

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе  
ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»,  
доктор технических наук, доцент

А.В. Коржов

2021 г.



### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

Диссертация Гавриловой Ольги Витальевны «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук выполнена на кафедре уравнений математической физики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

В период подготовки диссертации соискатель Гаврилова Ольга Витальевна работала в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» на кафедре уравнений математической физики в должности старшего преподавателя с 2014 года по настоящее время. Соискатель поступила в 2016 году и в 2020 году окончила очную аспирантуру кафедры уравнений математической физики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

В 2006 году с отличием окончила государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Челябинский



государственный педагогический университет» по специальности «Математика, информатика». В 2016 году окончила с отличием магистратуру по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет).

Тема диссертации была утверждена на заседании Совета Института естественных и точных наук (протокол № 01 от 19.09.2016 г.) и скорректирована на заседании Совета Института естественных и точных наук (протокол № 04 от 21.12.2020 г.).

Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2020 г. федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, доцент Манакова Наталья Александровна, профессор кафедры уравнений математической физики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

По результатам рассмотрения диссертации «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» принято следующее заключение.

*Актуальность темы и направленность исследования*

Тема диссертации относится к направлению научных исследований математических моделей типа «реакции-диффузии», описывающих широкий класс процессов и явлений, в частности, изучены вырожденные математические модели автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Для



исследуемых математических моделей Р.Дж. Фиелдом было обнаружено «расслоение» результатов проводимых экспериментов при одинаковых начальных условиях. Одним из подходов изучения данного феномена является переход к изучению вырожденных моделей, позволяющий выявить условия, налагаемые на начальные данные и параметры задачи, при которых решение неединственно.

Изучаемые в диссертационной работе модели были рассмотрены в рамках полулинейных уравнений соболевского типа. При анализе фазовых пространств уравнений соболевского типа Г.А. Свиридюком и его учениками было обнаружено, что они могут содержать особенности типа сборок и складок Уитни. В работах А.Ф. Гильмутдиновой и И.К. Тринеевой показана возможная неединственность решения задачи Шоуолтера – Сидорова для полулинейного уравнения соболевского типа.

Ход развития современной биофизики подразумевает исследование не только так называемых базовых двухкомпонентных математических моделей, но и моделирование более сложных многокомпонентных биологических систем. В докторской диссертации А.И. Лобанова была поставлена проблема исследования многокомпонентных биологических систем, описываемых с помощью уравнений типа реакции-диффузии, в частности процессов переноса кислорода в кровеносной системе и распространения нервного импульса в многокомпонентной мембранной оболочке. В.И. Некоркиным и его учениками были исследованы невырожденные трех- и четырехкомпонентные модели распространения нервного импульса в мембране в случае одного активатора и нескольких (двух или трех) ингибиторов. В данной диссертационной работе исследована задача оптимального управления для вырожденной многокомпонентной модели, предполагающая возможность существования нескольких активаторов.

Таким образом, актуальным является разработка аналитических и численных методов и алгоритмов исследования вырожденных



математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке.

### *Научная новизна*

В области математического моделирования: исследованы вырожденные математические модели автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке, фазовые пространства которых имеют особенности – складку и сборку Уитни, соответственно; установлена связь между наличием особенностей фазового пространства и неединственностью или несуществованием решений. Впервые найдены условия на начальные данные и параметры моделей, при которых задача имеет одно или несколько решений.

В области численных методов: разработан и применен численный метод нахождения решений вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке для оценки состояний исследуемых систем.

В области комплексов программ: разработаны программные комплексы и проведены вычислительные эксперименты для исследуемых моделей с использованием методов параллельных вычислений в процедуре поиска нескольких решений.

В области системного анализа, управления и обработки информации: разработан аналитический метод и проведено исследование вырожденной многокомпонентной математической модели оптимального регулирования процесса распространения нервного импульса в мембранной оболочке как задачи оптимального управления; разработан алгоритм численного метода нахождения управления решений вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке; разработано программное обеспечение и проведены вычислительные эксперименты для вырожденной многокомпонентной



математической модели оптимального регулирования процесса распространения нервного импульса в мембранной оболочке.

#### *Теоретическая и практическая значимость результатов*

Результаты диссертационного исследования носят теоретический и практический характер. В рамках теоретической значимости впервые решена задача поиска условий неединственности решений вырожденных моделей типа реакции-диффузии, задача поиска оптимального управляющего воздействия на систему с применением современного математического аппарата. Полученные результаты развивают теории полулинейных уравнений соболевского типа и оптимального управления. В рамках практической значимости разработаны и реализованы численные методы нахождения решений вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке, позволяющие применять распараллеливание вычислений, что создает основу для моделирования в кинетической химии и биофизике. Представленные результаты вычислительных экспериментов свидетельствуют об адекватности проведенного математического моделирования и эффективности построенного численного метода решения поставленных задач для дальнейшего развития исследований моделей типа реакции-диффузии.

#### *Степень достоверности результатов проведенных соискателем исследований*

Достоверность научных результатов и выводов обеспечены корректным использованием методов математического моделирования, системного анализа, полученные результаты подтверждаются строгими математическими доказательствами, согласованием результатов вычислительных экспериментов с теоретическими положениями. Все результаты представлены и апробированы на научных конференциях и семинарах. Результаты и выводы не противоречат ранее полученным



результатам других авторов. Все результаты, выносимые на защиту, опубликованы.

*Ценность научных работ соискателя ученой степени*

Материалы диссертации полно представлены в работах, опубликованных соискателем.

*Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК Минобрнауки России и статьи, опубликованные в научных журналах и изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science:*

1. Манакова, Н.А. Оптимальное управление для одной математической модели распространения нервного импульса / Н.А. Манакова, О.В. Гаврилова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2015. – Т. 8, № 4. – С. 120–126. (ВАК, Scopus, Web of Science) (7 с/4 с)

2. Manakova, N.A. About Nonuniqueness of Solutions of the Showalter – Sidorov Problem for One Mathematical Model of Nerve Impulse Spread in Membrane / N.A. Manakova, O.V. Gavrilova // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2018. – Т. 11, № 4. – С. 161–168. (ВАК, Scopus, Web of Science) (8 с/5 с)

3. Gavrilova, O.V. Numerical Study of a Mathematical Model of an Autocatalytic Reaction with Diffusion in a Tubular Reactor / O.V. Gavrilova // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2018. – V. 5, № 3. – P. 24–37. (ВАК)

4. Gavrilova, O.V. Numerical Study on the Non-Uniqueness of Solutions to the Showalter – Sidorov Problem for one Degenerate Mathematical Model of an Autocatalytic Reaction with Diffusion / O.V. Gavrilova // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2019. – V. 6, № 4. – P. 3–17. (ВАК)

5. Gavrilova, O.V. Optimal Control over Solutions of a Multicomponent Model of Reaction-Diffusion in a Tubular Reactor / O.V. Gavrilova // Вестник



ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2020. – Т. 12, № 1. – С. 14–23. (ВАК)

6. Gavrilova, O.V. A Numerical Study of the Optimal Control Problem for Degenerate Multicomponent Mathematical Model of the Propagation of a Nerve Impulse in the System of Nerves / O.V. Gavrilova // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2020. – V. 7, № 1. – P. 47–61. (ВАК)

*Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ*

7. Численное моделирование распространения нервного импульса в прямоугольной мембране: Свидетельство № 2019660879 / Гаврилова О.В. (RU); правообладатель ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)». – 2019660879; заявл. 08.08.2019; зарегистрир. 14.08.2019, реестр программ для ЭВМ.

8. Программный комплекс численного исследования оптимального регулирования для модели распространения импульса в системе нервов: Свидетельство № 2019660880 / Манакова Н.А., Гаврилова О.В. (RU); правообладатель ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)». – 2019660883; заявл. 08.08.2019; зарегистрир. 14.08.2019, реестр программ для ЭВМ.

*Другие публикации*

9. Гаврилова, О.В. Задача оптимального управления для линейной модели реакции-диффузии в трубчатом реакторе / О.В. Гаврилова // Управление большими системами (УБС'2015): материалы XII Всероссийской школы-конференции молодых ученых, 7–11 сентября, 2015, Волгоград. – М.: ИПУ РАН, 2015. – С. 591–600.

10. Свиридюк, Г.А. Численное исследование одной модели Фитц Хью – Нагумо // Г.А. Свиридюк, Н.А. Манакова, О.В. Гаврилова // Математические методы в технике и технологиях. – 2016. – № 10. – С. 3–6. (4 с/1 с)

11. Манакова, Н.А. Исследование многокомпонентной модели Фитц Хью – Нагумо с условием Шоуолтера – Сидорова / Н.А. Манакова,



О.В. Гаврилова // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2017. – Т. 24, № 4. – С. 349–350. (2 с/1 с)

12. Гаврилова, О.В. Численное исследование оптимального управления для одной математической модели распространения нервного импульса в прямоугольной мембране / О.В. Гаврилова // Управление большими системами (УБС'2017): материалы XIV Всероссийской школы-конференции молодых ученых, 4–8 сентября, 2017, Пермь. – М.: ИПУ РАН, 2017. – С. 77–87.

13. Manakova, N.A. Numerical Study of the Process of Optimizing the Propagation of a Nerve Impulse in a Membrane for a Three-Component Model / N.A. Manakova, O.V. Gavrilova // Institute of Electrical and Electronics Engineers. – 2018. – INSPEC Accession Number: 18183574, 13 p. (Scopus) (13 с/9 с)

14. Гаврилова, О.В. Задача оптимального управления для одной модели распространения нервного импульса / О.В. Гаврилова, Н.А. Манакова // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ–2019. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 982–986. (5 с/3 с)

15. Гаврилова, О.В. Исследование фазового пространства задачи Шоуолтера – Сидорова для одной математической модели автокаталитической реакции с диффузией / О.В. Гаврилова // Уфимская осенняя математическая школа: сборник тезисов Международной научной конференции. – Уфа: БашГУ, 2019. – С. 57–59.

16. Manakova, N.A. Numerical Investigation of the Optimal Measurement for a Semilinear Descriptor System with the Showalter–Sidorov Condition: Algorithm and Computational Experiment / N.A. Manakova, O.V. Gavrilova, K.V. Perevozchikova // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2020. – № 4. – С. 115–126. (12 с/4 с)

В диссертацию включены только результаты, полученные Гавриловой Ольгой Витальевной. Они не затрагивают интересы соавторов в



представленных публикациях. Научному руководителю Манаковой Н.А. принадлежит общая постановка задачи исследования.

*Личное участие соискателя ученой степени в получении результатов,  
изложенных в диссертации*

Диссертант лично и самостоятельно разрабатывал теоретические положения и алгоритмы, выносимые на защиту, а также Гавриловой Ольгой Витальевной проведен анализ степени разработанности проблемы, написан программный комплекс, проведены вычислительные эксперименты, разработаны рекомендации, апробированы научные результаты, подготовлены публикации по теме исследования, оформлен текст диссертации. Полученные результаты, выносимые на защиту, приведены в следующем разделе.

*Соответствие диссертации паспорту специальности*

На защиту выносятся результаты диссертационного исследования, соответствующие пункту паспорта специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ:

– в рамках развития качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п. 2) получены аналитический метод исследования вырожденной математической модели автокаталитической реакции с диффузией в кювете или трубчатом реакторе; аналитический метод исследования вырожденной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке нерва или системы нервов;

– в рамках разработки, обоснования и тестирования эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п. 3) получен алгоритм численного метода нахождения множества приближенных решений вырожденных математических моделей распространения нервного импульса в мембранной оболочке и автокаталитической реакции с диффузией;



– в рамках реализации эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов (п. 4) получены комплекс программ для ЭВМ, реализующий алгоритм нахождения приближенных решений вырожденной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке; комплекс программ для ЭВМ, реализующий алгоритм нахождения приближенных решений вырожденной математической модели автокаталитической реакции с диффузией.

Кроме того, на защиту выносятся результаты диссертационного исследования, соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение):

– в рамках разработки методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации. (п. 4) получены аналитический метод исследования задачи оптимального управления для многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке нерва или системы нервов; алгоритм численного метода нахождения управления решениями вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке для оценки состояний исследуемых систем; комплекс программ для ЭВМ, реализующий алгоритм нахождения приближенных решений задачи оптимального управления для вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке.

Таким образом, оригинальные результаты получены в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ, а также в области системного анализа, управления и обработки информации, а исследуемые модели относятся к различным предметным областям. Это позволяет сделать вывод о соответствии диссертации паспортам специальностей 05.13.18 – Математическое моделирование,



численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение).

Диссертационная работа соответствует требованиям, установленным пп. 9–14 Положения о присуждении ученых степеней. Текст диссертации представляет собой самостоятельную научно-квалификационную работу, не содержит заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования.

Диссертация «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» Гавриловой Ольги Витальевны рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по научным специальностям 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение).

Заключение принято на расширенном заседании кафедры уравнений математической физики ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

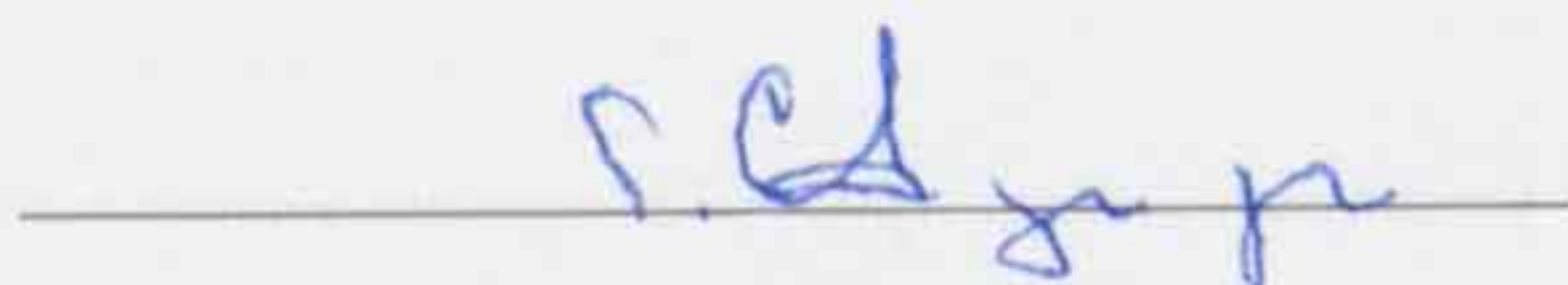
**ПРИСУТСТВОВАЛИ:** зав. кафедрой Свиридюк Г.А., д.физ.-мат.н., профессор; профессор Манакова Н.А., д.физ.-мат.н., доцент; доцент Закирова Г.А., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Бычков Е.В., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Шафранов Д.Е., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Самаров А.Б., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Корицова М.А., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Китаева О.Г., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Загребин М.А., к.физ.-мат.н., доцент; доцент Конкина А.С., к.физ.-мат.н.; ассистент Перевозчикова К.В., инженер Брычев С.В., к.физ.-мат.н.; соискатель Гаврилова О.В.

**ПРИГЛАШЕНЫ:** зав. кафедрой «Информационно-измерительная техника», ректор Шестаков А.Л., д.техн.н., профессор; ведущий научный сотрудник федерального государственного бюджетного учреждения науки



«Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова»  
Сибирского отделения Российской академии наук Лакеев А.В., д.физ.-мат.н.,  
профессор; профессор кафедры «Прикладная математика и информатика»  
Магнитогорского государственного технического университета  
им. Н.И. Носова Кадченко С.И., д.физ.-мат.н, профессор; директор Института  
естественных и точных наук, зав. кафедрой «Прикладная математика и  
программирование» Замышляева А.А., д.физ.-мат.н., профессор; декан  
факультета Математики, механики и компьютерных технологий,  
зав. кафедрой «Математическое и компьютерное моделирование»  
Загребина С.А., д.физ.-мат.н., доцент; зав. кафедрой «Математический анализ  
и методика преподавания математики» Дильман В.Л., д.физ.-мат.н., доцент;  
профессор кафедры «Математический анализ и методика преподавания  
математики» Карачик В.В., д.физ.-мат.н.

Результаты голосования: «за» – 20 чел., «против» – нет,  
«воздержались» – нет, протокол № 08 от «15» марта 2021 г.



Свиридюк Георгий Анатольевич  
доктор физико-математических  
наук, профессор, заведующий  
кафедрой уравнений  
математической физики

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)», Министерство науки и  
высшего образования Российской Федерации

Россия, 454080, г. Челябинск, пр. им В.И. Ленина, 76,

<https://ietn.susu.ru/matmod/>, [sviridyuk@susu.ru](mailto:sviridyuk@susu.ru), тел.: +7 351 267-90-48



Подпись Свиридюка удостоверяю  
Начальник управления  
по работе с кадрами Н.С. Минакова