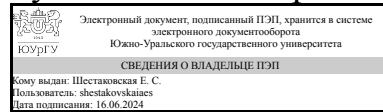


УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель направления



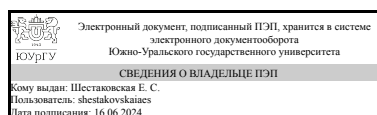
Е. С. Шестаковская

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины** ФД.01 Дифференциальная геометрия и топология  
**для направления** 01.03.03 Механика и математическое моделирование  
**уровень** Бакалавриат  
**форма обучения** очная  
**кафедра-разработчик** Вычислительная механика

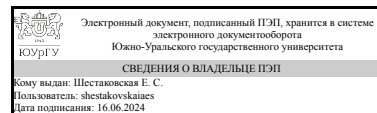
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 10

Зав.кафедрой разработчика,  
к.физ.-мат.н., доц.



Е. С. Шестаковская

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., заведующий  
кафедрой



Е. С. Шестаковская

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области дифференциальной геометрии, овладение современным аппаратом для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Задачи курса: подготовка к использованию базовых методов дифференциальной геометрии и топологии при исследовании геометрических объектов, возникающих при математическом моделировании различных процессов.

## Краткое содержание дисциплины

Геометрические объекты: кривые, способы задания, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Поверхности: способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, квадратичная форма поверхности, кривизна, геодезические и их свойства. Многомерные геометрические объекты: проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Знает: основные понятия дифференциальной геометрии, определения и свойства математических объектов дифференциальной геометрии Имеет практический опыт: решения задач методами дифференциальной геометрии и топологии

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.13 Дополнительные главы математического анализа, 1.О.16 Дифференциальные уравнения, 1.О.28 Комплексный анализ, 1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, 1.О.14 Математический анализ	Не предусмотрены

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
------------	------------

1.О.16 Дифференциальные уравнения	Знает: основные понятия теории дифференциальных уравнений, формулировки теорем и методы их доказательства Умеет: решать классические задачи дифференциальных уравнений Имеет практический опыт: применения математического аппарата дифференциальных уравнений к решению прикладных задач
1.О.14 Математический анализ	Знает: объекты, понятия, теоремы и методы математического анализа, основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления Умеет: решать задачи и упражнения математического анализа на основе знания понимания утверждений и методов математического анализа Имеет практический опыт: решения содержательных и прикладных задач, требующих знания утверждений и методов математического анализа, решения прикладных задач с использованием методов математического анализа
1.О.28 Комплексный анализ	Знает: основные понятия и теоремы теории функции комплексной переменной Умеет: применять навыки дифференцирования и интегрирования функции комплексной переменной, формулировать основные идеи доказательства утверждения Имеет практический опыт: применения методов теории функций комплексной переменной, различных приемов доказательств утверждений
1.О.20 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные положения и методологию линейной алгебры и аналитической геометрии, простейшие приложения алгебры и геометрии в профессиональных дисциплинах Умеет: решать типовые задачи линейной алгебры и аналитической геометрии, решать алгебраические уравнения, системы уравнений и другие классические задачи линейной алгебры Имеет практический опыт: использования теории матриц и их определителей при решении типовых и прикладных задач, использования основных методов линейной алгебры и аналитической геометрии при практических задачах
1.О.13 Дополнительные главы математического анализа	Знает: конструкции криволинейных и поверхностных интегралов, принципы исследования числовых и функциональных рядов Умеет: вычислять криволинейные и поверхностные интегралы, применять интегральные конструкции для решения прикладных задач, исследовать сходимость рядов, строить разложения функций в ряд Имеет практический опыт: применения основных теорем векторного анализа

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч.  
контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		6	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48	
Лекции (Л)	24	24	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	24	24	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75	
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	7,5	7.5	
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	7,5	7.5	
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	20	20	
Подготовка к зачету	18,75	18.75	
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	

## 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Теория кривых	13	6	7	0
2	Теория поверхностей	25	14	11	0
3	Топология	10	4	6	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
2	1	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые. Репер Френе.	2
3	1	Кривизна и кручение пространственных кривых.	2
4	2	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	2
5	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
6	2	Кривизна кривых на поверхности.	2
7	2	Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм.	2
8	2	Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
9	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
10	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические	2

		пространства	
12	3	Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Аксиомы отделимости. Некоторые понятия общей топологии.	2

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Кривые, способы задания. Длина дуги. Натуральный параметр.	2
2	1	Кривизна плоских кривых. Эволюта. Пространственные кривые.	2
3-4	1	Репер Френе. Кривизна и кручение пространственных кривых. Контрольная работа «Теория кривых».	3
5	2	Поверхности. Способы задания поверхностей. Координаты на поверхности. Касательная плоскость.	1
6	2	Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2
7	2	Кривизна кривых на поверхности. Вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Главные кривизны поверхности. Средняя и гауссова кривизна поверхности.	2
8	2	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	2
9	2	Геодезическая кривизна. Геодезические и их свойства.	2
10	2	Контрольная работа «Теория поверхностей».	2
11	3	Множества и функции. Топологические пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.	2
12	3	Способы задания топологий. Некоторые понятия общей топологии	2
13	3	Характеристика Эйлера	2

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к контрольной работе "Теория кривых"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 6-11; ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 7-36, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-47	6	7,5
Подготовка к контрольной работе "Теория поверхностей"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 1, стр. 12-16, доп. лит-ра [1] гл.1,2 стр. 9-38; ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 37-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр. 48-67	6	7,5
РГР "Дифференциальная геометрия и топология"	ПУМД осн.лит-ра [2] гл. 2, стр. 17-32 (или ЭУМД [1] гл. 1,2, стр. 6-32, учебное пособие)	6	20
Подготовка к зачету	ПУМД осн.лит-ра [1] гл.1-2, с.6-60, [2] гл. 1,2, стр. 2-32; ЭУМД осн.лит-ра [2] гл. 1,2, стр. 7-95, доп.лит-ра [3] гл. 1,2, стр.7-67	6	18,75

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мestr	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория кривых	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.	зачет
2	6	Текущий контроль	Контрольная работа Теория поверхностей	1	20	Контрольная работа проводится на практическом занятии. Продолжительность – 2 академических часа. Она содержит 5 задач. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листочке. Каждая задача оценивается от 0 до 4 баллов следующим образом: 4 балла – задача решена правильно, 3 балла содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически	зачет

						грамотная, решение доведено до ответа; 2 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного решения. 1 балл – в процессе решения задачи допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного решения; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного решения.	
3	6	Текущий контроль	РГР	1	20	РГР является индивидуальным заданием. Работа выполняется в письменной форме и сдается за две недели до окончания семестра. На зачете студент имеет право добрать баллы за РГР, исправив ошибки. РГР содержит пять заданий, каждое из которых Баллы выставляются по следующим критериям: Верно выбран ход решения, допущены грубые ошибки -1 балл В решении допущены арифметические ошибки, решение не является строго обоснованным – 2 балла Решение полно, строго обосновано, допущены арифметические ошибки – 3 балла Задание решено верно, решение полно и строго обосновано – 4 балла	зачет
4	6	Промежуточная аттестация	Зачет	-	5	На зачет выносятся материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. - правильно выбраны формулы, но нет решения конкретной задачи - 1 балл; - приведенное решение содержит теоретические ошибки - 2 балла; - решение правильное - 3 балла; - решение правильное, студент демонстрирует понимание формул при собеседовании - 4 балла; - решение правильное, студент верно отвечает на вопросы на понимание формул и может привести их вывод - 5 баллов.	зачет

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине проводится на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

	<p>Прохождение всех контрольно-рейтинговых мероприятий текущего контроля обязательно. Если рейтинг студента по текущему контролю менее 60%, то он проходит мероприятие промежуточной аттестации. На зачет выносится материал всего семестра. Студенту задается комплексная задача, которая оценивается по пятибалльной шкале. На решение задачи дается 2 ак.ч.</p>	
--	--	--

### 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ			
		1	2	3	4
ОПК-1	Знает: основные понятия дифференциальной геометрии, определения и свойства математических объектов дифференциальной геометрии	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: решения задач методами дифференциальной геометрии и топологии	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Иванова, Н. Д. Элементы дифференциальной геометрии и топологии [Текст] учеб. пособие по направлению "Математика и компьютер. науки" др. Н. Д. Иванова ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 59, [2] с. ил. электрон. версия

2. Иванова, Н. Д. Сборник задач по дифференциальной геометрии [Текст] учеб. пособие для направления "Математика и компьютер. науки" и др. Н. Д. Иванов ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Вычисл. механика ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2018. - 31, [1] с. электрон. версия

#### б) дополнительная литература:

1. Элементарная топология [Текст] О. Я. Виро и др. - 2-е изд., испр. - М.: Издательство МЦНМО, 2012. - 355 с. ил.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л. Клиначева, Е.С. Шестаковская. – Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2021. – 35 с.

#### из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Организация и методическое сопровождение самостоятельной работы студентов: методические указания / сост.: А.А. Айдерханова, Н.Л.



### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Розендорн, Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2008. — 144 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2295">http://e.lanbook.com/book/2295</a> — Загл. с экрана.
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мищенко, А.С. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии. [Электронный ресурс] / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2004. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/154011">https://e.lanbook.com/book/154011</a> — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено