

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 212.298.03, СОЗДАННОГО
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО АВТОНОМНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ О РЕЗУЛЬТАТАХ РАССМОТРЕНИЯ ЗАЯВЛЕНИЯ
О ЛИШЕНИИ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
АЛФЕРОВА ВИКТОРА ИВАНОВИЧА

решение диссертационного совета от 03 июня 2019 г. № 11

Диссертационный совет Д 212.298.03, созданный на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 11 апреля 2012 г., №105/нк, рассмотрев итоги работы комиссии в составе членов совета: доктора техн. наук, профессора Ширяева В.И. (председатель комиссии, научная специальность 05.13.10), доктора техн. наук, профессора Казаринова Л.С. (научная специальность 05.13.10) и доктора техн. наук, профессора Гусева Е.В. (научная специальность 05.13.10) (члены комиссии), назначенной в соответствии с поручением, содержащимся в письме зам. директора департамента аттестации научных и научно-педагогических работников Министерства науки и высшего образования Российской Федерации М.С. Козлова, в связи с заявлением о лишении ученой степени доктора технических наук Алферова В.И., установил следующее.

Диссертация Алферова Виктора Ивановича на тему «Модели и методы распределения ресурсов при управлении проектами дорожного строительства», представленная на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах», защищена 25 ноября 2011 г. на заседании диссертационного совета

ДМ 212.033.03 при Воронежском государственном архитектурно-строительном университете, научный консультант – д.т.н., профессор Суровцев Игорь Степанович; официальные оппоненты: д.т.н., профессор Кульба Владимир Васильевич, д.т.н., профессор Львович Яков Евсеевич, д.т.н., профессор Бабкин Виктор Филиппович; ведущая организация – Московский автомобильно-дорожный институт (государственный технический университет).

На дату защиты действовало Постановление Правительства Российской Федерации от 30 января 2002 г. № 74 (ред. от 20.06.2011 г.) «Об утверждении единого реестра ученых степеней и ученых званий и положения о порядке присуждения ученых степеней», а именно п. 11 в редакции: «11. При написании диссертации соискатель обязан ссылаться на автора и (или) источник заимствования материалов или отдельных результатов. При использовании в диссертации идей или разработок, принадлежащих соавторам, коллективно с которыми были написаны научные работы, соискатель обязан отметить это обстоятельство в диссертации. Указанные ссылки должны делаться также в отношении научных работ соискателя, выполненных им как единолично, так и в соавторстве. В случае использования заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования диссертация снимается с рассмотрения диссертационным советом без права повторной защиты указанной диссертации».

При изучении текста диссертации Алферова В.И. диссертационный совет исходил из строгого соответствия проводимой проверки аргументам, изложенным в письме заявителей при сравнении ее текста:

– с текстом диссертации Баркалова Павла Сергеевича на тему «Модели и методы распределения ресурсов при управлении проектами с учетом времени их перемещения» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва-2004);

– с текстом диссертации Левдикова Владимира Ивановича на тему «Модели и методы управления ремонтом автомобильных дорог» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в

социальных и экономических системах» (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж-2005);

– с текстом диссертации Матвеева Игоря Константиновича на тему «Модели управления эксплуатацией мостовых сооружений» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж-2006).

В библиографии диссертации Алферова В.И. нет ссылок на диссертации Баркалова П.С., Левдикова В.И. и Матвеева И.К.

Результаты сравнения материалов сопоставляемых работ приведены в Приложении к данному заключению.

В таблице приведены номера страниц, где имеют место заимствования, выполненные с нарушением порядка использования заимствованного материала. Всего заимствования, выполненные с нарушением порядка использования заимствованного материала имеют место на 157 страницах из 255 страниц текста (исключая библиографический список и приложения) диссертации Алферова В.И.

Таблица

Сводная таблица номеров страниц, где имеют место заимствования, выполненные с нарушением порядка использования заимствованного материала

Алферов В.И.	Левдиков В.И.	Баркалов П.С.	Матвеев И.К.
16, 17, 18	12, 13, 14		
19, 20, 21, 22	17, 19, 20, 21, 22, 23, 24		
40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55	32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48		
104,105		56, 57	
119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126		70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77	
129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138,		82, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90,	

139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148		91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101	
149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170	89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109		
171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238			51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119
240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255		106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121	
258		121	

На заседании 03.06.2019 г. диссертационный совет принял решение:

1. Предположения заявителей о том, что в тексте диссертации могут иметь место заимствования, выполненные с нарушением порядка использования заимствованного материала, подтвердились.

2. Диссертационная работа Алферова Виктора Ивановича на тему «Модели и методы распределения ресурсов при управлении проектами дорожного строительства», представленная на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» в связи с наличием многочисленных заимствований,

выполненных с нарушением порядка использования заимствованного материала, не соответствует требованиям п. 11 Постановления Правительства Российской Федерации от 30 января 2002 г. № 74 (ред. от 20.06.2011 г.) «Об утверждении единого реестра ученых степеней и ученых званий и положения о порядке присуждения ученых степеней».

3. Лишить ученой степени доктора технических наук Алферова Виктора Ивановича.

При проведении открытого голосования по решению о лишении ученой степени доктора технических наук Алферова Виктора Ивановича диссертационный совет в количестве 17 человек из 23 человек, входящих в состав совета, проголосовал: за – 17, против – 0, воздержавшихся – 0.

Авторы заявления о лишении ученой степени и лицо, в отношении которого подано заявление о лишении ученой степени, были оповещены надлежащим образом.

Председатель
диссертационного совета

Шестаков Александр Леонидович

Ученый секретарь
диссертационного совета *

Голлай Александр Владимирович

Дата оформления заключения

03 июня 2019 г.



Приложение

к решению диссертационного совета Д 212.298.03 от 03 июня 2019 г. №11
по вопросу лишения ученой степени доктора технических наук

Алферова Виктора Ивановича

Результаты сравнения текста диссертации диссертаций Алферова Виктора Ивановича на тему «Модели и методы распределения ресурсов при управлении проектами дорожного строительства» на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж-2011) с текстом диссертации Баркалова Павла Сергеевича на тему «Модели и методы распределения ресурсов при управлении проектами с учетом времени их перемещения» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва-2004), с текстом диссертации Левдикова Владимира Ивановича на тему «Модели и методы управления ремонтом автомобильных дорог» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж-2005), с текстом диссертации Матвеева Игоря Константиновича на тему «Модели управления эксплуатацией мостовых сооружений» на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.10 – «Управление в социальных и экономических системах» (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж-2006).

Сравнение с текстом диссертации Левдикова В.И.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 16,17), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 12, 13):

По уровню развития автомобильного транспорта и сети автодорог Россия в значительной степени отстает от развитых стран. Доля грузооборота, приходящегося на автомобильный транспорт, непропорционально низка и почти в 20 раз меньше, чем во Франции, в 3-5 раз меньше, чем в США, Германии, Канаде и др. странах. Средняя дальность поездки на автомобиле составляет всего 42 км, что в 2-3 раза меньше, чем в США, Канаде и других близких по размерам территории странах.

Протяженность автомобильных дорог в России составляет 927,0 тыс. км, из них 750 тыс. км имеют твердое покрытие. Кроме этого, существуют еще грунтовые автомобильные дороги, проезд по которым в период весенне-осенней распутицы может полностью или частично прекращаться. Официальная статистика эти дороги не учитывает.

Около трети магистральных дорог перегружены движением. Средняя скорость автомобилей вдвое ниже, чем на аналогичных зарубежных дорогах, что приводит к значительным экономическим потерям. Из-за бездорожья в сельской местности под колесами автомобилей гибнет до 15 % сенокосов и до 5 % зерновых.

В целом по России в 2000 г. за счет средств дорожных фондов введено в эксплуатацию 69609 км автомобильных дорог общего пользования, в том числе федеральных дорог – 10436 км (113,1 % к уровню 1999 года); территориальных – 5917,3 км (129,3 % к уровню 1999 года).

Наличие на сети автомобильных дорог общего пользования грунтовых участков (2,3% от общей протяженности), несоответствие между интенсивностью движения и техническими параметрами значительной части дорог с твер-

дым покрытием (не соответствуют требованиям действующих нормативов 65% дорог), их низкие транспортно-эксплуатационные качества, неудовлетворительное состояние многих мостов и путепроводов (38 %), недостаточный уровень обустройства и отсутствие необходимого количества объектов дорожного сервиса свидетельствуют о том, что эта сеть не соответствует предъявляемым к ней требованиям. Все это обусловлено, в первую очередь, недостаточным финансированием.

Минимально необходимое финансирование позволяет удерживать существующую сеть дорог в работоспособном состоянии, но не позволяет довести содержание дорог до требований стандартов, обеспечить ровность покрытий, обустройство дорог, качественную работу и нормативное состояние искусственных сооружений.

Ремонт дорог является следующим за содержанием приоритетным направлением дорожных работ. Основным видом ремонта является восстановление верхних слоев дорожных покрытий с учетом требований ровности и шероховатости. Из-за недостатка денежных средств в бюджете ТДФ основная масса денег идет на содержание автомобильных дорог в допустимом состоянии. В связи с таким положением дел в области складывается сложная ситуация с ремонтными работами.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 18), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 14):

Эффект от выполнения дорожно-ремонтных работ выражается в повышении транспортно-эксплуатационных качеств дороги, удобства, скорости и безопасности движения автомобилей и, как следствие, в снижении себестоимости перевозки.

Реконструкция автомобильных дорог связана с повышением технических параметров дорог и дорожных сооружений. Она проводится в целях увеличения пропускной способности, повышения безопасности движения на сети дорог общего пользования и ликвидации узких мест (горловин) и планируется исходя из условий аварийности и интенсивности движения автотранспорта.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 19), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 17):

Таким образом, можно прийти к заключению, что финансирование работ по ремонту и содержанию дорог и искусственных сооружений происходит по остаточному принципу.

Однако определение тех или иных приоритетов в расходовании средств должно осуществляться в соответствии с набором критериев.

Основным критерием является обеспечение безопасности движения. С данной точки зрения вложение средств в содержание автодорог является оптимальным. С другой стороны, обеспечение безопасности движения не исчерпывается набором мероприятий, входящих в статью «Содержание дорог». Поэтому остающиеся на ремонт и строительство средства должны распределяться заказчиком также с точки зрения обеспечения максимальной безопасности.

Из-за неудовлетворительных дорожных условий совершается от 10 до 25% ДТП. По данным ГИБДД, 70 % дорог не удовлетворяет реальной интенсивности движения, которая ежегодно возрастает на 3-4 %.

Следующим по значимости критерием для определения направления расходования бюджетных средств должен быть экономический критерий.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 19, 20, 21, 22), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 19, 20, 21):

Применительно к автомобильным дорогам необходимость разработки новых методических положений по оценке эффективности инвестиций обусловлена следующими обстоятельствами:

- неадекватностью существующих методических положений и рекомендаций по оценке эффективности инвестиций в области дорожного хозяйства, ориентированных на централизованно управляемую систему, современные условия хозяйствования;

- невозможностью прямого использования применяемых в мировой практике методов оценки эффективности инвестиций, ориентированных на стационарную рыночную экономику;

- особенности функционирования дорожного хозяйства России в условиях перехода к рынку.

Что касается зарубежного опыта, сходные задачи решаются и такими методами, как исследование операций и системный анализ, то есть исходя из принципа учета и сопоставления всех возможных последствий оцениваются и сравниваются варианты дорожных проектов.

Для оценки эффективности проекта определяются: результаты реализации проект, затраты, связанные с его реализацией, расчетный период, эффект, получаемый при реализации.

Эффективность – это разность выраженных в стоимостной форме результата и затрат.

Показатели эффективности делятся на внутренние и внешние, первые из которых относятся к непосредственным участникам автодорожного проекта, а вторые к более широкому кругу лиц или организаций, на которых может оказывать воздействие рассматриваемый проект.

Обязательными показателями эффективности являются:

1. Все виды затрат ресурсов, связанных с инвестициями в дорожные проекты:

- капитальные затраты на строительство;
- эксплуатационные затраты на содержание и ремонт автодорог;
- капитальные затраты на приобретение дорожных машин и оборудования.

2. Путевое время – экономия времени поездок или перевозок – важная часть экономического эффекта от дорожного строительства.

3. Безопасность.

4. Непосредственное воздействие на местную окружающую среду.

Первые две группы показателей эффективности можно отнести собственно к внутритранспортным. Безопасность, определяемая последствиями дорожно-транспортных происшествий, может считаться внутритранспортным показателем эффективности только в части, касающейся участников дорожного движения. Экологические последствия дорожного строительства – классический пример внешнего (в западном понимании) показателя эффективности.

В качестве дополнительных предлагается учитывать следующие типы показателей эффективности:

5. Развитие экономики региона, обслуживаемого рассматриваемой автомобильной дорогой.

6. Глобальные экологические показатели эффективности.

7. Степень соответствия проекта стратегической политике, принятой государством.

Все эти показатели эффективности относятся к категории внешних, степень их учета на практике зависит от наличия данных и целей конкретного анализа автодорожного проекта.

Внутритранспортные затраты измеряются общепринятыми показателями, имеют традиционные составляющие и оцениваются непосредственно в рыночных ценах.

Внешние (внетранспортные) показатели эффективности требуют более детального рассмотрения с точки зрения возможности их измерения или «косвенной» денежной оценки.

При принятии решения о формировании показателей эффективности нельзя опираться исключительно на экономические показатели, так как оценка дорожных работ в этом случае получится достаточно односторонней.

В задачах оценки инвестиционных проектов часто возникает ситуация, когда некоторые критерии являются качественными и могут быть оценены только экспертно. Бывают ситуации, когда может быть получена и количественная оценка, но сбор информации для ее расчета чрезвычайно трудоемок, да

и полученная таким образом оценка не может быть однозначно переведена в денежную.

В условиях дорожного строительства такими качественными критериями будут экологический ущерб, степень соответствия проекта стратегической политике, принятой государством, социальный риск и т.п.

Основной проблемой всех подрядных организаций является формирование портфеля заказов. Подрядчик зачастую вынужден соглашаться на выполнение работ на заведомо для него невыгодных условиях (с нулевой рентабельностью и т.п.). Это привело к тому, что подрядчики (по их информации) практически не имеют прибыли, а следовательно, и средств для развития, создания запасов материалов, приобретения техники.

Устойчивое финансовое положение подрядных организаций важно для дорожной отрасли, так как порядка 35-40 % средств, направляемых в дорожное хозяйство, возвращается в бюджеты всех уровней в форме соответствующих налоговых платежей предприятий и организаций дорожного хозяйства. До 70 % затрат предприятий и организаций дорожного хозяйства направляется на приобретение материально-технических ресурсов, другими словами, на финансирование сопряженных отраслей экономики.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 40-55), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 32-48, 56):

будущими ремонта и реконструкции, и т.п. То есть стоимость ремонта участка дороги будет зависеть от выбранной технологии, используемых материалов и техники. Причем зависимость будет носить дискретный характер, то есть определенному сочетанию технологии, материалов и оборудования будет соответствовать конкретная величина затрат и конкретные параметры потребительских свойств, приобретаемых данным участком дороги после ремонта, а также величина межремонтного срока. Следовательно, выбор оптимальных вариантов производства работ будет производиться в пространстве дискретных состояний, то есть относиться к NP-трудным задачам оптимизации (задачи комбинаторной оптимизации).

Рассмотрим основные методы решения задач дискретной оптимизации.

Рассмотрим постановку задач дискретной оптимизации (экстремальных задач комбинаторного типа) [25]. Задано конечное множество Q допустимых решений (комбинаций). В качестве таких комбинаций могут выступать перестановки n чисел (число возможных решений $n!$), сочетания из n элементов m (число решений C_n^m), последовательность из n чисел, каждый член которой может принимать одно из m значений (число возможных решений m^n) и т.д.

Для каждой комбинации $\pi \in Q$ определена функция $\varphi(\pi)$ в том смысле, что есть алгоритм вычисления функции $\varphi(\pi)$ для любого $\pi \in Q$. Требуется определить комбинацию $\pi_0 \in Q$, для которой $\varphi(\pi)$ принимает максимальное или минимальное значение. Сложность решения задач дискретной оптимизации состоит в том, что число допустимых решений экспоненциально растет с ростом размерности задачи n . Поэтому простой перебор всех решений невозможен при больших n . В то же время эти задачи относятся, как правило, к классу NP-трудных задач, для которых доказано, что не существует методов их точного решения, отличных от перебора.

Существует несколько схем решения задач дискретной оптимизации. Ниже дается их краткое описание [25].

Определим для каждого решения π множество $R(\pi)$ так называемых соседних решений (**окрестность** решения π). При заданной процедуре получения соседних решений алгоритм локальной оптимизации работает следующим образом [9].

Берем какое-либо решение π_0

Рассматриваем окрестность $R(\pi_0)$ и в этой окрестности определяем наилучшее решение π_1 , такое, что

$$\varphi(\pi) = \min_{\pi \in R(\pi_0)} \varphi(\pi) \quad (1.4.1)$$

(имеется в виду задача минимизации).

Если $\varphi(\pi_1) < \varphi(\pi_0)$, то рассматриваем окрестность $R(\pi_1)$, определяем наилучшее решение π_2 и т.д., до тех пор пока не получим решение π_* , такое, что

$$\varphi(\pi_k) = \min_{\pi \in P(\pi_k)} \varphi(\pi).$$

Это решение называется локально-оптимальным.

Далее можно взять новое начальное решение и повторить процедуру до получения локально-оптимального решения и т.д.

Можно поступить по-другому, расширив окрестность. Если π_k – локально-оптимальное решение, то определяем окрестность следующим образом:

$$\tilde{P}(\pi_k) = \bigcup_{\pi \in P(\pi_k)} P(\pi). \quad (1.4.2)$$

Другими словами, $\tilde{P}(\pi_k)$ – это объединение всех окрестностей решений, принадлежащих окрестности локально-оптимального решения. Если π_k остается локально-оптимальным решением в новой окрестности, то либо производим дальнейшее расширение окрестности, либо останавливаемся на полученном решении.

Достоинством методов локальной оптимизации является простота соответствующих алгоритмов. Недостатком схемы является отсутствие оценок близости получаемого решения к оптимальному.

В задачах календарного планирования метод локальной оптимизации реализуется в основном в так называемых алгоритмах «сглаживания» и в алгоритмах улучшения решения путем изменения очередности работ критического пути. Рассмотрим два простых примера, иллюстрирующих эти подходы.

Пример 1.4.1 [25]. На рис. 1.4.1 приведен сетевой график проекта из 4 работ, которым соответствуют вершины сети. В нижней половине вершин указаны объемы работ. Примем, что количество ресурсов на работах 1 и 2 не может превышать 4, а на работах 3 и 4 не может превышать 1.

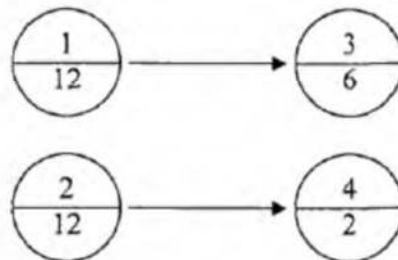


Рис. 1.4.1

На рис. 1.4.2 приведен график использования ресурсов при выполнении всех работ с максимальной интенсивностью

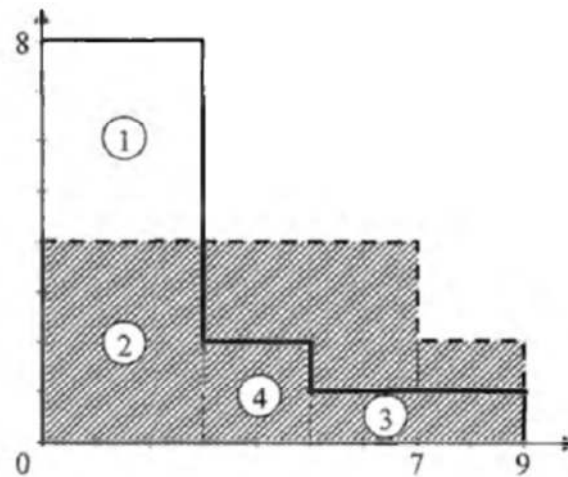


Рис. 1.4.2

Заметим, что работы 1 и 3 критические, а работы 2 и 4 имеют полные резервы времени, равные 4. Поэтому сдвигаем начало работы 2 на 3 единицы и выполняем ее в интервале (3, 7) тремя единицами ресурсов. При этом, естественно, сдвигается работа 4 на 4 единицы. График использования ресурсов после локальной оптимизации на рис. 1.4.2 заштрихован.

Пример 1.4.2 (задача о станках) [25]. Требуется обработать n деталей. Каждая деталь проходит обработку на двух станках. Продолжительность обработки детали i на первом станке равна a_i , а на втором b_i . Имеется всего один станок первого типа и достаточное количество станков второго типа. Требуется определить очередность обработки деталей, минимизирующую продолжительность обработки всех деталей.

На рис. 1.4.3 приведен сетевой график из трех деталей. В нижней половине вершин указаны времена обработки.

Возьмем произвольную очередность, например, 1,2,3 (очередность обработки указана пунктиром на рис. 1.4.3, критический путь выделен двойными дугами). Продолжительность обработки $T = 23$. Естественно определить соседние решения как решения, получаемые изменением очередности работ, лежа-

щих на критическом пути. В нашем случае окрестность состоит из одного решения (2,1,3), рис. 1.4.4.

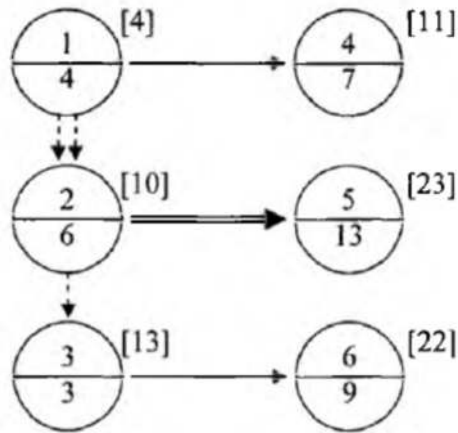


Рис. 1.4.3

Продолжительность обработки $T = 22$ уменьшилась. Для нового решения имеем два соседних (1,2,3) и (2,3,1). Из них первое мы уже рассматривали. Для второго имеем $T = 20$. Это решение, как легко показать, является локально оптимальным. Более того, можно показать, что для данной задачи описанный алгоритм всегда дает глобально оптимальное решение.

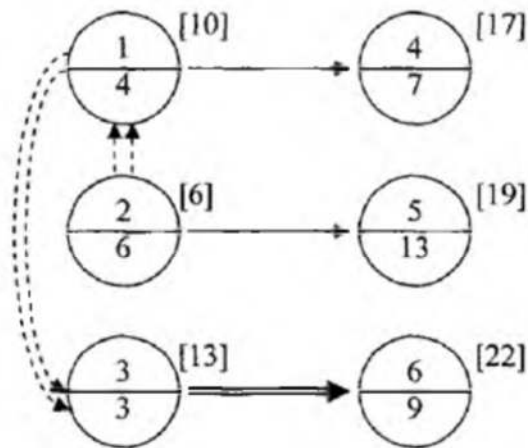


Рис. 1.4.4

Обобщением метода локальной оптимизации являются так называемые генетические алгоритмы. В этих алгоритмах окрестность определяется не для одного решения, а для пары решений (родителей) и даже для нескольких решений. Из полученной окрестности отбираются наиболее перспективные «дети» и

формируются новые пары (возможно с привлечение других решений) и т.д. Например, на основе перестановок (1,2,3,4) и (3,4,2,1) можно получить окрестность, беря очередность пары соседних элементов из первой перестановки, а очередность оставшейся пары – из второй, а потом наоборот, очередность пары соседних элементов из второй перестановки, а очередность другой пары – из первой. Получаем шесть детей:

(1,2,3,4), (2,3,4,1), (3,4,2,1), (3,4,1,2), (4,2,1,3) и (2,1,3,4).

Из них двое полностью идентичны одному из родителей. Исключая их, получаем окрестность из четырех перестановок:

(2,3,4,1), (3,4,1,2), (4,2,1,3) и (2,1,3,4).

Предположим, что «дети» (2,3,4,1) и (3,2,1,3) наиболее перспективны. На основе этой пары можно получить новую окрестность, и т.д.

В основе метода ветвлений лежит процедура последовательного получения решения. Разобьем множество всех решений на подмножества, каждое подмножество на другие подмножества и т.д. до получения отдельных решений (рис. 1.4.5) [20, 23, 224, 26, 27].

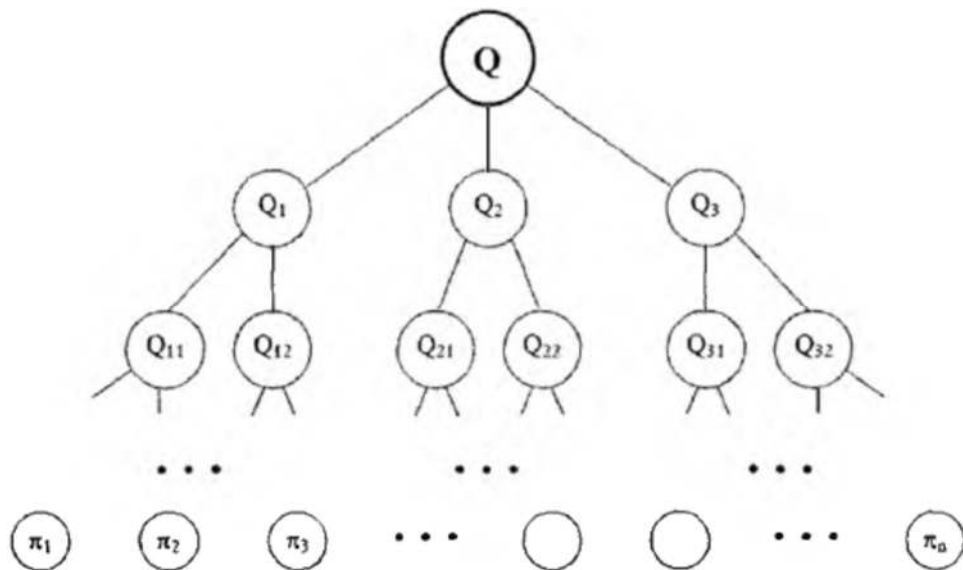


Рис. 1.4.5

Если теперь для каждой вершины полученного дерева определить некоторую функцию оценки соответствующего подмножества (функция приорите-

та), качественно характеризующую вероятность того, что в данном подмножестве найдется оптимальное или хотя бы «достаточно хорошее» решение, то мы получаем алгоритм поиска решения, двигаясь по ветви дерева, имеющей максимальное значение функции оценки (или минимальное, если вероятность наличия достаточно хорошего решения тем больше, чем меньше значение функции оценки). В задачах календарного планирования метод ветвлений реализуется в так называемых эвристических алгоритмах распределения ресурсов [25].

Метод ветвей и границ – это метод ветвлений, в котором в качестве функций оценки подмножеств берутся оценки снизу (или сверху) целевой функции задачи на данном подмножестве решений. Основное преимущество этого метода по сравнению с методом ветвлений в том, что возможна оценка близости получаемого решения к оптимальному. Действительно, если мы получили решение π со значением целевой функции $\varphi(\pi)$, а оценки снизу остальных подмножеств $\eta(Q) \geq \varphi(\pi)$ (рассматриваем задачу на минимум), то очевидно, полученное решение оптимально. Если наилучшая оценка $\eta(Q) < \varphi(\pi)$, то разность $\Delta = \varphi(\pi) - \eta(Q)$ определяет погрешность полученного решения [22, 25, 27, 28].

Эффективность метода ветвей и границ в существенной степени зависит от «качества» нижних оценок. При плохих оценках это фактически полный перебор, при достижимой нижней оценке это получение оптимального решения за один проход по дереву ветвлений.

Заметим, что функция приоритета, основанная на степени критичности фронта работ в эвристических алгоритмах распределения ресурсов, является оценкой снизу продолжительности проекта (насколько хороша эта оценка – отдельный вопрос). Дадим иллюстрацию метода на примере задачи обработки деталей (рис. 1.4.3). Возьмем деталь 1 с минимальным b_i и разобьем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве деталь 1 делается последней, а во втором – не делается последней. Очевидно, что оценка снизу продолжительности обработки для первого подмножества равна

$$\eta_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \min_i b_i = 13 + 7 = 20, \text{ а для второго } \eta_2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \min_{i \neq 1} b_i = 13 + 9 = 22.$$

Выбираем подмножество с минимальной оценкой, то есть деталь 1 обрабатывается последней. Это подмножество разбивается на два. В первом деталь 3 (имеющая минимальную величину b_i из оставшихся деталей) обрабатывается предпоследней, а во втором – нет (то есть обрабатывается первой). Оценка первого подмножества

$$\eta = (Q_{11}) = \max(19, 20) = 20,$$

а оценка второго

$$\eta = (Q_{12}) = \max(22, 20) = 22.$$

Выбираем первое подмножество.

Соответствующая очередность обработки деталей (2,3,1) с продолжительностью обработки $T = 20$. Это решение оптимально, поскольку оценка остальных подмножеств больше 20 (рис. 1.4.6). На рисунке число в скобках у дуг (например, (1)) показывает, какая деталь делается, а число с чертой показывает, какая деталь не делается (последней, предпоследней и т.д.).

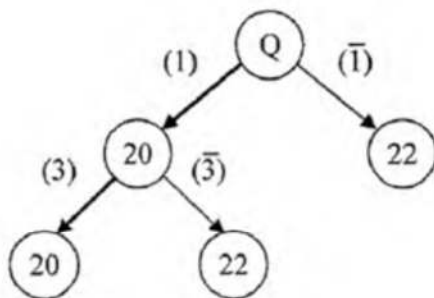


Рис. 1.4.6

В основе метода лежит сведение задачи оптимизации к задаче определения экстремальной траектории (минимальной или максимальной длины) в некотором специальном образом построенном семействе возможных траекторий. Принцип оптимальности Беллмана гласит: любой участок оптимальной траектории оптимален [17, 25, 26].

В случае дискретных задач метод динамического программирования сводится к определению пути максимальной или минимальной длины в специальным образом построенной сети. Дадим иллюстрацию метода на примере классической задачи о ранце. Имеются n предметов. Каждый предмет имеет цен-

ность α_i и вес c_i . Требуется выбрать подмножество Q предметов так, чтобы их суммарная ценность $A(Q) = \sum_{i \in Q} \alpha_i$ была максимальной при ограничении на суммарный вес $\sum_{i \in Q} c_i \leq R$.

Способ построения сети рассмотрим на примере.

Имеются четыре предмета, данные о ценностях и весах которых приведены в табл. 1.4.1.

Таблица 1.4.1

i	1	2	3	4
a_i	3	2	4	5
c_i	2	1	3	4

Пусть $R = 6$. Строим на плоскости систему координат, одна ось которой соответствует предметам, а вторая – их весу. По оси предметов отмечаем номера предметов 1,2,3,4 (рис. 1.4.7). Из начала координат проводим две дуги – одна – горизонтальная в точку (1,0), а другая – наклонная в точку (1,2), где 2 – вес первого предмета. Первая дуга соответствует случаю, когда первый предмет не берется, а вторая – когда он берется. Из каждой полученной точки (1, 0) и (1,2) проводим также по две дуги для второго предмета. Получаем четыре точки (2,0), (2,1), (2,2) и (2,3), соответствующие четырем возможным вариантам для двух предметов. Продолжая таким образом, получим сеть, приведенную на рис. 1.4.7.

Очевидно, что любой путь в сети из начальной вершины 0 в одну из конечных вершин соответствует некоторому набору предметов. И наоборот, любому набору предметов суммарным весом не более 6 однозначно соответствует путь в сети, соединяющий начальную вершину с одной из конечных.

Значение координаты по второй оси равно суммарному весу предметов. Примем длины горизонтальных дуг равными 0, а длины наклонных равными ценности соответствующего предмета. В этом случае длина пути, соединяющего начальную вершину с одной из конечных, равна суммарной ценности соот-

ветствующего набора предметов. Таким образом, задача свелась к определению пути, имеющего максимальную длину. Путь максимальной длины выделен на рис. 1.4.7 толстыми дугами.

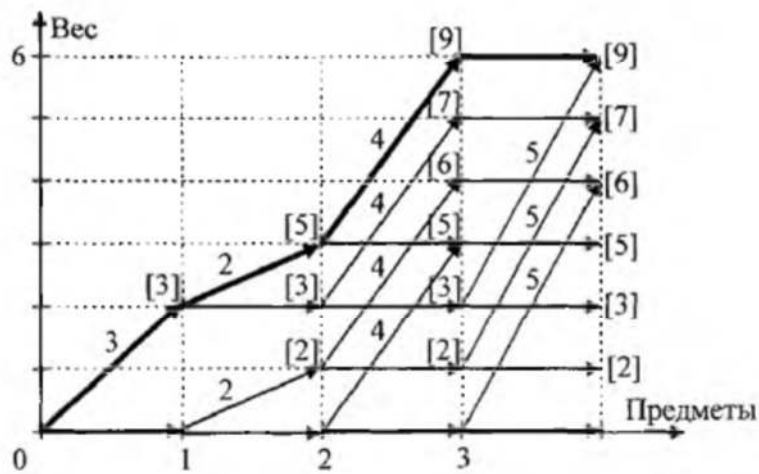


Рис. 1.4.7

Метод динамического программирования можно представить в другой эквивалентной форме, удобной для сравнения его с методом дихотомического программирования. Эта форма не требует построения сети, а использует матричный способ вычислений (рис. 1.4.8).

Первая матрица соответствует второму слою сети (рис. 1.4.7). В верхней половине каждой клетки указана величина веса для различных вариантов из двух первых предметов, а в нижней – соответствующая ценность. Вторая матрица соответствует третьему слою, а третья – четвертому. Если в матрице имеется несколько клеток с одинаковыми весами, то в следующую матрицу для этого значения веса берется максимальное значение ценности. Это и есть принцип оптимальности Беллмана для матричного представления метода динамического программирования. В последнем столбике (см. рис. 1.4.8) приведены оптимальные значения суммарной ценности предметов при любых ограничениях на вес ранца.

Метод динамического программирования является эффективным методом решения некоторых задач дискретной оптимизации, существенно сокращая перебор. Так, например, для рассмотренной задачи о ранце при целочисленных

значениях весов предметов объем вычислений пропорционален числу вершин сети, то есть не более чем R^2n . При заданном R объем вычислений растет пропорционально n , что свидетельствует о высокой эффективности метода. К сожалению, метод динамического программирования применим к ограниченному классу задач.

Подводя итоги краткого обзора основных методов решения задач дискретной оптимизации, отметим, что к точным методам решения (или к методам решения с оценкой точности) относятся метод ветвей и границ и метод динамического программирования. Эффективность метода ветвей и границ в существенной степени зависит от точности нижних (или верхних) оценок оптимального решения на подмножествах решений.

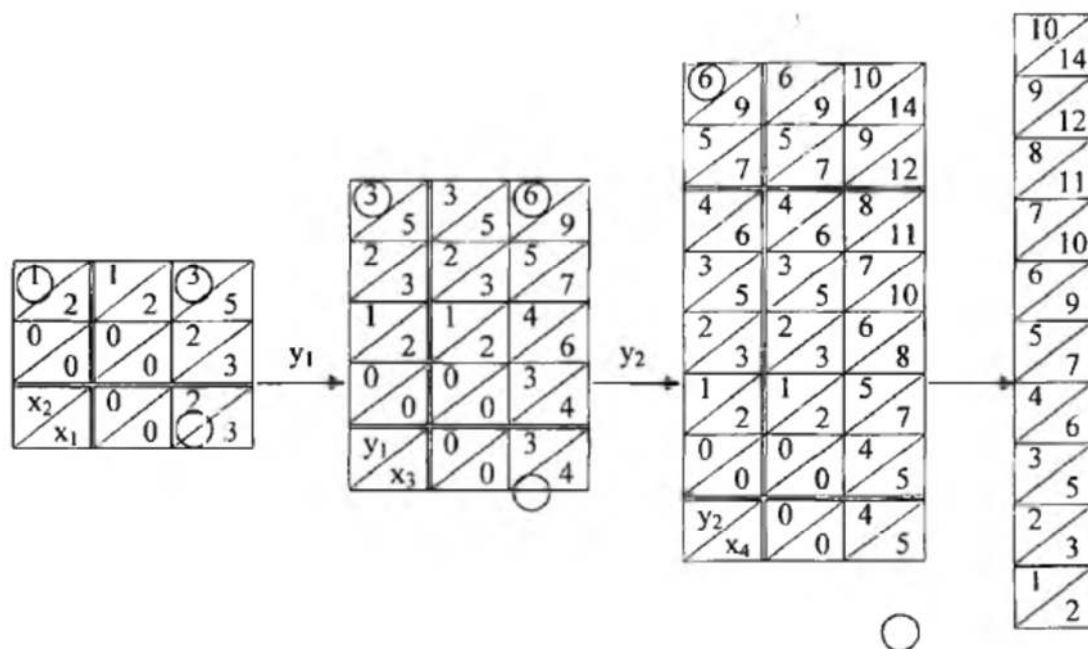


Рис. 1.4.8

Метод динамического программирования, как уже отмечалось выше, применим к ограниченному классу задач.

Описываемый в следующих параграфах метод дихотомического программирования, с одной стороны, обобщает метод динамического программирования (при дихотомическом представлении типа дерева), а с другой – для

общего случая дает достаточно универсальный алгоритм получения нижних (верхних) оценок, что позволяет эффективно применять метод ветвей и границ.

1.5. Методы сетевого и дихотомического программирования

Многие задачи дискретной оптимизации сводятся к следующей постановке: определить вектор $x = \{x_i\}$ с дискретными компонентами, минимизирующий аддитивную функцию

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_i) \quad (1.5.1)$$

при ограничении

$$f(x) \geq b. \quad (1.5.2)$$

Любая функция дискретных переменных допускает сетевое представление, такое, что вычисление значений функции сводится к последовательному вычислению значений более простых функций. В частности, любая функция дискретных переменных допускает дихотомическое представление, когда вычисление значения функции сводится к последовательному вычислению значений функций двух переменных.

Так, функция $f(x) = f_0[f_1(x_1, x_2), f_2(x_2, x_3)]$ допускает дихотомическое представление (рис. 1.5.1). При этом функции f_0 , f_1 и f_2 удобно представлять в матричном виде (рис. 1.5.2).

Такое представление широко используется в методах комплексного оценивания программ развития предприятий, регионов, результатов деятельности подразделений, уровня безопасности объектов и др. [2, 3, 4, 6, 16].

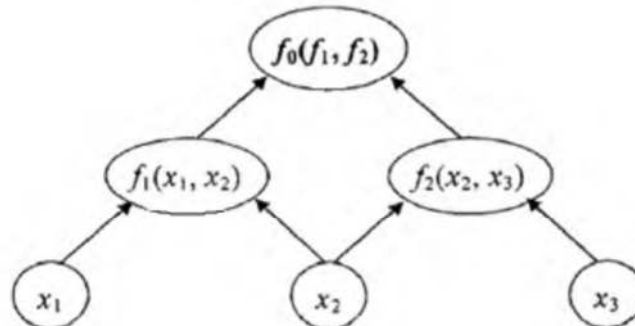


Рис. 1.5.1

В работах [6, 65] доказаны теоремы о представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных (в частности, двух переменных).

Так, например, любая непрерывная функция трех переменных представима в виде [1] $f(x_1, x_2, x_3) = h^1(x_1, \varphi_1(x_2, x_3)) + h^2(x_1, \varphi_2(x_2, x_3)) + h^3(x_1, \varphi_3(x_2, x_3))$. Ее сетевое представление приведено на рис. 1.5.3.

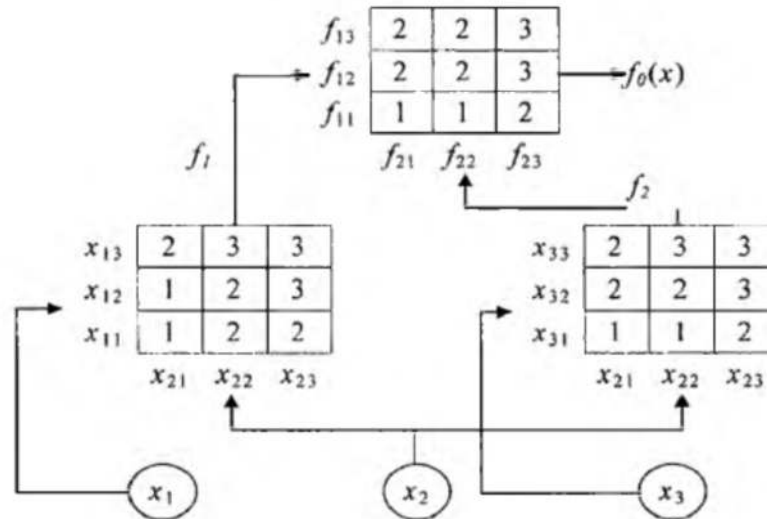


Рис. 1.5.2

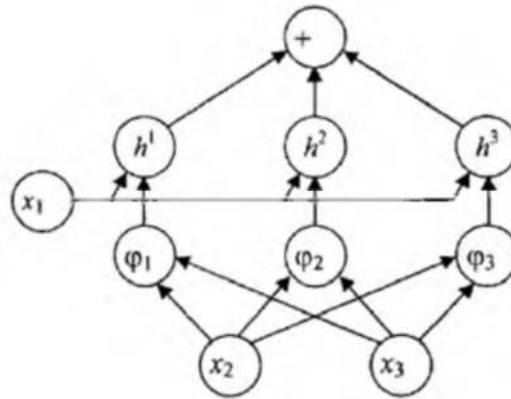


Рис. 1.5.3

В сетевом виде можно представить и систему неравенств. Рассмотрим, например, систему неравенств

$$f_j(x) \leq b_j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (1.5.3)$$

Без ограничения общности можно принять, что b_j – положительные и одинаковые числа, $b_j = b > 0$. В этом случае систему неравенств (3.3.3) можно заменить одним неравенством $f(x) \leq b$, где $f(x) = \max_j f_j(x)$. Очевидно, что функция $f(x)$ допускает сетевое представление, если все функции f_j допускают такое представление.

Ниже описывается новый метод решения задач дискретной оптимизации, использующий сетевое представление функции $f(x)$.

Этот метод естественно назвать методом сетевого программирования (в частном случае дихотомического представления получаем метод дихотомического программирования [25]).

Рассмотрим случай, когда функция $f(x)$ допускает сетевое представление в виде дерева. Дадим описание метода сетевого программирования для задачи (1.5.1), (1.5.2).

На рис. 1.5.4 приведен пример функции трех переменных, имеющей вид

$$f(x_1, x_2, x_3) = \varphi_0[f_1(x_1, x_2), x_3] = \varphi_0(y, x_3).$$

Значения функций $\varphi_i(x_i)$ даны в нижних половинах квадратов, соответствующих переменным x_1, x_2 и x_3 .

Идея метода состоит в следующем.

Сначала решается задача минимизации функции двух переменных

$$\varphi_1(x_1) + \varphi_2(x_2)$$

при ограничении

$$f_1(x_1, x_2) \geq y,$$

соответствующая начальной вершине сетевого представления.

Обозначим $z(y)$ решение этой задачи в зависимости от y . Далее решаем задачу минимизации функции двух переменных $z(y) + \varphi_3(x_3)$ при ограничении $\varphi_0(y, x_3) \geq b$, соответствующую конечной вершине сетевого представления.

Решение этой задачи определяет оптимальное решение исходной задачи.

Несложно обобщить описанный метод на случай произвольного сетевого представления функции $f(x)$ в виде дерева. Главное, чтобы задачи, соответствующие каждой вершине сетевого представления, имели эффективные методы решения. В случае дихотомического представления это всегда имеет место.

Заметим, что дихотомическое представление (см. рис. 1.5.4) имеет структуру в виде ветви дерева.

В этом случае метод дихотомического программирования переходит в метод динамического программирования.

Таким образом, метод дихотомического программирования в случае дихотомического представления в виде дерева является обобщением метода динамического программирования, расширяя круг задач, решаемых на основе данного подхода (рис. 1.5.4).

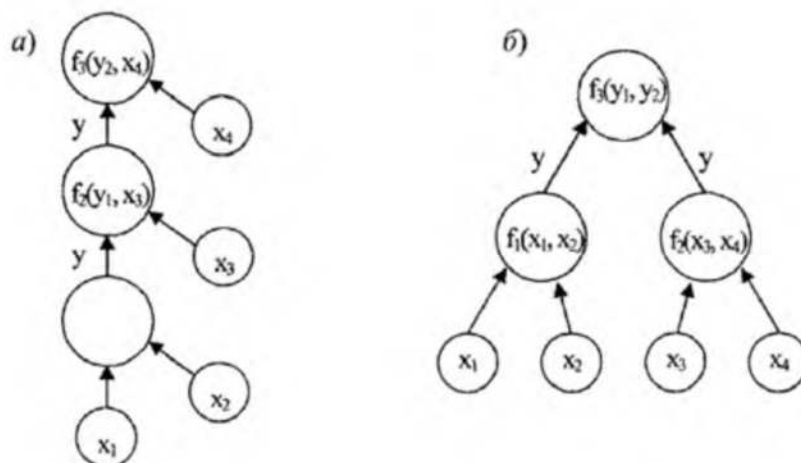


Рис. 1.5.4

Если в методе динамического программирования решением задачи является путь в некоторой специально построенной сети, то в методе дихотомического программирования решением задачи является частичное дерево в некотором специально построенном дереве.

Соответственно принцип оптимальности в методе дихотомического программирования можно сформулировать следующим образом: любое поддереве оптимального дерева должно быть оптимальным.

Формально этот принцип оптимальности можно записать следующим образом:

$$\varphi_k(y) = \min_{(i,j) \in p(y)} [\varphi_i(y_i) + \varphi_j(y_j)],$$

где $p(y)$ – множество пар (i, j) , таких, что $f_k(y_i, y_j) = y$.

Рассмотрим произвольное сетевое представление функции $f(x)$, задаваемое сетью, входом которой является вершина, соответствующая функции $f(x)$, а выходами – вершины, соответствующие переменным $x_i, i = \overline{1, n}$.

Рассмотрим множество конечных вершин, которые не являются висячими, т.е. их степени захода больше 1.

Разделим произвольным образом затраты $\varphi_i(x_i)$ на k_i частей, где k_i – число заходящих дуг. Фактически мы как бы разделили вершину i на k_i висячих вершин с соответствующей частью затрат.

Далее применяем описанный выше алгоритм. При этом каждый раз, когда встречается вершина со степенью захода больше 1, мы делим затраты на соответствующее число частей. В результате применения алгоритма мы получим оптимальное решение для модифицированной сети. Однако это решение может не быть решением исходной задачи. Тем не менее имеет место следующая теорема:

Теорема. Полученное с помощью вышеописанного алгоритма решение дает нижнюю оценку оптимального решения исходной задачи.

Доказательство. Заметим, что множество решений модифицированной сети содержит все решения исходной задачи. Эти решения имеют следующий вид. Если в вершину, соответствующую переменной x_{ik} , заходит хотя бы одна дуга полученного решения, то все дуги, заходящие в эту вершину, также принадлежат полученному решению.

Отсюда следует, что полученное оптимальное решение модифицированной задачи дает нижнюю оценку для оптимального решения исходной задачи.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 149-152), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 89-92):

5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНОВ РЕМОНТА УЧАСТКОВ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

5.1. Постановка задачи

Из литературы известна методика определения степени опасности участков дороги. Это комплексный показатель, характеризующий ожидаемый ущерб при эксплуатации участков в данном состоянии.

Когда степень опасности (ожидаемого ущерба) достигает определенной величины, участок дороги подлежит ремонту.

Когда степень опасности (ожидаемого ущерба) достигает определенной величины, участок дороги подлежит ремонту.

Ремонт производится с целью снижения этого показателя до величины не менее некоторой нормативной, при которой возможна нормальная эксплуатация данного участка дороги. Если ремонт не производится в текущем плановом периоде, то либо ограничиваются возможности эксплуатации данного участка, либо он вообще закрывается для проезда (определяются объездные пути). Затратив дополнительные средства, можно обеспечить величину степени опасности меньше требуемого нормативного уровня, что приводит как к уменьшению степени опасности, так и к увеличению срока эксплуатации данного участка дороги. Примем, что определена зависимость $y_i = \varphi_i(x_i)$ степени опасности i -го участка дороги после ремонта от величины средств на ремонт.

Рассмотрим два вида таких зависимостей - непрерывные и дискретные. Типичный вид непрерываемой зависимости приведен на рис. 5.1.1, а дискретной - на рис. 5.1.2.

На рис. 5.1.1 величина $y_{пр}$ определяет предельную оценку степени опасности, при достижении которой нормальная эксплуатация участка дороги не допускается. Величина y_n определяет нормативный уровень степени опасности, который должен быть обеспечен после ремонта. Величина y_m определяет минимальный уровень степени опасности, который можно обеспечить в результате ремонта за счет дополнительного финансирования.

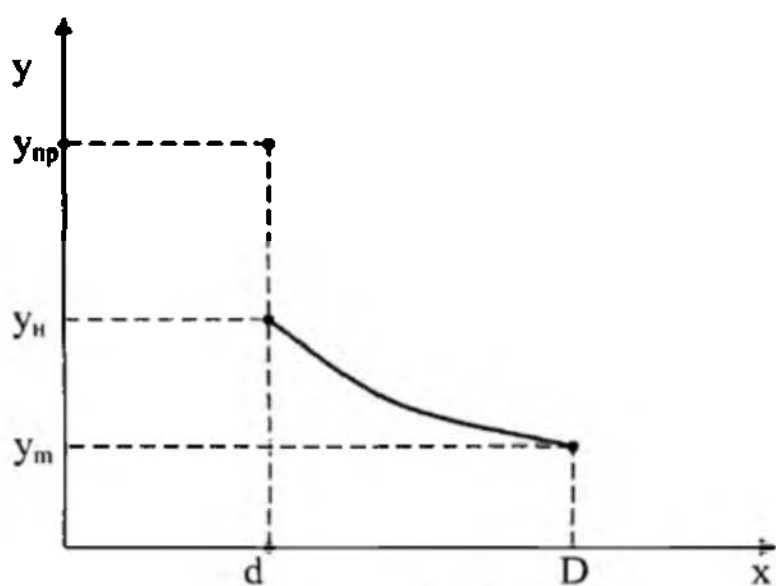


Рис. 5.1.1

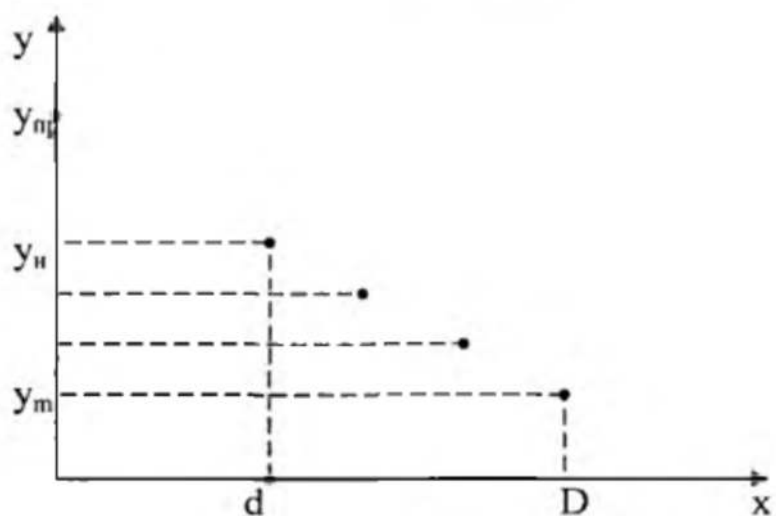


Рис. 5.1.2

Пусть дана величина средств на ремонт на планируемый период (год). Задача заключается в распределении этих средств, то есть в определении множества участков, которые будут ремонтироваться, и величины средств, выделенных на ремонт каждого из этих участков. Как правило, выделенных средств недостаточно для финансирования ремонта всех участков, требующих ремонта. Как уже отмечалось выше, если ремонт участка не производится в планируемом периоде, то ограничение либо запрещение эксплуатации данного участка приводит к потерям. Обозначим b_i потери (ущерб) в случае, если ремонт i -го участка не производится в планируемом периоде.

Тогда суммарный ущерб можно записать в виде

$$B(Q) = \sum_{i \in Q} b_i, \quad (5.1.1)$$

где Q - множество ремонтируемых участков, а суммарная степень опасности участков дороги

$$\hat{O}(Q) = \sum_{i \in Q} \hat{o}_i(\hat{\delta}_i) \quad (5.1.2)$$

при ограничениях на величину выделенных средств

$$\sum_{i \in Q} x_i \leq C, \quad (5.1.3)$$

где C - величина средств на ремонт в планируемом периоде. Заметим, что степень опасности Φ является некоторой комплексной безразмерной оценкой, учитывающей целый ряд факторов. В то же время ущерб B , как правило, измеряется в денежном выражении. Для их приведения к единому виду введем множитель λ , размерность которого $1/\text{руб.}$, и представим степень опасности и ущерб в виде линейной свертки:

$$F(Q) = \hat{O}(Q) + \lambda B(Q). \quad (5.1.4)$$

Рассмотрим ряд задач формирования плана ремонтных работ. Если величина ущерба от того, что ремонт участка не включен в план, существенно выше, чем дополнительный выигрыш при уменьшении степени опасности ниже нормативного уровня, то основной задачей становится задача минимизации ущерба (5.1.1).

Задача 1. Определить множество Q ремонтируемых участков, так чтобы минимизировать (5.1.1) при ограничении (5.1.3). Если, наоборот, дополнительный выигрыш от уменьшения степени опасности ниже нормативного уровня существенно выше, чем ущерб от того, что данный участок не вошел в план ремонта, то основной задачей становится минимизация критерия (5.1.2).

Задача 2. Определить $\{X_i\}, i = \overline{1, n}$, минимизирующие (5.1.2) при ограничении (5.1.3). Заметим, что задача 2 может решаться после решения задачи 1, если в оптимальном решении Q_0 задачи 1

$$\sum_{i \in Q} d_i < C,$$

то есть остается резерв средств на дополнительное снижение степени опасности участков. Если дополнительный выигрыш от снижения степени опасности ниже нормативного уровня и ущерб от того, что участок не включен в план ремонта, являются сравнимыми величинами, то основной задачей является задача минимизации критерия (5.1.4).

Задача 3. Определить $\{X_i\}, i = \overline{1, n}$, минимизирующие (5.1.4) при ограничении (5.1.3). Задачу 3 можно рассматривать как параметрическую. Меняя величину λ , мы получим различные варианты планов. Из этих вариантов лицо, принимающее решение (ЛПР), выбирает план ремонта исходя из своих предпочтений.

Поставленные задачи являются, как правило, многоэкстремальными задачами для непрерывных зависимостей (рис. 5.1.1) или задачами дискретной оптимизации для дискретных зависимостей (рис. 5.1.2). Поэтому рассмотрим методы решения многоэкстремальных задач на примере задач дискретной оптимизации.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 152-162), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 92-102):

5.2. Методы решения задачи минимизации ущерба

Представим задачу 1 в виде задачи целочисленного линейного программирования в переменных $\{0, 1\}$. Для этого примем $z_i = 1$, если участок i включен в план ремонта, и $z_i = 0$ в противном случае. Тогда критерий (1) запишется в виде

$$B(x) = \sum_{i=1}^n b_i(1 - z_i) = \sum_{i=1}^n b_i - \sum_{i=1}^n b_i z_i. \quad (5.2.1)$$

Очевидно, что задача минимизации (5.2.1) эквивалентна задаче максимизации

$$K(z) = \sum_{i=1}^n b_i z_i \quad (5.2.2)$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^n d_i z_i \leq C. \quad (5.2.3)$$

Получили классическую задачу о ранце, методы решения которой хорошо разработаны. Так, в работе [25] описан метод динамического программирования, а И.В. Бурковой и С.В. Крюковым предложен метод дихотомического программирования для решения задачи о ранце и показано, что объем вычислений в методе дихотомического программирования примерно в два раза меньше, чем в методе динамического программирования.

Поэтому рассмотрим ситуацию, когда в оптимальном решении задачи ресурс используется не полностью, то есть

$$\Delta = C - \sum_{i \in Q} d_i > 0,$$

где Q – множество участков, включенных в план ремонта.

Эти средства можно использовать для дополнительного уменьшения степени опасности на ряде участков, как было отмечено выше. Введем новую переменную $u_i = x_i - d_i$, равную величине дополнительных средств, выделенных для ремонта i -го участка. Функцию $\phi_i(x_i) = \phi_i(u_i + d_i)$ будем обозначать для простоты $\phi_i(u_i)$.

Задача. Определить $\{u_i\}, i \in Q$, минимизирующие

$$\sum_{i \in Q} \phi_i(u_i) \quad (5.2.4)$$

при ограничении

$$\sum_{i \in Q} u_i \leq \Delta. \quad (5.2.5)$$

Получим задачу нелинейного программирования. Ее решение рассмотрим для нескольких практически интересных случаев.

Замечание. Полученную задачу можно решать для любого множества участков, уже включенных в план ремонта с заданным финансированием.

Пусть $\phi_i(u_i)$ - выпуклые функции. В этом случае получаем задачу выпуклого программирования, методы решения которой хорошо разработаны. С точки

зрения практики можно всегда принять, что функция $\phi_i(u_i)$ является кусочно-линейной с отрезками линейности единичной длины. В этом случае существует эффективный алгоритм решения задачи. Обозначим

$$r_{ik} = \phi_i(k) - \phi_i(k+1), \quad k = 1, \dots, m_i - 1,$$

где $m_i = D_i - d_i$.

Заметим, что

$$r_{i1} \geq r_{i2} \geq \dots \geq r_{im_i}$$

в силу выпуклости функций $\phi_i(u_i)$. Идея алгоритма состоит в том, что отбираются Δ наибольших величин r_{ik} . На основе отобранных величин определяются оптимальные значения u_i . Обоснование алгоритма следует из общей теории выпуклого программирования. В силу простоты алгоритма не будем давать его подробного описания, а ограничимся иллюстрацией на примере.

Пример 5.2.1. В оптимальное решение вошли три участка с номерами 1, 2 и 3. Значения функции $\phi_i(k)$ приведены в таблице 5.2.1.

Таблица 5.2.1

$i \backslash k$	1	2	3	4
$\phi_1(k)$	11	6	3	2
$\phi_2(k)$	8	5	3	2
$\phi_3(k)$	6	4	2	1

На основе табл. 5.2.1 получаем табл. 5.2.2. значений r_{ik} .

Таблица 5.2.2

$i \backslash k$	1	2	3
r_{1k}	5	3	1
r_{2k}	3	2	1
r_{3k}	2	2	1

Пусть $\Delta=4$. Следовательно, мы должны выбрать 4 самых больших числа. Эти числа 5,3,3,2.

Существуют два варианта выбора:

- 1) $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$,
- 2) $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{31}$

Соответственно существуют два оптимальных решения:

- 1) $u_1 = 2, u_2 = 2, u_3 = 0$
- 2) $u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = 1$

с суммарной величиной степени опасности, равной 12.

Если $\phi_i(u_i)$ являются вогнутыми функциями, то задача становится многоэкстремальной и для ее решения следует применять комбинаторные методы, описанные в пп. 1.4 и 1.5.

Рассмотрим применение метода ветвей и границ для решения задач. Для этого в первую очередь необходимо иметь метод получения нижней оценки критерия (5.2.4). На рис. 5.2.1 приведен пример вогнутой функции.

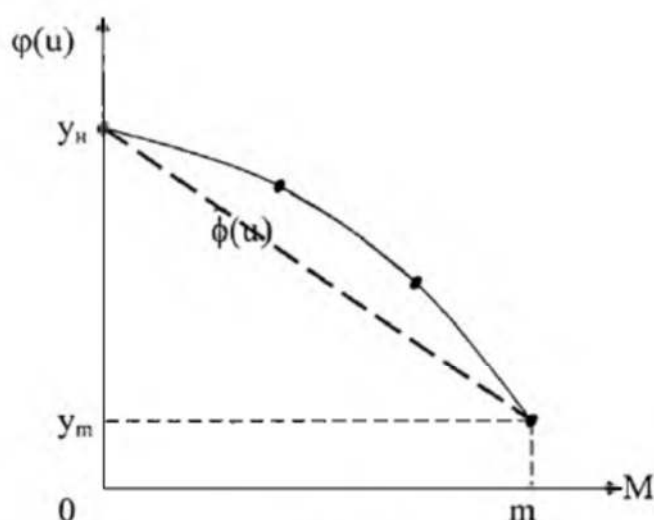


Рис. 5.2.1

Построим выпуклую функцию $\tilde{\phi}(u)$, максимально близкую к функции $\phi(u)$. Как легко видеть, это линейная функция, показанная на рис. 5.2.1 пунктиром. Если теперь решить задачу минимизации

$$\tilde{O}(u) = \sum_{i \in Q} \tilde{\phi}_i(u_i) \quad (5.2.6)$$

при ограничении (5.2.5), то мы получим нижнюю оценку критерия (5.2.4) исходной задачи. Эту оценку можно взять для оценки подмножеств в методе ветвей и границ. Сформулируем ряд простых утверждений о свойствах оптимального решения оценочной задачи (5.2.5), (5.2.6).

Утверждение 5.2.1. Если в решении оценочной задачи для любого i имеет место $u_i=0$ либо $u_i=m_i$, то полученное решение является оптимальным для исходной задачи. Доказательство непосредственно следует из того факта, что при выполнении условий утверждения величина (5.2.6) в решении оценочной задачи совпадает с величиной (5.2.6) И поэтому полученное решение является оптимальным для исходной задачи.

Утверждение 5.2.2. В решении оценочной задачи существует не более одного i , такого что

$$0 < u_i < m_i.$$

Доказательство следует из алгоритма решения оценочной задачи. Действительно, согласно алгоритму все участники упорядочиваются по убыванию величин

$$\pi_i = \frac{y_{11} - y_{m_i}}{m_i}$$

и ресурсы Δ распределяются в этой очередности. Примем, что участки пронумерованы по убыванию π_i , т.е.

$$\pi_1 \geq \pi_2 \geq \dots \geq \pi_q,$$

где q - число участков множества Q . Определим номер k , такой что

$$\sum_{i=1}^k m_i < \Delta \leq \sum_{i=1}^{k+1} m_i. \quad (5.2.7)$$

Оптимальное решение оценочной задачи имеет вид

$$u_i^* = \begin{cases} m_i, i = \overline{1, k}, \\ \Delta - \sum_{i=1}^k m_i, i = k+1, \\ 0, i > k+1. \end{cases} \quad (5.2.8)$$

Из (5.2.8) следует, что существует не более одного номера, такого что

$$0 < u_i^* < m_i.$$

Из утверждения 5.2.2 следует естественный способ разбиения множества всех решений на подмножества. А именно, находим номер k , такой что

$$0 < u_i^* < m_k,$$

и делим множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $\dot{E}_e \leq \dot{E}_e^*$, а во втором $\dot{E}_e \geq \dot{E}_e^*$. Далее строим оценочные функции в каждом из отрезков $[0; \dot{E}_e^*]$ и $[\dot{E}_e^*, m_k]$ и решаем оценочные задачи. Согласно методу ветвей и границ из двух подмножеств выбираем подмножество с минимальной оценкой.

Это подмножество, в свою очередь, разбивается на два, если в решении оценочной задачи найдется номер с промежуточным значением И, и т.д. пока не будет получено решение с величиной (5.2.6) меньше, чем оценки всех подмножеств.

Пример 5.2.2. Пусть число участков, вошедших в план ремонта, равно 3, причем каждый участок имеет три варианта плана ремонта. Данные о величинах $\varphi_i(k)$ приведены в табл. 5.2.3.

Таблица 5.2.3

$i \backslash k$	1	2	3
1	10	9	5
2	11	9	4
3	15	12	6

Возьмем $\Delta = 5$.

1 шаг. Определяем величины π_i :

$$\pi_1 = \frac{10-5}{2} = 2,5, \quad \pi_2 = \frac{11-4}{2} = 3,5, \quad \pi_3 = \frac{15-6}{2} = 4,5,$$

и решаем оценочную задачу:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2,$$

$$\tilde{O}(u) = 10 + 7,5 + 6 = 23,5,$$

при этом $\Phi(u) = 25$.

Так как $0 < u_2 < 2$, то разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $u_2 \leq 1$, а во втором $u_2 = 2$.

Оценка первого подмножества. Имеем:

$$\pi_1 = 2,5, \quad \pi_2 = 2, \quad \pi_3 = 4,5.$$

Решение оценочной задачи:

$$u_1 = 1, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 2,$$

$$\tilde{O}(u) = 7,5 + 11 + 6 = 24,5.$$

При этом $\Phi(u) = 26$.

Оценки второго подмножества ($u_2 = 2$). Имеем:

$$\pi_1 = 2, \quad \pi_3 = 3.$$

Решение оценочной задачи:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 2, \quad u_3 = 1,$$

$$\tilde{O}(u) = 26.$$

При этом $\Phi(u) = 26$, так что полученное решение является допустимым.

2 шаг. Для дальнейшего разбиения берем первое подмножество. В первом подмножестве $0 < u_1 < 2$, поэтому разбиваем его на два подмножества. В первом $u_1 \leq 1$, а во втором $u_1 = 2$.

Оценка первого подмножества ($u_1 \leq 1$). Имеем:

$$\pi_1 = 1, \quad \pi_2 = 2, \quad \pi_3 = 4,5.$$

Решение оценочной задачи:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2,$$

$$\tilde{O}(u) = 10 + 9 + 6 = 25.$$

При этом $\Phi(u) = 25$, то есть полученная оценка является достижимой.

Оценка второго подмножества ($u_1 = 2$).

Имеем:

$$\pi_2 = 2, \quad \pi_3 = 4,5.$$

Решение оценочной задачи:

$$u_1 = 2, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 1,$$

$$\tilde{O}(u) = 26,5.$$

Выбираем первое подмножество.

Итак, получено оптимальное решение

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2$$

с минимальной оценкой степени опасности участков $\Phi(u) = 25$.

Рассмотрим частный случай задачи, когда отрезки $[d_i, D_i]$ имеют одинаковые длины: $\delta_i = D_i - d_i = \delta, \quad i = \overline{1, n}$.

Пусть

$$\Delta = p \cdot \delta + s, \text{ где } 0 \leq s \leq \delta.$$

В этом случае для P участков в оптимальном решении $u_i = \delta$, что соответствует минимальной степени опасности, а для одного участка $u_i = S$. Пусть участки пронумерованы в очередности убывания π_i .

Определим

$$\pi_i(S) = \frac{y_{i1} - y_{is}}{S}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Обозначим через p номер участка с максимальной величиной $\pi_i(S)$. Рассмотрим два случая.

1 случай. Пусть $s > p$. В этом случае оптимальное решение имеет вид

$$u_i = \delta, \quad i = \overline{1, p}, \quad u_i = S,$$

остальные $u_i = 0$. Доказательство достаточно очевидно следует из того факта, что мы берем p самых больших π_i и одну самую большую $\pi_i(S)$.

Второй случай является более сложным. Предварительно докажем следующее утверждение.

Утверждение 5.2.3. Пусть $\phi_i(u_i)$ - строго вогнутые функции. В оптимальном решении задачи 1 только не более чем для одного участка имеет место $0 < u_i < m_i$.

Доказательство.

Пусть имеется два участка i и j , такие что

$$0 < u_i < m_i,$$

$$0 < u_j < m_j.$$

На рис. 5.2.2 приведены графики соответствующих функций $\phi_i(u_i)$ и $\phi_j(u_j)$ в окрестности точек u_i и u_j .

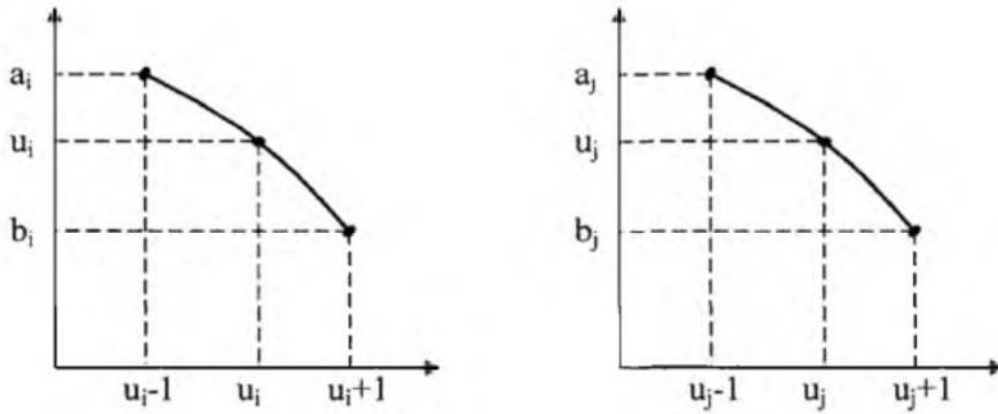


Рис. 5.2.2

Рассмотрим два решения, получаемые из данного изменением u_i и u_j на единицу. Для первого решения $(u_i + 1; u_j - 1)$ имеем величину соответствующей составляющей целевой функции

$$\phi_i(u_i) - b_i + \phi_j(u_j) + a_j,$$

а для второго решения $(u_i - 1; u_j + 1)$ имеем эту величину составляющей

$$\phi_i(u_i) - a_i + \phi_j(u_j) + b_j.$$

Покажем, что одно из этих решений всегда лучше исходного.

Заметим, что в силу вогнутости функций имеет место

$$a_i < b_i, \quad a_j < b_j.$$

Пусть $a_i < b_j$. В этом случае $a_i < b_j < 0$ и решение $(u_i - 1; u_j + 1)$ имеет меньшую величину степени опасности.

Пусть $a_i \geq b_j$. В этом случае

$$b_i > a_i \geq b_j > a_j.$$

Следовательно, $a_j - b_i < 0$ и решение $(u_i + 1; u_j - 1)$ имеет меньшую величину степени опасности.

Процесс уменьшения степени опасности продолжается до тех пор, пока останется не более одного участника, такого что

$$0 < u_i < m_i.$$

Утверждение доказано.

Рассмотрим теперь второй случай, когда $t \leq P$. У нас в силу утверждения 5.2.3 имеются два варианта.

1 вариант. Определяем участок g с максимальной величиной $\pi_i(S)$ среди всех участков с номерами $i > p + 1$. Берем решение

$$u_i = \delta, i = \overline{1, p}, u_{-} = S,$$

остальные $u_i = 0$.

2 вариант. Рассматриваем $(p+1)$ участков и определяем участок с минимальной величиной

$$\pi_i \cdot \delta - \pi_i(s) \cdot S, i = \overline{1, p+1}. \quad (5.2.9)$$

Пусть это участок с номером k . Берем решение

$$u_i = \delta, i = 1, k-1, k+1, p+1, \\ u_k = S,$$

остальные $u_i = 0$.

Сравнивая эти два решения, берем лучшее.

Обоснование алгоритма следует из того, что единственный участок с $u_i = S$ может быть либо среди участков с номерами большими чем $(p+1)$, либо среди участков с номерами не больше $(p+1)$.

В первом случае это, очевидно, участок с максимальной величиной $\pi_i(S)$, то есть участок с номером g .

Во втором варианте величина (5.2.9) определяет увеличение целевой функции, если для участка i взять $u_i = S$ вместо $u_i = \delta$. Очевидно, следует выбрать участок, для которого это увеличение минимально. Применим описанный алгоритм к решению примера 5.2.2, поскольку в этом примере $\delta_i = 2$ для всех i . Поскольку $\Delta = 3 = \delta + 1$, то $P = 1, S = 1$.

Определим $\pi_i(1)$.

Имеем

$$\pi_1(1) = 1, \pi_2(1) = 2, \pi_3(1) = 3,$$

$$\pi_1 = 2,5, \pi_2 = 3,5, \pi_3 = 4,5.$$

Заметим, что участку 3 соответствует и максимальная величина π_3 , и максимальная величина $\pi_3(1)$. Это второй случай. Поэтому рассматриваем два варианта.

1 вариант. Берем решение

$$u_1 = 1, u_2 = 0, u_3 = 2, \hat{O}(u) = 26.$$

2 вариант. Определяем для второго и третьего участков

$$\pi_2 \cdot \delta - \pi_2(1) \cdot 1 = 7 - 2 = 5,$$

$$\pi_3 \cdot \delta - \pi_3(1) \cdot 1 = 9 - 3 = 6.$$

Минимальной из этих величин соответствует решение

$$u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = 2, \hat{O}(u) = 25.$$

Сравнивая, получаем оптимальное решение

$$u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = 2,$$

которое было получено ранее методом ветвей и границ.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 162-164), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 102-104):

5.3. Метод решения задачи минимизации суммарной степени опасности участков дороги

Методы решения задачи 2 во многом аналогичны методам решения задачи 1 и 4. Фактически задача 2 объединяет в себе задачи 1 и 4. Поэтому рассмотрим два практически важных случая – линейный и дискретный.

Линейный случай

В линейном случае функции $\varphi_i(x_i)$ являются линейными на отрезках $[d_i, D_i]$ (рис. 5.3.1).

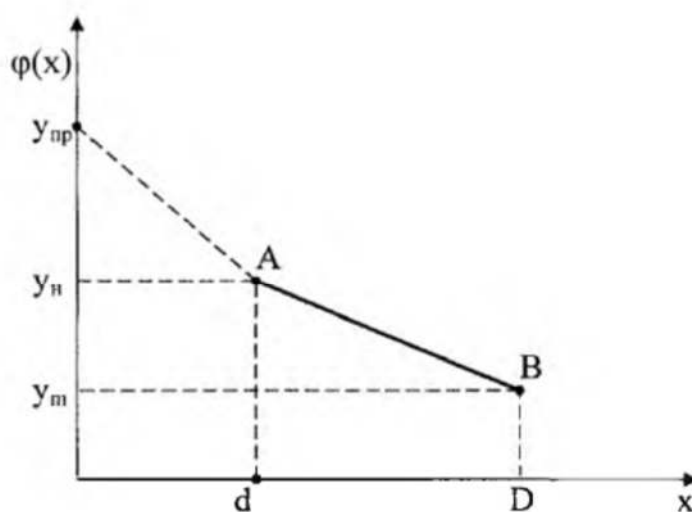


Рис. 5.3.1

Как правило, на практике выполняется следующее условие:

$$\pi = \frac{y_{i0} - y_i}{d} > \frac{y_i - y_m}{D - d} = \sigma. \quad (5.3.1)$$

Смысл этого условия в том, что мероприятия по ремонту, связанные с уменьшением степени опасности до нормативного уровня, являются более эффективными, чем мероприятия по дальнейшему уменьшению степени опасности. В этом случае кусочно-линейная функция, представленная графиком ($y_{пр}$, А,В), является выпуклой функцией. Так же, как и для задачи 1, в данном случае естественно применить метод ветвей и границ, используя полученную кусочно-линейную функцию в качестве нижней оценки степени опасности участков. Заметим, что утверждения 5.2.1 и 5.2.2 остаются справедливыми для оценочной задачи. То есть если в решении оценочной задачи для всех i будут выполняться условия: либо $x_i = 0$, либо $d_i \leq x_i \leq D_i$, - то полученное решение будет оптимальным для исходной задачи. Далее, в решении оценочной задачи имеется не более одного участка, такого что

$$0 < x_i < d_i.$$

Естественно, что разбиение на подмножества следует проводить по переменной, соответствующей этому участку.

Описание алгоритма:

1. Строим оценочные функции для всех $i = \overline{1, n}$.
2. Решаем задачу выпуклого программирования по аналогии с алгоритмом, описанным в п. 5.2.1
3. Определяем номер i , такой что $0 < x_i < d_i$ (если таких нет, то полученное решение оптимально в своем подмножестве).
4. Разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_i = 0$, а во втором $d_i \leq x_i \leq D_i$.
5. Решаем оценочные задачи для каждого подмножества.

6. Из всех полученных подмножеств для дальнейшего разбиения выбираем подмножество с минимальной величиной целевой функции оценочной задачи. Далее шаги 1-6 повторяются до тех пор, пока не будет получено решение исходной задачи со значением целевой функции меньшим или равным значениям целевых функций оценочных задач всех остальных подмножеств.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 164-170), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Левдикова В.И. (стр. 104-109):

5.4. Метод решения задачи минимизации линейной свертки степени опасности и ущерба

Решение задачи 3 при фиксированной величине λ сводится к решению задачи 2. Если задачу 3 рассматривать как параметрическую, то есть решать ее при различных значениях параметра λ , то алгоритм становится достаточно трудоемким. Поэтому рассмотрим простой эвристический алгоритм решения задачи 3 при каждом значении λ , основанный на методе «затраты-эффект» [36, 38]. Ограничимся описанием алгоритма для дискретного случая задачи, причем примем, что для каждого участка возможны два варианта:

1 вариант. Участок не включен в план ремонта.

2 вариант. Участок включен в план ремонта с доведением степени опасности до нормативного уровня. Обозначим $x_i = 1$, если участок i включен в план ремонта, и $x_i = 0$ в противном случае. Тогда целевую функцию (1.4) можно записать

$$\begin{aligned} F(x) &= \sum_i x_i y_{ii} + \sum_i (1 - x_i) y_{ii\delta} + \lambda \sum_i (1 - x_i) b_i = \\ &= \sum_i y_{ii\delta} + \lambda \sum_i b_i - \left[\sum_i x_i (y_{ii\delta} - y_{ii}) + \lambda \sum_i x_i b_i \right]. \end{aligned}$$

Задача минимизации $F(x)$ эквивалентна задаче максимизации выражения в квадратных скобках

$$\tilde{F}(x) = \sum_i x_i (c_i + \lambda b_i), \quad (5.4.1)$$

где $c_i = y_{ii\delta} - y_{ii}$, при ограничении

$$\sum_i d_i x_i \leq C. \quad (5.4.2)$$

Идея метода «затраты-эффект» состоит в том, что все участки упорядочиваются по убыванию показателя эффективности:

$$q_i(\lambda) = \frac{c_i + \lambda b_i}{d_i} = \alpha_i + \lambda \beta_i,$$

где $\alpha_i = \frac{c_i}{d_i}$, $\beta_i = \frac{b_i}{d_i}$. Участки включаются в план ремонта в этой очередности, пока хватает средств.

В дальнейшем примем, что участки пронумерованы в очередности убывания эффективностей. Имеют место два простых утверждения.

Утверждение 5.4.1. Если в плане ремонта, полученном в результате применения метода «затраты-эффект», задействованы все выделенные финансы, то этот план оптимален.

Утверждение 5.4.2. Пусть в полученном плане ремонта осталось не использовано Δ средств и в план включены первые k участков. Погрешность полученного решения, то есть разность целевой функции в полученном решении и в оптимальном решении, не превышает величины

$$\Delta q_{k+1}. \quad (5.4.3)$$

Замечание. Если имеется возможность включить в план участки с номерами, большими чем $(k+1)$, то величина (5.4.3) уменьшается на сумму величин $q_i \Delta$ включенных участков.

Поскольку нас интересует не значение критерия (5.4.1) при различных λ (эта величина трудна для содержательной интерпретации в силу разнородности финансовых показателей и показателей степени опасности участков), а значения величин $C(x) = \sum_i c_i x_i$ и $\beta(x) = \sum b_i x_i$, то рассмотрим алгоритм получения этих величин при различных λ .

Описание алгоритма:

1 шаг. Строим линейные зависимости $\alpha_i + \lambda\beta_i$, как показано на рис. 5.4.1.

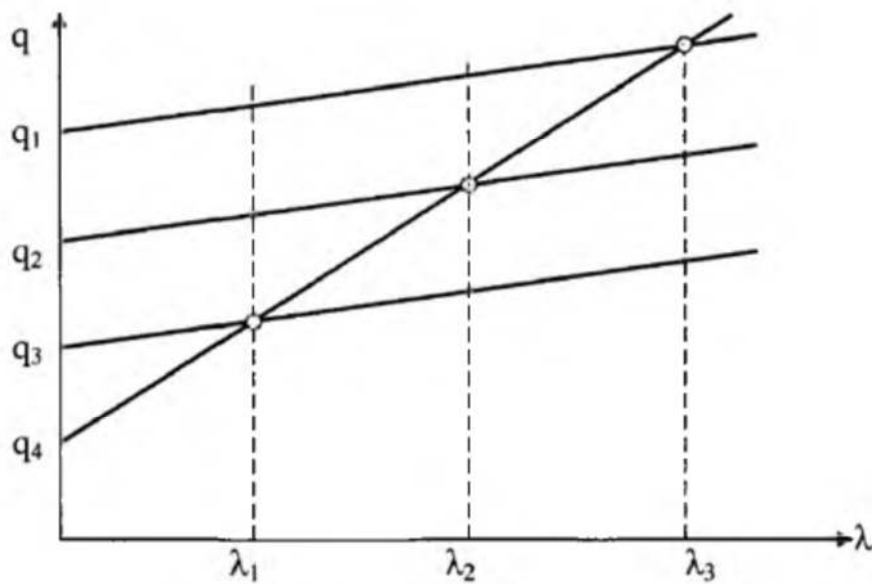


Рис. 5.4.1

2 шаг. Определяем точки λ_k пересечения прямых. Заметим, что в каждом отрезке между двумя соседними точками $[\lambda_k, \lambda_{k+1}]$ приоритетность участков по показателю эффективности не меняется. Поэтому каждому отрезку можно поставить в соответствие оптимальное решение задачи (5.4.1.), (5.4.2) и соответствующие значения $C(x)$ и $V(x)$.

3 шаг. Решаем задачи (5.4.1), (5.4.2) для каждого отрезка, применяя эвристический алгоритм. При этом если изменение приоритетности участков не каса-

ется участков, вошедших в план ремонта, полученного при рассмотрении предыдущего отрезка, то, очевидно, план остается прежним.

Определяем величины $C_k = C(x)$ и $V_k = V(x)$ для каждого отрезка k .

4 шаг. Строим точки (C_k, V_k) на плоскости. Соответствующие варианты планов предъявляются лицу, принимающему решение для окончательного выбора плана ремонта.

Пример 5.4.1. Число участков равно 4. Значения величин c_i, b_i, d_i приведены в табл. 5.4.1, значения α_i и β_i - в табл. 5.4.2.

Таблица 5.4.1

i	1	2	3	4
c_i	20	18	6	7
b_i	5	9	9	14
d_i	5	6	3	7

Таблица 5.4.2

i	1	2	3	4
α_i	4	3	2	1
β_i	1	1,5	3	2

1 шаг. Строим линейные зависимости $\alpha_i + \lambda\beta_i$ (рис. 5.4.2).

2 шаг. Для определения точек пересечения прямых решаем линейные уравнения. Так, прямые, соответствующие участкам 1 и 2, пересекаются при λ , удовлетворяющем уравнению

$$4 + \lambda = 3 + 1,5\lambda \text{ или } \lambda = 2.$$

Аналогично определяются остальные точки пересечения прямых. Определим приоритетность участков для каждого отрезка:

Отрезок $[0; 2/3]$. Приоритетность участков $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ (рис. 5.4.2);

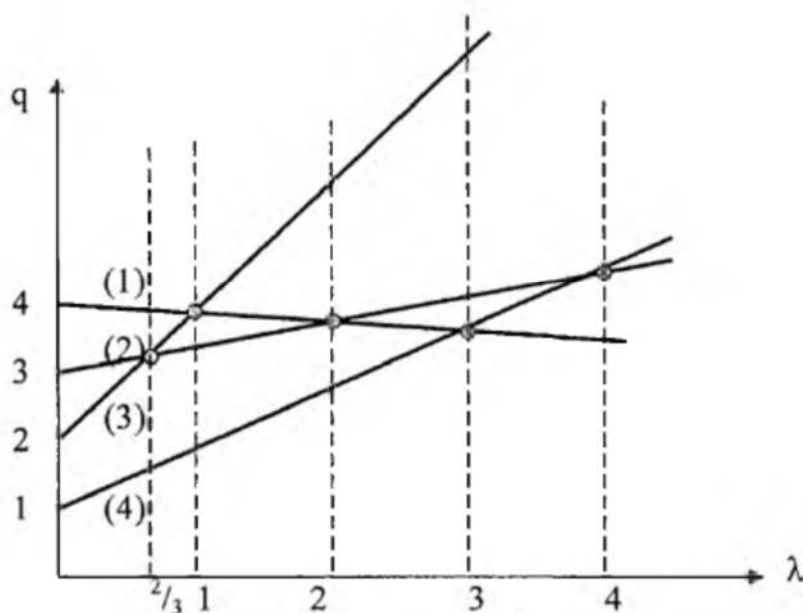
Отрезок $[2/3; 1]$. Приоритетность участков $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$;

Отрезок $[1; 2]$. Приоритетность участков $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$;

Отрезок $[2; 3]$. Приоритетность участков $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$;

Отрезок $[3; 4]$. Приоритетность участков $3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$;

Отрезок $[4; \infty]$. Приоритетность участков $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.



3 шаг. Решаем задачи (5.2.11), (5.2.12) для каждого отрезка, применяя эвристический алгоритм. Пусть $C=15$.

1. Отрезок $[0; 2/3]$. В план ремонта включены участки 1 и 2. Имеем:

$$C_1 = 38, \beta_1 = 14;$$

2. Отрезок $[2/3; 1]$. В план ремонта включены участки 1 и 5. Имеем:

$$C_2 = 26, \beta_2 = 14.$$

Заметим, что при рассмотрении отрезка $[1; 2]$ в план ремонта включены те же участки 1 и 3, поскольку оба входят в план ремонта, полученного при решении задачи для предыдущего отрезка.

3. Отрезок $[2; 3]$. В план ремонта включены участки 2 и 5. Имеем:

$$C_3 = 24, \beta_3 = 18.$$

Те же участки будут включены в план ремонта при рассмотрении отрезка $[3; 4]$.

4. Отрезок $[4; \infty]$. В план ремонта включены участки 3 и 4. Имеем:

$$C_4 = 13, \beta_4 = 23.$$

4 шаг. Окончательно, получены четыре варианта плана ремонта, представленные на рис. 5.4.3. Вариант $(C_2, B_2) = (28; 14)$ можно исключить, поскольку он доминируется вариантом $(C_1, B_1) = (38; 14)$.

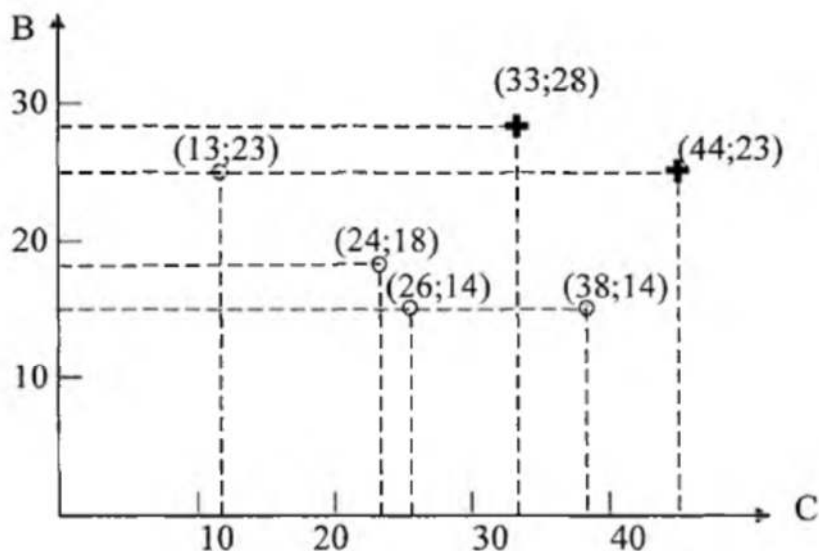


Рис. 5.4.3

Исследуем чувствительность плана ремонта к небольшому изменению уровня финансирования. Возьмем, например, $C = 15$, то есть на две единицы больше. Повторим шаги 3 и 4.

3 шаг:

1. Отрезок $[0; 2/3]$. В план ремонта включены участки 1, 2 и 5. Имеем:

$$C_1 = 44, B_1 = 23.$$

Нетрудно проверить, что на отрезках $[0; 2/3]$, $[1; 2]$ и $[2; 3]$ план ремонта не меняется.

Отрезок $[3; 4]$. В план ремонта включены участки 3, 2 и 1

Действительно, хотя приоритетность участков на этом отрезке $3 \rightarrow 2-4 \rightarrow 1$, но участок 4 не может быть включен ввиду недостаточности финансирования. Поэтому включим в план участок 1. Имеем, как и в первом варианте,

$$C_1 = 44, B_1 = 23.$$

2. Отрезок $[4; \infty]$. В план ремонта включены участки 3, 4 и 1. Имеем:

$$C_2 = 33, B_2 = 28.$$

Полученные варианты показаны на рис. 5.4.3 крестиками.

Предложенный алгоритм отличается простотой реализации и дает ЛПР достаточно большое число вариантов для выбора.

Сравнение с текстом диссертации Баркалова П.С.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 104), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 56):

3. ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ОЧЕРЕДНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

3.1. Постановка задач

В главе рассматриваются задачи определения очередности выполнения работ одной бригадой (единицей ресурсов) при учете времени перемещения бригады от работы к работе. Такие задачи, как правило, возникают в случае проведения или ремонтных или строительных работ, расположенных на расстояниях от места расположения бригады и друг от друга, сравнимых с временем выполнения работ.

Предполагается, что заданы времена перемещения бригады от работы к работе и времена перемещения бригады из пункта расположения к месту выполнения каждой работы, т.е. задана матрица (l_{ij}) времен, где l_{ij} - время перемещения бригады с места выполнения работы i в место расположения работы j , l_{oi} - время перемещения бригады из места ее расположения в место выполнения работы i , l_{jo} - время перемещения бригады из пункта j в пункт 0 .

Обозначим t_i - продолжительность работы i , t_i - момент завершения работы i , D_i - планируемый срок завершения работы i . В этом случае разность $\Delta_i = t_i - D_i$ определяет величину запаздывания завершения работы i (срыв плановых сроков) или величину резерва, если $t_i < D_i$.

Задача заключается в определении очередности выполнения работ, минимизирующей (3.1.1).

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 105), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 57):

Если времена перемещения бригады с работы на работу малы по сравнению с временами τ_i выполнения работ и ими можно пренебречь, а также отсутствует величина $I[\Delta_i]$, то задача решается элементарно. Оптимальной очередности соответствует выполнение работ в порядке возрастания τ_i/C_i .

Если временами (l_{ij}) пренебрегать нельзя, то задача становится сложной (NP-трудной) задачей оптимизации. Достаточно сказать, что ее частным случаем является известная задача коммивояжера.

В следующих пунктах рассматриваются методы решения задачи для различных транспортных схем.

Рассмотрим применение для решения задачи метода ветвей и границ. Для применения метода ветвей и границ необходимо определить способ ветвления (разбиения множества решений на подмножества) и способ получения нижних оценок целевой функции на подмножествах решений.

Рассмотрим сначала способ получения нижних оценок целевой функции. Обозначим $l_{ij} = \mu_{ij} + \tau_j$, $p_j = \tau_j + \min_i \mu_{ij}$.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 119-125), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 70-75):

3.2. Линейная транспортная схема

Постановки задач этого параграфа выполнены совместно с Глагольевым [65]. В качестве критерия оптимальности в данном параграфе возьмем

Рассмотрим частный случай задачи, когда все пункты расположены в линию (например, вдоль железнодорожного пути или автострады) (рис. 3.2.1).

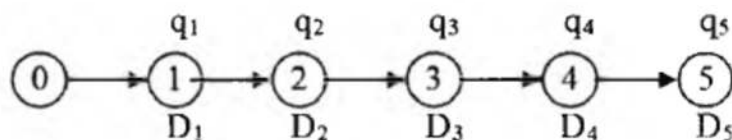


Рис. 3.2.1

пути из пункта 0 в пункт i_k , проходящего через все пункты за исключением пунктов последовательности π_k . Эта длина равна

$$\lambda(\pi_k, i_k) = 2q_n - q_{i_k}. \quad (3.2.1)$$

Зная $\lambda(\pi_k, i_k)$, можно получить оценку снизу момента окончания работы в пункте i_k

$$t_{i_k} = \lambda(\pi_k, i_k) + \tau_{i_k} + \sum_{i \in \pi_k} \tau_i. \quad (3.2.2)$$

Зная (3.2.2), можно получить оценку снизу моментов завершения работ во всех пунктах последовательности π_k

$$t_{i_j} = t_{i_k} + \sum_k^{j-1} |q_{i_{k+1}} - q_{i_k}| + \sum_{q=k+1}^j \tau_{i_q}, \quad j = \overline{k+1, n}. \quad (3.2.3)$$

Отметим, что Глагольевым были предложены более простые, но менее точные оценки, чем (3.2.3) [65].

Наконец, зная оценки снизу моментов окончания работ в каждом пункте, определяем оценки снизу критерия Δ на подмножестве решений, в которых работы в пунктах π_k выполняются в последнюю очередь (в заданной очередности)

Опишем метод ветвей и границ для решения задачи на основе полученной оценки.

3.3. Метод ветвей и границ

1 шаг. Разобьем множество всех решений на подмножества $\pi(i) \ i = \overline{1, n}$, такие, что в подмножестве $\pi(i)$ работа в пункте i выполняется последней. Вычисляем оценку (3.2.4) для каждого подмножества.

Общий шаг. Рассматриваем все полученные подмножества (висячие вершины дерева ветвлений) и выбираем подмножество с минимальной оценкой. Пусть это подмножество определяется последовательностью $\pi_k = (i_k, i_{k+1}, \dots, i_n)$.

Разбиваем это подмножество на $(k-1)$ подмножеств, определяемых последовательностями $\pi_{k-1}(i) = (i, i_k, i_{k+1}, \dots, i_n)$, где $i \neq i_j, j = \overline{k, n}$. Для каждого подмножества вычисляем оценку снизу.

Алгоритм заканчивается при получении подмножества (решения) $\pi_1 = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, такого, что оценки снизу всех остальных подмножеств дерева ветвлений больше или равны $C(\pi_1)$. Полученное решение оптимально, поскольку $C(\pi_1) = \Phi(\pi_1)$, а оценки снизу критерия Δ для всех остальных подмножеств больше или равны $C(\pi_1)$.

Пример 3.3.1. Пусть имеются пять работ. Величины q_i, τ_i, D_i приведены в табл. 3.3.1.

Таблица 3.3.1

i	1	2	3	4	5
q_i	1	2	3	4	5
τ_i	3	2	1	2	4
D_i	6	7	22	13	16

1 шаг. Вычислим оценку (3.2.4) для пяти подмножеств. Для этого определяем оценку снизу критерия Δ (при условии, что работа в пункте i выполняется последней). Заметим, что $P=5$.

$$\begin{array}{lll} t(1) = 9 + 12 = 21, & D_1 = 6, & C(1) = 15 \\ t(2) = 8 + 12 = 20, & D_2 = 7, & C(2) = 13 \\ t(3) = 7 + 12 = 19, & D_3 = 22, & C(3) = -3 \\ t(4) = 6 + 12 = 18, & D_4 = 13, & C(4) = 5 \\ t(5) = 5 + 12 = 17, & D_5 = 16, & C(5) = 1 \end{array}$$

2 шаг. Выбираем подмножество, определяемое последовательностью $\pi_5(3)$, имеющее минимальную оценку. Разбиваем его на 4 подмножества $\pi_4(i) = (i, 3)$, где $i=1, 2, 4, 5$.

Имеем

$$C(1, 3) = \max(20 - 6; 23 - 22) = 14; C(2, 3) = \max(19 - 7; 21 - 22) = 12,$$

$$C(4, 3) = \max(17 - 13; 19 - 22) = 4; C(5, 3) = \max(16 - 16; 19 - 22) = 0.$$

3 шаг. Выбираем подмножество, определяемое последовательностью $\pi_5(3)$. Разбиваем его на три подмножества $\pi_3(i) = (i, 5, 3)$, где $i=1, 2, 4$.

Вычисляем оценки

$$C(1, 5, 3) = \max(14 - 6; 22 - 16; 25 - 22) = 8; C(2, 5, 3) = \max(13 - 7; 20 - 16; 23 - 22) = 6,$$

$$C(4, 5, 3) = \max(11 - 13; 16 - 16; 19 - 22) = 0.$$

4 шаг. Выбираем подмножество $\pi_3(4) = (4, 5, 3)$ с минимальной оценкой 0 и разбиваем его на два подмножества $\pi_2(i) = (i, 4, 5, 3)$, где $i=1, 2$.

Вычисляем оценки

$$C(2, 1, 4, 5, 3) = \max(4 - 7; 8 - 6; 13 - 13; 18 - 16; 21 - 22) = 2;$$

$$C(1, 2, 4, 5, 3) = \max(4 - 6; 7 - 7; 11 - 13; 16 - 16; 19 - 22) = 0.$$

5 шаг. Выбираем подмножество, определяемое последовательностью $\pi_1=(1,2,4,5,3)$ с минимальной оценкой. Поскольку π_1 является решением, то полученное решение является оптимальным (оценки всех остальных подмножеств больше, чем $C(1,2,4,5,3)$). Дерево ветвлений приведено на рис. 3.3.2, оценки подмножеств указаны в квадратных скобках у соответствующих вершин.

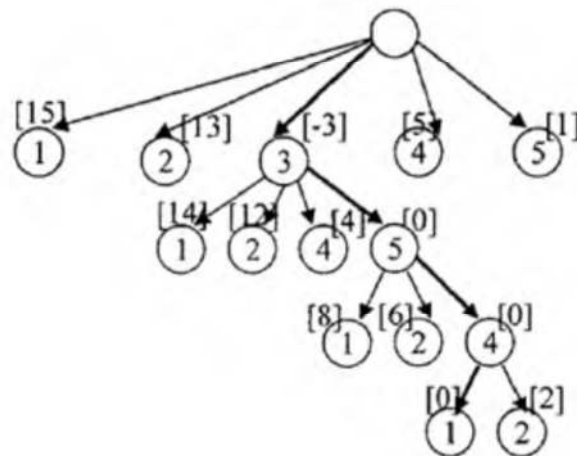


Рис. 3.3.2

Описанный подход можно применить к ряду других схем расположения пунктов. Пусть все пункты расположены вдоль кольцевой дороги (рис. 3.3.3).

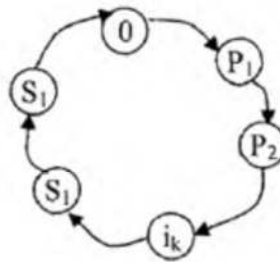


Рис. 3.3.3

Обозначим через Q множество пунктов, не входящих в последовательность, π_k , S_1 - максимальный номер среди пунктов $i \in Q$. В случае одностороннего движения оценки $\lambda(\pi_k, i_k)$ определяются следующим выражением:

$$\begin{aligned} \lambda(\pi_k, i_k) &= L + q_{i_k}, \quad \text{если } i_k \neq S_1, \\ \lambda(\pi_k, i_k) &= q_{i_k}, \quad \text{если } i_k = S_1, \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

где L - длина кольцевой дороги.

В случае двустороннего движения оценка $\lambda(\pi_k, i_k)$ получается более сложным образом, поскольку возможны различные варианты выполнения работ (см. рис. 3.3.3).

Для их перечисления обозначим через P_1 номер первого после пункта 0 из всех пунктов множества Q (при движении по часовой стрелке), $P_2 \in Q$ - номер пункта, такой, что $P_2 < i_k$, а между P_2 и i_k нет пунктов $i \in Q$; $S_2 \in Q$ - номер пункта, такой, что $S_2 > i_k$, и между S_2 и i_k нет пункта $i \in Q$ (номера пунктов 0, P_1 , P_2 , S_1 , S_2 могут совпадать).

I вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$, двигаясь по часовой стрелке, и затем идем в пункт i_k также по часовой стрелке:

$$\lambda(\pi_k, i_k) = L + q_{i_k}.$$

II вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$, двигаясь по часовой стрелке, и затем идем в пункт i_k против часовой стрелки:

$$\lambda_2(\pi_k, i_k) = 2q_{S_1} - q_{i_k}.$$

III вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$ от P_1 до P_2 (по часовой стрелке), затем от пункта P_2 идем против часовой стрелки, выполняя работы во всех пунктах $i \in Q$ от S_1 до S_2 и, наконец, выполняем работу в пункте i_k

$$\lambda_3(\pi_k, i_k) = L - q_{i_k} - 2q_{P_2}.$$

IV вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$, двигаясь против часовой стрелки, и затем идем в пункт i_k также против часовой стрелки:

$$\lambda_4(\pi_k, i_k) = 2L - q_{i_k}.$$

V вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$, двигаясь против часовой стрелки, а затем идем в пункт i_k по часовой стрелке:

$$\lambda_5(\pi_k, i_k) = L - q_{i_k} - 2q_{P_1}.$$

VI вариант. Выполняем работы во всех пунктах $i \in Q$ от S_1 до S_2 , двигаясь против часовой стрелки, затем идем из S_2 по часовой стрелке, выполняя работы в пунктах $i \in Q$ от P_1 до P_2 , и, наконец, выполняем работу в пункте i_k :

$$\lambda_6(\pi_k, i_k) = 2(L - q_{S_2}) - q_{i_k}.$$

Сравнивая все шесть вариантов, берем вариант с минимальной величиной

$$\lambda_6(\pi_k, i_k) = \min_{1 \leq i \leq 6} \lambda_i(\pi_k, i_k).$$

Более простые, но менее точные оценки предложены Глагольевым. [65].

Оценка снизу критерия Δ получается по формуле (3.2.4).

Рассмотрим вариант линейной схемы, когда начальный пункт расположен между пунктами, в которых должны выполняться работы (рис. 3.3.4).

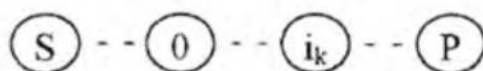


Рис. 3.3.4

Для определенности примем, что пункт i_k расположен справа от начального пункта.

Обозначим через S самый удаленный от начального пункта слева из всех $i \in Q$, а через P - самый удаленный от начального пункта справа из всех $i \in Q$. В этом случае

$$\lambda(\pi_k, i_k) = 2q_s + 2q_p - q_{i_k}.$$

Оценка критерия Δ также получается по формулам (3.2.4).

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 125), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 75-76):

3.4. Оптимизация календарного графика для радиальной транспортной схемы

Выше мы рассмотрели алгоритм построения оптимальных планов перемещения бригады для линейной и кольцевой транспортных схем. Рассмотрим еще один частный случай, когда транспортная схема является радиальной (рис. 3.4.1).

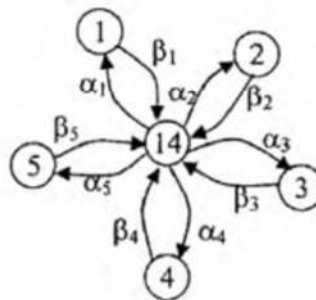


Рис.3.4.1

Заметим, что время α_i перемещения из начального пункта в пункт i , где выполняется работа i , в общем случае не равно времени β_i возвращения в начальный пункт. Дело в том, что β_i может включать время на подготовительные работы, подбор инструмента и т.д., а β_i может включать время на подготовку техники и инструмента к отъезду. Таким образом, время перехода бригады от пункта i в пункт j равно

$$\lambda_{ij} = \beta_i + \alpha_j.$$

Продолжительность выполнения всех операций одной бригадой равна

$$T = \sum_i (\alpha_i + \beta_i - \tau_i)$$

с учетом времени возвращения бригады в начальный пункт.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 126), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 77):

3.5. Определение оптимальной очередности выполнения работ для произвольного сетевого графика

Рассмотрим произвольный сетевой график, задающий необходимую очередность выполнения работ (рис. 3.5.1).

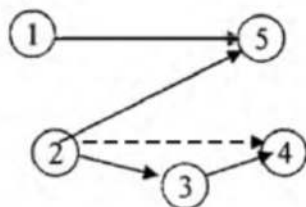


Рис.3.5.1

Построим транзитивное замыкание сети (рис.3.5.1), то есть проводим дуги (i, j) , если существует путь из вершины i в вершину j (эти дуги показаны на рис. 3.5.1 пунктиром). Очевидно, что переход с работы j на работу i не может быть, если дуга (i, j) присутствует в сети. Поэтому положим $\ell_{ij} = \infty$, если $(i, j) \in U$ (где U – множество дуг транзитивного замыкания). Далее отметим, что последними могут выполняться только конечные работы (на рис. 3.5.1 это работы 4 и 5). Наконец, первыми могут выполняться только начальные работы, то есть работы 1 и 2 (рис.3.5.1).

Далее метод ветвей и границ применяется так же, как описано выше для симметричной и несимметричной транспортных схем.

Пример 3.5.1.

Рассмотрим решение примера 3.1.1 с учетом зависимостей (3.5.1).

Матрица расстояний имеет вид (запрещенные клетки помечены x)

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 129-138), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 82-90):

4. ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАСПИСАНИЙ ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ БРИГАД

4.1. Постановка задач

Как было отмечено выше, задачи определения оптимальной очередности выполнения работ являются NP – трудными даже в случае одной бригады. Они тем более сложны в случае нескольких бригад. Исключение составляет случай, когда бригад достаточно много, так что каждая бригада выполняет не более двух работ. В этом случае задача сводится к определению паросочетания в графе при ограничении на длины входящих в него ребер [65].

В главе рассматривается ряд постановок задач определения расписаний для нескольких бригад, для которых предлагаются эффективные методы решения. В п. 4.2 рассматривается задача определения минимального числа бригад, обеспечивающих выполнение проекта при заданных сроках начала работ. Задача сводится к определению потока минимальной величины, насыщающего все вершины графа при заданных пропускных способностях вершин. В п. 4.3 предлагается геометрический подход к оценке оптимального решения минимизации отклонения от плановых сроков для случая, когда число бригад больше 1, а транспортная схема является радиальной. Наконец, в п. 4.3 рассматривается точное решение задачи минимизации отклонения от плановых сроков для радиальной транспортной схемы и нескольких бригад.

4.2. Задача минимизации числа бригад при заданных сроках начала работ

Обозначим через t_i плановый момент начала i -й работы. Примем, что моменты t_i заданы (а значит, заданы и моменты $D_i = t_i + \tau_i$) требующим обеспечить выполнение всех работ минимальным числом бригад.

Построим сеть следующим образом.

Вершины сети i соответствуют работам проекта.

Вводим две новые вершины – вход 0 и выход Z .

Вход соответствует пункту начального расположения бригад, а выход – пункту их сбора после выполнения проекта. Соединим вход 0 с вершиной i , если $\ell_{0i} \leq t_i$, вершины i и j соединим дугой (i, j) , если $t_j - D_i \leq \ell_{ij}$. Наконец, вершины i соединяем с выходом Z . Примем пропускные способности вершин равными 1. Определим допустимый поток $\{Y_{ij}\}$ по сети как поток, удовлетворяющий условиям

$$\sum_j Y_{ij} \geq 1, \quad j \neq 0, z. \quad (4.2.1)$$

Поставим задачу определения допустимого потока минимальной величины. Как легко видеть, это задача минимизации числа бригад, поскольку допустимый поток определяет маршруты движения бригад, число которых равно величине потока. Как известно [35], задача определения минимального потока сводится к задаче определения максимального потока и может быть решена алгоритмом Форда-Фалкерсона.

Ниже описывается другой подход, в основе которого лежит метод дихотомического программирования [28].

Предварительно приведем определение агрегируемой сети.

Определение 4.2.1. Последовательным множеством вершин называется путь в сети, такой что степени захода каждой вершины за исключением начальной равны 1 и степени исхода каждой вершины за исключением конечной равны 1 (рис. 4.2.1).

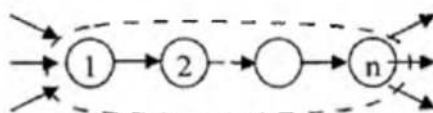


Рис. 4.2.1

Определение 4.2.2. Параллельным множеством вершин называется множество независимых вершин сети, такое что для всех этих вершин множества непосредственно предшествующих вершин совпадают и множества непосредственно следующих вершин совпадают (рис. 4.2.2).

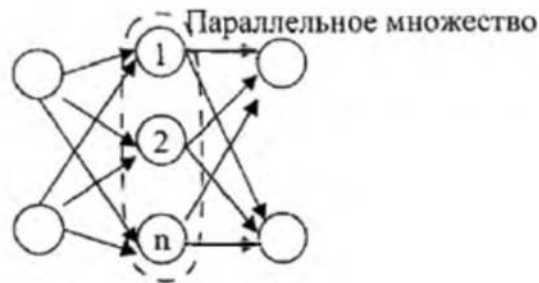


Рис. 4.2.2

Последовательное множество вершин можно заменить одной вершиной. Параллельное множество вершин также можно заменить одной вершиной. Такие операции будем называть агрегированием.

Определение 4.2.4. Сеть называется агрегируемой, если путем агрегирования ее можно свести к одной вершине.

Определение 4.2.4. Разрезом сети R называется любое множество вершин, такое что $0 \in R, z \notin R$.

Определение 4.2.5. Вершина $i \in R$ называется граничной вершиной разреза, если не существует дуги (i, j) , такой что $j \in R$.

Определение 4.2.6. Пропускной способностью разреза $C(R)$ называется сумма пропускных способностей граничных вершин разреза

$$C(R) = \sum_{i \in R_{гп}} r_i,$$

где r_i – пропускная способность вершины i .

Понятие агрегируемой сети введено И.В. Бурковой [88]. Ею же доказана теорема о представимости продолжительности агрегируемой сети $T(\tau)$ как функции продолжительности работ дихотомической структурой типа дерева. Докажем аналогичную теорему для максимальной пропускной способности разреза как функции пропускных способностей дуг.

Теорема 4.2.1. Для того чтобы функция $\Phi(c) = \max_R C(R)$ допускала структуру дихотомического представления типа дерева, необходимо и достаточно, чтобы сеть была агрегируемой.

Необходимость. Пусть $C(R)$ представима в дихотомическом виде со структурой дерева. Возьмем две висячих вершины i, j дихотомического пред-

ставления, которые имеют общую непосредственно предшествующую вершину.

Свертка соответствующих величин r_i и r_j может иметь одну из двух форм $(r_i + r_j)$ или $\max(r_i, r_j)$.

Первый случай соответствует параллельному множеству вершин, а второй – последовательному. Фактически дерево дихотомического представления однозначно определяет дерево агрегирования.

Достаточность следует из обратного утверждения, что дерево агрегирования позволяет построить дерево дихотомического представления. Теорема доказана.

Опишем алгоритм определения разряда с максимальной пропускной способностью для агрегируемой сетки. Он состоит в построении дерева агрегирования и последовательном агрегировании сети. При этом для параллельного множества вершин Q имеет линию

$$C(Q) = \sum_{i \in Q} r_i, \quad (4.2.1)$$

а для последовательного

$$C(Q) = \max_{i \in Q} r_i. \quad (4.2.2)$$

В результате агрегирования сети в одну работу, получаем величину максимальной пропускной способности. Разрез, имеющий максимальную пропускную способность, определяется методом обратного хода по дереву агрегирования.

Пример 4.2.1. Рассмотрим рис. 4.2.3. В нижних половинах кружков указаны пропускные способности дуг.

1 шаг. Множество вершин (2, 3) является параллельным. Имеем

$$C(Q_1) = \tau_2 + \tau_3 = 4;$$

заменяем вершины 2 и 3 одной агрегированной вершиной Q_1 .

2 шаг. Множество вершин (4, 5) также является параллельным. Имеем

$$C(Q_2) = \tau_4 + \tau_5 = 3,$$

где Q_2 - агрегированная вершина.

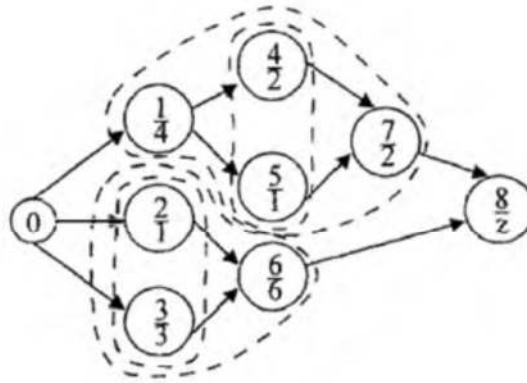


Рис. 4.2.3

3 шаг. Множество вершин $(Q_1, 6)$ является последовательным. Имеем

$$C(Q_1) = \max(C(Q_1); C_6) = C_6 = 6,$$

где Q_3 – агрегированная вершина.

4 шаг. Множество вершин $Q_4 = (4, Q_2, 7)$ является последовательным.

Имеем

$$C(Q_4) = \max(C_4; C(Q_2); C_7) = C_4 = 4,$$

где Q_4 – агрегированная вершина.

5 шаг. Множество вершин (Q_3, Q_4) является параллельным. Имеем

$$C(Q_{\max}) = C(Q_3) = C(Q_3) + C(Q_4) = 10,$$

где Q_5 – агрегированная вершина.

Двигаясь с конца, определяем максимальный разрез:

$$R = \{Q_3, Q_4\} = \{C_4; C_6\}.$$

Минимальный поток величины 10 легко определяется также обратным ходом.

Рассмотрим сеть произвольного вида. Преобразуем ее в агрегируемую путем разбиения ряда вершин на несколько вершин. Это можно сделать различными способами. Опишем один из возможных алгоритмов преобразования на примере сети (рис. 4.2.4).

Рассматриваем вершины сети в очередности их номеров (предполагаем, что сеть имеет правильную нумерацию). Определяем первую вершину, степень исхода которой больше 1 (на рис. 4.2.4 это вершина 3 со степенью

исхода $d_3 = 2$). Разделяем ее на две вершины (3а) и (3б) с дугами (3а, 4) и (3б, 5).

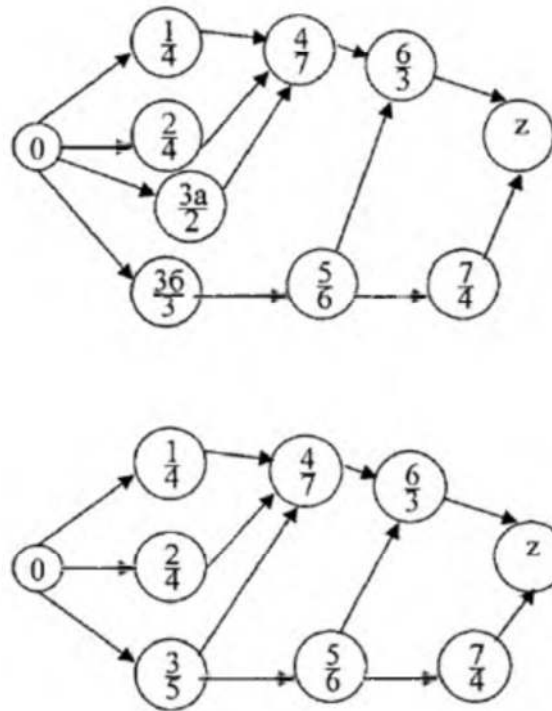


Рис. 4.2.4

Делим также пропускную способность r_3 на две части произвольным образом (например, $r_{3a} = 2$, $r_{3b} = 3$). Следующая вершина со степенью исхода больше 1 – это вершина 5, $d_5 = 2$. Здесь можно поступить двумя способами: первый состоит в делении вершины 5 на две с одновременным делением вершины 3б на две (рис. 4.2.5). Фактически мы преобразовали сеть в дерево с корнем 7 (если исключить вход 0), которое безусловно является агрегируемым.

Второй способ состоит в делении вершины 6 на две (рис. 4.2.6).

Сеть на рис. 4.2.6 (без вершины 0 или вершины Z) не является деревом, однако она содержит на одну вершину меньше, чем сеть на рис. 4.2.5.

Замечание. Задача преобразования произвольной сети в агрегируемую с минимальным числом вершин требует дополнительных исследований.

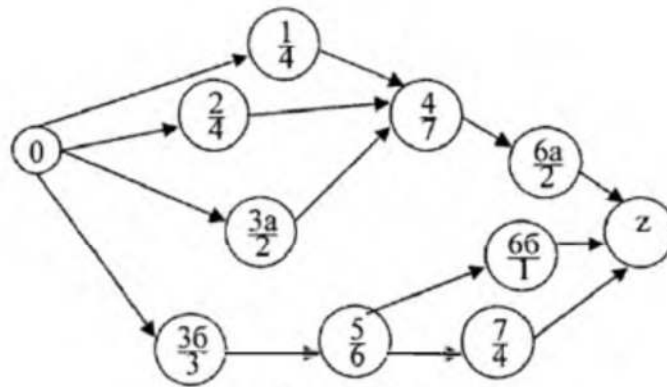


Рис. 4.2.6

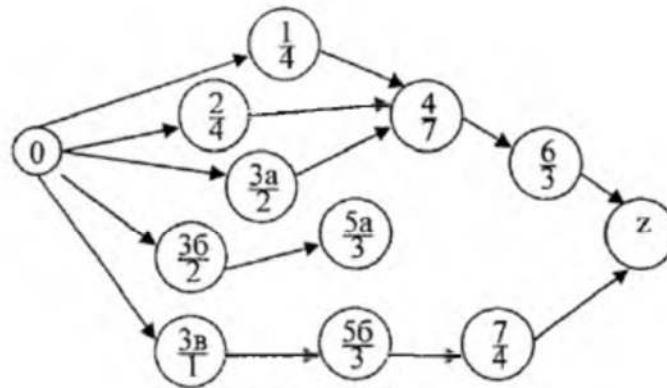


Рис. 4.2.5

Возьмем за основу сеть на рис. 4.2.6 и определим разрез, имеющий максимальную пропускную способность. Имеет место теорема 4.2.2. Величина максимальной пропускной способности преобразованной сети является оценкой сверху максимальной пропускной способности исходной сети.

Эта теорема является следствием более общей теоремы для оценочных задач в методе дихотомического программирования, доказанной И.В. Бурковой [88]. В рассмотренном примере сети (рис. 4.2.6) величина максимального разреза равна 16, а множество граничных вершин оптимального разряда $R = (1, 2, 3a, 5)$.

Постановка оценочной (двойственной) задачи. Определить разбиение пропускных способностей разделенных вершин так, чтобы величина максимального разряда преобразованной сети была минимальной.

Опишем алгоритм решения оценочной задачи. Заметим, во-первых, что если для каждой разделенной вершины имеет место следующий факт:

либо она входит полностью в множество граничных вершин (то есть входят все ее разделенные вершины), либо не входит ни одна из вершин, на которые эти вершины разделены, - то полученное решение является оптимальным для исходной задачи. Это следует из очевидного факта, что в этом случае полученное решение является допустимым для исходной задачи.

В нашем примере это не так. Действительно, множество граничных вершин содержит вершину 3а, но не содержит вершину 3б. Однако в этом случае всегда можно уменьшить величину максимальной пропускной способности, уменьшив пропускную способность вершины 3а и увеличив соответственно пропускную способность вершины 3б.

Возьмем $r_{3a} = 0$, $r_{3b} = 5$. Новая величина максимальной пропускной способности равна 14, а множество граничных вершин оптимального разреза $R_0 = (1, 2, 6)$ (вершину 3а не включаем, поскольку она имеет нулевую пропускную способность). Полученное решение является оптимальным для исходной сети. Из описанного алгоритма следует теорема.

Теорема 4.2.3 (двойственности). Существует такое разбиение пропускных способностей разделенных вершин, что величина пропускной способности максимального разреза двойственной задачи равна величине пропускной способности максимального разреза исходной (прямой) задачи.

Эта теорема является аналогом теоремы Форда-Фалкерсона о равенстве потока максимальной величины и разрезе минимальной пропускной способности. Тем не менее это другая теорема, поскольку речь идет о разных структурах исходной и преобразованной сетей.

Рассмотрим пример применения изложенной теории для задачи минимизации числа бригад.

Пример 4.2.2. Рассмотрим проект из пяти работ, плановые моменты начала и продолжительности которых указаны в табл. 4.2.1.

Таблица 4.2.1

i	1	2	3	4	5
t_i	0	2	6	9	13
τ_i	3	2	6	5	2

Матрица времен перемещений бригад между работами приведена ниже.

	1	2	3	4	5
1	3	-	2	4	-
2	-	2	2	7	7
3	-	-	6	-	1
4	-	-	-	5	-
5	-	-	-	-	2

$(\ell_{ij}) =$

Построим сеть допустимых перемещений бригад (рис. 4.2.7). Заметим, что дуга (2, 4) отсутствует, так как $t_4 - D_2 = 5 < l_{24} = 7$, и бригада не успевает прибыть к началу работы 4.

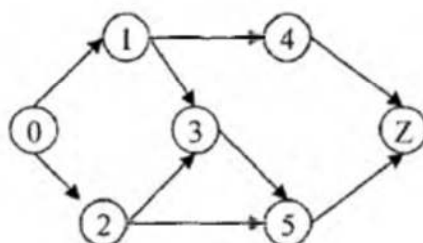


Рис.4.2.7

Построим преобразованную сеть (рис. 4.2.8).

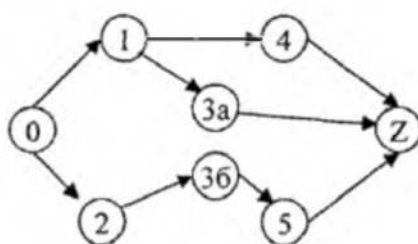


Рис. 4.2.8

Пропускные способности вершин 3а и 3б примем равными $\frac{1}{2}$. Максимальная величина пропускной способности равна 25, а оптимальное множество граничных вершин $R_0 = (4, 3а, 2)$. Уменьшаем $C_{3а}$ до 0, $C_{3б}$ увеличиваем

до 1. Новая величина максимальной пропускной способности равна 2, а новое множество граничных вершин $R_0 = (2, 4)$. Полученное решение является оптимальным для исходной задачи. Маршрут первой бригады $(0, 1, 4, Z)$, а второй $(0, 2, 3, 5, Z)$.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 138-140), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 91-93):

4.3. Геометрический подход к задаче минимизации числа бригад для радиальной транспортной схемы

Рассмотрим задачу минимизации числа бригад для радиальной транспортной схемы. Сначала проведем некоторые преобразования, упрощающие задачу. Во-первых, увеличим плановые сроки D_i на величину β_i (время возвращения бригады с работы I в пункт размещения), прибавив величину β_i к продолжительности работы: $\tau'_i = \tau_i + \beta_i$.

Во-вторых, прибавим к продолжительности работы времени α_i - перемещения бригады в пункт i . Смысл этого преобразования в том, что продолжительность работы считается равной времени с момента отправления бригады в пункт i из пункта размещения до момента ее возвращения в пункт размещения после выполнения работы i . После сделанных преобразований можно не учитывать время перемещения бригад, а учитывать только продолжительность работы $\tau'_i = \alpha_i + \tau_i + \beta_i$ и плановый срок завершения $D'_i = D_i + \beta_i$. С учетом сказанного плановый срок завершения работы и ее

продолжительность будем обозначать как и ранее: D_i и τ_i . Предположим, что каждая работа может выполняться одновременно несколькими бригадами с соответствующим уменьшением продолжительности (если две бригады, то в два раза, три бригады – в три и т.д.). Построим на плоскости систему координат, ось абсцисс которой соответствует моментам времени, а ось ординат – временам выполнения работ. Каждому значению D_i оси абсцисс поставим в соответствие точку (A_i, D_i) , где A_i – суммарная продолжительность работ от 1 до i , то есть

$$D_i = \sum_{j=1}^i \tau_j$$

(считаем, что D_0 упорядочены по возрастанию, то есть $D_1 \leq D_2 \leq \dots \leq D_n$). Соединяя точки (i, D_i) и $(i+1, D_i)$ горизонтальными линиями, а точки $(i+1, D_i)$, (i, D_{i+1}) вертикальными линиями, мы получим область допустимого состояния комплекса работ. На рис. 4.3.1. приведем пример такой области для различных значений τ_i и D_i .

Таблица 4.3.1

i	1	2	3	4	5	6
τ_i	3	4	5	6	8	4
D_i	4	6	8	9	12	16

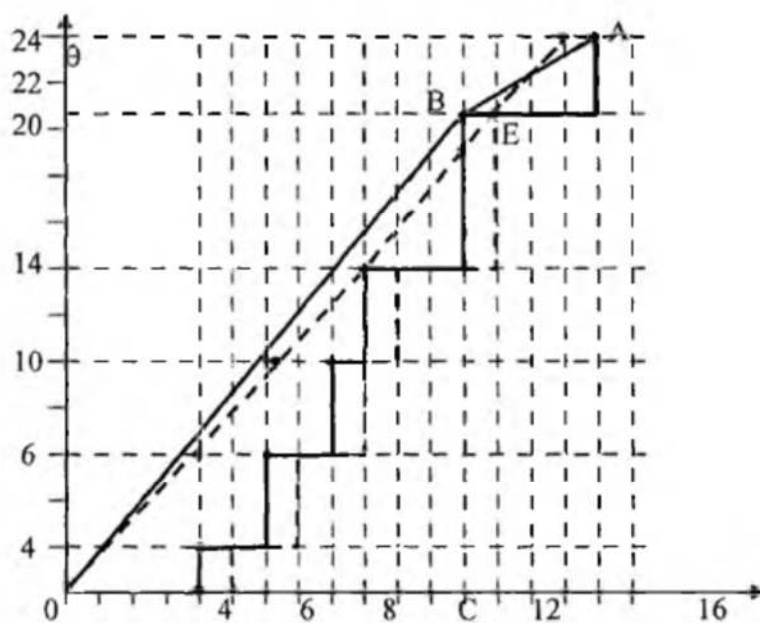


Рис. 4.3.1

Построим кратчайшую траекторию, соединяющую начало координат с точкой $A=(D_n, T)$, $(T = \sum_{i=1}^n \tau_i)$, соответствующей выполнению всех работ за время D_n . (траектории ОВА).

Ее максимальный наклон $\frac{BC}{OC} = \frac{21}{12} = 1\frac{3}{4}$ определяет минимальное количество ресурсов, требуемое для завершения всех работ не позже плановых сроков. Так как число бригад является целым числом, то минимальное число

бригад равно 4. Определим минимальную задержку работ по сравнению с плановыми сроками, если число бригад $m = 2$. Для этого проводим прямую OE , $\theta=2t$. Эта прямая пересекает ступенчатый график в т. $E(13,26)$. Следовательно, минимальное запаздывание составляет $\Delta = 13 - 12 = 1$ и имеет место для работы 5.

Добавляя это запаздывание ко всем работам, мы получаем сдвинутый ступенчатый график, показанный пунктиром на рис. 4.3.1. Отметим, что при допустимой задержке $\Delta = 1$ в данном случае не существует расписания, при котором каждая работа выполняется только одной бригадой.

В следующем параграфе рассматривается точный алгоритм решения этой задачи на основе метода дихотомического программирования.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 140-148), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 93-101):

4.4. Метод дихотомического программирования

Пусть число бригад равно m . Обозначим через $x_{ij}=1$, если i -я работа выполняется j -й бригадой, $x_{ij}=0$ в противном случае; имеем ограничения

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.4.1)$$

Для записи целевой функции примем, что D_i упорядочены по возрастанию, то есть $D_1 \leq D_2 \leq \dots \leq D_n$. Запишем неравенства

$$\sum_{i=1}^k x_{ij} \tau_i \leq D_k + \Delta, \quad k = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}. \quad (4.4.2)$$

Покажем, что это ограничение на допустимую задержку момента завершения k -й работы. Пусть k -я работа выполняется j -й бригадой. Заметим, что все работы, выполняемые j -й бригадой, выполняются в очередности возрастания D_i , то есть в очередности их номеров. Так как $x_{ij}=1$, то $\sum_{i=1}^k x_{ij} \tau_i$ определяет момент завершения работы k .

Если же $x_{ij}=0$, то (4.4.2) следует из выполнения этого неравенства для $q < k$.

Таким образом, задача заключается в минимизации

$$\Delta = \max_j \max_k \left[\sum_{i=1}^k x_{ij} \tau_i - D_k \right] \quad (4.4.3)$$

при ограничениях (4.4.1).

Для применения метода дихотомического программирования зафиксируем Δ и рассмотрим следующую задачу: определить $\{x_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}\}$, максимизирующие

$$\theta = \sum_j \sum_i x_{ij} \tau_i \quad (4.4.4)$$

при ограничениях (4.4.2) и

$$\sum_j x_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.4.5)$$

Укрупненная структура сетевого представления ограничений (4.4.2) и (4.4.5) приведена на рис. 4.4.1 для случая $n = 3, m = 2$.

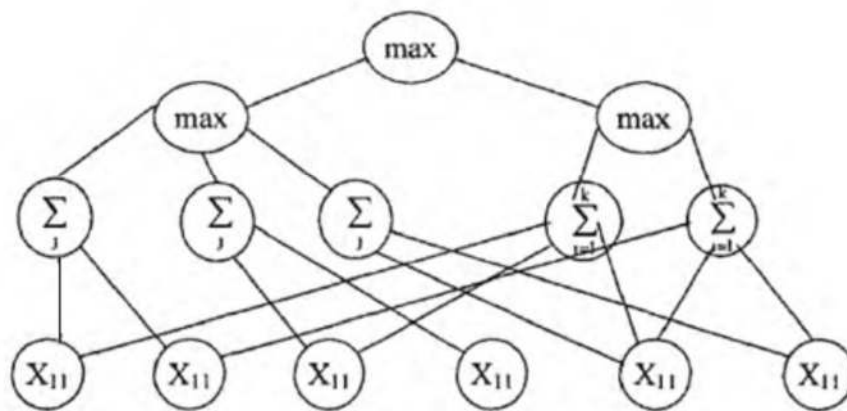


Рис.4.4.1.

Разделим систему ограничений на две группы. В первую группу входят ограничения (4.4.5), а во вторую – ограничения (4.4.2). Соответственно разделим продолжительности работ τ_i на две части: y_{ij} и $\tau_i - y_{ij}$, $i=1, n, j=1, m$.

Получим две группы оценочных задач. Первая группа: определить $x_{ij}, j = \overline{1, m}$, максимизирующие $F_i(y_{ij}) = \sum_j y_{ij} x_{ij}$.

При ограничении

$$\sum_j x_{ij} \leq 1$$

ее решение очевидно:

$$F_i = \max_j y_{ij}.$$

Заметим, что исходя из требования минимизации оптимальных значений целевых функций оценочных задач, следует взять $y_{ij} = y_i$ для всех j . В этом случае сумма оптимальных значений и оценочных задач первой группы составит

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i. \quad (4.4.6)$$

Вторая группа: определить x_{ij} , максимизирующие

$$\sum_j x_{ij} (\tau_i - y_{ij}) \quad (4.4.7)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^k x_{ij} \tau_i \leq D_k + \Delta. \quad (4.4.8)$$

Заметим, что все m оценочных задач второй группы совпадают. Поэтому мы и имеем дело всего с одной задачей (4.4.7), (4.4.8), где x_{ij} можно обозначить через x_i .

Обозначим через Z оптимальную величину (4.4.7) в задаче второй группы при заданных $\{y_i\}$. Тогда значение целевой функции оценочной задачи равно

$$\Phi(z, y) = mZ + Y. \quad (4.4.9)$$

Обозначим через $\{x_k\}$ совокупность N допустимых решений системы (4.4.8), упорядоченных по убыванию величин:

$$M_k = \sum_i \tau_i x_i^k, \quad k = \overline{1, N}. \quad (4.4.10)$$

Оценочная задача заключается в определении Z и $\{y_i\}$, минимизирующих (4.4.9) при ограничениях

$$\sum_i y_i x_i^k + Z \geq M_k, \quad k = \overline{1, N}. \quad (4.4.11)$$

Опишем алгоритм решения оценочной задачи:

1 шаг. Полагаем $y_i=0$, $i = \overline{1, n}$, $Z=M_1$; определяем $\Phi_1=mM_1$.

2 шаг. Полагаем $Z = M_2$. Если $M_2 = M_1$, то полагаем $Z = M_3$ и т.д., до тех пор пока при $Z = M_q$, $M_q < M_1$. Решаем следующую задачу линейного программирования:

$$\min \sum_i y_i$$

При ограничениях

$$\sum_i y_i x_i^j \geq M_j - M_q, \quad j = \overline{1, q-1} \quad (4.4.12)$$

определяем

$$\Phi_q = mM_q + Y_q$$

где Y_q - оптимальное решение.

Если $\Phi_q = \Phi_1$, то получена оптимальная верхняя оценка критерия (4.4.4).

Если $\Phi_q < \Phi_1$, то повторяем шаг 2, полагая $Z=M_{q+1}$, и т.д.

Если полученная верхняя оценка $mM+Y < T$, то при данном значении Δ решения не существует. В этом случае увеличивается Δ до появления хотя бы одного нового допустимого решения системы (4.4.8). Если $mM+Y \geq T$, то можно попытаться получить допустимое решение исходной задачи при выбранном значении Δ . Для этого выбираются допустимые решения, для которых неравенства (4.4.12) выполняются как строгие неравенства. Докажем одно простое утверждение, позволяющее в ряде случаев сразу дать ответ, что данное Δ не является решением исходной задачи.

Утверждение 4.4.1. Если при увеличении Δ появилось новое допустимое решение системы (4.4.8) или несколько решений и Δ - оптимальная величина, то хотя бы одно из этих решений должно войти в решение исходной задачи.

Доказательство почти очевидно. Если ни одно из новых решений не вошло в решение исходной задачи, то верхняя оценка не изменяется, а значит, это значение Δ не является решением исходной задачи.

Рассмотрим решение методом, описанным в предыдущем параграфе. Для получения всех решений системы (4.4.8) применим метод динамического программирования, поскольку в данном случае дихотомическое представление имеет структуру ветки дерева. Для оценки величины Δ возьмем произвольное решение, например, первая бригада выполняет работы $Q_1 = (1, 3, 5)$, а вторая – $Q_2 = (2, 4, 6)$. Имеем $\Delta = \max(12-16; 18-12) = 4$.

Возьмем $\Delta = 4$. Если это Δ не дает допустимого решения, то оптимальное решение $\Delta = 4$, а если дает, то уменьшим Δ до 2 и т.д.

Система неравенств (4.4.8) для данных таблицы 4.4.1 и $\Delta=3$ представлена на рис. 4.4.2.

1 шаг. Берем $M_1=19$, $x_6^1 = 1$, $x_5^1 = 1$, $x_2^1 = 1$, $x_1^1 = 1$ (остальные $x_i^k = 0$). Имеем $y_i=0$, $i = \overline{1,6}$, $Y=0$, $\Phi_1=mM_1=38$.

Если $\Delta = 3$ является оптимальным, то в силу утверждения 4.4.1 x^1 входит в решение задачи; полагая $Q_1 = (1, 2, 5, 6)$, $Q_2 = (3, 4)$, получаем $\Delta = 3$, то есть при данном Δ допустимое распределение работ по бригадам существует. Осталось проверить, является ли это Δ минимальным.

2 шаг. Возьмем $\Delta = 2$. Из схемы на рис. 4.4.2 определяем $M_1=18$, $x_6^1 = 1$, $x_5^1 = 1$, $x_4^1 = 6$ (остальные $x_i^k = 0$). Если $\Delta = 2$ - оптимальное решение, то $Q_1 = (4, 5, 6)$, $Q_2 = (1, 2, 3)$. Однако для этого решения $\Delta = \max(18-16; 12 - 8) = 4 > 2$.

Следовательно, решение $Q_1 = (1, 2, 5, 6)$, $Q_2 = (3, 4)$ $\Delta = 3$ является оптимальным.

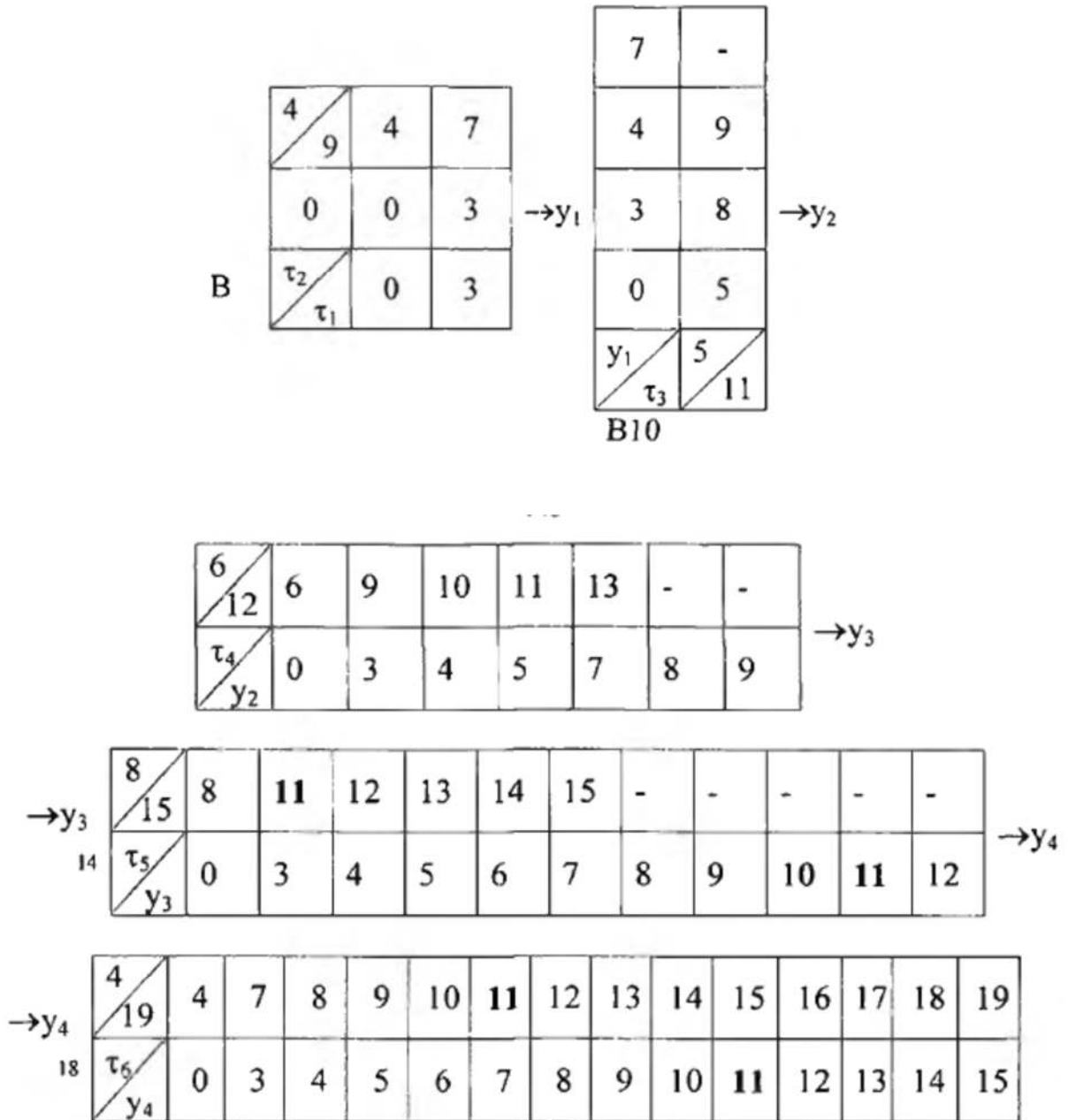


Рис. 4.4.2.

Рассмотрим еще один пример большей размерности.

Пример 4.4.1. Пусть $n = 8$, $m = 4$. Данные о работах приведены в таблице 4.4.1.

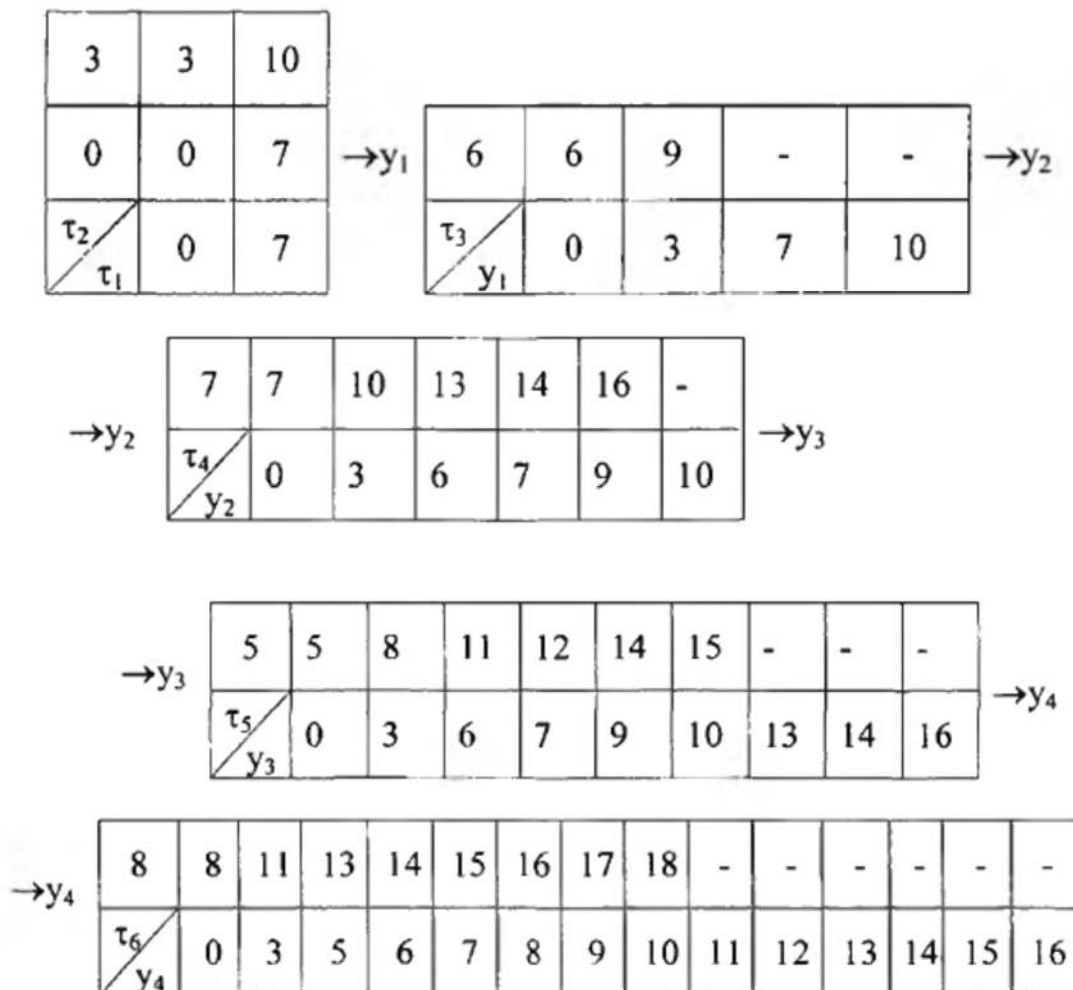
Таблица 4.4.1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8
τ_i	7	3	6	7	5	8	9	4
D_i	8	9	10	12	13	14	15	16

Возьмем начальное решение $Q_1=(1,2)$, $Q_2=(3,4,5)$, $Q_3=(6,7,8)$:

$$\Delta = \max(10-9; 18-13; 21-16) = 5.$$

Возьмем $\Delta_0=4$. Решения системы (4.4.8.) при $\Delta_0=4$ представлены на рис. 4.4.3.



$\rightarrow y_5$	9	9	12	14	15	16	17	18	19	-	-	-	-	-	-		
τ_7 / y_5	0	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	

$\rightarrow y_6$	4	4	7	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	-	-	-
τ_8 / y_6	0	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	

Рис. 4.4.3.

1 шаг. Берем $M_1=20$. Имеем 4 решения с $M_1=20$.

- 1) $x'_3 = 1$ $x'_7 = 1$ $x'_4 = 1$
- 2) $x'_8 = 1$ $x'_7 = 1$ $x'_1 = 1$
- 3) $x'_8 = 1$ $x'_6 = 1$ $x'_3 = 1$ $x'_2 = 1$
- 4) $x'_8 = 1$ $x'_4 = 1$ $x'_3 = 1$ $x'_1 = 1$

Проверим первое решение. Исключаем работы 4,7, и 8, то есть берем $Q_1=(4,7,8)$; рассмотрим оставшиеся работы:

i	1	2	3	5	6
τ_i	7	3	6	5	8
D_i+3	12	13	14	17	18

Легко определить допустимое решение $Q_2=(1,2,5)$, $Q_3=(3,6)$.

Таким образом $\Delta_0 = 4$ определяет допустимое решение.

Поэтому берем $\Delta_1 = 3$.

2 шаг. Берем $M_1=19$. Имеем 4 решения:

- 1) $x'_8 = 1$ $x'_7 = 1$ $x'_3 = 1$
- 2) $x'_8 = 1$ $x'_6 = 1$ $x'_1 = 1$
- 3) $x'_8 = 1$ $x'_6 = 1$ $x'_1 = 1$
- 4) $x'_8 = 1$ $x'_3 = 1$ $x'_2 = 1$ $x'_1 = 1$

Проверяем первое решение $Q_1 = (5,7,8)$. Имеем таблицу оставшихся работ:

i	1	2	3	4	6
τ_i	7	3	6	7	8
D_i+2	10	11	12	14	16

Легко убедиться, что допустимого решения не существует. Действительно, хотя бы одна бригада должна выполнять не менее трех работ. Если даже взять две работы с максимальными продолжительностями ($\tau_2=3$ и $\tau_3=6$), то ни одна из оставшихся работ не может быть к ним добавлена.

Проверяем второе решение ($Q_1=(3,6,8)$). Имеем таблицу оставшихся работ:

i	1	2	4	5	7
τ_i	7	3	7	5	9
D_i+2	10	11	14	15	17

В данном случае существует допустимое решение $Q_2=(1,2,5)$, $Q_3=(4,7)$.

Поэтому берем $\Delta = 1$.

3 шаг. Берем $M_1=17$. Имеем 2 решения:

$$1) x'_8 = 1 \quad x'_6 = 1 \quad x'_3 = 1$$

$$2) x^2_8 = 1 \quad x^2_4 = 1 \quad x^2_3 = 1$$

Проверяем первое решение $Q_1 = (5,6,8)$. Имеем таблицу оставшихся работ:

i	1	2	3	4	7
τ_i	7	3	6	7	9
D_i+1	9	10	12	13	16

Легко убедиться, что допустимого решения не существует.

Проверяем второе решение $Q_2=(3,4,8)$. Имеем таблицу оставшихся работ:

i	1	2	5	6	7
τ_i	7	3	5	8	9
D_i+1	9	10	14	15	16

В данном случае также не существует оптимального решения.

Таким образом, оптимальное решение $Q=(3,6,8)$, $Q_2=(1,2,5)$, $Q_3=(4,7)$ с величиной задержки $\Delta = 2$.

Интересно отметить, что использование утверждения 4.4.1 позволило нам ни разу не решать задачу линейного программирования.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 240-243), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 106-109):

Таблица 6.1.2

Трудоем- кость, чел.-см.	Продолжи- тельность	Время на переме- щение	Срок сдачи
5000	25	2	32
857	9	5	55
3570	35	6	91
17857	° 170	7	253
4714	45	10	301
3429	31	11	322
1000	10	12	43
2142	20	14	275
859	9	15	387

Для решения задачи об определении оптимальной очередности выполнения работ, представленных в табл. 6.1.1, воспользуемся результатами главы II.

Согласно этому алгоритму определим множество работ Q , для которых выполняется условие $(C_m - D_i) \leq 0$. Для этой цели находим оценки L_i и C_m по формулам (2.2.1) и (2.2.2). Для первого шага получим следующие результаты, сведенные в табл. 6.1.2

Таблица 6.1.2

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	28	382	350
2	9	5	55	25	379	324
3	35	6	91	24	378	287
4	170	7	253	23	377	124
5	45	10	301	20	374	73
6	31	11	322	19	373	51
7	10	12	43	18	372	329
8	20	14	275	16	370	95
9	9	15	387	15	369	-18
Σ	354	82	1759			

Согласно правилу отбора решений, принятому во второй главе, $\min(C_m - D_i)$; из дальнейшего решения исключаем вершину 9 и вновь находим те же оценки: L_i и C_m .

Данные второго шага приведены в табл. 6.1.3

Таблица 6.1.3

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	26	371	339
2	9	5	55	23	368	313
3	35	6	91	22	367	276
4	170	7	253	21	366	113
5	45	10	301	18	363	62
6	31	11	322	17	362	40
7	10	12	43	16	361	318
8	20	14	275	14	359	84
Σ	345	67	1372			

По условиям отбора в множество Q попадает работа 6, поэтому она подлежит исключению из общего множества работ для дальнейшего рассмотрения. После чего переходим к 3 шагу, данные которого приведены в табл. 6.1.4.

Таблица 6.1.4

	t_i	q_i	D_i	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	26	340	308
2	9	5	55	23	337	282
3	35	6	91	22	336	245
4	170	7	253	21	335	82
5	45	10	301	18	332	31
7	10	12	43	16	330	287
8	20	14	275	14	328	53
Σ	314	56	1050			

Исключаем из расчета работу под номером 5 и переходим к 4 шагу, результаты которого представлены в табл. 6.1.5.

Таблица 6.1.5

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	26	295	263
2	9	5	55	23	337	282
3	35	6	91	22	336	245
4	170	7	253	21	335	82
7	10	12	43	16	330	287
8	20	14	275	14	328	53
Σ	269	46	749			

Последующие шаги приведены в табл. 6.1.6 – 6.1.10, когда из решения исключается строка с наименьшим значением оценки: $(C_{in} - D_i)$.

Таблица 6.1.6

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	22	271	239
2	9	5	55	19	268	213
3	35	6	91	18	267	176
4	170	7	253	17	266	13
7	10	12	43	12	261	218
Σ	249	32	474			

Таким образом, в целях оптимизации календарного плана по срокам сдачи объектов, рекомендуется выполнять работу на объектах в следующей после-

довательности: 1, 7, 2, 3, 4, 8, 5, 6, 9. Полученное решение является оптимальным, так как оценки снизу для всех остальных подмножеств больше чем для рассматриваемого варианта.

Таблица 6.1.7

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	22	101	69
2	9	5	55	19	98	43
3	35	6	91	18	97	6
7	10	12	43	12	91	48
Σ	79	25	221			

Таблица 6.1.8

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	22	66	34
2	9	5	55	19	63	8
7	10	12	43	12	56	13
Σ	44	19	130			

Таблица 6.1.9

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	22	57	25
7	10	12	43	12	47	4
Σ	35	14	75			

Таблица 6.1.10

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$
1	25	2	32	2	27	-5
Σ	25	2	32			

Определим значение целевой функции при решении оптимизационной задачи:

$$F = \max(369-387; 362-322; 332-301; 328-275; 266-253; 87-91; 63-55; 47-43; 27-32) = \\ = \max(-18; 40; 31; 53; 13; 6; 8; 4; -5) = 53.$$

Легко убедиться, что остальным вариантам выполнения работ будут соответствовать худшие, то есть большие значения целевой функции.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 244-255), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Баркалова П.С. (стр. 110-121):

6.2. Оптимизация календарного плана работы предприятия при кольцевой системе расположения объектов строительства

Решение задачи, полученное в предыдущем параграфе, соответствуют случаю, когда все объекты строительства расположены вдоль одной трассы (в рассматриваемом примере вдоль трассы «Воронеж – Луганск»). Но, к сожалению, такой случай бывает нечасто. Более соответствующим действительности случаем является вариант, когда объекты расположены произвольно и могут быть соединены некоторой замкнутой линией. Такую схему будем называть кольцевой.

Рассмотрим процедуру оптимизации календарного плана в данном случае. В качестве примера возьмем планируемые на 2010 год дорожно-строительные работы в Лискинском районе, соответствующие данные о которых приведены в табл. 6.2.1.

Таблица 6.2.1

Трудоемкость, чел.-см.	Продолжительность	Время на перемещение	Срок сдачи
17857	91	2	180
4285	35	4	470
2857	72	5	400
12142	55	7	190
2714	17	8	98
15142	81	9	101
7000	21	11	280
10714	59	12	228
5428	33	14	88

Трудоемкость, чел.-см.	Продолжительность	Время на перемещение	Срок сдачи
6571	39	16	61

Конечный пункт выполнения работ соединен с начальным путем длиной 5 и, таким образом, весь кольцевой путь имеет длину $L=93$.

Предположим, что линейная бригада может двигаться только в одном направлении. Тогда по формулам (2.2.1) и (2.2.2) осуществим вычисление нижних оценок C_m и значений целевой функции $F = \max(C_m - D_i)$.

Таблица 6.2.2

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	94	597	417	
2	35	4	470	96	599	129	
3	72	5	400	97	600	200	
4	55	7	190	99	602	412	
5	17	8	98	100	603	505	
6	81	9	280	101	604	324	
7	21	11	380	103	606	226	
8	59	12	228	104	607	379	
9	33	14	88	106	609	521	
10	39	16	61	108	611	550	129
Σ	503	88					

Таким образом, последней должна будет выполняться операция 2.

Произведем вычисления для второго шага, учитывая, что операцию 2 выгодно выполнять последней, то есть будем рассматривать множество оценок снизу для случаев, когда вторая операция будет выполняться последней. Таким образом, рассмотрим варианты, когда предпоследней работой будет выполняться первая, третья и т. д. работы. При этом будем учитывать, что выполнение операции, которая будет располагаться к начальному пункту ближе, чем рассматриваемая, будет увеличено на величину L . Например, рассмотрим оценку C_{10} , то есть варианта, когда последней выполняется 2 работа, а предпослед-

ней – 3. Тогда, учитывая, что движение бригады осуществляется только в одну сторону, получим, что бригада должна выполнить работы на 1 объекте и перейти на четвертый, затем на пятый и т. д. до десятого пункта. После чего бригада должна вернуться в исходный пункт и через него пройти к третьему пункту, выполнить там работы и, двигаясь по кольцевому маршруту (ведь по условию движение возможно только в одну сторону), вернуться во второй пункт. Таким образом, осуществляется дополнительный круг движения бригады по одностороннему кольцевому маршруту.

Данные для второго шага приведены в табл. 6.2.3.

Таблица 6.2.3

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	94	562	382	
3	72	5	400	97	565	165	
4	55	7	190	99	567	377	
5	17	8	98	100	568	470	
6	81	9	280	101	569	289	
7	21	11	380	103	571	191	
8	59	12	228	104	572	344	
9	33	14	88	106	574	486	
10	39	16	61	108	576	515	165
Σ	468	84					

Аналогично осуществляем расчеты и для последующих шагов, данные по которым приведены в табл. 6.2.4 – 6.2.11.

Таблица 6.2.4

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	94	490	310	
4	55	7	190	99	495	305	
5	17	8	98	100	496	398	
6	81	9	280	101	497	217	
7	21	11	380	103	499	119	
8	59	12	228	104	500	272	
9	33	14	88	106	502	414	
10	39	16	61	108	504	443	119
Σ	396	79					

Таблица 6.2.5

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	94	469	289	
4	55	7	190	99	474	284	
5	17	8	98	100	475	377	
6	81	9	280	101	476	196	
8	59	12	228	104	479	251	
9	33	14	88	106	481	393	
10	39	16	61	108	483	422	196
Σ	375	68					

Таблица 6.2.6

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	94	388	208	
4	55	7	190	99	393	203	
5	17	8	98	100	394	296	
8	59	12	228	104	398	170	
9	33	14	88	106	400	312	
10	39	16	61	108	402	341	170
Σ	294	59					

Таблица 6.2.7

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	94	329	149	
4	55	7	190	99	334	144	
5	17	8	98	100	335	237	
9	33	14	88	106	341	253	
10	39	16	61	108	343	282	144
Σ	235	47					

Таблица 6.2.8

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	94	274	94	
5	17	8	98	100	280	182	
9	33	14	88	106	286	198	
10	39	16	61	108	288	227	94
Σ	180	40					

Таблица 6.2.9

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
5	17	8	98	100	189	91	
9	33	14	88	106	195	107	
10	39	16	61	108	197	136	91
Σ	89	38					

Таблица 6.2.10

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
9	33	14	88	106	178	90	
10	39	16	61	108	180	119	90
Σ	72	30					

Таблица 6.2.11

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
10	39	16	61	108	147	86	86
Σ	39	16					

Таким образом, оптимальным будет решение, когда работы будут выполняться в следующей очередности: 10; 9; 5; 1; 4; 8; 6; 7; 3; 2. Тогда целевая функция будет принимать следующее значение:

$$F = \max(86; 90; 91; 94; 144; 170; 196; 119; 165; 129) = 196.$$

Это значение и является минимально возможным запаздыванием при выполнении всего комплекса запланированных работ одной линейной бригадой.

Рассмотрим случай, когда возможно двухстороннее движение по маршруту работы линейной бригады. Данный случай соответствует действительности в большей степени.

Для расчета будем использовать выражения для оценки снизу, полученные во второй главе:

$$L_i(n) = \min(2q_n - q_i; 2q_{i-1} + L - q_i).$$

Данные решения по шагам приведены в табл. 6.2.12 – 6.2.21.

Таким образом, порядок движения линейной бригады будет следующий: 10; 9; 5; 1; 4; 8; 6; 7; 3; 2. В этом случае значение целевой функции $F=118$. Сравнивая с предыдущим решением, видим, что последовательность выполнения операций не изменилась, но значение целевой функции уменьшилось, что свидетельствует об уменьшении меры отклонения от директивных сроков сдачи объектов.

1 шаг

Таблица 6.2.12

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	30	533	353	
2	35	4	470	28	531	<u>61</u>	
3	72	5	400	27	530	130	
4	55	7	190	25	528	338	
5	17	8	98	24	527	429	
6	81	9	280	23	526	246	
7	21	11	380	21	524	144	
8	59	12	228	20	523	295	
9	33	14	88	18	521	433	
10	39	16	61	16	519	458	61
Σ	503	88					

2 шаг

Таблица 6.2.13

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	30	498	318	
3	72	5	400	27	495	<u>95</u>	
4	55	7	190	25	493	303	
5	17	8	98	24	492	394	
6	81	9	280	23	491	211	
7	21	11	380	21	489	109	
8	59	12	228	20	488	260	
9	33	14	88	18	486	398	
10	39	16	61	16	484	423	95
Σ	468	84					

3 шаг

Таблица 6.2.14

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	30	426	246	
4	55	7	190	25	421	231	
5	17	8	98	24	420	322	
6	81	9	280	23	419	139	
7	21	11	380	21	417	37	
8	59	12	228	20	416	188	
9	33	14	88	18	414	326	
10	39	16	61	16	412	351	37
Σ	396	79					

4 шаг

Таблица 6.2.15

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
1	91	2	180	30	405	225	
4	55	7	190	25	400	210	
5	17	8	98	24	399	301	
6	81	9	280	23	398	118	
8	59	12	228	20	395	167	
9	33	14	88	18	393	305	
10	39	16	61	16	391	330	118
Σ	375	68					

5 шаг

Таблица 6.2.16

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	30	324	144	
4	55	7	190	25	319	129	
5	17	8	98	24	318	220	
8	59	12	228	20	314	86	
9	33	14	88	18	312	224	
10	39	16	61	16	310	249	86
Σ	294	59					

6 шаг

Таблица 6.2.17

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	30	265	85	
4	55	7	190	25	260	70	
5	17	8	98	24	259	161	
9	33	14	88	18	253	165	
10	39	16	61	16	251	190	70
Σ	235	47					

7 шаг

Таблица 6.2.18

	t	q	D	L _i	C _{in}	C _{in} -D _i	F
1	91	2	180	30	210	30	
5	17	8	98	24	204	106	
9	33	14	88	18	198	110	
10	39	16	61	16	196	135	30
Σ	180	40					

8 шаг

Таблица 6.2.19

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
5	17	8	98	24	113	15	
9	33	14	88	18	107	19	
10	39	16	61	16	105	44	15
Σ	89	38					

9 шаг

Таблица 6.2.20

	t	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
9	33	14	88	18	90	2	
10	39	16	61	16	88	27	2
Σ	72	30					

10 шаг

Таблица 6.2.21

	T	q	D	L_i	C_{in}	$C_{in}-D_i$	F
10	39	16	61	16	55	-6	-6
Σ	39	16					

6.3. Оптимизация движения бригад при радиальном расположении объектов

Рассмотрим важный случай, когда объекты располагаются по радиальной схеме (рис. 6.3.1). Практически это означает, что линейная бригада, выполнив работы на объекте, возвращается на основную базу, проходит дополнительное переоснащение и выезжает на другой объект. Причем в общем случае время перебазировки бригады на объект и обратно на базу не совпадают.

Рассмотрим план работы бригад для выполнения запланированных работ в Лискинском районе на 2010 год. Соответствующие данные приведены в табл. 6.3.1.

Таблица 6.3.1

Трудоем- кость, чел.-см.	Продол- житель- ность	Время переме- щения туда	Время переме- щения обратно	Срок сдачи
17857	91	2	9	180
4285	35	8	2	470
2857	72	3	6	400
12142	55	1	11	190
2714	17	7	4	98

Трудоем- кость, чел.-см.	Продол- житель- ность	Время переме- щения туда	Время переме- щения обратно	Срок сдачи
15142	81	10	12	101
7000	21	9	7	280
10714	59	4	3	228
5428	33	5	9	88
6571	39	12	7	61

Первоначально предполагаем, что работы будут вестись одной бригадой. Тогда согласно алгоритму, разработанного во второй главе, движение одной бригады будет определяться специальным параметром $p_i = \beta_i + D_i$ и оптимальная последовательность будет соответствовать возрастающей последовательности p_i . Соответствующее решение задачи дано в табл. 6.3.2.

Таблица 6.3.2

	τ_i	α_i	β_i	D_i	p_i
1	91	2	9	180	189
2	35	8	2	470	472
3	72	3	6	400	406
4	55	1	11	190	201
5	17	7	4	98	102
6	81	10	12	101	113
7	21	9	7	280	287
8	59	4	3	228	231
9	33	5	9	88	97
10	39	12	7	61	68

В результате, оказывается, что оптимальной последовательностью действий одной линейной бригады будет выполнение работ на следующих объектах: 10; 9; 5; 6; 1; 4; 8; 7; 3; 2.

Мера суммарного отклонения от заданных сроков, принимаемая в данной задаче за целевую функцию F , подлежащую минимизации, будет определяться соотношением:

$$F = \max(51-61; 89-88; 113-98; 204-101; 297-180; 252-190; 416-228; 446-280; 521-400; 564-470) = (-10; 1; 15; 103; 117; 163; 188; 166; 121; 94) = 188.$$

Рассмотрим случай, когда линейных бригад, выполняющих запланированный объем работ, две. Для решения этой задачи находим оценку $C_i = \alpha_i + \tau_i + \beta_i$.

Данные о величине этого параметра приведены в табл. 6.3.3

Таблица 6.3.3

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C_i	102	45	81	67	28	103	37	66	47	58

Просуммировав значение параметра C_i , получаем его значение равным 636. Следовательно, объемы работ между бригадами необходимо разделить таким образом, чтобы этот параметр принимал значение как можно ближе к величине $\sum C_i / 2 = 317$. Это можно выполнить с помощью процедуры, описанной во второй главе. Результаты графического решения представлены на рис. 6.3.1. Согласно этому решению первая бригада должна выполнять работы: 1; 3; 5; 6; а вторая бригада – 2; 4; 7; 8; 9; 10. При этом величина целевой функции будет принимать значение 317.

Данный алгоритм дает не единственное решение и имеет хорошую геометрическую интерпретацию только для случая двух бригад.

Теперь предположим, что бригад, способных выполнять данные виды работ, насчитывается 6. Для решения расположим объекты в порядке возрастания параметра C_i (результаты такой сортировки представлены в табл. 6.3.4). Тогда согласно алгоритму, описанному во второй главе, работы, имеющие порядковый номер 1 и 6, выполняются по одной, а далее одна из бригад выполняет работы 5 и 3, вторая – 7 и 4; третья бригада – 2 и 8; четвертая – 9 и 10.

Таблица 6.3.4

1	5	7	2	9	10	8	4	3	1	6
C_i	28	37	45	47	58	66	67	81	102	103

Время выполнения всего объема работ шестью бригадами будет определяться по формуле

$$T = \max(102; 103; 28+81; 37+67; 45+66; 47+58) = \\ = (102; 103; 109; 111; 105) = 111.$$

Таким образом, рассмотренные алгоритмы позволяют моделировать продолжительность выполнения всего комплекса работ в различных производственных условиях и при различном числе линейных бригад, участвующих в строительстве.

Сравнение с текстом диссертации Матвеева И.К.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 171-177), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 51-57):

Сегодняшняя ситуация с мостами требует уточнения главных принципов технической политики. Эти уточнения связаны с поиском максимальных выгод от наших действий и определением соответствующих приоритетов. Так, анализируя финансовую потребность (табл. 5.5.1, построенная в расчете на 5000 мостов протяженностью 300000 м в ценах на 1997 г.) мостового сектора отрасли, можно сделать два основных вывода [146]:

а) увеличение долговечности мостов приводит к незначительному возрастанию средств на содержание (надзор, уход и профилактику) и в то же время вызывает существенное сокращение числа мостов, требующих перестройки, реконструкции и ремонта - увеличение затрат на содержание на 300 млн руб. дает высвобождение средств в размере более 5 млрд рублей (см., например, рис. 5.5.1);

б) чем выше показатели долговечности, тем меньше общие годовые затраты на мостовой парк и ощутимее весомость затрат на содержание - от требуемых сегодня 19 % до перспективных (для обеспечения срока службы 70 лет) 38 % от общих затрат на мосты.

Таблица 5.5.1

Показатели долговечности: срок службы - работоспособность		35-20 лет		50-30 лет		70-40 лет	
Воздействие		Потребность					
		% мостов	млрд руб.	% мостов	млрд руб.	% мостов	млрд руб.
1	Замена моста из-за:						
	- физич. износа	3	2000	2,0	1000	1,5	600
	- физич. и морального износа	2		0,5			
2	Реконструкция (уширение с до- бавлением новых полос)	5	1125	2,5	565	565	650
3	Ремонт :						
	- без уширения	10	3000	5	1800	3	600
	- с уширением	15		10		2	
4	Мелкий ремонт (ППР)	25	1125	10	450	7	315

Окончание табл. 5.5.1

Показатели долговечности: срок службы - работоспособность		35-20 лет		50-30 лет		70-40 лет	
Воздействие		Потребность					
		% мостов	млрд руб.	% мостов	млрд руб.	% мостов	млрд руб.
5	Профилактика	30	300		425		638
	Надзор и уход	10					
Итого потребность на 5000 мостов			7550		4240		2490
Наносимый ущерб			6000		2000		500

Примечание: * с учетом недоремонта.

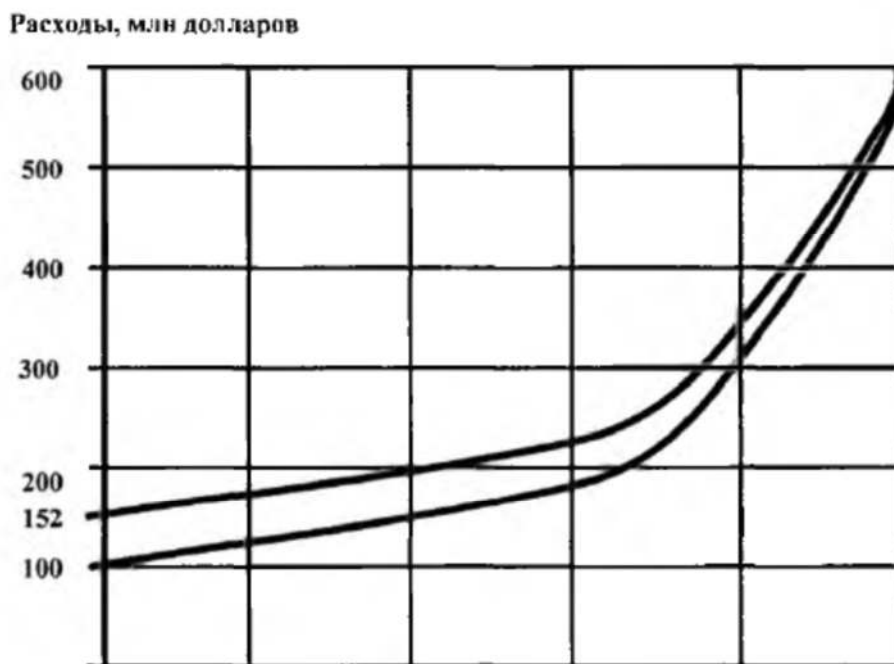


Рис. 5.5.1

Эти два обстоятельства заставляют внести в концепцию уточнения, связанные с первостепенной важностью работ по содержанию мостов и некоторым изменением акцентов.

Учитывая это, концепция эксплуатации мостов может быть сформулирована следующим образом: в целях рационального расходования средств и получения максимальных выгод для отрасли и народного хозяйства, главный замысел

Дорожной службы России в области эксплуатации мостовых сооружений заключается:

- а) в преимущественном финансировании работ по содержанию мостов;
- б) в постоянной работе всех структур службы в направлении повышения долговечности мостов за счет постепенного увеличения затрат на содержание (надзор, уход, профилактику и мелкий ремонт) и повышения качества строительства и ремонта;
- в) в управлении (регулировании) эксплуатацией мостов в общем и процессом повышения срока службы мостов в частности как элементом государственной системы управления дорожным хозяйством страны.

Чтобы понять цели и задачи системы, следует сказать и об идеологии эксплуатации как системе взглядов и идей, позволяющей дать инструмент для реализации главного замысла (концепции) на каждом этапе жизни сооружения.

Мостовое сооружение за свою жизнь проходит три важнейших этапа эксплуатации.

1 этап. Построенное сооружение эксплуатируется какое-то время без снижения надежности (рис. 5.5.2). За этот период протекают основные длительные деформации (усадка и ползучесть), возрастает прочность бетона, нормально функционирует система водоотвода и не нарушается изоляция у деформационных швов, водоотводных трубок, стоек ограждений и тротуаров. Вероятность безотказной работы сохраняется на уровне, обеспечиваемом СНиП 2.05.03-84 [140] (например, для пролетных строений $P=0,9986$; индекс надежности равен 3,0). В указанный период за мостом осуществляется лишь уход. Продолжительность этого периода зависит от качества строительства и составляет, к сожалению, пока не так много - как правило, от 5 до 10 лет.

Второй этап эксплуатации характеризуется появлением и развитием дефектов, изменением свойств бетона и коррозией арматуры. Появляются отказы в элементах, срок службы которых ниже, чем пролетных строений (в покрытии, деформационных швах, системах водоотвода, изоляции).

Третий этап эксплуатации сооружения характеризуется двумя факторами:

- наличием в конструкциях (в первую очередь в пролетных строениях и опорах) дефектов, снизивших их несущую способность и грузоподъемность моста в целом;
- введенными ограничениями по массе транспортного средства, которое может безопасно двигаться по мосту в неконтролируемом режиме, и необходимым периодическим последующим снижением грузоподъемности. Продолжительность третьего этапа (участок Б-В на рис. 5.5.2) определяется временем достижения такого состояния сооружения, когда при максимально возможных ограничениях по временной нагрузке вероятность безотказной работы пролетных строений опять достигает 0,9.

Предельный срок службы $T_{сл}$ установлен по повторному отказу и характеризует такое состояние, когда ремонтные мероприятия оказываются менее выгодными, чем замена моста.

Упомянутые три важных этапа функционирования сооружения также прослеживаются при оценке износа и элементов, из которых сооружение состоит (рис. 5.5.3, здесь k - показатель функции износа; T_0 - время эксплуатации без дефектов; T_1 - нормативное время достижения сроков проведения ППР (доремонтный период эксплуатации); T_p - нормативное время достижения срока "ремонт" (работоспособность); $T_{сл}$ - нормативное время достижения срока "замена" (срок службы).

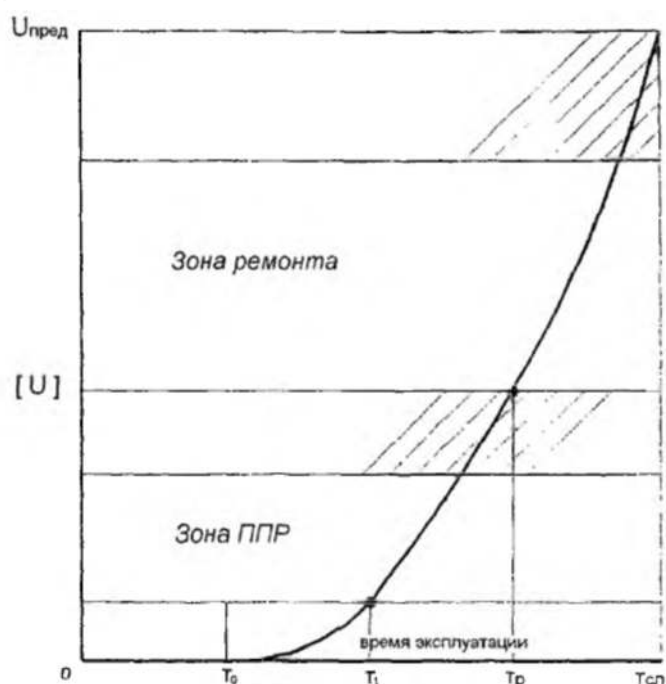
Износ начинается с момента T_0 и заканчивается предельным значением $U_{пред}$ в какой-то момент T . При этом допустимый уровень износа (работоспособность) достигается за время $T_{сл}-T_p$, являющееся вторым этапом эксплуатации. Эксплуатация за этой границей относится к третьему этапу.

Таким образом, в основу системы эксплуатации мостовых сооружений должны быть положены следующие принципы:

- увеличение периода T_0 , что можно осуществить, повысив качество строительных работ (например, за счет организации постоянного контроля на всех уровнях и сопровождения работ) и обеспечив постоянный уход за сооружением с первого дня эксплуатации;
- уменьшение темпа износа элементов (изменяется угол наклона линии А-Б на рис. 5.5.2), что можно осуществить, проводя организованный надзор за сооружением и своевременное выполнение профилактических работ;
- выполнение планово-предупредительных работ ранее, чем будет счерпана работоспособность (на рис. 5.5.2 - пунктирная линия), что можно эффективно осуществить только при условии организованного надзора и планирования.

Установлено, что только за счет мероприятий, осуществляемых при содержании, можно увеличить работоспособность сооружения с 20-25 лет (сегодняшний уровень) до 40-70 лет в зависимости от вкладываемых средств. Как следствие, можно увеличить предельный срок службы до 70-100 лет, а при соответствующей политике ремонта - более 100 лет. При выполнении всех требований по содержанию и обеспечению нормального качества строительства вполне возможно, что за весь срок службы моста не потребуется вложений больших средств в ремонт, а будет осуществляться менее капиталоемкое вложение в надзор, уход, профилактику и мелкий ремонт (рис. 5.5.3).

Если говорить об идеологии в области эксплуатации в целом, то следовало бы добавить несколько слов о взглядах на процесс эксплуатации моста после ремонта. Этот период характеризуется повышенным темпом износа элементов и сооружения в целом и необходимостью регулирования условий движения транспортных средств. То есть, как и на начальных этапах, на первое место выходит необходимость постоянного надзора. Планируемый в перспективе срок службы моста после ремонта (до $T_{сп} \sim 70$ лет) может быть достигнут, если повысить качество ремонтных работ, в том числе и проектов, и поддерживать сооружение в работоспособном состоянии после ремонта. Ресурс может быть продлен еще больше, если будут применены при ремонте более долговечные материалы или более надежные технические решения, по сравнению с традиционными (на рис. 5.5.2 - линия Б-В).



Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 177-185), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 57-65):

5.6. Классификация работ по содержанию мостовых сооружений

Приведенная «идеология» в области эксплуатации позволила обосновать принятую сегодня классификацию ремонтно-восстановительных работ на мостовых сооружениях (рис. 5.6.1) [141].

В этой классификации основное место занимают работы на самом главном периоде жизни сооружения - работы по содержанию, предусматривающие постоянные надзор и уход, периодическую профилактику и эпизодические планово-предупредительные работы, приводимые в процессе функционирования сооружения от постройки до ремонта.

В связи с этим главной задачей службы эксплуатации мостовых сооружений является обеспечение своевременной реализации всех работ по содержанию, которые смогут существенно продлить срок службы сооружения.

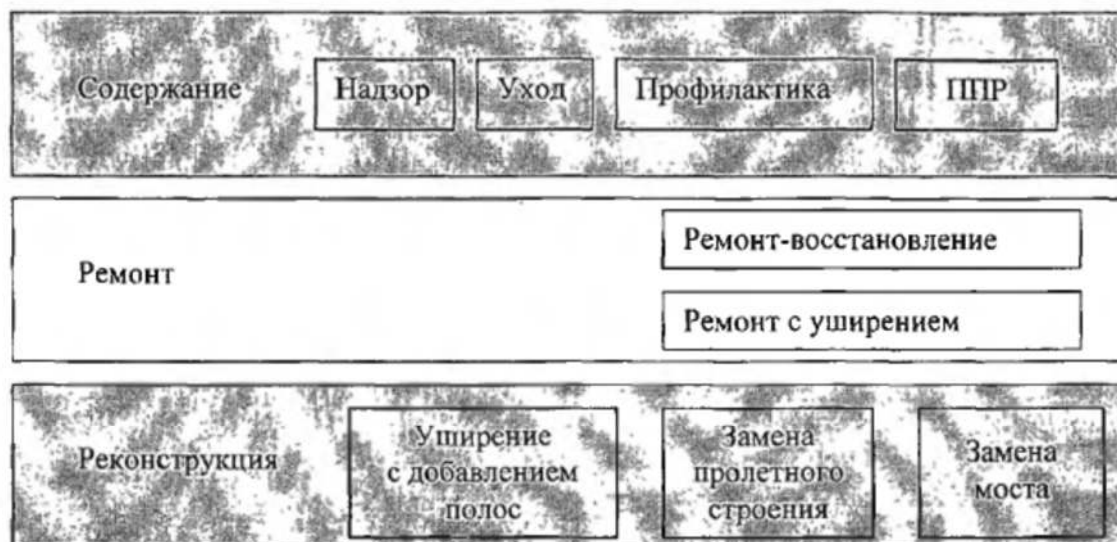


Рис. 5.6.1

Теоретической основой содержания мостовых сооружений является сохранение надежности и повышение долговечности конструкций за счет своевременного выполнения в необходимом научно обоснованном объеме комплекса мероприятий на различных этапах функционирования сооружения. К таким мероприятиям относятся 120 видов конкретных работ [141], объединенных в три группы:

- уход – нормативные, постоянно выполняемые работы (33 вида работ) с целью сохранения первоначального состояния и исключения появления дефектов и повреждений в раннем возрасте;

- профилактика – сверхнормативные работы (55 видов работ), выполняемые с интервалом 2-5 лет с целью снижения темпов начавшихся деградиционных процессов в материалах и элементах;

- планово-предупредительные работы (ППР) – специальные работы (32 вида), выполняемые с целью предупреждения нарушения (раннего истощения) работоспособности элементов и конструкций за счет устранения накопившегося в них износа, размер которого еще не превысил допустимого уровня.

Наиболее важными работами по уходу являются:

- очистка элементов проезжей части и несущих конструкций мостовых сооружений и тоннелей, а также лотков и труб от грязи, пыли, снега, льда, расчистка русел от насосов, скалывание льда у опор и ледорезов, натирка катков графитом, смазка пружин и механизмов деформационных швов, подтягивание болтов и тяжей при их ослаблении, заделка трещин в покрытии;

- пропуск ледохода;

- обслуживание паромных переправ: регулирование высоты причалов, загрузка, перемещение и разгрузка паромов, уход за механизмами и конструкциями паромных переправ, устройство и обслуживание ледяных переправ;

- обслуживание наплавных и разводных мостов: сборка и разборка сезонных мостов, разводка и наводка мостов, уход за подъемными и разводными механизмами, а также наплавными средствами и надстройками;

- организация безопасного и бесперебойного движения по мостам и под ними, а также через тоннели.

Все работы по уходу за искусственными сооружениями проводят постоянно в течение года на основании результатов текущих и периодических осмотров, а также постоянного надзора. Работы выполняют по месячным графикам комплексно на всем сооружении, устраняя мелкие неисправности во всех его частях. Одновременно проводят соответствующие работы по поддержанию сооружения в чистоте и порядке.

Производственные организации, эксплуатирующие мосты на судоходных реках, должны устанавливать на них, а также содержать навигационные знаки и огни в соответствии с Правилами плавания по внутренним водным путям России.

Профилактические работы направлены на поддержание сооружений в исправном и работоспособном состоянии. При профилактике устраняются небольшие по объему дефекты и повреждения на стадии, когда они не являются опасными для сооружения (грузоподъемности, безопасности движения и долговечности).

Все работы, отнесенные к профилактике, выполняются в течение всего срока службы сооружения с периодичностью 2-5 лет.

К ним относятся:

– на конструкции мостового полотна — исправление отдельных секций или элементов перил и ограждающих устройств, тротуаров, съемных элементов деформационных швов, замена мастики в швах, ямочный ремонт покрытия, восстановление слоев одежды вдоль деформационных швов и на тротуарах, исправление водоотводных трубок, устранение просадок в местах сопряжения моста с насыпью путем добавления грунта или асфальтобетона, устранение повреждений отдельных элементов балочной клетки;

- на металлических конструкциях - зачистка, шпатлевка и окраска отдельных участков и элементов, замена отдельных ослабленных заклепок, усиление одиночных клепаных ветвей элементов накладками, сверление отверстий на толщину элемента по концам трещины длиной 1 см в швах и с края листа металла путем срубки металла и зачистки этих мест;
- на бетонных, железобетонных и каменных конструкциях - устранение раковин и одиночных трещин в материале, приварка одиночных металлических накладок к закладным деталям в местах отсутствия накладок, локальное исправление (восстановление) защитного слоя или кладки, заделка швов в кладке;
- на деревянных конструкциях - очистка от продуктов гниения и усиление отдельных элементов, антисептирование и окраска отдельных элементов, установка подкладок и прокладок, заделка зазоров и щелей, устройство водозащитных козырьков, замена обшивки свайных опор и ледорезов, борьба с пучением грунта около свай, замена отдельных досок настила, тротуара, колесоотбойного бруса, отдельных поперечин и деталей заборных стенок, одиночных простых прогонов, связей;
- на опорных частях - подтяжка болтов, окраска, устройство защитных коробов, исправление положения катков, замена съемных отдельных деталей без подъема пролетных строений;
- на регулиционных сооружениях - устранение локальных мест размыва и повреждений насыпи или укреплений;
- на водопропускных трубах - заделка щелей и трещин, заполнение швов, выравнивание лотков, трубы и русла около трубы, устранение просадок под трубой и размыва откосов насыпи, локальное исправление укреплений насыпи;
- на наплавных мостах и паромных переправах - исправление локальных повреждений обшивки наплавных средств надстройки и соединений, исправление такелажа, окраска деталей и др.;

– в тоннелях - заделка трещин и сколов в обделке, околка лещадок естественного свода и стен с закреплением породы, исправление лотков и крышек лотков, выравнивание лотков, устройство канав для отвода воды с поверхности над тоннелем, ямочный ремонт покрытия проезжей части на входе и непосредственно в тоннеле, мелкий ремонт системы вентиляции и освещения (при их наличии).

Планово-предупредительные работы (ППР) в зависимости от степени износа элементов осуществляют с периодичностью свыше 5 лет (~10-15 лет) при износе элементов 10-30 %, когда грузоподъемность сооружения практически не снижена. К ним относятся работы:

– на конструкции мостового полотна - сплошная замена покрытия с устройством соответствующих уклонов для стока воды, локальный ремонт гидроизоляции на полосах вдоль тротуаров на ширине 1-1,5 м, устройство водоотвода, замена поврежденных лотков и трубок для отвода воды с сооружения, устройство дренажа в зонах примыкания дорожной одежды к деформационным швам и тротуарам, восстановление зоны сопряжения моста с насыпью с перекладной (или без перекладки) переходных плит и восстановлением насыпи, замена (полная или частичная) деформационных швов на проезжей части и тротуарах, восстановление или замена (частично или по всей длине) блоков и плит тротуаров, ограждений безопасности, перил и др.;

– на пролетных строениях - гидрофобизация или окраска всей поверхности конструкций, восстановление отдельных узлов элементов пролетных строений при частичном их повреждении (проломы в плите, глубокие обширные сколы бетона с оголением арматуры в балках, диафрагмах, разрушение защитного слоя на части длины элемента), восстановление одиночных стыков и узлов с их усилением (путем развития сечения с применением железобетона, металла и т.д.) При этом на деревянных конструкциях в ППР входит усиление или частичная замена элементов проезжей части, прогонов и тротуаров, сплошное антисептирование методом пропитки элементов конструкций, подтяжка тяжей в узлах ферм и др.;

- на опорных частях - замена опорных частей или их выправка с подъемной пролетных строений;
- на опорах - замена подферменников, отдельных блоков кладки, восстановление или усиление отдельных узлов конструкции опор, восстановление защитного покрытия (торкретирование), усиление элементов стоечных опор, обустройство опор для их ремонта и осмотра;
- на регуляционных сооружениях и подходах - локальное восстановление насыпи и укрепление конусов и регуляционных сооружений, усиление укрепления откосов насыпи и берегоукрепительных сооружений, замена или устройство лотков и лестничных сходов на насыпи.

Важнейшей частью содержания, является надзор за сооружениями. В последние годы создана отраслевая система надзора, предусматривающая комплекс работ по учету, осмотрам, диагностике, обследованию, мониторингу сооружений.

От объемов и качества работ по надзору зависит своевременность выявления или прогнозирование наступления неблагоприятной обстановки на мостах, а следовательно, и своевременность и объемы работ по содержанию. Указанные работы в первую очередь определяют период нормальной работы объекта (работоспособность) и срок их службы. Это отчетливо видно из графиков накопления

повреждений в конструкциях при различных сценариях содержания (см. рис. 5.5.3). В частности:

- при отсутствии необходимых работ по содержанию срок службы сооружения может в 1,5-3,0 раза быть выше, чем при других сценариях;
- наиболее эффективным является сценарий с использованием ГППР и ремонта, причем при оптимизации планово-предупредительных работ их количество за время эксплуатации сооружения может составлять 2,3 и более.

Работы по содержанию мостовых сооружений планируются на основании непрерывного мониторинга мостов. Задача обеспечения мониторинга состояния мостовых сооружений обеспечивается с помощью диагностики.

Диагностикой мостов, помимо обследований и испытаний, начали заниматься с 1991 года. Причиной введения нового вида надзора в 1991 г. явился непрекращающийся рост «недоработки» мостов и невозможность объективной оценки текущего состояния сооружений, что не позволяет осуществить главное требование работ по содержанию: работы должны выполняться своевременно и в необходимом объеме. Периодичность работ по диагностике (5 лет) решает на первом этапе задачи повышения достоверности текущей информации и снижает возможную ошибку при определении объемов планово-предупредительных (содержание) и ремонтных работ (табл. 5.6.1).

Таблица 5.6.1

Периодичность диагностики	15*	10	7	5*	3	1**
Ошибка в принятии решения об объеме работ по содержанию	25*	18	14	10*	5	1*

Примечание: * - фактические данные; ** - расчетные данные.

Ошибка в оценке состояния моста, кроме того, существенно влияет на условия движения по нему, поскольку условия движения из-за физического износа элементов мостового полотна меняются ежегодно. Эта ошибка ухудшает показатели безопасности движения каждый год в геометрической прогрессии. И чем больше периодичность диагностики, тем к большим повреждениям приходят элементы мостового полотна к очередной диагностике.

Например, при диагностике один раз в 10 лет, а следовательно, и отсутствии работ по профилактике и ППР в течение такого же периода, состояние покрытия на мосту переходит от «хорошего» к «аварийному»; за 5 лет - от «хорошего» к «удовлетворительному». Такая же картина характерна для конструкций ограждений, перил и сопряжений. Именно поэтому наибольшая периодичность диагностики может быть принята равной 5 лет. При такой периодичности можно уже планировать затраты на ППР и ремонт.

За 14 лет из-за слишком «медленной» диагностики социальные потери на транспорте по федеральным мостам составили более 2-х миллиардов рублей. При пятилетней периодичности эти потери будут немногим более 0,5 млрд, а при периодичности 1-2 года будут практически не заметны. В ведущих странах мира периодичность обследования (не диагностики!) принята 2-3 года. При этом затраты на обследование находятся в интервале 0,5-1,0 % от стоимости сооружения (в России затраты на диагностику составляют при 5-летней периодичности всего 0,2 % , а на обследование при 15 летней периодичности до 0,4 % от стоимости объекта).

Для того чтобы начиная с 2006 г. можно было планировать работы по ремонту исходя из результатов диагностики, в 2005 году выполнили работы по диагностике всех мостов, прошедших первичную диагностику до 1996 года.

С учетом выполненной диагностики в 2005 году потребность в этих работах начиная с 2006 года представлена в табл. 5.6.2.

При определении приведенных объемов исходили их необходимости:

- а) выхода на периодичность диагностики 5 лет (на 2006-2007 гг. еще остается несколько мостов с первичной диагностикой, выполненной 7 лет назад);
- б) проведения диагностики сложных конструкций, имеющих повышенную опасность усталостного разрушения или не ясную схему работы, 1 раз в 2-3 года.

Таблица 5.6.2

№	Наименование работ	Протяженность, км/стоимость, млн руб.				
		2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.
1*	Повторная и первичная диагностика	70,0/35,0	70,0/35,0	70,0/35,0	60,0/30,0	60,0/30,0
2	Годы предыдущей диагностики	1993-1996	1997-2000	2001-2002	2003	2004
3	Диагностика после выполнения ППР и ремонта (коррект. Паспорта)	50/33,5	35,0/30,0	30,0/25,0	20,0/15,0	20,0/15,0
4	Сопровождение базы данных, млн.руб.	7,0	7,5	7,5	7,5	7,5
5	Итого по «диагностике», млн. руб., в ценах 2005г.	75,0	72,5	67,5	52,5	52,5
Итого в ценах 2005г.		83,05	79,75	74,08	57,75	57,75

Примечание: * - с учетом объектов, требующих диагностику через 3 года.

В представленной таблице помимо «плановой» диагностики предусмотрено традиционное сопровождение и корректировка базы данных (БДМ), а также работы по диагностике после ремонта и ГПР. Потребность в диагностике после ремонта с корректировкой паспортов и базы данных на сегодня составляет примерно 700 сооружений (мосты с ГПР и отремонтированные в течение 2004 и 2005 гг.) протяженностью около 45 км. Из них задолженность по 2004 и 2003 гг. - 250 сооружений (протяженность \approx 18 км). С учетом этой задолженности, которая ликвидируется в течение 2005 и 2006 гг., и определены работы, представленные в табл. 5.6.2.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 185-194), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 65-74):

5.7. Существующие стратегии содержания и эксплуатации мостовых сооружений

Основной задачей службы эксплуатации мостов является не только получение и накопление информации о состоянии парка мостовых сооружений страны, но и дифференцированное распределение средств, то есть регулирование финансирования в зависимости от принятой стратегии эксплуатации. При правильном содержании объекта, то есть выполнении работ, относящихся в первую очередь к надзору, уходу, профилактике, вообще может не потребоваться ремонта. Это видно из сопоставления затрат при разных стратегиях эксплуатации [141]. На рис. 5.7.1 представлены схемы затрат при десяти стратегиях эксплуатации - от так называемой «нулевой стратегии» (Do Nothing - ничего не делаем, то есть не вкладываем средств в сооружение после его строительства) до стратегии с полным использованием всей номенклатуры работ.

Анализ затрат (табл. 5.7.1) по различным стратегиям эксплуатации мостового сооружения с железобетонными пролетными строениями (применительно к средней полосе европейской части РФ) показывает, что от объема и вида затрат можно прийти к различным показателям работоспособности и срока службы. Например, уменьшение интервалов между профилактическими работами отодвигает срок выполнения ремонтных работ (увеличивается работоспособность) и увеличивает соответственно общий срок службы. Также увеличивает работоспособность и своевременное выполнение ППР, затраты на которые выше затрат на уход и профилактику, но значительно ниже затрат на ремонт. Наибольший срок службы при наименьших затратах дают стратегии эксплуатации № 8:

$$T_{\text{сл}}=70 \text{ лет}; C_A=0,0348 \text{ и } C_B=0,0017$$

и № 10:

$$T_{\text{сл}}=95 \text{ лет}; C_A=0,0358 \text{ и } C_B=0,0015,$$

которые не предусматривают работ по ремонту.

Но чтобы прийти к такой схеме эксплуатации (без ремонта) нужно постоянно отслеживать состояние сооружения, поскольку эффект от реализации предложенной модели лежит в «своевременности» и «достаточности» мероприятий. И в этом суть регулирования процесса содержания мостовых сооружений.

Для более объективного определения оптимального времени проведения тех или иных мероприятий, то есть обеспечения «своевременности», предложен новый подход к оценке состояния конструкций по показателю износа. От показателя износа каждого элемента сооружения как доли исчерпания ими своих функциональных качеств можно перейти к показателю износа всего сооружения [151].

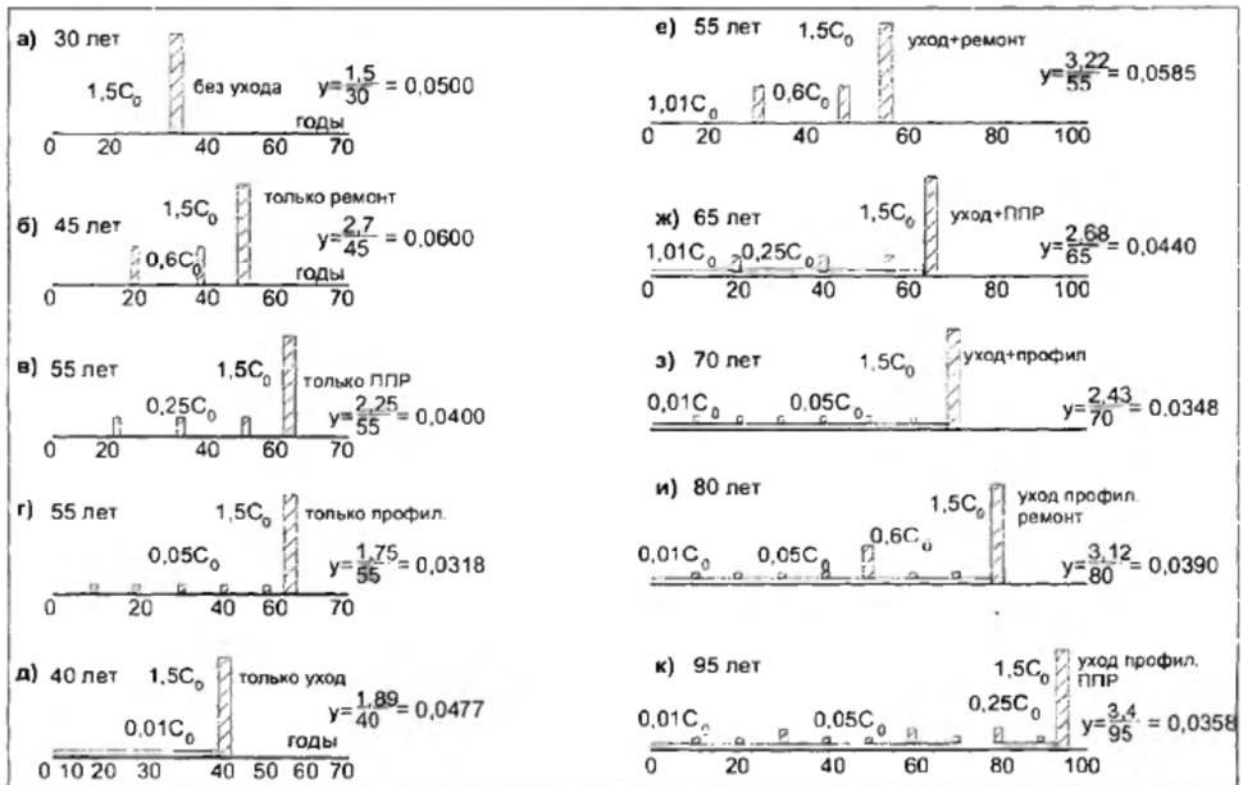


Рис. 5.7.1. Возможные схемы эксплуатации моста (учитывается лишь физический износ)

Таблица 5.7.1

Стратегия эксплуатации			Достижимый срок службы до замены $T_{ш}$, годы	Показатели затрат			
№	Воздействие	Годы воздействия		Суммарные за период $T_{ш}$ (A_1)	Приведенные за период T ($A_{пр}$) ²	Удельные	
						$C_A = A/T_{ш}$	$C_{пр} = A_{пр}/T_{ш}$
1	Без ухода ¹	-	30	$1,5 \times C_0$	0,1000	0,0500	0,0330
2	Только ремонт:						
	- ремонты	20, 35	45	$2,7 \times C_0$	0,1150	0,0600	0,0038
	- замена	45					
3	Только ППР						
	- ППР	15, 30, 45	55	$2,25 \times C_0$	0,1000	0,0409	0,0018
	- замена	55					
4	Только профилактика:						
	- профилактика	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50	55	$1,75 \times C_0$	0,1200	0,0318	0,0022
	- замена	55					
5	Только уход	Ежегодно	40	$1,89 \times C_0$	0,1000	0,0477	0,0025
6	Уход + ремонт:						
	- уход	Ежегодно	55	$3,22 \times C_0$	0,1620	0,0585	0,0029
	- ремонт	30, 45					
	- замена						
7	Уход + ППР:						
	- уход	Ежегодно	65	$2,68 \times C_0$	0,1600	0,0440	0,0025
	- ППР	20, 40, 55					
	- замена	65					
8	Уход + профилактика:						
	- уход	Ежегодно	70	$2,43 \times C_0$	0,1200	0,0348	0,0017
	- профилактика	10, 20, 30, 40					
	- замена	70					
9	Уход+ профилактика+ремонт:						
	- уход	Ежегодно	80	$3,12 \times C_0$	0,1400	0,0390	0,0018
	- профилактика	10, 20, 30, 40, 60, 70					
	- ремонт	50					
	- замена	80					
10	Уход+ профилактика + ППР:						
	- уход	Ежегодно	95	$3,40 \times C_0$	0,1400	0,0358	0,0015
	- профилактика	10, 20, 40, 50, 70, 90					
	- ППР	30, 60, 80					
	- замена	95					

Примечания: 1 - в долях от стоимости строительства объекта C_0 с существующими параметрами по НУКВ, например [56]; 2 - с учётом нормы дисконтирования 0,12; 3 - выполняются обычные работы по содержанию дорог в минимальном объеме.

Постепенный переход на показатель физического износа взамен существующих общих оценок (от «неудовлетворительно» до «хорошо») и оценок отдельных параметров (K_n , $K_{нв}$, K_r), которые выводят на степень повреждения (категории повреждений I, II и III по ВСН 4-81/90) и в дальнейшем к принятию решения, позволит принимать решение о восстановительных мероприятиях сразу по показателю износа сооружения.

При такой оценке технического состояния сооружений становится возможным их сопоставление, не смотря на имеющиеся в конструкциях отличия и различные функции отдельных элементов (табл. 5.7.2).

Таблица 5.7.2

№	Характеристика условий движения	Износ. %	Повреждение (состояние)
1	Комфортность $U < 20\%$	10	Одиночные (с шагом не чаще 5 м) поперечные трещины. Трещины в покрытии над деформационными швами или в зоне деформационных швов (раскрытие до 3 мм)
2		20	Одиночные неровности глубиной (высотой) до 1 см - просвет под 3-метровой рейкой. Волны на части длины (не более 20%) высотой до 1 см. Продольные и поперечные трещины раскрытием до 10 мм без образования бугров и выбоин
3	Плавность $20 < I < 40\%$	30	Поперечные и продольные трещины с разрушением асфальтобетона по кромкам и частичным выносом оторванных кусков; сетка трещин до 50 % площади покрытия. Одиночные выбоины на толщину одного слоя. Неровности (бугры или ямы) глубиной или высотой до 30 мм, образованные деформационными швами
4		40	Повсеместные трещины с раскрытием свыше 10 мм отрывом кусков асфальта. Колейность покрытия. Наплывы у бордюра (тротуара) на длине до 50 % моста высотой до 5 см. Неровности (бугры) или ямы, образованные деформационными швами или рядом со швами, высотой до 50 мм

№	Характеристика условий движения	Износ. %	Повреждение (состояние)
5	Плавность $20 < I < 40\%$	50	Частое выпучивание асфальтобетона, неровности глубиной до 50 мм на площади свыше 50 %, колейность с наплывами вдоль бордюра (на части длины) свыше 5 см. Отдельные (одиночные свыше 0,5 м) выбоины до защитного слоя
6		60	Сплошные неровности на площади свыше 50 % высотой до 50 мм. Колейность с наплывами свыше 10 см на длине 50 %. Повторяющиеся (но не чаще чем 5 м) крупные по площади (до 1 м) выбоины с повреждением защитного слоя и обнажением арматуры
7		70	Одиночные крупные по площади (до 1 м) выбоины с повреждением защитного слоя или отдельные выбоины до 0,5 м с шагом менее 5 м. Волны в зоне деформационных швов до 100 мм. Колейность и наплывы вдоль бордюра более 10 см на длине не свыше 50 %
8	Безопасность $40 < I < 80\%$	80	Повторяющиеся (чаще чем через 5 м) крупные по площади (более 1 м) выбоины с повреждением защитного слоя и обнажением арматуры. Другие более обширные и серьезные разрушения

Основой для определения износа сооружения в целом являются показатели износа каждого из его элементов, т.е. частные износы, которые отражают нарушения функциональных качеств элемента. Критерии оценки степени нарушения функций для каждого элемента различны. Для некоторых несущих элементов (например, опор) частный износ выражается в снижении их несущей способности. Для пространственной системы, какой является пролетное строение, знание фактической несущей способности элемента (например, балки) недостаточно для оценки нарушения функций (или работоспособности) пролетного строения в целом. Поскольку функцией несущих конструкций является обеспечение безопасного пропуска транспортных средств по мосту (пролету), то критерием оценки степени нарушения функции для пролетных строений должно быть из-

менение грузоподъемности, учитывающее перераспределение нагрузок между элементами из-за различных дефектов и изменения несущей способности.

Критерием нарушения функций для ряда элементов является потеря прочности на определенной площади распространения. К ним относятся покрытие, тротуары и укрепления, функции которых - обеспечить безопасный пропуск автомобилей, пешеходов и водного потока. Так, например, для покрытия 100-процентный износ соответствует состоянию, при котором его функции полностью исчерпаны и проезд по мосту невозможен, в частности:

- покрытие разрушилось по всей площади;
- имеются неровности глубиной (высотой) свыше 10 см на большей части площади.

Критерием потери функций покрытием являются вертикальные ускорения экипажа (пассажиров), которые не должны превышать 0,25 g при оценке плавности и 1,0 g при оценке безопасности. При износе, превышающем предел плавности ($I=40\%$ - табл. 5.7.2), необходимо вводить ограничения скорости движения транспортных средств и ограничение массы грузовых автомобилей. Выполняют планово-предупредительные работы, ямочный ремонт. При достижении предельного износа проезд любых транспортных средств по мосту должен быть закрыт. Требуется замена покрытия. Если покрытие отсутствует, величина износа принимается 100 %.

Подобные пояснения имеются для каждого элемента МС и для каждого их состояния.

Очень важным позитивным шагом, сделанным в последние годы, была увязка между собой различных видов работ на сооружении и разработка классификации ремонтных работ на основе классификации дефектов. Классификация ремонтных воздействий позволила систематизировать наши усилия в планировании работ по следующим этапам:

- надзор (осмотры, диагностика, обследование);
- уход (нормативные работы по содержанию);

- профилактика (дополнительные работы по содержанию);
- ППР (специальные работы в рамках содержания);
- ремонт.

Указанное разделение на виды воздействий взаимосвязано с классификацией конструкций. Принято разделение мостового сооружения на конструктивные части, которые включают элементы, которые, в свою очередь, делятся на детали. Каждый элемент имеет свой срок службы, свои темпы деградации, свой доремонтный период. Различны и критерии деградации для каждого элемента (табл. 5.7.3). В работе [137] при составлении перечня работ в каждом воздействии эти особенности учтены. Например, замена элементов относится к виду воздействия «ремонт моста», а ремонт (восстановление) элементов - к виду «ППР». Аналогичным образом работы, представляющие собой восстановление деталей элементов, отнесены к профилактическим работам.

Таблица 5.7.3

	Конструктивная часть МС	Элемент	Деталь элемента	Критерий оценки состояния (износа)
	Мостовое сооружение	МП	Покрытие	Примыкания - верхний слой
Гидроизоляция			Примыкания - средний участок	Площадь протечек
Система водоотвода			Мост - подход	Скорость отвода воды
Сопряжение			Переходные плиты - одежда - опорные конструкции под плитой	Условия движения
Тротуары			Плита - консоль	Безопасность (свобода) движения пешеходов
Перила			Поручень Заполнение - стойка с узлом анкер.	Несущая способность
Ограждения			Основная часть - анкеровка - сопряжения	Энергоемкость
Деформационные швы			Окаймления - детали в уровне одежды	Условия движения и герметичность

Мостовое сооружение	Конструктив- ная часть МС	Элемент	Деталь элемента	Критерий оценки состояния (износа)	
	Пролетное строение	Фасад		Стенка - консоль	Степень защиты арматуры
		Крайние балки		Опорные узлы - сред- ние участки	Несущая способность
		Средние балки		Опорные узлы - сред- ние участки	Несущая способность
		Плита		Опорные узлы - сред- ние участки	Несущая способность
		Связи			Жесткость
	Опоры	Ригель		Концевые участки - средние участки	Несущая способность
		Тело (стойки)			Несущая способность
		Фундамент		Фундам. плита - свай- ное основание	Несущая способность и размывы
	Регул.	Конус		Берма - укрепление - отсыпка	Площадь повреждения
Дамба			Берма - укрепление - отсыпка	Площадь повреждения	

Увязана с указанными классификациями и система надзора за мостом. Например, постоянные осмотры позволяют корректировать объем и сроки проведения профилактических работ, диагностика дает возможность определить объемы ГШР и спрогнозировать время проведения ремонтных работ (через показатель износа), обследование позволяет определить объемы ремонтных работ, которые мы закладываем в свои планы:

- замену всего МП (средства ремонта);
- ремонт ж/б пролетного строения (средства ремонта);
- планово-предупредительные работы по металлическому пролетному строению и опорам (средства содержания).

Четкая взаимосвязь всех этапов эксплуатации моста возможна на основании трех важных выводов:

- время эксплуатации моста до ремонта (работоспособности) зависит от строительства и уровня (качества) содержания;

– для продления срока службы сооружения наибольшее внимание следует уделять содержанию, от затрат на которое зависят затраты на ремонт;

– регулируя объемы работ по содержанию и ремонту в зависимости от состояния моста, можно обеспечить рациональное расходование средств фонда, правильно составить бюджет и дать прогноз расходования средств.

До настоящего времени регулирование затрат на содержание и ремонт было невозможно, в том числе и из-за того, что эти работы не рассматривались совместно и не увязывались друг с другом.

Необходимость и практическая польза рассмотрения и ремонта может быть показана на примере анализа долговечности условного сооружения. Если воспользоваться информацией о долговечности основных конструктивных частей такого сооружения, которые имеют различные темпы снижения качества, можно показать, что в определенные годы на один и тот же объект должны выделяться одновременно средства и на ремонт, и на содержание. Например, в год, когда условному сооружению стало 25 лет, его можно включать в план ремонта, предусматривая замену мостового полотна, и одновременно выделять средства на ППР (мелкий ремонт пролетных строений) и профилактику опор.

Можно так спланировать работы, что ремонт моста будет отодвинут на возраст 35 лет, когда потребуются уже восстановление железобетонного пролетного строения. Но для этого необходимо будет:

- в возрасте до 15 лет (например в 10 лет) увеличить расходы на ППР для мелкого ремонта МП;

- в возрасте 20-25 лет дополнительно выделить средства на ППР для ремонта элементов МП и элементов пролетных строений;

- в возрасте 35-40 лет осуществить ремонт моста.

То есть время проведения ремонта и затраты на него зависят от уровня содержания (объема средств и контроля качества) и степени владения вопросами прогноза состояния мостов.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 195-202), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 74-82):

5.8. Планирование работ по содержанию мостов

Учитывая результаты, полученные в п. 5.7, следует подчеркнуть, что принятие решений о режимах содержания мостовых сооружений должно базироваться на прогнозе состояния элементов и прогнозе остаточного ресурса сооружений. Без данных о прогнозе невозможно представить, что ждет отрасль в будущем. Без наличия прогноза, как и без знания стоимости, невозможно правильное принятие решения, то есть рациональное планирование затрат на ремонтно-восстановительные работы. И в большей степени это справедливо для объектов, по которым необходимо принять решение о ремонте, реконструкции или перестройке, то есть где предстоят существенные, капиталоемкие вложения.

Последовательность действий для планирования работ и затрат схематически показана на рис. 5.8.1.

В этой схеме следует обратить внимание на два этапа:

- начальный этап, стоящий в начале цепочки действий, - прогноз по существующим трем параметрам оценки состояния (определяют значения безопасной скорости, грузоподъемности, остаточного ресурса);
- финальный этап, стоящий в конце цепочки действий, – ранжирование объектов по приоритетности, после которого формируется план.

Прогноз может быть выполнен двух видов:

- для определения средств на содержание и ремонт по группе мостов, что должно использоваться при решении вопросов о распределении бюджета между дирекциями, регионами, районами - так называемый сетевой подход;
- для определения технических решений и уточненных объемов работ и сроков их реализации на конкретных сооружениях - локальный подход.

В первом случае прогноз осуществляют по изменению показателя износа на основании периодически получаемых данных от диагностики мостового сооружения. Дается прогноз изменения транспортно-эксплуатационных показателей, по которым прогнозируется изменение безопасной скорости - от расчетного значения V_p до предельно допустимого $V_{прс4}$, при достижении которого движе-

ние по мосту должно быть закрыто. На основании исследований [59] были определены коэффициенты снижения расчетной скорости, позволяющие не только прогнозировать уровень безопасности движения по мостам, но и определять требуемые соответствующие дорожные знаки.



Рис. 5.8.1

В качестве примера в табл. 5.8.1 приведены коэффициенты снижения расчетной скорости K_{pc} при различных показателях износа покрытия, системы водоотвода и деформационных швов.

Таблица 5.8.1

Износ U, %	Значения K_{pc}		
	Покрытие	Система водоотвода	Деформационные швы
0	>1,0	>1,0	>1,0
10	1,0	>1,0	>1,0
20	0,88	1,0	>1,0
40	0,57	0,75	0,9
60	0,35	0,55	0,65
80	0,20	0,40	0,45
100	0,10	0,25	0,30

По показателю износа осуществляют и сетевой прогноз срока службы сооружений, на основании которого определяют примерный объем затрат и время выполнения ремонта, реконструкции или замены по каждому объекту региона (сети). Знание стоимостных показателей, а также закономерностей изменения состояния элементов и конструкций дают возможность установить нормативные значения сроков службы, которые могут быть использованы при определении проектного срока службы или при технико-экономическом обосновании ремонта. В настоящее время такие нормативы подготовлены [118, 119].

Технико-экономическое обоснование ремонта и реконструкции является последним этапом в цепочке действий от сбора информации до составления плана на очередной год (см. рис. 5.8.1). Цель обоснования - расставить по ранжиру все объекты региона на основании показателя эффективности.

Для этого управленцу предстоит решить следующие взаимосвязанные задачи:

- оценить транспортно-эксплуатационное состояние искусственных сооружений с учетом физического износа элементов;
- сформировать возможные стратегии восстановления каждого моста;
- определить объемы (стоимости) работ по каждому варианту стратегий;

- выбрать оптимальную стратегию восстановления моста;
- ранжировать мосты по экономической значимости (эффективности) их восстановления с целью установления приоритетности включения их в план.

В качестве критериев эффективности инвестиций используются три наиболее широко применяемых в общемировой экономической практике технико-экономических и финансовых расчетов показателя: чистый приведенный доход, внутренняя норма доходности и рентабельность

Чистый приведенный доход (Net Present, value NPV) характеризует сопоставительный результат инвестирования, его относительный эффект. Он представляет собой разность дисконтируемых затрат на один момент времени показателей дохода и капитальных вложений. При приведении всех затрат к первому году сравнения вариантов чистый приведенный доход определяется по следующей формуле:

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{D_t - I_t}{(1+i)^t},$$

где D_t - доход, получаемый в результате восстановления моста в t -й год сравнения результатов; I_t - затраты на восстановление моста в t -й год сравнения вариантов; T - срок сравнения вариантов.

Внутренняя норма доходности (Internal Rate of Return, ERR) характеризует ставку дисконтирования, при которой капитализация получаемого дохода за срок сравнения вариантов дает сумму, равную инвестициям. Таким образом, при этой ставке разница между дисконтируемыми величинами дохода и инвестиций равна нулю. Показатель внутренней нормы доходности при приведении затрат к первому году сравнения вариантов определяется из формулы

$$\sum_{t=1}^T \frac{D_t - I_t}{(1 + \text{IRR})^t} = 0.$$

Рентабельность характеризует собой соотношение чистого приведенного дохода и приведенных на этот же момент инвестиционных расходов (NPV/COST). Этот показатель является индексом доходности, поэтому он используется для ранжирования объектов по степени приоритетности включения их в план восстановления сооружений. Показатель рентабельности определяется по формуле

$$\text{NPV/COST} = \frac{\text{NPV}}{\sum_{t=1}^T I_t (1+i)^t}.$$

Отобранные по показателям чистого приведенного дохода и внутренней нормы доходности сооружения ранжируются по показателю рентабельности, начиная с наибольшего его значения. Формирование списка включенных в план мостов заканчивается тогда, когда накопленная сумма затрат на восстановления ранжированных объектов превышает объем ассигнований на эти цели.

В настоящее время в свете стоящих задач сформировался новый подход к системе надзора за мостовыми сооружениями. Безусловно, остаются постоянные осмотры в течение года и периодические осмотры после паводка или провоза сверхтяжелых транспортных средств. Но между этими, в общем регулярными, как и уход, осмотрами и менее регулярными обследованиями появился новый вид надзора - диагностика. Этот вид надзора увязан как с другими видами надзора, так и с нормативными (уход) или ненормативными (профилактика и ППР) видами воздействий на мостовое сооружение.

Под диагностикой понимают вид специального осмотра (обследования) с уменьшенным по сравнению с традиционным обследованием объемом работ. Целью диагностики является визуальная и инструментальная оценка изменения состояния видимых элементов с определением новых размеров повреждений и их влияния на несущую способность. При диагностике не делают некоторые работы, которые фиксируют развитие длительных процессов (профиль дна, отметки конструкций, длины и размеры, установленные ранее и др.), но за счет этого представляется возможным диагностику выполнять чаще, то есть в промежутках между обследованиями.

Диагностика позволяет определить эффективность мероприятий по профилактике и ППР, определить объемы работ по ненормативному содержанию, установить тенденции развития дефектов. Как уход за сооружением является важнейшей работой по содержанию, так и диагностика является важнейшим элементом надзора.

Важность выполнения всех работ по уходу и надзору в процессе эксплуатации мостового сооружения, в том числе работ по контролю качества ремонта и содержания, подтвердим на следующем примере.

Допустим, построен мост с железобетонными пролетными строениями с балками, имеющими обычную арматуру, по схеме 3×15 м на дороге III технической категории. В соответствии с нормами износа элементов моста (например, для Южного региона) могут быть определены сроки основных видов воздействия на сооружения.

В частности, неизбежными являются воздействия:

- ежегодные нормативные затраты по уходу ($-0,01 \times C_0$ - рис. 5.7.1, д);
- замена сооружения после исчерпания ресурса на 40 год (в 1,3-1,4 раза затраты больше затрат на строительство, т.е. $0,01 \times 39 \times C_0 + C_0 = 1,39 \times C_0$);

- выполнение ремонта на 32-34 год эксплуатации, когда уж потребуется восстановление гидроизоляции, фасадных поверхностей, крайних балок, ригелей опор, а также потребуется замена тротуаров, перил;

- планово-предупредительные работы до и после ремонта (18-20 и 50-52 годы эксплуатации), в течение которых восстанавливаются, главным образом, элементы мостового полотна (деформационные швы, покрытия, тротуары, система водоотвода).

В промежутках времени между ППР и ремонтом выполняются профилактические работы по мере повреждения элементов мостового сооружения и появления дополнительных дефектов, не устранимых при постоянном уходе (протечки, трещины, неровности в проезжей части). Учитывая, что среднестатистические темпы накопления повреждений в элементах мостового сооружения, находится в пределах от 2 до 6 лет. На графике рис. 5.7.1 эти воздействия показаны как маленькие столбики.

В соответствии с требуемыми периодичностью и затратами на содержание, включая уход ($-0,01 \times C_0$ с сопровождением), профилактику ($\sim 0,05 \times C_0$), ГШР ($\sim 0,25 \times C_0$), ремонт ($0,6 \times C_0$) и перестройку ($1,4 \times C_0$) определяются также и периодичность с затратами на работы по надзору.

В частности, становятся неизбежными постоянные затраты на ежегодные нормативные осмотры ($0,03\%$ от C_0), а также на обследования ($0,3-0,4\%$ от C_0) в периоды:

- после строительства;
- перед ремонтом (предпроектное обследование);
- после последнего ППР, когда необходимо установить не только качество работ, но и остаточный ресурс до замены сооружения .

То есть за время эксплуатации сооружения требуется по крайней мере три детальных обследования. В промежутках между обследованиями проводятся специальные осмотры (обследования) по укороченной форме - диагностика, периодичность которой увязана с периодичностью профилактических работ.

Для обеспечения нормативного срока службы требуется, таким образом, выполнение в рассматриваемом примере различных работ с различной периодичностью и затратами:

- на ремонт и содержание (без затрат на перестройку):

$$\sum_{i=1}^{60} C_i = 1,98 \times C_0 \quad \text{или} \quad 0,033 \times C_0 \text{ в год};$$

- на осмотры, диагностику и обследования:

$$\sum_{i=1}^{60} C_i = 0,0351 \times C_0 \quad \text{или} \quad 0,06 \% \text{ от } C_0 \text{ в год.}$$

Как видно, средние за год затраты на надзор в объеме 0,06 % от стоимости строительства и затраты на ремонт и содержание в объеме 3,3 % обеспечивают нормативный срок службы сооружения.

Нарушение цепочки «надзор-эксплуатация» в периодичности и объеме приводят к увеличению затрат. Например, если из-за несвоевременности диагностики и профилактики ремонт сооружения вынуждены были выполнять на 20-й, а не на 34-й год эксплуатации, то последующие затраты на надзор (исходя из необходимости довести срок службы сооружения до 60 лет) увеличиваются на 40-45 % (рис. 5.7.1):

$$\sum_{i=1}^{40} C_i = 0,033 \times C_0 \quad \text{или} \quad 0,082 \% \text{ от } C_0 \text{ в год.}$$

Затраты на содержание после ремонта и повторный ремонт составят

$$\sum_{i=1}^{40} C_i = 3,2 \times C_0 \quad \text{или} \quad 0,08 \times C_0 \text{ в год,}$$

т.е. почти в 2,5 раза больше по сравнению с моделью своевременного проведения ремонтных мероприятий.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 202-214), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 84-95):

5.9. Модель определения вариантов содержания мостовых сооружений

В условиях дефицита свободных оборотных средств, по-прежнему характерного для большей части российской экономики, одной из первостепенных задач является проблема реализации необходимых мероприятий с привлечением минимальных средств.

Применительно к задачам содержания и эксплуатации мостовых сооружений следует отметить, что возникает задача наиболее эффективного расходования финансовых средств, выделяемых на эти цели. Понятно, что эффективность расходования отпущенных средств будет определяться уровнем долговечности обслуживаемых на эти средства мостовых сооружений. Выше было показано, что долговечность сооружения напрямую зависит от режима его содержания. Было также показано, что при условии своевременного выделения средств возможно продление срока эксплуатации мостовых сооружений за счет проведения работ по их содержанию. Было выявлено десять возможных вариантов содержа-

ния мостовых сооружений, каждый из которых характеризуется различным уровнем затрат и, естественно, различными уровнями долговечности.

Таким образом, каждый мост характеризуется конкретным вариантом содержания, затратами, необходимыми на реализацию этого варианта, и долговечностью сооружения, которая достигается при принятом варианте содержания. Соответствующие затраты для каждого из вариантов приведены в пп. 5.7 и 5.8.

Но в процессе планирования работ по содержанию мостовых сооружений, как правило, приходится иметь дело не с одним мостом, а целой группой сооружений, в которой для каждого моста необходимо определить вариант его содержания при условии достижения максимальных значений по критерию долговечности.

В этом случае возникает несколько постановок оптимизационных задач.

Дадим их формальное описание. Для этой цели введем двоичную переменную x_{ij} , которая определяется следующим образом: $x_{ij} = 1$, в том случае, если для i -го мостового сооружения принят j -й вариант содержания и ноль в противном случае. Затраты на реализацию j -го варианта содержания на i -м мосту обозначим через \tilde{p}_{ij} .

Для характеристики параметра долговечности введем индекс долговечности, определяемый как произведение долговечности на длину пролета мостового сооружения, то есть $T_{ij} = t_{ij}L_i$.

Тогда возможно сформулировать следующие задачи:

Задача 1. При заданном уровне затрат получить варианты содержания для каждого мостового сооружения, обеспечивающие максимальное приращение интегрального значения индекса долговечности. Формальная постановка задачи может быть записана в следующем виде

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \leq R, \quad \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5.9.1)$$

Последнее ограничение в выражении (5.9.1) означает, что для каждого из мостовых сооружений должен быть принят какой-либо вариант содержания.

Задача 2. Определить варианты содержания для каждого моста, при котором достигалось бы нормативное значение индекса долговечности и при этом обеспечивалось бы минимальное значение затрат:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \tilde{p}_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} x_{ij} \leq T, \quad \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5.9.2)$$

Здесь R – объем средств, выделяемых на содержание мостовых сооружений; T – нормативное значение долговечности по группе мостовых сооружений; n – количество мостовых сооружений; m – количество вариантов содержания.

Задачи (5.9.1) и (5.9.2) относятся к классу задач комбинаторного программирования. Для их решения применимы метод ветвей и границ, метод динамического программирования, метод дихотомического программирования. Из всех приведенных методов, наиболее эффективен метод дихотомического программирования, теоретические основы которого разработаны в работах И.В. Бурковой.

Данный метод будет наиболее удобным еще и потому, что, проделав процедуру решения один раз, причем для любой из поставленных задач, мы в итоге получаем итоговую таблицу, которая содержит решения и первой, и второй задач в постановке (5.9.1) – (5.9.2).

Рассмотрим применение алгоритма дихотомического программирования к задаче выбора оптимальной стратегии содержания группы мостовых сооружений в период их эксплуатации.

Пусть имеется четыре мостовых сооружения и три варианта их содержания (размерность задачи особого значения иметь не будет, так как от этого будет зависеть только объем вычислений: учитывая, что все вычисления будут проводиться вручную, ограничимся рассмотрением задачи небольшой размерности). Данные о затратах (числитель) и величине индекса долговечности (знаменатель), представлены в табл. 5.9.1.

Таблица 5.9.1

Вариант \ i	1	2	3	4
I вариант	$\frac{2}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{4}{400}$	$\frac{10}{1000}$
II вариант	$\frac{3}{400}$	$\frac{3}{150}$	$\frac{8}{600}$	$\frac{15}{1500}$
III вариант	$\frac{4}{400}$	$\frac{5}{200}$	$\frac{13}{800}$	$\frac{17}{2000}$

Для решения поставленной задачи приведем дихотомическое представление предстоящего решения, представленное на рис. 5.9.1.

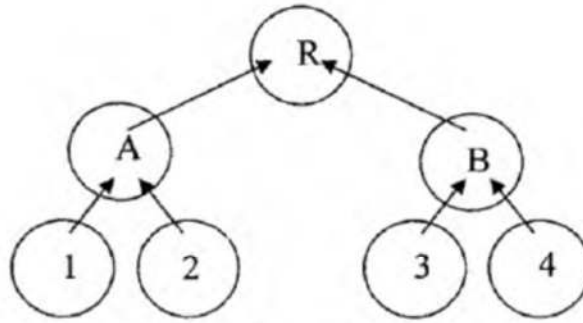


Рис. 5.9.1

Если рассмотреть один мост, то решение будет достаточно очевидным: имеющийся объем финансирования однозначно определит выбор варианта содержания объекта.

В том случае, когда имеется два мостовых сооружения, то возможно уже несколько вариантов по их содержанию. Совокупность этих вариантов представлена на рис. 5.9.1 набором А и т. д.

Составим таблицы возможных вариантов для набора А и В, которые и приведены в табл. 5.9.2. – 5.9.3.

Таблица 5.9.2

$\frac{5}{200}$	$\frac{7}{400}$	$\frac{8}{500}$	$\frac{9}{600}$
$\Rightarrow \frac{3}{150}$	$\frac{5}{350}$	$\frac{6}{450}$	$\frac{7}{550}$
$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{300}$	$\frac{4}{400}$	$\frac{5}{500}$
$\begin{array}{l} 2 \\ \diagdown \\ 1 \end{array}$	$\frac{2}{200}$	$\frac{3}{300}$	$\frac{4}{400}$

↑

Таблица 5.9.3

$\frac{17}{2000}$	$\frac{21}{2400}$	$\frac{25}{2600}$	$\frac{30}{2800}$
$\Rightarrow \frac{15}{1500}$	$\frac{19}{1900}$	$\frac{23}{2100}$	$\frac{28}{2300}$
$\frac{10}{1000}$	$\frac{14}{1400}$	$\frac{18}{1600}$	$\frac{23}{1800}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{400}$	$\frac{8}{600}$	$\frac{13}{800}$

↑

По результатам табл. 5.9.2 и 5.9.3, отбирая конкурентоспособные варианты, построим таблицы значений для наборов, определяемых на рис. 5.9.1 как А и В., которые приведены в табл. 5.9.4 и 5.9.5. При составлении таблиц было учтено, что для каждого мостового сооружения должен быть выбран только один вариант содержания. Поэтому при составлении таблиц не рассматривался случай, когда на одном из мостов не ведутся работы, то есть затраты равны нулю, а по другому сооружению выполняются работы по улучшенному варианту.

Таблица 5.9.4

Затраты	5	7	8	9
Индекс долговечности	350	400	500	600

Таблица 5.9.5

Затраты	14	18	23	28	30
Индекс долговечности	1400	1600	2100	2300	2800

На основании табл. 5.9.4 и 5.9.5 составляем итоговую таблицу, содержащую данные для набора, обозначенного на рис. 5.9.1 через R, то есть итоговые данные, которые и представлены в табл. 5.9.6.

Теперь, если стоит задача при имеющемся объеме финансирования определить оптимальную стратегию содержания рассматриваемых четырех мостов, то по табл. 5.9.6 находим в числителе значение, наиболее близкое к имеющемуся объему денежных средств. Найденному значению будет соответствовать максимально возможная, для заданного объема финансирования, величина индекса долговечности.

По этой же таблице находим, какие значения наборов A и B будет соответствовать найденному значению индекса долговечности. Зафиксировав их, переходим к табл. 5.9.2 (для набора A) и 5.9.3 (для набора B), по которым и находим, какому варианту содержания будут соответствовать найденные значения.

Таблица 5.9.6

	$\frac{30}{2800}$	$\frac{35}{3150}$	$\frac{37}{3200}$	$\frac{38}{3300}$	$\frac{39}{3400}$
\Rightarrow	$\frac{28}{2300}$	$\frac{33}{2650}$	$\frac{35}{2700}$	$\frac{36}{2800}$	$\frac{37}{2900}$
	$\frac{23}{1800}$	$\frac{28}{2150}$	$\frac{30}{2200}$	$\frac{31}{2300}$	$\frac{32}{2400}$
	$\frac{18}{1600}$	$\frac{23}{1950}$	$\frac{25}{2000}$	$\frac{26}{2100}$	$\frac{27}{2200}$
	$\frac{14}{1400}$	$\frac{19}{1750}$	$\frac{21}{1800}$	$\frac{22}{1900}$	$\frac{23}{2000}$
B / A	$\frac{5}{350}$	$\frac{7}{400}$	$\frac{8}{500}$	$\frac{9}{600}$	

↑

Например, если предполагается поступление ресурса в объеме 33 единицы, то по табл. 5.9.6 находим, что это соответствует индексу долговечности, равному 2650 (в таблице соответствующая клетка выделена цветом). Найденное значение соответствует значениям промежуточных сверток А и В, равным $\frac{5}{350}$ и $\frac{28}{2300}$ соответственно (в таблице эти значения отмечены стрелками). Для значения промежуточной свертки А, равного $\frac{5}{350}$, в табл. 5.9.2 находим соответствующее значение, которое выделено цветом. Этому значению промежуточной свертки А соответствует следующая стратегия для мостов 1 и 2: первое мостовое сооружение должно содержаться по первому варианту; второе – по второму. Аналогично находим стратегии для третьего и четвертого мостов, используя табл. 5.9.3. В этой таблице находим значение, соответствующее значению свертки В, то есть $\frac{28}{2300}$ (соответствующая клетка таблицы выделена цветом). Этому значению соответствует вариант, согласно которому третий мост должен содержаться по третьему варианту, а четвертый – по второму.

Как уже упоминалось выше, мы фактически решили не одну задачу, а как минимум две, то есть задачу 2 также можно решать, используя приведенные табл. 5.9.2 – 5.9.5, только в этом случае в итоговой таблице ищется число, находящееся в знаменателе и наиболее близкое к заданному нормативному значению индекса долговечности.

Но этим еще не исчерпываются достоинства полученного решения. Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации, когда в качестве критериев оптимизации выступают два взаимно противоположных критерия: индекс долговечности и размер затрат. Пусть необходимо выбрать вариант содержания каждого мостового сооружения из условия, что индекс долговечности должен принимать максимальное значение, а размер затрат должен быть минимальным. То есть формальная постановка задачи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} x_{ij} &\rightarrow \max, \\
\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} &\rightarrow \min, \\
\sum_{j=1}^m x_{ij} &= 1, \quad i = \overline{1, n}.
\end{aligned}
\tag{5.9.3}$$

Полученная задача относится к классу задач многокритериальной оптимизации, основным методом решения которых являются методы, связанные с получением интегральной оценки, а затем приведение исходной задачи к одной из стандартных задач математического программирования.

Но получение комплексной оценки всегда сопряжено с большой степенью субъективности в построении редукции исходной задачи к задаче традиционного математического программирования. Поэтому для лица, принимающего решения, предпочтительнее было бы получение некоторого, достаточно ограниченного, набора возможных, конкурентоспособных решений, из которых затем и можно будет выбирать единственное решение, руководствуясь конкретной ситуацией. В данном случае речь идет о получении множества решений, оптимальных по Парето.

Рассматриваемая задача (5.9.3) позволяет получить множество Парето с помощью достаточно простого алгоритма.

Очевидно, что минимальные затраты будут соответствовать случаю, когда все объекты содержатся по самому дешевому варианту. Понятно, что этому варианту будет соответствовать и минимальное значение индекса долговечности, то есть мы получили «антиидеальную» точку с координатами $(c_{\max}; T_{\min})$. В том случае если допустить, что все рассматриваемые мостовые сооружения будут содержаться по самому дорогому варианту, то это будет соответствовать и максимальному абсолютному значению индекса долговечности, то есть в данном случае будет найдена точка с координатами $(c_{\max}; T_{\max})$ (при этом, что интересно, относительные значения будут, как правило, достаточно низкими, так как срок службы сооружения значительно удлиняется). Это дает возможность найти ко-

ординаты идеальной точки ($c_{\min}; T_{\max}$). В этом случае для нахождения множества Парето-оптимальных решений необходимо решить серию задач целочисленного программирования вида

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m T_{ij} x_{ij} &\rightarrow \max, \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} x_{ij} &\leq R_k, \quad k \in [c_{\min}; c_{\max}], \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} &= 1, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (5.9.4)$$

Осуществляя дискретизацию интервала $[c_{\min}; c_{\max}]$ с присмемой для исходной задачи точностью, получаем серию задач вида (5.9.4); решение каждой такой задачи дает одну точку множества Парето (см. рис. 5.9.2).

Но можно получить решение и более простым способом, если воспользоваться методом дихотомического программирования.

В этом случае итоговая таблица решения будет содержать множества решений, по которым можно построить множество Парето-оптимальных решений. Результат такого построения представлен на рис. 5.9.3.

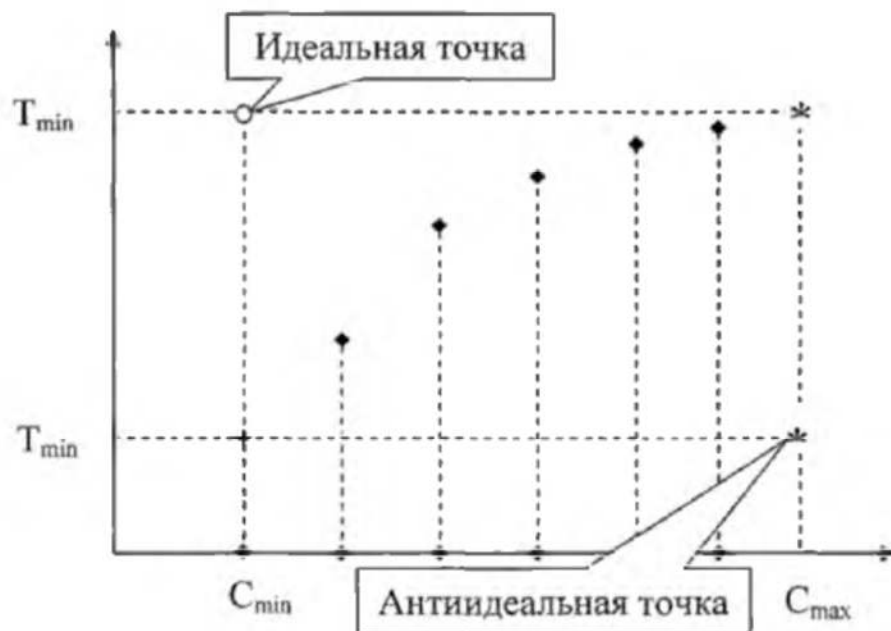


Рис. 5.9.2

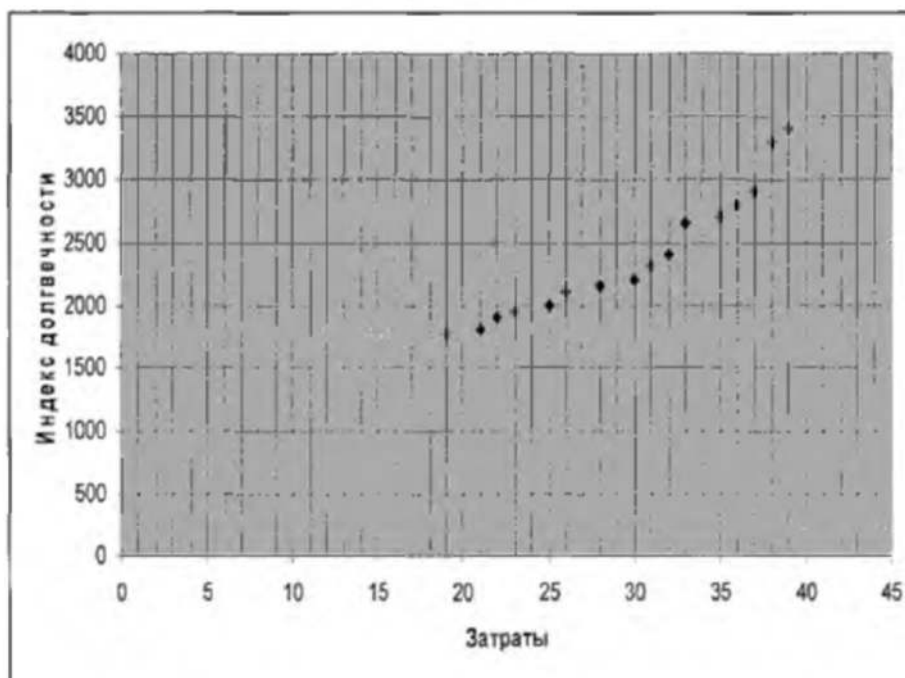


Рис. 5.9.3

Имея ограниченное множество решений, лицо, принимающее решение, ориентируясь на конкретную ситуацию, может принять обоснованное решение, выбрав из паретовского множества то, которое будет отвечать сложившимся внешним условиям.

Утверждение 5.9.1. Итоговая таблица метода дихотомического программирования содержит множество Парето-оптимальных решений исходной задачи.

Доказательством является методика построения итоговой таблицы, когда на предварительных этапах отсеиваются заведомо доминируемые стратегии поведения.

Но все-таки возникает вопрос о получении единственного решения. Это возможно на основе одного из принципов оптимальности, при этом необходимо задаться значимостью каждого критерия.

Как известно, значимость критерия определяется весовым коэффициентом, определяемым экспертным путем. Поэтому на этом этапе в решение задачи вносится существенный элемент субъективизма. Рассмотрим применение различных принципов оптимальности при условии равнозначности используемых критериев, то есть будем считать, что в рассматриваемых условиях параметры затрат и долговечности по значимости равны.

Для применения принципов оптимальности необходимо провести нормализацию критериев. Для этой цели используем полную нормализацию, то есть нормализацию будем проводить по формуле

$$\bar{y} = \frac{y - y^{\min}}{y^{\max} - y^{\min}}.$$

При этом будем использовать экстремальные значения параметров, найденные по табл. 5.9.1.

В этом случае имеем

$$T^{\min} = 17, T^{\max} = 39, C^{\min} = 1700, C^{\max} = 3400.$$

Наиболее наглядным является принципы идеальной и «антиидеальной» точек. Идея этих принципов достаточно очевидна: находится наилучшая (наихудшая) точка, которая соответствует экстремальным значениям исследуемых критериев (в нашем случае это затраты и индекс долговечности), а затем вычисляется расстояние от каждой точки паретовского множества до идеальной или «антиидеальной» точек. Оптимальным считается то решение, которое имеет минимальное (а в случае «антиидеальной» точки максимальное) расстояние.

Нормализованные координаты идеальной точки в нашем случае будут (0; 1), а «антиидеальной» - (1; 0).

Исходные данные, нормализованные данные и расстояния до идеальной и антиидеальной точек приведены в табл. 5.9.7.

Решения, соответствующие оптимальным, выделены в табл. 5.9.7 другим цветом.

Решение, полученное по принципу идеальной точки, уже рассматривалось выше. А вот решение, полученное по принципу «антиидеальной» точки, достаточно тривиальное: оно показывает на точку, находящуюся в непосредственной близости от точки, соответствующей максимальному значению затрат и, следовательно, максимальному индексу долговечности. Большой интерес вызывает вторая точка, которая соответствует минимальному объему финансирования и минимальному эффекту по отношению к долговременности эксплуатации мостовых сооружений. Это соответствует реализации первой стратегии содержания мостовых сооружений, доставляющей минимальное значение совокупным затратам и минимальное значение индексу долговечности эксплуатации рассматриваемой совокупности мостов.

Таблица 5.9.7

Затраты	19	21	22	23	25	26	28	30
Долговечность	1750	1800	1900	1950	2000	2100	2150	2200
Нормализованные затраты	0,091	0,182	0,227	0,273	0,364	0,409	0,5	0,591
Нормализованная долговечность	0,029	0,059	0,118	0,147	0,176	0,235	0,265	0,294
Идеальная точка	0,975	0,959	0,911	0,895	0,9	0,867	0,889	0,921
Антиидеальная точка	0,91	0,82	0,782	0,742	0,66	0,636	0,566	0,504

Затраты	31	32	33	35	36	37	38	39
Долговечность	2300	2400	2650	2700	2800	2900	3300	3400
Нормализованные затраты	0,636	0,682	0,727	0,818	0,864	0,909	0,955	1
Нормализованная долговечность	0,353	0,412	0,559	0,588	0,647	0,706	0,941	1
Идеальная точка	0,908	0,9	0,851	0,916	0,933	0,955	0,956	1
Антиидеальная точка	0,507	0,52	0,622	0,616	0,661	0,712	0,942	1

Следует отметить, что при изменении значимости изучаемых критериев, то есть совокупных затрат и индекса долговечности, решения естественно будут другими.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 215-216), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 96-97):

Имеется p мостовых сооружений, требующих ремонта. Обозначим q_i – ущерб (ожидаемые потери) в случае, если мост i не будет включен в план ремонта планируемого периода, b_i – затраты на ремонт i -го моста, a_i – ущерб в случае, если мост i включен в план ремонта планируемого периода. Ущерб a_i возникает в силу того, что на время ремонта движение по мосту прекращается. Ущерб q_i включает потери, вызванные ограничениями на эксплуатацию моста, требующего ремонта, а также будущие потери, связанные с ремонтом моста. Как правило, $q_i > a_i$. Введем переменные $x_i = 1$, если мост i включен в план ремонта, и $x_i = 0$, в противном случае.

Задача 1. Определить $\{x_i\}$, $i = \overline{1, n}$, минимизирующие

$$\sum_i [a_i x_i + (1 - x_i) q_i] \quad (5.10.1)$$

при ограничении

$$\sum_i x_i b_i \leq B, \quad (5.10.2)$$

где B – величина средств, выделенных на ремонт мостовых сооружений в планируемом периоде.

Обозначим через $c_i = q_i - a_i$, $i = \overline{1, n}$. Тогда, как легко показать, задача минимизации (5.10.1) эквивалентна задаче максимизации

$$C(x) = \sum_i c_i x_i \quad (5.10.3)$$

при ограничении (5.10.2).

Задача (5.10.3), (5.10.2) называется «задачей о ранце».

Эффективные алгоритмы ее решения основаны на методах динамического и дихотомического программирования.

Рассмотрим задачу формирования перспективных планов ремонта на несколько периодов. Обозначим $x_{ik}=1$, если ремонт моста i включен в план ремонта k -го периода, $x_{ik}=0$ в противном случае, q_{ik} – ущерб в случае, если ремонт моста i включен в план ремонта k -го периода, b_{ik} – затраты на ремонт моста i , если

ремонт производится в периоде k , B_k – величина средств, выделенных на ремонт мостовых сооружений в периоде k .

Возможны два варианта. В первом варианте средства, выделенные в периоде k , могут быть использованы только в этом периоде.

Во втором варианте средства, не использованные в периоде k , можно использовать в более поздних периодах. Соответственно получаем две задачи оптимизации планов ремонта.

Задача 2. Определить $\{x_{ik}\}$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, T}$ (T – число периодов планирования), минимизирующие

$$Q(x) = \sum_{i,k} q_{ik} x_{ik} \quad (5.10.4)$$

при ограничении

$$\sum_i b_{ik} x_{ik} \leq B_k, \quad k = \overline{1, T}, \quad (5.10.5)$$

$$\sum_{k=1}^T x_{ik} = 1. \quad (5.10.6)$$

Условия (5.10.5) отражают ограниченность средств, выделенных в периоде k , а ограничения (5.10.6) отражают условия ремонта любого моста в одном и только одном периоде.

Задача 3. Определить $\{x_{ik}\}$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, T}$ (T – число периодов планирования), минимизирующие (5.10.4) при ограничениях (5.10.6) и

$$\sum_{s=1}^k \sum_{i=1}^n b_{is} x_{is} \leq Q_k, \quad (5.10.7)$$

где

$$Q_k = \sum_{s=1}^k B_s. \quad (5.10.8)$$

Ограничения (5.10.6) отражают требования ремонта всех мостов за T периодов. Отметим, что даже задача существования допустимого решения в общем случае является сложной задачей дискретной оптимизации.

Текст из диссертации Алферова В.И. (стр. 217-238), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из диссертации Матвеева И.К. (стр. 98-119):

5.11. Методы решения задачи минимизации ущерба

Как уже отмечалось, задача (5.10.1) – (5.10.2) сводится к известной «задаче о ранце». Рассмотрим алгоритм ее решения, основанный на методе дихотомического программирования [29]. Описание алгоритма приведем на примере.

Пример 5.11.1. Пусть число мостов равно 4. Данные об ущербах и затратах приведены в табл. 5.11.1.

Таблица 5.11.1

i	1	2	3	4
a_i	30	70	40	60
q_i	60	110	90	140
C_i	30	40	50	80
b_i	10	15	20	25

Примем величину выделенных средств $V=45$. Получим следующую задачу о ранце: максимизировать

$$C(x)=30x_1+40x_2+50x_3+80x_4$$

при ограничении

$$10x_1+15x_2+20x_3+25x_4 \leq 45.$$

Сначала получим дихотомическое представление задачи. Возможный вариант приведен на рис. 5.11.1.

В этом варианте сначала решаются локальные задачи оптимизации для первого и второго мостов, а также для третьего и четвертого, а затем на основе этих решений решается задача оптимизации для всех мостов.

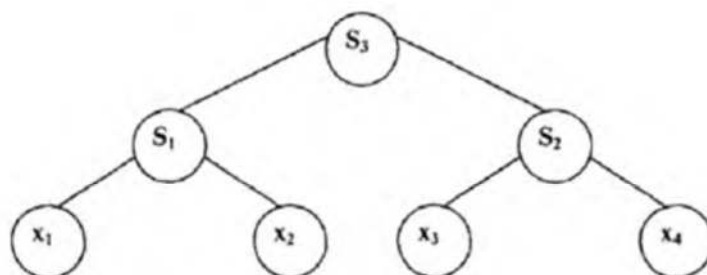


Рис. 5.11.1

1. Решение задачи для первого и второго мостов. Решение удобно представлять в виде следующей таблицы:

$S_1:$	40	70
	15	35
	x_2	30
	x_1	10

Верхнее число каждой клетки равно ущербу, а нижнее – затратам для соответствующего варианта плана. Вариантов всего четыре: не включать в план ни первый, ни второй мост, включить в план только первый мост, включить только второй мост, включить оба моста.

2. Решение задачи для третьего и четвертого мостов:

$S_2:$	80	130
	25	45
	x_4	50
	x_3	20

3. Решение задачи для всех мостов:

$S_3:$	130			
	45			
	80	110	120	
	25	35	40	
	50	80	90	120
	20	30	35	45
	x_4	30	40	70
	x_3	10	15	25

Прочерки в таблице соответствуют вариантам плана, требующим средств больше, чем выделено. Для определения оптимального плана находим в таблице клетку с максимальным верхним числом. Это клетка (130;45) на пересечении первого столбца и четвертой строки. Ей соответствует план, в котором ремонтируются третий и четвертый мосты.

Ущерб при этом составит

$$60+110+40+60=270.$$

Рассмотрим задачу 2 для двух периодов. Обозначим $x_{i1}=x_i$, а $x_{i2}=1-x_i$. В этом случае задача принимает следующий вид: минимизировать

$$\sum_i q_{i1}x_i + \sum_i q_{i2}(1-x_i)$$

при ограничениях

$$\sum b_{i1}x_i \leq B_1,$$

$$\sum b_{i2}(1-x_i) \leq B_2.$$

Обозначим $C_i=q_{i2}-q_{i1}$, $i = \overline{1, n}$:

$$D_2 = \sum_i b_{i2} - B_2.$$

Нетрудно показать, что задача 2 эквивалентна задаче максимизации:

$$\sum_i c_i x_i \tag{5.11.1}$$

при ограничениях

$$\sum_i b_{i1}x_i \leq B_1, \tag{5.11.2}$$

$$\sum_i b_{i2}x_i \geq D_2. \tag{5.11.3}$$

Рассмотрим частный случай, когда

$$b_{i1} = b_i \cdot t_1, \quad b_{i2} = b_i \cdot t_2, \quad t_2 > t_1.$$

В этом случае ограничения (5.11.2), (5.11.3) принимает вид

$$g = \frac{D_2}{t_2} \leq \sum_i b_i \cdot x_i \leq \frac{B_1}{t_1} = G.$$

Получаем задачу максимизации (5.11.1) при ограничениях

$$g \leq \sum_i b_i x_i \leq G. \quad (5.11.4)$$

Это задача о ранце с двухсторонними ограничениями на общий вес предметов в ранце. Необходимым условием существования решения является, очевидно, $G \geq g$. Однако это условие не является достаточным, что видно из следующего примера.

Пример 5.11.2. Задача решается аналогично обычной задаче о ранце. Отличие наступает на последнем шаге при определении оптимального решения на основе результирующей таблицы. Среди клеток, у которых нижнее число удовлетворяет ограничениям (5.11.4), выбирается клетка с максимальной величиной (5.11.1).

Пример 5.11.3. Число мостов равно 4. Данные приведены в табл. 5.11.2.

Таблица 5.11.2

i	1	2	3	4
q_{i1}	3	6	2	5
q_{i2}	11	15	8	13
C_i	8	9	6	8
b_i	3	5	4	6

Примем величину $t_1=1, t_2=2, B_1=10, B_2=18$. В этом случае

$$G = \frac{B_1}{t_1} = 10, \quad g = 18 - \frac{18}{2} = 9.$$

Получаем следующую задачу о ранце с двухсторонними ограничениями: максимизированные

$$8x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 8x_4$$

при ограничении

$$9 \leq 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 10.$$

Возьмем структуру дихотомического представления (рис. 5.11.1).

Рассмотрим результирующую таблицу:

	14			
	10			
	8	16		
	6	9		
S_3 :	6	14	15	
	4	7	9	
S_2 / S_1	8	9	17	
	3	5	8	

Решений, удовлетворяющих двустороннему ограничению, всего три. Из них оптимальным является решение (16;9). Ему соответствует ремонт первого и четвертого моста в первом периоде и второго и третьего во втором.

В общем случае двух периодов получаем задачу целочисленного линейного программирования в переменных 0;1 с двумя ограничениями.

Применим метод сетевого программирования. Сформируем оценочную задачу. Она представляет собой совокупность двух задач о ранце. Разделим C_1 на две части:

$$C_1 = C_{11} + C_{12}.$$

Первая оценочная задача заключается в максимизации

$$\sum_i C_{11} x_i$$

при ограничении (5.11.2), а вторая в максимизации

$$\sum_i C_{12} x_i$$

при ограничении (5.11.3).

Возьмем $C_{12} = -b_2$. В этом случае вторая оценочная задача сведется к минимизации

$$\sum_i b_{12} x_i \quad (5.11.5)$$

при ограничении (5.11.3).

Обозначим $A_1(C_1)$ значение целевой функции в оптимальном решении первой оценочной задачи, а $A_2(C_2)$ – второй, тогда верхняя оценка целевой функции оптимального решения исходной задачи будет равна

$$A(C) = A_1(C_1) - A_2(C_2).$$

Описанный метод получения верхних оценок служит основой для метода ветвей и границ.

1 шаг. Решаем первую оценочную задачу о ранце. Если полученное решение является оптимальным решением для второй задачи, то оно является оптимальным для исходной задачи. В противном случае переходим к шагу 2.

2 шаг. Выбираем одну из переменных i (рекомендуется выбрать переменную, которой соответствует максимум отношений C_{i1}/b_{i1}). Рассматриваем два подмножества решений. В первом подмножестве $x_i=1$, а во втором $x_i=0$. Получаем верхние оценки для целевых функций подмножеств, решая первую и вторую оценочные задачи. Выбираем подмножество с максимальной оценкой. Далее действуем согласно стандартной процедуре метода ветвей и границ, то есть выбранное подмножество делим на два, оцениваем их, выбираем из всех полученных подмножеств то, которое имеет наибольшую верхнюю оценку и т.д., пока не получим решение исходной задачи, значение целевой функции которого не меньше, чем верхние оценки остальных подмножеств.

Пример 5.11.4. Число мостов равно G . Данные приведены в табл. 5.11.3.

Таблица 5.11.3

i	1	2	3	4	5	6
q_{i1}	13	15	10	8	12	15
q_{i2}	19	23	19	11	14	19
C_i	6	8	9	3	2	4
b_{i1}	2	3	3	5	7	5
b_{i2}	2	1	3	5	8	4

Применим $B_1=10, B_2=15$.

В этом случае

$$D_2 = \sum_i b_{i2} - B_2 = 23 - 15 = 8.$$

Заметим, что если $C_{i2} = -b_{i2}$, то $C_{i1} = C_i + b_{i2}$.

Первая оценочная задача: максимизировать

$$8x_1+9x_2+12x_3+8x_4+10x_5+8x_6$$

при ограничении

$$2x_1+3x_2+3x_3+5x_4+7x_5+5x_6 \leq 10.$$

Применяя описанный выше алгоритм, получим решение этой задачи:

$$x_1=x_2=x_3=1, x_4=x_5=x_6=0, A_1=29.$$

Вторая оценочная задача: минимизировать

$$2x_1+x_2+3x_3+5x_4+8x_5+4x_6$$

при ограничении

$$2x_1+x_2+3x_3+5x_4+8x_5+4x_6 \geq 8.$$

Решение этой задачи, очевидно: $A_2=8$. Оценка сверху решения исходной задачи: $A=A_1-A_2=21$. Заметим, что оптимальное решение первой оценочной задачи не является оптимальным для второй. Поэтому применяем метод ветвей и границ.

Разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_1=1$, а во втором $x_1=0$.

Оценка первого подмножества уже получена выше: $A(x_1=1)=21$. Оценим второе подмножество.

Если $x_1=0$, то оптимальное решение первой оценочной задачи будет $x_1=x_3=1$, остальные $x_i=0$, $A_1=21$. Для второй оценочной задачи, по-прежнему $A_2=8$. Имеем оценку сверху для второго подмножества: $A=13$. Выбираем первое подмножество на два, в одном из которых $x_3=1$, а в другом $x_3=0$. Оценка первого подмножества. Имеем: $A_1=29$, $A_2=9$, $A(x_1=1, x_3=1)=20$.

Оценка второго подмножества: $A_1=25$, $A_2=8$, $A(x_1=1, x_3=0)=17$.

Выбираем первое подмножество. Разбиваем его на два. В первом $x_2=1$, а во втором $x_2=0$.

Оценка первого подмножества: в этой задаче нет допустимых решений для исходной задачи, поскольку если $x_1=x_2=x_3=1$, то все остальные $x_i=0$, что не удовлетворяет второму ограничению.

Оценка второго подмножества: $A_1=25$, $A_2=9$, $A(x_1=1, x_3=1, x_2=0)=16$.

Сравнивая оценки всех подмножеств, выбираем подмножество $x_1=1, x_3=0$ с наибольшей оценкой: $A=17$. Разбиваем его на два подмножества. В первом $x_2=1$, а во втором $x_2=0$.

Оценка первого подмножества: $A_1=25$, $A_2=8$, $A(x_1=1, x_3=0, x_2=1)=17$.

Оценка второго подмножества: $A_1=18$, $A_2=10$, $A(x_1=1, x_3=0, x_2=0)=8$.

Выбираем первое подмножество. Разбиваем его на два. В первом $x_4=1$, а во втором $x_4=0$. Оценка первого подмножества: $A_1=25$, $A_2=8$, $A(x_1=1, x_3=0, x_2=1, x_4=1)=17$.

Заметим, что решение первой оценочной задачи является оптимальным решением для второй оценочной задачи. Поэтому это решение является оптимальным для исходной задачи.

Дерево ветвей приведено на рис. 5.11.2.

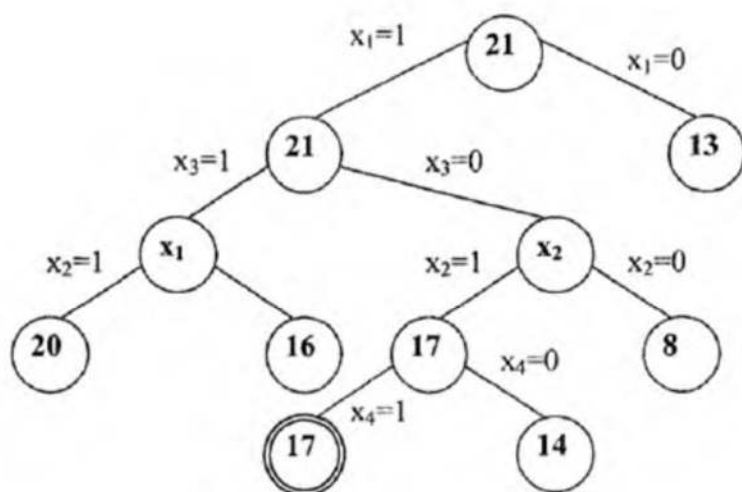


Рис. 5.11.2

Рассмотрим случай, когда средства, не использованные в первом периоде, можно использовать во втором. В этом случае ограничение (5.11.2) останется, а ограничение (5.11.3) заменяется на другое:

$$\sum_1 x_i b_{i1} + \sum_1 (1 - x_i) b_{i2} \leq B_1 + B_2,$$

которое после несложных преобразований принимает вид

$$\sum_1 (b_{i2} - b_{i1}) x_i \geq \sum_1 b_{i2} - (B_1 + B_2). \quad (5.11.6)$$

Задача решается на основе метода ветвей и границ с получением верхних оценок на основе метода сетевого программирования, как и в случае предыдущей задачи.

Пример 5.11.5. Возьмем данные из примера 5.11.4. Ограничение (5.11.6) запишется в виде

$$0x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + x_5 + x_6 \geq -2.$$

Получая, как и ранее, $C_{i2} = -(b_{i2} - b_{i1})$, сформулируем оценочные задачи.

Первая оценочная задача: максимизировать

$$6x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_6$$

при ограничении

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 + 5x_6 \leq 10.$$

Вторая оценочная задача: минимизировать

$$-2x_2 + x_5 - x_6$$

при ограничении

$$-2x_2 + x_5 - x_6 \geq -2.$$

Заметим, что в данном случае оптимальное решение первой оценочной задачи $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, остальные $x_i = 0$ является оптимальным решением и для второй оценочной задачи. Поэтому это решение является оптимальным и для исходной задачи.

Величина потерь в полученном решении равна

$$13 + 15 + 10 + 11 + 14 + 19 = 82,$$

что меньше, чем в предыдущем случае – 88.

В случае трех периодов задача по аналогии со случаем двух периодов может быть представлена в виде задачи целочисленного линейного программирования. Для этого обозначим $x_{ik}=1$, если ремонт i -го моста включен в план ремонта k -го периода, и $x_{ik}=0$ в противном случае.

Если передача средств, не использованных в k -м периоде, в более поздние периоды запрещена, то получаем задачу 1.

Задача 1. Определить $\{x_{ik}\}, i = \overline{1, n} \quad k = 1, 2, 3$, минимизирующие

$$A(x) = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n q_{ik} x_{ik} \quad (5.11.7)$$

при ограничениях

$$\sum_{k=1}^3 x_{ik} = 1, \quad (5.11.8)$$

$$\sum_{i=1}^n b_{ik} x_{ik} \leq R_k, \quad (5.11.9)$$

Ограничение (5.11.8) означает, что каждый мост включается в план одного и только одного периода.

Если средства, не использованные в данном периоде, можно использовать в последующих периодах, то получаем задачу 2.

Задача 2. Определить $\{x_{ik}\}, i = \overline{1, n} \quad k = 1, 2, 3$, минимизирующие (5.11.7) при ограничениях (5.11.8) и

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n b_{ij} x_{ij} \leq Q_k. \quad (5.11.10)$$

Рассмотрим несколько частных случаев задачи. Начнем с задачи 2. Примем, что

$$q_{ik} = q \cdot p_k, \quad i = \overline{1, n} \quad k = 1, 2, 3,$$

$$b_{ik} = b_i \quad \forall i, k.$$

Необходимым и достаточным условием существования решения задачи является

$$\sum_i b_i \leq Q_3.$$

Рассмотрим следующие две задачи о ранце.

Первая задача о ранце: определить $x_i = 0; 1, i = \overline{1, n}$, максимизирующие

$$\sum_{i=1}^n x_i q_i \quad (5.11.11)$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^n x_i b_i \leq Q_1, \quad (5.11.12)$$

Вторая задача о ранце: определить $x_i = 0; 1, i = \overline{1, n}$, максимизирующие (5.11.11) при ограничении

$$\sum_{i=1}^n x_i b_i \leq Q_2. \quad (5.11.13)$$

Обозначим W_1 множество $x_i=1$ в первой задаче, W_2 – множество $x_i=1$ во второй задаче.

Соответственно

$$A(W_1) = \sum_{i \in W_1} q_i, \quad A(W_2) = \sum_{i \in W_2} q_i.$$

Теорема 5.11.1. Величина

$$A = p_1 A(W_1) + p_2 (A(W_2) - A(W_1)) + p_3 \left(\sum_i q_i - A(W_2) \right).$$

Является оценкой снизу минимальных потерь для исходной задачи.

Доказательство. Рассмотрим следующую задачу оптимизации: определить $u_k, k=1, 2, 3$, минимизирующие

$$\sum_{k=1}^3 p_k u_k \quad (5.11.14)$$

при ограничениях

$$y_1 \leq A(W_1) \quad y_1 + y_2 \leq A(W_2) \quad y_1 + y_2 + y_3 = \sum_i q_i = A, \quad (5.11.15)$$

при условии, что $p_1 < p_2 < p_3$.

Покажем, что оптимальное решение имеет вид

$$y_1 = A(W_1), \quad y_2 = A(W_2) - A(W_1), \quad y_3 = \sum_i q_i - A(W_2). \quad (5.11.16)$$

Для этого выпишем действенную задачу: определить $u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, u_3$, максимизирующие

$$-A(W_1)u_1 - A(W_2)u_2 + A \cdot u_3$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} -u_1 - u_2 + u_3 &\leq p_1, \\ -u_2 + u_3 &\leq p_2, \\ u_3 &\leq p_3. \end{aligned}$$

Возьмем допустимое решение

$$u_3 = p_3, \quad u_2 = p_3 - p_2, \quad u_1 = p_2 - p_1.$$

Величина целевой функции для этого решения

$$\begin{aligned} &-A(W_1)(p_2 - p_1) - A(W_2)(p_3 - p_2) + Ap_3 = \\ &= p_1A(W_1) + p_2(A(W_2) - A(W_1)) + p_3(A - A(W_2)) \end{aligned} \quad (5.11.17)$$

совпадает с величиной целевой функции прямой задачи для решения (5.11.16).

Поэтому оба решения являются оптимальными.

Возьмем любое допустимое решение исходной задачи $\{x_{ik}\}$.

$$\text{Определим } y_k = \sum_{i=1}^n q_i x_{ik}.$$

В этом случае целевая функция (5.11.14) совпадает с целевой функцией исходной задачи 2. Ограничения (5.11.15) выполняются для любого допустимого решения. Поэтому величина (5.11.17) является оценкой снизу целевой функции исходной задачи. Теорема доказана.

Следствие 5.11.1. Пусть имеет место

$$W_1 \subset W_2.$$

В этом случае план, в котором в первом периоде ремонтируются мосты множества W_1 , во втором – множества W_2/W_1 , а в третьем – все остальные, является оптимальным.

Доказательство сразу следует из теоремы 5.11.1, поскольку в этом случае значение целевой функции данного плана совпадет с нижней оценкой.

Пример 5.11.6. Имеется шесть мостов (табл. 5.11.4).

Таблица 5.11.4

I	1	2	3	4	5	6
q_i	16	21	15	30	20	12
b_i	4	6	5	12	10	8

Примем $p_1=1, p_2=2, p_3=3, R_1=11, R_2=17, R_3=17$.

Сразу решаем вторую задачу, поскольку решение задачи о ранце для значения Q_2 даст и решение этой задачи для Q_1 . Задачу решим методом дихотомического программирования.

Структура дихотомического представления задачи приведена на рис. 10.4.1.

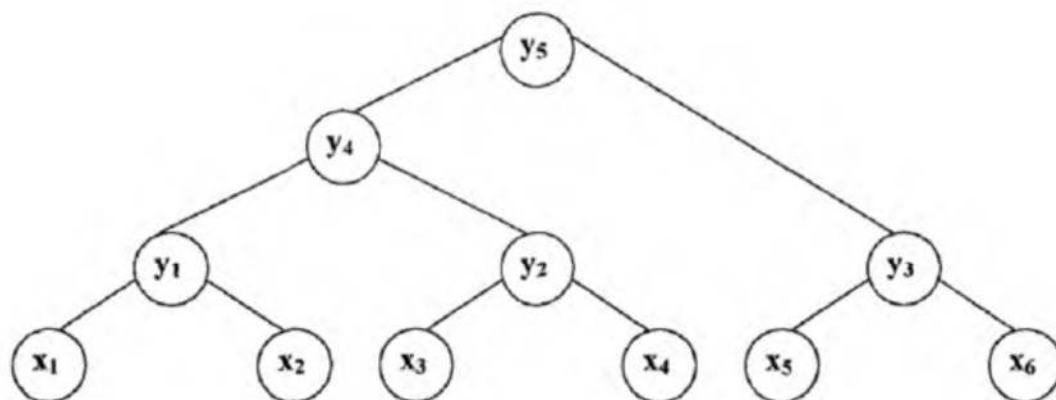


Рис. 5.11.3

1 шаг. Строим таблицу (y_1):

$$(y_1) = \begin{array}{|c|c|} \hline 21 & 37 \\ \hline 6 & 10 \\ \hline x_2 & 16 \\ \hline & x_1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

2 шаг. Строим таблицу (y_2):

$$(y_2) = \begin{array}{|c|c|} \hline 30 & 45 \\ \hline 12 & 17 \\ \hline x_4 & 15 \\ \hline & x_3 & 5 \\ \hline \end{array}$$

3 шаг. Строим таблицу (y_3):

$$(y_3) = \begin{array}{|c|c|} \hline 12 & 32 \\ \hline 8 & 18 \\ \hline x_6 & 20 \\ \hline & x_5 & 10 \\ \hline \end{array}$$

4 шаг. Строим таблицу (y_4):

$$(y_4) = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 45 & 61 & 66 & 82 \\ \hline 17 & 21 & 23 & 27 \\ \hline 30 & 46 & 51 & 67 \\ \hline 12 & 16 & 18 & 22 \\ \hline 15 & 31 & 36 & 52 \\ \hline 5 & 9 & 11 & 15 \\ \hline y_2 & 16 & 21 & 37 \\ \hline & y_1 & 4 & 6 & 10 \\ \hline \end{array}$$

5 шаг. Строим таблицу (y_5):

$$(y_5) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 20 & 36 & 41 & 51 & 57 & 72 & & & \\ \hline 10 & 14 & 16 & 19 & 20 & 25 & & & \\ \hline 12 & 28 & 33 & 43 & 49 & 64 & & & \\ \hline 8 & 12 & 14 & 17 & 18 & 23 & & & \\ \hline y_2 & 15 & 21 & 3 & 37 & 52 & 61 & 67 & 82 \\ \hline & y_1 & 4 & 6 & 9 & 10 & 15 & 21 & 22 & 27 \\ \hline \end{array}$$

В таблицу (y_5) не включены доминируемые варианты, а также варианты с величиной $Q_2 > 28$. Имеем при $Q_2=28$ оптимальное решение $y_3=0, y_4=[82; 27; 15]$. Определяем

$$W_2 = (1, 2, 3, 4).$$

Находим оптимальное решение первой задачи $Q_1 = R_1 = 11$. Имеем из таблицы (y_5) $y_3 = 0, y_4 = [37; 10]$:

$$W_1 = (1, 2).$$

Поскольку $W_1 \subset W_2$, то мы получили оптимальное решение исходной задачи 2. А именно, в первом периоде в план ремонта включаются мосты 1 и 2, во втором периоде – мосты 3 и 4 и, наконец, в третьем периоде – мосты 5 и 6. Суммарный ущерб за три периода составит

$$1 \cdot 37 + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 32 = 223.$$

Если условие $W_1 \subset W_2$ не имеет места, то величина (5.11.17) является только нижней оценкой. В этом случае для решения задачи применяется метод ветвей и границ с использованием оценки (5.11.17).

Пример 5.11.7. Имеется пять мостов, данные о которых приведены в табл. 5.11.7.

Структура дихотомического представления приведена на рис. 5.11.4.

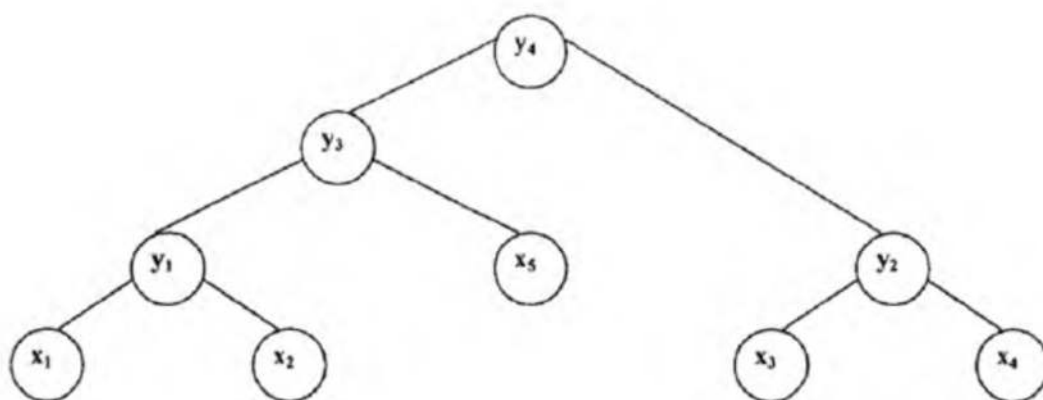


Рис. 5.11.4

Приведем только результирующую таблицу (y_4):

$$(y_4) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 20 & 29 & 41 & & \\ \hline 10 & 15 & 17 & & \\ \hline y_2 & 9 & 21 & 30 & 37 \\ \hline y_3 & 6 & 7 & 15 & 15 \\ \hline \end{array}$$

Находим оптимальное решение первой задачи при $Q_1 = 6$. Из таблицы (y_4) получаем $y_2 = 0$, $y_3 = [9; 6]$, что соответствует решению $W_1 = (5)$.

Находим оптимальное решение второй задачи при $Q_2 = 20$. Из таблицы (y_4) получаем $y_4 = [41; 17]$, $y_2 = [20; 10]$, $y_3 = [21; 7]$, что соответствует решению $W_2 = (2,4)$.

Так как $W_1 \not\subset W_2$, то получаем оценку снизу

$$\Phi = 1 \cdot 9 + 2(41 - 9) + 3 \cdot 40 = 193.$$

Применим метод ветвей и границ. Естественно, что для разбиения на подмножества целесообразно выбрать переменную $x_i \in W_1$, с тем чтобы повысить вероятность получения решений, удовлетворяющих условию $W_1 \subset W_2$. Выберем переменную x_5 и разобьем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_5 = 1$, а во втором $x_5 = 0$.

Оценка первого подмножества.

Если $x_5 = 1$, то для первой задачи решение остается прежним $W_1 = (5)$. Для второй задачи решение меняется.

Следует из таблицы (y_5) исключить все строки и столбцы, в которых $x_5 = 0$. В нашем случае это столбцы третий и пятый в таблице (y_4). Теперь оптимальное решение $y_4 = [30; 13]$ и ему соответствует $W_2 = (2; 5)$.

Полученный план, в котором в первом периоде ремонтируется пятый мост, во втором второй, а остальные в третьем являются оптимальным в первом подмножестве. Оценка этого подмножества равна

$$\Phi(x_5=1)=1\cdot 9+2(30-9)+3\cdot 51=204.$$

Оценка второго подмножества, поскольку во втором подмножестве $x_5=0$, то из таблицы (y_4) необходимо удалить строки (столбцы), которые соответствуют значению $x_5=1$. Это второй и четвертый столбцы. Имеем для первой задачи $W_1=\emptyset$. Для второй задачи $W_2=(2, 4)$.

Оценка второго подмножества

$$\Phi(x_5=0)=1\cdot 0+2\cdot 41+3\cdot 40=202<204.$$

Таким образом, соответствующий план ремонта, в котором в первом периоде не ремонтируется ни одного моста, во втором – второй и четвертый, а в третьем все остальные, является оптимальным.

Замечание. В принципе в первом периоде можно начать ремонт второго или четвертого (либо второго и четвертого вместе) мостов. Однако завершить ремонт можно только во втором периоде. Это может привести к затягиванию продолжительности ремонта и дополнительным потерям.

Обобщим описанный подход на случай, когда затраты также изменяются от периода к периоду, то сеть

$$b_{ij}=b_i\cdot d_j.$$

Первая задача о ранце почти совпадает с задачей (5.11.11), (5.11.12):

Определить $x_i=0,1, i = \overline{1,n}$, максимизирующие

$$\sum_i x_i q_i \quad (5.11.18)$$

при ограничении

$$\sum_i x_i b_i \leq \frac{Q_1}{d_1}. \quad (5.11.19)$$

По-прежнему, обозначим W_1 решение первой задачи (множество переменных $x_i=1$), $A(W_1)$ – величину (5.11.18) в этом решении.

Для оценки $A(W_2)$ построим следующим образом.

Обозначим

$$0 \leq z_1 \leq Q_1,$$

количество средств, расходуемых в первом периоде, $D_1(z_1)$ – значение целевой функции в оптимальном решении задачи (5.11.18), (5.11.19), где $Q_1=z_1$.

Значение целевой функции в оптимальном решении задачи (5.11.18), (5.11.19), где в правой части неравенства (5.11.19) стоит

$$\frac{Q_2 - z_1}{d_2}.$$

Определим

$$A(W_2) = \max_{z_1} [D_1(z_1) + D_2(z_1)], \quad (5.11.20)$$

где W_2 – оптимальное решение задачи (5.11.18), (5.11.19) при величине z_1 , при которой достигается максимум в (5.11.20).

Покажем, что $A(W_2)$ по-прежнему является оценкой сверху суммарного ущерба в двух периодах планирования. Действительно, оптимальному решению задачи соответствует некоторая величина z_1 . Поэтому ущерб в первом периоде составит не менее $D_1(z_1)$, а во втором – не менее $D_2(z_1)$. Очевидно, что (5.11.20) дает верхнюю оценку суммарного ущерба без учета дисконтирующих множителей r_k . Теперь можно получить нижнюю оценку целевой функции исходной задачи по формуле (5.11.17).

Лемма. Если $W_1 \cap W_2 = \emptyset$, то полученное решение, в котором в первом периоде ремонтируется множество мостов W_1 , во втором множество мостов - W_2 , а в третьем – все остальные, является оптимальным решением исходной задачи.

Пример 5.11.8. Возьмем данные из примера 5.11.3 (табл. 5.11.1). Примем:

$$\begin{aligned} p_1=1, & \quad p_2=2, & \quad p_3=3, \\ d_1=1, & \quad d_2=2, & \quad d_3=3, \\ R_1=8, & \quad R_2=30, & \quad R_3 \geq 60. \end{aligned}$$

Решаем первую задачу. Получаем

$$W_1=(2), \quad A(W_1)=21.$$

Решаем вторую задачу. Заметим, что Z_1 может принимать три значения: $z_1=0$, $z_1=6$, и $z_1=7$.

Имеем

$$\begin{aligned} D_1(0)=0, & \quad D_2(0)=41, \\ D_1(6)=9, & \quad D_2(6)=37, \\ D_1(7)=21, & \quad D_2(7)=37. \end{aligned}$$

Максимум $D_1(z_1) + D_2(z_1)$ достигается при $z_1=7$ и этот максимум равен

$$A(W_2)=58,$$

а множество $W_2=(1, 2)$.

Поскольку $W_1 \cap W_2 \neq \emptyset$, то получаем оценку снизу ущерба

$$\Phi=1 \cdot 21 + 2 \cdot 37 + 3 \cdot 17 = 146.$$

Для разбиения на подмножества целесообразно выбрать переменную x_2 . Разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве мост 2 ремонтируется в первом периоде, а во втором не ремонтируется.

Оценка первого подмножества. Поскольку $x_2=1$, то оптимальное решение получается в результате решения следующей задачи о ранце: максимизировать

$$16x_1 + 15x_3 + 20x_4 + 9x_5$$

при ограничении

$$8x_1 + 12x_3 + 10x_4 + 6x_5 \leq \frac{30+1}{2} = 15,5.$$

Оптимальное решение $x_1=1$, $x_5=1$, остальные $x_i=0$.

Имеем:

$$\Phi(x_1=1) = 1 \cdot 21 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 35 = 176.$$

Оценка второго подмножества. Для первой задачи имеем:

$$W_1=(1), \quad A(W_1)=16.$$

Так как $x_2=0$, то при решении второй задачи z_1 может принимать следующие три значения: $z_1=0$, $z_1=6$, и $z_1=8$.

При $x_2=0$ результирующая таблица (y_4) изменится, поскольку доминируемая ранее клетка [16;8] в таблице (y_1) становится не доминируемой; таблица (y_4) принимает вид

$$(y_4)=$$

	20	29	36	
	10	16	18	
y_2		9	16	25
y_3		6	8	14

Имеем:

$$\begin{aligned} D_1(0)=0, \quad D_2(0)=36, \\ D_1(6)=9, \quad D_2(6)=29, \\ D_1(8)=16, \quad D_2(8)=25. \end{aligned}$$

Максимум $D_1(z_1)+D_2(z_1)$ достигается при $z_1=8$ и равен 41. Ему соответствует $W_2=(1, 5)$.

Так как $W_1 \cap W_2 \neq \emptyset$, то нижняя оценка равна

$$\Phi(x_1=0)=1 \cdot 16+2 \cdot 25+3 \cdot 40=186.$$

Выбираем первое подмножество с меньшей оценкой. Итак, в оптимальном решении в первом периоде ремонтируется второй мост, во втором – первый и пятый, в третьем – все остальные. Минимальный ущерб составляет 176.

В основе описываемого ниже приближенного алгоритма решения задачи лежит следующее допущение.

Допущение. Пусть получено решение, в котором в первом периоде расход средств составляет

$$0 \leq z_1 \leq R_1.$$

Тогда множество мостов, ремонтируемых в первом периоде, определяется из решения следующей задачи: максимизировать

$$\sum_i q_i x_i \quad (5.11.21)$$

при ограничении

$$\sum_i q_i x_i \leq R_1. \quad (5.11.22)$$

Если принять это допущение, то алгоритм заключается в переборе всех значений z_1 . Для каждого z_1 определяется множество $W_1(z_1)$ мостов, ремонтируемых в первом периоде (в результате решения задачи (5.11.21), (5.11.22)). Множество мостов $W_2(z_1)$, ремонтируемых во втором периоде для каждого z_1 , определяется в результате решения следующей задачи: максимизировать

$$\sum_{i \in W_1(z_1)} q_i x_i \quad (5.11.23)$$

при ограничении

$$\sum_{i \in W_1(z_1)} b_i x_i \leq \frac{Q_2 - z_1}{d_2}. \quad (5.11.24)$$

Из полученных решений выбирается лучшее.

Пример 5.11.9. Рассмотрим алгоритм на данных примера 5.11.3. Величина z_1 может принимать три значения $z_1=0$, $z_1=6$, и $z_1=7$.

Возьмем $z_1=0$. Имеем:

$$W_1(0)=\emptyset \quad W_2(0)=(2;4).$$

$$\Phi(z_1=0)=1 \cdot 0 + 2 \cdot 41 + 3 \cdot 40 = 202.$$

Возьмем $z_1=6$. Имеем:

$$W_1(6)=(5) \quad W_2(6)=(1;2).$$

$$\Phi(z_1=6)=1 \cdot 9 + 2 \cdot 37 + 3 \cdot 35 = 188.$$

Возьмем $z_1=7$. Имеем:

$$W_1(7)=(2) \quad W_2(7)=(1;5).$$

$$\Phi(z_1=7)=1 \cdot 21 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 35 = 176.$$

Лучшее решение $W_1=(2)$, $W_2=(1;5)$, $W_3=(3;4)$ с величиной ущерба 176. Как было показано выше, это решение является оптимальным.

Приведем пример, показывающий, что принятое допущение, вообще говоря, может не иметь места.

Пример 5.11.10. Имеются три моста, данные о которых приведены в табл. 5.11.5.

Таблица 5.11.5

i	1	2	3
q_i	12	9	5
b_i	8	3	5

Примем

$$p_1=1, \quad p_2=2, \quad p_3=3,$$

$$d_1=1, \quad d_2=2, \quad d_3=3,$$

$$R_1=8, \quad R_2=6, \quad R_3=15.$$

Оптимальное решение, как нетрудно показать, имеет вид

$$W_1=(1), \quad W_2=(2), \quad W_3=(3).$$

Ущерб составляет

$$\Phi=1 \cdot 12 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 5 = 45.$$

Однако при $z_1=8$, оптимальное решение задачи (5.11.21) и (5.11.22) имеет вид:

$$W_1=(2;3).$$

При этом допустимого решения вообще не существует, поскольку на первый проект во втором периоде средств не хватает. Не хватает их и в третьем периоде, так как

$$\frac{R_2 + R_3}{3} = \frac{21}{3} = 7 < b_1 = 8.$$

Если увеличить средства в третьем периоде до $R_3=18$, то первый мост можно включить в план ремонта третьего периода.

Ущерб, однако, составит

$$\Phi=1\cdot 14+2\cdot 0+3\cdot 12=50>45.$$

Тем не менее, как показали практические примеры, принятое допущение позволяет на практике получать решения, либо оптимальные, либо близкие к оптимальным.

Сравнение разделов «Заключение»

Текст из раздела «Заключение» диссертации Алферова В.И. (п. 8, 9, стр. 258), фактически, не считая формальной переработки текста, совпадает с текстом из раздела «Заключение» диссертации Баркалова П.С. (п. 4, 5, стр. 121):

«8. Разработан геометрический подход к оценке оптимального решения задачи [слово «задачи» в диссертации Баркалова П.С. отсутствует] минимизации отклонения от плановых сроков для случая, когда число бригад больше одной, а транспортная схема является радиальной.

9. Найдено точное решение задачи минимизации отклонения от плановых сроков для радиальной транспортной схемы и нескольких бригад ...»

Председатель
диссертационного совета

Шестаков Александр Леонидович

Ученый секретарь
диссертационного совета

Голлай Александр Владимирович

03 июня 2019 г.

