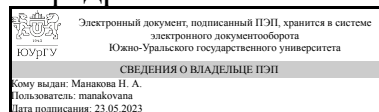


УТВЕРЖДАЮ:  
Заведующий выпускающей  
кафедрой



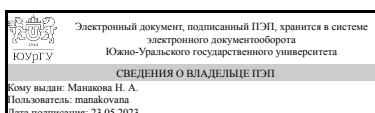
Н. А. Манакова

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.Ф.М0.05 Стохастические дифференциальные уравнения  
для направления 01.04.01 Математика  
уровень Магистратура  
магистерская программа Неклассические уравнения математической физики  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Уравнения математической физики

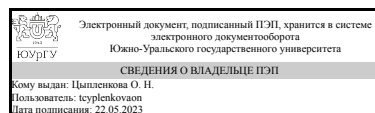
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утверждённым приказом Минобрнауки от 10.01.2018 № 12

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., проф.



Н. А. Манакова

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., доцент



О. Н. Цыпленкова

## 1. Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины заключается в фундаментальной подготовке обучающихся в области стохастического анализа. Задачи: 1. Применение методов математического и алгоритмического моделирования при изучении реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений прикладных задач; 2. Ознакомление с некоторыми приложениями теории стохастических дифференциальных уравнений.

## Краткое содержание дисциплины

Введение в теорию дифференциальных стохастических уравнений. Интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито. Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито с винеровскими процессами.

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Знает: основные понятия и методы дисциплины "Стохастические дифференциальные уравнения", пространства дифференцируемых процессов Умеет: представлять математические модели с белым шумом в виде задач для стохастических дифференциальных уравнений; составлять алгоритмы решения начальных задач Имеет практический опыт: доказательств утверждений теории стохастических дифференциальных уравнений

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Функциональные пространства и дифференциальные операторы, Линейные уравнения соболевского типа	Не предусмотрены

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
Функциональные пространства и дифференциальные операторы	Знает: основные функциональные пространства, свойства дифференциальных операторов Умеет: исследовать свойства дифференциальных операторов, находить собственные функции и собственные значения операторов Имеет практический опыт: решения задач математической физики в рамках научно-исследовательской работы на основе построения функциональных пространств и

	дифференциальных операторов
Линейные уравнения соболевского типа	Знает: основные понятия, идеи, методы, связанные с уравнениями соболевского типа, основные научные подходы исследуемой задачи Умеет: использовать теоретические методы в решении прикладных задач, выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах Имеет практический опыт: владения навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме научно-исследовательской работы

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч., 54,25 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		3	
Общая трудоёмкость дисциплины	108	108	
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48	
Лекции (Л)	16	16	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	32	32	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,75	53,75	
Изучение и конспектирование монографий, учебных пособий, хрестоматий и сборников документов	17,75	17,75	
Подготовка к зачету	18	18	
Подготовка доклада	10	10	
Подготовка к коллоквиуму	8	8	
Консультации и промежуточная аттестация	6,25	6,25	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	

#### 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Введение в теорию дифференциальных стохастических уравнений	8	4	4	0
2	Интеграл Ито	12	4	8	0
3	Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито	14	4	10	0
4	Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито с винеровскими процессами	14	4	10	0

##### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Вероятностное банахово пространство	2
2	1	Броуновское движение и белый шум	2
3	2	Проекторы в гильбертовом пространстве	2
4	2	Интеграл Ито	2
5	3	Формула Ито	2
6	3	Сопряженные пространства и вероятностная мера	2
7	4	Введение в теорию бесконечномерных стохастических уравнений	2
8	4	Теория Эйнштейна-Смолуховского	2

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Элементы топологии, теории меры. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильтьеса	2
2	1	Случайная величина. Последовательности независимых случайных величин. Случайный процесс.	2
3	2	Интеграл Ито	2
4	2	Связь между интегралами Ито и Стратоновича	2
5	2	Применение формулы Ито	2
6	2	Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито	2
7	3	Сильные и слабые решения	2
8	3	Теорема существования и единственности решения стохастических уравнений	2
9	3	Связь между решениями стохастических уравнений и уравнений в частных производных	2
10	3	Теорема Феймана – Каца	2
11	3	Уравнение Блэка – Шоулса – Мертона	2
12	4	Ядерные операторы	2
13	4	Определение винеровского и Q-винеровского процесса	2
14	4	Стохастические уравнения в форме Ито с винеровскими процессами	4
15	4	Применение к решению стохастических дифференциальных уравнений в дифференциальной форме со случайными возмущениями типа белого шума	2

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Изучение и конспектирование монографий, учебных пособий, хрестоматий и сборников документов	ПУМД 1, ЭУМД осн. лит. 1, с. 11-121; ЭУМД осн. лит. 2, 11-225, 276-317; ПУМД доп. лит. 1 с. 467-562; ПУМД доп. лит. 2 с. 5- 255.	3	17,75

Подготовка к зачету	ЭУМД осн. лит. 1, с. 11-121; ЭУМД осн. лит. 2, 11-225, 276-317; ПУМД доп. лит. 1 с. 467-562; ПУМД доп. лит. 2 с. 5- 255.	3	18
Подготовка доклада	ЭУМД осн. лит. 1, с. 11-121; ЭУМД осн. лит. 2, 11-225, 276-317; ПУМД доп. лит. 1 с. 467-562; ПУМД доп. лит. 2 с. 5- 255.	3	10
Подготовка к коллоквиуму	ПУМД 1, ЭУМД осн. лит. 1, с. 11-121; ЭУМД осн. лит. 2, 11-225, 276-317; ПУМД доп. лит. 1 с. 467-562; ПУМД доп. лит. 2 с. 5- 255.	3	8

## 6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	3	Текущий контроль	Доклад	0,2	5	При оценке используется следующая шкала: подготовлен доклад - 1 балл; подготовлена презентация - 1 балл; оформление презентации соответствует ГОСТ- 1 балл; тема доклада раскрыта полностью - 1 балл; доклад вызвал интерес у аудитории - 1 балл.	зачет
2	3	Текущий контроль	Коллоквиум №1	0,3	10	Продолжительность – 1 академический час. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листе. Контрольная работа состоит из 2 задач. Максимальный балл за решение задачи – 5 баллов. Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов – задание верно, 4 балла – задание написано в целом правильно, содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 3 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до	зачет

						ответа, но при этом изложено не менее 80% полного ответа, 2 балла - в решении содержатся ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного ответа, 1 балл – в процессе решения допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного ответа; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного ответа.	
3	3	Текущий контроль	Коллоквиум №2	0,3	10	<p>Продолжительность – 1 академический час. Студент должен самостоятельно решить задачи, оформить их решение на отдельном листе.</p> <p>Контрольная работа состоит из 2 задач. Максимальный балл за решение задачи – 5 баллов.</p> <p>Каждая задача оценивается следующим образом: 5 баллов – задание верно, 4 балла – задание написано в целом правильно, содержится не более двух негрубых ошибок, не повлиявших на общий ход решения задачи, верно выбран метод решения задачи, запись решения последовательная и математически грамотная, решение доведено до ответа; 3 балла – в решении содержатся 2–3 ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 80% полного ответа, 2 балла - в решении содержатся ошибки, не повлиявшие существенно на ход решения, или решение не доведено до ответа, но при этом изложено не менее 60% полного ответа, 1 балл – в процессе решения допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями и умениями по данной теме, или изложено менее 40% полного ответа; 0 баллов – неверно выбран метод решения или изложено менее 20% полного ответа.</p>	зачет
4	3	Текущий контроль	Проверка конспекта лекций и посещаемости	0,1	10	Контрольное мероприятие учитывает посещаемость студентами лекций и практических занятий по дисциплине, а также для оценки правильности оформления студентами конспекта лекций. Для этого преподаватель проверяет полноту конспекта лекций и при наличии полного конспекта выставляет баллы за контрольное	зачет

						мероприятие, используя шкалу соответствия баллов процентам посещаемости: 10 баллов за 90–100% посещенных аудиторных занятий по дисциплине, 9 за 80–89%, 8 за 70–79%, 7 за 60–69%, 6 за 50–59%, 5 за 40–49%, 4 за 30–39%, 3 за 20–29%, 2 за 10–19%, 1 за 5–9%, 0 за 0–4%. Если конспект неполный, то балл за контрольное мероприятие равен 0.	
5	3	Текущий контроль	Активная познавательная деятельность	0,1	15	На каждом из 15 практических занятий студент может получить 1 балл: студент задает вопросы по докладу или студент правильно отвечает на вопросы по докладу- 1 балл. В противном случае баллы не начисляются.	зачет
6	3	Промежуточная аттестация	Опрос	-	10	Контрольное мероприятие промежуточной аттестации проводится в виде устного опроса. Студенту задается 5 вопросов по разным темам курса. Правильный ответ на вопрос – 2 балла; ответ на вопрос содержит незначительные ошибки – 1 балл; неправильный ответ – 0 баллов.	зачет

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	На зачете происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Контрольное мероприятие промежуточной аттестации проводится во время зачета в виде письменной работы. Студенту дается один час на написание работы.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

## 6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ					
		1	2	3	4	5	6
ПК-1	Знает: основные понятия и методы дисциплины "Стохастические дифференциальные уравнения", пространства дифференцируемых процессов	+	+	+	+	+	+
ПК-1	Умеет: представлять математические модели с белым шумом в виде задач для стохастических дифференциальных уравнений; составлять алгоритмы решения начальных задач	+	+	+	+	+	+
ПК-1	Имеет практический опыт: доказательств утверждений теории стохастических дифференциальных уравнений		+	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### а) основная литература:

1. Гихман, И. И. Введение в теорию случайных процессов Учеб. пособие для физ.-мат. спец-тей вузов. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1977. - 567 с. ил.

#### б) дополнительная литература:

1. Булинский, А. В. Теория случайных процессов А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. - М.: Физматлит и др., 2003. - 399 с. ил.
2. Ширяев, А. Н. Вероятность Учеб. пособие для вузов по спец."Математика". - М.: Наука, 1980. - 575 с. ил.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Рекомендации по организации самостоятельной работы студента

#### из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Рекомендации по организации самостоятельной работы студента

### Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Свешников, А.А. Прикладные методы теории марковских процессов. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2007. — 192 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/590">http://e.lanbook.com/book/590</a> — Загл. с экрана.
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Булинский, А.В. Теория случайных процессов. [Электронный ресурс] / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2004. — 401 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2125">http://e.lanbook.com/book/2125</a> — Загл. с экрана.
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Хрущева, И.В. Теория вероятностей. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 304 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/425">http://e.lanbook.com/book/425</a> — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

1. Microsoft-Windows(бессрочно)
2. Microsoft-Office(бессрочно)



Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. -База данных ВИНТИ РАН(бессрочно)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Зачет, диф. зачет	708а (1)	Основное оборудование, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение.
Лекции	708а (1)	Мультимедийная аудитория: мультимедийный проектор, персональный компьютер, экран.
Практические занятия и семинары	708а (1)	Основное оборудование, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение.