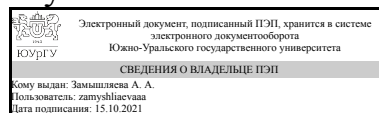


# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук



А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины П.1.В.05 Методы оптимизации естественно-научных и технических задач

для направления 01.06.01 Математика и механика

уровень аспирант тип программы

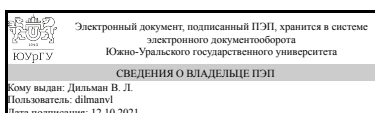
направленность программы

форма обучения очная

кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания математики

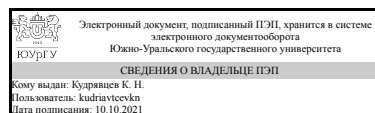
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, утверждённым приказом Минобрнауки от 29.07.2014 № 866

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доцент



К. Н. Кудрявцев

## 1. Цели и задачи дисциплины

Преподавание и изучение дисциплины следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки аспиранта. Целью дисциплины является формирование у аспирантов углубленных профессиональных знаний в области оптимизации, а именно: - теоретическая подготовка по методам оптимизации; - практическая подготовка по моделированию прикладных задач, решаемых оптимизационными методами; - обучение умению выбора тех методов оптимизации, которые приводят к наиболее эффективному решению поставленных практических и теоретических задач. Задачи дисциплины: - показать важность оптимизационных методов для решения прикладных задач; - научить выбору наиболее эффективного метода оптимизации при различных вариациях исходных данных; - освоение методов математического программирования, вариационного исчисления, теории оптимального управления; - выработка умения построения оптимизационных моделей; - повышение общего уровня профессиональной подготовки.

## Краткое содержание дисциплины

Обзор основных методов решения оптимальных задач. Методы решения несложных оптимальных задач, которые известны из курса математического анализа. Точки локального экстремума. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Совпадение точек локального экстремума с точками абсолютного экстремума для выпуклых и вогнутых функций. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа. Основные определения. Классификация методов. Численные методы безусловной оптимизации нулевого, первого и второго порядка, основные положения, особенности, рассмотрение основных методов (метод покоординатного спуска, метод случайного поиска, метод деформируемого многогранника, метод вращающихся координат, метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов, метод Гаусса-Зейделя, метод Флетчера-Ривса, метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона, метод Марквардта). Задача линейного программирования, симплекс-метод. Транспортная задача линейного программирования, метод потенциалов. Прямые методы условной оптимизации, основные определения, метод проекции градиента, комплексный метод Бокса. Методы штрафных функций, основные определения, методы внутренних и внешних штрафных функций, комбинированные алгоритмы штрафных функций. Динамическое программирование как метод решения задач оптимизации многостадийных процессов. Основные понятия. Принцип максимума Беллмана. Динамические конфликтные задачи. Равновесия в бескоалиционных дифференциальных играх.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУНы)   |
|--|--|
| ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей | Знать: методы и подходы к осуществлению научно-исследовательской деятельности в соответствующей профессиональной области с |

|   |   |
|---|---|
| профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий  | использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.  |
|   | Уметь:осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.  |
|   | Владеть:навыками научно-исследовательской деятельности в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий.  |
| УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | Знать:основные современные методы оптимизации моделей предметной области; методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях |
|   | Уметь:ориентироваться в выборе наиболее эффективных методов оптимизации; анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  |
|   | Владеть:навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях   |

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

| Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана | Перечень последующих дисциплин, видов работ   |
|---|---|
| П.1.В.04 Математическое моделирование                         | Подготовка научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук (6 семестр),<br>Подготовка научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук (7 семестр),<br>Подготовка научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук (5 семестр),<br>Подготовка научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук (8 семестр) |

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

| Дисциплина | Требования |
|------------|------------|
|------------|------------|

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| П.1.В.04 Математическое моделирование | Умение формализовать математические модели естественно-научных и технических задач |
|---------------------------------------|--|

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

| Вид учебной работы   | Всего часов | Распределение по семестрам в часах |  |
|--|-------------|------------------------------------|--|
|  |             | Номер семестра                     |  |
|  |             | 4                                  |  |
| Общая трудоёмкость дисциплины  | 108         | 108                                |  |
| <i>Аудиторные занятия:</i>   | 40          | 40                                 |  |
| Лекции (Л)   | 40          | 40                                 |  |
| Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ) | 0           | 0                                  |  |
| Лабораторные работы (ЛР)   | 0           | 0                                  |  |
| <i>Самостоятельная работа (СРС)</i>  | 68          | 68                                 |  |
| Подготовка к экзамену  | 27          | 27                                 |  |
| Подготовка доклада   | 41          | 41                                 |  |
| Вид итогового контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)                         | -           | экзамен                            |  |

#### 5. Содержание дисциплины

| № раздела | Наименование разделов дисциплины                          | Объём аудиторных занятий по видам в часах |    |    |    |
|-----------|---|---|----|----|----|
|           |   | Всего                                     | Л  | ПЗ | ЛР |
| 1         | Постановка и классификация задач оптимизации              | 2   | 2  | 0  | 0  |
| 2         | Методы решения одномерных задач статической оптимизации   | 4   | 4  | 0  | 0  |
| 3         | Методы решения многомерных задач статической оптимизации  | 6   | 6  | 0  | 0  |
| 4         | Задача линейного программирования                         | 8   | 8  | 0  | 0  |
| 5         | Решение задач статической оптимизации большой размерности | 4   | 4  | 0  | 0  |
| 6         | Методы решения задач динамической оптимизации             | 12  | 12 | 0  | 0  |
| 7         | Динамические конфликтные задачи                           | 4   | 4  | 0  | 0  |

##### 5.1. Лекции

| № лекции | № раздела | Наименование или краткое содержание лекционного занятия  | Кол-во часов |
|----------|-----------|--|--------------|
| 1        | 1         | Классификация задач оптимизации: задачи численных методов математического программирования, вариационного исчисления и оптимального управления. Примеры минимаксных задач. Понятие о многокритериальной оптимизации. | 2            |
| 2,3      | 2         | Классический метод исследования функций на экстремум. Численные методы решения одномерных задач статической оптимизации. Классификация методов. Численные методы безусловной оптимизации нулевого, первого и         | 4            |

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
|       |   | второго порядка, основные положения, особенности, рассмотрение основных методов (метод покоординатного спуска, метод случайного поиска, метод деформируемого многогранника, метод вращающихся координат, метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов, метод Гаусса-Зейделя, метод Флетчера-Ривса, метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона, метод Марквардта). |   |
| 4     | 3 | Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Совпадение точек локального экстремума с точками абсолютного экстремума для выпуклых и вогнутых функций. Условный экстремум. Правило множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера.  | 2 |
| 5,6   | 3 | Численные методы решения многомерных задач статической оптимизации: методы Гаусса-Зейделя, релаксаций, градиента, наискорейшего спуска, слепого поиска, случайных направлений. Овражный метод. Метод штрафных функций.  | 4 |
| 7     | 4 | Примеры задач линейного программирования (ЛП). Формы записи задач ЛП. Графическое решение задач ЛП.   | 2 |
| 8     | 4 | Симплекс-метод. Алгоритм симплекс-метода. Определение начального допустимого базисного решения. Метод минимизации невязок. Поиск оптимального решения. Метод искусственного базиса.   | 2 |
| 9     | 4 | Транспортная задача ЛП (Т-задача). Определение начального опорного решения и оптимального решения Т-задачи.   | 2 |
| 10    | 4 | Двойственная задача линейного программирования.   | 2 |
| 11,12 | 5 | Декомпозиционные методы решения задач статической оптимизации большой размерности. Динамическое программирование в дискретной форме. Уравнения Беллмана. Алгоритм решения задач методом динамического программирования Беллмана в дискретной форме.   | 4 |
| 13    | 6 | Простейшие задачи вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера – Лагранжа. Условия Лагранжа и Якоби.  | 2 |
| 14    | 6 | Постановка задачи оптимального управления. Программное управление, обратная связь. Формулировка необходимого условия оптимальности управления в форме принципа максимума Л. С. Понтрягина.  | 2 |
| 15    | 6 | Линейная задача быстродействия. Понятие управляемости и наблюдаемости для линейных систем. Критерии управляемости и наблюдаемости.  | 2 |
| 16    | 6 | Задача линейно – квадратичного регулятора, решение с помощью принципа максимума, прямое обоснование оптимальности решения.  | 2 |
| 17    | 6 | Позиционное управление. Уравнение Гамильтона-Якоби_ Беллмана. Достаточные условия оптимальности.  | 2 |
| 18    | 6 | Метод динамического программирования Беллмана в дискретной задаче оптимального управления.  | 2 |
| 19    | 7 | Бескоалиционная дифференциальная позиционная игра двух лиц. Постановка задачи. Примеры.   | 2 |
| 20    | 7 | Равновесие по Нэшу в линейно-квадратичной дифференциальной игре двух лиц.   | 2 |

## 5.2. Практические занятия, семинары

Не предусмотрены

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

| Выполнение СРС                  |   |              |
|---------------------------------|---|--------------|
| Вид работы и содержание задания | Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц)   | Кол-во часов |
| Подготовка к экзамену           | ЭУМД, осн. лит. 1, с. 7-354, ПУМД, осн. лит. 1, с. 11-360, ПУМД, осн. лит. 2, с. 3-330, ЭУМД, доп. лит. 2, с. 3-250 | 27           |
| Подготовка доклада              | ПУМД доп. лит. 1-9  | 41           |

## 6. Инновационные образовательные технологии, используемые в учебном процессе

| Инновационные формы учебных занятий | Вид работы (Л, ПЗ, ЛР) | Краткое описание   | Кол-во ауд. часов |
|-------------------------------------|------------------------|--|-------------------|
| Разбор конкретных ситуаций          | Лекции                 | Разбор возникающих практических примеров естественно-научных и технических моделей из предметной области исследования аспирантов | 6                 |
| Мультимедийные лекции               | Лекции                 | Проведение лекций со зрительной опорой на слайды презентаций   | 34                |

## Собственные инновационные способы и методы, используемые в образовательном процессе

| Инновационные формы обучения  | Краткое описание и примеры использования в темах и разделах  |
|---|--|
| Использование проблемно-ориентированного междисциплинарного подхода к изучению наук | Применение изучаемых методов оптимизации к задачам, возникающим в процессе проводимых аспирантами исследований |

Использование результатов научных исследований, проводимых университетом, в рамках данной дисциплины: Часть результатов, излагаемых в разделе 7, получена в результате совместных исследований, проводимых кафедрой математического анализа и методики преподавания математики факультета ММиКТ ЮУрГУ (НИУ) и кафедры оптимального управления факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова

## 7. Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.1. Паспорт фонда оценочных средств

| Наименование разделов дисциплины | Контролируемая компетенция ЗУНы   | Вид контроля (включая текущий) | №№ заданий |
|----------------------------------|---|--------------------------------|------------|
| Все разделы                      | УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | презентация доклада            | все        |
| Все разделы                      | ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с   | презентация доклада            | все        |

|             |   |         |     |
|-------------|---|---------|-----|
|             | использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий   |         |     |
| Все разделы | УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях                       | экзамен | все |
| Все разделы | ОПК-1 способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий | экзамен | все |

## 7.2. Виды контроля, процедуры проведения, критерии оценивания

| Вид контроля        | Процедуры проведения и оценивания  | Критерии оценивания   |
|---------------------|--|---|
| презентация доклада | Аспирант представляет доклад по выбранной теме, продолжительностью около 15 минут. Доклад озвучивается на занятии с последующим ответом на заданные вопросы.   | Отлично: Представлен грамотный доклад, выполнена презентация, даны подробные ответы на заданные вопросы.<br>Хорошо: В докладе и (или) презентации есть небольшие неточности, часть заданных вопросов осталась без ответа.<br>Удовлетворительно: В докладе и (или) презентации допущены ошибки, не озвучены ответы на вопросы.<br>Неудовлетворительно: Презентация не представлена |
| экзамен             | Экзамен проводится в форме устного опроса. В аудитории, где проводится экзамен, одновременно могут присутствовать не более 8 аспирантов. Билет содержит три теоретических вопроса из разных тем. При неправильном ответе студенту могут быть заданы уточняющие или новые вопросы по теме вопроса. Сделанный на оценку "отлично", "хорошо" или "удовлетворительно" доклад может быть зачтен за ответ на три, два или, соответственно, один вопрос билета. | Отлично: Полный и точный ответ на все три вопроса билета.<br>Хорошо: Ответ на три вопроса билета с некоторыми неточностями.<br>Удовлетворительно: Ответ на два вопроса билета.<br>Неудовлетворительно: Ответ на менее, чем половину вопросов билета при не сделанном в течении семестра докладе   |

## 7.3. Типовые контрольные задания

| Вид контроля        | Типовые контрольные задания              |
|---------------------|--|
| презентация доклада | Темы докладов.pdf                        |
| экзамен             | Вопросы для промежуточной аттестации.pdf |

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## **Печатная учебно-методическая документация**

### *а) основная литература:*

1. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации Текст учебник для вузов по естеств.-науч. направлениям и специальностям А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - М.: Юрайт, 2015. - 367 с. ил. 22 см.
2. Галеев, Э. М. Оптимизация : Теория. Примеры. Задачи Текст учеб. пособие для ун-тов Э. М. Галеев. - 4-е изд. - М.: URSS : ЛИБРОКОМ, 2012. - 335 с. ил.

### *б) дополнительная литература:*

1. Алексеев, В. М. Оптимальное управление Учеб. для вузов по группе мат. направлений и специальностей В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. - М.: Физматлит, 2005. - 384 с. ил.
2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации Текст учеб. пособие для техн., экон. и др. вузов А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. - М.: РИОР : ИНФРА-М, 2012. - 269 с. ил.
3. Каханер, Д. Численные методы и программное обеспечение Д. Каханер, К. Моулера, С. Нэш; Пер. с англ. под ред. Х. Д. Икрамова. - 2-е изд., стер. - М.: Мир, 2001. - 575 с. ил.
4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах Учеб. пособие для втузов А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 2-е изд., испр. - М.: Высшая школа, 2005. - 544 с.
5. Жуковский, В. И. Линейно-квадратичные дифференциальные игры Нац. АН Украины, Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова; Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова. - Киев: Наукова думка, 1994. - 319 с. ил.
6. Демьянов, В. Ф. Недифференцируемая оптимизация. - М.: Наука, 1981. - 384 с. ил.
7. Демьянов, В. Ф. Условия экстремума и вариационное исчисление Учеб. пособие для вузов по специальности "Приклад. математика и информатика и направлению "Приклад. математика и информатика" В. Ф. Демьянов. - М.: Высшая школа, 2005. - 334,[1] с. ил.
8. Жуковский, В. И. Риск в многокритериальных и конфликтных системах при неопределенности В. И. Жуковский, Л. В. Жуковская; Международ. науч.-исслед. ин-т проблем упр. - М.: Едиториал УРСС, 2004. - 267,[1] с. ил.
9. Зайченко, Ю. П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация Учеб. пособие для вузов по спец."Автоматизир. системы обраб. информ. и упр." и "Прикладная математика" Ю. П. Зайченко. - Киев: Выща школа, 1991. - 191 с. ил.

### *в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:*

1. Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика.
2. Вестник ЮУрГУ: Математическое моделирование и программирование.
3. Автоматика и телемеханика.

### *г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:*



1. Кудрявцев К.Н., Шунайлова С.А. Элементы исследования операций: учебное пособие. - Челябинск. - Издательский центр ЮУрГУ. - 2013.

*из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:*

1. Кудрявцев К.Н., Шунайлова С.А. Элементы исследования операций: учебное пособие. - Челябинск. - Издательский центр ЮУрГУ. - 2013.

### Электронная учебно-методическая документация

| № | Вид литературы            | Наименование ресурса в электронной форме          | Библиографическое описание   |
|---|---------------------------|---|--|
| 1 | Основная литература       | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Сухарев, А. Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 384 с. — ISBN 978-5-9221-0559-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2330">https://e.lanbook.com/book/2330</a> (дата обращения: 10.10.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.  |
| 2 | Дополнительная литература | Электронно-библиотечная система издательства Лань | Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2097">https://e.lanbook.com/book/2097</a> (дата обращения: 10.10.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей. |

### 9. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Microsoft-Office(бессрочно)

Перечень используемых информационных справочных систем:

1. EBSCO Information Services-EBSCOhost Research Databases(бессрочно)

### 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Вид занятий | № ауд.      | Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий |
|-------------|-------------|--|
| Лекции      | 203<br>(3г) | компьютер, проектор  |