает: основные понятия и методы математической логики и информатики Умеет: применять и обосновывать выбранные методы математической логики и информатики при решении конкретных задач Имеет практический опыт:
1.О.09 Математический анализ	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.10 Дополнительные главы математического анализа	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.О.11 Комплексный анализ	Знает: основные понятия и методы комплексного и функционального анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы комплексного и функционального анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов комплексного и функционального анализа при решении конкретных задач
1.О.13 Дифференциальные уравнения	Знает: методы представления научных результатов, основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и

	уравнений математической физики Умеет: использовать методы самостоятельного составления документов и отчетов, применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач Имеет практический опыт: самостоятельного составления документов и отчетов, использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач
1.О.20 Дискретная математика и теория графов	Знает: основные понятия и методы дискретной математики, математической логики и теории алгоритмов и автоматов Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дискретной математики, математической логики и теории алгоритмов и автоматов при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов дискретной математики, математической логики и теории алгоритмов и автоматов при решении конкретных задач

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		6	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48	
Лекции (Л)	32	32	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	16	16	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75	
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	12,5	12.5	
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	12,5	12.5	
Подготовка к Опросу по топологии	10	10	
Подготовка к зачету	18,75	18.75	
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	

#### 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Топология	16	12	4	0
2	Теория кривых	10	6	4	0
3	Теория поверхностей	22	14	8	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол- во часов
1	1	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства	2
2	1	Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости. Некоторые понятия общей топологии.	2
3	1	Свойства связных множеств	2
4	1	Связность и непрерывные отображения	2
5-6	1	Приложение к проблеме гомеоморфизма	4
7	2	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
8	2	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые. Репер Френе.	2
9	2	Кривизна и кручение пространственных кривых.	2
10	3	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	2
11	3	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
12	3	Кривизна кривых на поверхности.	2
13	3	Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм.	2
14	3	Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
15	3	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
16	3	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2

### 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол- во часов
1	1	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.	2
2	1	Способы задания топологий. Некоторые понятия общей топологии	2
3	2	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
4	2	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые.	2
4	3	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
6	3	Кривизна кривых на поверхности. Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
7	3	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
8	3	Контрольная работа «Теория поверхностей».	2

### 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

#### 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 12-16 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 37-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр. 48-67	6	12,5
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 6-11 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 7-36, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-47	6	12,5
Подготовка к Опросу по топологии	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 17-32 (или ЭУМД [1] гл. 1,2, стр. 6-32, учебное пособие)	6	10
Подготовка к зачету	ПУМД осн.лит-ра [1] гл.1-2, с.6-60, [2] гл. 1,2, стр. 2-32 ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1,2, стр. 7-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-67	6	18,75

#### 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

##### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	6	Текущий контроль	Опрос	0,5	10	Студент должен ответить на три вопроса, каждый оценивается в три балла: 3 балла - приведен полный ответ; 2 балла - ответ содержит незначительные пробелы; 1 балл - ответ содержит основную формулу, но есть значительные пробелы в условиях применения и сопутствующей информации; 0 баллов - ответ не верен.  Дополнительный балл добавляется если в одном из заданных вопросов студент привел обоснование (вывод) основной формулы.	зачет
2	6	Текущий контроль	Решение задач	1	12	Решение трех задач по топологии. Каждая оценивается по 4х балльной шкале: 4 балла – задача решена правильно, 3	зачет

					балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения		
3	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория кривых	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.	зачет
4	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория поверхностей	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход	зачет

					решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.		
5	6	Промежуточная аттестация	Зачет	-	5	На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. - правильно выбраны формулы, но нет решения конкретной задачи - 1 балл; - приведенное решение содержит теоретические ошибки - 2 балла; - решение правильное - 3 балла; - решение правильное, студент демонстрирует понимание формул при собеседовании - 4 балла; - решение правильное, студент верно отвечает на вопросы на понимание формул и может привести их вывод - 5 баллов.	зачет

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине проводится на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Прохождение всех контрольно-рейтинговых мероприятий текущего контроля обязательно. Если рейтинг студента по текущему контролю менее 60%, то он проходит мероприятие промежуточной аттестации. На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. На решение задачи дается 2 ак.ч.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ				
		1	2	3	4	5
ОПК-1	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики	+	+	+	+	+



ОПК-1	Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач	+	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач	+		+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Иванова, Н. Д. Элементы дифференциальной геометрии и топологии [Текст] учеб. пособие по направлению "Математика и компьютер. науки" др. Н. Д. Иванова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 59, [2] с. ил. электрон. версия

2. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

#### б) дополнительная литература:

Не предусмотрена

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

#### из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система	Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2008. — 144 с. — Режим доступа:

		издательства Лань	<a href="http://e.lanbook.com/book/2295">http://e.lanbook.com/book/2295</a> — Загл. с экрана.
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мищенко, А.С. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии. [Электронный ресурс] / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2004. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/154011">https://e.lanbook.com/book/154011</a> — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Не предусмотрено