

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тюменский индустриальный университет»



На правах рукописи

СЫЗРАНЦЕВА КСЕНИЯ ВЛАДИМИРОВНА

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОЛОГИИ ОЦЕНКИ
НАГРУЖЕННОСТИ И НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН
НА ОСНОВЕ УЧЕТА ОСОБЕННОСТЕЙ ИХ
ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

Специальность 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов
и детали машин»

Диссертация

на соискание учёной степени доктора технических наук

Тюмень – 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ НАГРУЖЕННОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ.....	18
1.1. Характеристика численных методов расчета НДС и оценки прочностной надежности деталей со сложной геометрией.....	18
1.2. Проблемы статистической обработки результатов усталостных испытаний.....	27
1.3. Анализ методов экспериментального исследования распределения напряжений на поверхности циклически деформируемых деталей.....	34
1.4. Выводы по Главе 1.....	39
ГЛАВА 2. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ.....	41
2.1. Основные зависимости методов конечных и граничных элементов	42
2.2. Программное и методическое обеспечение численных методов расчета НДС деталей	45
2.3. Особенности расчета НДС деталей сложной геометрической формы (на примере оценки нагруженности и деформативности корпуса превентора).....	49
2.4. Определение нагруженности подшипников качения при нетрадици- онной схеме их нагружения в составе привода импульсной передачи	58
2.5. Исследование напряженно-деформированного состояния двига- тельной секции винтового забойного двигателя	67
2.6. Оценка напряженно-деформированного состояния деталей машин в процессе обучения конечно-элементному анализу.....	70

2.7. Выводы по Главе 2.....	72
ГЛАВА 3. МЕТОДОЛОГИЯ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПРИ СЛУЧАЙНОМ ХАРАКТЕРЕ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК.....	73
3.1. Постановка задачи и методология ее решения.....	75
3.2. Определение численных характеристик внешних нагрузок, являющихся случайными величинами	76
3.3. Методики решения задачи оценки прочностной надежности деталей сложной геометрической формы	88
3.4. Выводы по Главе 3.....	105
ГЛАВА 4. НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ОБЩЕПРОМЫШЛЕННОГО ПРИМЕНЕНИЯ.....	106
4.1. Методы и алгоритмы решения вспомогательных задач.....	107
4.2. Разработка методики расчета вероятности безотказной работы цилиндрических передач по сопротивлению контактной усталости.....	111
4.3. Методика расчета вероятности безотказной работы по сопротивлению усталости при изгибе зубьев колес цилиндрических передач.....	128
4.4. Методика вероятностного расчета долговечности подшипников качения.....	135
4.5. Методика расчета вероятности безотказной работы валов по критерию усталостной прочности	140
4.6. Верификация метода на примере расчета вероятности отказа рамы тележки локомотива.....	148
4.7. Выводы по главе 4.....	151
ГЛАВА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ.....	153

5.1. Определение функции плотности распределения предельных напряжений.....	153
5.2. Методика расчета границ доверительных интервалов кривой многоциклового усталости.....	164
5.3. Определение эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений на основе кинетической теории многоциклового усталости..	171
5.4. Выводы по Главе 5.....	179
ГЛАВА 6. РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАГРУЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ЦИКЛИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДАТЧИКОВ ДЕФОРМАЦИЙ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА.....	
6.1. Методическое и программное обеспечение обработки реакции ДДИТ в виде относительной площади "темных пятен"	180
6.2. Применение численных методов расчета НДС образцов при разработке способов тарирования ДДИТ для исследования сварных конструкций	189
6.3. Разработка методики оценки напряженно-деформированного состояния в вершине трещины по показаниям ДДИТ и данных расчета МКЭ	204
6.4. Использование численных методов для решения задачи восстановления по реакции ДДИТ нагруженности зацепления передач Новикова	209
6.5. Методическое обеспечение способов калибровки и применения датчиков деформаций переменной чувствительности.....	216
6.6. Расчетно-экспериментальная методика прогнозирования остаточного ресурса деталей при эксплуатации.....	230
6.7. Выводы по Главе 6.....	234
ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.....	236
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	239
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	275

ВВЕДЕНИЕ

Современные изделия машиностроения представляют собой сложные технические системы, включают различные детали и механизмы. Формирование нормативной базы, определяющей работоспособность технических систем, следуя представленным в работах Н.А.Махутова, В.Н.Пермякова, М.М.Гаденина, А.О.Чернявского, С.А.Тимашева, В.В.Москвичева, А.М. Freudenthal, E. J. Gumbel и других авторов подходам [59, 60, 61, 62, 63, 176, 192, 193, 194, 241], включает как традиционные методы решения проблемы безопасной эксплуатации изделий с позиций прочности, ресурса и надежности, так и новые методы, критериями которых являются живучесть, риск (в вероятностно-экономической постановке) и безопасность.

В процессе эксплуатации машин и технических изделий их детали, в подавляющем большинстве случаев, подвергаются воздействию случайных нагрузок. Для оценки прочностной надежности деталей на основе математического аппарата параметрической статистики, начиная с 80-х годов XX века, в работах В.П. Когаева, С.В. Серенсена, Р.М. Шнейдеровича, Н.А. Махутова, А.П. Гусенкова, В.В. Болотина, С.А. Тимашева, Г.А. Снесарева, Д.Н. Решетова, А.С. Иванова, К. С. Kapur, L.R. Lamberson, E.B. Naugen, E. Haibach, D. Schütz и других ученых [14, 20, 21, 34, 36, 37, 48, 49, 51, 52, 79, 98, 99, 106, 176, 248, 263] предложены вероятностные методы расчета различных деталей машин, позволяющие учесть случайные вариации характеристик предельных (допускаемых) и действующих напряжений и установить вероятность безотказной работы или отказа, при этом постулируется, что как предельные, так и действующие напряжения подчиняются нормальному закону распределения. Условность такого подхода отмечают сами авторы (Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев [98]). Это следствие использования, по сути, аналитических методов расчета вероятности и ограниченности их возможностей при работе со сложными математическими зависимостями, содержащими случайные величины с различными законами распределения.

Проблемой оценки риска возникновения отказов потенциально опасных изделий, как показано в работах Н.А.Махутова, В.Н.Пермякова, М.М.Гаденина, О.Ф.Чернявского [61, 62, 63, 218, 335], является значительная зависимость вероятности безотказной работы от законов распределения характеристик механических свойств материала и нагрузок, для которых также традиционно принимается нормальный (логнормальный) закон распределения.

В рамках приоритетных направлений прикладной статистики (А.И.Орлов [72, 73]) в последние годы интенсивно используются методы непараметрической статистики (В.Н.Сызранцев, С.Л.Голофаст, С.В.Поршнева [82, 83, 130, 131, 132, 174, 185, 302]), потенциальные возможности которых, совместно с методами компьютерного моделирования фактических законов изменения действующих и допускаемых напряжений, позволяют существенно снизить условности расчета прочностной надежности потенциально опасных изделий. Известен опыт применения аппарата непараметрической статистики в задачах распознавания образов (цели), медицине, криптографии, макроэкономике, там, где принятие ошибочного решения приводит к тяжелым последствиям. Учет фактических законов распределения нагрузок может принципиально изменять результаты расчета вероятности отказа изделий. Так, например, оценка прочностной надежности газопровода Уренгой-Сургут-Челябинск по данным 15 компрессорных станций показала (В.Н.Сызранцев, В.В.Новоселов, П.М.Созонов, С.Л.Голофаст [132]), что ни на одном из участков возникающие в трубе напряжения (выборки длиной 365 значений за год эксплуатации) нормальному закону не подчиняются, при этом вероятность отказа (при идентичных геометрических параметрах труб, неизменных характеристиках механических свойств их материала и отсутствии дефектов) изменяется на несколько порядков.

Важнейшей задачей при проектировании и эксплуатации машин является выявление на входящих в них узлах и деталях мест опасной концентрации напряжений и оценка прочностной надежности этих деталей и узлов. При ис-

следовании напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей, для которых отсутствуют аналитические методы расчета, в настоящее время успешно используются численные методы. В то же время, решение различных инженерных задач с помощью современных программных продуктов, реализующих метод конечных элементов (МКЭ), свидетельствует, что их использование не позволяет при случайном характере нескольких внешних нагрузок установить места концентрации напряжений в детали и функции их распределения, необходимые для расчета надежности детали.

При расчете долговечности деталей с допустимой вероятностью отказа (1%...10%) необходимо знание функций плотности распределения чисел циклов до разрушения. Эти функции, как показывают результаты обработки данных усталостных испытаний, законами, разработанными в рамках параметрической статистики, не описываются. Для прогнозирования долговечности деталей общепромышленного использования в условиях случайного режима их нагружения традиционно применяется гипотеза (корректированная) линейного суммирования повреждений, при этом принимаемая равной единице предельная величина повреждения по экспериментальным данным изменяется от 0,01 до 10.

Достоверность расчетных данных о распределении деформаций в деталях сложной геометрической формы определяется их согласованием с результатами экспериментальных исследований. Для статических расчетов контроль результатов расчета возможен на основе данных регистрации деформаций путем электротензометрирования. Если же деталь работает в условиях случайного воздействия внешних нагрузок, то по ряду причин установить соответствие результатов даже корректно выполненного конечно-элементного анализа экспериментальным данным, полученным с помощью электротензометров, весьма проблематично. В то же время распределение циклических напряжений на поверхности деталей, полученное именно в процессе их натурных испытаний, не только дает объективную информацию о нагруженности деталей, но и является основой для совершенствования как

методов расчета их на прочность и надежность, так и разработки уточненных методов прогнозирования ресурса. Одним из эффективных путей решения проблемы является использование специальных средств диагностики усталостных повреждений (датчиков деформаций интегрального типа - ДДИТ), разработка которых и методик их использования при исследовании нагруженности и долговечности различных деталей и металлоконструкций машин в условиях стендовых и эксплуатационных испытаний выполнена в работах В.Н. Сызранцева, С.Л. Голофаства, С.В. Панина, М.В. Буркова О.В. Богомолова, Е.Н. Слесарева, А.И. Маленкова, П.В. Москвина и других отечественных ученых [18, 24, 30, 41, 44, 57, 65, 70, 77, 94, 95, 100, 110, 120, 125, 127, 178, 186, 212, 213, 288, 306, 308, 309]. Распространение методик использования ДДИТ в практике экспериментальных исследований сварных соединений, зубчатых колес, живучести металлоконструкций, прогнозирования остаточного ресурса требует разработки специальных методов тарирования датчиков и создания математического обеспечения обработки их реакции.

Цель работы: совершенствование методов оценки нагруженности, надежности и долговечности деталей общепромышленного применения (зубчатых передач, валов, подшипников качения, корпусных деталей), учитывающих реальные законы распределения случайных величин внешних эксплуатационных нагрузок, действующих и допускаемых напряжений, чисел циклов до разрушения независимо от сложности законов.

Генеральной идеей разрабатываемого подхода является использование данных прочностного расчета деталей численными методами теории упругости и результатов оценки распределения по поверхности детали деформаций, зафиксированных с помощью ДДИТ в процессе работы исследуемых деталей в эксплуатационных условиях. Восстанавливаемая в процессе компьютерного моделирования случайных внешних воздействий или с использованием информации с ДДИТ фактическая нагруженность деталей является исходной для прогнозирования их долговечности и оценки прочностной надежности, решаемых на основе развития кинетической теории усталости

Е.К.Почтенного [84, 86, 87, 88, 89] и методов непараметрической статистики [2, 44, 130, 131, 132, 174, 185, 187, 195].

Предметом исследования являются зависимости прочностной надежности деталей машин и оборудования от характера распределений действующих и предельных напряжений, не поддающихся аналитическому описанию в рамках параметрической статистики.

Объект исследования: детали машин общепромышленного применения, такие как зубчатые передачи; валы, подшипники качения; литые и сварные корпусные детали, металлоконструкции машин.

Основные задачи исследования

1. Для деталей общепромышленного применения разработать методики, позволяющие оценивать прочностную надежность деталей независимо от сложности функций плотности распределения действующих и предельных напряжений.

2. Предложить методики и алгоритмы определения параметров моделей кинетической теории многоциклового усталости, позволяющие при расчете долговечности учесть реальные законы распределения чисел циклов нагружения образцов до поломки и накопление усталостных повреждений в образцах при нерегулярном нагружении.

3. Разработать методы экспериментального определения эквивалентных напряжений и эквивалентных чисел циклов деформирования по повреждающему воздействию на основе использования датчиков деформаций переменной чувствительности (ДДПЧ).

4. Разработать расчетно-экспериментальные методы прогнозирования долговечности работы детали или металлоконструкции, подвергающихся в условиях эксплуатации сложному спектру нагружения.

Методология проведения исследований. Методологическими и теоретическими основами исследования являются концептуальные положения теории вероятности, параметрической и непараметрической математической статистики, планирования эксперимента, кинетической теории усталости ме-

таллов и теории упругости, методов конечных и граничных элементов, теории зубчатых зацеплений, прикладные исследования по проектированию, изготовлению, испытаниям и эксплуатации деталей и элементов механизмов и машин.

Научная новизна

- На основе аппарата непараметрической статистики и методов компьютерного моделирования разработан новый подход к оценке вероятности безотказной работы деталей общепромышленного применения, позволяющий при расчете действующих и предельных напряжений учитывать реальные их ФПР, отражающие фактические законы внешних нагрузок и законы вариации механических характеристик материала.

- В рамках кинетической теории усталости впервые построены математические модели определения имеющихся в материале начальных повреждений и расчета эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений.

- Предложен способ статистической обработки цифровых снимков реакции ДДИТ, позволяющий в три раза повысить точность ее оценки. Установлено, что граница реакции на датчике в виде первых "темных пятен" соответствует линии уровня суммарной амплитуды деформаций сжатия детали. Для ДДПЧ впервые разработаны математические модели, обеспечивающие решение задач калибровки датчиков, определения по показаниям ДДПЧ эквивалентных напряжений и эквивалентных чисел циклов деформирования.

- Разработан расчетно-экспериментальный метод прогнозирования долговечности деталей в условиях эксплуатации при случайном нагружении, включающий: определение эквивалентного по повреждающему действию числа циклов с помощью обработки реакции ДДПЧ, восстановление непараметрическими методами статистики ФПР напряжений и прогнозирование долговечности на основе математических моделей, построенных в соответствии с кинетической теорией усталости.

Практическая ценность и реализация результатов работы.

1. Разработанные программы для оценки прочностной надежности деталей общепромышленного применения позволяют рассчитать вероятность их безотказной работы в зависимости от режима нагружения, а также рекомендовать предельные величины внешних нагрузок при переходе к другому режиму эксплуатационного нагружения.
2. Программная реализация метода оценки надежности изделий сложной геометрической формы, подвергающихся в условиях эксплуатации воздействию нескольких случайных нагрузок, позволит предприятиям-изготовителям осуществлять оптимизацию геометрической формы деталей с учетом условий их будущей эксплуатации еще на этапе проектирования.
3. Реализация разработанных методик решения задач восстановления ФПР предела выносливости, расчета границ доверительных интервалов позволяет при использовании кинетической теории усталости учесть фактические законы распределения чисел циклов нагружения до разрушения образцов, оценить и исключить систематические ошибки статистической обработки данных испытаний образцов методом линейного регрессионного анализа.
4. Для исследования характера распределения напряжений в сварных соединениях предложен оригинальный способ тарирования ДДИТ с использованием образцов, специальная геометрическая форма которых получена с учетом анализа НДС образцов. Разработанные методики применения ДДПЧ впервые позволяют при экспериментальных исследованиях деталей исключить инкубационный период до появления на датчиках реакции, фиксировать реакцию в любой момент прерывания испытаний изделия при существенном упрощении процедуры ее оценки, в условиях эксплуатационного нагружения деталей определять величину эквивалентных напряжений или эквивалентных чисел циклов нагружения.
5. Предложенный метод оценки долговечности деталей позволяет определить во временном диапазоне остаточный срок службы детали при эксплуатации с вероятностью 1%...10%.

Достоверность разработанных методик оценки вероятности безотказной работы деталей обусловлена применением методов непараметрической статистики, апробированных ранее в других отраслях знаний, и подтверждается согласованием результатов расчета со статистикой отказов деталей. Результаты конечно-элементного моделирования согласуются с данными стендовых испытаний оборудования. Построенные математические модели определения эквивалентных напряжений и эквивалентных чисел циклов нагружения, зависимости методического обеспечения методик применения датчиков деформаций переменной чувствительности основаны на использовании успешно применявшейся для оценки долговечности деталей кинетической теории механической усталости. Достоверность разработанного расчетно-экспериментального метода прогнозирования долговечности деталей основана на установленной взаимосвязи реакции ДДИТ с накоплением повреждений в материале детали.

Выполненные расчеты НДС корпусных и других деталей трубопроводной арматуры (ОАО "Курганский завод трубопроводной арматуры "ИКАР", ЗАО "НПП "Сибтехноцентр") позволили на этапе их проектирования осуществить конструкторскую доработку корпусных деталей по критерию прочности и герметичности. Предложенная методика определения нагруженности деталей с многопарным контактным взаимодействием использована для расчета подшипников качения при нетрадиционной схеме их нагружения в составе привода импульсной передачи (Институт машиноведения УрО РАН) и для исследования характера распределения нагрузки между ротором и статором винтового забойного двигателя. Разработанные методы оценки прочностной надежности передач, валов, подшипников использованы при проектировании приводов в Институте механики ГОУ ВПО ИжГТУ, УНПЦ "Механик", ООО «НПП Авионика и Мехатроника».

Работа является составной частью ряда проектов, выполненных в рамках научно-технических программ, двух госбюджетных НИР ТИУ: "Иссле-

дование работоспособности и повышение долговечности и надежности деталей машин и элементов сооружений" и "Расчетно-экспериментальные методы оценки прочностной надежности и диагностики технического состояния нефтегазового оборудования", гранта Министерства общего и профессионального образования РФ "Развитие методов диагностики с помощью датчиков деформаций интегрального типа (ДДИТ) усталостных повреждений и ресурса деталей (металлоконструкций) транспортных средств", гранта РФФИ 01-01-96448 "Теоретическое и экспериментальное исследование механических бесступенчатых импульсных передач с упругими звеньями в трансмиссиях самоходных машин", а также проекта «Разработка технологии формирования сочленения (стыка) основного и бокового стволов в многоствольных скважинах, обеспечивающего доступ в оба ствола в процессе эксплуатации скважины» (идентификатор проекта RFMEFI57714X0060) в рамках реализации федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы».

Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе при чтении курсов лекций для студентов технических специальностей ТИУ: "Детали машин и основы конструирования", "Расчет и конструирование нефтегазопромыслового оборудования", "Основы надежности нефтегазопромыслового и бурового оборудования", "Современные методы диагностики нагруженности и долговечности оборудования", а также при чтении лекций дисциплин магистерских и аспирантских программ. Программный комплекс XenSys по расчету НДС деталей МКЭ и МГЭ используется в учебном процессе ТИУ и Златоустовском филиале ЮУрГУ при выполнении практических и лабораторных работ.

Апробация работы. Результаты работы докладывались в 1997...2017 гг. на международных и всероссийских симпозиумах и конференциях: Нац. конф. с межд. участием " Engineering Mechanics ",– Чехия, 1997, 1998, 2003 гг.; Межд. симпозиуме "Mechanics in Desigh MID-98",–Англия, 1998г.; 4-м Все-

мирном конгрессе "Gearing and Power Transmission", – Франция, 1999 г.; 5-й Межд. конф. "Akademika dubnica-99", – Польша, 1999 г.; Межд. конф. "Mechanical Transmissions", – Китай, 2001; XXII Российской школе по проблемам науки и технологий. УрО РАН – Екатеринбург, 2002; V межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения", – Санкт-Петербург, 2003; Межд. конф. "Trans&motoauto'04", – Болгария, 2004; Межд. конф. "MACHINE DESIGN", – Новый Сад, Сербия, 2008, 2009; Межд. науч. техн. конф. "Трубопроводная арматура XXI века", – Курган, 2008; II и III и VI Всеросс. конф. "Безопасность критичных инфраструктур и территорий", – Екатеринбург, УрО РАН, 2008, 2009, 2014, 2016; Науч. техн. конф. с межд. участием "Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения", – Ижевск, 2008; VI межотр. науч.-техн. конф. "Автоматизация и прогрессивные технологии в атомной отрасли", – Новоуральск, 2009; Всеросс. науч.-практ. конф. "Новые технологии – нефтегазовому региону", Тюмень, 2010; Всеросс. науч.-техн. конф. "Инновационное нефтегазовое оборудование: проблемы и решения", Уфа, 2010; XI Межд. симп. "Symposium on industrial engineering – SIE 2015", Белград, Сербия, 2015; XVI Межд. науч. конф. «Geoconference SGEM-2016», Болгария; Межд. науч.-техн. конф. «Пром-Инжиниринг», Челябинск, 2016, 2017.

Диссертация обсуждена на расширенном заседании кафедры машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности Тюменского индустриального университета, на научно-техническом семинаре Южно-Уральского государственного университета.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 57 печатных работ, в том числе шесть монографий.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, основных выводов и библиографического списка из 345 наименований. Общий объём работы составляет 281 страницу, в том числе 110 рисунков, 15 таблиц.

В первой главе проведён анализ известных методов численного исследования НДС деталей и реализующих их программных продуктов. Сформули-

рованы основные этапы разработки адекватной расчетной схемы для оценки НДС деталей. Проанализированы используемые в настоящее время методики расчета прочностной надежности зубчатых передач, валов, подшипников, корпусных деталей и оборудования. Вскрыты недостатки методик и определены направления их совершенствования на основе использования аппарата непараметрической статистики и современных информационных технологий.

Дана характеристика средствам и методам измерения напряжений и деформаций, возникающих на поверхностях деталей при их циклическом нагружении и методам диагностики усталостных повреждений. Отмечена эффективность применения для экспериментальных исследований нагруженности и долговечности деталей в процессе эксплуатации оригинальных средств, - датчиков деформаций интегрального типа (ДДИТ). В результате критического анализа опыта использования датчиков выявлены проблемные вопросы, возникающие как при тарировании ДДИТ, так и количественной обработки регистрируемой с их помощью информации. Определены пути решения этих вопросов.

Во второй главе работы рассмотрены особенности расчета напряженно-деформированного (НДС) состояния деталей сложной геометрической формы численными методами: методом конечных и граничных элементов. На основе проведенного анализа возможностей и ограничений существующих промышленных пакетов компьютерного анализа конструкций, таких как ProMechanica, NASTRAN, ABAQUS, ANSYS, COSMOS автором сделан выбор в пользу широко применяющегося в расчетной практике конечно-элементного пакета ANSYS. Показано, что широкие возможности ANSYS создают определенные сложности для его изучения и корректного применения для анализа конструкций. Исследователю необходимо обосновать свой выбор как типа элемента (одного из более двухсот), так и расчетной схемы, адекватной реальной физической задаче. С целью получения адекватной расчетной схемы предложен алгоритм конечно-элементного анализа деталей и

узлов, который в главе проиллюстрирован на ряде примеров расчета НДС деталей сложной геометрической формы.

В третьей главе работы рассматривается методология расчета прочностной надежности деталей сложной геометрической формы при случайном характере внешних нагрузок и ее практическая реализация. Разработанная методология использует методы компьютерного моделирования и аппарат непараметрической статистики, позволяющий восстанавливать не только фактические функции распределения случайных величин внешних нагрузок, но и функции плотности распределения критериев прочности, что обеспечивает оценку долговечности изделий в условиях реальных спектров воздействия внешних нагрузок и естественных законов изменения предельного состояния материала.

Четвертая глава посвящена разработке методик оценки прочностной надежности деталей общепромышленного применения: зубчатых передач, валов, подшипников качения, прочностные расчеты которых выполняются по известным, широко апробированным, аналитическим зависимостям. Для устранения вскрытых причин приближенности расчета надежности деталей машин методами классической теории вероятности и параметрической статистики, в главе разработаны методики и алгоритмы, построенные на основе теории непараметрической статистики и компьютерного моделирования. Реализация методик проиллюстрирована на примерах расчета вероятности безотказной работы типовых деталей машин в различных условиях их нагружения.

В пятой главе предложены оригинальные методики обработки данных испытаний образцов на долговечность позволяющие восстанавливать неизвестные функции плотности распределения предельных напряжений, определять параметры кривых многоциклового усталости материала, рассчитывать границы их доверительных интервалов, а также определять эквивалентные по повреждающему воздействию напряжения. Разработанные методики и алгоритмы их реализации основаны на развитии кинетической теории усталости и широком использовании аппарата непараметрической статистики.

В шестой главе работы отражено развитие методов экспериментального исследования с помощью датчиков деформаций интегрального типа (ДДИТ) нагруженности и долговечности деталей, подвергаемых в условиях эксплуатации циклическому деформированию.

Рассмотрены алгоритмы и разработанный программный комплекс обработки цифровых изображений реакции ДДИТ, обеспечивающий ее количественную оценку по новым, более значимым, критериям. На основе конечно-элементного анализа определена рациональная геометрическая форма калибровочных образцов для исследования по показаниям ДДИТ сварных соединений. В процессе выполнения работы установлено: форма границ реакции ДДИТ в виде первых "темных пятен" аналогична картине распределения деформаций сжатия, что значительно расширяет область использования ДДИТ в экспериментальных исследованиях деталей. Для иллюстрации новых возможностей ДДИТ, в главе представлены результаты исследования контактного взаимодействия зубьев колес передачи Новикова с двумя линиями зацепления и распределения деформаций в вершине усталостной трещины, полученные в процессе согласования данных конечно-элементного анализа НДС и реакции ДДИТ.

В последнем разделе главы рассмотрена методика прогнозирования ресурса трубопровода, подвергаемого в условиях эксплуатации воздействию случайного спектра внутреннего давления, построенная на обработке реакции ДДИТ переменной чувствительности и восстановленной методами непараметрической статистики функции плотности распределения внутреннего давления в процессе работы трубопровода.

В заключении изложены основные результаты работы.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ НАГРУЖЕННОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ

1.1. Характеристика численных методов расчета НДС и оценки прочностной надежности деталей со сложной геометрией

На современном этапе технического развития создание конкурентоспособных образцов машин неразрывно связано с достижением предельных значений ряда их параметров, что приводит к возрастанию нагруженности деталей и, как следствие, увеличению опасности их отказов. Поэтому одной из основных задач при оценке работоспособности деталей и узлов машин является расчет напряженно-деформированного состояния исследуемого узла. Для деталей общемашиностроительного назначения, функционирующих в стандартных условиях эксплуатации, к настоящему времени разработаны соответствующие методики и рекомендации по расчетам на прочность, жесткость и другим критериям работоспособности [14, 43, 51, 52, 58, 69, 98, 106, 111, 112, 113]. Подавляющее большинство методик прочностного расчета различных деталей (зубчатых колес, валов, корпусных деталей), узлов (подшипников качения) и механизмов машин (различного типа зубчатых, червячных передач, планетарных передач) разработано во второй половине XX века, их основой явились фундаментальные аналитические решения многочисленных задач теории сопротивления материалов, теории упругости и пластичности. Однако существенные отличия геометрических форм деталей от моделей, для которых получены аналитические решения, требуемую точность расчетов возникающих в деталях в процессе эксплуатации изделий напряжений достичь не позволяют. С целью согласования результатов расчета по аналитическим моделям с экспериментальными данными в методики оценки прочности включаются многочисленные уточняющие коэффициенты,

для определения значений которых проводились обширные экспериментальные исследования конкретных деталей в различных условиях нагружения [43, 51, 53, 55, 63, 98, 105, 119, 179, 199].

В результате совершенствования техники, ужесточения условий ее эксплуатации, создаются новые образцы деталей, имеющих сложную геометрическую форму, характеризующихся многоконтактным взаимодействием с другими деталями, а также работающих в нестандартных условиях эксплуатации. Более того, возрастающие требования к машинам и оборудованию по нагрузочной способности заставляют проектировщиков создавать новые модели оборудования, испытывающие не только силовую нагрузку, но и температурное деформирование, вызывающее в ряде случаев пластические деформации металла [14, 58, 63]. Однако полученные в рамках известных теорий аналитические зависимости оценить напряженно-деформированное состояние детали сложной геометрической формы, учесть взаимовлияние контактирующих между собой деталей и вычислить действующие контактные напряжения, определить упруго-пластическое или температурное деформирование конструкции позволяют не только весьма приближенно, но и, главное, без оценки точности получаемых результатов. Очевидно, что в этом случае выполнить оптимизацию геометрической формы детали с целью снижения локальной концентрации напряжений и создания равнопрочной конструкции, путем использования приближенных аналитических решений возможным не представляется.

Наряду с аналитическими методами расчета НДС деталей в рамках теории упругости во второй половине XX века развивались и численные методы: метод конечных разностей, метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ) [3, 23, 104, 196]. Внедрение их в расчетную практику требует значительных ресурсов и быстрого действия вычислительной техники. Достигнутые результаты ее развития в конце XX века позволили разработать ряд промышленных пакетов компьютерного анализа конструкций, таких как ProMechanics, NASTRAN, ABAQUS, ANSYS, COSMOS и дру-

гих. Реализованные в этих пакетах численные методы анализа свободны от всех вышеперечисленных ограничений и позволяют моделировать различные варианты нагружения конструкций практически неограниченной сложности [10, 56, 143, 196, 301, 344], описывая исследуемый материал выбранной диаграммой деформирования. Однако на практике применение компьютерного моделирования требует от исследователя весьма обширных знаний в области конечно-элементного анализа, а также серьезных навыков в работе с выбранным им программным обеспечением. В противном случае, полученные в ходе моделирования результаты могут оказаться не адекватными рассматриваемой задаче и принимаемые на их основе решения могут не отражать фактическое напряженно-деформированное состояние исследуемых деталей.

На основе проведенного анализа возможностей и ограничений разработанных промышленных пакетов компьютерного анализа конструкций, автором сделан выбор в пользу широко применяющегося в расчетной практике конечно-элементного пакета ANSYS [64, 201, 327]. Данный программный комплекс позволяет с достаточной точностью решать задачи механики деформируемого твердого тела, корректно описывая пластические деформации и ползучесть; учитывать температурные нагрузки; моделировать контактные взаимодействия между деталями; решать задачи совмещенного междисциплинарного анализа (например, гидрогазодинамики совместно с прочностным анализом) [196, 201]. Богатая библиотека конечных элементов предоставляет возможность наилучшего выбора наиболее точно аппроксимирующей геометрию модели типа конечного элемента. Одним из важнейших преимуществ ANSYS является возможность создания в нем пользовательских модулей и макросов, что позволяет исследователю формировать собственные алгоритмы для обработки экспериментальных данных с целью состыковки расчетных и экспериментальных моделей [64, 147].

В то же время заложенные в ANSYS широкие возможности для пользователя создают определенные сложности корректного применения комплекса при конечно-элементном анализе нагруженности и деформативности деталей

и конструкций. В частности, необходимо обосновать как выбор расчетной схемы, так и используемый тип конечного элемента из обширной их базы (одного из более двухсот), гарантирующих соответствие результатов расчета реальной физической задаче. Дополнительные сложности конечно-элементного анализа связаны с определением граничных условий, от корректности наложения которых зависит не только скорость сходимости решения задачи, но и достоверность конечных результатов расчета. Отмеченное особенно важно в случае отсутствия результатов экспериментального исследования, когда для принятия решения используются лишь данные, установленные в процессе расчетов.

Опыт решения задач оценки НДС деталей и узлов машин свидетельствует, что для получения адекватной расчетной схемы в процессе конечно-элементного анализа необходим специальный алгоритм его реализации, включающий как оценку качества сетки для обеспечения требуемой точности расчетов, так и верификацию расчетной схемы.

Особенность развития техники второй половины XX века связана с разработкой машин и технических систем высокой конструктивной сложности и нагруженности в экстремальных условиях эксплуатации, отказы которых вызывают появление и развитие аварийных, вплоть до катастрофических, ситуаций [58, 63, 176, 188, 189, 190, 214, 299]. Поэтому естественным является возникновение в 50-е годы прошлого века теории надежности, как науки о расчете вероятности безотказной работы различных систем, в том числе технических [5, 6, 17, 20, 21, 26, 36, 48, 49, 55, 74, 98, 103, 194].

Проблемы прочности являются центральными в обеспечении надежности и ресурса в машиностроении. Поскольку прочностная надежность изделия или машины в целом определяется вероятностью безотказной работы входящих в них деталей, разработке соответствующих методик расчета надежности уделялось особое внимание. Принципиально важный вклад в решение проблем оценки прочностной надежности, долговечности и остаточного ресурса различных деталей, узлов и механизмов машин внесли отечест-

венные и зарубежные ученые: Б.В. Гнеденко, В.П. Когаев, С.В. Серенсен, Р.М. Шнейдерович, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков, В.В. Болотин, С.А. Тимашев, Г.А. Снесарев, Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев, В.А. Острейковский, В.Т. Трощенко, Д.А. Гохфельд, О.Ф. Чернявский, А.О. Чернявский, Н.В. Олейник, В.Т. Труфяков, И.А. Биргер, А.С. Гусев, Е.К. Почтенный, J. Collins, К.С. Карур, L.R. Lamberson, Е.В. Naugen и другие [15, 20, 21, 29, 34, 36, 37, 48, 51, 52, 54, 58, 63, 69, 74, 87, 98, 105, 106, 111, 112, 113, 176, 179, 184, 193, 218, 248, 335].

Принимая во внимание высокую конструктивную сложность и нагруженность в условиях эксплуатации деталей современных машин, вероятностные методы расчета на прочность, позволяющие учесть вариации характеристик прочности и нагрузок и определить вероятность безотказной работы деталей, являющуюся важнейшим показателем их надежности, в настоящее время приобретают особую актуальность. В процессе проектирования расчеты прочностной надежности являются конструктивным способом получения количественных оценок надежности изделия в целом, а наполнение аналитических моделей конкретными статистическими данными о фактических величинах напряжениях, возникающих в деталях в процессе эксплуатации изделий, дает возможность осуществить диагностику их технического состояния, уточнить вероятность безотказной работы и оценить остаточный ресурс.

При расчете прочностной надежности напряжение σ , возникающее в исследуемой детали под действием внешней нагрузки, представляется в виде величины случайной. В общем случае σ является функцией (для многих методов прочностного расчета существенно нелинейной) от внешних воздействий (давление, сила, изгибающие и крутящие моменты, температура) по своей физической природе являющихся случайными, а также других случайных факторов, например, вариация размеров и отклонения формы в пределах допусков, погрешностей измерения величин, входящих в зависимости прочностного расчета. Предельное напряжение s , в качестве которого в расчетах прочности используют предел текучести, предел пропорциональности, пре-

дел прочности, предел выносливости и другие механические характеристики материала, также представляется величиной случайной, зависящей от свойств и качества применяемого материала, деградации этих свойств в процессе эксплуатации изделий в конкретных условиях.

Методической основой оценки прочностной надежности многочисленных деталей машин и оборудования как на этапе их проектирования, так и в процессе эксплуатации является расчет вероятности безотказной работы (R), которая устанавливается в результате решения уравнения [52, 54, 98]:

$$R = Pr(z \geq 0), \quad (1.1)$$

где $z = s - \sigma$ – разность двух независимых случайных величин s и σ .

Аналогичное (1.1) уравнение используется, если прочность деталей оценивается по коэффициенту запаса. В этом случае $z = [n] - n$, где $[n]$ – нормируемый (допустимый) коэффициент запаса прочности, а n – фактический коэффициент запаса прочности, являющийся величиной случайной. Если $z = [L] - L$, где $[L]$ – заданный (назначенный) ресурс эксплуатации детали, а L – рассчитанный ресурс с учетом случайной природы внешних воздействий на деталь, то решение уравнения (1.1) позволяет рассчитать вероятность безотказной работы детали в течение назначенного ресурса.

Процесс решения уравнения (1.1) принципиальных сложностей не имеет, если законы распределения случайных величин z , s , σ , n , L с точностью до параметров известны.

Из теории вероятности и математической статистики [1, 39, 42, 50, 67, 72, 73, 80, 118], на основе методов и алгоритмов которой решаются задачи теории надежности [5, 17, 20, 48, 51, 74, 98, 303, 337], следует, что исчерпывающей характеристикой закона распределения вероятности случайной величины является ее плотность. Знание плотности распределения вероятности позволяет решать все основные задачи статистического анализа, в том числе и уравнения (1.1). Поэтому задача восстановления плотности распределения вероятности z , s , σ , n , L на основе имеющихся выборок экспериментальных данных или данных, полученных в процессе компьютерного моделирования,

является задачей принципиальной, от ее корректного решения зависит достоверность результатов оценки прочностной надежности как деталей, так и машин в целом.

В процессе становления и развития теории надежности сложилась определенная практика решения задач на основе уравнения (1.1). Ее суть заключается в использовании при решении уравнения (1.1) предложенных и исследованных в теории вероятности и математической статистики различных законов распределения случайных величин. Так, например, при решении задач прочностной надежности для описания случайных величин наиболее часто применяются: нормальный закон распределения, равномерное распределение, гамма-распределение, экспоненциальное распределение, распределение Вейбулла, распределение Рэлея, логарифмически нормальное распределение, распределение наибольших и наименьших значений [14, 48, 62, 215, 227, 231, 232, 233, 243, 244, 249, 252, 262, 263, 273, 276, 338]. Если случайные величины z , s , σ , n , L подчиняются перечисленным законам распределения, то результат решения уравнения (1.1) описывается конечными аналитическими выражениями. При отсутствии вычислительной техники описанный подход, по-существу, был единственно возможным, его реализация основана на использовании заранее рассчитанных статистических характеристик случайных величин (приведенных в справочных таблицах), распределенных по принятым законам [48, 106, 229, 256].

Проанализируем, кратко, допущения, на основе которых строится решение задачи (1.1). Изначально предполагается, что закон распределения случайных величин z , s , σ , n , L описывается аналитически и его параметры известны. Однако уже на этапе принятия того или иного закона распределения случайной величины имеет место проблема, часто не имеющая корректного решения. Выборки случайных величин s , σ , n , L обычно насчитывают лишь несколько десятков, реже сотен значений, поскольку определяются объемом испытаний конкретных деталей машин, являющихся весьма длительными и трудоемкими. Для одной и той же выборки с помощью критериев согласия

[39, 72, 73] можно принять ряд законов распределения, отличающихся «весом» «хвостов» распределения, которые принципиально влияют на конечный результат решения уравнения (1.1). Более того, при идентификации законов распределения с помощью критериев согласия, традиционно используемых в теории вероятности и математической статистике (Колмогорова-Смирнова, критерия хи-квадрат, омега-квадрат и других), устанавливается, с какой вероятностью отклонение эмпирического распределения от предполагаемого объясняется случайным разбросом и с какой вероятностью предположение может быть отвергнуто. Обоснование же критической величины рассчитываемой вероятности, отклонение от которой может привести к появлению ошибки 2-го рода (принятый закон распределения случайной величины не соответствует фактическому закону ее распределения), не является предметом исследований в теории вероятности и математической статистики, поскольку определяется материальными затратами и потерями, являющимися следствием не прогнозируемого отказа изделия в эксплуатации.

В ряде научных публикаций, посвященных статистической обработке данных различных экспериментальных исследований [48, 79, 107, 130, 131], отмечается, что реальные законы распределения случайных величин s , σ , как и распределения внешних силовых и температурных факторов воздействия на детали машин и оборудование, отличаются большим разнообразием, их функции плотности распределения унимодальными часто не являются и поэтому традиционно используемыми в расчетной практике, рассмотренными в теории вероятности, законами не описываются. Так, например [67, 108], при нормировании точности размеров в технологии машиностроения используются три закона распределения: равномерный, треугольный и нормальный. В то же время обработка нескольких десятков тысяч экспериментальных данных измерений показала [108], что лишь в 20% случаев эти законы могут быть приняты, а в остальных случаях законы распределения подобрать из известных не удалось. Подобные результаты получены при описании случайных внешних силовых и температурных факторов, действующих на трубо-

провода в процессе их эксплуатации [63, 66, 130, 214], при нормировании точности колес передач Новикова [107], спироидных передач [183], описания данных усталостных испытаний [81, 130].

Другим допущением, принимаемым при решении уравнения (1.1) в большинстве известных методик, является описание действующих напряжений с помощью нормального закона, параметры которого определяются через средние значения величин из прочностного расчета и коэффициент вариации. Подавляющее большинство моделей, используемых в методиках прочностного расчета, содержат не только элементарные математические операции, но и различные функции. В этом случае, даже если внешняя нагрузка распределена по нормальному закону, корректно отнести результирующую функцию распределения напряжений к тому или иному известному в теории математической статистики семейству распределения не представляется возможным [130, 131, 195]. Ситуация еще более усложняется для деталей сложной пространственной геометрической формы, для которых аналитические зависимости по расчету возникающих при эксплуатации напряжений либо весьма приближенные, либо отсутствуют вообще.

В теории вероятности наряду с подходом, в рамках которого при решении задач оперируют широким рядом параметрических семейств (параметрическая статистика [1, 39, 42, 48, 67, 73, 98, 103, 118, 119]), начиная со второй половины XX века развивается математический аппарат непараметрической статистики [2, 25, 38, 108, 109, 130, 131, 174, 187, 191, 239, 302], первоначально основанный на использовании коэффициентов ранговой корреляции [118, 191]. Методы непараметрической статистики изначально предполагают, что вид распределения случайной величины либо неизвестен, либо может быть определен лишь приближенно [2, 25, 108, 109, 291]. Поскольку оценка прочностной надежности деталей потенциально опасных объектов требует значительного повышения достоверности результатов расчетов [63, 188, 189, 195], учета в методиках реальных законов распределения случайных величин, в настоящей работе поставлены задачи разработки методоло-

гии расчета прочностной надежности деталей машин, зубчатых колес и передач, а также корпусных деталей на основе математических методов теории непараметрической статистики, алгоритмов компьютерного моделирования и конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния деталей.

1.2. Проблемы статистической обработки результатов усталостных испытаний

В середине XIX века стало понятным, что традиционно используемые для оценки прочности деталей механические свойства их материала, определяемые в результате разрушения образцов на разрывной машине, такие как, предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности, относительное удлинение, не позволяют гарантировать работоспособность деталей в условиях циклического воздействия внешних нагрузок и оценивать их долговечность в этих условиях эксплуатации. Впервые систематическое изучение поведения металла цепей, используемых для закрепления донных мин, материала осей колесных пар, при циклически изменяющихся нагрузках, в течение 1860 – 1870 гг. выполнил баварский инженер A.Z.Wöhler (А.Велер). Графическую интерпретацию экспериментальных данных, опубликованных Велером в табличной форме, в виде зависимости между амплитудами напряжения цикла σ_a и числом циклов нагружения до разрушения N , предложил L.Z.Spangenberg. Тем не менее, в мировой научно-технической литературе отмеченная зависимость носит название кривой Велера (кривой усталости) [14, 48, 51, 54, 58, 63, 69, 106, 119, 198, 304] и, как правило, представляется в системе координат $\log N - \sigma_a$, в которой связь случайной величины $\log N$ с детерминированным значением σ_a описывается на основе линейной регрессионной модели.

Целью испытаний образцов на долговечность является не только установление корреляционной зависимости числа циклов до разрушения образ-

цов при вариации амплитуды напряжений, но и определение предела выносливости, - наибольшей амплитуды напряжений, изменяющегося около среднего значения, которое образец выдерживает «бесконечно долго», не разрушаясь и не подвергаясь недопустимой деформации [79]. В настоящее время термин «бесконечно долго» заменен на базовое число циклов (N_0), значение которого для конкретных деталей и узлов машин определяет область, в которой долговечность можно считать бесконечно большой.

Для аналитического описания кривой Велера для сталей наибольшее распространение получила степенная зависимость [48, 54, 106, 119]:

$$N = c \cdot \sigma_a^{-m}, \quad (1.2)$$

где c и m - параметры, определяемые на основе статистической обработки результатов усталостных испытаний.

В настоящее время в практике расчета на долговечность подавляющего большинства деталей зависимость (1.2) используется в форме [51, 52, 119, 179, 182]:

$$N = N_0 \cdot (\sigma_R / \sigma_a)^m, \quad (1.3)$$

где m - показатель степени, характеризующий угол наклона кривой усталости в системе координат $\log N - \log \sigma_a$; σ_R - предел выносливости при коэффициенте асимметрии R ; N_0 - базовое число циклов, соответствующее нижней точке перегиба кривой усталости. В результате логарифмирования зависимость (1.3) преобразуется к виду:

$$y = a \cdot x + b, \quad (1.4)$$

который позволяет определять значения коэффициентов a и b на основе совокупности экспериментальных данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$, где n - число образцов подвергнутых циклическому деформированию до разрушения, с помощью методов линейного регрессионного анализа [69, 119, 182].

Методологической основой регрессионного анализа является определение наличия между случайными величинами x и y связи и ее описание в рамках принятой, в данном случае линейной, математической модели. Здесь

используется в качестве функции плотности распределения случайных величин закон Гаусса (нормальное распределение) [39, 119], поэтому линия регрессии (кривая усталости) соответствует 50% доверительной вероятности. Широкое распространение при обработке экспериментальных данных линейного регрессионного анализа связано с тем, что определения параметров модели (1.4) сводится к системе линейных уравнений, решение которой никаких сложностей не вызывает. В то же время, если связь x и y описывается нелинейной функцией, то система уравнений для определения параметров модели становится трансцендентной [87, 125, 127, 264], ее решение в аналитическом виде получено быть не может. Именно такая ситуация возникает, когда по результатам усталостных испытаний устанавливается связь непосредственно между σ_a и N на основе полуэмпирических моделей кривой усталости [125, 127, 134].

Подчеркнем еще одно обстоятельство, имеющее важнейшее значение именно при обработке результатов циклического деформирования образцов до поломки. Конечной целью описание данных эксперимента является определение кривой усталости. Эта кривая позволяет как на этапе проектирования деталей, так и в процессе их эксплуатации при известной амплитуде напряжения прогнозировать число циклов до разрушения детали. Однако, если линия регрессии (кривая усталости) соответствует 50% вероятности разрушения, то прогноз числа циклов деформирования на ее основе становится бессмысленным. Именно по этой причине для кривой усталости принципиальное значение имеет не ее регрессионная модель, а левые границы доверительных интервалов, например, соответствующие вероятности разрушения образцов 0,5.....5%, расчет точек которых предполагает, что закон распределения случайных величин с точностью до параметров известен.

Преобразование степенной зависимости (1.2) в линейную (1.4) осуществляется путем логарифмирования выражения (1.2). В этом случае оценки на основе экспериментальных данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$ параметров линейной модели (1.4) по отношению к параметрам исходной модели (1.2) смещаются.

Другими словами, линия регрессии (1.4), соответствующая 50% доверительной вероятности, перенесенная в плоскость параметров $\sigma_a - N$, - исходных значений экспериментальных данных, уже линией регрессии с 50% вероятностью разрушения образцов не является. Естественно, и границы доверительных интервалов, рассчитанные для линии регрессии в плоскости параметров $\log N - \log \sigma_a$ или $\log N - \sigma_a$, в плоскости параметров $\sigma_a - N$ таковыми не будут. То есть преобразование исходной зависимости (1.2) к удобному в плане статистической обработки экспериментальных данных приводит к систематической ошибке в определении параметров непосредственно регрессионной зависимости.

Еще более сложной является задача оценки систематической ошибки для границ доверительных интервалов линии регрессии. Для ее решения необходимо не только определить линию регрессии в плоскости параметров $\sigma_a - N$, но и иметь законы распределения случайной величины N при фиксированных в процессе эксперимента величинах σ_a . Отметим, что, несмотря на серию научно-исследовательских работ [79], целью которых было с помощью обширного числа экспериментальных данных усталостных испытаний стальных образцов прийти к функции распределения их долговечности при постоянной амплитуде напряжения, наиболее пригодной с позиций не математика-статистика, а инженера, универсальную функцию распределения до сих пор найти не удалось [79]. Данное обстоятельство определяется сложностью реальных законов распределения (часто не унимодальных) долговечности образцов, ограниченностью объемов выборок из-за высокой трудоемкости и длительности усталостных испытаний, необходимых для принятия с требуемой вероятностью по критериям согласия того или иного закона из набора описанных в теории вероятности и математической статистики законов распределения случайных величин. Тот факт, что до настоящей работы исследования по оценке величин систематических ошибок, возникающих в результате определения кривых Велера на основании линейных регрессионных моделей, в технической литературе отсутствуют, является следствием огра-

ниченных возможностей описания фактических законов распределения случайных величин на основе предложенных и исследованных законов в рамках теории параметрической статистики [39, 42, 48, 67, 118].

В работах [2, 185] описан оригинальный математический аппарат, позволяющий по опытным данным восстанавливать неизвестную функцию плотности случайной величины, независимо от сложности закона ее распределения. Впоследствии этот математический аппарат сформировался в виде теории непараметрической статистики [2, 73, 108, 109, 174], которая является одним из пяти приоритетных направлений развития методов прикладного статистического анализа [73]. Методы и алгоритмы, разрабатываемые в рамках теории непараметрической статистики, могут быть реализованы только с применением компьютерной техники. В этой связи эти методы в практике обработки экспериментальных данных начали применяться только в конце прошлого века, когда возможности компьютеров, как по быстродействию, так и по объему оперативной памяти стали достаточными для реализации разработанных в рамках теории непараметрической статистики численных процедур. В настоящее время математический аппарат непараметрической статистики применяется для решения различных задач в криптографии, медицине, макроэкономике, распознавания целей, а также задач оценки надежности систем трубопроводного транспорта и деталей машин [13, 44, 130, 131, 134, 145, 146, 148, 149, 151, 155, 169, 172, 173, 195, 313, 316, 317, 323, 324]. Методы непараметрической статистики применять целесообразно, в первую очередь, для тех задач, для которых ошибка либо не допустима, либо цена ошибки по результатам последствий является чрезвычайно высокой.

Возвратимся к задаче описания кривой усталости с помощью зависимости (1.3). Данное выражение содержит два параметра: σ_r и N_0 , являющихся величинами случайными, с неизвестными законами распределения. Эти параметры, с одной стороны, отражают физические процессы накопления усталостных повреждений при циклическом деформировании изделий, а с другой имеют важное прикладное значение, поскольку используются в качестве

основных параметров в методиках расчета долговечности деталей. В технической литературе посвященной обработке данных усталостных испытаний вопрос определения σ_R является дискуссионным [102, 119, 198]. Так, например, в работе [119, стр. 236] отмечается: «...точного решения задачи, связанной с определением объема образцов при косвенных испытаниях, к которым относятся испытания на усталость с целью построения кривой усталости и оценки предела выносливости с заданной точностью, не существует».

Изложенное выше свидетельствует, что обработка данных усталостных испытаний образцов с использованием моделей, разработанных в рамках линейного регрессионного анализа, не учитывающего физические процессы накопления повреждений в образцах при их циклическом деформировании, не позволяет формализовать процедуры определения важнейших для оценки долговечности образцов (деталей) на основе кривой Велера ее параметров, - базового числа циклов и предела выносливости. Кроме этого, вследствие отсутствия описания законов распределения числа циклов до поломки образцов, остается открытым и вопрос прогнозирования числа циклов деформирования образцов (деталей) с заданной вероятностью неразрушения.

На основе проведенного анализа (более подробно он представлен в работе [134]) выделим следующие проблемы статистической обработки данных усталостных испытаний образцов, являющихся следствием ограниченных возможностей линейного регрессионного анализа.

1. В случае, когда логнормальный закон распределения числа циклов деформирования образцов до разрушения при фиксированных уровнях напряжений с заданной величиной доверительной вероятности (уровнем значимости) по критериям согласия принят быть не может, результаты статистической обработки данных усталостных испытаний образцов на основе методов и алгоритмов линейного регрессионного анализа корректными не являются.
2. Использование для описания кривой Велера линейных регрессионных моделей, не отражающих физические процессы накопления усталостных повреждений при циклическом деформировании образцов, не позволяет фор-

мализовать процедуру расчета на основе экспериментальных данных предела выносливости и определить закон его распределения.

3. Числа циклов деформирования, рассчитанные по линейной регрессионной зависимости (кривая усталости в полулогарифмической системе координат при 50% вероятности неразрушения), в результате смещения оценок модели вследствие логарифмирования, этой вероятности неразрушения (50%) не соответствуют. Возникающие при этом систематические ошибки прогнозирования числа циклов, как в сторону увеличения долговечности, так и в сторону ее уменьшения, могут достигать десятков процентов, и в рамках классических методов статистической обработки экспериментальных данных оценены быть не могут.

4. Нижние границы доверительных интервалов кривой усталости, установленные по результатам ее описания в полулогарифмической системе координат с использованием линейной модели, принципиально отличаются от аналогичных границ, определенных с учетом фактических законов распределения числа циклов до разрушения образцов. Расхождение в прогнозирование долговечности по числу циклов нагружения [134] может достигать 100% и более, что с позиции практического использования результатов статистической обработки данных усталостных испытаний неприемлемо.

Основываясь на представленном в настоящем подразделе материале, определим следующие три направления развития методов обработки результатов, полученных в ходе усталостных испытаний образцов:

- совершенствование полуэмпирических моделей кривой усталости с целью учета процессов накопления повреждений в образцах при их циклическом деформировании;
- разработка методов и алгоритмов расчета нижних границ доверительных интервалов кривой усталости, учитывающих фактические законы распределения числа циклов нагружения образцов до поломки;
- разработка методик расчета напряжений, эквивалентных по повреждающему воздействию.

Основой для решения задач первого направления является кинетическая теория механической усталости, представленная в работах [84, 86, 87, 88, 89]. Для решения задач второго направления, в настоящей работе использован математический аппарат, алгоритмы и программные продукты, отраженные в работах [130, 134, 145, 153, 170]. Решение задач третьего направления базируется на материале, изложенном в статье [141].

1.3. Анализ методов экспериментального исследования распределения напряжений на поверхности циклически деформируемых деталей

Каков бы не был достигнутый уровень расчетных методов определения нагруженности и деформативности деталей, их долговечности, прочностной надежности, критерием достоверности получаемых расчетных оценок являются экспериментальные методы исследования деталей [19, 15, 53, 68, 91, 119, 182, 198, 199, 221]. При этом установить соответствие расчетных данных результатам натурных испытаний деталей на выносливость или усталостную прочность можно двумя способами. Первый заключается в проведении усталостных испытаний деталей в заданных условиях до отказа (разрушения, появления усталостных трещин, поломки). При соответствующем планировании этих испытаний получаемая информация является наиболее достоверной, в то же время вследствие их трудоемкости, продолжительности и высоких материальных затрат подобные эксперименты проводятся лишь в исключительных случаях, когда либо исследуется прочностная надежность весьма ответственных деталей, либо получить информацию о работоспособности деталей иным способом не представляется возможным. По второму способу оценки качества расчетов прочностной надежности до отказа в процессе испытаний детали не доводятся, а для определения их нагруженности и процессов накопления в материале деталей усталостных повреждений используется информация, получаемая средствами косвенного диагностирования – с помощью индикаторов усталости [19, 22, 24, 41, 77, 92, 180, 181, 199, 225, 287].

Данный способ является существенно менее затратным по сравнению с первым, в то же время для идентификации информации с индикаторов усталости с критериями работоспособности деталей здесь необходимо иметь соответствующие функциональные зависимости, связывающие результаты измерений реакции индикаторов усталости с данными разрушения деталей в заданных условиях эксплуатации.

Во втором способе можно использовать не только индикаторы усталости, реализующие интегральный способ измерения, но и электротензорезисторы, способ измерения которых относится к дифференциальному. Известны [8, 63, 197, 284] системы диагностирования долговечности работы конструкций на основе зафиксированной информации с тензодатчиков в течение определенного промежутка времени. Однако получить здесь достоверные прогнозные оценки ресурса крайне проблематично. Дело в том, что обработка результатов записи (случайный процесс) показаний электротензорезистора различными методами схематизации циклов (размахов, полуциклов, падающего дождя и других [48, 119]) дает принципиально различные функции плотности распределения оцениваемой случайной величины, - изменения электросопротивления (в пересчете –действующее напряжение). В этом случае для определения способа обработки, обеспечивающего достоверность получаемых прогнозных оценок ресурса, необходимо реализовать комплекс усталостных испытаний в соответствии с первым вышеописанным способом.

К настоящему времени разработка индикаторов усталости осуществлялась по двум направлениям [19, 125, 127]. В рамках первого направления созданы индикаторы, изменяющие свои физические параметры с ростом степени усталостного повреждения (датчики из графита с полифенилквиноксалиновой изоляцией, датчики усталостного повреждения, наклеиваемые хрупкие покрытия, датчики деформаций интегрального типа [77, 125, 127, 234, 247, 259, 281, 282, 283, 285]). По второму направлению разработаны индикаторы, накапливающие усталостные повреждения вместе с исследуемой деталью (индикаторы усталости Х.Б.Кордонского, индикаторы усталости Крайте-

са, информокомпозитные материалы [127]). Анализ достоинств и недостатков известных индикаторов усталости, выполненный в работе [127], свидетельствует, что среди них лишь для датчиков деформаций интегрального типа (ДДИТ) удалось на базе полуэмпирических моделей установить функциональные зависимости между зафиксированной реакцией ДДИТ и результатами усталостных испытаний образцов, обеспечивающие решение задач прогнозирования ресурса в различных условиях эксплуатации деталей, в том числе при изменении внешней нагрузки по случайному закону [30, 65, 125, 127].

Датчики деформаций интегрального типа требуемой конфигурации вырезаются из металлической фольги, в качестве материала которой используются металлы: медь, алюминий, никель, серебро, золото. Разработан ряд технологий получения фольги путем гальванического осаждения и последующей термомеханической обработки [116, 117, 120, 125]. В процессе циклического деформирования детали с наклеенным ДДИТ, на поверхности датчика возникают «темные пятна» (внешний эффект), одновременно структура гальванической фольги изменяется, в ней появляются упрочненные зерна (внутренний эффект), увеличивающиеся с ростом числа циклов нагружения. Момент появления первых «темных пятен» и первых зерен измененной структуры гальванической фольги, а также их плотность и размеры коррелируют с числом циклов и амплитудой циклических деформаций [57, 100, 125, 127, 144, 178, 186].

Экспериментальные исследования с помощью ДДИТ предусматривают процесс их тарирования (калибровки). В зависимости от способа регистрации реакции датчиков, применяемых образцов и условий их деформирования разработан ряд способов тарирования ДДИТ [44, 100, 125, 127, 178]: по первым «темным пятнам», по первым зернам измененной структуры, по изменению микротвердости, по относительной площади измененной структуры, по относительной площади «темных пятен», по изменению отраженного от поверхности датчика светового потока или инфракрасного потока.

Методики использования ДДИТ развивались в двух основных направлениях. Первое связано с решением задач оценки по показаниям датчиков характера распределения напряжений на поверхности деталей машин [18, 30, 57, 70, 100, 110, 125, 127, 144, 178, 186, 305, 306, 307, 308, 309]. В рамках второго направления разрабатываются методики оценки с помощью ДДИТ накопленных усталостных повреждений и прогнозирования остаточного ресурса деталей [30, 65, 94, 95, 125, 127].

Созданные методики оценки по информации с ДДИТ нагруженности и прогнозирования долговечности применялись при решении различных задач [30, 57, 65, 70, 94, 95, 100, 120, 125, 127, 144, 186]:

- определения оптимальной продольной (бочкообразной) модификации зубьев колес планетарной коробки трактора Т-330, обеспечивающей максимальное снижение концентрации напряжений по длине основания зубьев; результаты получены после 1 часа обкатки коробки передач под нагрузкой на стенде в ЧФ НАТИ;
- сопоставления работоспособности центральной шестерни серийной и опытной конструкций бортового редуктора тягача АО «Русич» после его пробега в 1200 км;
- оценки влияния погрешностей изготовления и монтажа на несущую способность передач с зацеплением Новикова ДЛЗ, осуществления индивидуальной аттестации редукторов по результатам их кратковременных обкаточных испытаний с ДДИТ (АО «Редуктор»);
- выявления мест вероятного разрушения рамы экспериментального автобуса АК КАВЗ после его пробега (в груженом состоянии) 270 км, в негруженом – 1000 км;
- прогнозирования мест и сроков разрушения боковых рам, подрессорных балок, корпусов автосцепок тележки полувагона в процессе их усталостных испытаний в условиях ПО «Уралвагонзавод» на пульсаторе и предсказания разрушения подрессорной балки в процессе ходовых испытаний вагона на опытном кольце;

- получения данных о величине амплитуд напряжений в исследуемых местах рамы спортивного автомобиля КАМАЗ-49250 при ее усталостных испытаниях путем циклического закручивания на стенде MTS 966.11 в условиях НТЦ АО КАМАЗ;
- оценке напряженно-деформированного состояния разгруженных полуосей спортивного автомобиля КАМАЗ после прохождения трассы Париж-Дакар; определения эквивалентного крутящего момента и эквивалентного числа циклов нагружения полуосей для трассы Париж-Дакар, восстановления нагруженности главных передач спортивных автомобилей КАМАЗ и оценки работоспособности исследуемых деталей на трассе Париж-Пекин;
- определения в процессе эксплуатации 19 мостовых кранов мест их металлоконструкций с наибольшей интенсивностью накопления усталостных повреждений и оценки остаточного ресурса работы металлоконструкций кранов, имеющих длительный (свыше 30 лет) период эксплуатации (Фирма Техцентр, г.Курган).

По мере использования разработанных методик оценки с помощью ДДИТ нагруженности и долговечности деталей, металлоконструкций машин и оборудования выявились проблемные вопросы, препятствующие более широкому применению датчиков в практике экспериментальных исследований. При количественной оценке реакции датчиков велика роль субъективного фактора, что требует разработки специальных методов и алгоритмов обработки получаемой с датчиков информации. Среди различных неподвижных соединений деталей машин наибольшее распространение имеют сварные соединения. Вследствие существенно различных свойств основного материала, материала сварного шва, изменения свойств материала в зонах термического влияния и на границе сплавления [184] значительно усложняют диагностику нагруженности сварных соединений. Для решения этой задачи с помощью ДДИТ необходимо для них построить калибровочную зависимость. Однако традиционная форма сварных образцов позволяет в процессе тарирования

ДДИТ получить лишь одну экспериментальную точку, что значительно повышает трудоемкость тарировочных испытаний и обеспечение достаточной их метрологической точности.

До настоящего времени напряженно-деформированное состояние калибровочных образцов ввиду простой их геометрической формы оценивалось по формулам сопротивления материалов [100, 125, 127, 186]. В то же время распространение методик применения датчиков для восстановления нагруженности контакта в зубчатых передачах, определения характера распределения деформаций в вершине усталостных трещин и для решения ряда других задач требует более точного расчета напряженно-деформированного состояния изделий и образцов в месте закрепления датчиков, что вызывает необходимость привлечения современных численных методов конечно-элементного анализа.

В результате развития оригинальных средств экспериментального исследования, - ДДИТ, разработаны датчики деформаций с переменной чувствительностью (ДДПЧ) [115]. Наибольшая эффективность применения ДДПЧ может быть получена при решении задач технического мониторинга накопленных усталостных повреждений и прогнозирования остаточного ресурса оборудования в реальных условиях эксплуатации. Методики использования здесь ДДПЧ целесообразно строить с учетом фактических законов нагружения оборудования, восстановленных с помощью аппарата непараметрической статистики, что отражено в поставленных во введении к работе задачах исследования.

1.4. Выводы по Главе 1

1. Критический анализ используемых в настоящее время методик определения прочностной надежности деталей машин показал, что условность результатов расчета, обусловленная принятием нормального распределения для действующих и допускаемых напряжений, до сих пор не оценена, вследствие

чего расчетная вероятность безотказной работы деталей с данными экспериментальных испытаний во многих случаях не согласуется. Обосновано, что совершенствование методов расчета прочностной надежности зубчатых передач, валов, подшипников качения, корпусных деталей возможно на основе математических методов теории непараметрической статистики, алгоритмов компьютерного моделирования и конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния деталей.

2. Вскрыты являющиеся следствием ограниченных возможностей линейного регрессионного анализа проблемы традиционной статистической обработки данных усталостных испытаний образцов, необходимые для построения кривой усталости, определения границ ее доверительных интервалов и закона распределения предела выносливости. Определены на основе кинетической теории механической усталости и методов непараметрической статистики направления развития методов обработки результатов, полученных в ходе испытаний образцов на долговечность.

3. Показана эффективность использования ДДИТ при экспериментальных исследованиях в процессе циклического деформирования деталей распределения напряжений на их поверхностях и определения долговечности деталей. В результате критического анализа опыта применения датчиков выявлены проблемы их калибровки и количественной обработки регистрируемой с помощью ДДИТ информации, определены направления совершенствования датчиков для решения задач технического мониторинга накопленных усталостных повреждений и прогнозирования остаточного ресурса оборудования в реальных условиях эксплуатации.

ГЛАВА 2. РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

Одной из основной задач при оценке работоспособности и надежности деталей и узлов машин является расчет напряженно-деформированного состояния исследуемого узла. Для деталей общемашиностроительного назначения, функционирующих в стандартных условиях эксплуатации, к настоящему времени разработаны соответствующие методики и рекомендации к расчетам на прочность, жесткость и другие критерии работоспособности. В то же время, развитие науки и техники приводит к созданию новых образцов деталей, имеющих более сложную геометрическую форму, характеризующихся многоконтактным взаимодействием с соседними деталями, а также работающих в нестандартных условиях эксплуатации. Более того, возрастающие требования к машинам и оборудованию по нагрузочной способности заставляют проектировщиков создавать новые модели оборудования, испытывающие не только силовую нагрузку, но и температурное деформирование, вызывающее в ряде случаев пластические деформации металла.

Существующие в рамках известной теории сопротивления материалов зависимости не позволяют ни оценить напряженно-деформированное состояние детали сложной геометрической формы, ни учесть взаимовлияние контактирующих между собой деталей и вычислить действующие контактные напряжения, ни смоделировать упруго-пластическое или температурное деформирование конструкции. Очевидно, что выполнить оптимизацию геометрической формы детали с целью снижения локальной концентрации напряжений и создания равнопрочной конструкции, аналитическими методами не представляется возможным.

В то же время, разработанные к настоящему времени численные методы анализа свободны от всех вышеперечисленных ограничений и позволяют моделировать практически любые варианты нагружения конструкций практически неограниченной сложности, описывая исследуемый материал вы-

бранной диаграммой деформирования [201, 211, 325, 326]. Однако на практике применение компьютерного моделирования требует от исследователя весьма обширных знаний в области конечно-элементного анализа, а также серьезных навыков в работе с выбранным им программным обеспечением. В противном случае полученные в ходе моделирования результаты будут неадекватными рассматриваемой задаче и не могут применяться на практике.

Данная глава посвящена математическим и алгоритмическим основам численных методов анализа, а также методам моделирования нагружения различных узлов и оборудования с помощью наиболее мощного и распространенного конечно-элементного комплекса ANSYS с целью оценки напряженно-деформированного состояния конструкций.

2.1. Основные зависимости методов конечных и граничных элементов

Основная идея метода конечных элементов (МКЭ) состоит в том, что непрерывная физическая величина (температура, давление, перемещение, напряжение) аппроксимируется дискретной моделью, построенной на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей [104, 143]. Для построения конечно-элементной модели могут быть использованы линейные, квадратичные, кубические элементы. В качестве кусочно-непрерывной функции в элементе чаще всего применяется полином. Учитывая, что требующая определения физическая величина (в задачах теории упругости – перемещение) является векторной и имеет две составляющие, интерполяционный полином для элемента будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_{2i-1} \\ U_{2i} \\ U_{2j-1} \\ U_{2j} \\ U_{2k-1} \\ U_{2k} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

где N_i, N_j, N_k - функции формы для i -го, j -го, k -го узлов треугольника соответственно, определяемые через узловые координаты.

Основное уравнение МКЭ для теории упругости вытекает из теоремы о потенциальной энергии: "Из всех перемещений, удовлетворяющих граничным условиям, экстремальное значение потенциальной энергии сообщают те перемещения, которые удовлетворяют уравнениям равновесия" [104]. Записывая выражение для полной потенциальной энергии системы в дискретном виде, дифференцируя его и приравнивая к нулю с целью отыскания экстремума потенциальной энергии, определяют основное уравнение МКЭ в виде следующей системы линейных уравнений:

$$[K]\{U\} = \{F\}, \quad (2.2)$$

где $[K]$ - матрица жесткости системы, получаемая суммированием матриц жесткости отдельных элементов, $\{F\}$ - вектор нагрузки системы, $\{U\}$ - вектор неизвестных перемещений.

С целью экономии оперативной памяти компьютера матрица жесткости хранится в модифицированном виде, так как является диагональной, симметричной и, при правильной разбивке области на конечные элементы, все ненулевые члены сконцентрированы вблизи главной диагонали матрицы. После учета граничных условий (заделки детали и внешней нагрузки) система уравнений (2.2) решается модифицированным методом Гаусса.

Установленные после решения системы (2.2) перемещения в узлах модели используются для расчета деформаций

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \quad (2.3)$$

и напряжений в элементах:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} - [D]\{\varepsilon_0\}. \quad (2.4)$$

Значения деформаций и напряжений в узлах могут быть получены несколькими способами, наиболее точным из которых является метод сопряженной аппроксимации [104]. Зная узловые значения физических величин, с помощью интерполяционных полиномов можно рассчитать их значения в

любой точке элемента, а также построить зоны равных значений любой составляющей тензора деформаций или напряжений.

По сравнению с МКЭ метод граничных элементов (МГЭ) имеет ряд преимуществ по скорости вычислений и объему памяти, требуемой для описания модели [3]. Это особенно важно при решении пространственных задач для тел сложной геометрической формы. Важным достоинством МГЭ является также и то, что усилия (p) и перемещения (u) задаются распределенными по поверхности элемента, вследствие чего p представляет собой, по существу, интенсивность усилия, т.е. напряжение.

В отличие от МКЭ, в расчетной модели которого используется элементарный закон Гука, в основу МГЭ положено решение Кельвина о перемещениях и усилиях от действия сосредоточенной силы. Следствием отмеченного является потенциально более высокая сходимость МГЭ по сравнению с МКЭ. Решения Кельвина имеют вид [23]:

$$u_{lk}^* = \frac{1}{16\pi G(1-\nu)r} \left[(3-4\nu)\delta + \frac{dr}{dx_l} \cdot \frac{dr}{dx_k} \right] \quad (2.5)$$

$$p_{lk}^* = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\frac{dr}{dn} \left((1-2\nu)\delta_{lk} + 3 \frac{dr}{dx_l} \cdot \frac{dr}{dx_k} \right) - (1-2\nu) \left(\frac{dr}{dx_l} n_k - \frac{dr}{dx_k} n_l \right) \right], \quad (2.6)$$

где u_{lk}^* , p_{lk}^* - перемещение и усилие в k -том направлении, обусловленные действием сосредоточенной силы в направлении l ; δ - символ Кронекера; n - нормаль к поверхности элемента; r - радиус-вектор рассматриваемой точки; G , ν - модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала.

Решение задачи МГЭ получается из теоремы взаимности Бетти [23]:

$$c_i u_i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} p^* u d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u^* p d\Gamma \quad (2.7)$$

где N - число элементов расчетной модели; Γ_j - поверхность j -го элемента; u , p - искомые перемещения и усилия; c_i - постоянная.

Значения искомых функций u и p в произвольной точке выражены через их значения в узлах элемента с помощью известных интерполирующих

функций, в результате исходное уравнение (2.7) преобразуется в матричное соотношение [23]:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\}. \quad (2.8)$$

По завершению операций численного интегрирования по поверхности граничных элементов система (2.8) разрешается относительно неизвестных перемещений или напряжений в узлах. Подробно особенности программной реализации МГЭ, а также примеры использования разработанного автором программного обеспечения рассмотрены в работах [143, 320].

Другим несомненным преимуществом МГЭ является возможность описания бесконечных и полубесконечных областей, что делает данный метод особенно популярным для задач строительной механики. Вместе с тем, в настоящее время вопросы численной реализации МГЭ в области контактных взаимодействий еще не достаточно разработаны [3].

Особенностью МГЭ является получение точного решения на границе области и приближенного – для внутренних областей. Но поскольку предлагаемые в данной работе методики основаны на привлечении экспериментальных данных, получаемых с поверхности детали, и к тому же опасные концентраторы напряжений располагаются, как правило, также на поверхности, данное обстоятельство не накладывает никаких ограничений на использование МГЭ для решаемого круга задач.

2.2. Программное и методическое обеспечение численных методов расчета НДС деталей

Обобщая изложенный в предыдущем подразделе материал, заметим, что, несмотря на одинаково хорошую применимость как МКЭ, так и МГЭ для решения задач оценки напряженно-деформированного состояния деталей и узлов машин, сложности программной реализации метода граничных элементов сдерживают его широкое применение в практике инженерных исследований. Существующие промышленные пакеты являются довольно слож-

ными в изучении, поэтому исследователи останавливают свой выбор, как правило, на одном, наиболее мощном и универсальном пакете, который "покрыл" бы весь спектр решаемых задач, в том числе и совмещенные междисциплинарные задачи. Разрабатываемые многими авторами программы, к сожалению, не обладают такой универсальностью и мощными решателями, поскольку создаются чаще всего небольшим коллективом программистов и направлены на решение довольно узкого круга задач.

Несмотря на имеющиеся авторские программные разработки [150, 320] и их хорошую применимость для оценки напряженно-деформированного состояния различных деталей машин общемашиностроительного применения, данные программы не включают средства трехмерного моделирования сложных (например, корпусных) деталей, а также средства моделирования контактных взаимодействий.

На основе проведенного анализа возможностей и ограничений существующих промышленных пакетов компьютерного анализа конструкций, таких как ProMechanics, NASTRAN, ABAQUS, ANSYS, COSMOS автором сделан выбор в пользу широко применяющегося в расчетной практике конечно-элементного пакета ANSYS [196].

Широкие возможности ANSYS создают определенные сложности для его изучения и корректного применения для анализа конструкций. Исследователю необходимо обосновать свой выбор как типа элемента (одного из более двухсот), так и расчетной схемы, адекватной реальной физической задаче. Возникает противоречие: наложение дополнительных граничных условий, с одной стороны, уменьшает время решения задачи и улучшает сходимость результата, с другой стороны – необоснованные граничные условия могут привести к аномальным результатам решения.

С целью получения адекватной расчетной схемы автором предложен алгоритм конечно-элементного анализа деталей и узлов, включающий как оценку качества сетки для получения высокой точности расчетов, так и верификацию расчетной схемы. Схематично данный алгоритм представлен на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1. Алгоритм разработки адекватной расчетной схемы для оценки НДС конструкции

Алгоритм включает 3 стадии.

На первой стадии разрабатывается предварительный вариант расчетной схемы в соответствии с моделируемым вариантом нагружения исследуемой конструкции. К настоящему времени автором подготовлен и верифицирован целый ряд расчетных схем для оценки НДС деталей и узлов как машиностроительного, так и нефтегазового оборудования: это расчеты подшипников в нестандартных условиях нагружения [16], анализ прочности и герметичности различных типов запорной арматуры [159, 162, 165, 166, 167, 315], расчет напряженного состояния арочных зубьев цилиндрических передач [160], оценка дополнительных нагрузок на крепи скважин [12, 327], расчет сборочной металлоконструкции балансира станка-качалки [163], моделирование

процесса герметизации пакером ствола нефтяной скважины [171], оптимизация геометрической формы механического компенсатора осевых колебаний [326], а также расчет параметров механики разрушения металлоконструкций с трещинами [142, 168, 314]. Некоторые из них будут рассмотрены в последующих подразделах с целью иллюстрации общего алгоритма.

Вторая стадия подразумевает оценку качества конечно-элементной сетки. Поскольку метод конечных элементов является численным, и реальная геометрия детали аппроксимируется полиномами, то точность полученного решения напрямую зависит от частоты сгущения узлов сетки. Более того, математически доказано, что МКЭ "подбирается" к решению снизу [201], то есть при недостаточно густой сетке узел может не попасть в область максимума неизвестной физической величины, тогда экстремальные значения окажутся заниженными. В то же время, именно максимальные значения напряжений, возникающих в областях концентрации напряжений, интересуют исследователя в первую очередь, и именно они ограничивают работоспособность и ресурс оборудования. Метод оценки качества сетки подробно описан в подразделе 2.3. В случае недостаточной точности производится разбиение модели на более мелкие элементы или осуществляется изменение топологии геометрии с целью перехода к упорядоченному разбиению, как описано в подразделе 2.5.

На третьей стадии необходимо осуществить верификацию полученных результатов. Она может быть получена двумя основными способами. Если существуют аналитические зависимости для какого-то варианта нагружения данной конструкции или для аналогичного варианта нагружения подобной конструкции, то необходимо смоделировать сначала тестовую задачу, а затем сравнить полученные аналитические и численные результаты. Данный вариант вполне применим к простым деталям, таким, как валы, прямозубые зубчатые колеса, трубы, подшипники, шпонки, и др., для расчета которых существуют аналитические зависимости. В случае хорошего согласования этих

расчетов делается вывод о возможности применения подобной расчетной схемы и для другого варианта нагружения конструкции.

Если же геометрия детали является довольно сложной, и аналитических зависимостей для ее расчета не существует, следует воспользоваться имеющимися экспериментальными данными [250, 275]. Это могут быть показания тензорезисторов в сопоставлении со значениями напряжений, рассчитанными МКЭ и усредненными по базе тензорезисторов [160]; данные с датчиков усталости, расшифрованные соответствующим образом [147, 260, 311, 312]; результаты ресурсных испытаний оборудования [161].

В случае, если выбранная расчетная схема оказывается неадекватной моделируемому физическому процессу, происходит возврат на первый этап алгоритма, вносятся изменения в расчетную схему, и алгоритм реализуется вновь.

2.3. Особенности расчета НДС деталей сложной геометрической формы (на примере оценки нагруженности и деформативности корпуса превентора)

Превенторы служат для обеспечения герметизации устья скважин при бурении и эксплуатации нефтяных и газовых скважин. Эксплуатация превенторов проходит в тяжелых условиях (высокое давление, перепады температур и т.д.) и напрямую связана с безопасностью, что определяет высокие требования к их качеству и надежности. С целью обеспечения безопасности корпусные детали превенторов проходят испытания на герметичность и прочность при двойном рабочем давлении [161, 344].

Данный подраздел содержит описание метода компьютерного моделирования гидравлических испытаний корпусных деталей на примере корпуса превентора ППГ-230х35, выпускаемого ЗАО «НПП «Сибтехноцентр», при его нагружении пробным давлением в 70МПа.

Задачу по моделированию процесса гидравлических испытаний корпуса (Рис.2.1, Методика А2) необходимо решать в двойной нелинейной поста-

новке: с учетом геометрических (контактные взаимодействия между корпусом превентора, крышками и испытательным стендом) и физических (нелинейный закон деформирования материала) нелинейностей. Результатом моделирования гидравлических испытаний является данные напряженно-деформированного состояния корпуса превентора для последующей оценки его надежности.

Расчетная схема, используемая для выполнения моделирования процесса гидравлических испытаний в программном комплексе ANSYS, представлена на рисунке 2.2. Конечно-элементные модели корпуса и испытательного стенда строятся на основе импортированных в программный комплекс ANSYS геометрических моделей, выполненных в CAD-системах, это позволяет значительно упростить процесс создания моделей. Поскольку геометрическая модель корпуса обладает сложной пространственной формой, является толстостенной и интерес представляет, в том числе, и распределение напряжений и деформаций по толщине стенок корпуса конечно-элементная модель строится с использованием трехмерного структурного элемента Solid92 [201].

Для моделирования контактных взаимодействий между крышками и корпусом, а также крышками и крепежом используются пары элементов Targe170 – Contal74, моделирующие деформируемо-деформируемый контакт с учетом трения [201, 274]. Для моделирования испытаний исследуемого корпуса было создано 7 групп контактных взаимодействий. Причем, для построения конечно-элементных моделей испытательного стенда и крепежных деталей была использована большая длина грани элемента, поскольку распределение напряжений в этих деталях не представляет непосредственного интереса, необходимо лишь оценить их влияние на жесткость корпуса превентора.

На рисунке 2.3 представлены конечно-элементные модели корпуса и испытательного стенда.

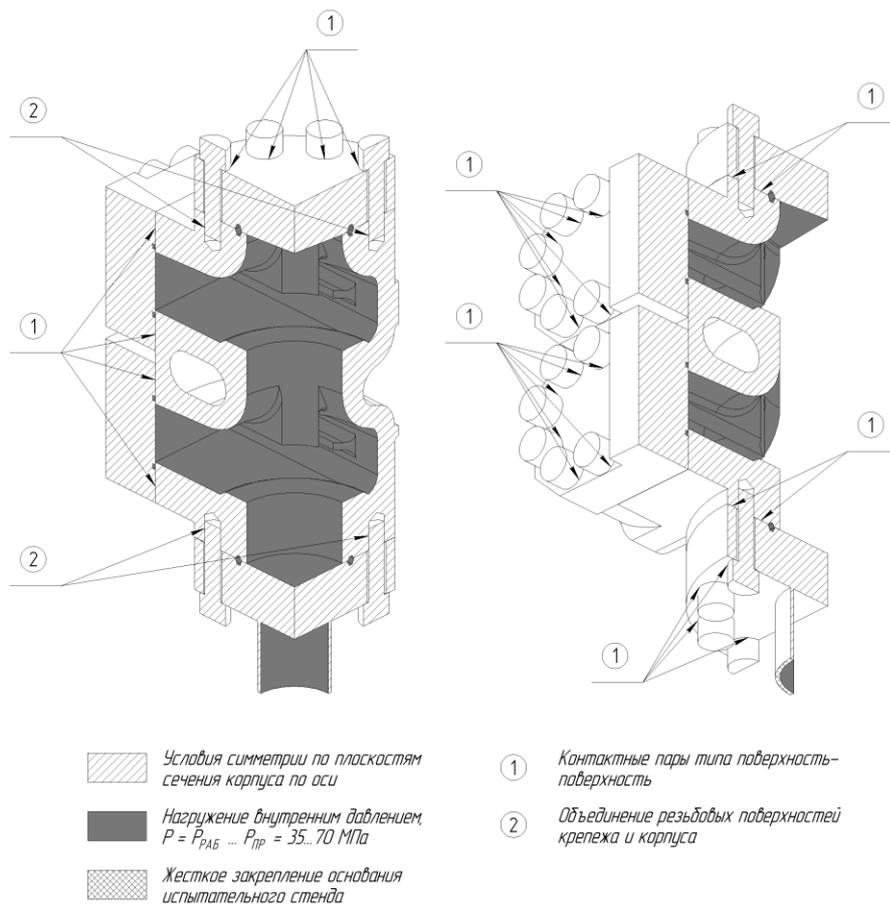


Рисунок 2.2. Расчетная схема моделирования процесса гидравлических испытаний

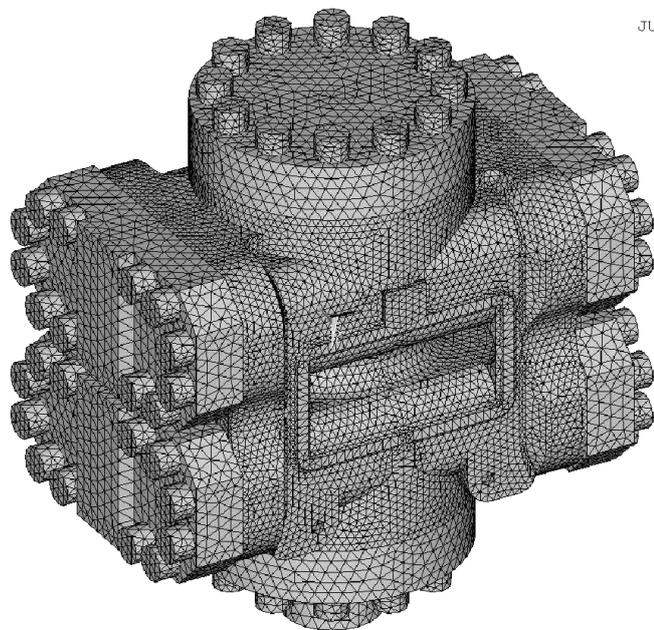


Рисунок 2.3. Конечно-элементные модели для моделирования процесса гидравлических испытаний с учетом условий симметрии

Поскольку пропорциональный закон деформирования для металлов характерен только до предела пропорциональности, а материал корпуса превентора при гидравлических испытаниях испытывает деформации, существенно его превышающие (материал подвергается пластическому деформированию), то необходимо описывать кривую деформирования материала, или описывать свойства материала в несколько упрощенном виде в соответствии с мультилинейным законом деформирования, аппроксимирующим реальную кривую деформирования металла при помощи сплайна [164].

Оценку качества построения конечно-элементной модели (Рис.2.1, Методика А10) целесообразно выполнять методом, изложенным в работах [75, 211, 327], где предложено использовать оценку полученных результатов по формулам:

$$\Delta_1 = \frac{ESOL - NSOL}{ESOL} \cdot 100\% , \quad (2.8)$$

$$\Delta_2 = \frac{SMXB - SMX}{SMXB} \cdot 100\% , \quad (2.9)$$

где $ESOL$ – результаты в центрах масс элементов; $NSOL$ – результаты, усредненными по узлам элементов; $SMXB$ – оценка вероятной верхней границы результатов.

Поскольку расчеты деталей, имеющих такую сложную геометрию как превентор, в двойной нелинейной постановке представляют собой сложный итерационный процесс поиска решения системы более миллиона дифференциальных уравнений [143], время вычислений в зависимости от мощности компьютера может варьироваться от суток до недели и более. Поэтому более рационально перед моделированием процесса гидравлических испытаний выполнить цикл расчетов по упрощенным расчетным схемам без использования геометрических и физических нелинейностей с целью выбора оптимальных параметров конечно-элементной модели. Результаты оценки качества построения конечно-элементной модели корпуса по формулам (2.8) и (2.9) для различных параметров построения модели сведены в таблице 2.1.

На основе анализа данных, представленных в таблице 2.1, были определены параметры конечно-элементных моделей корпуса превентора ППГ-230x35 и испытательного стенда, используемых для дальнейших расчетов. Однако проведенный анализ качества построения конечно-элементной модели не исключает необходимости оценивать полученные результаты для каждого из шагов нагружения как минимум по одному критерию Δ_1 (2.8), чтобы избежать ошибок, которые могут возникнуть из-за изменений в расчетной схеме.

Рассмотрим результаты моделирования процесса гидравлических испытаний корпуса превентора ППГ-230x35 с помощью двух шагов нагружения, соответствующих испытаниям корпуса рабочим и пробным давлениями.

Таблица 2.1 - Оценка качества построения конечно-элементной модели корпуса

ESIZE,мм		20		18		16		15		14	
Эл-тов Solid92		87682		123954		151419		178665		212554	
ESOL	Значение	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB
	SEQV, МПа	1005	1150	1018	1181	1101	1236	1018	1154	1039	1314
NSOL	Значение	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB	SMX	SMXB
	SEQV, МПа	864,5	999,9	875,8	997,1	879,8	1014	917,3	1033	919,1	1014
$\Delta_1, \%$		13,98		13,97		20,09		9,89		11,54	
$\Delta_2, \%$ для ESOL		12,61		13,80		10,92		11,79		20,93	
$\Delta_2, \%$ для NSOL		13,47		12,17		13,24		11,20		9,36	

На первом шаге нагружения моделировался случай испытания корпуса рабочим давлением 35 МПа. При выполнении оценки качества конечно-элементной модели по критерию Δ_1 применительно к данной модели (рисунок 2.3) и расчетной схеме (рисунок 2.2) получаем значение, равное:

$$\Delta_1 = \frac{ESOL - NSOL}{ESOL} \cdot 100\% = \frac{298,378 - 286,402}{298,378} \cdot 100\% = 4,01\% ,$$

что позволяет утверждать, что данная конечно-элементная модель может использоваться для выполнения расчетов по данной расчетной схеме.

На рисунке 2.4 показаны поля распределений эквивалентных напряжений по энергетической теории прочности (фон Мизеса) в исследуемой конструкции. Верхним пределом полей распределения является предел текучести стали 30ХМЛ $\sigma_{0,2} = 285$ МПа. Зоны локализации эквивалентных напряжений, превышающие указанные пределы полей распределения, отмечены белым цветом. Для наглядности отрисовка сетки конечных элементов погашена.

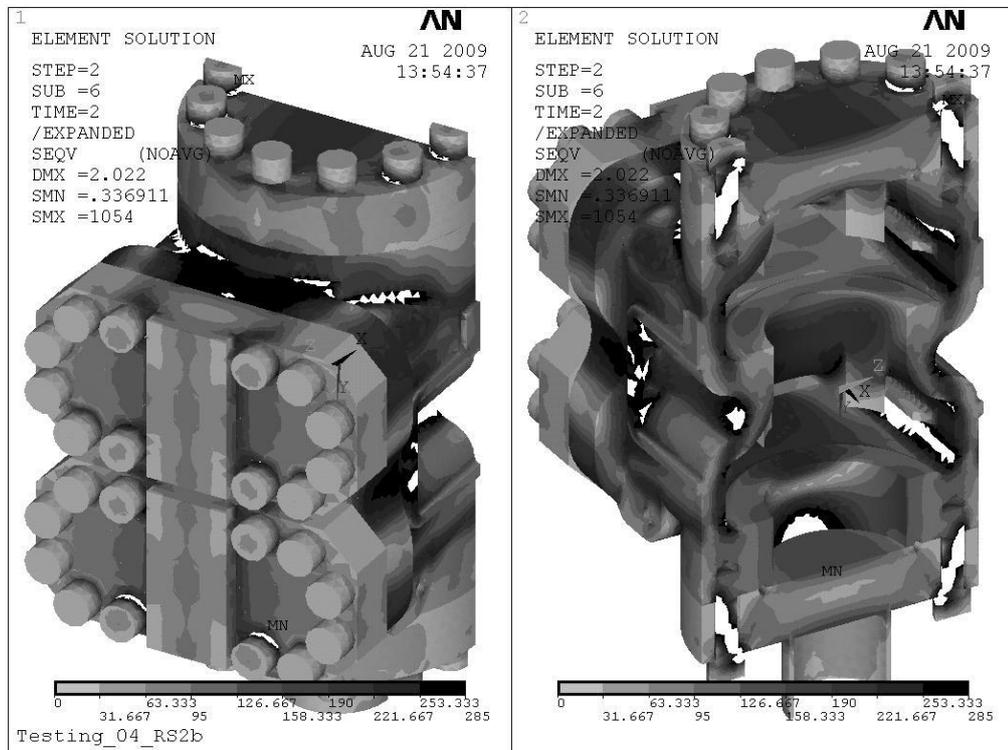


Рисунок 2.4. Поля распределения эквивалентных напряжений SEQV в моделях корпуса и приспособления испытательного до предела текучести

Локализация участков, где напряжения превышают предел текучести, на местах сопряжений различных типов поверхностей на внешней поверхности корпуса (рисунок 2.4) не представляет какого-либо существенного интереса, т.к. реальная модель корпуса проходит механическую обработку после отливки, и данной концентрации напряжений наблюдаться не будет. Однако локализация напряжений на внутренних радиусах сопряжений поверхностей говорит о недостаточном усилении этих участков, как это рекомендуется в [35] для давлений свыше 6,4 МПа.

На втором шаге нагружения рассматривался случай испытания корпуса пробным давлением 70 МПа. Выполненная оценка качества конечно-элементной модели по критерию Δ_1 для этого шага нагружения дает значение, равное

$$\Delta_1 = \frac{ESOL - NSOL}{ESOL} \cdot 100\% = \frac{529,987 - 525,622}{529,987} \cdot 100\% = 0,82\% ,$$

что позволяет утверждать, что данная конечно-элементная модель может использоваться для выполнения расчетов по данной расчетной схеме.

На рисунке 2.5 показаны поля распределений эквивалентных напряжений по энергетической теории прочности (фон Мизеса) в исследуемой конструкции. Зоны локализации эквивалентных напряжений, превышающие предел текучести стали 30ХМЛ $\sigma_{0,2} = 285$ МПа, отмечены белым цветом. Уровень максимальных напряжений в материале корпуса практически достигает предела прочности стали 30ХМЛ $\sigma_B = 530$ МПа. Поскольку компьютерное моделирование не позволяет учесть мелкие дефекты отливки, которые на практике являются дополнительными концентраторами напряжений, и в данном случае учитываются только коэффициентами запаса прочности, рассчитанный уровень напряжений является весьма высоким, а это позволяет утверждать о недостаточной надежности корпуса.

Поля распределения суммарных перемещений в корпусе, исключая испытательный стенд и крепежные детали (рисунок 2.6), изображены на модели с реальным масштабом деформаций, на которой сплошной тонкой линией

показан контур недеформированного корпуса. Максимальные перемещения составляют 34мм [325], что говорит также и о недостаточной жесткости и герметичности корпуса.

Предложенный метод компьютерного моделирования процесса гидравлических испытаний корпуса превентора в специализированном конечно-элементном программном комплексе ANSYS позволяет решить следующие задачи.

1. Выявить зоны корпуса, испытывающие пластические деформации, а также зоны, напряжения в которых превышают предел прочности материала с учетом коэффициента запаса прочности, поскольку разрушение материала в этих зонах будет неизбежным. Компьютерное моделирование позволяет установить максимальное давление, при котором корпус еще сохраняет работоспособность, а в случае недостаточной надежности корпуса для заданного давления провести его доработку для последующих испытаний.

2. Определить опасные места концентрации напряжений, выявить максимальные их значения, а также размер локализации. Эта информация является исходной для осуществления конструкторской оптимизации детали (возможно увеличить недостаточные радиусы сопряжений, добавить необходимые ребра жесткости и др.).

Выполненное компьютерное моделирование процесса гидравлических испытаний корпуса превентора ППГ-230х35 позволило установить его недостаточную прочностную надежность при нагружении пробным давлением 70 МПа, хотя при рабочем давлении 35 МПа корпус сохраняет работоспособность. Проведенные на испытательном стенде ЗАО «НПП «Сибтехноцентр» экспериментальные исследования (Рис.2.1, Методика А11) подтвердили полученные в ходе компьютерного моделирования результаты [164].

Основные этапы и рекомендации для выполнения компьютерного моделирования испытаний корпуса превентора, изложенные в данном подразделе, применимы для оценки надежности практически любых корпусных деталей и сборочных конструкций, работающих под давлением, в том числе,

испытывающих большие пластические деформации. Они могут быть также использованы при моделировании работы других моделей превенторов, а также запорной и фонтанной арматуры.

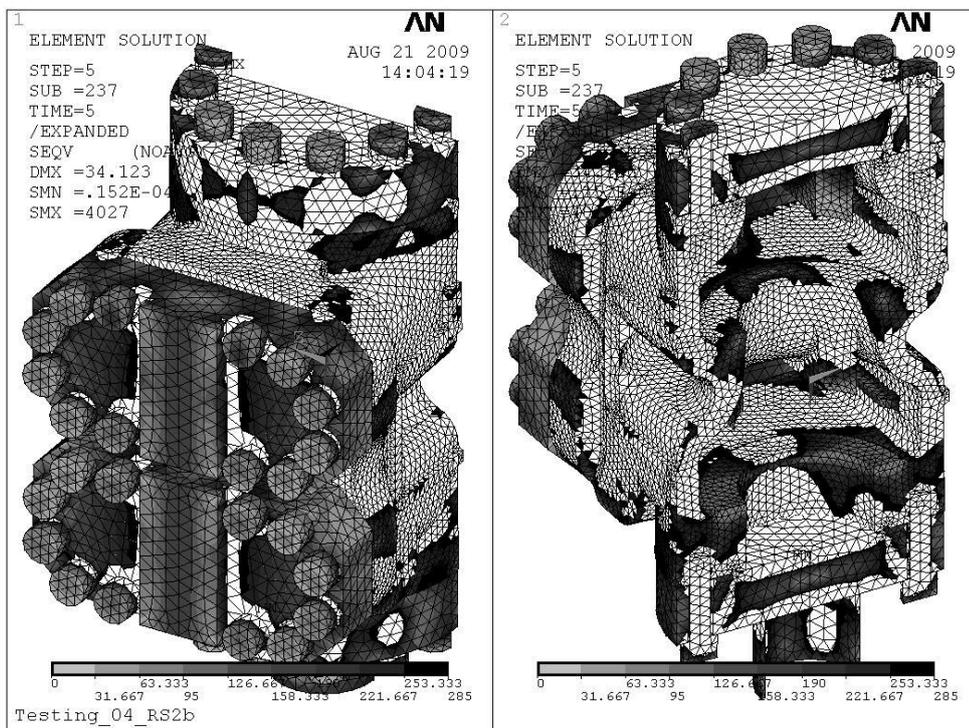


Рисунок 2.5. Поля распределения эквивалентных напряжений SEQV в моделях корпуса и приспособления испытательного до предела текучести

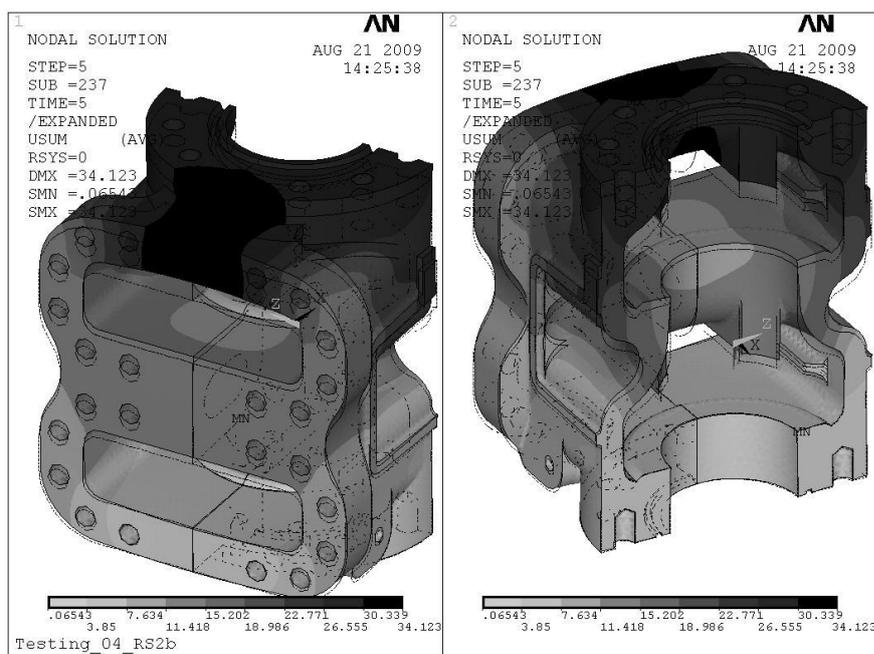


Рисунок 2.6 – Поля распределения суммарных перемещений USUM в корпусе

2.4. Определение нагруженности подшипников качения при нетрадиционной схеме их нагружения в составе привода импульсной передачи

В ряде конструкций изделий используются механизмы, в которых условия работы подшипников качения отличаются от традиционных, в частности, когда наружное кольцо подшипника не установлено в корпус, а катится по некоторой поверхности. К сожалению, в стандартных методиках расчета подшипников по статической грузоподъемности не приводятся зависимости для определения напряженно-деформированного состояния колец подшипника [9], поскольку аналитическое решение данной задачи в теории упругости отсутствует и может быть получено лишь численными методами [143].

Так, в процессе проектирования саморегулируемой механической импульсной бесступенчатой передачи нового типа для трансмиссии городского автобуса [175] необходимо было провести расчет и выбор подшипника, наружное кольцо которого катится по поверхности эксцентрика, воспринимая при этом достаточно большую радиальную нагрузку.

Поставленная задача по прочностной оценке предполагает совместный расчет контактных напряжений в местах контактов тел качения, а также деформаций колец подшипника под действием статической нагрузки, так как в данном случае частота вращения предполагается достаточно малой [16]. Причем, если исследуемый подшипник имеет сепаратор, то его тела качения будут расположены сравнительно далеко друг от друга, что неизбежно приведет к значительной деформации наружного кольца под воздействием радиальной нагрузки. Поэтому с целью получения полной картины работы такого подшипника необходимо рассмотреть два расчетных случая:

- а) когда вектор нагрузки проходит через центр шарика (ролика);
- б) когда вектор нагрузки направлен ровно посередине между двумя соседними шариками (роликами).

Метод компьютерного моделирования работы подшипника в нестандартных условиях эксплуатации (Рис.2.1, Методика А3) включает 5 этапов, а на рисунке 2.7 выделена вся необходимая последовательность блоков общего алгоритма, которые следует осуществить.



Рисунок 2.7. Алгоритм выбора адекватной расчетной схемы для анализа НДС подшипника качения

Этап 1. Ввиду относительной простоты геометрической формы деталей подшипников качения нет необходимости привлекать для построения геометрической модели пакеты трехмерного проектирования, как это было рекомендовано в подразделе 2.3. Геометрическую модель подшипника наиболее рационально построить средствами собственного препроцессора ANSYS. В качестве примера на рисунке 2.8 представлена геометрическая модель подшипника 306 для второго расчетного случая. В силу симметрии конструкции анализу может быть подвергнута лишь половина модели.

Этап 2. Твердотельная геометрическая модель подвергается дискретизации на конечные элементы типа SOLID95. Поскольку кольца подшипника генерируются непосредственно в препроцессоре ANSYS, это позволяет создать более предпочтительную с точки зрения аппроксимации регулярную (mapped) сетку конечных элементов (рисунок 2.9). В контактах шариков с

лунками необходимо сгенерировать контактные пары типа поверхность-поверхность (на поверхностях шариков создать элементы CONTA174, на поверхностях лунок - TARGE170) [274]. В месте контакта наружного кольца подшипника и эксцентрика также следует создать контактную пару.

Этап 3. На модель накладываются следующие граничные условия.

- На плоскостях разреза задаются условия симметрии.
- Нижняя поверхность эксцентрика, по которому катится подшипник, жестко закрепляется по всем степеням свободы.
- Поскольку сепаратор подшипника служит лишь для поддержания относительного расположения тел качения на беговых дорожках и не влияет на грузоподъемность подшипника, нет смысла моделировать его твердотельную модель. Имитация сепаратора осуществляется при помощи задания условий симметрии, наложенных на плоскости шариков, проходящие через центр и перпендикулярные направлению движения шарика по беговой дорожке (рисунок 2.8).
- По узлам, лежащим на внутренней поверхности внутреннего кольца подшипника необходимо произвести объединение степеней свободы по вертикальной оси [152]. Данное объединение позволяет смоделировать жесткое перемещение вала с посаженным на него подшипником с целью передачи нагрузки.

Этап 4. В соответствии с общими принципами решения нелинейных контактных задач нагружение модели проводится в 2 шага [143]. На первом шаге нагружения к узлу из объединенного множества узлов, лежащих на поверхности посадки подшипника на валу, прикладываются небольшие перемещения по оси OY, достаточные для сближения контактирующих поверхностей.

На втором шаге нагружения приложенные перемещения снимаются, и к этому же узлу прикладывается вертикальная сила, уменьшенная в два раза, поскольку анализу подвергается лишь половина модели.

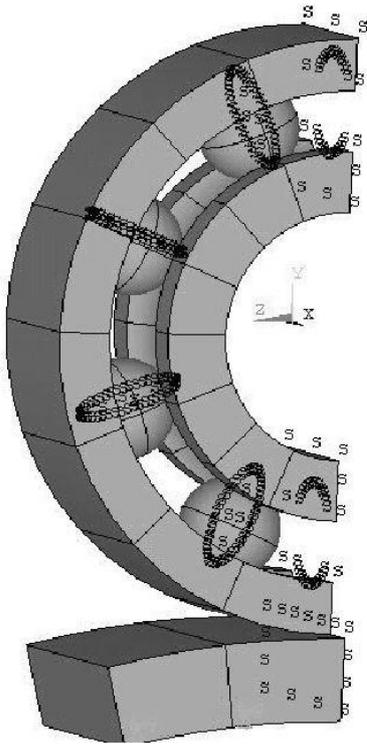


Рисунок 2.8. Геометрическая модель подшипника 306 с условиями симметрии, позволяющими имитировать сепаратор

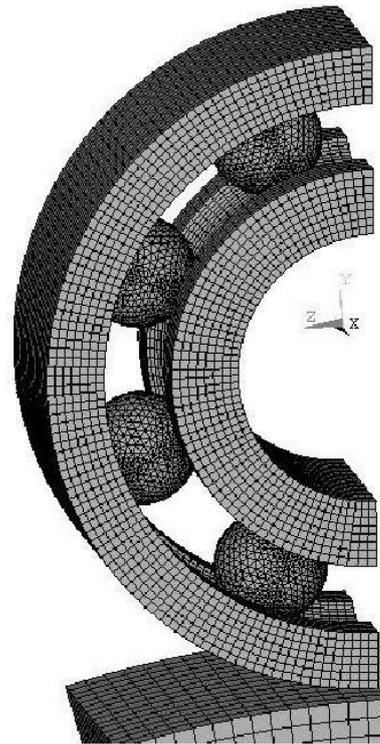


Рисунок 2.9. Конечно-элементная модель подшипника 306 для второго расчетного случая

Этап 5. После завершения итерационного процесса поиска решения нелинейной задачи выполняется анализ полученных результатов. Оценка качества сетки может быть выполнена с учетом рекомендаций (2.8) и (2.9).

В качестве первого примера реализации метода рассмотрим расчет стандартного шарикоподшипника 306, работающего без корпуса и воспринимающего радиальную нагрузку 20000Н.

В первом расчетном случае интерес представляет распределение нагрузки между шариками и контактных напряжений по площадкам контакта. Рисунок 2.10 иллюстрирует картину распределения деформаций в радиальном направлении в наиболее нагруженном контакте, причем показаны лишь шарiki, непосредственно воспринимающие нагрузку. В результате проведения анализа установлены контактные напряжения в центре площадки контакта наиболее нагруженного шарика с внутренним кольцом: 5133 МПа, и соседнего шарика: 1671 МПа. Это говорит о том, что значительная доля на-

грузки воспринимается центральным шариком. Для большей наглядности на рисунке 2.11 показаны площадки контакта между телами качения и внутренним кольцом.

Оценку адекватности расчетной схемы наиболее рационально выполнить именно для данного расчетного случая. Если закрепить неподвижно наружную поверхность наружного кольца подшипника, то условия нагружения подшипника будут стандартными. Формула для распределения нагрузки по телам качения является общеизвестной [4, 45], по ней вычисляется доля нагрузки, воспринимаемая центральным шариком. Затем, с учетом классических зависимостей, полученных Г.Герцем [177] для контакта двух сферических тел, вычисляются максимальные контактные напряжения между центральным шариком и внутренним (и/или внешним) кольцом. При хорошей согласованности полученных по формулам Герца и в ходе конечно-элементного моделирования результатов делается вывод об адекватности расчетной схемы реальным условиям нагружения. В таком случае данная расчетная схема может успешно применяться и для других расчетных случаев.

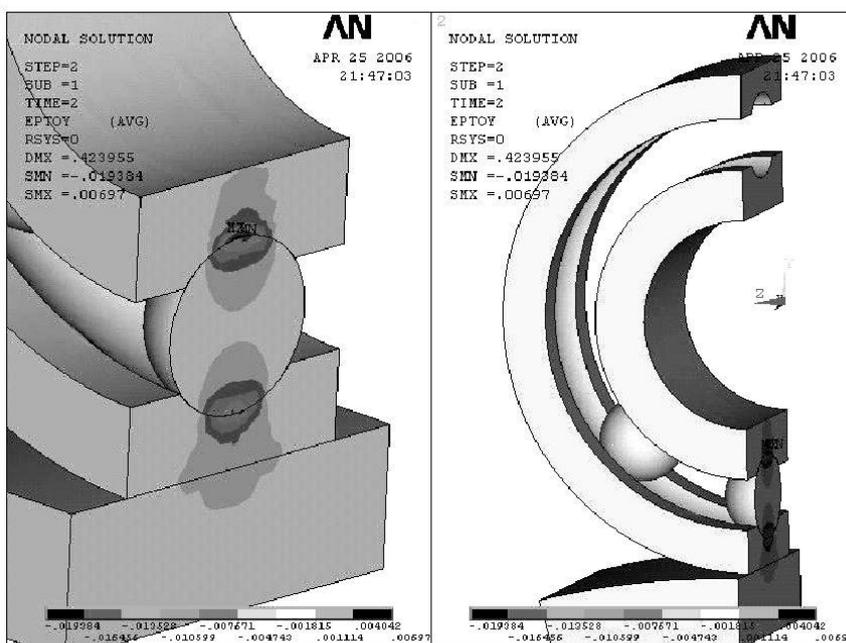


Рисунок 2.10. Распределение деформаций в радиальном направлении для первого расчетного случая подшипника 306

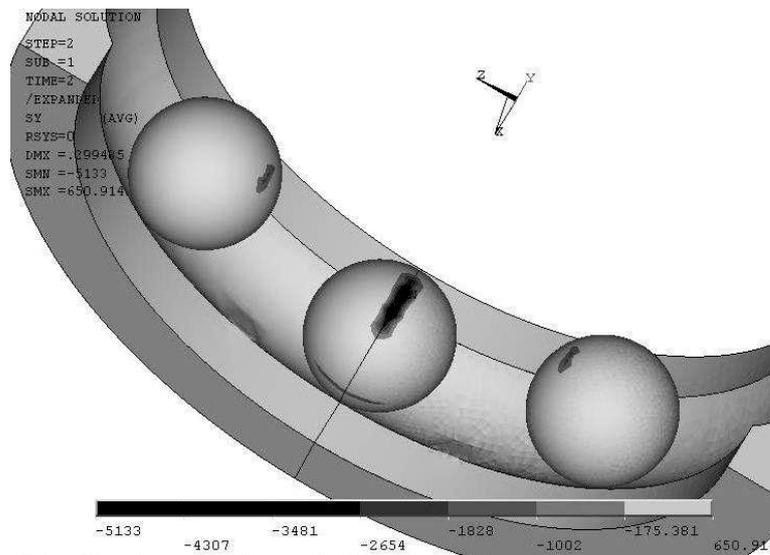


Рисунок 2.11. Распределение контактных напряжений между телами качения и внутренним кольцом для первого расчетного случая

Во втором расчетном случае наиболее важным является распределение перемещений и деформаций в кольцах подшипника. На картине распределения суммарных перемещений, изображенной на рисунке 2.12, хорошо видно, что наружное кольцо прогибается в месте контакта с кольцом, что приводит к растягивающим напряжениям, которые показаны на рисунке 2.13. Напряжения в контактах между телами качения в этом расчетном случае несколько меньше: 4226 МПа, но растягивающие напряжения на внутренней поверхности наружного кольца достигают весьма высоких значений: 1300 МПа.

Анализ распределения напряжений в результате нагружения шарикоподшипника 306 показывает, что данный подшипник не удовлетворяет предъявляемым к нему требованиям долговечности по статической грузоподъемности, поскольку напряжения в местах контакта тел качения превышают предельно допустимые значения для шарикоподшипников (5000 МПа), к тому же наружное кольцо подшипника испытывает значительное растяжение, что неизбежно приведет к его расколу.

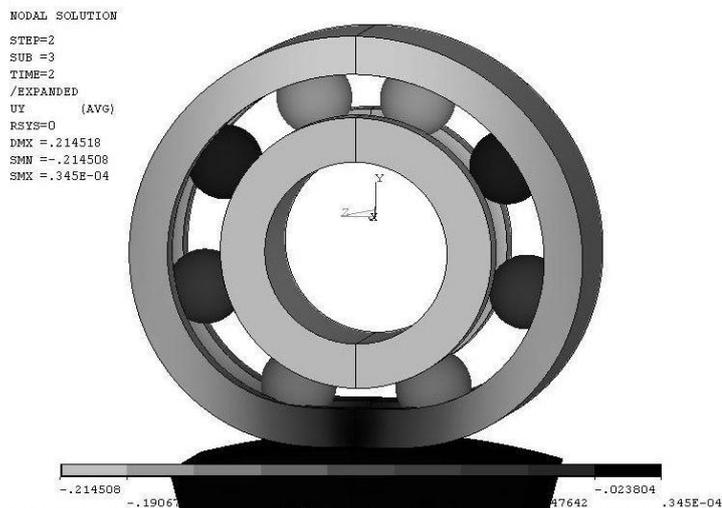


Рисунок 2.12. Распределение суммарных перемещений деталей подшипника 306 для второго расчетного случая (перемещения преувеличены в 20 раз для наглядности)

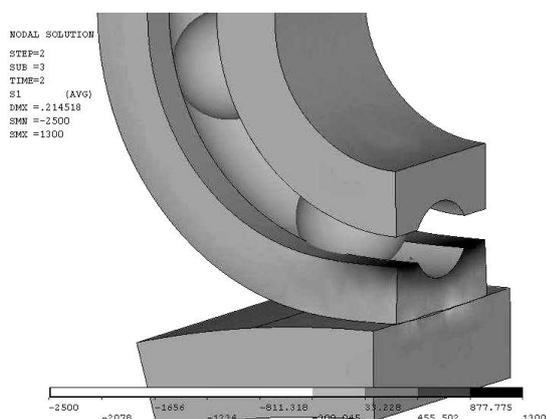


Рисунок 2.13. Распределение главных напряжений σ_1 в подшипнике 306 во втором расчетном случае

В качестве второго примера можно рассмотреть расчет роликоподшипник 102306, имеющего такие же габаритные размеры, но отличающегося большим количеством тел качения: 16 роликов. Геометрическая модель подшипника представлена на рисунке 2.14. Поскольку конструкция данного подшипника не включает сепаратор, то ролики заполняют все беговое пространство практически без зазора, поэтому моделировать второй расчетный случай (когда вектор нагрузки проходит между роликами) не имеет смысла: наружное кольцо не будет сильно прогибаться. А с точки зрения анализа напряжений в контакте роликов с лунками более опасным будет первый расчетный случай, поэтому целесообразно выполнить расчет данного подшип-

ника с целью определения напряжений в контакте наиболее нагруженного, центрального, ролика.

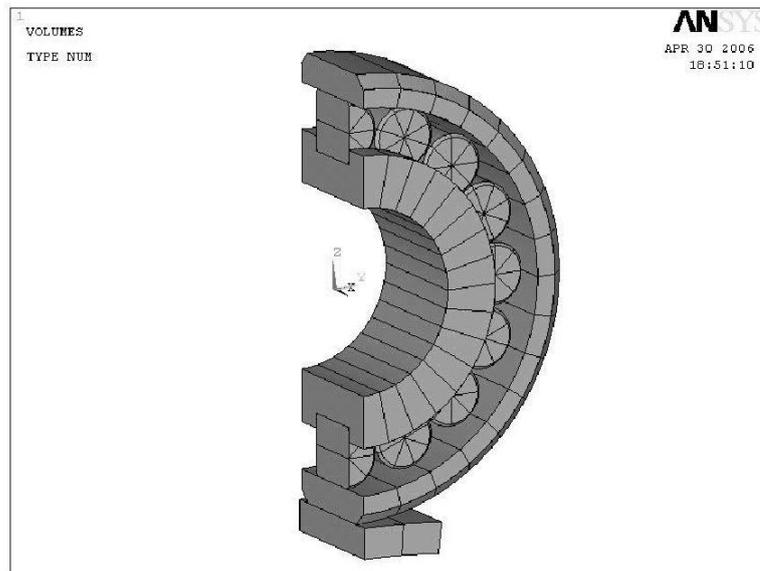


Рисунок 2.14. Геометрическая модель роликоподшипника 102306

Величина и направление приложения нагрузки в этом расчетном случае были сохранены неизменными: 20000Н. В результате расчета были получена картина распределения перемещений, изображенная на рисунке 2.15, причем на рисунке показаны лишь те ролики, которые вошли в контакт с кольцами подшипника (другие остались ненагруженными, поскольку деформация внешнего кольца все же имеет место). Сжимающие напряжения в радиальном направлении в наиболее нагруженном контакте составляют 2943 МПа, что не превышает предельно допустимые напряжения (3500 МПа), тем самым подтверждается достаточная статическая грузоподъемность подшипника 102306 Н.

Таким образом, рассмотренный метод проведения конечно-элементного анализа в ANSYS позволяет смоделировать условия нагружения подшипников, работающих в нестандартных условиях (при отсутствии корпуса, а также при наличии перекоса вала), с целью определения их грузоподъемности.

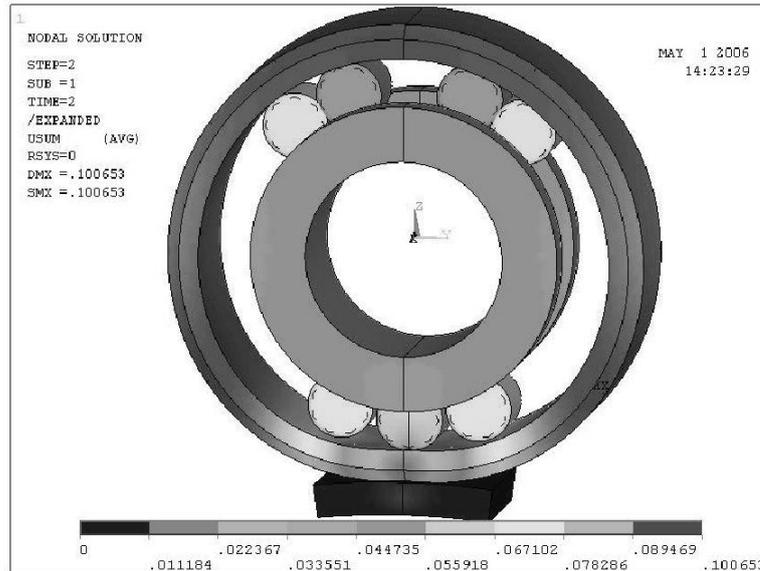


Рисунок 2.15. Распределение суммарных перемещений деталей роликоподшипника 102306 (перемещения деформированной формы преувеличены в 20 раз для наглядности)

Стоит отметить, что подобное нестандартное нагружение имеет место не только для подшипников качения. В нефтяной отрасли, например, для расчета обсадных колонн традиционно применяется задача Ламе в качестве метода расчета толстостенных оболочек, находящихся под давлением [12]. Однако, для учета поясковой нагрузки, возникающей из-за промерзания многолетнемерзлых пород, и вызывающей дополнительные касательные напряжения могут быть использованы лишь численные методы анализа. В этом случае построенная в ANSYS модель нагружается на первом этапе только внутренним давлением с последующим сравнением полученных результатов расчета и имеющихся данных задачи Ламе для оценки адекватности модели, а затем на втором этапе проводится компьютерное моделирование дополнительных нагрузок на колонну [27, 56, 327]. В качестве примера на рисунке 2.16 представлена картина распределения эквивалентных по Мизесу напряжений, возникающих в двухколонной крепи скважины при воздействии локальной радиальной нагрузки и осевой силы.

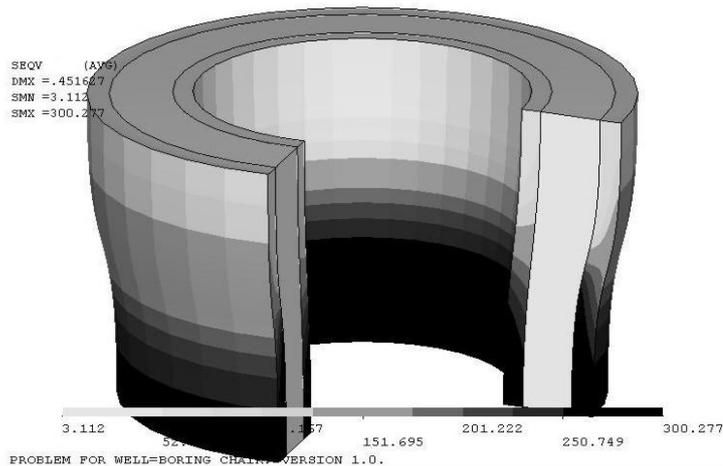


Рисунок 2.16. Распределение эквивалентных напряжений в крепи скважины при воздействии локальной радиальной нагрузки и осевой силы

2.5. Исследование напряженно-деформированного состояния двигательной секции винтового забойного двигателя

Винтовые забойные двигатели (ВЗД) играют значительную роль в буровой технике и технологии последних десятилетий, поскольку они обладают высоким крутящим моментом на низких оборотах, необходимым для более качественного бурения, а также имеют более высокий КПД по сравнению с другими гидравлическими двигателями [7, 295].

Однако винтовые забойные двигатели обладают одним существенным недостатком – быстрым износом рабочих органов, следовательно, недостаточно большим ресурсом работы.

Необходимое условие для работы ВЗД – непрерывность контактных линий, обеспечивающая герметичность камер высокого и низкого давления, которое достигается за счет начального диаметрального натяга в рабочих органах: роторе и статоре, в процессе эксплуатации перестает выполняться в результате износа статора. Поэтому основным критерием расчета рабочих органов ВЗД является износостойкость, которая оценивается по контактными давлениями между поверхностями ротора и статора [7, 156].

Поскольку задача оценки контактных напряжений в паре ротор-статор является многоконтактной, ее решение возможно лишь с применением чис-

ленных методов теории упругости. В сборочной конструкции рабочих органов имеется 10 контактных пар. Статор посажен с натягом, поэтому в свойствах контактных пар необходимо указать начальное проникновение. Для надежного исключения взаимного проникновения контактирующих поверхностей целесообразно сгенерировать симметричные контактные пары.

В результате конечно-элементного анализа двигательной секции ВЗД (на примере двигателя Д1-195 с кинематическим соотношением 9:10) в программном комплексе ANSYS получены картины распределений перемещений и напряжений модели.

Как видно из рисунка 2.17, линии контакта не прерываются, что подтверждает герметичность шлюзов и отсутствие перетоков. Максимальное контактное давление приходится на место контакта впадины статора с зубом ротора и составляет 0,786 МПа [332]. Максимальные перемещения в материале статора составляют 0,31 мм, что соответствует половине заложенного диаметрального натяга в 0,6 мм (рисунок 2.18), что подтверждает адекватность разработанной расчетной схемы.

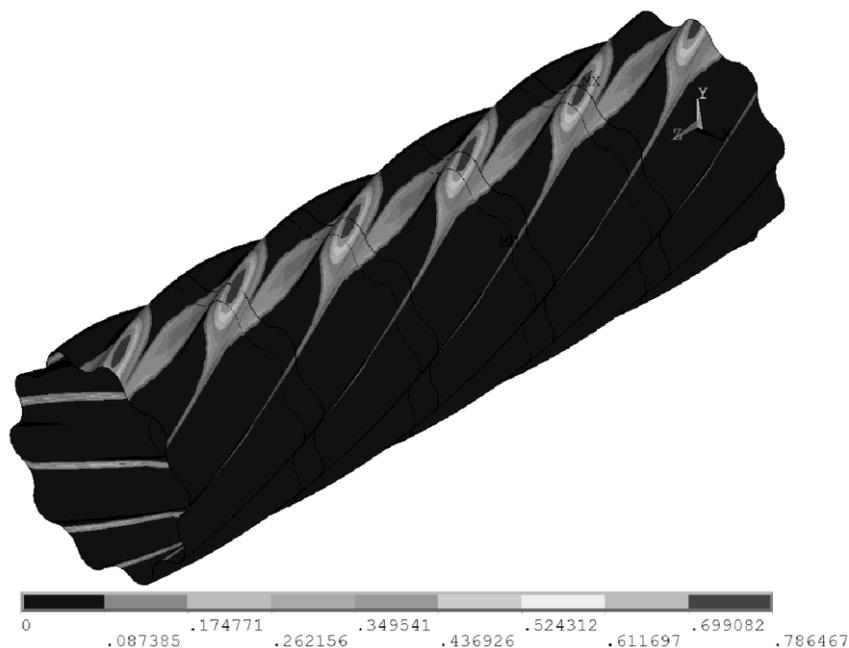


Рисунок 2.17. Распределение контактных напряжений в паре ротор-статор

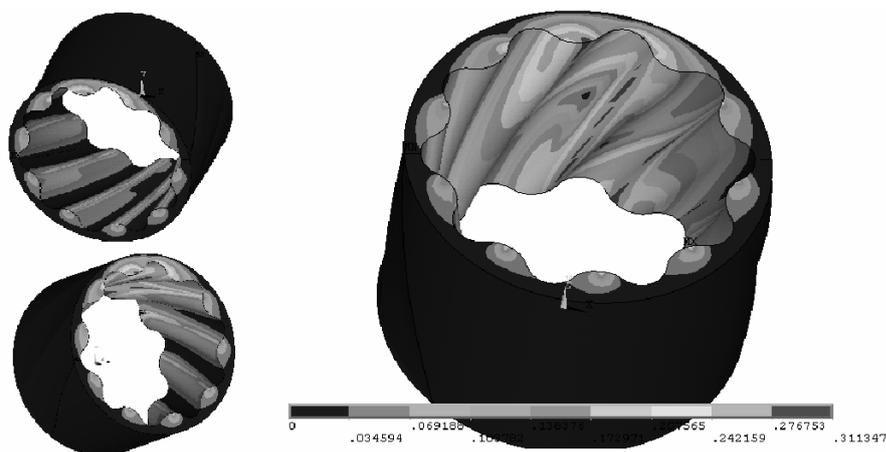


Рисунок 2.18. Распределение суммарных перемещений в статоре ВЗД

Предложенный метод оценки НДС наиболее ответственных деталей винтовых забойных двигателей, а также анализ контактных взаимодействий их поверхностей применим ко всем типам ВЗД с любым кинематическим соотношением. Метод позволяет рассматривать также модели изношенных в процессе эксплуатации двигателей с целью оценки их работоспособности и последующего прогноза ресурса [330, 332]. Так, на рисунке 2.19 приведены картины распределения контактных напряжений в паре с изношенным статором, когда величина диаметрального натяга уменьшилась до 0,45 мм (рисунок 2.19, *а*) и 0,15 мм (рисунок 2.19, *б*). Хорошо видно, что контактные линии терпят разрыв, что приводит к нарушению герметичности рабочих камер, следовательно, к потере работоспособности двигателя.

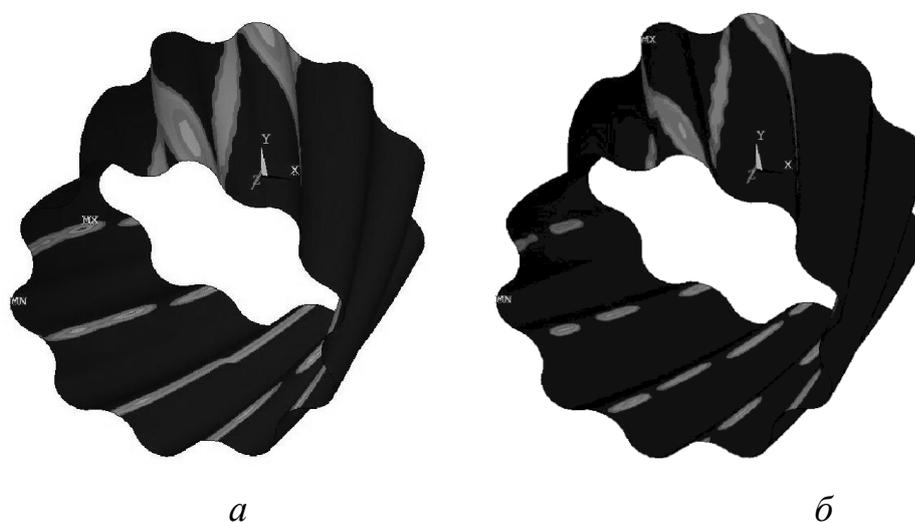


Рисунок 2.19. Распределение контактных напряжений между ротором и изношенным статором. Диаметральный натяг: а) 0,45 мм; б) 0,15 мм

2.6. Оценка напряженно-деформированного состояния деталей машин в процессе обучения конечно-элементному анализу

Методики оценки напряженно-деформированного состояния деталей и металлоконструкций машин с помощью численных методов теории упругости являются универсальными и не зависят от типа выбранного программного пакета. В любом варианте исследователь обязательно должен оценить качество дискретизации на конечные или граничные элементы, необходимым для корректного расчета является и этап оценки адекватности модели. Существующие на сегодняшний день более десятка промышленных программных комплексов анализа и довольно большое количество авторских программ различного уровня отличаются лишь объемом библиотек элементов, классом решаемых физических задач, а также мощностью используемых решателей.

Для использования в научных исследованиях несомненно важна мощность и универсальность выбранного пакета, несмотря на то, что обучение работы с ним затягивается порой на несколько лет, поэтому в действительности овладевших в совершенстве универсальными пакетами анализа исследователей не так уж много. С другой стороны, в инженерной практике, в областях некоторых экспериментальных исследований деталей машин требуется проводить исследования НДС сравнительно простых конструкций (резцов, оснований станков, рельсов [150, 320]) или их сечений (профилей зубьев зубчатых колес, сварных соединений, различных профилей резьбы галтелей валов и др. [143]), не затрачивая большого времени на изучение громоздких программных средств. Одной из таких программ является разработанная автором программа XenSys [150].

XenSys разработан для расчета НДС деталей и металлоконструкций машин, он реализует метод конечных элементов в плоской постановке и метод граничных элементов в объемной постановке. Используя данную программу, можно не только получить навыки решения задач по расчету деформаций, напряжений и перемещений деталей сложной геометрической формы,

установить места концентрации напряжений и их величину, но и решать достаточно сложные научные задачи, в которых знание НДС деталей является необходимым, но вспомогательным элементом научного исследования.

Расчет напряженно-деформированного состояния объемных деталей может быть выполнен как МКЭ, так и МГЭ. С целью иллюстрации метода воспользуемся МГЭ, теоретические основы которого изложены в подразделе 2.1. В качестве примера на рисунке 2.20 показана картина распределения суммарных перемещений в станине станка. По рассчитанным значениям перемещений можно судить о жесткости станины, следовательно, и о необходимости внесения поправок в траекторию движения суппорта с целью компенсации погрешностей в процессе обработки деталей, вызванных податливостью станины станка [143].

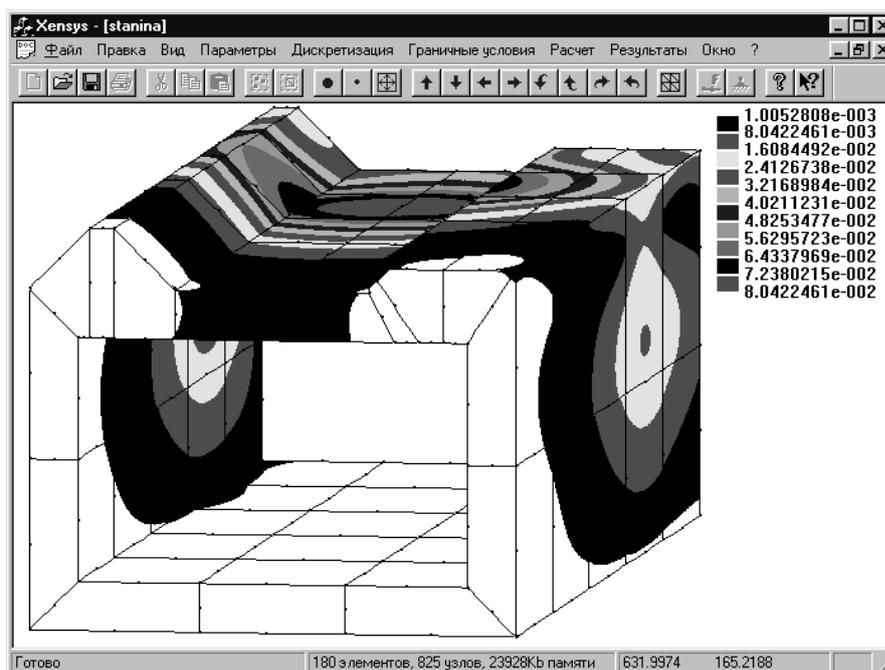


Рисунок 2.20. Картина распределения суммарных перемещений в станине станка

Программа XenSys является интуитивно понятной, имеет русский интерфейс и успешно используется в учебном процессе в ТИУ и Златоустовском филиале Южно-Уральского государственного университета при изучении студентами курса "Детали машин и основы конструирования".

2.7. Выводы по Главе 2

1. Предложен алгоритм конечно-элементного анализа деталей и конструкций машин, включающий как оценку качества сетки для получения требуемой точности расчетов их напряженно-деформированного состояния, так и верификацию расчетной схемы деталей общепромышленного использования.
2. На примере расчета нагруженности и деформативности корпуса превентора ППГ-230х35 в процессе его гидравлических испытаний пробным (70 МПа) и рабочим (35 МПа) давлением вскрыты особенности расчета напряженно-деформированного состояния деталей сложной геометрической формы. В результате выполненных расчетов установлена недостаточная прочность корпуса превентора при нагружении его пробным давлением, подтвержденная впоследствии данными экспериментальных исследований превентора на испытательном стенде.
3. На основе разработанного алгоритма конечно-элементного анализа исследована нагруженность подшипников качения для нетрадиционной схемы их нагружения (наружное кольцо подшипника не установлено в корпусе, а катится по поверхности) в саморегулируемой механической бесступенчатой передаче трансмиссии городского автобуса. В результате выполненных расчетов установлена причина разрушения подшипников 306 и научно обоснована замена его на роликподшипник 102306.
4. Впервые для широко применяемых в настоящее время при бурении винтовых забойных двигателей разработана и реализована методика расчета контактных напряжений и деформаций в многопарном зацеплении витков ротора и статора. Сопоставление рассчитанных величин максимальных перемещений в материале статора со значениями диаметрального натяга позволяют оценивать работоспособность забойных двигателей по критерию герметичности рабочих камер, устанавливать предельную величину износа резиновых витков статора.

ГЛАВА 3. МЕТОДОЛОГИЯ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПРИ СЛУЧАЙНОМ ХАРАКТЕРЕ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК

В настоящее время для оценки распределения опасных напряжений в деталях сложной геометрической формы отсутствуют аналитические зависимости, либо зависимости являются приближенными и не обеспечивают требуемую точность расчетов. Решение данной задачи может быть получено с помощью методов компьютерного моделирования, подробно описанных в предыдущей главе. Однако методики оценки НДС деталей и узлов в пакетах конечно-элементного анализа позволяют корректно смоделировать лишь статический режим нагружения конструкции постоянной величиной приложенной силы, момента, давления или тепловой нагрузки.

В то же время в реальных условиях эксплуатации детали подвергаются воздействию внешних как силовых, так и температурных нагрузок, являющихся случайными величинами, функции плотности распределения которых законами, предложенными и исследованными в рамках теории параметрической статистики, с требуемой ошибкой первого рода по критериям согласия приняты быть не могут.

В практике обработки случайных величин, описывающих нагружение конструкции, в настоящее время наиболее часто используются нормальное и логнормальное, треугольное, гамма- и бета- распределения, распределения Вейбулла-Гнеденко и некоторые другие [21, 39, 48, 54, 202, 209, 222, 251, 261, 269, 272, 334]. Однако на практике при обработке результатов измерений конкретной случайной величины сложно, а в ряде случаев невозможно сформулировать условия отнесения выборки к тому или иному параметрическому семейству. Более того, при расчетах прочностной надежности конструкций используются модели, включающие различные математические действия с параметрами, имеющими случайную природу. Определить в таких

случаях вид функции распределения результата математических преобразований, а также ее параметры, не представляется возможным.

Предлагаемый в данной работе подход к обработке случайных величин основан на методах непараметрической статистики, которые изначально предполагают, что вид распределения случайной величины либо неизвестен, либо может быть определен лишь приближенно [130, 291]. В настоящее время с помощью методов непараметрической статистики можно решать практически весь спектр задач, которые решались ранее с помощью методов параметрической статистики, но не накладывая никаких ограничений на вид функции распределения случайной величины, а значит, исключая погрешности, вызываемые заменой реальных распределений случайной величины близкими к ним "удобными" имеющими аналитическое описание известными распределениями.

Единственной сложностью применения методов непараметрической статистики является их программная реализация, требующая создания соответствующих алгоритмов, включающих как численные методы решения уравнений, в том числе трансцендентных, так и методы оптимизации функций. Однако разработанные к настоящему времени профессиональные математические процессоры и средства математического моделирования физических процессов предлагают исследователю, не имеющего специальной подготовки в области численного программирования, богатый набор стандартных функций для реализации пользовательских алгоритмов, а также удобные средства визуализации графиков функций и экспериментальных данных.

Данная глава посвящена новому подходу к оценке надежности изделий в процессе эксплуатации, который использует методы компьютерного моделирования и аппарат непараметрической статистики, позволяющий не только восстанавливать фактические функции распределения случайных величин внешних нагрузок, но и функции плотности распределения критериев прочности, что позволяет оценивать долговечность изделий в условиях реальных

спектров воздействия внешних нагрузок и естественных законов изменения предельного состояния материала.

3.1. Постановка задачи и методология ее решения

Для решения поставленной задачи предлагается подход, включающий следующие основные этапы (рисунок 3.1).

1. Восстановление методами непараметрической статистики [2, 130] функций плотности распределения внешних случайных нагрузок и настройку на их основе непараметрических датчиков случайных величин.

2. Планирование многофакторного эксперимента по расчету напряженно-деформированного состояния деталей.

3. Проведение компьютерного эксперимента по расчету численным методом теории упругости (например, методом конечных элементов) конечного числа вариантов НДС деталей [313, 331].

4. Определение функций, аппроксимирующих изменение напряжений в опасных точках поверхности исследуемой детали, в зависимости от величин внешних нагрузок.

5. Получение с помощью датчиков случайных величин и аппроксимирующих функций представительных выборок напряжений, действующих в опасных точках детали.

6. Восстановление методами непараметрической статистики по этим выборкам функций плотности распределения действующих в опасных точках детали напряжений.

7. Расчет на основе функции плотности распределения предельных напряжений и функции плотности распределения действующих напряжений вероятности безотказной работы для каждой опасной точки.

8. Определение точки детали, имеющей наименьшую вероятность безотказной работы, характеризующей прочностную надежность исследуемой детали в целом.

Все этапы приведенного алгоритма будут подробно описаны в подразделе 3.3. на примере решения задачи оценки прочностной надежности корпуса клиновой задвижки, подвергаемого в условиях эксплуатации случайному воздействию внешнего давления и температуры.

3.2. Определение численных характеристик внешних нагрузок, являющихся случайными величинами

Реализация методов оценки прочностной надежности деталей и узлов машин на основе математического аппарата непараметрической статистики связана с решением двух вспомогательных задач:

- компьютерное моделирование случайных величин с законами, известными с точностью до параметров и с законами, определенными методами непараметрической статистики;
- восстановление по заданной выборке случайной величины ее функции плотности распределения.

Рассмотрим решение первой задачи. Ее актуальность определяется необходимостью создания датчиков случайных чисел для генерации выборки случайной внешней нагрузки в соответствии с заданным законом распределения.

Проиллюстрируем задачу генерации выборки случайных чисел для β -распределения, функция распределения которого выглядит следующим образом [33]:

$$\Phi_1(v_i) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^{v_i} v_i^{a-1} (1-v_i)^{b-1} dv_i, \quad (3.1)$$

где $B(a,b)$ бета - функция.

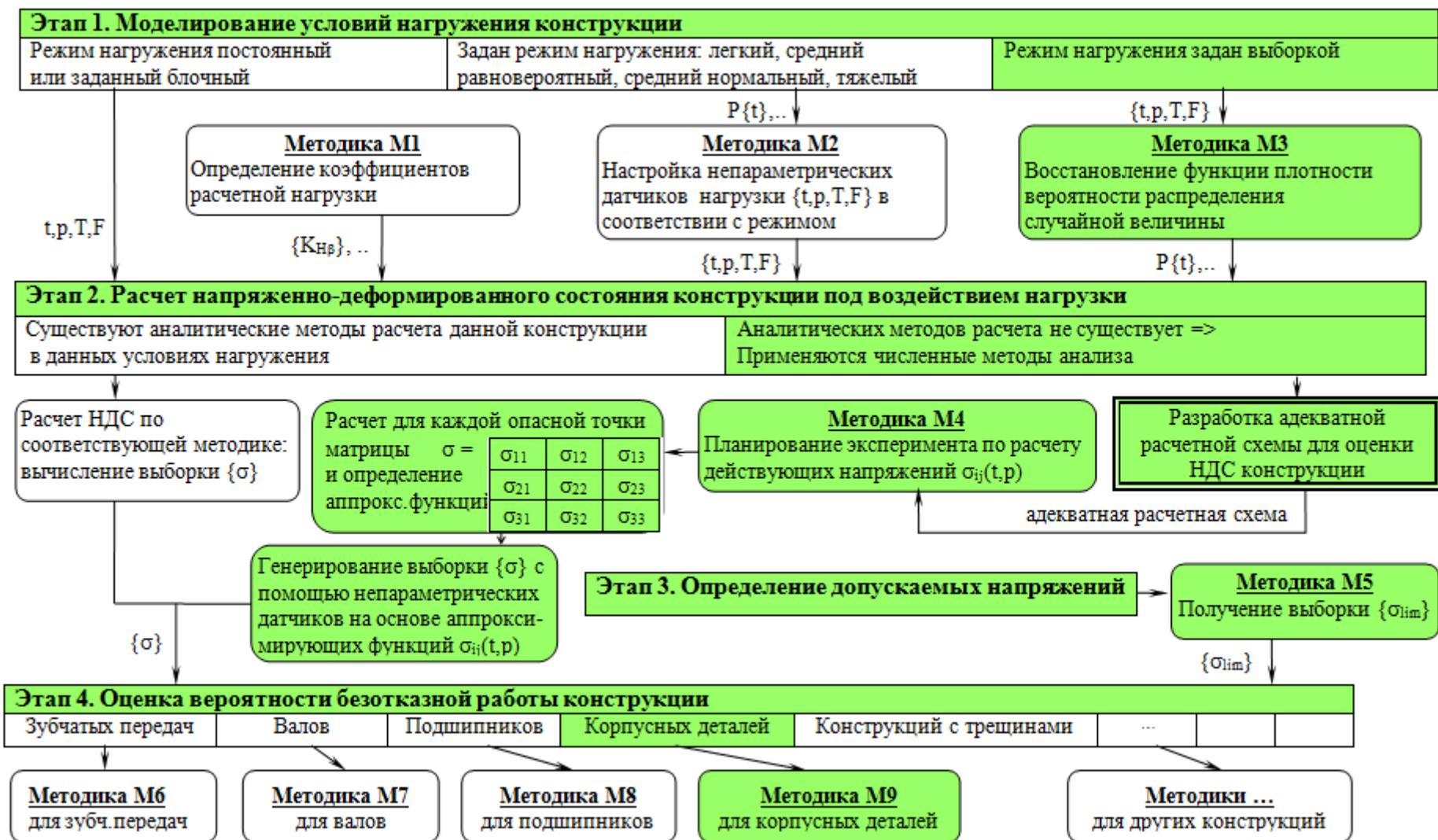


Рисунок 3.1. Методология оценки надежности изделий

Для разработки датчиков воспользуемся результатами работы [130]. В соответствии с алгоритмом, представленным в этой работе, сгенерируем в пределах отрезка $[0, 1]$ выборку случайных чисел $V_i, i = \overline{1, n}$, значения V_i которых в этом интервале равновероятно. Если случайная величина V имеет равномерный закон распределения, а требуется получить случайную величину x , функция распределения которой $\Phi(x)$, известна с точностью до параметров, достаточно воспользоваться уравнением:

$$\Phi(x) = V, \quad (3.2)$$

решая его относительно x . В случае известных законов распределения это уравнение решается аналитически. Однако для функций распределения, восстановленных с помощью непараметрических методов, уравнение (3.2) является трансцендентным, и его возможно решить лишь численным методом. То есть для получения выборки $x_i, i = \overline{1, n}$ необходимо для каждого значения V_i численным методом решить трансцендентное уравнение:

$$\Phi(x_i) = V_i. \quad (3.3)$$

Изложенный алгоритм генерирования случайных величин, законы распределения которой описываются функциями, заданными с точностью до параметров, реализован в программах, написанных в среде MathCad. Результат работы программ иллюстрирует рисунок 3.2, на котором в качестве примера представлена гистограмма функции плотности распределения для закона (3.1), полученная на основе обработки выборки длиной $n = 1000$ и кривая, соответствующие аналитическому описанию этой же функции плотности.

Для решения второй вспомогательной задачи обратимся к работе [130], в которой рассмотрены два принципиально различных подхода восстановления неизвестной функции плотности распределения случайной величины, представленной в виде выборки конечных значений: на основе использования оценок Парзена – Розенблатта [292] с набором различных ядерных функций и путем минимизации функции эмпирического риска.

Приведем краткое описание алгоритма решения задачи восстановления неизвестной функции плотности распределения случайной величины с помощью оценки Парзена – Розенблатта.

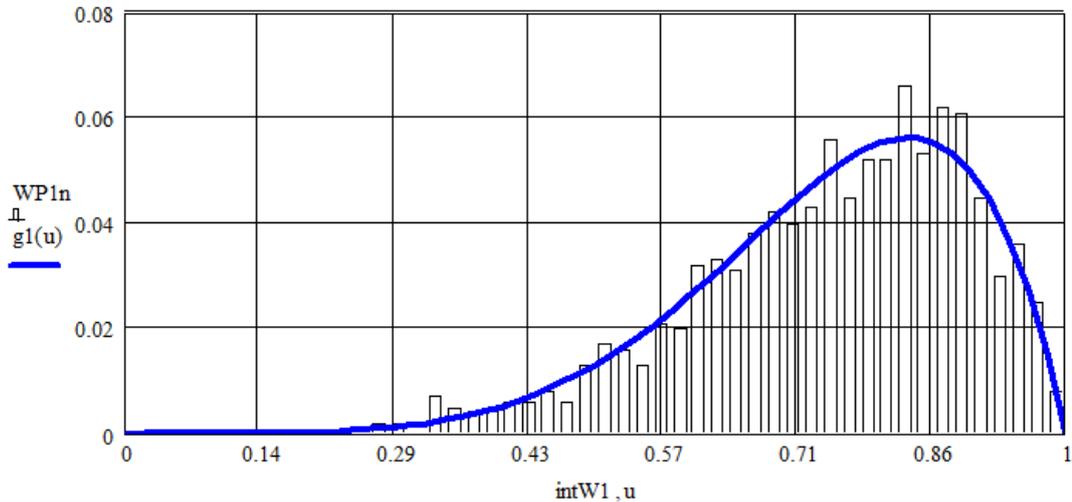


Рисунок 3.2. Функция плотности распределения для генерирования случайной величины в соответствии с β - распределением

По условиям задачи имеем выборку $x_i, i = \overline{1, N}$ длиной N значений случайной величины X . На основе этой выборки требуется восстановить неизвестную на момент решения задачи функцию плотности распределения $P(X)$. Следуя [130], в качестве оценки функции распределения $\Phi(X)$ случайной величины X используется сглаженная эмпирическая функция распределения в виде:

$$\Phi_N(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G\left(\frac{y - x_i}{h_N}\right), \quad (3.4)$$

где $G(t)$ – монотонно неубывающая функция от 0 до 1 своего аргумента, симметричная относительно нуля; h_N - параметр размытости.

Дифференцируя (3.4), установим:

$$P_N(y) = \Phi'_N(y) = \frac{1}{N \cdot h_N} \sum_{i=1}^N G'\left(\frac{y - x_i}{h_N}\right) = \frac{1}{N \cdot h_N} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{y - x_i}{h_N}\right). \quad (3.5)$$

Здесь обозначено: $K(t) = G'(t)$ плотность распределения $G(t)$ или ядерная функция (ядро).

Алгоритм решения задачи восстановления функции $P(X)$ на основе (3.5) предполагает два этапа расчетов. На первом этапе выбирается ядерная функция $K(t)$ из числа известных [25, 130]. На втором этапе решается задача определения оптимальной величины параметра размытости h_N .

Вспользуемся в качестве примера [25, 130] ядерной функций в виде нормального распределения:

$$K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \exp\left(-\frac{\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right)^2}{2}\right). \quad (3.6)$$

В работе [25] показано, что определение оптимальной величины h_N является задачей более сложной, нежели восстановление плотности распределения, поскольку оптимальное значение h_N зависит от неизвестной плотности распределения и, тем более, неизвестных ее производных. Поскольку при расчете прочностной надежности передач, в первую очередь, важна оценка плотности на хвостах распределения, для нахождения оптимальной величины параметра h_N на основе лишь имеющейся выборки $x_i, i = \overline{1, N}$ случайной величины X необходимо реализовать специальные алгоритмы.

Вспользуемся представленными в работах [25, 118, 130] исследованиями поведения оценок Парзена-Розенблатта. Из них следует, что начальное значение параметра h_N можно рассчитать по следующей зависимости:

$$h_N = D_N \cdot N^{-\frac{1}{5}}, \quad (3.7)$$

где D_N - выборочная дисперсия, вычисляемая на основе имеющейся выборки значений x_i , $i = \overline{1, N}$ по формуле:

$$D_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2. \quad (3.8)$$

Для определения оптимального значения параметра h_N^* («ширины окна») воспользуемся предложенным в работе [25] информационным функционалом следующего вида:

$$J = \int \ln[K(t)]P(t)dt = \int \ln[K(t)]d\Phi(t), \quad (3.9)$$

максимальное значение которого соответствует условию $K(t) = P(t)$.

В этом случае приходим к задаче:

$$\max_{h_N} J(h_N^*) = \max_{h_N} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left[\frac{1}{(N-1)h_N} \sum_{j \neq i}^{N-1} K \left(\frac{x_i - x_j}{h_N} \right) \right] \right\}, \quad (3.10)$$

где ядерная функция задана выражением (3.6).

После решения задачи (3.10) искомая оценка плотности с ядром (3.6) и параметром размытости (h_N^*) на основе (3.5) описывается выражением:

$$P_N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot N \cdot h_N^*} \sum_{i=1}^N \exp \left(- \frac{\left(\frac{y - x_i}{h_N^*} \right)^2}{2} \right). \quad (3.11)$$

Резюмируя вышеизложенное, отметим, что при реализации метода Парзена – Розенблатта необходимо выполнить два этапа расчета. На первом этапе рассчитывается грубая характеристика выборки, – выборочная дисперсия (3.8), которая в дальнейшем, через оптимизацию параметра размытости h_N^* (второй этап расчета), используется для уточнения оценки плотности распределения (3.11) поскольку величина D_N чувствительна к выбросам и не отражает характер изменения функции плотности (одномодальный, многомодальный).

Несмотря на универсальный характер оценок Парзена-Розенблатта, применение их на практике связано с необходимостью определения подходящего параметра «размытости» для каждой ядерной функции из имеющегося набора. Более того, наилучшей по критерию (3.9) ядерной функцией может оказаться любая, при этом для разных объемов выборки $x_i, \overline{1, N}$ случайной величины X оптимальными часто оказываются разные ядерные функции. Отсюда следует, что при оценивании плотности вероятности необходимо всегда исследовать всю имеющуюся совокупность ядерных функций [130].

В то же время для решения задачи определения неизвестной функции плотности распределения может быть применен другой метод, относящийся к косвенным методам оценивания плотности вероятности, – метод структурной минимизации функции эмпирического риска [130]. Рассмотрим основные зависимости метода и алгоритм его реализации.

Первоначально метод структурной минимизации риска был предложен для решения некорректной задачи интерпретации результатов косвенных экспериментов: в классе $f(t, \lambda), (a \leq t \leq b)$ требуется восстановить функциональную зависимость $f(t) \in f(t, \lambda)$ в ситуации, когда непосредственное измерение функции $f(t)$ невозможно. Однако можно измерить значения другой функции $F(x), (a \leq x \leq b)$, связанной с функцией $f(t)$ операторным уравнением:

$$Af(t) = F(x), \quad (3.12)$$

где A линейный, вполне непрерывный оператор, осуществляющий взаимно однозначное отображение элементов $f(t, \lambda)$ метрического пространства E_1 в элементы $F(x, \lambda)$ метрического пространства E_2 .

Пусть в точке x_i измеренное значение функции $F(x)$ оказалось равным y_i при этом общее число точек – N . Таким образом, имеется совокупность пар значений: $x_1, y_1; \dots; x_N, y_N$.

Задача интерпретации результатов косвенных экспериментов заключается в том, что зная оператор A и измерения x_i, y_i требуется определить $f(t) \in f(t, \lambda)$. При этом допускается, что задача решения операторного уравнения (3.12) может быть некорректно поставленной, поскольку число точек конечно и ограничено, и при измерении имеют место случайные погрешности.

Зададим условия, при которых решается задача (3.12).

1. Значения функции $F(x)$ измеряются с аддитивной помехой ξ не зависящей от x :

$$y_i = F(x_i) + \xi_i, \quad (3.13)$$

при этом математическое ожидание ξ равно нулю, а дисперсия ограничена.

2. Точки x_i , в которых проводятся измерения, определяются случайно и независимо согласно некоторой, необращающейся в нуль на отрезке $[a, b]$ плотности, например равномерной.
3. Решение операторного уравнения (3.12) разложимо в ряд по системе функций $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_m(t)$:

$$f(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j \cdot \varphi_j(t), \quad (3.14)$$

где λ_j - коэффициенты разложения.

Обозначим через

$$f_M(t) = \sum_{j=1}^{M(N)} \lambda_j \cdot \varphi_j(t) \quad (3.15)$$

приближенное решение операторного уравнения (3.12). Здесь $M(N)$ – число членов разложения (зависящее от числа измеренных значений функции $F(x)$ в точках $x_i, i = \overline{1, N}$), λ_j - вектор параметров, значения которых (при заданном уровне надежности $(1 - \eta)$ решения задачи) устанавливаются путем минимизации функционала эмпирического риска [2]:

$$J = \left[\frac{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left[y_i - A \sum_{j=1}^{M(N)} \lambda_j \cdot \varphi_j(x_i) \right]^2}{1 - \sqrt{\frac{[M(N)+1] \cdot \{1 + \ln N - \ln[M(N)+1] - \ln \eta\}}{N}}} \right]. \quad (3.16)$$

Как показано в работе [313], при определенных предположениях относительно решения уравнения (3.12) существует такой закон изменения $M(N)$, который с увеличением объема выборки $y_i, i = \overline{1, N}$ обеспечивает стремление по вероятности получаемых приближений (3.15) к решению (3.14). В результате реализации метода структурной минимизации риска оценкой искомой функции $f(t)$ будет

$$f_M(t) = \sum_{j=1}^M \lambda_j \cdot \varphi_j(t). \quad (3.17)$$

Рассмотрим теперь задачу восстановления неизвестной функции плотности $f(t)$ вероятности случайной величины t , заданной в виде конечной выборки (длиной N) ее значений $t_i, i = \overline{1, N}$. Будем полагать, что функция $f(t)$ является непрерывной, сосредоточена на отрезке $[0,1]$ и ее оценка $f_M(t)$ определяется зависимостью (3.17), в которой функции $\varphi_j(t)$ имеют вид [2]:

$$f_M(t) = \sum_{j=1}^M \lambda_j \cdot \varphi_j(t); \quad \varphi_j(t) = \cos \left[(2 \cdot j - 1) \cdot \frac{\pi}{2} \cdot t \right]. \quad (3.18)$$

где: $t \in [0,1]$; λ_j - коэффициенты; $j = \overline{1, M}$.

В процессе реализации алгоритма восстановления функции плотности исследуемой случайной величины x , представленной выборкой $x_i, i = \overline{1, N}$, для получения совокупности значений $t_i, i = \overline{1, N}$ используется подход, предложенный в работе [130]. Учитывая ограниченный объем выборки x_i , оценка $f_M(t)$ строится в расширенном, по сравнению с $x_i, i = \overline{1, N}$, интервале:

$$x \in [A_x, B_x], \quad (3.19)$$

где $A_x = \min_i(x_i) - \nu$; $B_x = \max_i(x_i) + \nu$; $\nu = \frac{5 \cdot [\max_i(x_i) - \min_i(x_i)]}{N - 1}$.

Расчет величин $t_i, i = \overline{1, N}$ на основе имеющейся выборки значений $x_i, i = \overline{1, N}$ выполняется по формуле:

$$t_i = (x_i - A_x) / (B_x - A_x). \quad (3.20)$$

Следуя методу структурной минимизации риска, измерим в точках $\tau_i = i / (n + 1)$; $i = \overline{1, n}$ значения эмпирической функции распределения $F_N(\tau_i)$ и рассмотрим их как значение функции распределения $F(\tau_i)$ плюс некоторая случайная помеха ξ (3.13):

$$y_i = F(\tau_i) = F_N(\tau_i) + \xi_i. \quad (3.21)$$

Число этих точек (n), с целью сокращения объемов вычислений, рекомендуется [130] принимать меньшим, нежели N , в частности, ближайшим целым числом к рассчитанному по зависимости:

$$n = 5 \cdot N / \ln(N). \quad (3.22)$$

Из левой части выражения (3.21) следует, что величины y_i взаимно коррелированы, то есть случайная помеха ξ являться независимой не может и в этом случае условие (3.13), необходимое для решения задачи (3.12) путем минимизации функционала (3.16), не выполняется. Эту трудность удается обойти, если до использования метода структурной минимизации риска осуществить декорреляцию выборки $y_i, i = \overline{1, n}$, преобразовав ее в другую, некоррелированную выборку. Реализация данной процедуры преобразует функционал (3.16) к виду [130]:

$$J(M, \lambda) = \left[\frac{\frac{1}{n} (y - S(\lambda))^T \cdot R_y^{-1} \cdot (y - S(\lambda))}{1 - \sqrt{\frac{(M+1)(1 + \ln(n) - \ln(M+1)) - \ln \eta}{n}}} \right], \quad (3.23)$$

отличающемуся от (3.16) наличием в числителе матрицы R_y^{-1} - обратной ковариационной матрицы вектора y . В функционале (3.23) обозначено:

$$y = \{y_1, \dots, y_n\}; \quad S(\lambda) = \{S_1^\lambda, \dots, S_n^\lambda\}; \quad i = \overline{1, n};$$

$$\tau_i = \frac{i}{n+1}; \quad S_i^\lambda = \int_0^{\tau_i} \left[\sum_{j=1}^M \lambda_j \cdot \varphi_j(t) \right] dt; \quad (3.24)$$

$$y_i = G(\tau_i) - \psi(\tau_i) \cdot \pi / 2; \quad \psi(\tau_i) = 2 \cdot \sin[(\tau_i \cdot \pi) / 2] / \pi;$$

$G(\tau_i)$ - оценка функции $F(\tau_i)$:

$$G(\tau_i) = \begin{cases} \frac{1}{2N} \left(\frac{\tau_i}{t_1} \right) n \text{ при } 0 \leq \tau_i \leq t_1; \\ \frac{k-0,5}{N} + \frac{1}{N} \left(\frac{\tau_i - t_k}{t_{k+1} - t_k} \right) n \text{ при } t_k \leq \tau_i \leq t_{k+1}; \\ \frac{N-0,5}{N} + \frac{1}{2N} \left(\frac{\tau_i - t_N}{1 - t_N} \right) n \text{ при } t_N \leq \tau_i \leq 1. \end{cases} \quad (3.25)$$

Выражения для элементов матрицы R_y^{-1}

$$R_y^{-1} = \begin{vmatrix} r_1 & \rho_1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_1 & r_2 & \rho_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \rho_{n-2} & r_{n-1} & \rho_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \rho_{n-1} & r_n \end{vmatrix} \quad (3.26)$$

получены в работе [2]:

$$r_1 = \frac{N \cdot G(\tau_2)}{G(\tau_1) \cdot [G(\tau_2) - G(\tau_1)]}, \quad r_n = \frac{N \cdot [1 - G(\tau_{n-1})]}{[1 - G(\tau_n)] \cdot [G(\tau_n) - G(\tau_{n-1})]},$$

$$r_i = \frac{N \cdot [G(\tau_i) - G(\tau_{i-2})]}{[G(\tau_i) - G(\tau_{i-1})] \cdot [G(\tau_{i-1}) - G(\tau_{i-2})]}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1;$$

$$\rho_i = -\frac{N}{G(\tau_{i+1}) - G(\tau_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

При каждом фиксированном значении M минимум функционала (3.23) ищется при условии

$$\int_0^1 \left[\sum_{j=1}^M \lambda_j \cdot \varphi_j(t) \right] dt = 1, \quad (3.27)$$

выполнение которого позволяет определить величины неизвестных коэффициентов λ_j $j = \overline{1, M}$.

Таким образом, задача восстановления неизвестной функции плотности распределения $f(t)$ случайной величины t , заданной в виде конечной выборки ее значений $t_i, i = \overline{1, N}$, заключается в установлении числа членов разложения $M = M^*$ функции $f_M(t)$ (3.18) в процессе минимизации функционала эмпирического риска (3.23):

$$\min_{M=1,2,\dots} [J(M)]. \quad (3.28)$$

Значение M^* , при котором $J(M^*)$ становится минимальным, позволяет получить искомую оценку $f_M(x)$ функции $f(x)$ в виде:

$$f_M(x) = \sum_{j=1}^{M^*} \lambda_j \cdot \varphi_j[(x - A_x)/(B_x - A_x)]. \quad (3.29)$$

Для использования рассмотренных методик восстановления неизвестной функции плотности распределения случайной величины по заданной выборке ее значений $x_i, i = \overline{1, N}$ в процессоре MathCad [40] созданы соответствующие программы.

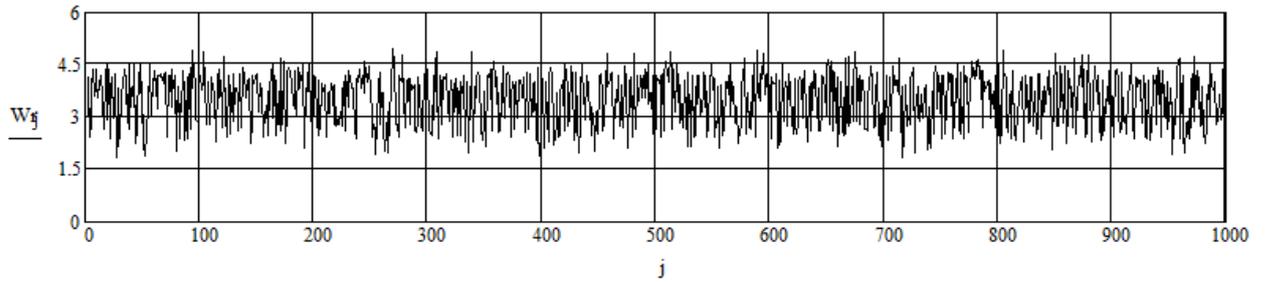
Применение метода эмпирического риска или оценок Парзена-Розенблатта определяется следующим. В том случае, когда для решения задачи прочностной надежности разрабатывается программный продукт, то при восстановлении неизвестных функций плотности распределения случайных величин можно использовать оба подхода. В то же время, если конечным результатом решения задач является методика, в которой неизвестные законы случайных величин требуются представить в виде конечных выражений с известными параметрами, то рекомендуется использовать метод эмпирического риска, поскольку значение M^* функции (3.17), как показывает опыт решения конкретных задач, как правило, не превышает восьми. То есть неизвестная функция плотности случайной величины может быть описана вполне компактной зависимостью.

3.3. Методики решения задачи оценки прочностной надежности деталей сложной геометрической формы

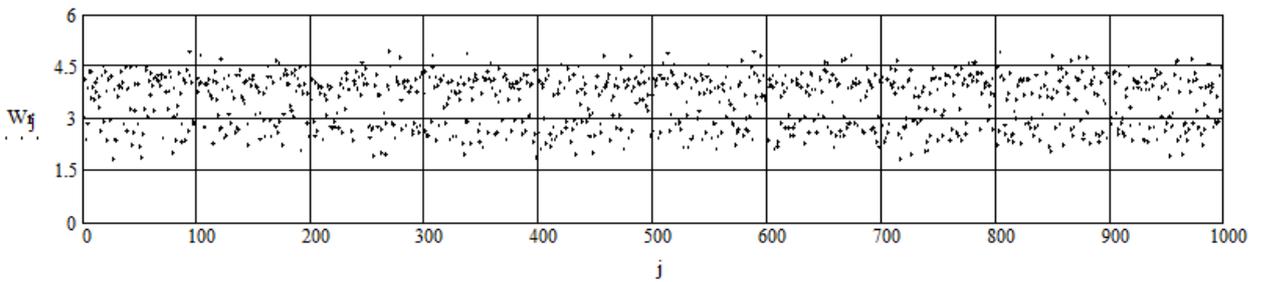
Реализацию предложенного подхода рассмотрим на примере решения задачи оценки прочностной надежности (вероятности безотказной работы) корпуса трубопроводной арматуры, работающей при переменном во времени уровне давления (в общем случае случайном, с неизвестным законом распределения) и изменении (случайный разброс относительно общего тренда) температуры окружающей среды. Запись давлений, при которых эксплуатировалась в течение года запорная арматура, представлена на рисунке 3.3, при этом изменение температуры окружающей среды отражено на графиках рисунка 3.4.

На первом этапе решения задачи, воспользовавшись точечными значениями измеренных величин давлений $p_i, i = \overline{1, 1000}$ и температуры $t_j, j = \overline{1, 1000}$, методом минимизации эмпирического риска (подраздел 3.2) восстановим функции плотности распределения давления и температуры (рисунок 3.5), на основе которых осуществим настройку непараметрических датчиков (рисунок 3.1) случайных величин p_n и $t_n, n = \overline{1, N}$, где N – число реализаций.

Для расчета прочностной надежности необходимо иметь также функцию плотности распределения предельных напряжений S . В общем случае эти напряжения заданы выборкой, на основе которой методами непараметрической статистики можно не только восстановить функцию плотности их распределения (подраздел 3.2), но и настроить соответствующий непараметрический датчик случайной величины $S_k, k = \overline{1, L}$ (рисунок 3.1).

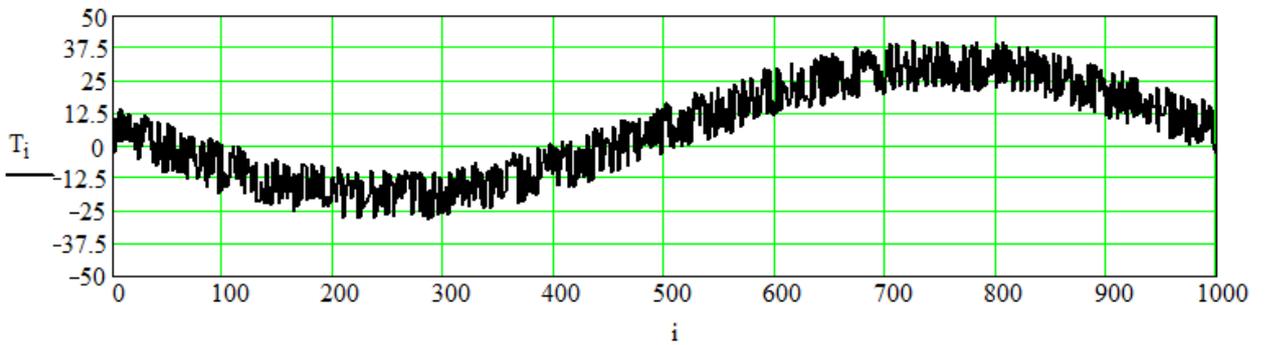


а)

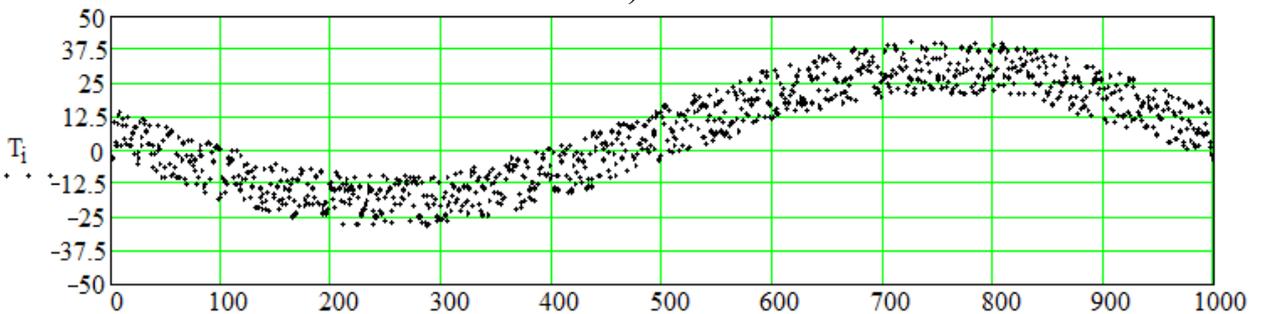


б)

Рисунок 3.3. Изменение давлений за наблюдаемый период
(а – запись, б – точечные значения)

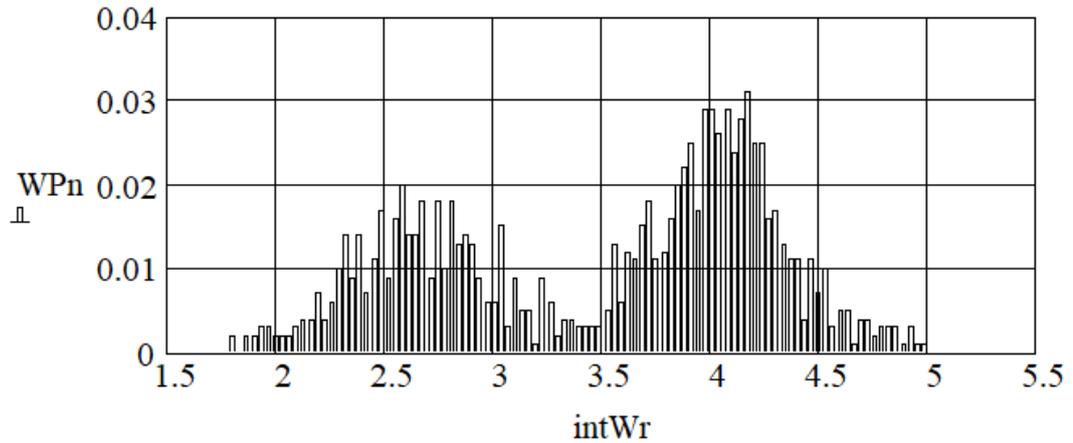


а)

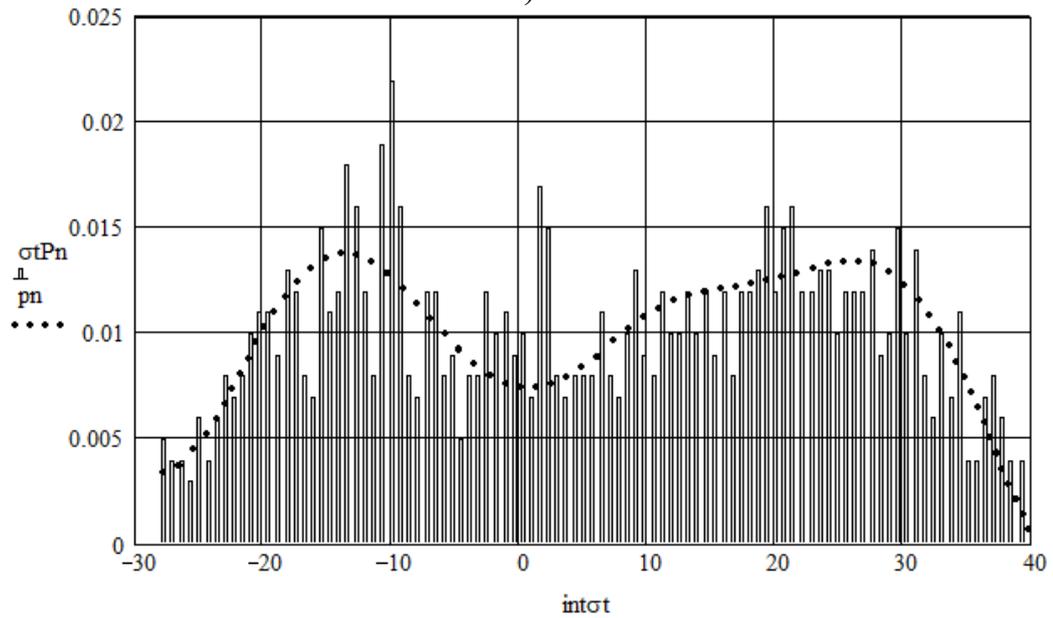


б)

Рисунок 3.4. Изменение температуры за наблюдаемый период
(а – запись, б – точечные значения)



а)



б)

Рисунок 3.5 – Функция плотности распределения давлений (а) и функция плотности распределения температуры (б)

Следующим этапом решения задачи является расчет выборки напряжений $\sigma_n, n = \overline{1, N}$, возникающих в исследуемом корпусе запорной арматуры, при заданных массивах случайных величин давлений и температуры p_n и t_n , $n = \overline{1, N}$. Для рассматриваемого корпуса, вследствие его сложной пространственной геометрической формы, известные аналитические выражения для расчета напряжений [130] являются весьма условными, более того, они не учитывают местные концентрации напряжений, которые, в конечном итоге, и определяют прочностную надежность корпуса.

Оценку напряженно-деформированного состояния корпуса запорной арматуры целесообразно выполнить по методике, подробно описанной в работах [122, 124, 315], и в целом подобной методике анализа НДС корпуса превентора, рассмотренной в третьем подразделе второй главы. На рисунке 3.6, в качестве примера, представлены результаты расчета напряжений (σ) в запорной трубопроводной арматуре, возникающих при конкретном давлении $p_i = const$ и внешней температуре $t_j = const$.

В то же время даже при быстродействии современной вычислительной техники, расчеты по ANSYS весьма трудоемки и требуют значительных затрат машинного времени, особенно в случае необходимости учета геометрической или физической нелинейностей (подразделы 2.3-2.5). Причем, вполне возможно возникновение ситуации, в которой решателем ANSYS будет сделан вывод о невозможности сходимости итерационного процесса, что потребует либо учета дополнительных граничных условий, либо изменения опций решателя, а процесс подбора исследователем подходящих опций затягивается порой на несколько дней или недель, и для различных величин нагрузки опции, приводящие к схождению решения, могут оказаться различными. То есть, используя ANSYS, можно выполнить несколько десятков, но не сотен и тысяч расчетов, необходимых для формирования представительной выборки напряжений $\sigma_n, n = \overline{1, N}$.

Принимая вышеизложенное во внимание, для расчета вероятности безотказной работы корпуса трубопроводной арматуры, используем процедуру, основанную на обработке результатов компьютерного эксперимента, конечной целью которого является получение для M точек корпуса (опасных по критерию прочности) регрессионных зависимостей вида $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$, $m = \overline{1, M}$. Реализация процедуры в рассматриваемом случае предполагает проведение двухфакторного эксперимента: первый фактор – давление, второй – температура.

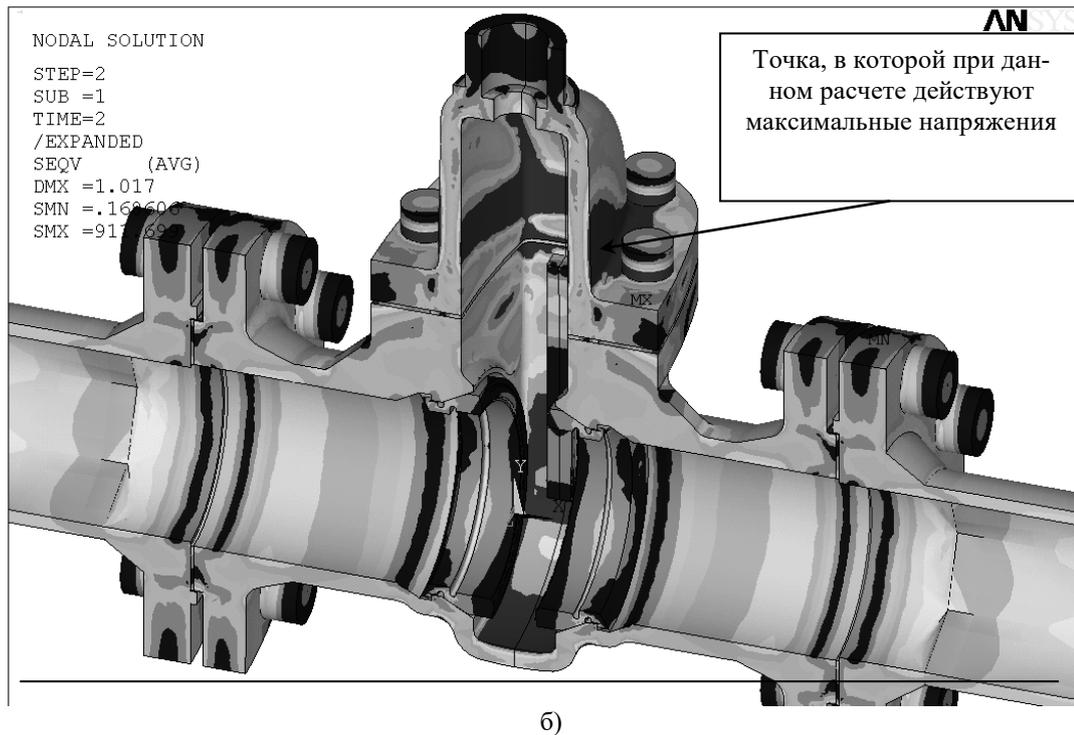
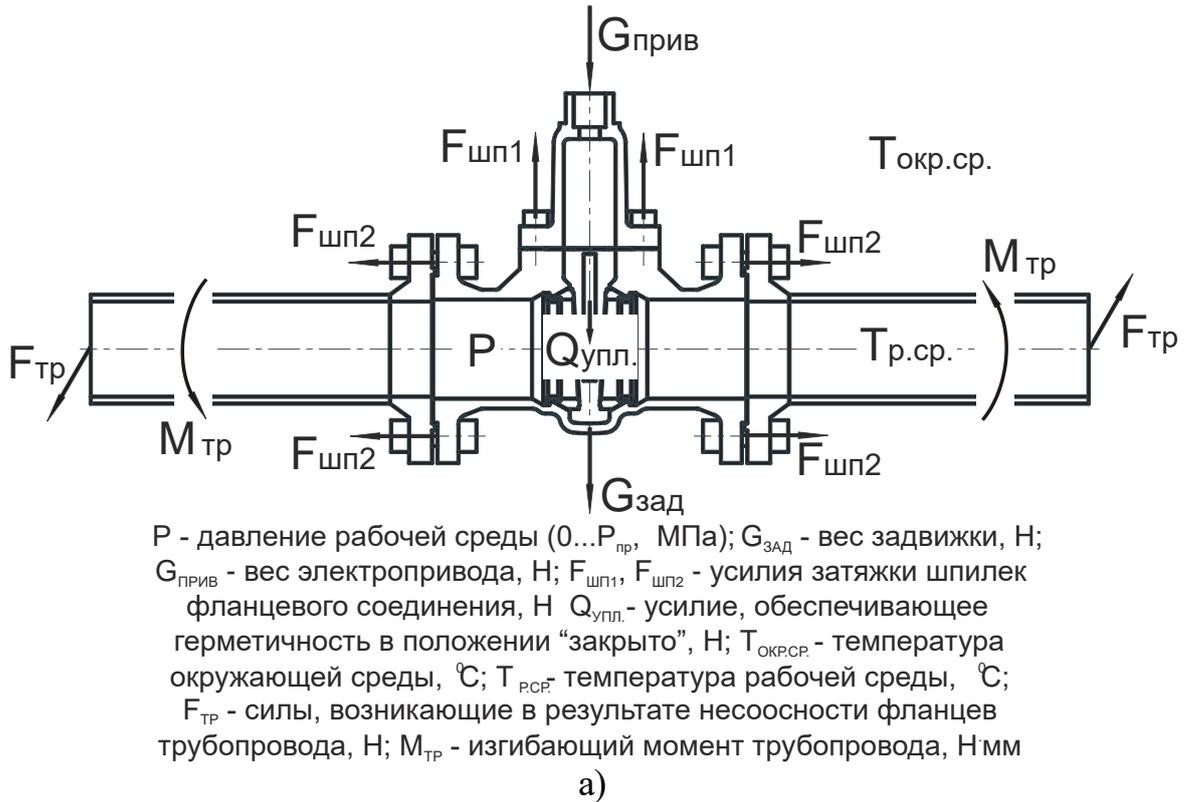


Рисунок 3.6. а) - нагрузки, воспринимаемые запорной трубопроводной арматурой в процессе эксплуатации; б) - поле распределения эквивалентных напряжений фон Мизеса в деталях клиновой задвижки КЗ13010-100 с учетом поля распределения температур и внешних нагрузок

Область варьирования факторов определяется предельными значениями давления и температуры из выборок $p_i, i = \overline{1,1000}$ и $t_j, j = \overline{1,1000}$:

$$p_{\min} = \min_i \{p_i\}, \quad p_{\max} = \max_i \{p_i\}, \quad t_{\min} = \min_j \{t_j\}, \quad t_{\max} = \max_j \{t_j\}.$$

Поскольку зависимости $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$, $m = \overline{1, M}$, в общем случае, являются гладкими и непрерывными, для их аппроксимации воспользуемся полиномиальной функцией следующего вида:

$$\sigma^{(m)} = a_0^{(m)} + a_1^{(m)} \cdot t + a_2^{(m)} \cdot t^2, \quad (3.30)$$

где $a_0^{(m)} = b_{00}^{(m)} + b_{01}^{(m)} \cdot p + b_{02}^{(m)} \cdot p^2;$

$$a_1^{(m)} = b_{10}^{(m)} + b_{11}^{(m)} \cdot p + b_{12}^{(m)} \cdot p^2;$$

$$a_2^{(m)} = b_{20}^{(m)} + b_{21}^{(m)} \cdot p + b_{22}^{(m)} \cdot p^2.$$

Раскрывая (3.30), получим следующее выражение:

$$\sigma^{(m)} = b_{00}^{(m)} + b_{01}^{(m)} p + b_{10}^{(m)} t + b_{02}^{(m)} p^2 + b_{20}^{(m)} t^2 + b_{11}^{(m)} p t + b_{12}^{(m)} t p^2 + b_{21}^{(m)} t^2 p + b_{22}^{(m)} t^2 p^2.$$

Для определения значений неизвестных коэффициентов $b_{ij}^{(m)}, i = \overline{0,2}; j = \overline{0,2}$ функции (3.30), реализуем компьютерный эксперимент, заключающийся в проведении ряда расчетов напряженно-деформированного состояния корпуса МКЭ при фиксированных величинах давления $p_l = const$ и температуры $t_l = const, l = \overline{1, L}$ [145]. При решении задачи целесообразно воспользоваться методами планирования эксперимента [39]. Следуя им, перейдем от размерных величин p_l и t_l к безразмерным $\overline{p}_l (-1 \leq \overline{p}_l \leq +1)$ и $\overline{t}_l (-1 \leq \overline{t}_l \leq +1)$, рассчитываемым по формулам:

$$\overline{p}_l = \frac{2p_l - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \quad \text{и} \quad \overline{t}_l = \frac{2t_l - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}}. \quad (3.31)$$

Расчет коэффициентов $b_{i,j}^{(m)}, i = \overline{0,2}; j = \overline{0,2}$ функции (3.30) связан с необходимостью использования результатов минимум девяти опытов, что требует проведения двухфакторного эксперимента при варьировании параметров p_l

и t_l на трех уровнях. Зададим эти уровни следующими значениями: $\bar{p}_l = -1; 0; +1$ и $\bar{t}_l = -1; 0; +1$ (соответственно $p_l = p_{\min}; 0,5 \cdot [p_{\max} + p_{\min}]; p_{\max}$ и $t_l = t_{\min}; 0,5 \cdot [t_{\max} + t_{\min}]; t_{\max}$). В результате получим матрицу планирования эксперимента, представленную в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Матрица планирования экспериментов

№ опыта (расчета)	Параметр \bar{t}_l	Параметр \bar{p}_l	Величина $\sigma_l^{(m)}$	Значение $\sigma_l^{(m)}$, МПа
1	-1	-1	$\sigma_1^{(m)}$	45
2	-1	0	$\sigma_2^{(m)}$	60
3	-1	+1	$\sigma_3^{(m)}$	58
4	0	-1	$\sigma_4^{(m)}$	53
5	0	0	$\sigma_5^{(m)}$	70
6	0	+1	$\sigma_6^{(m)}$	65
7	+1	-1	$\sigma_7^{(m)}$	60
8	+1	0	$\sigma_8^{(m)}$	75
9	+1	+1	$\sigma_9^{(m)}$	68

Проведя расчеты напряженно-деформированного состояния корпуса МКЭ при величинах давления и температуры, соответствующих уровням их варьирования, отраженных в таблице 3.1, установим для каждой точки "m" девять значений действующих в ней напряжений $\sigma_l^{(m)}, l = \overline{1,9}$. В качестве примера они приведены в правом столбце таблицы 3.1. Подставляя эти величины для каждого расчета (опыта) в левую часть уравнения (3.30) и соответствующие этому опыту значения параметров \bar{p} и \bar{t} из таблицы 3.1 в правую часть уравнения (3.30), получим систему линейных уравнений

$$\sigma_1^{(m)} = b_{00}^{(m)} - b_{01}^{(m)} - b_{10}^{(m)} + b_{02}^{(m)} + b_{20}^{(m)} + b_{11}^{(m)} - b_{12}^{(m)} - b_{21}^{(m)} + b_{22}^{(m)};$$

$$\sigma_2^{(m)} = b_{00}^{(m)} - b_{10}^{(m)} + b_{20}^{(m)};$$

$$\sigma_3^{(m)} = b_{00}^{(m)} + b_{01}^{(m)} - b_{10}^{(m)} + b_{02}^{(m)} + b_{20}^{(m)} - b_{11}^{(m)} - b_{12}^{(m)} + b_{21}^{(m)} + b_{22}^{(m)};$$

$$\sigma_4^{(m)} = b_{00}^{(m)} - b_{01}^{(m)} + b_{02}^{(m)};$$

$$\begin{aligned}
\sigma_5^{(m)} &= b_{00}^{(m)}; \\
\sigma_6^{(m)} &= b_{00}^{(m)} + b_{01}^{(m)} + b_{02}^{(m)}; \\
\sigma_7^{(m)} &= b_{00}^{(m)} - b_{01}^{(m)} + b_{10}^{(m)} + b_{02}^{(m)} + b_{20}^{(m)} - b_{11}^{(m)} + b_{12}^{(m)} - b_{21}^{(m)} + b_{22}^{(m)}; \\
\sigma_8^{(m)} &= b_{00}^{(m)} + b_{10}^{(m)} + b_{20}^{(m)}; \\
\sigma_9^{(m)} &= b_{00}^{(m)} + b_{01}^{(m)} + b_{10}^{(m)} + b_{02}^{(m)} + b_{20}^{(m)} + b_{11}^{(m)} + b_{12}^{(m)} + b_{21}^{(m)} + b_{22}^{(m)},
\end{aligned}$$

решая которую, для искоемых коэффициентов $b_{ij}^{(m)}$, $i = \overline{0,2}$; $j = \overline{0,2}$ установим следующие выражения [123, 169]:

$$\begin{aligned}
b_{00}^{(m)} &= \sigma_5^{(m)}; \quad b_{01}^{(m)} = (\sigma_6^{(m)} - \sigma_4^{(m)})/2; \quad b_{10}^{(m)} = (\sigma_8^{(m)} - \sigma_2^{(m)})/2; \\
b_{02}^{(m)} &= (\sigma_4^{(m)} + \sigma_6^{(m)})/2 - \sigma_5^{(m)}; \quad b_{20}^{(m)} = (\sigma_2^{(m)} + \sigma_8^{(m)})/2 - \sigma_5^{(m)}; \\
b_{11}^{(m)} &= (\sigma_1^{(m)} - \sigma_3^{(m)} - \sigma_7^{(m)} + \sigma_9^{(m)})/4; \\
b_{12}^{(m)} &= (\sigma_2^{(m)} - \sigma_8^{(m)})/2 - (\sigma_1^{(m)} + \sigma_3^{(m)} - \sigma_7^{(m)} - \sigma_9^{(m)})/4; \\
b_{21}^{(m)} &= (\sigma_4^{(m)} - \sigma_6^{(m)})/2 - (\sigma_1^{(m)} - \sigma_3^{(m)} + \sigma_7^{(m)} - \sigma_9^{(m)})/4; \\
b_{22}^{(m)} &= (\sigma_1^{(m)} + \sigma_3^{(m)} + \sigma_7^{(m)} + \sigma_9^{(m)})/4 - (\sigma_2^{(m)} + \sigma_4^{(m)} + \sigma_6^{(m)} + \sigma_8^{(m)})/2 + \sigma_5^{(m)}.
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Для величин $\sigma_l^{(m)}$, $l = \overline{1,9}$ из таблицы 3.1 по формулам (3.32) значения

$$\begin{aligned}
b_{ij}^{(m)} \text{ получены следующими: } b_{00}^{(m)} = 70; \quad b_{01}^{(m)} = 6; \quad b_{10}^{(m)} = 7,5; \quad b_{02}^{(m)} = -11; \quad b_{20}^{(m)} = -2,5; \\
b_{11}^{(m)} = -1,25; \quad b_{12}^{(m)} = -1,25; \quad b_{21}^{(m)} = -0,75; \quad b_{22}^{(m)} = 1,25.
\end{aligned}$$

Таким образом, для точки корпуса "m", функция (3.30) при безразмерных параметрах (\bar{p} , \bar{t}) выглядит так:

$$\sigma^{(m)} = 70 + 6\bar{p} + 7,5\bar{t} - 11\bar{p}^2 - 2,5\bar{t}^2 - 1,25\bar{p}\bar{t} - 1,25\bar{t}\bar{p}^2 - 0,75\bar{t}^2\bar{p} + 1,25\bar{t}^2\bar{p}^2, \tag{3.33}$$

а для параметров p и t , с учетом зависимостей (3.31), имеет вид:

$$\begin{aligned}
\sigma^{(m)} &= 70 + 6 \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right] + 7,5 \frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} - 11 \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right]^2 - \\
&- 2,5 \left[\frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} \right]^2 - 1,25 \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right] \left[\frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} \right] - \\
&- 1,25 \left[\frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} \right] \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right]^2 - \\
&- 0,75 \left[\frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} \right]^2 \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right] + \\
&+ 1,25 \left[\frac{2t - (t_{\max} + t_{\min})}{t_{\max} - t_{\min}} \right]^2 \left[\frac{2p - (p_{\max} + p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}} \right]^2.
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Функция отклика (3.34) при вариации давления и температуры в пределах: $p_{\min} = 1,8\text{МПа} \leq p \leq p_{\max} = 5,0\text{МПа}$; $t_{\min} = -28^\circ\text{C} \leq t \leq t_{\max} = 40^\circ\text{C}$, соответствующих данным рисунка 3.5, показана на рисунке 3.7.

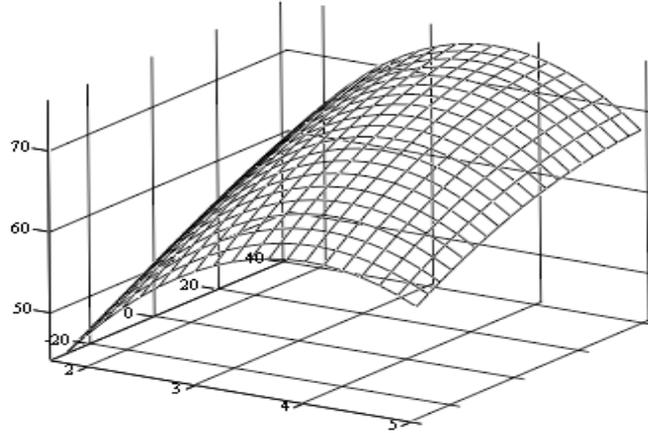


Рисунок 3.7 - Функция отклика (3.34)

Аппроксимация функции $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$ с использованием полиномиальной зависимости (3.33) и рассмотренной методики определения коэффициентов $b_{ij}^{(m)}$, $i = \overline{0,2}$; $j = \overline{0,2}$, реализация которой основана на минимальном числе расчетов значений функции $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$, предполагает, что погрешности вычисления значений этой функции отсутствуют. В то же время, любой численный метод расчета, в том числе и МКЭ, позволяет получать результаты с некоторой погрешностью, зависящей как от способа разбиения исследуемой детали на конечные элементы, так и их размеров. Уменьшить погрешности конечно-элементной сетки позволяет создание регулярной упорядоченной разбивки, как описано в подразделе 2.5, оценить качество полученной сетки – с помощью метода, изложенного в подразделе 2.3.

Повысить качество аппроксимации функции отклика, в случае необходимости, можно на основе использования большего числа рассчитанных значений функции $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$, например путем проведения двухфакторного эксперимента не на трех, а на пяти уровнях варьирования параметров \bar{p} и \bar{t} , что увеличивает число экспериментальных точек с 9 до 25 [331]. Блок-схема

решения данной задачи аналогична представленной на рисунке 3.1 и в более иллюстративном виде показана на рисунке 3.8.

Методика определения неизвестных коэффициентов регрессионного уравнения для изложенного варианта проведения компьютерного (расчетного) эксперимента заключается в следующем. Воспользуемся равномерной сеткой узлов, которой соответствует матрица планирования экспериментов, представленная таблицей 3.2.

В результате расчетов установим для каждого опыта значения напряжений $\sigma_{ij}^{(m)}, i = \overline{1,5}; j = \overline{1,5}$. Далее реализуем следующий алгоритм расчета. Для каждого фиксированного уровня фактора $\bar{t} = -1; -0,5; 0; 0,5; 1$, соответственно $i = \overline{1,5}$, методом наименьших квадратов с учетом значений фактора $\bar{p} = -1; -0,5; 0; 0,5; 1$ (соответственно $j = \overline{1,5}$) определим коэффициенты $c_i^{(m)}$, $d_i^{(m)}$ и $f_i^{(m)}$ полинома второй степени

$$\sigma_{ij}^{(m)} = c_i^{(m)} + d_i^{(m)} \cdot \bar{p} + f_i^{(m)} \cdot \bar{p}^2. \quad (3.35)$$

Эти коэффициенты являются решением следующей системы трех линейных уравнений:

$$\begin{aligned} c_i^{(m)} 25 + d_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 \bar{p}_j + f_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^2 &= \sum_{j=1}^5 \sigma_{ij}^{(m)}; \\ c_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 \bar{p}_j + d_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^2 + f_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^3 &= \sum_{j=1}^5 \sigma_{ij}^{(m)} \bar{p}_j; \\ c_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^2 + d_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^3 + f_i^{(m)} \sum_{j=1}^5 (\bar{p}_j)^4 &= \sum_{j=1}^5 \sigma_{ij}^{(m)} (\bar{p}_j)^2. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Подставляя в уравнения значения параметра \bar{p}_j из таблицы 3.2, после преобразований найдем:

$$\begin{aligned} c_i^{(m)} &= (-0,75\sigma_{i1}^{(m)} + 3,0\sigma_{i2}^{(m)} + 4,25\sigma_{i3}^{(m)} + 3,0\sigma_{i4}^{(m)} - 0,75\sigma_{i5}^{(m)})/8,75; \\ d_i^{(m)} &= (-\sigma_{i1}^{(m)} - 0,5\sigma_{i2}^{(m)} + 0,5\sigma_{i4}^{(m)} + \sigma_{i5}^{(m)})/2,5; \\ f_i^{(m)} &= (\sigma_{i1}^{(m)} - 0,5\sigma_{i2}^{(m)} - \sigma_{i3}^{(m)} - 0,5\sigma_{i4}^{(m)} + \sigma_{i5}^{(m)})/1,75. \end{aligned} \quad (3.37)$$

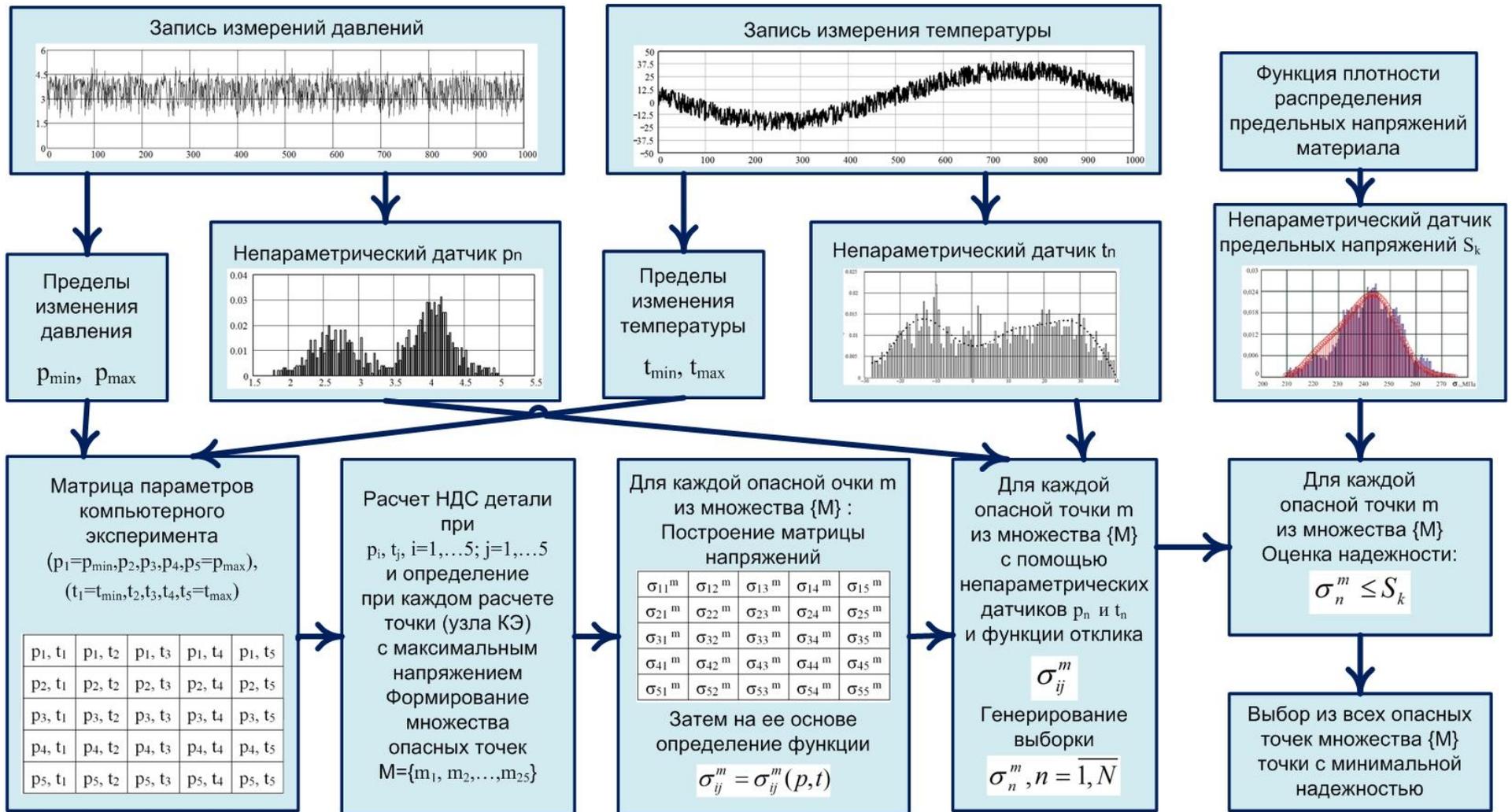


Рисунок 3.8. Блок-схема решения задачи

Таблица 3.2. Матрица планирования двухфакторного эксперимента при пяти уровнях варьирования факторов

№ опыта (расчета)	Параметр \bar{t}_i	Параметр \bar{p}_j	Величина $\sigma_{ij}^{(m)}$	Значение $\sigma_{ij}^{(m)}$, МПа	Значение $\sigma_{ij}^{(m)}$ по формулам (3.34)/(3.44)
1	-1	-1	$\sigma_{11}^{(m)}$	45	45,000/45,026
2	-1	-0,5	$\sigma_{12}^{(m)}$	55	54,625/54,724
3	-1	0	$\sigma_{13}^{(m)}$	60	60,000/60,100
4	-1	0,5	$\sigma_{14}^{(m)}$	61	61,125/61,153
5	-1	1	$\sigma_{15}^{(m)}$	58	58,000/57,883
6	-0,5	-1	$\sigma_{21}^{(m)}$	49	49,125/49,193
7	-0,5	-0,5	$\sigma_{22}^{(m)}$	60	59,891/59,955
8	-0,5	0	$\sigma_{23}^{(m)}$	66	65,625/65,664
9	-0,5	0,5	$\sigma_{24}^{(m)}$	66	66,328/66,321
10	-0,5	1	$\sigma_{25}^{(m)}$	62	62,000/61,924
11	0	-1	$\sigma_{31}^{(m)}$	53	53,000/53,094
12	0	-0,5	$\sigma_{32}^{(m)}$	64	64,250/64,276
13	0	0	$\sigma_{33}^{(m)}$	70	70,000/69,980
14	0	0,5	$\sigma_{34}^{(m)}$	70	70,250/70,207
15	0	1	$\sigma_{35}^{(m)}$	65	65,000/64,957
16	0,5	-1	$\sigma_{41}^{(m)}$	57	56,625/56,730
17	0,5	-0,5	$\sigma_{42}^{(m)}$	68	67,703/67,687
18	0,5	0	$\sigma_{43}^{(m)}$	73	73,125/73,047
19	0,5	0,5	$\sigma_{44}^{(m)}$	73	72,891/72,812
20	0,5	1	$\sigma_{45}^{(m)}$	67	67,000/66,981
21	1	-1	$\sigma_{51}^{(m)}$	60	60,000/60,100
22	1	-0,5	$\sigma_{52}^{(m)}$	70	70,250/70,187
23	1	0	$\sigma_{53}^{(m)}$	75	75,000/74,865
24	1	0,5	$\sigma_{54}^{(m)}$	74	74,250/74,136
25	1	1	$\sigma_{55}^{(m)}$	68	68,000/67,998

В результате, основываясь на данных, представленных в таблице 3.2, получим по пять значений для каждого из коэффициентов (3.37), – таблица 3.3.

Таблица 3.3. Данные для аппроксимации

	$\bar{t} = -1$	$\bar{t} = -0,5$	$\bar{t} = -0,0$	$\bar{t} = 0,5$	$\bar{t} = 1,0$
$c_i^{(m)}$	$c_1^{(m)}$	$c_2^{(m)}$	$c_3^{(m)}$	$c_4^{(m)}$	$c_5^{(m)}$
$d_i^{(m)}$	$d_1^{(m)}$	$d_2^{(m)}$	$d_3^{(m)}$	$d_4^{(m)}$	$d_5^{(m)}$
$f_i^{(m)}$	$f_1^{(m)}$	$f_2^{(m)}$	$f_3^{(m)}$	$f_4^{(m)}$	$f_5^{(m)}$

По аналогии с выражением (3.30), каждый коэффициент $c_i^{(m)}$, $d_i^{(m)}$ и $f_i^{(m)}$ представим в виде полинома второй степени относительно параметра \bar{t} :

$$\begin{aligned}
c_i^{(m)} &= C_0^{(m)} + C_1^{(m)} \cdot \bar{t} + C_2^{(m)} \cdot \bar{t}^2; \\
d_i^{(m)} &= D_0^{(m)} + D_1^{(m)} \cdot \bar{t} + D_2^{(m)} \cdot \bar{t}^2; \\
f_i^{(m)} &= F_0^{(m)} + F_1^{(m)} \cdot \bar{t} + F_2^{(m)} \cdot \bar{t}^2.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Для определения значений неизвестных коэффициентов $C_0^{(m)}, C_1^{(m)}, C_2^{(m)}, D_0^{(m)}, D_1^{(m)}, D_2^{(m)}, F_0^{(m)}, F_1^{(m)}, F_2^{(m)}$ воспользуемся методом наименьших квадратов, в соответствии с которым искомые коэффициенты являются решением трех систем линейных уравнений.

Коэффициенты $C_0^{(m)}, C_1^{(m)}, C_2^{(m)}$:

$$\begin{aligned}
C_0^{(m)} 25 + C_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + C_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 &= \sum_{i=1}^5 c_i^{(m)}; \\
C_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + C_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + C_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 &= \sum_{i=1}^5 c_i^{(m)} \bar{t}_i; \\
C_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + C_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 + C_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^4 &= \sum_{i=1}^5 c_i^{(m)} (\bar{t}_i)^2.
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Коэффициенты $D_0^{(m)}, D_1^{(m)}, D_2^{(m)}$:

$$\begin{aligned}
D_0^{(m)} 25 + D_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + D_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 &= \sum_{i=1}^5 d_i^{(m)}; \\
D_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + D_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + D_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 &= \sum_{i=1}^5 d_i^{(m)} \bar{t}_i; \\
D_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + D_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 + D_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^4 &= \sum_{i=1}^5 d_i^{(m)} (\bar{t}_i)^2.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Коэффициенты $F_0^{(m)}, F_1^{(m)}, F_2^{(m)}$:

$$\begin{aligned}
 F_0^{(m)} 25 + F_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + F_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 &= \sum_{i=1}^5 f_i^{(m)}; \\
 F_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i + F_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + F_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 &= \sum_{i=1}^5 f_i^{(m)} \bar{t}_i; \\
 F_0^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^2 + F_1^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^3 + F_2^{(m)} \sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i)^4 &= \sum_{i=1}^5 f_i^{(m)} (\bar{t}_i)^2.
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Решая системы (3.39)...(3.41) на основе данных таблицы 3.3, получим для коэффициентов $C_0^{(m)}, C_1^{(m)}, C_2^{(m)}, D_0^{(m)}, D_1^{(m)}, D_2^{(m)}, F_0^{(m)}, F_1^{(m)}, F_2^{(m)}$ зависимости, аналогичные (3.37):

$$\begin{aligned}
 C_0^{(m)} &= (-0,75c_1^{(m)} + 3,0c_2^{(m)} + 4,25c_3^{(m)} + 3,0c_4^{(m)} - 0,75c_5^{(m)})/8,75; \\
 C_1^{(m)} &= (-c_1^{(m)} - 0,5c_2^{(m)} + 0,5c_4^{(m)} + c_5^{(m)})/2,5; \\
 C_2^{(m)} &= (c_1^{(m)} - 0,5c_2^{(m)} - c_3^{(m)} - 0,5c_4^{(m)} + c_5^{(m)})/1,75; \\
 D_0^{(m)} &= (-0,75d_1^{(m)} + 3,0d_2^{(m)} + 4,25d_3^{(m)} + 3,0d_4^{(m)} - 0,75d_5^{(m)})/8,75; \\
 D_1^{(m)} &= (-d_1^{(m)} - 0,5d_2^{(m)} + 0,5d_4^{(m)} + d_5^{(m)})/2,5; \\
 D_2^{(m)} &= (d_1^{(m)} - 0,5d_2^{(m)} - d_3^{(m)} - 0,5d_4^{(m)} + d_5^{(m)})/1,75; \\
 F_0^{(m)} &= (-0,75f_1^{(m)} + 3,0f_2^{(m)} + 4,25f_3^{(m)} + 3,0f_4^{(m)} - 0,75f_5^{(m)})/8,75; \\
 F_1^{(m)} &= (-f_1^{(m)} - 0,5f_2^{(m)} + 0,5f_4^{(m)} + f_5^{(m)})/2,5; \\
 F_2^{(m)} &= (f_1^{(m)} - 0,5f_2^{(m)} - f_3^{(m)} - 0,5f_4^{(m)} + f_5^{(m)})/1,75.
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

В результате описанной процедуры, для аппроксимации данных таблицы 3.3 получена следующая зависимость:

$$\sigma^{(m)} = c^{(m)} + d^{(m)} \cdot \bar{p} + f^{(m)} \cdot \bar{p}^{-2}, \tag{3.43}$$

где $c^{(m)} = C_0^{(m)} + C_1^{(m)} \cdot \bar{t} + C_2^{(m)} \cdot \bar{t}^{-2}$; $d^{(m)} = D_0^{(m)} + D_1^{(m)} \cdot \bar{t} + D_2^{(m)} \cdot \bar{t}^{-2}$;

$$f^{(m)} = F_0^{(m)} + F_1^{(m)} \cdot \bar{t} + F_2^{(m)} \cdot \bar{t}^{-2}.$$

Коэффициенты $C_0^{(m)}, C_1^{(m)}, C_2^{(m)}, D_0^{(m)}, D_1^{(m)}, D_2^{(m)}, F_0^{(m)}, F_1^{(m)}, F_2^{(m)}$ выражения (3.43) рассчитываются по формулам (3.42), а входящие в них величины

$c_i^{(m)}, i = \overline{1,5}; d_i^{(m)}, i = \overline{1,5}$ и $f_i^{(m)}, i = \overline{1,5}$ - по зависимостям (3.37) на основе значений $\sigma_{ij}^{(m)}, i = \overline{1,5}; j = \overline{1,5}$, представленных в таблице 3.3.

Реализацию изложенной методики получения аппроксимирующей функции $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$ рассмотрим на примере обработки данных $\sigma_{ij}^{(m)}, i = \overline{1,5}; j = \overline{1,5}$, содержащихся в пятом столбце таблицы 3.3. В шестом столбце этой таблицы приведены значения $\sigma_{ij}^{(m)}$, рассчитанные по формуле (3.33), аппроксимирующей результаты компьютерного эксперимента при варьировании параметров на трех уровнях.

Воспользовавшись значениями $\sigma_{ij}^{(m)}, i = \overline{1,5}; j = \overline{1,5}$ (пятый столбец таблицы 3.3), по формулам (3.37) рассчитаем величины коэффициентов $c_i^{(m)}, i = \overline{1,5}; d_i^{(m)}, i = \overline{1,5}$ и $f_i^{(m)}, i = \overline{1,5}$, которые отразим в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Результаты расчета коэффициентов $c_i^{(m)}, d_i^{(m)}, f_i^{(m)}$

	$\bar{t} = -1$	$\bar{t} = -0,5$	$\bar{t} = -0,0$	$\bar{t} = 0,5$	$\bar{t} = 1,0$
$c_i^{(m)}$	$c_1^{(m)} = 60,086$	$c_2^{(m)} = 65,743$	$c_3^{(m)} = 69,829$	$c_4^{(m)} = 73,171$	$c_5^{(m)} = 74,829$
$d_i^{(m)}$	$d_1^{(m)} = 6,4$	$d_2^{(m)} = 6,4$	$d_3^{(m)} = 6,0$	$d_4^{(m)} = 5,0$	$d_5^{(m)} = 4,0$
$f_i^{(m)}$	$f_1^{(m)} = -8,571$	$f_2^{(m)} = -10,286$	$f_3^{(m)} = -10,857$	$f_4^{(m)} = -11,143$	$f_5^{(m)} = -10,857$

Далее обратимся к формулам (3.42) и определим значения коэффициентов:

$$C_0^{(m)} = 69,98; C_1^{(m)} = 7,383; C_2^{(m)} = -2,498; D_0^{(m)} = 5,931; D_1^{(m)} = -1,24; D_2^{(m)} = -0,743; F_0^{(m)} = -10,955; F_1^{(m)} = -1,086; F_2^{(m)} = 1,224.$$

После чего, на основании (3.43), искомую зависимость $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(\bar{p}, \bar{t})$ представим в виде:

$$\begin{aligned} \sigma^{(m)}(\bar{p}, \bar{t}) = & 69,98 + 7,383\bar{t} - 2,498(\bar{t})^2 + \left[5,931 - 1,24\bar{t} - 0,743(\bar{t})^2 \right] \bar{p} + \\ & + \left[-10,995 - 1,086\bar{t} + 1,224(\bar{t})^2 \right] (\bar{p})^2. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Результаты расчета по этой зависимости для параметров $\bar{t} = -1; -0,5; 0; 0,5; 1$ и $\bar{p} = -1; -0,5; 0; 0,5; 1$ показаны в шестом столбце таблицы 3.3. Их анализ свидетельствует, что, несмотря на "зашумленность" исходных данных, качество аппроксимации достаточно высокое. Для получения на основе (3.44) функции $\sigma^{(m)} = \sigma^{(m)}(p, t)$, достаточно воспользоваться формулами (3.31).

Вернемся к задаче, блок-схема которой представлена на рисунке 3.8. Установленные зависимости (3.34) или (3.44) с учетом (3.31) позволяют при имеющихся непараметрических датчиках давления ($p_n, n = \overline{1, N}$) и температуры ($t_n, n = \overline{1, N}$) сгенерировать для каждой точки "m" выборку напряжений $\sigma_n^{(m)}, n = \overline{1, N}$ и рассмотренными в предыдущем подразделе методами и алгоритмами восстановить функции плотности распределения напряжений. В качестве примера, на рисунке 3.9 для одной из точек "m" исследуемого корпуса показана функция плотности распределения напряжений и ее аппроксимация с использованием непараметрических методов статистики.

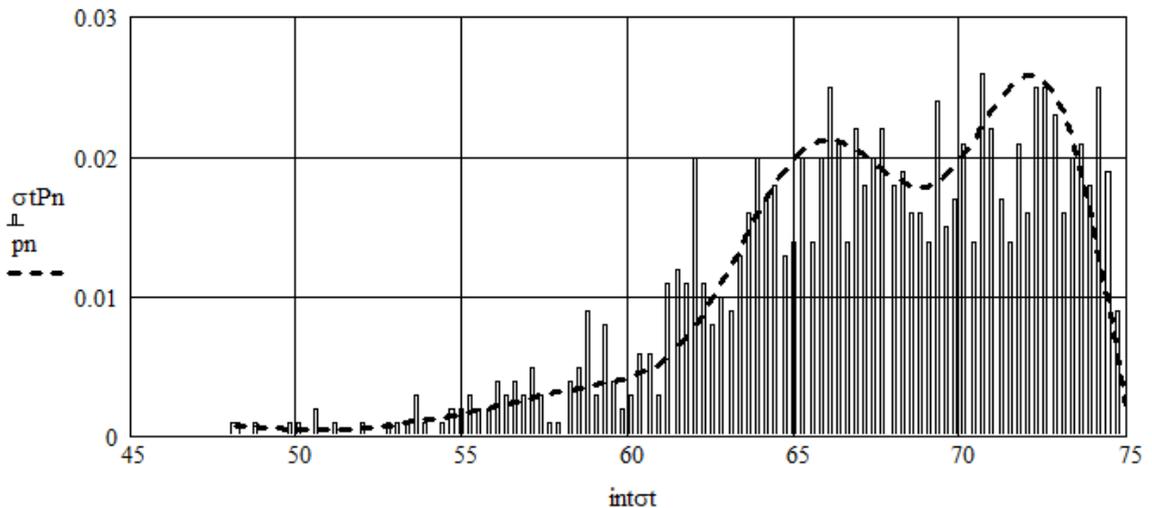


Рисунок 3.9 - Функция плотности распределения напряжений в точке "m" исследуемого корпуса

Воспользовавшись далее непараметрическим датчиком S_k предельных напряжений, в качестве которых примем предел выносливости (σ_{-1}), получим для них выборку требуемой длины и восстановим функцию плотности распределения предельных напряжений:

$$f_{N_s}(\sigma_{-1}) = \sum_{r=1}^{N_s} \lambda_{sr} \cdot \varphi_r \left[\frac{(\sigma_{-1} - A_s)}{(B_s - A_s)} \right],$$

$$A_s = \min_r \{ \sigma_{-1r} \}, \quad B_s = \max_r \{ \sigma_{-1r} \}. \quad (3.45)$$

После чего для каждой из "m" исследуемых точек корпуса рассчитаем вероятность безотказной работы [313]:

$$R^{(m)} = \int_0^\infty \left\{ \int_0^\infty \left[\sum_{r=1}^{N_s} \lambda_{sr} \cdot \varphi_r \left(\frac{\sigma_{-1} + \sigma - A_s}{B_s - A_s} \right) \right] \cdot \left[\sum_{k=1}^{N_\sigma} \lambda_{\sigma k} \cdot \varphi_\sigma \left(\frac{\sigma - A_\sigma}{B_\sigma - A_\sigma} \right) \right] d\sigma \right\} d\sigma_{-1}. \quad (3.46)$$

Прочностная надежность корпуса в целом R определяется той точкой "m", в которой рассчитанная по формуле (3.46) величина $R^{(m)}$ является минимальной:

$$R = \min_m (R^{(m)}).$$

Представленная методика в работе [13] использована при расчете вероятности отказов по критерию прочности технологических трубопроводов, в условиях эксплуатации которых давление и температура перекачиваемого продукта изменяются по случайным законам, восстановленным с использованием процедур непараметрической статистики. В работе [158] изложена аналогичная представленной методика, а также ее применение для оценки вероятности безотказной работы механического компенсатора осевых колебаний бурильной колонны в режиме эксплуатации, при котором осевая нагрузка на долото является величиной случайной.

3.4. Выводы по Главе 3

1. Для корпусных деталей, аналитические методы расчета напряженно-деформированного состояния которых отсутствуют, разработана методология оценки вероятности безотказной работы в условиях нагружения внешними случайными нагрузками независимо от сложности законов их распределения.
2. Рассмотрены метод восстановления неизвестной функции плотности распределения случайных величин на основе оценок Парзена-Розенблатта и метод структурной минимизации функции эмпирического риска. Для реализации методов на основе минимизации функционала качества предложены и реализованы в программном комплексе алгоритмы поиска оптимальных величин: параметра ширины окна Парзена-Розенблатта и числа членов разложения по системе тригонометрических функций. Впервые разработаны непараметрические датчики случайных величин, позволяющие для функций плотности распределения, восстановленных методами непараметрической статистики, генерировать выборки случайных величин требуемой длины.
3. Разработанная методология проиллюстрирована при оценке вероятности безотказной работы корпуса клиновой задвижки КЗ13010-100 в условиях ее эксплуатации при давлении и температуре, изменяющихся по законам случайных величин, восстановленных методами непараметрической статистики на основе ежедневных измерений давлений и температуры за год работы задвижки.

ГЛАВА 4. НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ОБЩЕПРОМЫШЛЕННОГО ПРИМЕНЕНИЯ

Для преобразования скоростей вращения и крутящих моментов в настоящее время наиболее широко применяются зубчатые передачи. Обеспечение требуемой вероятности безотказной работы зубчатых передач во многих механизмах гарантирует необходимую надежность изделия [300]. В связи с этим, разработка методик оценки прочностной надежности зубчатых передач является важной инженерной задачей. Ее решение было впервые предложено Г.А. Снесаревым в работах [111, 112, 113] для цилиндрических зубчатых передач. Главной идеей разработанных им методов явилось разделение величин, входящих в зависимости, на детерминированные и случайные, для которых принимался нормальный закон распределения. Номинальный крутящий момент считался детерминированным, а режим работы передачи (особо легкий, легкий, средний нормальный, средний равновероятный, тяжелый) учитывался коэффициентом внешней нагрузки, распределение которого также предполагалось нормальным.

Заложенная в разработанных более 30 лет назад методиках вероятностного прочностного расчета цилиндрических передач методология до настоящего времени не претерпела никаких изменений [51, 74, 98, 248, 249, 345]. Принятие нормального закона распределения для случайных величин, входящих в расчетные зависимости по расчету действующих напряжений в виде сумм, произведений, частного, подкоренных выражений, не позволяет оценить фактический закон распределения искомых напряжений [205, 219, 289, 290]. Поскольку, для действующих и предельных напряжений также принимается нормальный закон распределения [262, 345], разработанные методики прочностного расчета передач в рамках методов параметрической статистики являются весьма условными (это отмечают и сами авторы работы [98]) и требуют своего развития. Эти ограничения могут быть исключены путем создания новых методик расчета прочностной надежности передач, бази-

рующихся на применении математического аппарата непараметрической статистики [25, 108, 130, 242] и методах компьютерного моделирования случайных величин. Разработке таких методик и посвящена настоящая глава.

4.1. Методы и алгоритмы решения вспомогательных задач

Реализация методик оценки прочностной надежности деталей машин на основе методов непараметрической статистики требует решения двух вспомогательных задач, аналогичных рассмотренным в третьей главе:

1. компьютерное моделирование случайных величин с законами, параметры которых известны, и с законами, установленными методами непараметрической статистики;
2. восстановление функции плотности распределения случайной величины по ее выборке.

Актуальность первой задачи диктуется необходимостью вычисления вероятности отказа зубчатой передачи при различных режимах ее работы. В соответствии с данными работ [33, 223, 230], внешняя нагрузка - крутящий момент на шестерне (T_1), в общем случае является величиной случайной. В зависимости от режима работы зубчатой передачи для T_1 принимают следующие законы распределения.

Для тяжелого режима работы передачи интегральную функцию для крутящего момента принято описывать Бета-распределением [215, 228, 270, 271]:

$$\Phi_1(v_i) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^{v_i} v_i^{a-1} (1-v_i)^{b-1} dv_i, \quad (4.1)$$

где $B(a,b)$ β – функция, параметры масштаба и формы которой имеют значения $a=6$, $b=2$; при этом среднее значение T_{1cp} относительно максимальной величины крутящего момента T_{1m} составляет $T_{1cp}=0,75 T_{1m}$ ($v_{cp}=0,75$); $v_i = T_{1i} / T_{1m}$.

При среднем режиме работы передачи закон распределения случайной величины T_1 принимают либо нормальным [204, 224, 254, 341]:

$$\Phi_2(v_i) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_0^{v_i} \exp\left(-\frac{(v_i - v_{cp})^2}{2S^2}\right) dv_i, \quad (4.2)$$

с параметрами $S=0,167$; $v_{cp}=0,5$ ($T_{1cp}=0,5 T_{1M}$),
либо равновероятным [207, 255, 280]:

$$\Phi_3(v_i) = \int_0^{v_i} dv_i, \quad T_{1cp}=0,5 T_{1M}; \quad v_{cp}=0,5. \quad (4.3)$$

При легком режиме работы передачи интегральная функция распределения для T_1 описывается гамма-распределением [217, 244, 246]:

$$\Phi_4(v_i) = \frac{1}{\Gamma(a)\beta^a} \int_0^{v_i} v_i^{a-1} \exp\left(-\frac{v_i}{\beta}\right) dv_i, \quad (4.4)$$

где параметры формы и масштаба равны: $a=3$; $\beta=0,1$; при этом $v_{cp}=0,3$ то есть $T_{1cp}=0,3 T_{1M}$.

Заметим, что применение законов (4.1),..., (4.4) в вероятностных прочностных расчетах деталей машин при их случайном нагружении является вынужденным и определяется аналитическим описанием зависимостей между функцией распределения и плотностью распределения случайных величин, полученных для законов (4.1),..., (4.4) в рамках параметрической статистики. По этой причине экспериментальные данные, установленные в процессе испытания машин в реальных условиях эксплуатации, задаваясь уровнем ошибки первого рода [118] обрабатывают для того, чтобы определить, какой из рассматриваемых законов распределения случайных величин может быть в дальнейших расчетах принят. Естественно, что при таком подходе не только теряется часть первичной информации, но и открытым остается вопрос о величине ошибки второго рода. Учитывая сказанное, при разработке методики оценки прочностной надежности зубчатых передач мы не будем опираться на какие-либо аналитические зависимости, характеризующие за-

коны (4.1),..., (4.4), полагая лишь, что распределение T_1 задано выборкой $\{T_{1i}\}$. В частных случаях выборка $\{T_{1i}\}$ может подчиняться законам (4.1),..., (4.4), а в общем случае соответствует первичным данным, полученным в процессе ходовых испытаний машины.

Поскольку законы (4.1),..., (4.4) с точностью до параметров известны, задача генерирования в соответствии с ними выборок случайных величин, является идентичной рассмотренной в подразделе 3.2. Программная реализация описанного алгоритма представляет собой датчики случайной величины.

Изложенный алгоритм генерирования случайной величины, законы распределения которой описываются функциями (4.1),..., (4.4) реализован в программах, написанных в среде MathCad [40]. Результаты работы программ иллюстрируют рисунки 4.1,... 4.4, на которых представлены гистограммы функций плотности распределения для законов (4.1),..., (4.4), полученные на основе обработки выборки длиной $n = 1000$ и кривые, соответствующие аналитическому описанию этих же функций плотности.

Алгоритм решения второй вспомогательной задачи подробно рассмотрен в подразделе 3.2 настоящей работы.

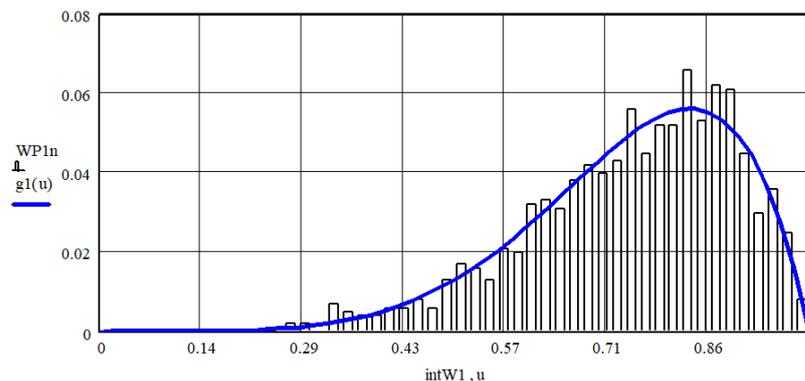


Рисунок 4.1 - Функция плотности распределения для генерирования случайной величины крутящего момента в соответствии с тяжелым режимом работы передачи

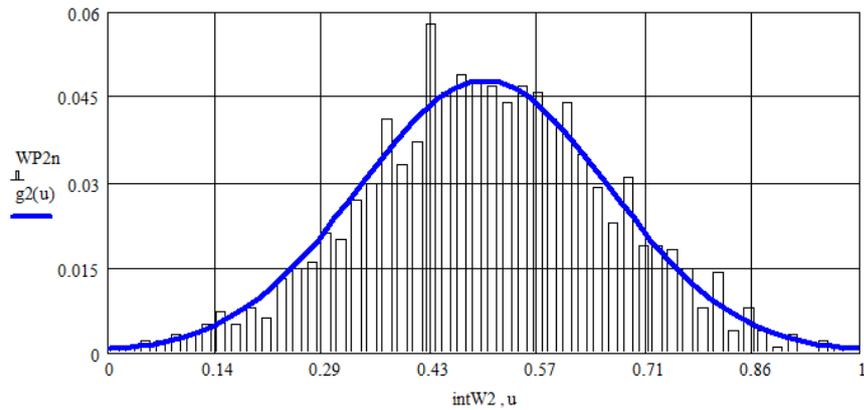


Рисунок 4.2 - Функция плотности распределения для генерирования случайной величины крутящего момента в соответствии со средним режимом работы передачи

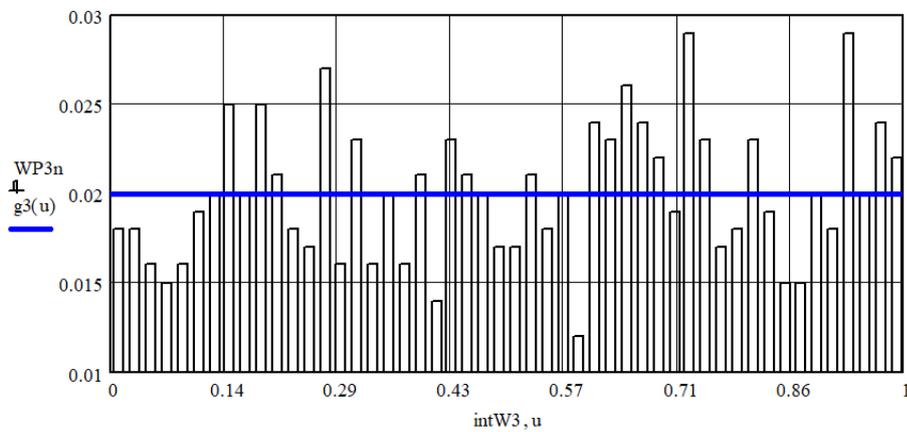


Рисунок 4.3 – Функция плотности распределения для генерирования случайной величины крутящего момента в соответствии со средним равновероятным режимом работы передачи

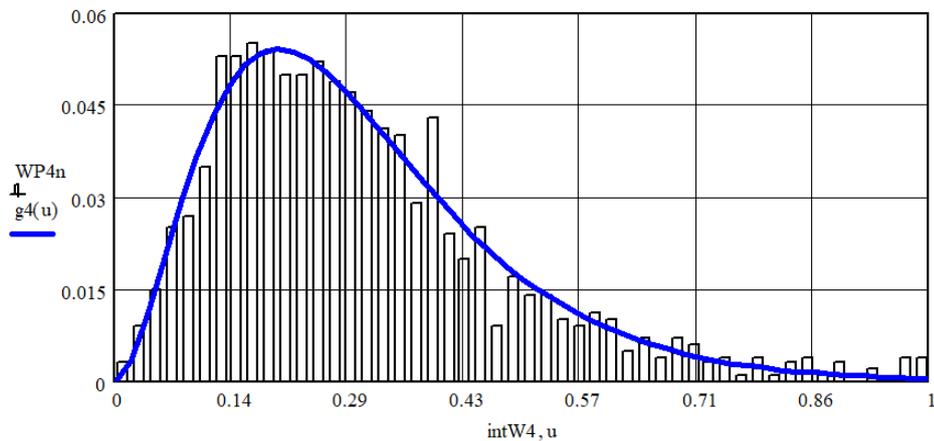


Рисунок 4.4 – Функция плотности распределения для генерирования случайной величины крутящего момента в соответствии с легким режимом работы передачи

4.2. Разработка методики расчета вероятности безотказной работы цилиндрических передач по сопротивлению контактной усталости

Известно [98, 113], что вероятность безотказной работы P_H зубчатых передач по критерию сопротивления усталостной прочности определяется как вероятность того, что возникающее в зацеплении зубьев контактное напряжение σ_H не превышает предела контактной выносливости σ_{Hlim} :

$$P_H = \text{Вер}(\sigma_H < \sigma_{Hlim}). \quad (4.5)$$

Зависимость для расчета действующих в полюсе зацепления зубьев цилиндрических передач контактных напряжений σ_H (МПа) имеет вид [28, 33, 90, 98, 113]:

$$\sigma_H = 6,13 \cdot 10^3 \cdot Z_H \frac{1}{a_w} \sqrt{\frac{T_{1H}^*}{b_w} \cdot \frac{(u+1)^3}{u} \cdot K_{H\Sigma}}, \quad (4.6)$$

где Z_H – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей; a_w – межосевое расстояние цилиндрической передачи, (мм); b_w – рабочая ширина зубчатого венца, (мм); u – передаточное отношение; T_{1H}^* – крутящий момент на шестерне при работе в номинальном режиме, (Н·м); $K_{H\Sigma}$ – коэффициент нагрузки.

В работах [98, 113] при решении задачи (4.5) напряжение σ_H рассматривается как функция детерминированных параметров (Z_H , b_w , u) и случайной величины $K_{H\Sigma}$, представляющей собой произведение четырех коэффициентов:

$$K_{H\Sigma} = K_A \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} \cdot K_{H\alpha}. \quad (4.7)$$

Здесь K_A – коэффициент внешней нагрузки; $K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине зубчатого венца; K_{HV} – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении при работе передачи; $K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Из анализа зависимостей, полученных для определения значений коэффициентов $K_A, K_{H\beta}, K_{HV}, K_{H\alpha}$ в рамках разработанных методик расчета цилиндрических передач на контактную усталостную прочность [28, 93], следует, что перечисленные коэффициенты являются коррелированными (зависимыми) случайными величинами. Это объясняется условностью учета при прочностном расчете передач дополнительных внутренних нагрузок путем введения коэффициентов, позволяющих рассчитывать контактные напряжения в зацеплении зубьев цилиндрических передач по формулам, полученным в теории упругости для случая контакта цилиндров неограниченной длины. В разработанных методиках расчета вероятности безотказной работы передач [98, 111, 113] коррелированность частных коэффициентов нагрузки не учитывается. Более того, для определения характеристик случайной величины (σ_H), необходимых для решения задачи (4.5), описание всех случайных величин ($K_A, K_{H\beta}, K_{HV}, K_{H\alpha}$), независимо от их функций плотности распределения, выполнено с использованием лишь средних значений величин: $\overline{K_A}, \overline{K_{H\beta}}, \overline{K_{HV}}, \overline{K_{H\alpha}}$ и соответствующих коэффициентов вариации: $v_A, v_{H\beta}, v_{HV}, v_{H\alpha}$. Только при таких допущениях удастся определить среднее значение коэффициента нагрузки $\overline{K_{H\Sigma}}$ и рассчитать коэффициент его вариации $v_{H\Sigma}$:

$$v_{H\Sigma} = \sqrt{v_A^2 + v_{H\beta}^2 + v_{HV}^2 + v_{H\alpha}^2} . \quad (4.8)$$

После чего искомым коэффициентом вариации $v_{\sigma H}$ действующего в зацеплении контактного напряжения, принимая во внимание пропорциональную зависимость σ_H от $\sqrt{K_{H\Sigma}}$, определяется по следующей приближенной формуле:

$$v_{\sigma H} = 0,5 v_{H\Sigma}, \quad (4.9)$$

а среднее значение контактного напряжения $\overline{\sigma_H}$ вычисляется по зависимости (4.6), в которую вместо коэффициента $K_{H\Sigma}$ подставляют его среднее зна-

чение $\overline{K_{H\Sigma}}$, рассчитанное в соответствии с выражением (4.7) при подстановке в него средних значений коэффициентов $\overline{K_A}$, $\overline{K_{H\beta}}$, $\overline{K_{HV}}$, $\overline{K_{H\alpha}}$.

При решении задачи (4.5) правая величина условия, - предел контактной выносливости σ_{Hlim} , рассматривается как величина случайная, характеризующаяся средним значением $\overline{\sigma_{Hlim}}$ и коэффициентом вариации v_{Hlim} . В результате расчет вероятности безотказной работы передачи сводится к определению квантиля u_p :

$$u_p = - \frac{\overline{n_H}}{\sqrt{\overline{n_H}^2 \cdot v_{\sigma_{Hlim}}^2 + v_{\sigma_H}^2}}, \quad (4.10)$$

где $\overline{n_H}$ – коэффициент запаса прочности по средним напряжениям, равный

$$\overline{n_H} = \frac{\overline{\sigma_{Hlim}}}{\overline{\sigma_H}}. \quad (4.11)$$

Искомая вероятность безотказной работы передачи устанавливается в зависимости от значения величины u_p по таблицам [98] в предположении, что случайные величины σ_H и σ_{Hlim} подчиняются нормальному закону распределения.

Анализ выше изложенного подхода к расчету вероятности безотказной работы передач свидетельствует, что заложенные в нем условия независимости случайных величин коэффициентов (4.7), предположения о нормальном распределении случайных величин и использование их статистических характеристик лишь в виде средних значений и коэффициентов вариации, без учета фактических функций плотности распределения (особенно это важно при задании внешней нагрузки), определяют высокую условность результатов расчета. Устранить отмеченные причины приближенности расчета надежности передач, как и других изделий [130], в рамках классической теории вероятности и параметрической статистики возможным не представляется. В то же время решение задачи может быть получено в случае использования методов компьютерного моделирования и применения математического ап-

парата и алгоритмов непараметрической статистики [130, 215, 265]. Практическая реализация этих методов требует существенных вычислительных ресурсов как по быстродействию, так и по объему оперативной памяти. Поэтому разработка новых, ориентированных на широкое использование компьютерных возможностей, методов расчета прочностной надежности деталей машин стала возможной только недавно, когда вычислительная техника достигла современного уровня развития.

Рассмотрим решение задачи (4.5) на основе зависимости (4.6) и полученных в работах [28, 90, 93] выражений для расчета коэффициентов K_A , $K_{H\beta}$, K_{HV} , $K_{H\alpha}$ с учетом алгоритмом моделирования случайных величин, представленных в разделе 3.2.

Пусть необходимо оценить надежность косозубой цилиндрической передачи, имеющей параметры: число зубьев шестерни $Z_1 = 32$, число зубьев колеса $Z_2 = 64$, коэффициент смещения зуба шестерни $\chi_1 = 0$, коэффициент смещения зуба колеса $\chi_2 = 0$, модуль $m = 5$ мм, ширина зубчатого венца $b_w = 60$ мм, угол наклона линии зуба $\beta = 16^\circ 15'$, режим работы которой соответствует тяжелому. Воспользовавшись выражением (4.1), определим функцию распределения крутящего момента:

$$\Phi_1(T_{1Hi}) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^{T_{1Hi}} T_{1Hi}^{a-1} (1 - T_{1Hi})^{b-1} dT_{1Hi} . \quad (4.12)$$

В этом случае функция плотности распределения случайной величины T_{1H}^* имеет вид:

$$P_1(T_{1Hi}) = \frac{T_{1H}^*}{B(a,b)} T_{1Hi}^{a-1} (1 - T_{1Hi})^{b-1} . \quad (4.13)$$

Воспользуемся результатами раздела 4.1. Используя датчик случайных чисел, сгенерируем в диапазоне от 0 до 1 выборку, длиной N , случайных чисел V_i , $i = \overline{1, N}$, закон распределения которых равномерный. Решая N раз численным методом уравнение (3.3), функция $\Phi(x_i)$ которого описывается за-

зависимостью (4.12), получим выборку значений крутящего момента на шестерне $\{T_{1Hi}\}$, $i = \overline{1, N}$. При $N=1000$ и $T_{1H}^* = 1970$ Н·м гистограмма функции $P_1(T_{1Hi})$, полученная в результате описанной процедуры компьютерного моделирования, показана на рисунке 4.5. Отметим, что результатом описанных действий является задание условий внешнего нагружения передачи и, поэтому, в формуле (4.7) коэффициент K_A необходимо исключить.

Проанализируем известную зависимость для расчета коэффициента $K_{H\beta}$ [28, 90, 93]:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{0,19 \cdot b_w^2 \cdot C_g \cdot \gamma_\Sigma \cdot d_{w1}}{T_{1H}}, \quad (4.14)$$

где C_g – суммарная удельная жесткость сопряженных зубьев (для прямозубых передач $C_g = 14000$ МПа, для косозубых передач $C_g = 18000$ МПа); d_{w1} – начальный диаметр шестерни (мм); γ_Σ – суммарный угол перекоса зубьев в зацеплении (радиан).

Угол перекоса зубьев, в общем случае, является композицией двух случайных величин [120]:

$$\gamma_\Sigma = \gamma_T(T_{1H}) + \gamma_\delta, \quad (4.15)$$

где γ_T – угол перекоса зубьев, вызываемый упругими деформациями всех деталей: валов, подшипников, зубьев, вообще говоря, зависящий от величины крутящего момента T_{1H} ; γ_δ – угол перекоса, вызванный погрешностями: изготовления колес, деталей и корпуса передачи, погрешностями сборки элементов передачи.

На этапе проектирования передачи для моделирования случайной величины γ_Σ и определения ее статистических характеристик можно воспользоваться методикой, рассмотренной в работе [120]. В том случае, когда исследуется надежность конкретной зубчатой передачи, величину угла перекоса можно, в первом приближении, считать постоянной, рассчитанной только исходя из точности изготовления колес зубчатой передачи. Например, для колес 7 степени точности, на основании [28] имеем:

$$\gamma_{\Sigma} = \gamma_{\delta} = \sqrt{\gamma_{\delta 1}^2 + \gamma_{\delta 2}^2}, \quad (4.16)$$

где $\gamma_{\delta 1}, \gamma_{\delta 2}$ – погрешности направления зубьев шестерни и колеса.

Воспользовавшись совокупностью значений $\{T_{1Hi}\}$, $i = \overline{1, N}$, по формуле (4.14):

$$K_{H\beta i} = 1 + \frac{0,19 \cdot b_w^2 \cdot C_g \cdot \gamma_{\Sigma} \cdot d_{w1}}{T_{1Hi}} \quad (4.17)$$

рассчитаем выборку величин коэффициента $\{K_{H\beta i}\}$, $i = \overline{1, N}$.

Обратимся к расчету коэффициента $K_{H\alpha}$. Зависимость для его определения в случае принятия нормального закона распределения приведена в работе [98]:

$$K_{H\alpha} = a_{H\alpha} + b_{H\alpha} \cdot \Delta_{\alpha}. \quad (4.18)$$

Здесь $a_{H\alpha}$ – предельная величина, зависящая от коэффициента перекрытия; $b_{H\alpha}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от передаваемой удельной нагрузки, жесткости, приработки зубьев, коэффициента перекрытия; Δ_{α} – разность окружных шагов зацепления, – случайная величина, распределенная по равновероятному закону.

Для расчета коэффициента вариации $v_{H\alpha}$ коэффициента $K_{H\alpha}$ в работе [98] предложена следующая зависимость:

$$v_{H\alpha} = \frac{(\overline{K_{H\alpha}} - a_{H\alpha})}{\overline{K_{H\alpha}}} v_{\Delta_{\alpha}}, \quad (4.19)$$

в которой рекомендуется принимать коэффициент $a_{H\alpha} = 0,55$, а коэффициент вариации $v_{H\alpha} = 0,25$.

В практических расчетах надежности цилиндрических зубчатых передач допустимо [98] определять величину $v_{H\alpha}$ в зависимости от значений $\overline{K_{H\alpha}}$, приведенных в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Значения коэффициента вариации $v_{H\alpha}$

$\overline{K_{H\alpha}}$	1,0...0,95	0,95...0,9	0,9...0,85	0,85...0,8	$\leq 0,8$
$v_{H\alpha}$	0	0,05	0,08	0,05	0

Зная $v_{H\alpha}$ и $\overline{K_{H\alpha}}$, рассчитывается среднеквадратическое отклонение случайной величины $K_{H\alpha}$, после чего в соответствии с алгоритмом, изложенным в разделе 4.1, генерируется по нормальному закону распределения выборка длиной N значений коэффициента $\{K_{H\alpha i}\}$, $i = \overline{1, N}$. Поскольку в исследуемой косозубой передаче $\overline{K_{H\alpha}} \leq 0,8$, в дальнейших иллюстративных расчетах принято $v_{H\alpha} = 0$, то есть случайное рассеивание коэффициента $K_{H\alpha}$ принимать во внимание не будем.

Наконец рассмотрим последний из коэффициентов (K_{HV}) зависимости (4.7). Выражение для его расчета следующее [28, 33, 90, 93]:

$$K_{HV} = 1 + \frac{b_w \cdot \omega_{HV} \cdot d_{w1}}{2,1 \cdot T_{1H} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}, \quad (4.20)$$

где ω_{HV} – удельная окружная динамическая сила, рассчитываемая по зависимости:

$$\omega_{HV} = \delta_H \cdot g_0 \cdot V \cdot \sqrt{\frac{a_w}{u}}. \quad (4.21)$$

Здесь δ_H – коэффициент, учитывающий влияние вида зубчатой передачи и модификации профиля головок зубьев; g_0 – коэффициент, учитывающий влияние разности шагов зацепления зубьев колеса и шестерни; V – окружная скорость.

Из анализа выражения (4.20) с учетом рекомендаций по определению входящих в нее параметров [28, 33, 90, 93], следует, что величины ω_{HV} , d_{w1} , b_w и $K_{H\alpha}$ являются детерминированными. В то же время, как это следует из выше изложенного, величины T_{1H} и $K_{H\beta}$ являются случайными, алгоритмы

получения выборок которых уже рассмотрены. Если выборки $\{T_{1Hi}\}$, $i = \overline{1, N}$ и $\{K_{H\beta i}\}$, $i = \overline{1, N}$ известны, то на основе их можно получить выборку $\{K_{HV i}\}$, $i = \overline{1, N}$ значений случайной величины, - коэффициента K_{HV} :

$$K_{HV i} = 1 + \frac{b_w \cdot \omega_{HV} \cdot d_{w1}}{2,1 \cdot T_{1Hi} \cdot K_{H\beta i} \cdot K_{H\alpha}} . \quad (4.22)$$

Заметим, что исходя из структуры зависимости (4.22), даже в случае принятия нормального закона распределения случайной величины T_{1H} , учитывая нелинейную зависимость от него другой случайной величины $K_{H\beta}$, формула (4.17), определить аналитические зависимости, описывающие закон распределения случайной величины K_{HV} , на основании методов теории вероятности возможным не представляется. Отмеченное дополнительно подчеркивает условность методик расчета надежности представленных в работах [98, 113].

Воспользовавшись полученными выборками коэффициентов $\{K_{H\beta i}\}$, $\{K_{HV i}\}$, $i = \overline{1, N}$ и выборкой крутящего момента $\{T_{1Hi}\}$, $i = \overline{1, N}$ по формуле (4.6) определим выборку $\{\sigma_{Hi}\}$ длиной N действующих в зацеплении цилиндрической передачи контактных напряжений:

$$\sigma_{Hi} = 6,13 \cdot 10^3 \cdot Z_H \frac{1}{a_w} \sqrt{\frac{T_{1Hi}}{b_w} \cdot \frac{(u+1)^3}{u} \cdot K_{H\beta i} \cdot K_{HV i} \cdot K_{H\alpha}} . \quad (4.23)$$

Для расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи (выражение (4.5)) необходимо иметь функцию плотности $P_{\sigma H}(\sigma_H)$ распределения случайной величины σ_H . Поскольку закон распределения σ_H неизвестен, для восстановления $P_{\sigma H}(\sigma_H)$ воспользуемся методами непараметрической статистики, изложенными в подразделе 3.2. В соответствии с методом Парзена – Розенблатта, функция $P_{\sigma H}(\sigma_H)$ описывается (зависимость(3.11)), следующим образом:

$$P_{\sigma_H}(\sigma_H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot N \cdot h_N^*} \sum_{i=1}^N \exp \left[-\frac{\left(\frac{\sigma_H - \sigma_{Hi}}{h_N^*} \right)^2}{2} \right] \quad (4.24)$$

где оптимальная величина размытости h_N^* соответствует максимуму функционала качества (3.10):

$$\max [J(h_N^*)] = \max_{h_N} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left[\frac{1}{(N-1)h_N} \sum_{j \neq i}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left(-\frac{\left(\frac{\sigma_{Hi} - \sigma_{Hj}}{h_N} \right)^2}{2} \right) \right] \right\}. \quad (4.25)$$

Результаты расчетов выборки $\{\sigma_{Hi}\}$ длиной $N=1000$ и восстановление ее функции плотности распределения (непрерывная кривая) для исследуемой цилиндрической передачи при тяжелом режиме работы показаны на рисунке 4.6 в его левой части.

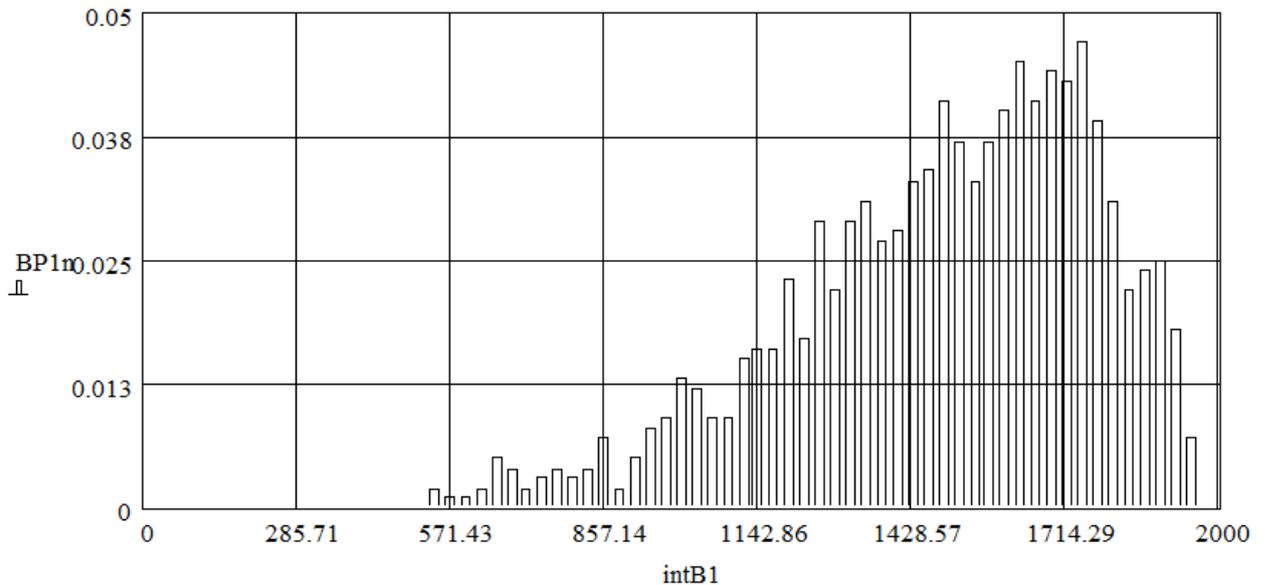


Рисунок 4.5 – Гистограмма функции плотности распределения $P_1(T_{1Hi})$ случайной величины T_{1H} (тяжелый режим работы) [277]

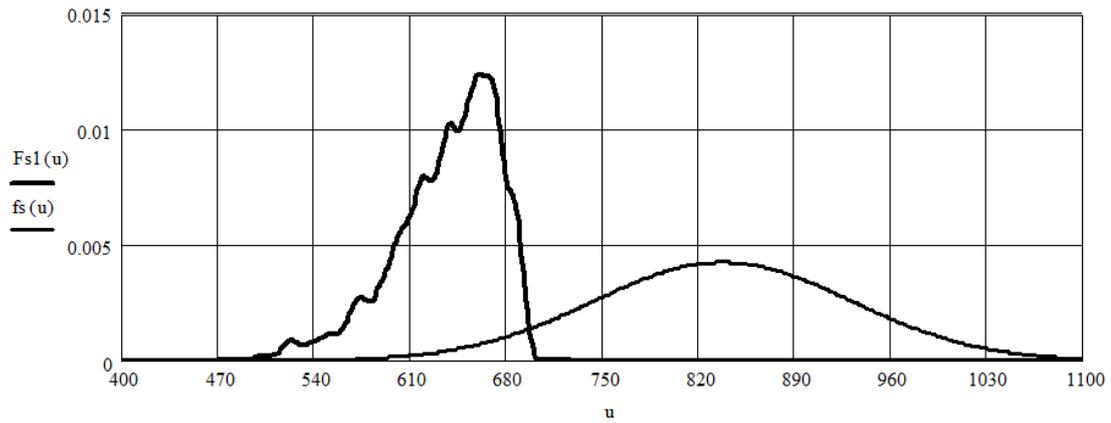


Рисунок 4.6 – К расчету вероятности безотказной работы цилиндрической передачи при тяжелом режиме ее работы

Перейдем к моделированию случайной величины, стоящей в правой части условия (4.5). Воспользовавшись результатами работ [98, 113] выпишем выражение для расчета среднего значения предела контактной выносливости зубчатых передач ($\overline{\sigma_{H\lim}}$):

$$\overline{\sigma_{H\lim}} = \overline{\sigma_{H\lim}^0} \cdot K_{HL} \cdot \prod_{i=1}^l K_i, \quad (4.26)$$

где $\overline{\sigma_{H\lim}^0}$ - среднее значение длительного предела выносливости, полученное в ходе усталостных испытаний серии базовых образцов; K_{HL} - коэффициент долговечности; $\prod_{i=1}^l K_i$ - произведение l коэффициентов, учитывающих влияние смазки, размеров зубчатого колеса, шероховатости сопряженных поверхностей зубьев, окружную скорость.

Коэффициенты K_{HL} и K_i являются величинами детерминированными, их значения определяются в соответствии с рекомендациями работ [28, 33, 90]. Что же касается $\overline{\sigma_{H\lim}^0}$, то эта величина является случайной и при отсутствии надежных экспериментальных данных, для $\overline{\sigma_{H\lim}^0}$ принимается нормальный закон распределения. В этом случае при расчете среднего значения $\overline{\sigma_{H\lim}^0}$ используют эмпирическую связь величины $\overline{\sigma_{H\lim}^0}$ с твердостью поверхностей зубьев шестерни и колеса:

$$\overline{\sigma_{H \lim}^0} = K_p (a\overline{H} + b), \quad (4.27)$$

где \overline{H} - средняя поверхностная твердость зубьев колеса и шестерни; a и b – постоянные, значения которых в зависимости от выбранной стали и вида термообработки представлены в работах [28, 33, 90]; K_p – коэффициент

$$K_p = \frac{1}{1 + u_p v_{H \lim}^0}, \quad (4.28)$$

учитывающий [98], какой вероятности неразрушения соответствует определяемый предел выносливости.

При расчете по формуле (4.28) квантилем нормального распределения (u_p) задаются в зависимости от величины принятой вероятности неразрушения образцов при определении предела выносливости, а значения коэффициента вариации ($v_{H \lim}^0$) длительного предела выносливости для зубьев без термической обработки выбирают из диапазона $v_{H \lim}^0 = 0,08...0,10$. Если поверхности зубьев колес подвергаются упрочняющей (термической) обработке, то $v_{H \lim}^0 = 0,10...0,12$.

Коэффициент $v_{H \lim}$, необходимый для определения статистических характеристик предела контактной выносливости принимают несколько большим, нежели чем для базовых образцов [98]:

$$v_{H \lim} = \sqrt{(v_{H \lim}^0)^2 + 0,05^2}. \quad (4.29)$$

Установленные величины $v_{H \lim}$ и $\overline{\sigma_{H \lim}}$ позволяют реализовать процесс генерирования выборки значений случайной величины предела контактной выносливости в соответствии с нормальным законом распределения, функция плотности которого описывается аналитически и имеет вид:

$$P_{\sigma_{H \lim}}(\sigma_{H \lim}) = \frac{1}{S_H \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\sigma_{H \lim} - \overline{\sigma_{H \lim}})^2}{2S_H^2} \right], \quad (4.30)$$

здесь дисперсия (S_H) случайной величины $\sigma_{H \lim}$ рассчитывается по формуле:

$$S_H = v_{H \text{ lim}} \cdot \overline{\sigma_{H \text{ lim}}} .$$

Имея функции плотности действующих (4.24) и предельных напряжений (4.30), задача расчета вероятности безотказной работы цилиндрической передачи (4.5) сводится к взятию интеграла [48]:

$$P_H = 1 - \int_0^{\sigma_{mH}} \left[\int_0^{\sigma_{mH}} P_{\sigma_H(\sigma_H + \sigma_{H \text{ lim}})} \cdot P_{\sigma_{H \text{ lim}}}(\sigma_{H \text{ lim}}) d(\sigma_{H \text{ lim}}) \right] d(\sigma_H), \quad (4.31)$$

где $\sigma_{mH} = \max(\sigma_{H \text{ lim}})$.

Принимая во внимание вид функции плотности распределения (4.24), для расчета по формуле (4.31) необходимо использовать численные методы, что реализовано в разработанной в системе MathCad [40] программе.

Результаты решения задачи (4.5) для случая работы передачи в тяжелом режиме представлены на рисунке 4.6 в виде функций плотности распределения действующих и предельных напряжений. Полученное при этом значение вероятности безотказной работы $P_H=0,9780$. В качестве иллюстрации изменения P_H при работе передачи в иных условиях эксплуатации, на рисунке 4.7 показана функция плотности распределения величины крутящего момента на шестерне для среднего нормального режима работы передачи, а на рисунке 4.8 – графическая поддержка расчета вероятности безотказной работы передачи в этих условиях. Значение P_H для этого режима равно $P_H=0,9948$. Аналогичные расчеты были выполнены для среднего равновероятного режима работы передачи, рисунки 4.9 и 4.10, а также для легкого режима работы: рисунки 4.11 и 4.12. Значения вероятности безотказной работы передачи получены, соответственно, следующими: $P_H=0,9880$ для среднего равновероятного режима и $P_H=0,9980$ для легкого режима работы передачи.

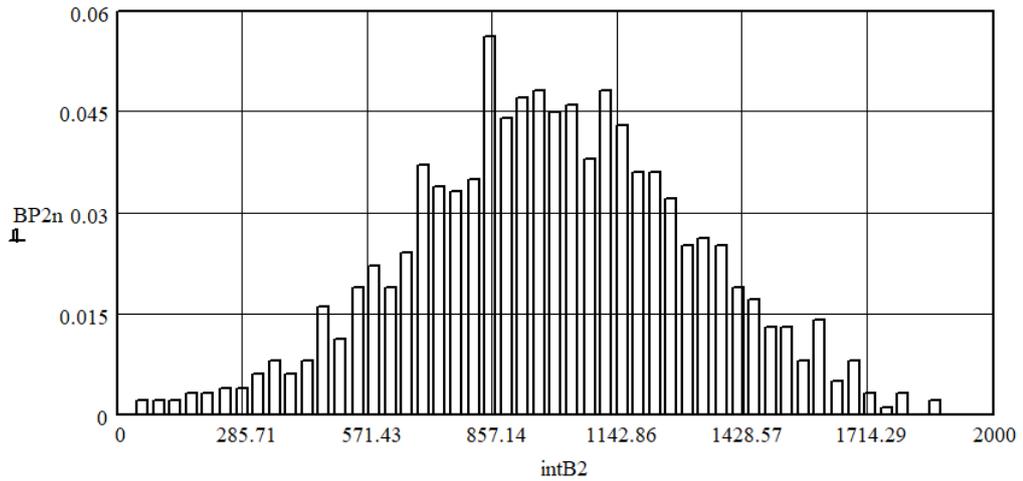


Рисунок 4.7 – Гистограмма функции плотности распределения $P_2(T_{1Hi})$ случайной величины T_{1H} (средний нормальный режим работы)

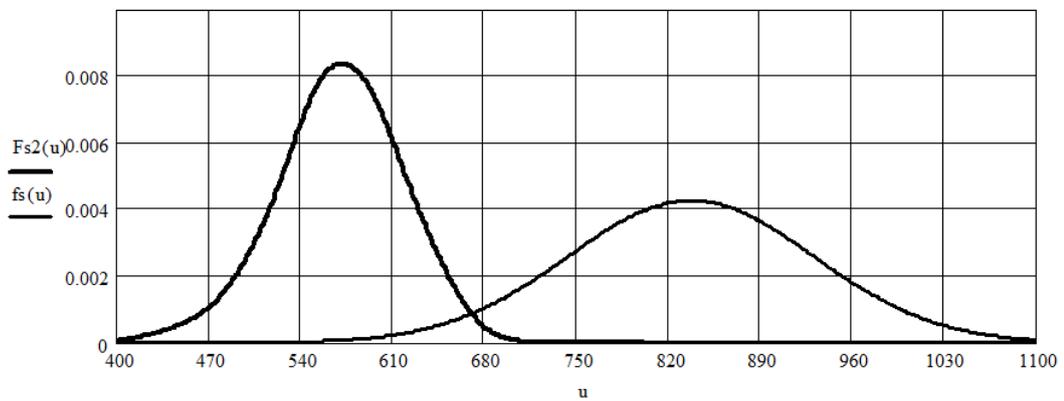


Рисунок 4.8 – К расчету вероятности безотказной работы цилиндрической передачи при среднем нормальном режиме ее работы

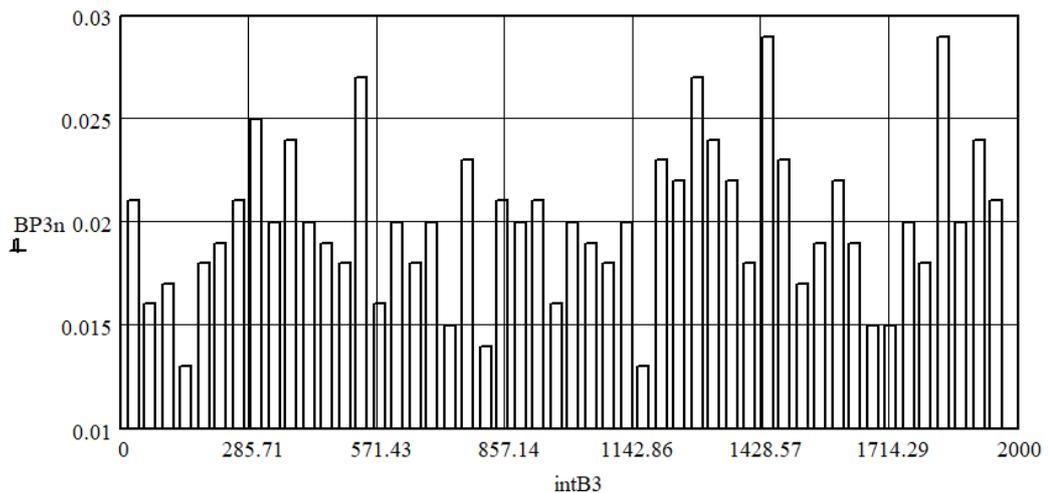


Рисунок 4.9 – Гистограмма функции плотности распределения $P_3(T_{1Hi})$ случайной величины T_{1H} (средний равновероятный режим работы)

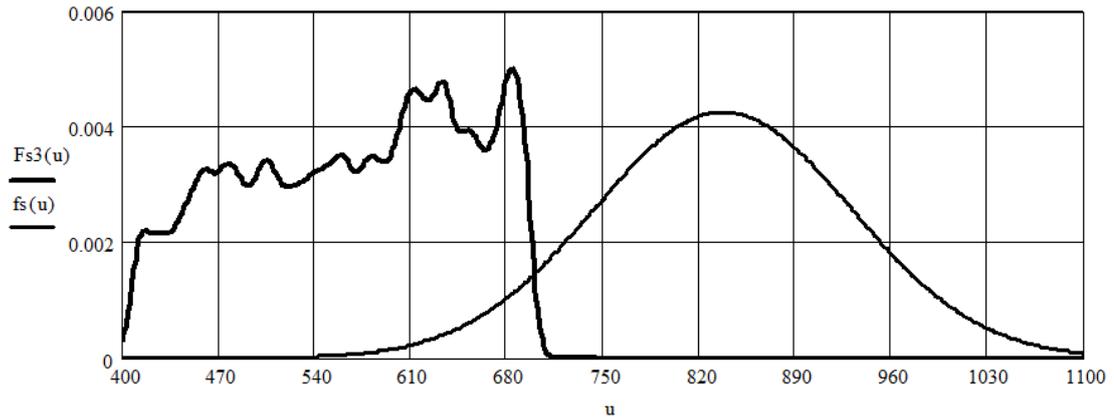


Рисунок 4.10 – К расчету вероятности безотказной работы цилиндрической передачи при среднем равновероятном режиме ее работы

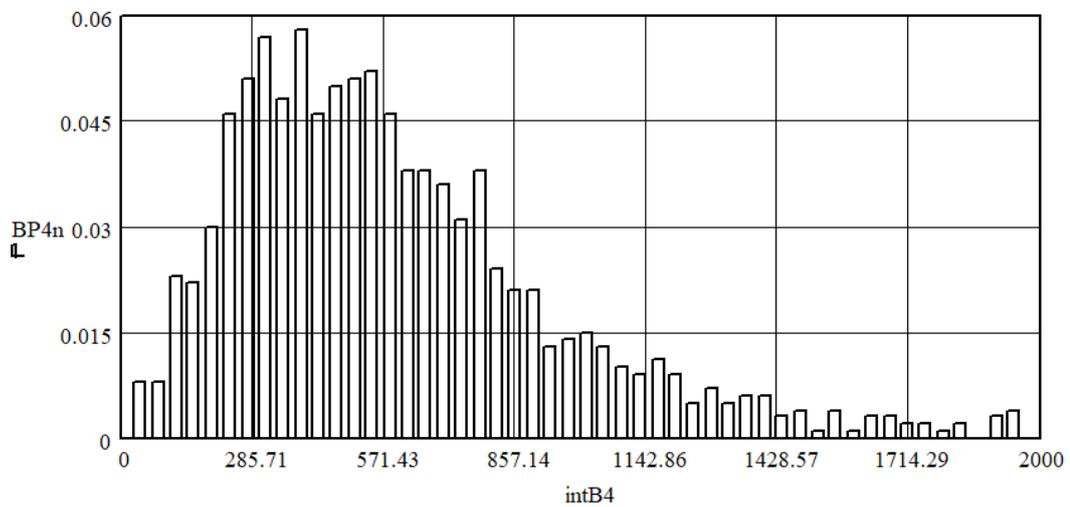


Рисунок 4.11 – Гистограмма функции плотности распределения $P_4(T_{1H})$ случайной величины T_{1H} (легкий режим работы)

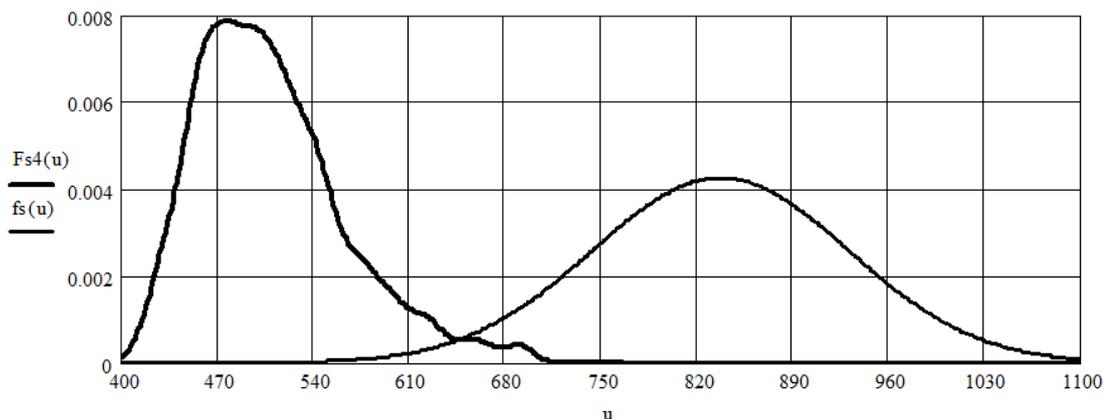


Рисунок 4.12 – К расчету вероятности безотказной работы цилиндрической передачи при легком режиме ее работы

Выполненные расчеты свидетельствуют, что при изменении режима работы передачи от легкого к тяжелому приводит к увеличению вероятности

отказа более, чем на порядок (от 0, 0020 до 0,022). Кроме этого, отметим, что вероятность отказа при среднем нормальном и среднем равновероятном режиме работы передачи по ранее разработанной методике, оперирующей лишь средней величиной крутящего момента, будет одинаковой, в то время как расчеты по предлагаемой методике свидетельствуют о различной, отличающейся более чем в два раза вероятности отказа (соответственно 0,0052 и 0,0120).

Несмотря на то, что в рассматриваемом примере расчета надежности зубчатой передачи для описания предельных напряжений принят нормальный закон распределения (как отмечено в работе [98], - это чисто методический прием), разработанная методика оценки прочностной надежности зубчатых передач является универсальной, она никоим образом не привязана к конкретным законам распределения как действующих, так и допускаемых напряжений. Это позволяет осуществлять расчет надежности передач при условиях нагружения, отличающихся от описанных в разделе 4.1, без каких-либо ограничений на закон распределения крутящего момента.

На рис.4.13 схематично представлены основные этапы предложенной методики, причем в зависимости от варианта задания условий нагружения (в виде режима нагружения или с помощью выборки) реализуется либо методика М2, либо методика М3.

Для иллюстрации возможностей созданной методики воспользуемся следующей функцией распределения крутящего момента:

$$\Phi_5(v_i) = \sum_{j=1}^6 \left[\frac{2 \cdot \alpha_j}{(2 \cdot j - 1)\pi} \right] \sin \left[\frac{2 \cdot j - 1}{2} \cdot \pi \cdot v_i \right], \quad (4.32)$$

где $\alpha_1=1,27027$; $\alpha_2=-0,85566$; $\alpha_3=0,07521$; $\alpha_4=-0,52205$; $\alpha_5=-0,31440$; $\alpha_6=0,43318$; $v_i = T_{li}/T_{1m}$; $v_i \in [0,1]$.

Соответствующая функция плотности распределения имеет вид:

$$P_5(v_i) = \sum_{j=1}^6 \alpha_j \cdot \cos \left[\frac{2 \cdot j - 1}{2} \cdot \pi \cdot v_i \right]. \quad (4.33)$$

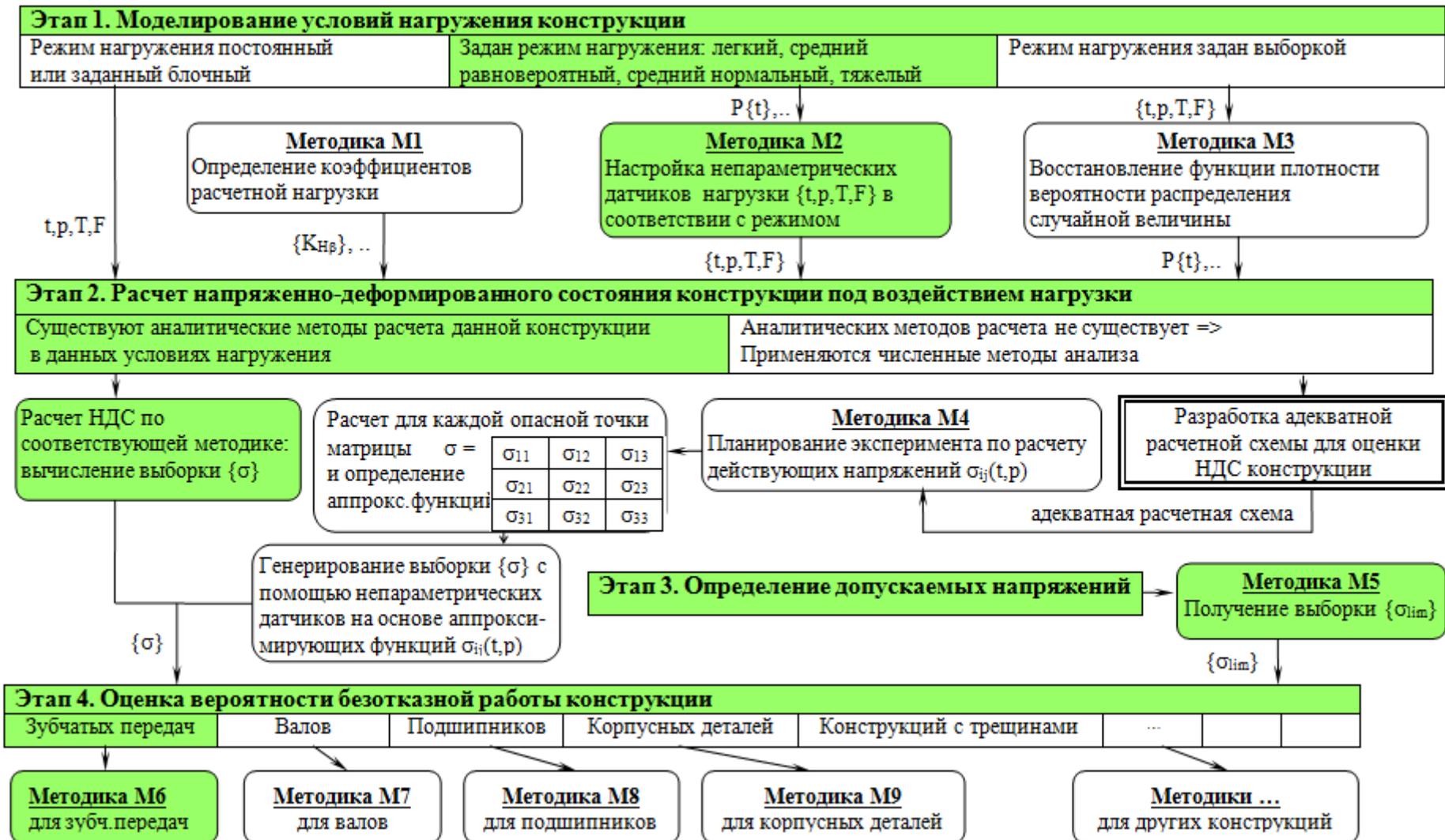


Рисунок 4.13. Методология оценки надежности зубчатых передач

Особенность функции (4.33) заключается в том, что она характеризуется наличием двух экстремумов и не описывается с помощью стандартных, исследованных в теории вероятности, распределений случайных величин.

Воспользовавшись алгоритмом, рассмотренным в подразделе 3.2, сгенерируем выборку, длиной N , случайных чисел V_i , $i = \overline{1, N}$, равномерно распределенных в диапазоне от 0 до 1. Решая N раз численным методом уравнение (3.3), функция $\Phi(x_i)$ которого описывается зависимостью (4.32), определим выборку значений крутящего момента на шестерне $\{T_{1Hi}\}$, $i = \overline{1, N}$. При $N=1000$ и $T_{1H}^* = 1970$ Н·М гистограмма функции $P_5(T_{1Hi})$, полученная в результате описанной процедуры компьютерного моделирования, показана на рисунке 4.14. После чего изложенная выше методика расчета вероятности безотказной работы цилиндрической передачи реализуется без каких-либо изменений.

Результаты решения задачи (4.5) в виде функций плотности распределения действующих и предельных напряжений для случая работы передачи в рассматриваемом режиме представлены на рисунке 4.15. Полученное при этом значение вероятности безотказной работы передачи по условию обеспечения контактной выносливости $P_H=0,99112$.

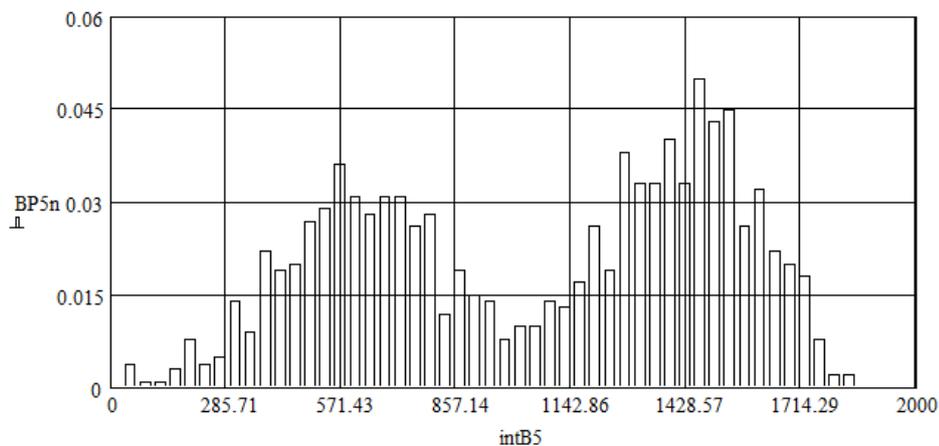


Рисунок 4.14 – Гистограмма функции плотности распределения $P_5(T_{1Hi})$ случайной величины T_{1H} , описываемая законом (4.33)

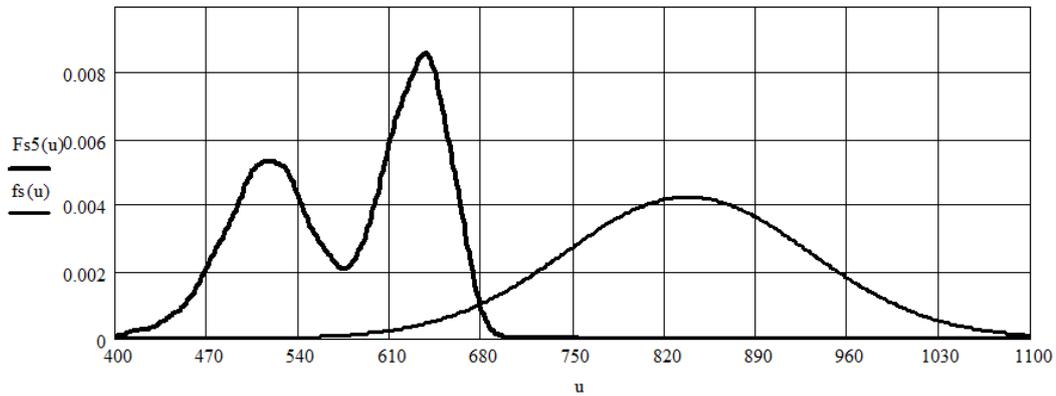


Рисунок 4.15 – К расчету вероятности безотказной работы цилиндрической передачи при режиме ее работы, определяемом функцией плотности распределения величины крутящего момента (4.33)

4.3. Методика расчета вероятности безотказной работы по сопротивлению усталости при изгибе зубьев колес цилиндрических передач

При определении вероятности безотказной работы передачи по критерию потери усталостной прочности зубьев колес используют величину напряжений, возникающих на переходной поверхности зубьев (σ_F), для расчета которых используется зависимость [28, 33, 90]:

$$\sigma_F = \frac{2 \cdot T_{1F}^* \cdot K_{F\Sigma}}{b_w \cdot d_1 \cdot m} Y_F Y_\beta, \quad (4.34)$$

где T_{1F}^* - номинальный крутящий момент на шестерне (Н·м); d_1 - делительный диаметр шестерни (мм); m - модуль передачи (мм); Y_F - коэффициент, учитывающий форму зуба; Y_β - коэффициент, учитывающий наклон зуба; $K_{F\Sigma}$ - коэффициент нагрузки.

Поступая как в предыдущем разделе, в выражении (4.34) выделим детерминированные параметры, значения которых рассчитываются по методикам представленных в работах [28, 33, 90], и параметры, являющиеся величинами случайными. К детерминированным относятся: m , d_1 , Y_F , Y_β , b_w . Параметры T_{1F}^* и $K_{F\Sigma}$ являются случайными, при этом, учитывая материал раздела 4.2, функция плотности распределения крутящего момента описывается для тяжелого режима работы выражением (4.13):

$$P_1(T_{1F}) = P_1(T_{1H}) = \frac{T_{1F}^*}{B(a, b)} T_{1F}^{a-1} (1 - T_{1F})^{b-1}, \quad (4.35)$$

а для среднего нормального, среднего равновероятного и легкого режимов работы передачи устанавливается, соответственно, на основе зависимостей (4.2), (4.3) и (4.4).

Коэффициент $K_{F\Sigma}$ является произведением:

$$K_{F\Sigma} = K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot K_{F\alpha}, \quad (4.36)$$

где $K_{F\beta}$ - коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине зубчатого венца; K_{FV} - коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении; $K_{F\alpha}$ - коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Для определения выборки значений случайной величины $K_{F\Sigma}$, следуя методике раздела 4.2, необходимо реализовать процесс компьютерного моделирования. Прежде чем решать данную задачу для рассматриваемого в разделе 4.2 примера оценки надежности цилиндрической косозубой передачи, отметим, что для нее коэффициент осевого перекрытия $\varepsilon_\beta > 1$, в этом случае коэффициент $K_{F\alpha}$ является величиной детерминированной и рассчитывается по выражению:

$$K_{F\alpha} = \left[4 + (\varepsilon_\beta - 1)(n - 5) \right] / (4\varepsilon_\alpha), \quad (4.37)$$

где n - степень точности передачи по нормам контакта; ε_α - коэффициент торцового перекрытия [28, 90].

Займемся получением выборок $\{K_{F\beta i}\}$, $\{K_{FVi}\}$, $i = \overline{1, N}$ значений коэффициентов $K_{F\beta}$ и K_{FV} . Следуя работам [28, 33, 90], для расчета величины коэффициента $K_{F\beta}$ используется зависимость:

$$K_{F\beta} = 1 + (K_{F\beta}^0 - 1) \cdot K_{FW}, \quad (4.38)$$

где $K_{F\beta}^0$ - коэффициент неравномерности распределения нагрузки в начальный период работы передачи; K_{FW} - коэффициент, учитывающий приработку зубьев в зависимости от твердости их поверхностей.

Известно [90], что между коэффициентами $K_{F\beta}^0$ и $K_{H\beta}^0$ существует связь:

$$K_{F\beta}^0 = f(b_w) \cdot K_{H\beta}^0, \quad (4.39)$$

в которой функция $f(b_w)$ при $b_w = \text{const}$ является величиной постоянной. В частности, для цилиндрической косозубой передачи, имеющей приведенные в разделе 4.2 параметры, $f(b_w) = 0,865$. В этом случае, имея в виду формулу (4.17) и выборку значений $\{T_{1Fi}\}$, $i = \overline{1, N}$, полученную в соответствии с функцией плотности распределения (4.35), определим выборку случайной величины $\{K_{F\beta i}\}$ длиной N :

$$K_{F\beta i} = 1 + \left(\frac{0,19 \cdot b_w^2 \cdot C_g \cdot \gamma_\Sigma \cdot d_{w1}}{T_{1Fi}} \right) \cdot f(b_w) \cdot K_{FW}. \quad (4.40)$$

Для расчета выборки значений случайной величины K_{FV} воспользуемся зависимостью, аналогичной (4.20) [28, 33, 90]:

$$K_{FVi} = 1 + \frac{b_w \cdot \omega_{FV} \cdot d_{w1}}{2,1 \cdot T_{1Fi} \cdot K_{F\beta i} \cdot K_{F\alpha}}, \quad (4.41)$$

в которой удельная окружная динамическая сила (ω_{FV}) рассчитывается по выражению (4.21).

Полученные выборки случайных величин, входящих в формулу (4.34), позволяют определить выборку действующих в основании зуба напряжений $\{\sigma_{Fi}\}$, $i = \overline{1, N}$:

$$\sigma_{Fi} = \frac{2 \cdot T_{1Fi} \cdot K_{F\beta i} \cdot K_{FVi} \cdot K_{F\alpha}}{b_w \cdot d_1 \cdot m} Y_F Y_\beta. \quad (4.42)$$

Имея $\{\sigma_{Fi}\}$, $i = \overline{1, N}$, методами непараметрической статистики (подраздел 3.2) восстановим функцию плотности распределения случайной величины σ_F :

$$P_{\sigma F}(\sigma_F) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot N \cdot h_N^*} \sum_{i=1}^N \exp \left[-0,5 \left(\frac{\sigma_F - \sigma_{Fi}}{h_N^*} \right)^2 \right], \quad (4.43)$$

где оптимальная величина размытости h_N^* устанавливается в процессе поиска максимума функционала качества (3.10):

$$\max [J(h_N^*)] = \max_{h_N} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left[\frac{1}{(N-1)h_N} \sum_{j \neq i}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left(- \frac{\left(\frac{\sigma_{Fi} - \sigma_{Fj}}{h_N} \right)^2}{2} \right) \right] \right\} \quad (4.44)$$

Результаты реализации изложенной методики определения функции плотности распределения напряжений в основании зубьев шестерни исследуемой цилиндрической передачи при тяжелом режиме ее работы показаны слева на рисунке 4.16. Аналогичные результаты, полученные при среднем нормальном, среднем равновероятном, легком режимах работы передачи, представлены на рисунках 4.17, ..., 4.19. Рисунок 4.20 иллюстрирует функцию $P_{\sigma_F}(\sigma_F)$ в случае изменения величины крутящего момента по закону (4.32).

Для определения вероятности безотказной работы передачи по критерию потери усталостной прочности зубьев колес необходимо решить задачу, аналогичную (4.5):

$$P_F = \text{Вер} (\sigma_F < \sigma_{Flim}) . \quad (4.45)$$

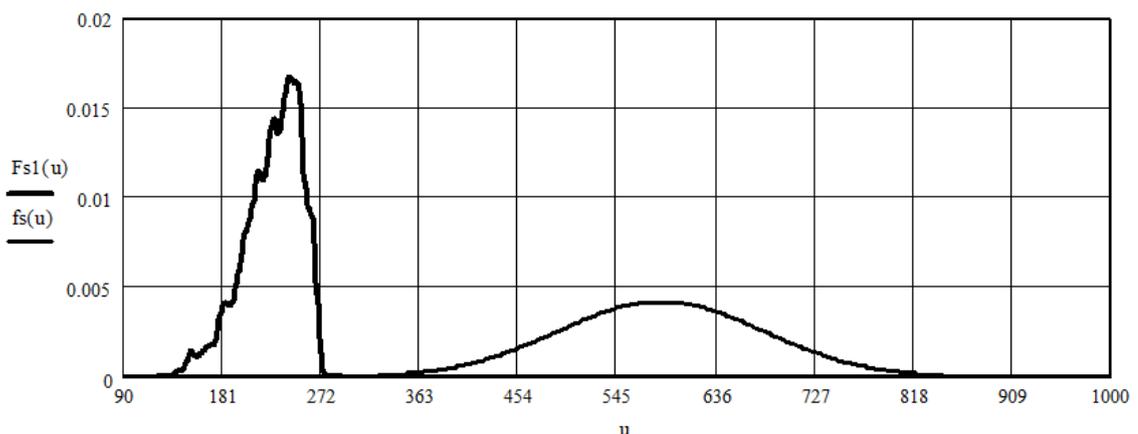


Рисунок 4.16 – К расчету вероятности безотказной работы зубьев шестерни по критерию изгибной выносливости при тяжелом режиме работы передачи. Вероятность отказа $1,164 \cdot 10^{-4}$.

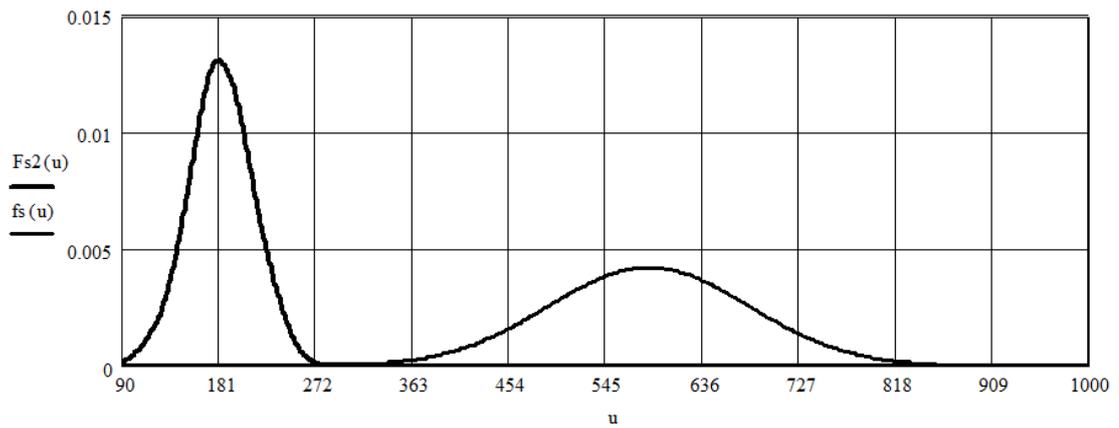


Рисунок 4.17 – К расчету вероятности безотказной работы зубьев шестерни по критерию изгибной выносливости при среднем нормальном режиме работы передачи. Вероятность отказа $2,423 \cdot 10^{-5}$.

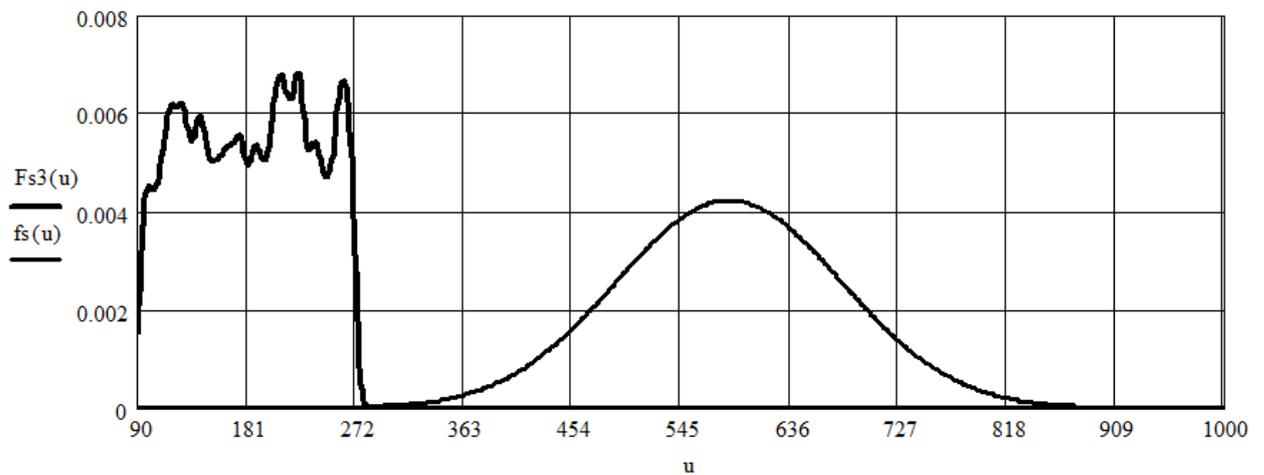


Рисунок 4.18 – К расчету вероятности безотказной работы зубьев шестерни по критерию изгибной выносливости при среднем равновероятном режиме работы передачи. Вероятность отказа $7,004 \cdot 10^{-5}$.

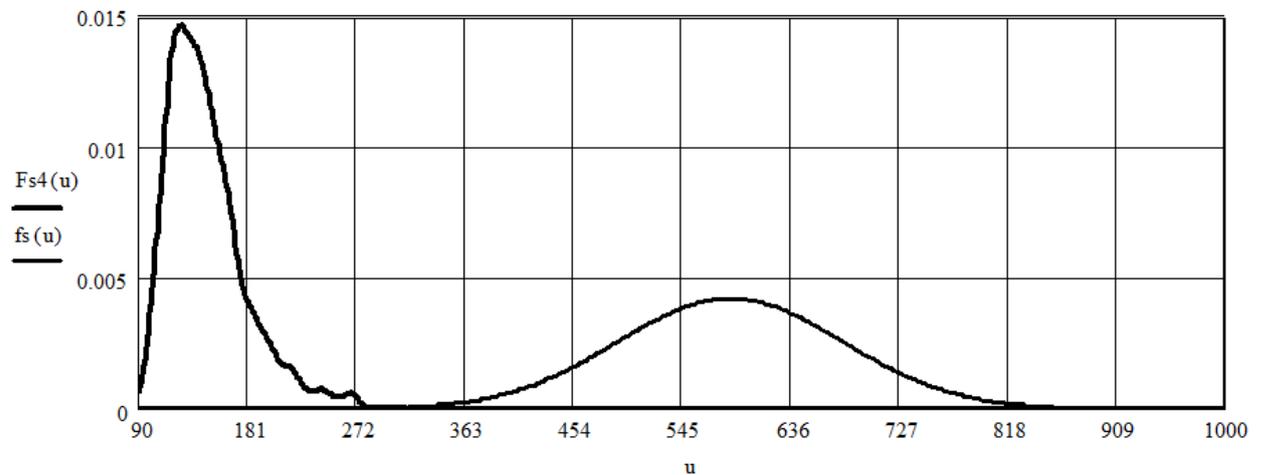


Рисунок 4.19 – К расчету вероятности безотказной работы зубьев шестерни по критерию изгибной выносливости при легком режиме работы передачи. Вероятность отказа $1,096 \cdot 10^{-5}$.

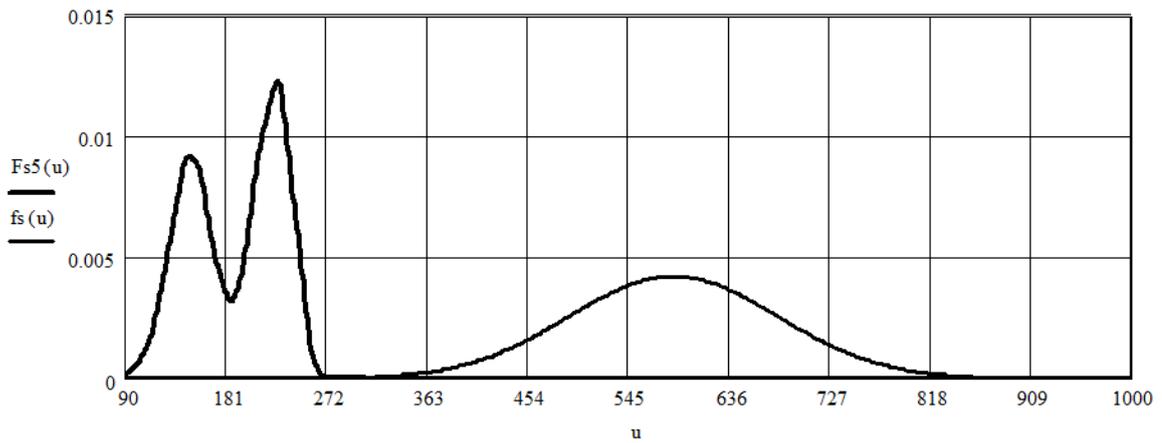


Рисунок 4.20 – К расчету вероятности безотказной работы зубьев шестерни по критерию изгибной выносливости при режиме ее работы, определяемом функцией плотности распределения величины крутящего момента (4.33). Вероятность отказа $4,253 \cdot 10^{-5}$.

Определение функции распределения σ_{Flim} , - предела выносливости зубьев базового образца (обычно зубчатого колеса модулем 3 или 5мм [95]), методически от определения функции $P_{\sigma_{Hlim}}(\sigma_{Hlim})$, рассмотренной в разделе 4.2 не отличается. Среднее значение $\overline{\sigma_{Flim}^0}$ рассчитывается по формуле (4.27)

$$\overline{\sigma_{Flim}^0} = K_p (a\overline{H} + b), \quad (4.46)$$

коэффициент K_p в которой вычисляется по выражению (4.28):

$$K_p = \frac{1}{1 + u_p v_{Flim}^0}, \quad (4.47)$$

где коэффициент вариации v_{Flim}^0 [98] для нормализованных и улучшенных зубчатых колес $v_{Flim}^0 = 0,08 \dots 0,1$; для зубчатых колес с объемной закалкой ТВЧ $v_{Flim}^0 = 0,1 \dots 0,14$; для азотированных колес $v_{Flim}^0 = 0,1 \dots 0,12$.

Среднее значение предела выносливости зубчатого колеса при изгибе $\overline{\sigma_{Flim}}$ определяется по формуле, аналогичной (4.26):

$$\overline{\sigma_{Flim}} = \overline{\sigma_{Flim}^0} \cdot K_{FL} \cdot \prod_{i=1}^l K_l, \quad (4.48)$$

расчет параметра K_{FL} и коэффициентов K_l которой раскрыты в работах [28, 90, 98].

Рассматривая зубчатое колесо как последовательную систему, состоящую из z зубьев, в работах [98, 99] для расчета коэффициента вариации $V_{F \text{ lim}}$ предложена следующая зависимость:

$$V_{F \text{ lim}} = \sqrt{(\alpha_z v_{F \text{ lim}}^0)^2 + 0,14^2}, \quad (4.49)$$

где α_z – параметр, учитывающий многоэлементность зубчатого колеса. Определение параметра α_z в зависимости от числа зубьев колеса подробно рассмотрено в работе [98].

Зная величины $V_{F \text{ lim}}$ и $\overline{\sigma_{F \text{ lim}}}$ осуществим процесс генерирования выборки значений случайной величины предела изгибной выносливости зубьев по нормальному закону распределения, функция плотности которого в аналитическом виде определяется зависимостью:

$$P_{\sigma_{F \text{ lim}}}(\sigma_{F \text{ lim}}) = \frac{1}{S_F \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\sigma_{F \text{ lim}} - \overline{\sigma_{F \text{ lim}}})^2}{2S_F^2}\right], \quad (4.50)$$

где дисперсия (S_F) случайной величины $\sigma_{F \text{ lim}}$ рассчитывается по формуле:

$$S_F = V_{F \text{ lim}} \cdot \overline{\sigma_{F \text{ lim}}}.$$

Полученные функции плотности действующих (4.43) и предельных напряжений (4.50), позволяют рассчитать вероятность безотказной работы по сопротивлению усталости при изгибе зубьев колес цилиндрических передач (4.45) путем взятия интеграла, аналогичного (4.31):

$$P_F = 1 - \int_0^{\sigma_{mF}} \left[\int_0^{\sigma_{mF}} P_{\sigma_F}(\sigma_F + \sigma_{F \text{ lim}}) \cdot P_{\sigma_{F \text{ lim}}}(\sigma_{F \text{ lim}}) d(\sigma_{F \text{ lim}}) \right] d(\sigma_F), \quad (4.51)$$

здесь обозначено $\sigma_{mF} = \max(\sigma_{F \text{ lim}})$.

Функции плотности распределения $P_{\sigma_F}(\sigma_F)$ действующих в основании зубьев шестерни передачи, параметры которой приведены в разделе 4.2, и функции плотности $P_{\sigma_{F \text{ lim}}}(\sigma_{F \text{ lim}})$ допускаемых напряжений для тяжелого режима работы передачи показаны на рисунке 4.16. Результаты расчета по формуле (4.51) для этого режима работы передачи свидетельствуют, что ве-

роятность отказа $1 - P_F = 1,164 \cdot 10^{-4}$. Аналогичные расчеты для среднего нормального, среднего равновероятного и легкого режимов работы передачи дают значения вероятности отказа работы соответственно: $2,423 \cdot 10^{-5}$; $7,004 \cdot 10^{-5}$; и $1,096 \cdot 10^{-5}$, а для режима работы передачи, функция плотности распределения крутящего момента которого задана выражением (4.32), вероятность отказа $4,253 \cdot 10^{-5}$. На рисунках 4.17...4.20 представлена графическая информация решения задачи (4.51) для вышеперечисленных режимов работы передачи.

4.4. Методика вероятностного расчета долговечности подшипников качения

Расчеты подшипников качения стали одними из первых в мире вероятностных расчетов машиностроительных объектов. В то же время, они учитывали рассеяние только динамической грузоподъемности подшипников качения в предположении детерминированности расчетной нагрузки. Метод определения вероятности отказа подшипника, изложенный в [98, 245], основан на оценке коэффициента запаса по средним нагрузкам [226, 339]:

$$\bar{n} = \frac{\bar{C}}{P \cdot L^{1/p}}, \quad (4.52)$$

в предположении, что случайная величина коэффициента запаса подшипника подчиняется нормальному закону распределения. По среднему значению коэффициента запаса путем вычисления квантиля нормального распределения, в соответствии с таблицами работы [98] определяют вероятность безотказной работы. Однако авторами работы [98] принимается сильное упрощение расчетов: переход от распределения Вейбулла к нормальному распределению для описания динамической грузоподъемности [98, 276], несмотря на широко принятое, включая ГОСТ 18855-82 и ISO, предположение о распределении динамической грузоподъемности подшипников качения по закону Вейбулла [203, 253, 257]. Более того, в разработанной ими методике закон распределения эквивалентной нагрузки предполагается нормальным, а это соответству-

ет лишь среднему нормальному режиму нагружения. Как в этом случае осуществить переход к иному режиму нагружения, остается неизвестным.

В рамках данной работы выполнено развитие предложенной в работе [98] методики оценки надежности подшипников качения на основе применения методов непараметрической статистики и компьютерного моделирования [153, 172]. Проиллюстрируем ее на примере роликподшипника 2207, который воспринимает случайную радиальную нагрузку со средним значением 6900 Н. Требуемый ресурс подшипника задан 63 млн. оборотов.

На начальном этапе осуществляется моделирование динамической грузоподъемности подшипника в соответствии с законом распределения Вейбулла, функция вероятности которого описывается выражением

$$P(C) = 1 - e^{-\frac{C^m}{t_0}} = 1 - e^{-(C/C_{90})^m \ln 0,9}, \quad (4.53)$$

где C_{90} – паспортная 90% динамическая грузоподъемность выбранного подшипника, $C_{90}=25600$ Н; m – параметр формы распределения, согласно рекомендации ГОСТ 18855-82 $m=1,5$; t_0 – параметр масштаба.

В этом случае функция плотности распределения динамической грузоподъемности подшипника 2207 принимает следующий вид:

$$P(C) = \frac{m}{t_0} C^{m-1} \cdot e^{-\frac{C^m}{t_0}}. \quad (4.54)$$

Выборка динамической грузоподъемности подшипника генерируется непараметрическим датчиком аналогично описанному в подразделе 3.2. Результат работы разработанной автором программы [97] показан на рис. 4.21.

Для проверки результата моделирования случайной величины целесообразно средствами численного интегрирования вычислить вероятность того, что значение динамической грузоподъемности превысит величину C_{90} для рассматриваемого подшипника:

$$1 - \int_0^{25600} P(C) dC = 0,9003243,$$

что подтверждает достоверность вычислений.

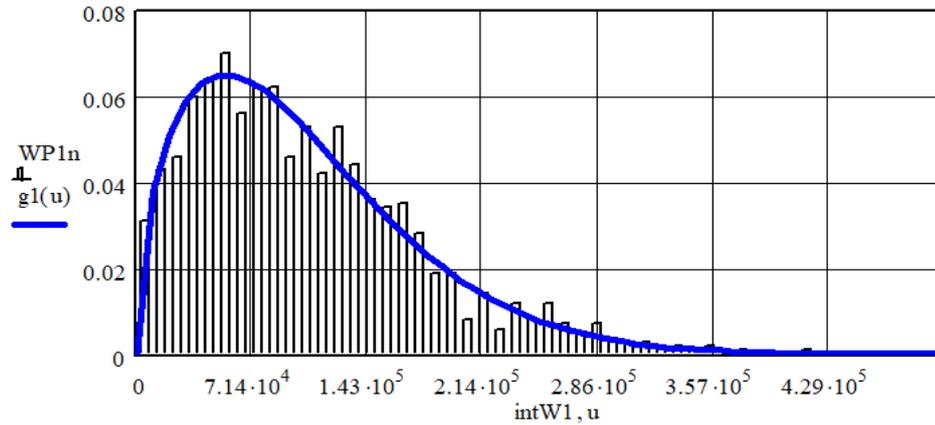


Рисунок 4.21 - Гистограмма выборки динамической грузоподъемности C и ее функция плотности распределения $P(C)$ в соответствии с распределением Вейбулла (4.54)

Моделирование выборок случайной нагрузки – радиальной силы, соответствующих различным режимам нагружения, осуществляется аналогично рассмотренным в подразделе 4.2.

Коэффициент запаса подшипника по динамической грузоподъемности будет также представлять собой выборку, элементы которой вычислены по аналогичной (4.52) зависимости с подставленными в нее элементами выборок динамической грузоподъемности и нагрузки:

$$n_i = \frac{C_i}{P_i \cdot L^{1/p}}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.55)$$

Следующий этап - восстановление неизвестной функции плотности распределения коэффициента запаса подшипника с помощью оценки Парзена-Розенблатта [153, 172].

Вероятность отказа подшипника по определению означает вероятность того, что коэффициент запаса подшипника по динамической грузоподъемности n окажется менее единицы [279]. Это соответствует значению следующего интеграла:

$$Q(n) = \int_0^1 P(n) dn. \quad (4.56)$$

Параметры выборок коэффициента запаса по динамической грузоподъемности подшипника 2207 представлены в таблице 4.2. Вероятности отказа,

вычисленные в ходе интегрирования по формуле (4.56), представлены в седьмом столбце таблицы 4.2. В последнем столбце показаны величины коэффициента коррекции расчетной нагрузки, с учетом которого вероятность отказа будет равна вероятности отказа подшипника при среднем нормальном режиме работы.

Результаты расчетов выборки коэффициента запаса $\{n\}$ длиной $k=1000$ и восстановленная функция плотности его распределения для подшипника 2207 при различных режимах работы [97] иллюстрируют рисунки 4.22.....4.26.

Таблица 4.2 - Характеристики выборок коэффициента запаса $\{n\}$ подшипника 2207 при различных режимах нагружения

Режим нагружения	Классические методы			Предлагаемый метод			
	Решетов-Снесаревзная закон	Среднее классич. методом	Решетов в предпол. нормальн. закона	Среднее выборки	Медиана	Вероятность отказа	Коеф. коррекции нагрузки
Легкий	4,909%	2,571	0,813%	10,899	7,1196	3,874%	1,625
Средний нормальный	8,424%	1,5629	8,424%	5,297	4,0373	7,739%	1
Средний равновесный	14,475%	1,531	9,269%	19,646	4,3044	8,148%	0,963
Тяжелый	37,647%	1,036	44,953%	3,084	2,6182	14,017%	0,666
Бимодальный		1,461	11,509%	5,933	3,9192	8,496%	0,936

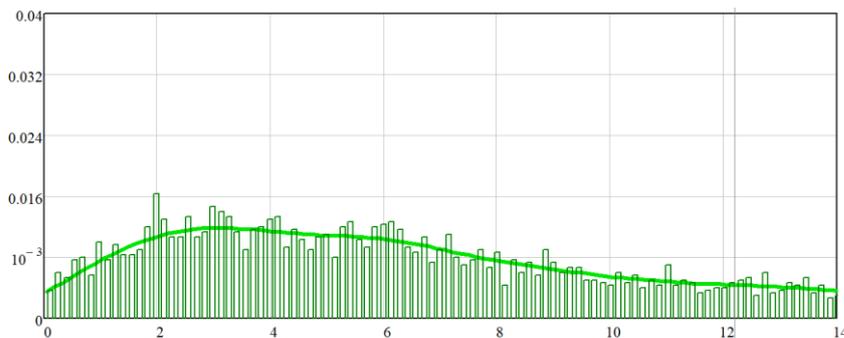


Рисунок 4.22 – Функция плотности распределения $P(n)$ при легком режиме нагружения подшипника

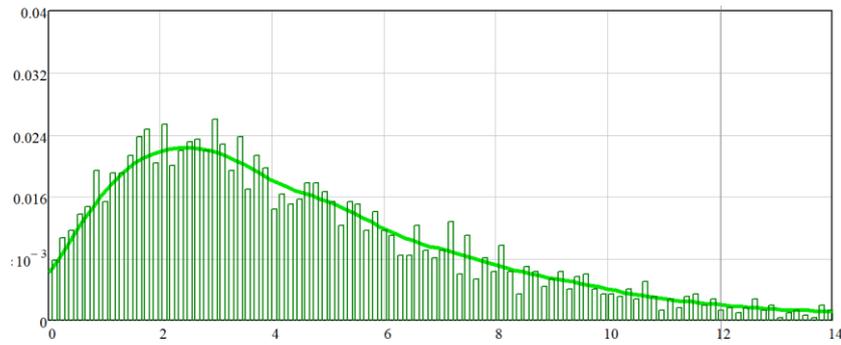


Рисунок 4.23 - Функция плотности распределения $P(n)$ при среднем нормальном режиме нагружения подшипника

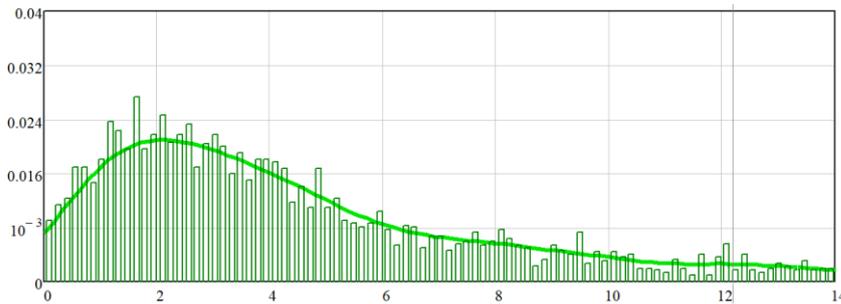


Рисунок 4.24 - Функция плотности распределения $P(n)$ при среднем равномерном режиме нагружения подшипника

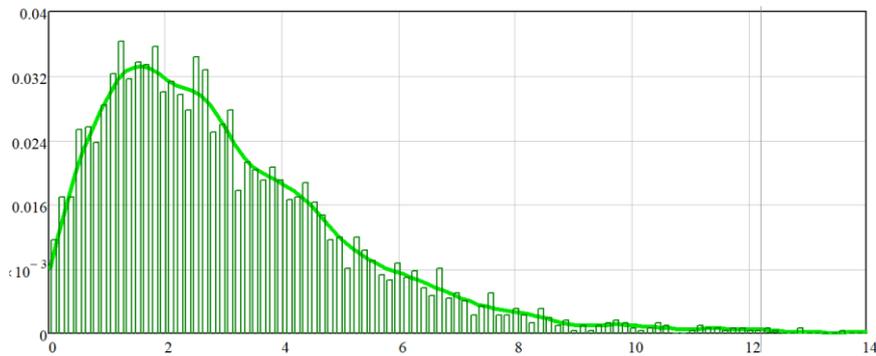


Рисунок 4.25 – Функция плотности распределения $P(n)$ при тяжелом режиме нагружения подшипника

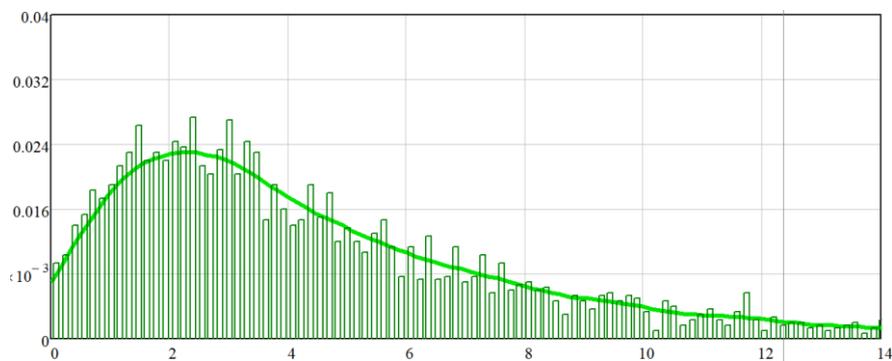


Рисунок 4.26 – Функция плотности распределения $P(n)$ при режиме нагружения подшипника, когда функция плотности распределения нагрузки является бимодальной (4.32)

4.5. Методика расчета вероятности безотказной работы валов по критерию усталостной прочности

Решающим критерием прочности для большинства валов современных машин имеет сопротивление усталости, вызывающее в 40...50% случаев выход из строя вала.

Рассмотренная в работах [98, 286, 343] методика вероятностной оценки прочностной надежности валов основана на предположении, что случайная нагрузка (приложенные к валу крутящий и изгибающий моменты) описываются нормальным законом распределения. По известным зависимостям [45] оценивают запасы \bar{n}_σ и \bar{n}_τ усталостной прочности по средним нормальным σ и средним касательным τ напряжениям. Общий коэффициент запаса усталостной прочности вала \bar{n} при совместном действии напряжений кручения и изгиба вычисляется по формуле [45, 226]:

$$\bar{n} = \frac{\bar{n}_\sigma \cdot \bar{n}_\tau}{\sqrt{\bar{n}_\sigma^2 + \bar{n}_\tau^2}}. \quad (4.57)$$

Вероятность безотказной работы определяется по таблицам работы [98] в соответствии с квантилем нормального распределения:

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 \cdot v_{-1d}^2 + v_a^2}} \quad (4.58)$$

со средним значением \bar{n} , а случайный характер предела выносливости материала детали и случайный характер внешней нагрузки учитываются лишь с помощью коэффициентов вариации v_{-1d} и v_a .

В данной работе предлагается новый подход к расчету вероятности безотказной работы валов [157, 173], основанный на использовании компьютерного моделирования и аппарата непараметрической статистики, который позволяет как учитывать реальные законы распределения внешней нагрузки, так и восстанавливать фактическую функцию плотности распределения ко-

эфициента запаса прочности, а в соответствии с ней – вероятность безотказной работы или вероятность отказа вала.

Разработанную методику проиллюстрируем на примере оценки вероятности отказа вала редуктора, воспринимающего крутящий момент $T = 946860$ Н·мм и изгибающий момент $M = 1223364$ Н·мм в наиболее опасном сечении под зубчатым колесом, ослабленным шпоночным пазом и посадкой с натягом.

При тяжелом, среднем нормальном, среднем равновероятном и легком режимах работы вала функции распределения для крутящего и изгибающего моментов подчиняются соответственно β -распределению (4.1), нормальному (4.2), равновероятному (4.3), γ -распределению (4.4). Для генерации выборок случайных величин крутящего $\{T\}$ и изгибающего $\{M\}$ моментов используются разработанные в процессоре MathCad генераторы случайных чисел, описанные в подразделе 3.2. Чтобы нагрузки, приложенные к валу, моделировались как независимые случайные величины, выборки $\{V\}$, стоящие в правой части уравнения (3.2), генерируются различными.

Рисунки 4.27, ..., 4.30 иллюстрируют результаты работы разработанных автором программ [96], на них представлены гистограммы функций плотности распределения изгибающего момента для различных режимов нагружения вала, полученные на основе обработки выборки длиной $k = 1000$.

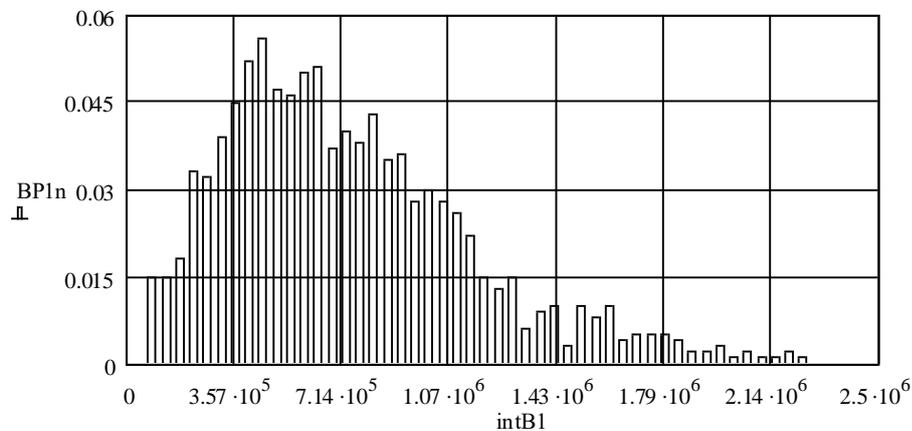


Рисунок 4.27 - Гистограмма случайной величины изгибающего момента в соответствии с легким режимом работы вала

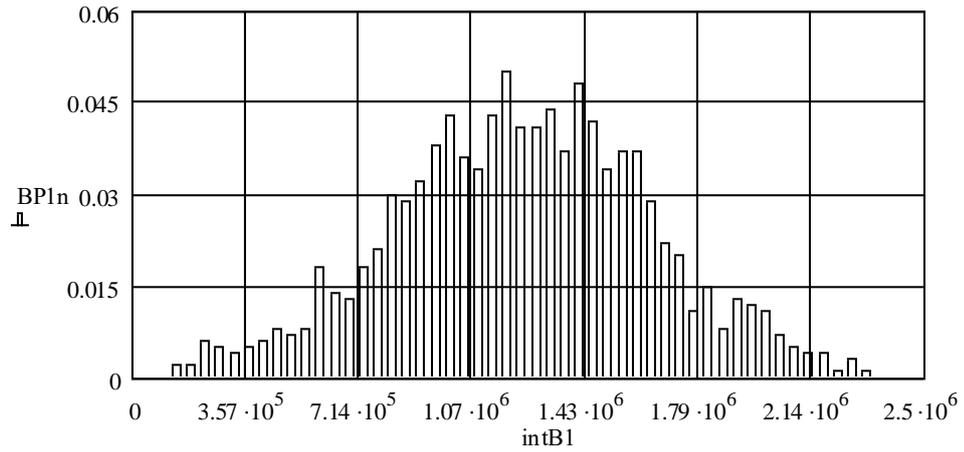


Рисунок 4.28 - Гистограмма случайной величины изгибающего момента в соответствии со средним нормальным режимом работы вала

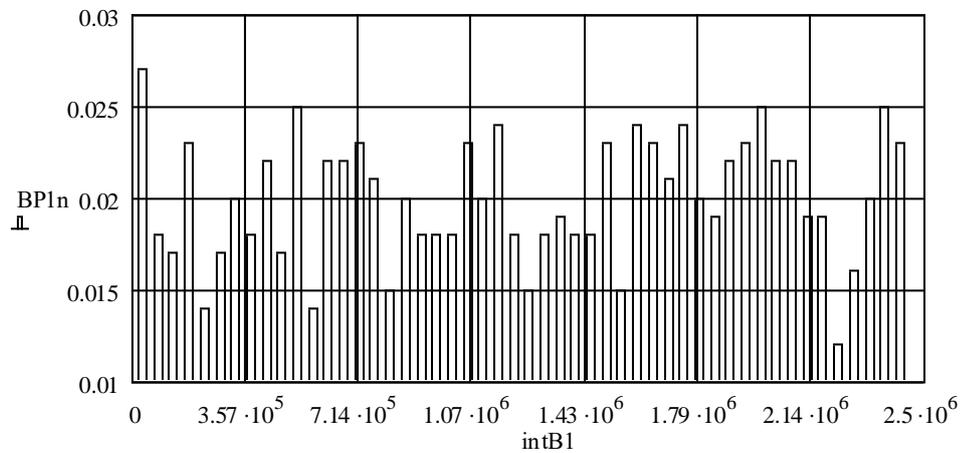


Рисунок 4.29 - Гистограмма случайной величины изгибающего момента в соответствии со средним равномерным режимом работы вала

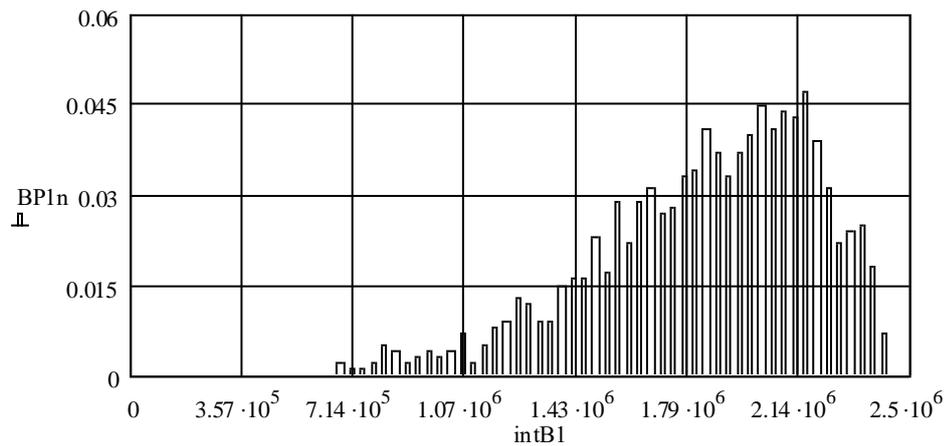


Рисунок 4.30 - Гистограмма случайной величины изгибающего момента в соответствии с тяжелым режимом работы вала

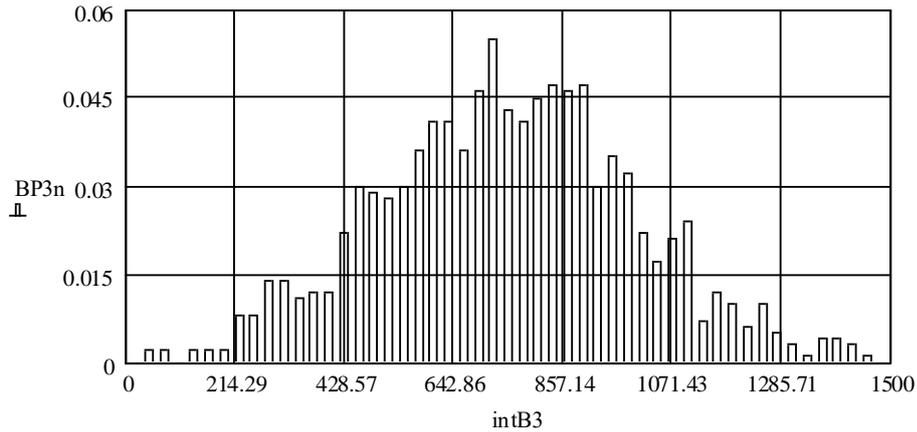


Рисунок 4.31 - Гистограмма случайной величины σ_6

Поскольку в рассматриваемом примере отсутствуют данные о реальном распределении предела прочности материала σ_6 , полагается, что случайная величина σ_6 подчиняется нормальному закону распределения со средним значением $\overline{\sigma_6} = 750$ МПа. Выборка σ_{6i} , $i = \overline{1,1000}$ генерируется также с помощью непараметрического датчика, результат его работы представлен на рисунке 4.31. В то же время, если имеются экспериментальные данные об усталостных испытаниях образцов, в моделировании используется непосредственно выборка $\{\sigma_{6i}\}$.

На основе имеющихся выборок крутящего $\{T_i\}$ и изгибающего $\{M_i\}$ моментов, реализуется классическая методика [45] расчета коэффициента запаса сопротивления усталости вала. На первом этапе определяются отдельно коэффициенты запаса по изгибу n_σ и кручению n_τ по известным зависимостям [45]:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (4.59)$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}. \quad (4.60)$$

В этих формулах σ_a и τ_a – амплитуды переменных составляющих циклов напряжений, а σ_m и τ_m – постоянные составляющие. С учетом того, что приложенные к валу моменты заданы в виде выборок, вычисляемые величини

ны также будут являться выборками, элементы которых определяются соответственно по выражениям [45]:

$$\sigma_{ai} = \frac{M_i}{0,1d^3}, \quad \tau_{mi} = \tau_{ai} = 0,5\tau_i = \frac{0,5T_i}{0,2d^3}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.61)$$

Элементы выборок коэффициентов ψ_σ и ψ_τ , учитывающих влияние постоянной составляющей цикла напряжений на сопротивление усталости, вычисляются в соответствии с ГОСТ 25.504-82:

$$\psi_{\sigma i} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_{ei}, \quad \psi_{\tau i} = 0,5\psi_{\sigma i}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.62)$$

По имеющейся выборке σ_{ei} , определяются выборки пределов выносливости $\{\sigma_{-li}\}$ и $\{\tau_{-li}\}$ по приближенным зависимостям работы [45]:

$$\sigma_{-li} = 0,45\sigma_{ei}, \quad \tau_{-li} = 0,25\sigma_{ei}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.63)$$

Если имеются результаты усталостных испытаний образцов на выносливость, в моделировании используется непосредственно выборка $\{\sigma_{-l}\}$ [126, 134].

Выборки $\{K_{\sigma D}\}$ и $\{K_{\tau D}\}$ коэффициентов концентрации напряжений в опасном сечении вала при изгибе и кручении соответственно вычисляются по известным формулам:

$$K_{\sigma Di} = \left[\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma i}} + \frac{1}{K_{F\sigma i}} - 1 \right] / K_V, \quad K_{\tau Di} = \left[\frac{K_\tau}{K_{d\tau i}} + \frac{1}{K_{F\tau i}} - 1 \right] / K_V, \quad i = \overline{1, k} \quad (4.64)$$

Выборки масштабных факторов $\{K_{d\sigma i}\}$ и $\{K_{d\tau i}\}$ вычисляются в соответствии с работой [45]:

$$K_{d\sigma i} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{d}{7,5} \right)^{-2\nu_i} \right], \quad K_{d\tau i} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{d}{7,5} \right)^{-3\nu_i} \right], \quad i = \overline{1, k}, \quad (4.65)$$

где $\nu_i = 0,19 - 1,25 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_{ei}$.

Поскольку в данном примере σ_m предполагается равной нулю [45], формула (4.59) упрощается

$$n_{\sigma i} = \frac{\sigma_{-li}}{K_{\sigma Di} \sigma_{ai}}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4.66)$$

а формула (4.60) преобразуется к виду:

$$n_{\tau_i} = \frac{\tau_{-li}}{K_{\tau i} \tau_{a_i} + \psi_{\tau i} \tau_{m_i}}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4.67)$$

где входящие в них параметров вычисляются по зависимостям (4.61)...(4.65).

В результате выражение для общего коэффициента запаса прочности вала будет включать в себя выборки коэффициентов запасов прочности по кручению и изгибу [173], а не их средние значения как в (4.57):

$$n_i = \frac{n_{\sigma_i} \cdot n_{\tau_i}}{\sqrt{n_{\sigma_i}^2 + n_{\tau_i}^2}}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.68)$$

Для расчета вероятности отказа рассматриваемого вала необходимо иметь функцию плотности $P_n(n)$ распределения случайной величины n . Аналогично рассмотренным выше задачам, воспользуемся методом Парзена – Розенблатта для определения неизвестной функции $P_n(n)$.

Ниже, на рисунках 4.32,..., 4.35, представлены результаты (непрерывные кривые) восстановления функции $P_n(n)$ на основе выборки $\{n\}$ длиной $k=1000$ для исследуемого вала при различных режимах его работы.

По определению вероятность отказа вала означает вероятность того, что коэффициент запаса усталостной прочности n окажется менее единицы [48]. Это соответствует значению следующего интеграла:

$$Q(n) = \int_0^1 P_n(n) dn. \quad (4.69)$$

Характеристики выборок коэффициента запаса прочности n для рассматриваемого вала представлены в таблице 4.3. Вероятности отказа, установленные в ходе интегрирования по формуле (4.69), помещены в седьмой столбец таблицы 4.3. В последнем столбце представлены величины коэффициента коррекции расчетной нагрузки, с учетом которого вероятность отказа будет равна вероятности отказа при среднем нормальном режиме работы.

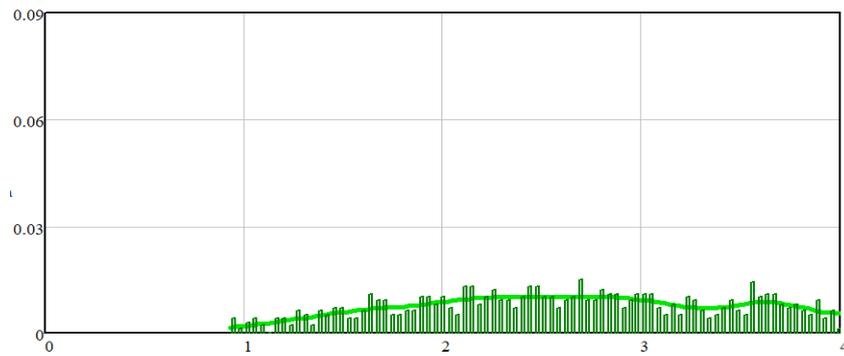


Рисунок 4.32 - Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P_n(n)$ при легком режиме работы вала

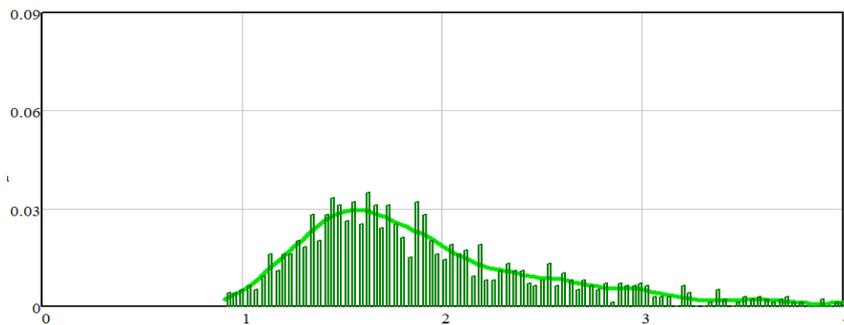


Рисунок 4.33 - Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P_n(n)$ при среднем нормальном режиме работы вала

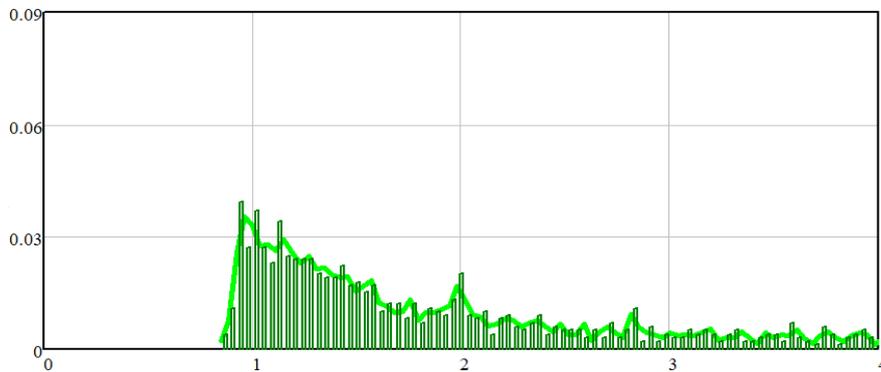


Рисунок 4.34 – Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P_n(n)$ при среднем равновероятном режиме работы

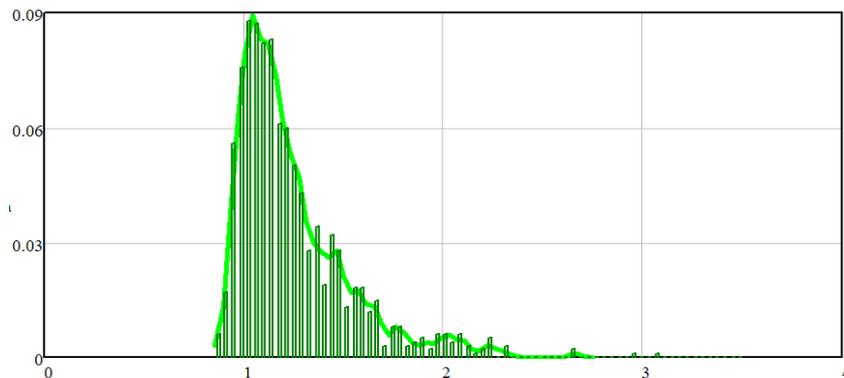


Рисунок 4.35 – Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения при тяжелом режиме работы вала

Таблица 4.3 - Характеристики выборок коэффициента запаса прочности вала

Режим нагружения	Классические методы			Предлагаемый метод			
	Решетов-Снесаревзная закон	Среднее классич. методом	Решетов в предпол. нормальн. закона	Среднее выборки	Медиана	Вероятность отказа	Коэф. коррекции нагрузки
Легкий	0,31%	2,01	0,00004%	4,0064	3,305	0,702%	1,092
Средний нормальный	1,284%	1,8	1,284%	2,033	1,793	1,278%	1
Средний равновероятный	4,2%	1,818	1,145%	2,942	1,787	8,526%	0,893
Тяжелый	21,54%	1,205	26,599%	1,2505	1,165	13,936%	0,903
Бимодальный		1,7	2,357%	2,0519	1,615	1,007%	1,008

С целью подтверждения универсальности методики, в последней строке таблицы 4.3 представлены параметры распределения коэффициента запаса прочности вала, к которому приложена случайная нагрузка, функция плотности распределения которой является бимодальной и задана выражением (4.32). Функция плотности распределения коэффициента запаса прочности вала для данного режима нагружения показана на рисунке 4.36.

Вышеизложенная методика была использована [157] при оценке вероятности отказа торсиона диаметром 50 мм винтового забойного двигателя Д5-195 (номинальный крутящий момент $T=5$ кН·м). Предел прочности σ_s материала распределен по нормальному закону при средней величине $\overline{\sigma_s}=1100$ МПа. Выполненное моделирование коэффициента запаса прочности торсиона показало, что при переходе от легкого к тяжелому режиму нагружения вероятность его отказа изменилась от $3 \cdot 10^{-5}\%$ до 30,5%.

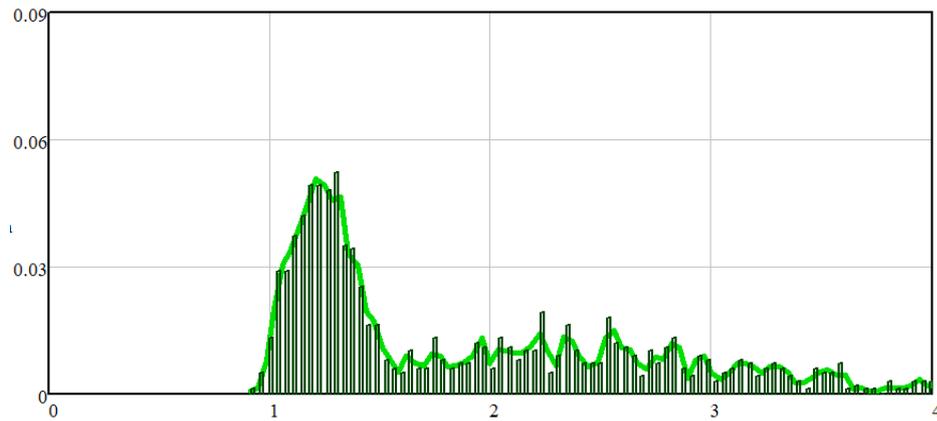


Рисунок 4.36 – Гистограмма выборки случайной величины n и ее функция плотности распределения $P_n(n)$, когда плотность распределения нагрузки определяется выражением (4.32)

4.6. Верификация метода на примере расчета вероятности отказа рамы тележки локомотива

В связи с увеличением скоростей движения на железных дорогах и напряженности в процессе эксплуатации в рамах локомотивов возникают усталостные повреждения. В ЦНИИ МПС получены данные по динамической напряженности в рамах при различных скоростях движения и вероятностной оценке их долговечности. В работе С.В. Серенсена [106] рассмотрен метод оценки вероятности усталостного повреждения боковины рамы тележки (в зоне приварки тяжелонагруженного кронштейна) при пробеге локомотива 510 тыс. км. Распределение амплитуд напряжений в раме тележки локомотива с достаточной точностью описывается нормальным законом с параметрами: $\overline{\sigma_a} = 11,14$ МПа, $v_{\sigma_a} = 0,34$. Показано, что кривая усталости также описывается нормальным распределением с параметрами: $\overline{\sigma_{-1d}} = 28$ МПа, $v_{-1d} = 0,1$.

Предложенная в работе [106] методика расчета вероятности отказа рамы дает значение отказа, равное 4,15%, имеющее сильное расхождение с данными ЦНИИ МПС России - 10%. Профессором С.А. Казаком предложена другая методика [47], дающая наоборот, завышенное в 3 раза значение вероятности отказа – 33%. Причиной столь значительных расхождений полученных различными методиками результатов является оперирование с аналитическими

выражениями, описывающими законы распределения случайных величин, в рамках параметрической статистики.

Предложенный в данной работе метод свободен от данных ограничений, поскольку не накладывает никаких ограничений на вид функции распределения случайной величины, а вероятность отказа детали вычисляется в помощь численного интегрирования.

На основе заданных параметров нормального распределения с помощью непараметрического датчика генерируется выборка действующих в материале рамы напряжений. Затем с помощью оценки Розенблатта-Парзена восстанавливается функция плотности напряжений, показанная на рисунке 4.37. Функция плотности распределения предельных напряжений задается аналитически.

Вероятность отказа рамы локомотива вычисляется по формуле (4.31) аналогично с расчетом зубчатых передач. Предложенный метод дает самое лучшее согласование со статистикой отказов: $9,44\% \approx 10\%$, что подтверждает применимость метода. На рисунке 4.38 показан вид функций плотности распределения действующих и предельных напряжений.

Предложенный метод также позволяет оценить вероятность отказа детали для других режимов ее работы. Так, при легком режиме нагружения рамы она составляет $1,884\%$, при среднем равновероятном режиме – $25,246\%$, а при тяжелом режиме работы – $41,025\%$.

Рисунок 4.39 иллюстрирует сопоставительный анализ результатов расчета вероятности отказа рамы с помощью различных методик.

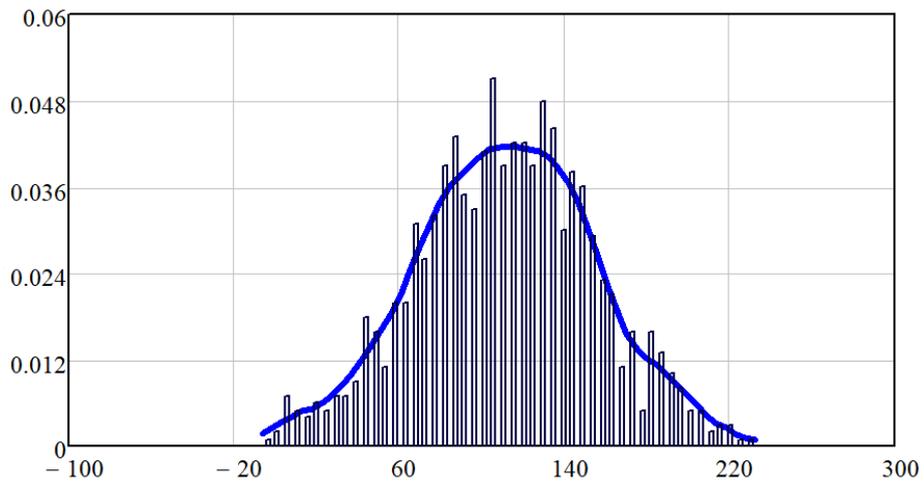


Рис.4.37 – Гистограмма и функция плотности действующих напряжений

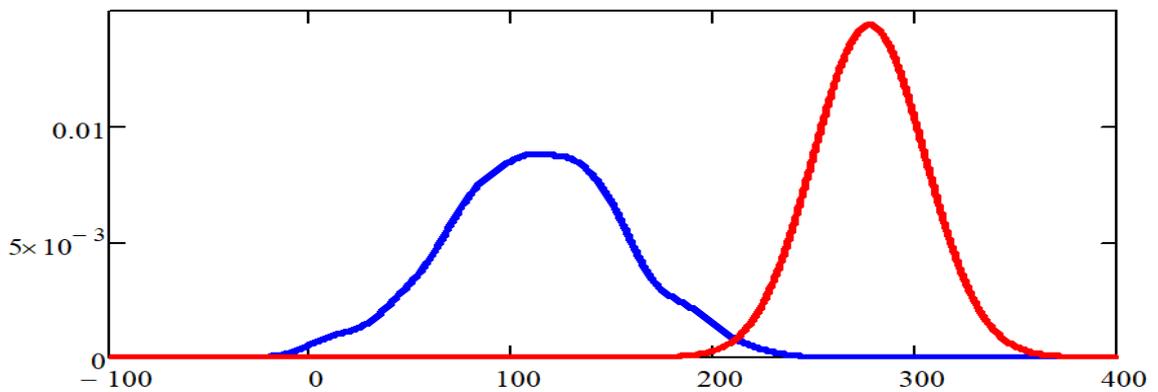


Рис.4.38 – К расчету вероятности безотказной работы рамы локомотива при среднем нормальном режиме работы

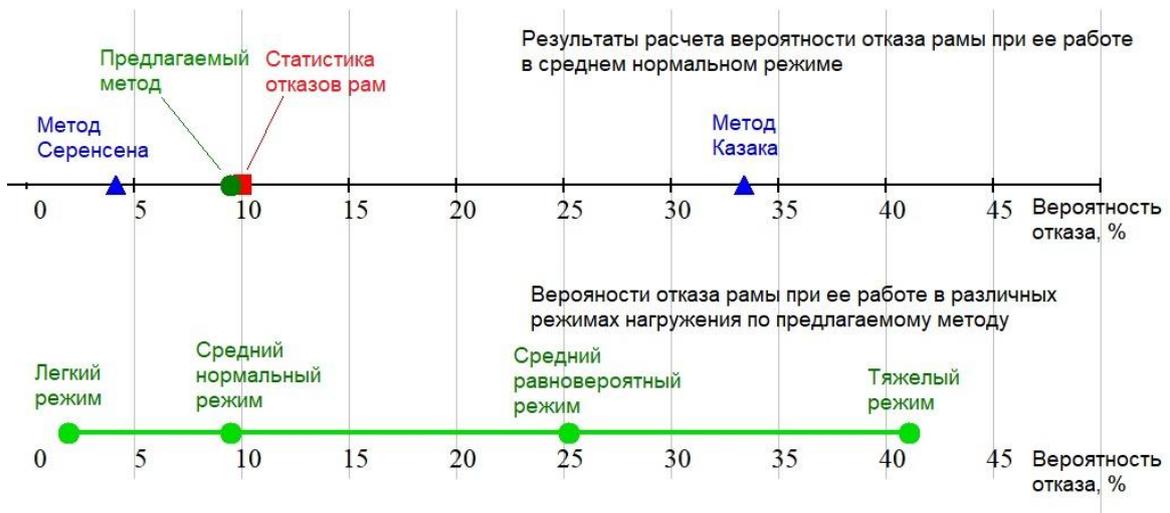


Рис.4.39 – Сопоставительный анализ результатов расчета вероятности отказа рамы с помощью различных методик

4.7. Выводы по Главе 4

1. Для определения вероятности отказов деталей общепромышленного применения впервые разработана методология, принципиальным отличием которой является использование при расчете фактических законов распределения действующих и предельных напряжений, восстанавливаемых методами непараметрической статистики, а не нормального закона, условность применения которого отмечали авторы ранее разработанных методик.
2. Рассмотрены особенности реализации новой методики при расчете вероятности отказа зубчатых передач по контактной и изгибной прочности. На тестовых примерах показано, что при изменении режима работы передачи от легкого к тяжелому вероятность отказа по контактной прочности изменяется более, чем на порядок (от 0,197% до 2,215%). Представлены результаты расчета отказа передачи для бимодального режима нагружения, даже приближенная оценка которого ранее разработанными методами невозможна.
3. Установлено, что фактические законы распределения коэффициента запаса прочности при определении вероятности отказа подшипников и валов от нормального распределения отличаются существенно. Так, например, вероятность отказа подшипника качения 2207 по динамической грузоподъемности при переходе от легкого к тяжелому режиму нагружения с учетом фактического закона распределения коэффициента запаса изменяется от 3,874% до 14,017%, в то же время в предположении нормального закона вероятность отказа изменяется от 0,812% до 44,953%. При учете фактических законов распределения коэффициента запаса прочности вала при переходе от легкого к тяжелому режиму работы вероятность отказа вала изменяется от 0,702% до 13,936%, а вероятность отказа в предположении нормального закона от 0,0% до 26,599%. При этом для среднего нормального режима работы вала результаты по традиционной и предложенной методиках полностью совпадают.
4. Выполнена верификация разработанной методологии на основе известных данных разрушения рамы тележки локомотива при среднем нормальном ре-

жиме нагружения, в результате статистической обработки которых определена вероятность отказа 10%. Рассчитанная вероятность отказа рамы предложенным методом равна 9,44%, в то время как по двум ранее разработанным методам в результате расчетов получены значения 4,15% и 33%. Представлены результаты расчета вероятности отказа рамы при изменении режимов ее нагружения от легкого к тяжелому (от 1,884% до 41,025%), что по известным методикам осуществить не представляется возможным.

ГЛАВА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

5.1. Определение функции плотности распределения предельных напряжений

При расчете вероятности безотказной работы деталей в условиях неограниченной долговечности в качестве предельного напряжения используется предел выносливости (σ_{-1}), распределение которого, в подавляющем большинстве случаев, принимают в соответствии с нормальным законом распределения. Известно [130, 200, 237, 241], что измерить значения случайной величины σ_{-1} , невозможно в принципе, однако выборку $\sigma_{-1,k}, k = \overline{1, K}$ можно путем компьютерного моделирования получить на основе описывающих кривую усталости [127, 130, 294] полуэмпирических моделей и экспериментальных данных испытаний образцов на выносливость. Как показано в работах [126, 130, 134] на конкретных примерах обработки результатов усталостных испытаний образцов, функция плотности распределения случайной величины σ_{-1} нормальным законом не описывается, что вносит значительные ошибки при вероятностном прогнозировании долговечности деталей. В том случае, когда прочностная надежность исследуемых деталей определяется для области ограниченной усталости (при заданной по условиям эксплуатации детали величине долговечности $N = const$), на основании кривой усталости необходимо иметь функцию плотности распределения предельных напряжений при $N = const$, которая, в общем случае, неизвестна [240, 258, 267]. В настоящей работе решения этой задачи получено на основе использования кинетической теории многоциклового усталости, разработанной Е.К.Почтенным [84, 85, 86, 87, 88, 89], и методов непараметрической статистики [130, 134, 220, 266, 340]. Отметим, что дополнительным и весьма значимым практическим приложением этой теории является возможность по-

строения кривых усталости, соответствующих различной величине повреждения материала.

Для анализа кинетики усталостного повреждения в зоне упругого деформирования материала в работах [85, 87] предложено использовать дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{dF(D)}{dN} = \frac{\sigma_a}{Q_T} \cdot \frac{\exp[F(D)] - 1}{F(\sigma_a)}, \quad (5.1)$$

$$\text{где } F(D) = \frac{D}{1-D} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}, \quad F(\sigma_a) = \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}$$

В формулах (5.1) обозначено: N – число циклов нагружения (деформирования); σ_a – максимальное напряжение цикла; Q_T – коэффициент, характеризующий сопротивление детали росту усталостных трещин; σ_R – предел выносливости детали при коэффициенте асимметрии цикла R ; σ_{RT} – циклический предел текучести (ниже его уровня отсутствуют следы пластической деформации даже после нескольких миллионов циклов нагружения); σ_B – аналог предела прочности материала; D – степень усталостного повреждения, характеризующая отношение площадей или моментов инерции поврежденных и номинальных опасных сечений детали (образца).

Вследствие несовершенства кристаллических решеток реального металла, микро и макро геометрии детали (образца), исходная поврежденность детали или образца ($D = D_0$) всегда отлична от нуля. Дифференциальное уравнение (5.1) описывает процесс усталостного повреждения в виде роста степени повреждения от D_0 до D_k , где D_k – величина повреждения, соответствующая моменту действия последнего (разрушающего) цикла с напряжением σ_a . При этом значение функции $F(D)$ изменяется от $F(D_0)$ до $F(D_k)$. В предельных случаях $D_0 = 0$, а $D_k = 1$. То есть величина D , в общем случае изменяется в пределах: $0 \leq D_0 \leq D \leq D_k \leq 1$.

Уравнение (5.1) справедливо для области упругого деформирования, когда σ_a превышает σ_R , а введенная функция $F(\sigma)$ по мере уменьшения σ_a возрастает и при $\sigma_a = \sigma_R$ становится равной бесконечности.

В результате интегрирования уравнения (5.1) в пределах от D_0 до D , для числа циклов нагружения N_D получена зависимость [85, 86] от степени исходного повреждения D_0 , текущего повреждения D и напряжения в цикле σ_a :

$$N_D = \frac{Q_T}{\sigma_a} F(\sigma_a) \ln \left\{ \frac{1 - \exp[-F(D)]}{1 - \exp[-F(D_0)]} \right\}, \quad (5.2)$$

где функции $F(D)$ и $F(\sigma_a)$ определены выше (формула (5.1)), а функция $F(D_0)$ описывается выражением:

$$F(D_0) = \frac{D_0}{1 - D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}. \quad (5.3)$$

До предельного повреждения, соответствующего $D = D_k$, число циклов N_k , учитывая, что $\exp[-F(D)] \approx 0$, на основании зависимости (5.2) получим:

$$N_k = \frac{Q}{\sigma_a} F(\sigma_a) = \frac{Q}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (5.4)$$

где Q – коэффициент выносливости [50, 147]:

$$Q = -Q_T \ln \left[1 - \exp \left(- \frac{D_0}{1 - D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R} \right) \right]. \quad (5.5)$$

Уравнение (5.2) позволяет рассчитать прогнозируемое число циклов, как до разрушения (при $D = D_k$), так и для зафиксированного повреждения (при $D < D_k$). Выражение (5.4) является в кинетической теории усталости базовым, на его основе в работах [85, 86, 87, 88] выполнено описание кривых усталости как для образцов, так и разнообразных деталей изготовленных из различных металлов, подвергнутых циклическому деформированию в упругой зоне.

Для дальнейшего использования перепишем уравнение (5.4) в виде:

$$N = \frac{Q}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \quad (5.6)$$

и рассмотрим алгоритм определения параметров σ_R , σ_{RT} и Q , входящих в это уравнение, на основе имеющейся совокупности данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$, полученных в процессе усталостных испытаний образцов.

Из анализа выражения (5.6) следует, - относительно параметров σ_R , σ_{RT} и Q оно является нелинейным, что использовать для поиска значений искомых параметров математический аппарат линейного регрессионного анализа не позволяет. В общей постановке задача определения σ_R , σ_{RT} и Q по данным $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$ сводится к минимизации квадратичной функции следующего вида:

$$\Phi(Q, \sigma_R, \sigma_{RT}) \xrightarrow{Q, \sigma_R, \sigma_{RT}} \min, \quad (5.7)$$

где функция $\Phi(Q, \sigma_R, \sigma_{RT})$ в соответствии с методом наименьших квадратов и выражением (5.6) записывается так:

$$\Phi(Q, \sigma_R, \sigma_{RT}) = \sum_{i=1}^n \left\{ N_i - \frac{Q}{\sigma_{ai}} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_{ai} - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \right\}^2. \quad (5.8)$$

Для построения алгоритма минимизации этой функции используем следующий прием. Обратимся к уравнению (5.6) и преобразуем его к виду:

$$\sigma_a = \sigma_R + (\sigma_R - \sigma_{RT}) \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp(N\sigma_a / Q) - 1 \right]^{-1} \right\}. \quad (5.9)$$

Обозначив:

$$y_i = \sigma_{ai}; \quad v_0 = \sigma_R - \sigma_{RT}; \quad z_i = \ln \left\{ 1 + \left[\exp(N_i \cdot \sigma_{ai} / Q) - 1 \right]^{-1} \right\}, \quad (5.10)$$

представим выражение (5.9) в форме:

$$y_i = \sigma_R + v_0 \cdot z_i. \quad (5.11)$$

Если в зависимости (5.11) зафиксировать коэффициент выносливости ($Q = const$), то она становится линейной относительно двух неизвестных: σ_R и v_0 . Данное обстоятельство позволяет для поиска значений σ_R и v_0 при $Q = const$ реализовать метод наименьших квадратов, а решение задачи (5.7) в целом свести к поиску минимума лишь по одной переменной Q .

Рассмотрим основные этапы алгоритма расчета величин σ_R и ν_0 при $Q = const$. Используя данные $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$ и минимизируя функцию, построенную в соответствии с методом наименьших квадратов на основе (5.11):

$$\Phi_R(\overline{\sigma}_R, \nu_0) = \sum_{i=1}^n [y_i - (\overline{\sigma}_R + \nu_0 \cdot z_i)]^2 \rightarrow \min, \quad (5.12)$$

определим среднее значение предела выносливости $\overline{\sigma}_R$:

$$\overline{\sigma}_R = \frac{(\sum_{i=1}^n z_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i) - (\sum_{i=1}^n y_i z_i)(\sum_{i=1}^n z_i)}{n(\sum_{i=1}^n z_i^2) - (\sum_{i=1}^n z_i)^2} \quad (5.13)$$

и величину параметра ν_0 :

$$\nu_0 = \frac{n(\sum_{i=1}^n z_i y_i) - (\sum_{i=1}^n y_i) \cdot (\sum_{i=1}^n z_i)}{n(\sum_{i=1}^n z_i^2) - (\sum_{i=1}^n z_i)^2}. \quad (5.14)$$

Для каждой пары $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$ при $Q = const$ по формулам (5.10) рассчитаем совокупность значений z_i и $y_i, i = \overline{1, n}$, на основе которой, используя зависимость (5.11), получим выборку случайных величин предела выносливости σ_{Ri} :

$$\sigma_{Ri} = y_i - \nu_0 \cdot z_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5.15)$$

Воспользовавшись этой выборкой, методами непараметрической статистики [126, 131], решая задачу (3.5) в варианте (3.11), восстановим неизвестную функцию $f_\sigma(\sigma_R)$ плотности распределения σ_R :

$$f_\sigma(\sigma_R) = \frac{1}{n \cdot h_\sigma^* \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \sum_{i=1}^n \exp\left\{-0,5 \cdot [(\sigma_R - \sigma_{Ri})/h_\sigma^*]^2\right\}, \quad (5.16)$$

где h_σ^* - оптимальная величина параметра «размытости» (3.7), (3.10).

Имея функцию $f_\sigma(\sigma_R)$, можно рассчитать любые квантильные значения случайной величины σ_R на основе решения численным методом следующего уравнения [130, 134, 153]:

$$\int_0^{\sigma_R^\alpha} f_\sigma(\sigma_R) d\sigma_R = \alpha, \quad (5.17)$$

где α - уровень значимости, σ_R^α - значение σ_R , соответствующее α .

Решая уравнение (5.17) при $\alpha = 0,5$, определим медианную величину $\tilde{\sigma}_R$ предела выносливости σ_R . В том случае, когда случайная величина σ_R распределена по нормальному закону, найденные $\tilde{\sigma}_R$ и $\bar{\sigma}_R$ будут совпадать, в противном случае для дальнейших расчетов следует использовать $\tilde{\sigma}_R$.

В соответствии с изложенной процедурой, как σ_{Ri} , так $\tilde{\sigma}_R$ являются функциями от коэффициента выносливости Q : $\sigma_{Ri}(Q)$ и $\tilde{\sigma}_R(Q)$, при этом отклонение этих функций во всем диапазоне изменения значений экспериментальных данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$ должно быть минимальным. В результате решение задачи (5.7) сводится к минимизации по параметру Q суммы квадратов разности $\sigma_{Ri}(Q)$ и $\tilde{\sigma}_R(Q)$:

$$\Phi_Q(Q) = \sum_{i=1}^n [\sigma_{Ri}(Q) - \tilde{\sigma}_R(Q)]^2 \xrightarrow{Q} \min. \quad (5.18)$$

Поиск минимума функции $\Phi_Q(Q)$, принимая во внимание, что диапазон изменения Q :

$$Q_{\min} = \min(\sigma_i \cdot N_i); \quad Q_{\max} = \max(\sigma_i \cdot N_i) \quad (5.19)$$

известен, легко реализуется с помощью компьютерного моделирования, например, пошаговым алгоритмом.

При достижении минимума функции (5.18) устанавливается искомое значение параметра $Q = Q^*$.

Для определения величин σ_R^* , σ_{RT}^* , являющихся решением задачи (5.7), реализуется следующая процедура расчета.

Зная $Q = Q^*$, по формуле (5.10) сформируем выборку z_i^* , $i = \overline{1, n}$:

$$z_i^* = \ln \left\{ 1 + \left[\exp(N_i \cdot \sigma_i / Q^*) - 1 \right]^2 \right\}, \quad (5.20)$$

используя которую совместно с $y_i = \sigma_i$, $i = \overline{1, n}$, по зависимости (5.15) определим выборку значений σ_{Ri}^* . После чего на основе (5.16), восстановим неизвестную функцию плотности $f_\sigma(\sigma_R^*)$ и, решая уравнение, аналогичное (5.17), уточним медианное значение $\sigma_R^* = \tilde{\sigma}_R$ предела выносливости σ_R , соответствующее оптимальной величине $Q = Q^*$.

Для определения σ_{RT}^* вначале по формуле (5.14), заменяя в ней z_i на z_i^* , вычислим значение ν_0^* , после чего величина σ_{RT}^* рассчитывается на основе выражения (5.10):

$$\sigma_{RT}^* = \sigma_R^* - \nu_0^*. \quad (5.21)$$

Отметим, что в дополнение к установленным в процессе решения задачи (5.7) параметрам кривой усталости в форме (5.6) и функции плотности распределения предела выносливости $f_\sigma(\sigma_R^*)$, на основе полученных результатов устанавливается и число циклов до точки нижнего перегиба кривой усталости N_0 :

$$N_0 = Q^* / \sigma_R^*. \quad (5.22)$$

Практика обработки данных усталостных испытаний различных сталей в соответствии с рассмотренным алгоритмом показала, что он является эффективным в случае, когда дисперсия $\lg N$ вокруг линии регрессии может быть принята величиной постоянной. Однако в большинстве случаев, по мере приближения амплитуды цикла к пределу выносливости, дисперсия $\lg N$ существенно возрастает. Как показали выполненные расчеты, в этом случае кривая усталости (5.6) при значениях параметров σ_R , σ_{RT} и Q , определенных на основе минимизации функции (5.8), корректно результаты экспериментальных данных не описывает.

Рассмотрим алгоритм (рисунок 5.1), позволяющий получить решение задачи для условия, когда дисперсия $\lg N$ является существенно изменяющейся величиной.

Для иллюстрации вышеотмеченного, воспользуемся результатами усталостных испытаний образцов из стали 50 [81] на семи уровнях напряжений, представленных в таблице 5.1. Общее число испытанных образцов $n=183$, для усталостных испытаний это весьма представительная выборка.

Обратимся к рисунку 5.2, на котором точками показаны значения дисперсии $D_N(\sigma_a = const)$ величины N для каждой серии испытаний образцов из стали 50 при $\sigma_a = const$ (таблица 5.1), а линией, - аппроксимирующая зависимость, имеющая вид:

$$D_N(\sigma_a) = 10^{51,158} \times (\sigma_a)^{-18,282}. \quad (5.23)$$

Таблица 5.1- Данные усталостных испытаний образцов из стали 50

σ_a , МПа	n	$N \times 10^{-3}$
350	26	50,8; 119,9; 79,4; 134,0; 226,5; 92,8; 75,9; 73,8; 72,0; 90,0; 113,3; 241,0; 99,1; 179,2; 89,3; 53,2; 112,5; 216,8; 145,2; 96,2; 114,9; 70,4; 61,3; 106,0; 84,1; 148,5
330	26	291,8; 138,1; 244,2; 346,0; 171,1; 164,9; 124,5; 112,9; 198,9; 191,8; 157,1; 284,6; 145,5; 145,7; 285,6; 46,6; 140,5; 186,7; 114,2; 105,5; 61,4; 193,5; 191,4; 136,3; 423,5; 69,2
310	21	157,5; 488,5; 258,3; 787,0; 906,2; 387,6; 557,4; 1464,6; 552,0; 432,5; 495,7; 352,0; 763,2; 1556,2; 281,3; 156,9; 295,4; 272,6; 512,0; 259,5; 294,6
290	30	263,3; 219,4; 388,0; 557,8; 1047,5; 1865,0; 2142,2; 648,2; 633,6; 1153,6; 833,2; 471,0; 1884,8; 24551,1; 312,0; 324,0; 1318,4; 780,8; 4170,0; 250,4; 717,6; 812,0; 10114,6; 983,3; 525,5; 2217,9; 583,5; 715,0; 144,8; 340,4
280	28	2547,5; 1689,7; 562,7; 1050,5; 1881,8; 1683,3; 492,1; 464,8; 657,2; 10750,0; 704,2; 10311,6; 4683,8; 511,6; 2036,6; 377,2; 2505,1; 267,0; 558,0; 476,7; 1726,5; 939,7; 582,7; 937,5; 758,5; 538,5; 610,0; 1256,0
270	26	715,9; 1389,0; 546,0; 1851,5; 2991,3; 431,5; 11021,5; 3576,0; 4668,8; 901,5; 1018,3; 867,5; 1078,6; 3687,9; 4874,1; 820,8; 2620,5; 10475,2; 489,3; 10140,0; 656,1; 10121,0; 10194,0; 1101,2; 835,3; 10615,5
260	26	36737,0; 2061,0; 1596,0; 1475,5; 714,6; 26827,6; 737,7; 26304,3; 1295,3; 1807,2; 908,0; 2089,5; 18705,0; 13503,2; 11881,5; 14768,5; 330,1; 5776,6; 4053,4; 14319,0; 14426,1; 10068,5; 3986,9; 6801,0; 10692,8; 463,8

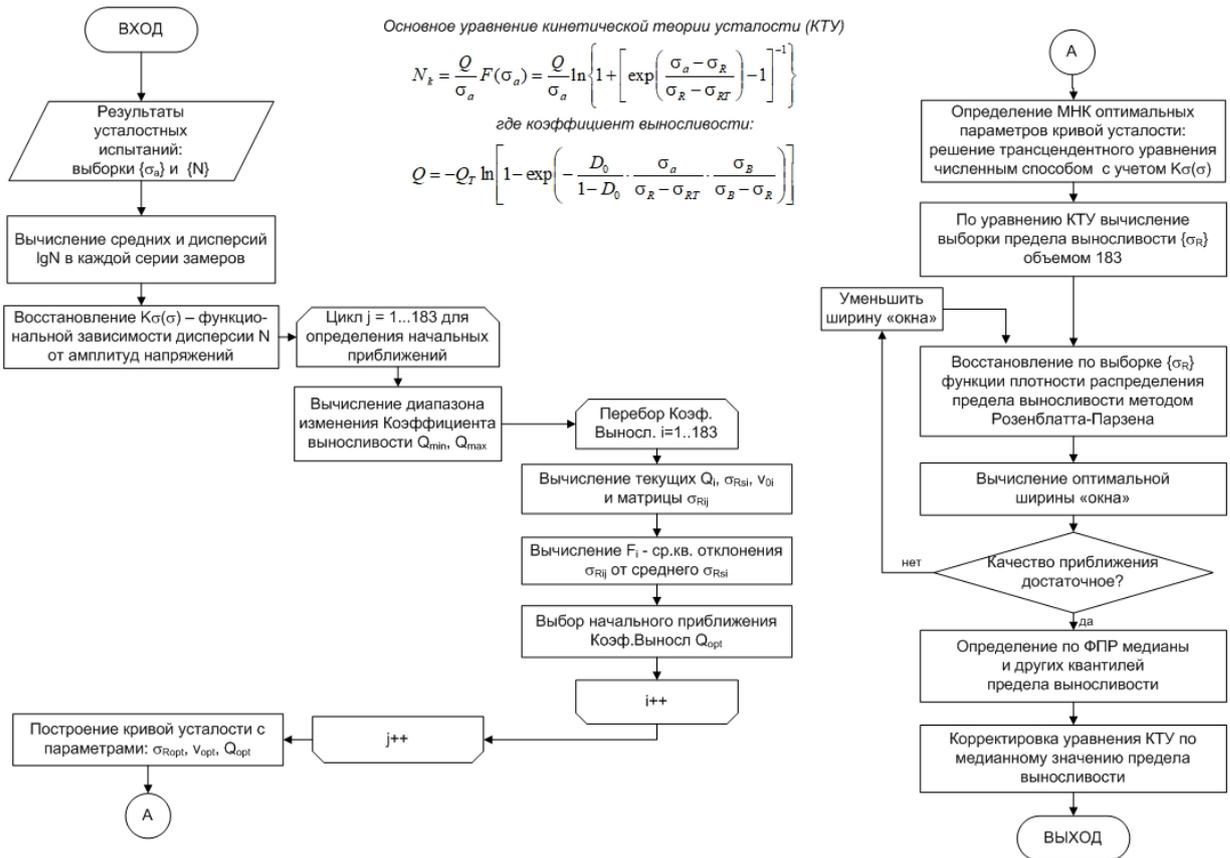


Рисунок 5.1 – Блок-схема алгоритма восстановления ФПР предела выносливости

Воспользуемся функцией (5.8), которую представим в форме:

$$\Phi(Q, \sigma_R, \sigma_{RT}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{N_i}{D_N(\sigma_{ai})} - \frac{Q}{\sigma_{ai} D_N(\sigma_{ai})} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_{ai} - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \right\}^2. \quad (5.24)$$

Использование здесь функции $D_N(\sigma_a)$ позволяет при определении значений параметров σ_R , σ_{RT} и Q выровнять «вес» экспериментальных значений $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$.

Анализ выражения (5.24) свидетельствует, - решение на его основе задачи (5.7) возможно лишь численным методом, с привлечением соответствующих программ (в настоящей работе использована подпрограмма Minerr системы MathCad) [40]. Регрессионные зависимости (5.6) полученные в результате решения задачи (5.7) на основе минимизации функций (5.8) и (5.24) показаны на рисунке 5.3, соответственно, штриховой и непрерывной линиями.

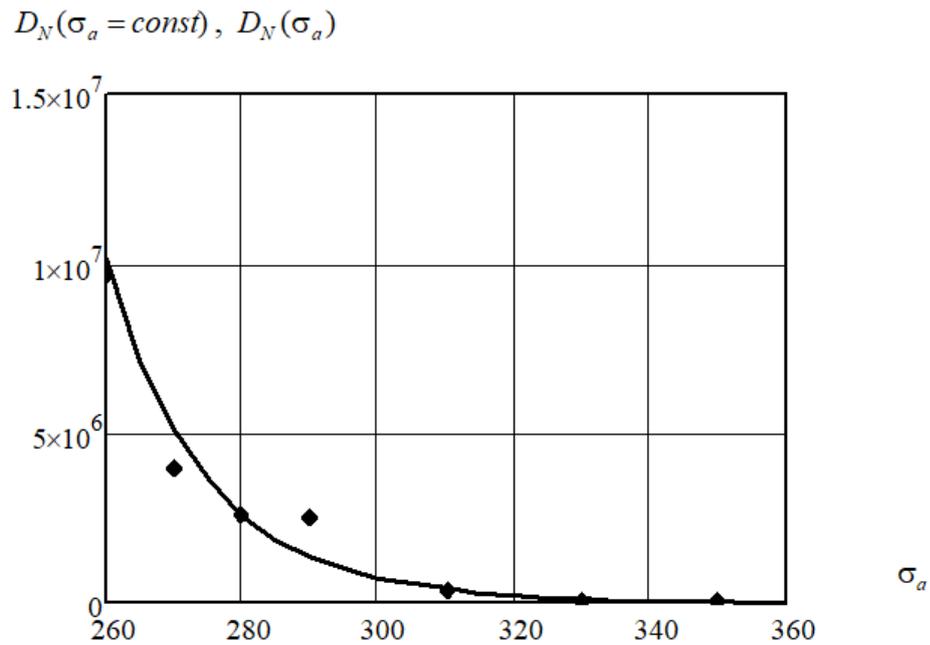


Рисунок 5.2 – Значения дисперсий случайной величины N и их аппроксимация

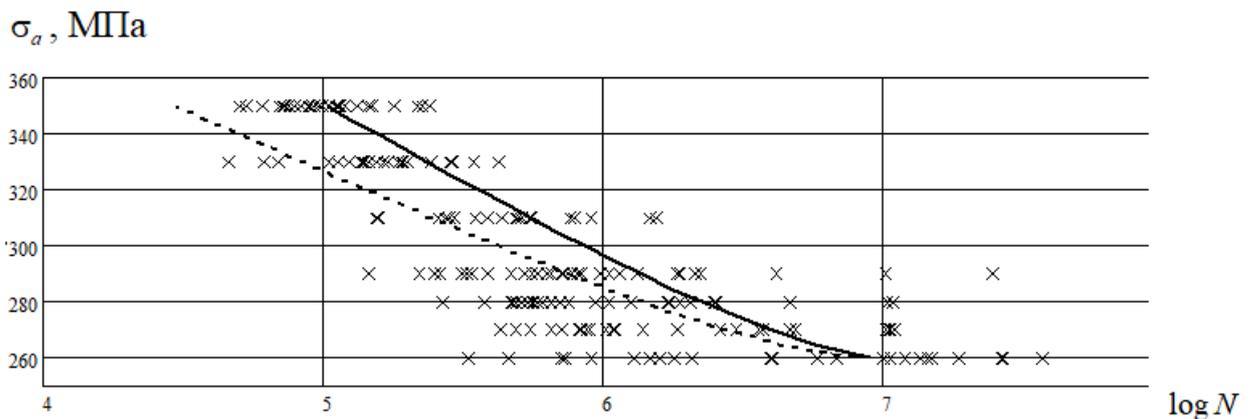


Рисунок 5.3 – Результаты обработки данных усталостных испытаний (образцы из стали 50)

Анализируя представленные на рисунке 5.3 результаты, нетрудно видеть, что разработанный алгоритм обработки экспериментальных данных испытаний образцов на долговечность, учитывающий изменение дисперсии, принципиально меняет положение кривой Велера.

Рассмотрим задачу формирования выборки значений $\sigma_{R_i} \ i = \overline{1, n}$ на основе уравнения (5.6), параметры которого $\sigma_{RT}^* = 228,961 \text{ МПа}$ и $Q^* = 1,246 \cdot 10^9$ установлены в процессе минимизации функции (5.24). Воспользуемся функцией (5.6), которую представим в виде:

$$\sigma_{Ri} = \frac{\sigma_{RT}^* \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_{ai} \cdot N_i}{Q^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} + \sigma_{ai}}{\ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_{ai} \cdot N_i}{Q^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} + 1}. \quad (5.25)$$

Подставляя в эту зависимость значения σ_{ai} , N_i , $i = \overline{1, n}$ определим иско-
мую совокупность значений σ_{Ri} , $i = \overline{1, n}$, на основе которой, следуя выражению
(5.16), методами непараметрической статистики восстановим неизвестную
функцию $f_\sigma(\sigma_R)$ плотности распределения предела выносливости:

$$f_\sigma(\sigma_R) = \frac{1}{n \cdot h_\sigma^* \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \sum_{i=1}^n \exp \left\{ -0,5 \cdot \left[\frac{(\sigma_R^* - \sigma_{Ri})}{h_\sigma^*} \right]^2 \right\}. \quad (5.26)$$

Здесь величина $\sigma_R^* = 255,558$ МПа, - установлена в результате минимизации
функции (5.24).

Результат решения рассмотренной задачи отражен на рисунке 5.4 в ви-
де гистограммы распределения случайной величины σ_{Ri} и ее функции плот-
ности распределения $f_\sigma(\sigma_R)$. Для расчета любых квантильных значений σ_R^α с
заданной вероятностью α достаточно при известной функции $f_\sigma(\sigma_R)$ решить
относительно σ_R^α уравнение (5.17).

В рассматриваемом примере на основе (5.17) для $\alpha = 0,01; 0,05; 0,10;$
 $0,50$ получено: $\sigma_R^\alpha = 236,70; 240,45; 242,67; 252,37$ МПа. Заметим при этом, что
в процессе определения закона распределения случайной величины σ_R ис-
пользована вся совокупность данных σ_{ai} , N_i , $i = \overline{1, n}$ усталостных испытаний
образцов на долговечность.

Резюмируя изложенное, отметим, что использование математических
моделей, разработанных в рамках кинетической теории механической уста-
лости, совместно с методами компьютерного моделирования, методов и ал-
горитмов непараметрической статистики позволило разработать и реализо-
вать процедуру восстановления неизвестной функции плотности распределе-
ния предела выносливости.

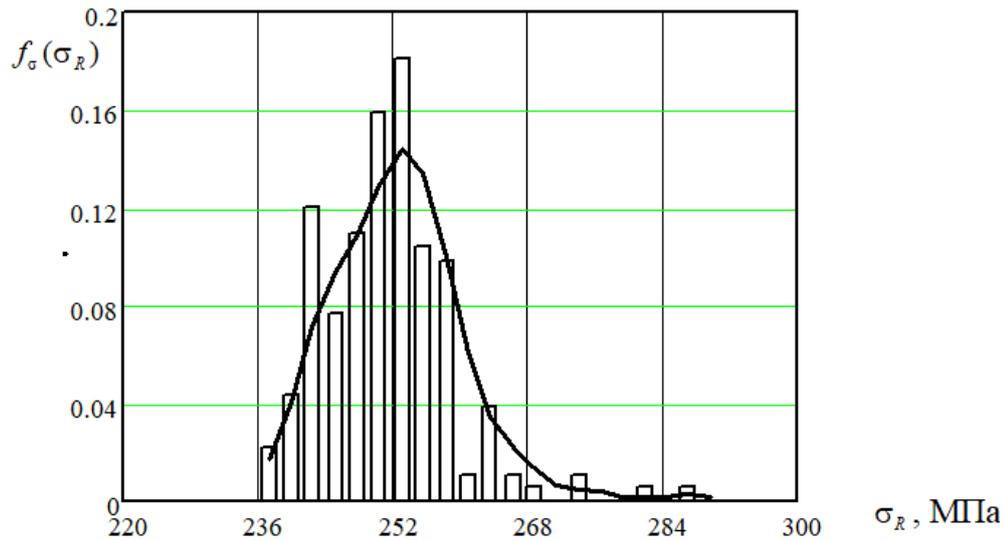


Рисунок 5.4 - Гистограмма распределения σ_{Ri} и ее функция плотности распределения $f_{\sigma}(\sigma_R)$.

5.2. Методика расчета границ доверительных интервалов кривой многоциклового усталости

Рассмотрим методику [134, 317] расчета границ доверительных интервалов кривой усталости (5.6) для данных таблицы 5.1 с учетом изменения дисперсии, определяемой зависимостью (5.23). Реализация методики основана на знании функции плотности распределения $f_N(N)$ числа циклов деформирования образцов до поломки при $\sigma_a = const$. Гистограммы числа циклов деформирования образцов до поломки при каждом $\sigma_a = const$ из таблицы 5.1 представлены на рисунке 5.5, на котором одновременно показаны (гладкими кривыми) функции $f_N(N)$, восстановленные с использованием оценок Парзена-Розенблатта. Для сравнения, на рисунке 5.6 отражена аналогичная информация в виде гистограмм и гладких кривых для $\log N$ и функции $f_N(\log N)$. Штриховой линией здесь показаны функции плотности нормального распределения, параметры которых определены для каждой выборки при $\sigma_a = const$. Рисунки 5.5 и 5.6 свидетельствуют, что фактические функции плотности распределения случайных величин N и $\log N$ весьма далеки от исследованных в теории параметрической статистики.

Для определения функции $f_N(N)$ разработана следующая процедура. Зададимся самым нижнем уровнем напряжения, при котором были выполнены эксперименты: $\sigma_a^* = 260$ МПа. Воспользовавшись восстановленной выше функцией $f_\sigma(\sigma_R)$, используя непараметрический датчик случайной величины [73, 108, 130, 131], сгенерируем выборку σ_{Rj} , $j = \overline{1, m}$ случайной величины σ_R , на основе которой по зависимости (5.6):

$$N_j^* = \frac{Q^*}{\sigma_a^*} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a^* - \sigma_{Rj}}{\sigma_{Rj} - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \quad (5.27)$$

рассчитаем массив N_j^* , $j = \overline{1, m}$ значений случайной величины N^* .

Подчеркнем, что полученная выборка N_j^* , $j = \overline{1, m}$ отражает закон распределения случайной величины σ_R , восстановленный на основе всей совокупности данных усталостных испытаний образцов на долговечность.

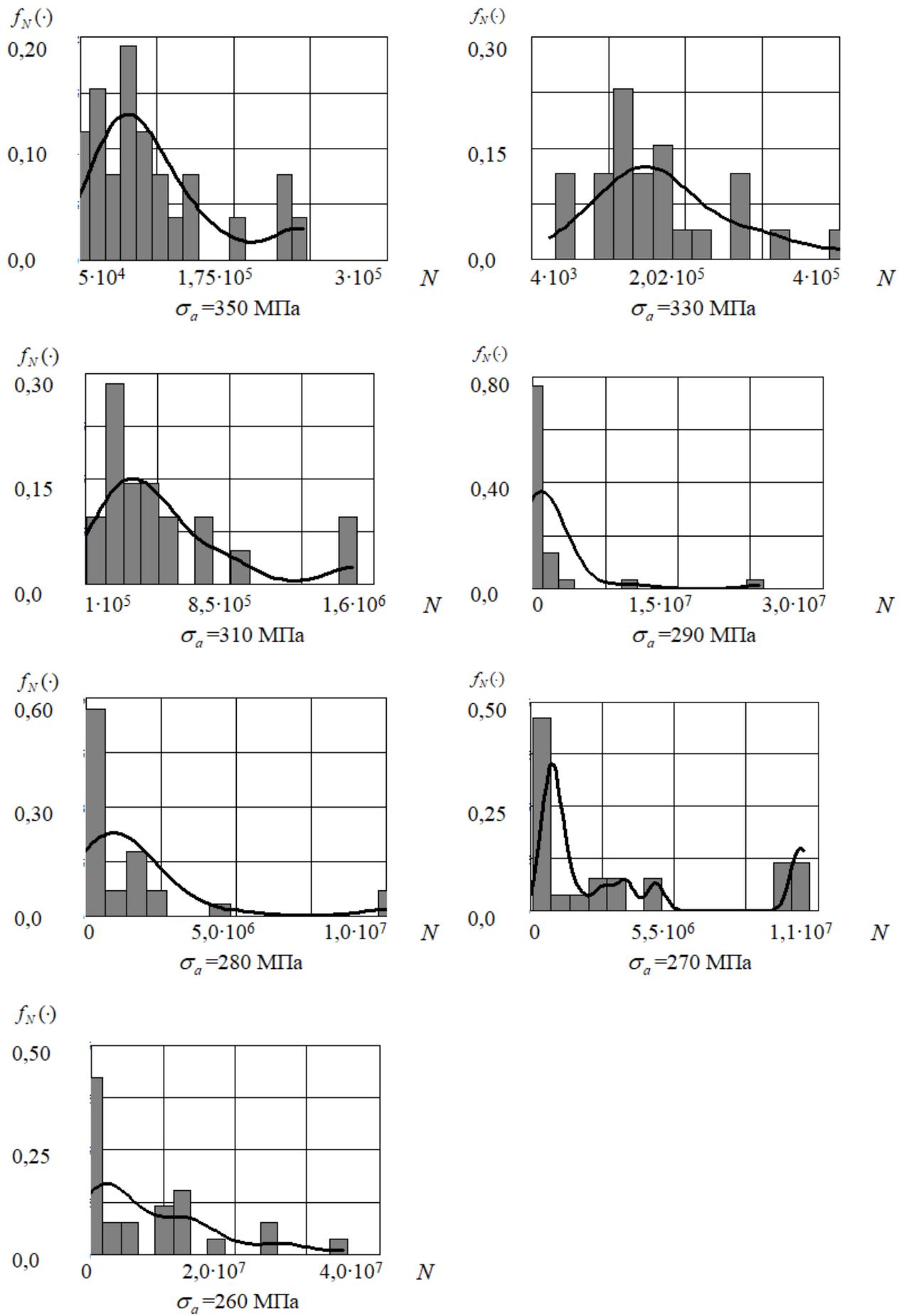
Используя аппарат непараметрической статистики, по аналогии с (5.26), восстановим функцию $f_N(\log N^*)$ плотности распределения случайной величины $\log N^*$ в виде:

$$f_N(\log N^*) = \frac{1}{n \cdot h_N^* \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \sum_{j=1}^m \exp \left\{ -0,5 \cdot \left[(\log N^* - \log N_j^*) / h_N^* \right]^2 \right\}, \quad (5.28)$$

где h_N^* - параметр «размытости», рассчитываемый по зависимости:

$$h_N^* = \left[\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \left(\log N_j^* - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \log N_j^* \right) \right] \cdot m^{\frac{1}{5}}.$$

Эта функция на рисунке 5.7 в системе координат $f_N(\log N^*) - \log(N^*)$ показана сплошной линией.

Рисунок 5.5 – Гистограммы и функции плотности распределения N

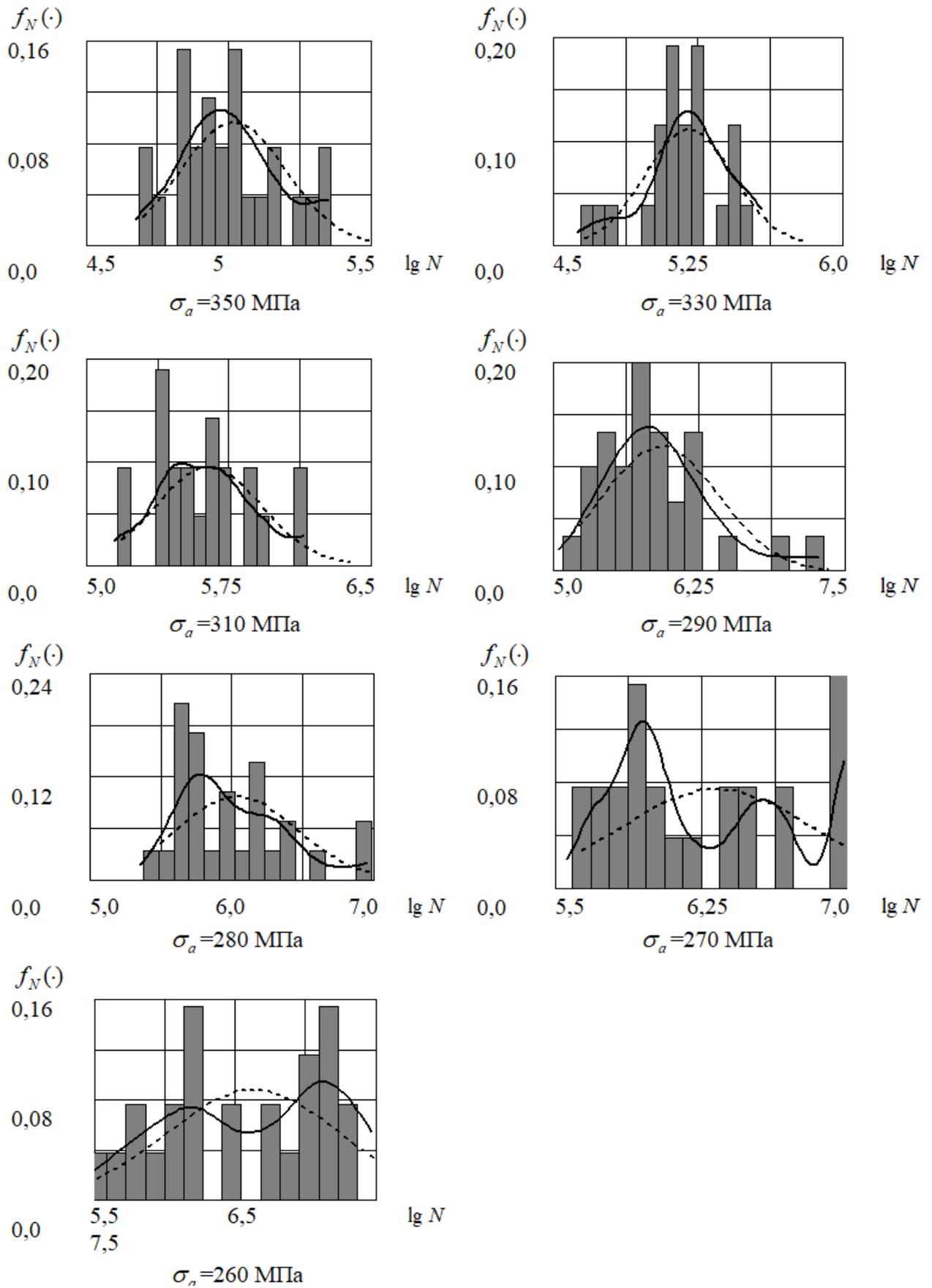


Рисунок 5.6 – Гистограммы и функции плотности распределения $\lg N$

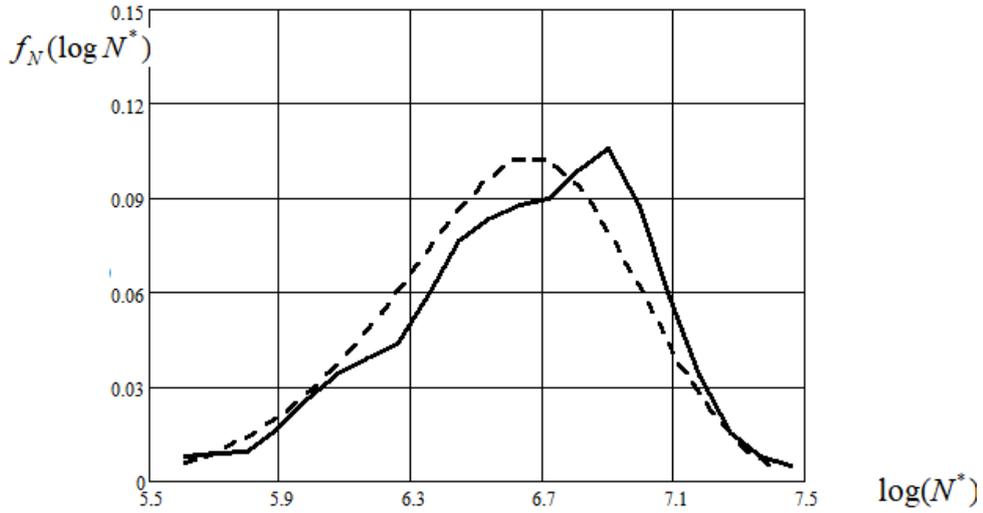


Рисунок 5.7 -Функции плотности распределения $f_N(\log N^*)$ и $f_N^*(x)$

Далее реализуем следующую процедуру. Из анализа рисунка 5.7 следует, что функция $f_N(\log N^*)$ близка к нормальному распределению, но имеет отличные от нуля асимметрию и эксцесс. Опишем функцию $f_N(\log N^*)$ законом, исследованным в теории параметрической статистики. В качестве такого закона выберем четырехпараметрическое распределение Грамма-Шарлье [52, 192]:

$$f_N^*(x) = \frac{1}{x_s \sqrt{2\pi}} \exp\left[-0.5(u)^2 \left[1 + \frac{x_a}{6}(u^3 - u) - \frac{x_e}{24}(u^4 - 5u^2 + 3)\right]\right], \quad (5.29)$$

где: $x = \log(N^*)$; $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j$ - среднее значение случайной величины x ;

$x_s = \sqrt{\frac{1}{m-1} \left[\sum_{j=1}^m x_j^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{j=1}^m x_j \right)^2 \right]}$ - среднеквадратичное отклонение x ; $u = (x - \bar{x})/x_s$;

x_a и x_e -асимметрия и эксцесс случайной величины x , рассчитываемые по формулам:

$$x_a = \frac{(h_3 - 3 \cdot h_2 \cdot h_1 + 2 \cdot h_1^3)}{x_s^3}; \quad x_e = \frac{(h_4 - 4 \cdot h_3 \cdot h_1 + 6 \cdot h_2 \cdot h_1^2 - 3 \cdot h_1^4)}{x_s^4},$$

здесь h_1, h_2, h_3, h_4 - выборочные центральные моменты:

$$h_1 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j; \quad h_2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j^2; \quad h_3 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j^3; \quad h_4 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j^4.$$

В результате расчета по вышеприведенным зависимостям определим значения параметров закона Грамма-Шарлье: $\bar{x} = 6,634$; $x_s = 0,368$; $x_a = -0,528$; $x_e = -0,119$. Функция плотности этого закона показана на рисунке 5.7 прерывистой линией.

Проверим по критерию согласия нулевую гипотезу о подчинении случайной величины $\log N^*$ закону Грамма-Шарлье с уровнем значимости не менее α . Для решения задачи используем критерий ω^2 , применимый для любых видов функций распределения случайной величины x . Нулевую гипотезу о соответствии выборки $\log N_j^*$, $j = \overline{1, m}$ закону Грамма-Шарлье не отбрасывают, если выполняется неравенство [119]:

$$(\omega^2 - 0,4/m + 0,6/m^2)(1 + 1/m) \leq W_\alpha^2, \quad (5.40)$$

где W_α^2 - критическое значение критерия Смирнова, $W_{0,1}^2 = 0,347$; $W_{0,05}^2 = 0,461$; $W_{0,01}^2 = 0,743$.

Рассчитанная величина левой части неравенства (5.30) равна 0,267, что позволяет принять нулевую гипотезу с уровнем значимости α большим, нежели 10%. Поскольку в процессе решения рассмотренной задачи при $\sigma_a^* = 260$ МПа использована вся совокупность данных испытаний образцов на долговечность, то закон (5.29) при $x_a = -0,528$ и $x_e = -0,119$, являющихся величинами безразмерными, справедлив для любых значений σ_a исследуемого диапазона изменения амплитуды напряжений. В то же время параметры закона (5.29), - среднее значение случайной величины $\bar{x} \equiv \overline{\log N}$ и ее среднеквадратического отклонение, от уровня амплитуды напряжений σ_a являются величинами зависимыми.

Для определения при любом $\sigma_a^* = const$ среднего значения случайной величины $\bar{x} \equiv \overline{\log N}$ закона (5.29) достаточно воспользоваться зависимостью (5.6):

$$\bar{x}(\sigma_a^*) = \log \left\{ \frac{Q^*}{\sigma_a^*} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a^* - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \right\}, \quad (5.31)$$

в которой параметры: $\sigma_{RT}^* = 228,961$ МПа ; $Q^* = 1,246 \cdot 10^9$ и $\sigma_R^* = 252,37$ МПа установлены выше.

Для вычисления среднеквадратического отклонения x_S закона Грамма-Шарлье (5.29) при любом $\sigma_a^* = const$ используем формулу, аппроксимирующую данные статистической обработки результатов испытаний образцов (таблица 5.1):

$$x_S(\sigma_a^*) = 0,000316 \times (\sigma_a^*)^{3,985}. \quad (5.32)$$

Описанная процедура позволяет для фиксированного значения $\sigma_a^* = const$ представить функцию плотности распределения числа циклов деформирования до поломки образцов в следующем виде:

$$f_N^*(x) = \frac{1}{x_S(\sigma_a^*)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-0.5(u)^2 \left[1 - 0,088(u^3 - u) + 0,0049(u^4 - 5u^2 + 3)\right]\right]. \quad (5.33)$$

Здесь $u = [x - x(\sigma_a^*)]/x_S(\sigma_a^*)$.

Имея функцию (5.33), расчет точек границы доверительного интервала с заданной вероятностью не разрушения α при любой величине $\sigma_a^* = const$ из исследуемого диапазона значений сводится к решению численным методом относительно x_α следующего уравнения:

$$\int_0^{x_\alpha} f_N^*(x) dx = \alpha. \quad (5.34)$$

В таблице 5.2 представлены результаты расчета точек границ доверительных интервалов кривой усталости стали 50 при различных величинах σ_a^* для $\alpha = 0,05$; $\alpha = 0,10$; $\alpha = 0,50$ (медианная кривая усталости) и соответствующие этим точкам параметры функции (5.33). На рисунке 5.8 границы этих интервалов показаны, соответственно, сплошными линиями.

Таким образом, разработанные методики и алгоритмы определения параметров математических моделей, построенных в рамках кинетической теории многоциклового усталости, позволяют учесть фактические законы распределения входящих в модели случайных величин, что значительно повышает достоверность результатов обработки данных экспериментов.

Таблица 5.2 – Результаты расчета точек границ доверительных интервалов

σ_a^* , МПа	\bar{x}	x_s	$x_{0,05}$	$x_{0,10}$	$x_{0,50}$
350	5,304	0,244	4,823	4,904	5,282
330	5,621	0,307	5,013	5,150	5,593
310	5,952	0,386	5,190	5,360	5,916
290	6,313	0,488	5,350	5,567	6,268
280	6,520	0,555	5,425	5,670	6,469
270	6,775	0,647	5,500	5,785	6,714
260	7,217	0,832	5,569	5,940	7,139

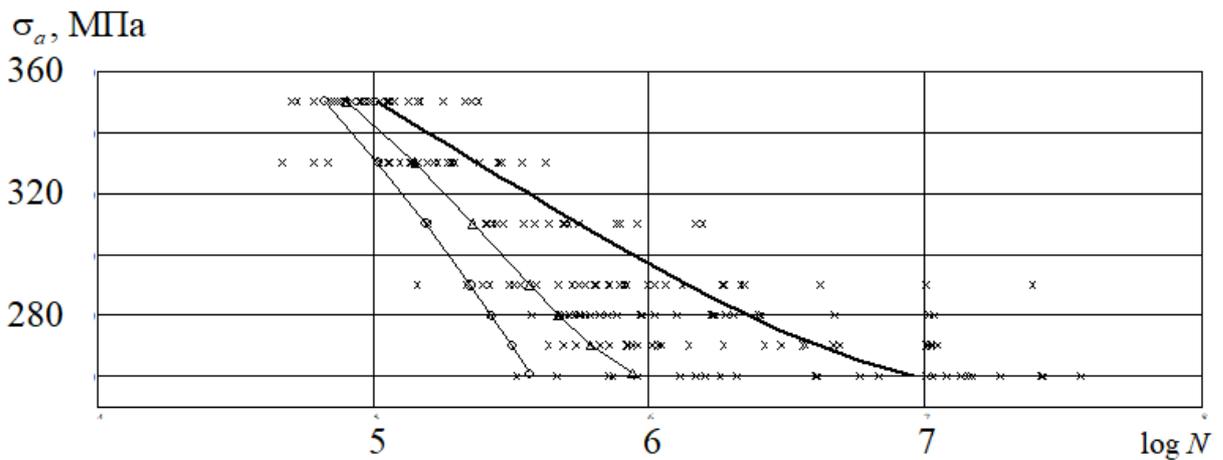


Рисунок 5.8-Границы доверительных интервалов кривой многоциклового усталости Стали 50

5.3. Определение эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений на основе кинетической теории многоциклового усталости

В реальных условиях эксплуатации детали, в подавляющем большинстве случаев, подвергаются нерегулярному нагружению [208, 210, 293, 298]. С целью прогнозирования ресурса деталей в этих условиях, выполняют схематизацию случайного процесса деформирования, представляя его в виде ступенчатой диаграммы (блока нагружения): соответствующих чисел циклов деформирования при определенной амплитуде напряжений (ступени блока). При расчете ресурса детали в условиях блочного режима нагружения используется линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений [106, 296,

297, 336], в соответствии с которой разрушение детали наступит, когда предельная сумма относительных повреждений (a_p) за весь период циклического деформирования детали достигнет единицы:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = a_p = 1, \quad (5.34)$$

где k - число уровней амплитуд цикла напряжений при схематизации нерегулярного режима нагружения; n_i - общее число циклов деформирования детали при амплитуде напряжения σ_{ai} ; N_i - число циклов деформирования детали при величине амплитуды напряжения σ_{ai} при нерегулярном нагружении до образования усталостной трещины заданной протяженности или полного разрушения детали.

Для прогнозирования долговечности деталей, блок изменения напряжений в которых известен, используется и другой подход [106], основанный на знании кривой усталости и величины эквивалентного напряжения (σ_{ae}), рассчитываемой по известным относительным параметрам ступеней блока изменения напряжений.

Результаты обработки данных усталостных испытаний как отечественных, так и зарубежных исследователей, свидетельствуют, что для реальных процессов сумма накопленных повреждений отличается от единицы и изменяется в пределах от 0,01 до 10. Естественно, использование для прогнозирования ресурса детали параметра, изменяющегося на три порядка, не позволяет достичь требуемой точности расчета. Основной причиной, приводящей к значительному изменению a_p , является механистическое описание величины повреждения, получаемого деталью за каждый цикл деформирования, - в виде $1/N_i$. Здесь никакие процессы, возникающие в структуре материала детали и приводящие, в конечном итоге, к возникновению и развитию усталостных трещин, не учитываются. С целью приближения результатов расчета к экспериментальным данным, в работе [106] рассмотрена коррекция величины a_p , однако данное уточнение отмеченную выше первопричину недостаточной точности расчетов как a_p , так и значения σ_{ae} не устраняет.

Повышение достоверности результатов прогнозирования долговечности циклически нагружаемых изделий связано с необходимостью использования при описании кривых усталости более сложных, нежели линейных, моделей, отражающих процесс накопления усталостных повреждений в деталях [206, 278]. Именно такие модели разработаны в кинетической теории механической усталости [85, 86, 134]. Важнейшим практическим значением этой теории является возможность построения кривых усталости, соответствующих различной величине поврежденности материала (D): от $D = D_0 \geq 0$, характеризующей начальное повреждение материала детали, которое имеет место еще до начала ее циклического деформирования, вплоть до предельной величины $D = D_k \leq 1$, соответствующей разрушению детали (образца) вследствие накопленных усталостных повреждений.

Кривую Велера на основе кинетической теории многоциклового усталости удобно представить в виде аналогичного зависимости (5.1) выражения:

$$N = \frac{Q_T}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \ln \left\{ \frac{1 - \exp[-F(D)]}{1 - \exp[-F(D_0)]} \right\}, \quad (5.36)$$

$$\text{где } F(D) = \frac{D}{1-D} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}; \quad F(D_0) = \frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \cdot \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_R}.$$

Для предельного повреждения, соответствующего $D = D_k$, число циклов N , учитывая, что $\exp[-F(D_k)] \approx 0$, уравнение (5.36) преобразуется к виду:

$$N = \frac{Q}{\sigma_a} \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}. \quad (5.37)$$

Методика и алгоритмы расчета на основе полученных в процессе усталостных испытаний образцов данных $\sigma_{ai}, N_i, i = \overline{1, n}$, параметров σ_R, σ_{RT} и Q уравнения (5.37), представлены в подразделе 5.1.

Рассмотрим задачу расчета числа циклов до разрушения образцов, изготовленных из стали 50 [81]. Полученная кривая многоциклового усталости [134] представлена на рис. 5.8, параметры модели (5.37) имеют значения: $\sigma_{RT} = \sigma_{RT}^* = 228,961$ МПа; $Q = Q^* = 1,246 \cdot 10^9$, $\sigma_R = \sigma_R^* = 255,558$ МПа.

Поставим задачу: используя зависимость (5.37), определить число циклов нагружения образца до разрушения ($N_{\text{ост}}$) при напряжении $\sigma_{a2}=295$ МПа, если до этого образец деформировался в течение $N_1=10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_{a1}=330$ МПа. В случае, когда образец продолжал бы деформироваться при $\sigma_{a1}=330$ МПа, то, входя в формулу (5.37) при $\sigma_a = \sigma_{a1}$, определим $N_p = 2,372 \cdot 10^5$ и рассчитаем величину $N_{\text{ост}}$: $N_{\text{ост}} = N_p - N_1 = 1,372 \cdot 10^5$. Аналогично, по зависимости (5.37) при $\sigma_a = \sigma_{a2}$ определим $N_p = 1,087 \cdot 10^6$ и $N_{\text{ост}} = N_p - N_1 = 0,987 \cdot 10^6$. Однако, в данном случае, накопленные за период работы при $\sigma_a = \sigma_{a1}$ повреждения образца в течение N_1 числа циклов нагружения, не учитываются. В технических приложениях определение долговечности для отмеченных условий деформирования образца выполняется с использованием эквивалентного напряжения (σ_{ae}), рассчитываемого по известным величинам ступеней блока нагружения. Поскольку в данном примере, как таковой, блок нагружения отсутствует, величина σ_{ae} рассчитана быть не может.

Невозможность решения рассмотренной задачи является следствием отсутствия в регрессионных моделях, традиционно используемых для описания результатов усталостных испытаний, в том числе и в зависимости (5.37), параметров, отражающих в материале образца при его циклическом деформировании процесс накопления усталостных повреждений.

Обратимся к уравнению кривой усталости в форме (5.37). Величина входящего в уравнение коэффициента $Q = Q^*$ в результате обработки данных испытаний образцов известна. В то же время, в рамках кинетической теории усталости для коэффициента Q^* получено выражение (5.5), которое, учитывая, что параметры σ_{RT}^* и σ_R^* определены, а значение предела прочности ($\sigma_B = \sigma_B^*$) для материала образцов легко устанавливается в результате их разрушения на разрывной машине, преобразуем к виду:

$$\exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] = 1. \quad (5.38)$$

Данное уравнение содержит два неизвестных параметра: D_0 и Q_T . Поскольку величина D_0 отражает поврежденность материала в исходном состоянии, она для всего диапазона варьирования σ_a остается постоянной. Полагая, что и коэффициент Q_T , характеризующий сопротивление детали росту усталостных трещин, для исследуемого материала в диапазоне изменения напряжений $\sigma_R^* \leq \sigma \leq \sigma_B^*$ является величиной постоянной, для определения D_0 и Q_T войдем в уравнение (5.38) дважды: при значениях напряжения $\sigma_a = \sigma_B^*$ и $\sigma_a = \sigma_R^*$. В результате получим следующую систему двух трансцендентных уравнений:

$$\begin{aligned} \exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] &= 1; \\ \exp(-Q^*/Q_T) + \exp\left[-\frac{D_0}{1-D_0} \cdot \frac{\sigma_R^*}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}\right] &= 1, \end{aligned} \quad (5.39)$$

решая которую численным методом относительно неизвестных D_0 и Q_T , определим: $D_0 = D_0^* = 1,61 \cdot 10^{-10}$; $Q_T = Q_T^* = 6,615 \cdot 10^7$.

Следуя кинетической теории механической усталости, в процессе циклического деформирования образцов величина их текущей поврежденности D по отношению к D_0 плавно возрастает. Воспользовавшись уравнением (5.36), рассмотрим задачу расчета величины поврежденности, которую получит образец за период деформирования в течение $N = N_1 = 10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_a = \sigma_{a1} = 330$ МПа. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} A &= \ln\left\{1 + \left[\exp\left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*}\right) - 1\right]^{-1}\right\}; C = \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_R^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)}; \\ B &= \ln\left[1 - \exp\left(-\frac{D_0 \cdot C}{1 - D_0}\right)\right]; K = \ln\left[1 - \exp\left(\frac{N \cdot \sigma_a + A \cdot B \cdot Q_T^*}{A \cdot Q_T^*}\right)\right], \end{aligned} \quad (5.40)$$

с учетом которых выражение для расчета величины D представим в виде:

$$D = K / (K - C). \quad (5.41)$$

Зависимость (5.41) при заданных параметрах i -ой ступени блока нагружения ($\sigma_{ai} = const$, $N_i = const$) позволяет рассчитать величину усталостного повреждения, которую после реализации этой ступени получит деталь в процессе ее циклического деформирования.

Возвратимся к задаче определения ресурса образца, изготовленного из стали 50, подвергнутого деформированию в течение $N_1 = 10^5$ числа циклов при напряжении $\sigma_{a1} = 330$ МПа. Воспользовавшись формулами (5.40) при $\sigma_a = \sigma_{a1}$ и $N = N_1$, по выражению (5.41) рассчитаем величину $D_1 = D = 4,53 \cdot 10^{-7}$ накопленного повреждения, которую получит образец в процессе деформирования при $\sigma_{a1} = 330$ МПа. Найденное значение поврежденности материала D_1 , достигнутое образцом на первом этапе нагружения, позволяет для его материала, на основе зависимости (5.36) с учетом (5.5) при замене в ней D на D_1 , получить выражение для новой кривой многоциклового усталости:

$$N = \frac{-Q_T^*}{\sigma_a} \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \cdot \ln \left[1 - \exp \left(- \frac{D_1}{1 - D_1} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)} \right) \right]. \quad (5.42)$$

Поскольку в уравнении кривой усталости (5.42) повреждения, накопленные в течение первого этапа нагружения образца, учтены, она может быть использована для расчета долговечности образца как при $\sigma_a = \sigma_{a2} = 295$ МПа, так и при любом другом уровне напряжений. В рассматриваемом примере, подставляя в формулу (5.42) $\sigma_a = \sigma_{a2} = 295$ МПа, определим $N_p = 6,329 \cdot 10^5$ и рассчитаем $N_{ост} = N_p - N_1 = 5,329 \cdot 10^5$. Полученное число циклов практически в два раза меньше рассчитанного по уравнению (5.37), которое накопленные усталостные повреждения на первом этапе деформирования образца не учитывает.

Изложенную методику применим для определения напряжений, эквивалентных по повреждающему воздействию. Пусть образец в течение числа циклов N_1 деформируется при напряжении σ_{a1} , в течение числа циклов N_2 деформируется при напряжении σ_{a2} и в течение числа циклов N_3 деформи-

руется при напряжении σ_{a3} . Общее число циклов $N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^3 N_i$. Поставим задачу определения эквивалентного напряжения σ_{Σ} , при котором повреждения в образце за число циклов N_{Σ} будут такими же, как и при реализации заданного блока нагружения.

Воспользуемся уравнением (5.36), описывающим кривую усталости для величины поврежденности материала в исходном состоянии (D_0). Подставляя в формулы (5.40) значения $\sigma_a = \sigma_{a1}$, $N = N_1$ по выражению (5.41) рассчитаем величину повреждения на первой ступени блока нагружения D_1 . Повторяя описанную процедуру для параметров второй и третьей ступеней блока, определим величины повреждения D_2 и D_3 и рассчитаем суммарное повреждение за все три ступени блока $D_{\Sigma} = \sum_{i=1}^3 D_i$.

Для решения задачи определения напряжения эквивалентного по повреждающему воздействию (σ_{Σ}) воспользуемся уравнением (5.42), в котором произведем замены: σ_a на σ_e , N на N_{Σ} и D_1 на D_{Σ} :

$$N_{\Sigma} = \frac{-Q_T^*}{\sigma_a} \cdot \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\sigma_a - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\} \cdot \ln \left[1 - \exp \left(- \frac{D_{\Sigma}}{1 - D_{\Sigma}} \cdot \frac{\sigma_a}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)} \cdot \frac{\sigma_B^*}{(\sigma_B^* - \sigma_R^*)} \right) \right]. \quad (5.43)$$

Данное уравнение имеет лишь одно неизвестное - σ_{Σ} , является трансцендентным и его решение выполняется численными методами.

Рассмотрим на основе известной кривой усталости (рис.5.8) определение величины эквивалентных напряжений для блока изменения напряжений, параметры ступеней которого имеют значения: $\sigma_{a1} = 350$ МПа, $N_1 = 4 \cdot 10^4$, $\sigma_{a2} = 320$ МПа, $N_2 = 3 \cdot 10^4$, $\sigma_{a3} = 280$ МПа, $N_3 = 10^5$. В результате расчетов получено: $D_1 = 2,307 \cdot 10^{-7}$; $D_2 = 1,101 \cdot 10^{-6}$; $D_3 = 2,53 \cdot 10^{-6}$ и $D_{\Sigma} = 3,862 \cdot 10^{-6}$. Решая уравнение (5.43) при $N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^3 N_i = 1,7 \cdot 10^5$ определим искомую величину

$\sigma_{\Sigma} = 323,062$ МПа. При уменьшении числа циклов первой ступени ($N_1 = 1 \cdot 10^4$, $\sigma_{a1} = 350$ МПа) эквивалентное напряжение снижается до величины

$\sigma_s = 309,46$ МПа, если же в первой ступени амплитуда напряжений более высокая ($N_1 = 4 \cdot 10^4$, $\sigma_{a1} = 360$ МПа), то и эквивалентное напряжение увеличивается $\sigma_s = 330,441$ МПа.

Общая блок-схема алгоритма расчета эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений представлена на рисунке 5.9.

Таким образом, разработанные модели и алгоритмы позволяют после нагружения детали конечным числом блоков изменения напряжений рассчитывать накопленные к этому моменту усталостные повреждения в материале, с учетом которых определять эквивалентные напряжения [154, 328], устанавливать соответствующую накопленным повреждениям новую кривую усталости и рассчитывать в заданных условиях эксплуатации остаточный ресурс детали.

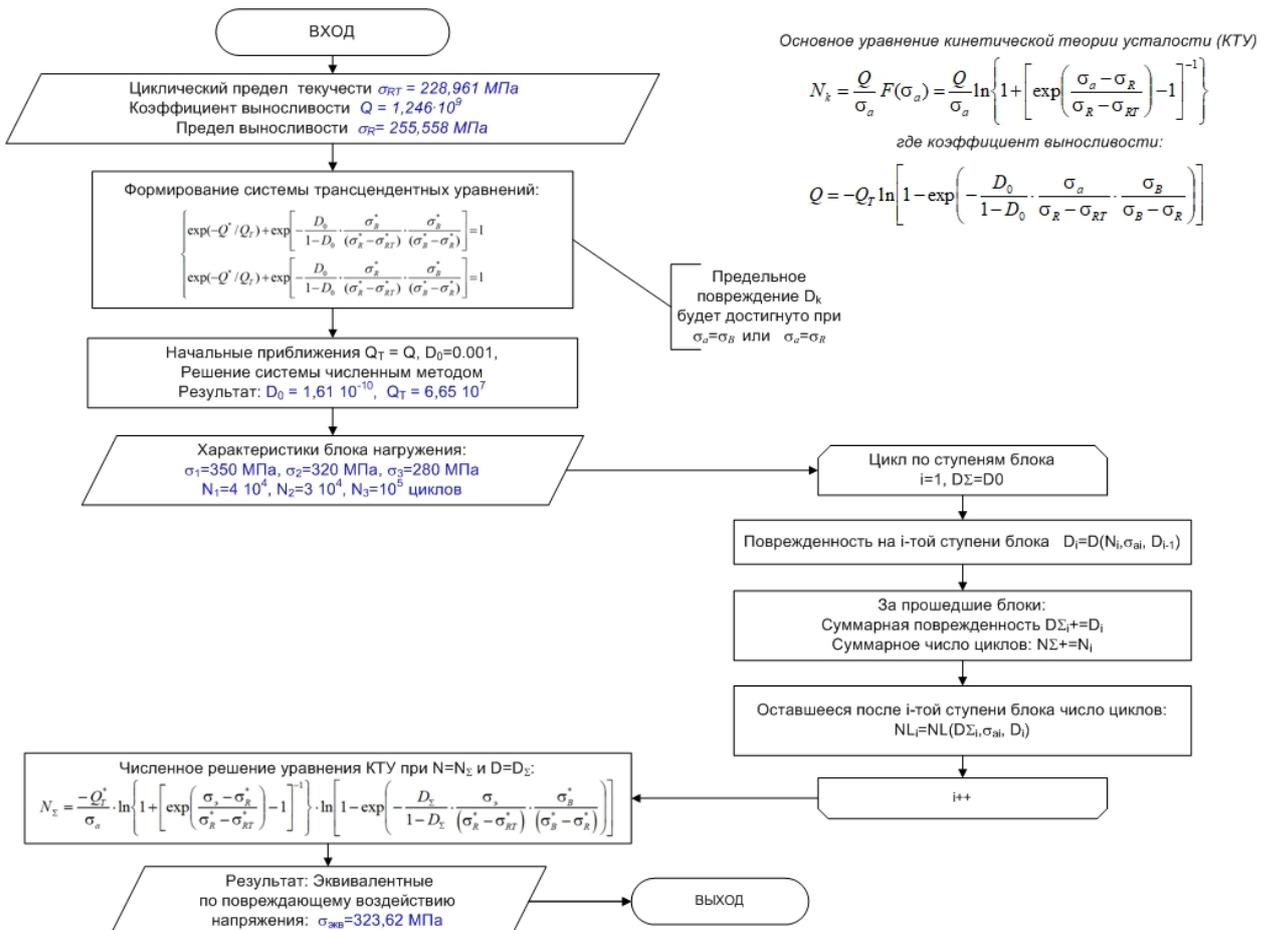


Рис.5.9 – Блок-схема алгоритма расчета эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений

5.4. Выводы по Главе 5

1. На основе построенных математических моделей и алгоритмов осуществлено развитие кинетической теории многоциклового усталости в части расчета параметров полуэмпирических моделей кривых усталости, определения путем компьютерного моделирования и применения методов непараметрической статистики функции плотности распределения предела выносливости.
2. Предложен основанный на компьютерном моделировании алгоритм и его программная реализация, впервые позволивший реализовать процедуру расчета границ доверительных интервалов кривой усталости с учетом фактических законов распределения чисел циклов до разрушения образцов и оценить величину систематических ошибок, вносимых традиционно применяемым при расчете границ методом линейного регрессионного анализа. На примере обработки образцов из стали 50 показано, что использование традиционных методик обработки данных усталостных испытаний при расчете границ доверительного интервала приводит к систематическим ошибкам до 30% прогнозирования долговечности образцов с вероятностью разрушения 5%.
3. Впервые на основе обработки результатов испытаний образцов на долговечность разработана математическая модель определения в рамках кинетической теории механической усталости исходной поврежденности материала образцов. Предложены математические модели и алгоритмы, обеспечивающие при известных параметрах блока изменения нагрузки при эксплуатации детали расчет накопленных усталостных повреждений в ее материале, определение эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений, необходимых для прогнозирования долговечности детали на основе кривой усталости.

ГЛАВА 6. РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАГРУЖЕННОСТИ ДЕТАЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ЦИКЛИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДАТЧИКОВ ДЕФОРМАЦИЙ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА

Методики оценки напряженно-деформированного состояния деталей и металлоконструкций с помощью компьютерного моделирования, описанные во второй главе настоящей работы, и необходимые для оценки надежности изделий, могут применяться для тех конструкций, режим нагружения которых известен. В то же время, существующие в реальных условиях эксплуатации погрешности изготовления и монтажа, различные виды перекосов деталей, вызванные деформациями валов или других соседних деталей узла, приводят к искажению реальной расчетной схемы, а в впоследствии, и к ошибочной оценке надежности изделия. Таким образом, возникает необходимость верификации выполненных расчетов по оценке НДС с помощью сопоставления расчетных данных и результатов экспериментов, проведенных для исследуемой детали или узла в лабораторных или эксплуатационных условиях.

Как было отмечено в первой главе, наиболее перспективными для применения в процессе эксплуатации деталей, являются датчики деформаций интегрального типа (ДДИТ). Однако для использования ДДИТ при оценке нагруженности детали и прогнозе ее ресурса необходимо иметь соответствующие методики по обработке реакции датчиков с целью оценки полученной с их помощью качественной и количественной информации. Разработке таких методик и посвящена данная глава.

6.1. Методическое и программное обеспечение обработки реакции ДДИТ в виде относительной площади "темных пятен"

В процессе циклического деформирования датчика вместе с исследуемой деталью на его поверхности возникает реакция в виде "темных пятен",

момент появления которых и относительная плотность коррелируют с амплитудой напряжения и числом циклов деформирования [127, 309]. Корректное использование ДДИТ при экспериментальных исследованиях неразрывно связано с разработкой специализированных методик регистрации реакции ДДИТ, сводящих к минимуму роль субъективного фактора, и методов обработки получаемой с датчиков информации. Решение данной задачи позволит определить погрешность калибровки ДДИТ и оценить в статистическом аспекте точность используемых для анализа и прогноза ресурса деталей машин по показаниям ДДИТ калибровочных зависимостей.

Среди известных способов регистрации показаний ДДИТ наиболее эффективным является способ, основанный на использовании методики цифровой фотометрии [125], чье применение оправдано ввиду ее мобильности и простоты, – снимки ДДИТ делаются с помощью микроскопа и цифрового фотоаппарата. Реакция датчика на усталостные повреждения или на амплитуду циклического деформирования проявляется в виде потемнения поверхности датчика (насыщенность "темных пятен"). Однако для практического использования таких снимков необходимо провести их математическую обработку для получения количественной оценки реакции. В настоящем подразделе изложено решение данной задачи с использованием методов обработки изображений и методов распознавания образов.

Пусть имеется серия цифровых снимков с ДДИТ, сделанных при последовательно возрастающих числах циклов нагружения, но при постоянной величине амплитуды напряжения, действующего в месте наклейки датчика. В целях чистоты эксперимента необходимо, чтобы снимки выполнялись одной и той же цифровой камерой при одинаковых настройках через один и тот же микроскоп с одинаковой освещенностью и площадью светового пятна. В результате имеем полноцветные 24-битные изображения с одинаковым разрешением (размером). Исходя из того, что в качестве реакции датчика используется потемнение его поверхности – изменение яркости (светлоты) участков изображения, целесообразно убрать из изображений информацию о

цвете, оставив только светлоту, путем преобразования их в 8-битный формат - шкалу серого (grayscale) цвета. Как известно, 24-битное изображение представляется аддитивной системой RGB, по 8 бит на каждый канал цвета, где 0 – черный, 2^{24} - белый. Преобразование осуществляется по выражению [236]:

$$V = a \cdot R + b \cdot G + c \cdot B, \quad (6.1)$$

где: $a + b + c = 1$.

На рисунке 6.1 показана серия преобразованных снимков с ДДИТ.

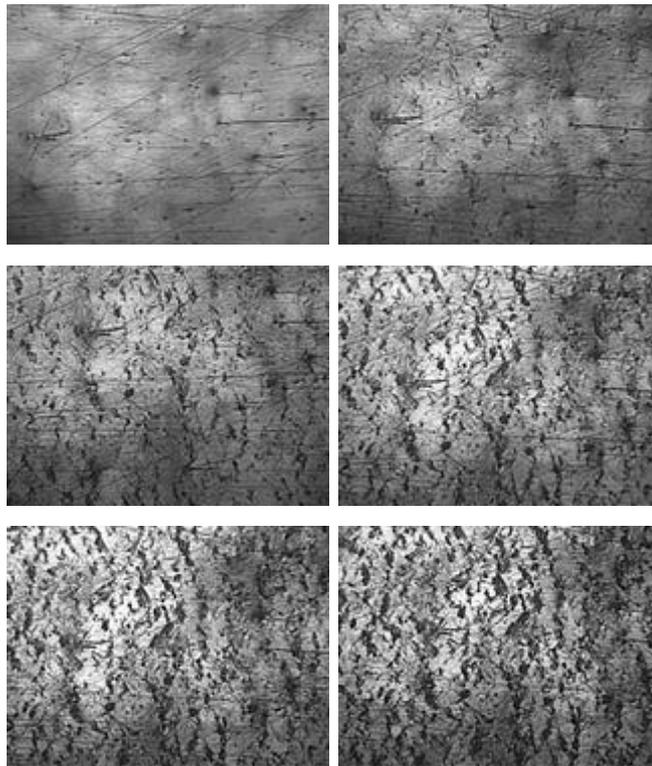


Рисунок 6.1 - Снимки реакции ДДИТ. Амплитуда напряжения $\sigma = 280$ МПа. Количество циклов нагружения N (слева направо, сверху вниз), тыс.: 0; 10; 20; 30; 40; 50. (1:200)

Каждое изображение можно представить целочисленной матрицей размером $M \cdot N$, где элемент $a_{ij} \in [0, 255]$. Для оценки реакции ДДИТ рассмотрим одномерный гистограммный метод.

Гистограмма исходного изображения представляет собой частоты яркости, которая варьирует в интервале $[0, 255]$. По сути дела она представляет собой эмпирическую плотность функции распределения изображения. Гистограмма может быть представлена в виде таблицы из 256 чисел и каждое по-

казывает количество точек изображения, имеющих данную яркость. Разделив все числа этой таблицы на общий объем выборки, равный числу точек изображения, получим оценку распределения вероятностей яркости изображения [135]:

$$w_x^*(j), 0 \leq j \leq 255.$$

Тогда оценка интегрального распределения рассчитывается по выражению:

$$F_x^*(j) = \sum_{i=0}^j w_x^*(i) \quad (6.2)$$

На рисунке 6.2 представлены гистограммы и гистограммные оценки функции распределения для серии датчиков с рисунка 6.1.

Имея в распоряжении гистограммы снимков, можно подобрать оценки, позволяющие получить параметр отклика (относительная площадь "темных пятен") на внешнее воздействие (амплитуда циклического напряжения при фиксированном числе циклов нагружения или число циклов нагружения при фиксированной амплитуде напряжения).

В качестве критерия оценки реакции можно использовать гистограммные оценки статистических параметров распределения. Однако следует заметить, что изображение, кроме потемнения, содержит и иную информацию, отражающуюся в гистограмме – светлые участки, не являющиеся реакцией. Если искать критерии оценки, отличные от относительной площади потемнения, необходимо выбрать некоторый порог на заданном интервале, являющийся порогом появления "темных пятен" – произвести отбрасывание правой части гистограммы, той – где на ДДИТ реакция отсутствует. В противном случае при рассмотрении гистограммы в целом результаты будут искажены, и сделать выводы представляется затруднительным (рисунок 6.3).

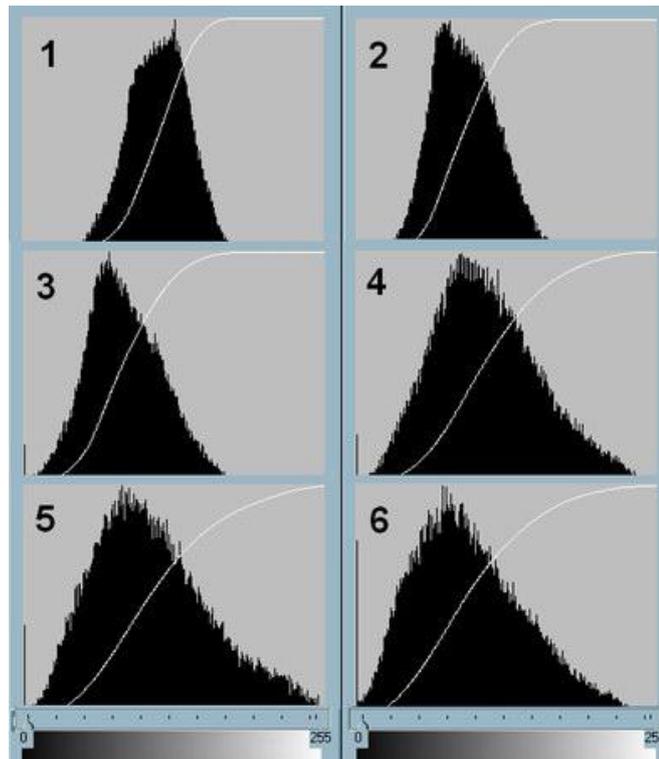


Рисунок 6.2. Гистограммы снимков ДДИТ (рисунок 6.1) и оценки интегрального распределения. Число циклов нагружения N (слева направо, сверху вниз), тыс.: 0; 10; 20; 30; 40; 50

Операция пороговирования (thresholding) отбрасывает значения изображения, превышающие заданный порог. Корректный выбор порога представляет собой нетривиальную задачу, очевидно лишь, что он меньше медианы распределения. В то же время анализ результатов обработки снимков реакции с ДДИТ показал, что кривая коэффициента вариации гистограммной оценки функции распределения при сдвиге правой границы гистограммной выборки последовательно от 0 до 255 имеет минимум, и его можно использовать в качестве порога начала появления реакции. Возникает задача: на основе какого снимка из представленных на рисунке 6.1 регистрировать этот порог. На первом в серии снимке ($N=0$ тыс.циклов) реакция вообще отсутствует. На последнем снимке ($N=50$ тыс.циклов) реакция на датчике наиболее насыщена. По этой причине значение порога, соответствующего минимуму коэффициента вариации, рекомендуется определять по последнему снимку (рисунок 6.4).

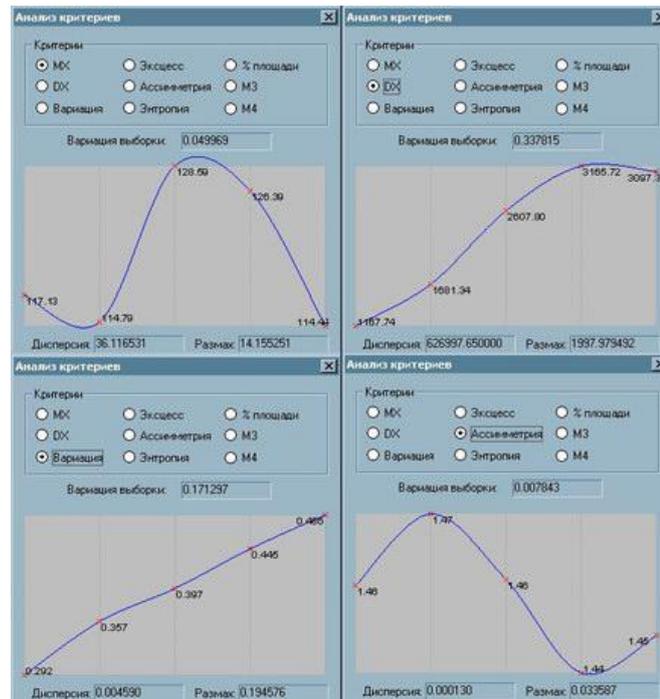


Рисунок 6.3. Сплайн-аппроксимация статистических оценок реакции пяти датчиков с рисунка 6.1 (N , тыс. циклов: 10..50)

Во время эксперимента после определенного числа циклов нагружения датчик фотографируется предположительно в том же месте. Естественно, что имеют место неточности и фотографии могут быть смещены и повернуты друг относительно друга. Последовательно совместив снимки, можно получить "чистый эффект" - реакцию датчика в одном и том же месте, без погрешностей материала, присутствующих в виде грязи, царапин, возникших при шлифовке датчика.

Для совмещения снимков на всей серии расставляются 3 опорные точки, используя при этом в качестве зрительных ориентиров дефекты поверхности или царапины, далее выбирается эталонный снимок, относительно которого производится смещение и поворот остальных [135]. Поворот осуществляется вокруг одной из опорных точек, матрица поворота определяется следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ X_0 \cdot (1 - \cos(\varphi)) + Y_0 \sin(\varphi) & Y_0 \cdot (1 - \cos(\varphi)) + X_0 \sin(\varphi) & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.3)$$

где (X_0, Y_0) – координаты точки, относительно которой происходит поворот. После преобразования имеем вещественные координаты пикселей изображения.

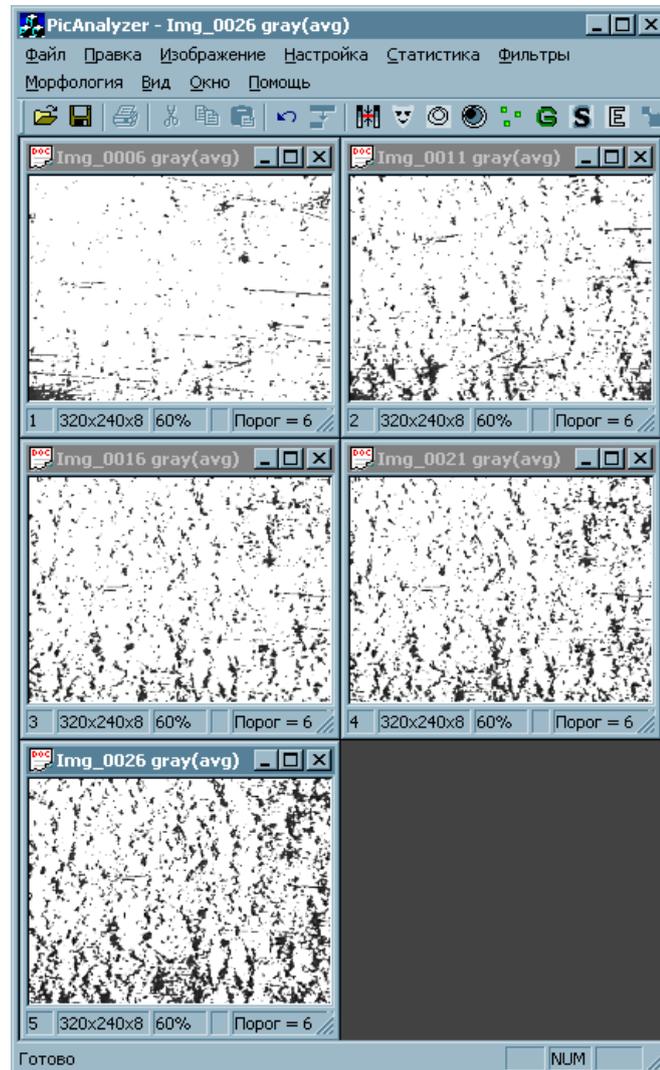


Рисунок 6.4. Применение операции порогирования по минимуму коэффициента вариации (threshold = 67).

Как показали результаты расчетов, преобразование в целочисленные координаты простым округлением (что соответствует методу ближайшего соседа) дает на выходе искаженное изображение с артефактами в виде резких перепадов и неоднородностей. Для исключения отмеченного, использована билинейная интерполяция, обеспечившая получение приемлемого результата. Путем вычитания исходного снимка (без реакции) из остальных, реакция на ДДИТ может быть получена в "чистом виде" (рисунок 6.5).

Результаты расчета статистических оценок реакции пяти датчиков с чистым эффектом (рисунок 6.5) представлены в таблице 6.1 и аппроксимированы (рисунок 6.6). Как видно из таблицы 6.1 и данных рисунка 6.6, реакции ДДИТ для $\sigma = 280$ МПа и вариации числа циклов нагружения от 0 до 50 тысяч соответствует регрессионная модель, близкая к линейной зависимости: все зависит от того, как анализируются снимки. Совмещенные снимки дают самый лучший результат, стандартные ошибки для совмещенного случая меньше, нежели в остальных.

В качестве критериев оценок реакции предлагается выбирать прежде дисперсию и вариацию, как наиболее устойчивые к различным условиям анализа. Кроме того, удобство вариации заключается в том, что она является безразмерной величиной, а дисперсия, в свою очередь (рисунок 6.6), с ростом числа циклов изменяется более чем в 3 раза.

Таблица 6.1 - Коэффициент детерминированности для линейной регрессионной модели зависимости статистик от числа циклов

Статистический параметр	Снимки несовмещенные, гистограмма 0..88 (по минимуму вариации)	Снимки несовмещенные, гистограмма 0..255	Совмещенные снимки, гистограмма 0..255
МХ	0,9751	0,0214	0,9922
DX	0,9317	0,9104	0,9749
Вариация	0,9582	0,9921	0,9678
Эксцесс	0,7848	0,7424	0,9810
Асимметрия	0,8372	0,4808	0,9871
Энтропия	0,4923	0,7636	0,2968

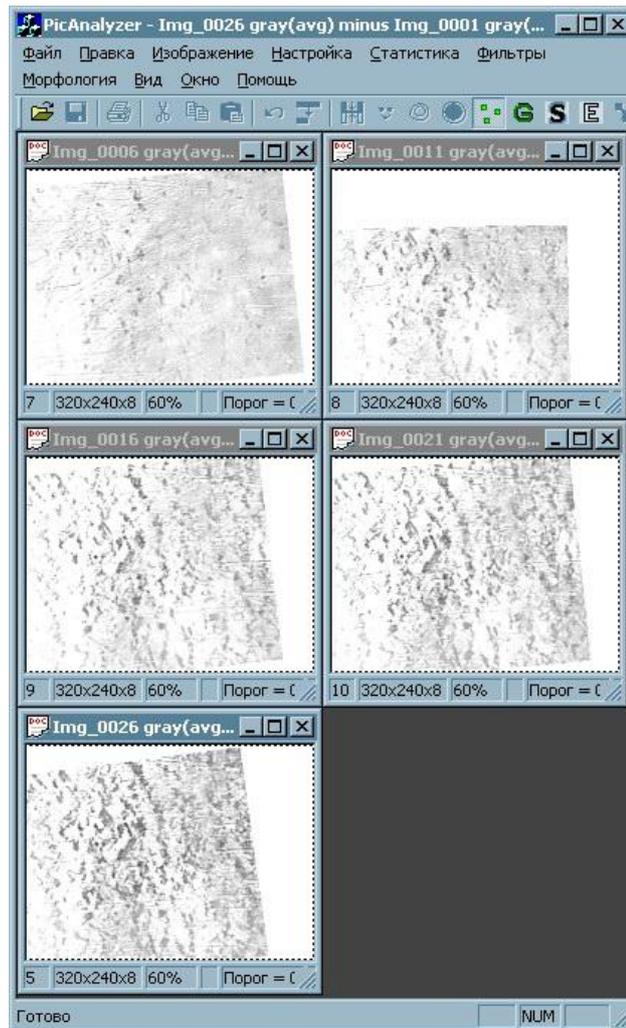


Рисунок 6.5. Чистый эффект реакции пяти датчиков рисунка 6.1 (N, тыс. циклов: 10..50)

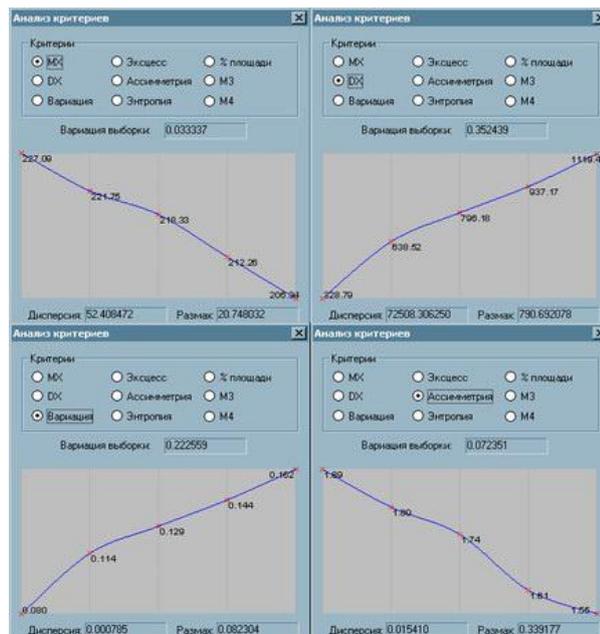


Рисунок 6.6. Сплайн-аппроксимация статистических оценок реакции пяти датчиков (рисунок 6.5) с чистым эффектом (N, тыс. циклов: 10..50)

Разработанное авторское методическое и программное обеспечение для обработки цифровых снимков с ДДИТ позволяет получить количественную оценку реакции ДДИТ и конкретные результаты в отличие от субъективного анализа. Эксперименты показали применимость предложенного метода для получения корреляционных зависимостей между числом циклов нагружения и гистограммных оценок реакции датчиков на циклические деформации (напряжения).

6.2. Применение численных методов расчета НДС образцов при разработке способов калибровки ДДИТ для исследования сварных конструкций

Известно, что разрушение сварных швов в металлоконструкциях происходит, в большинстве случаев, вследствие усталости. Для предотвращения аварийных ситуаций к настоящему времени разработан достаточно широкий арсенал экспериментальных методов, позволяющих оценить качество сварного шва. Однако эти методы лишь обеспечивают выявление дефектов сварных швов, не отвечая на основной вопрос: в какой мере дефекты сварного шва окажут влияние на накопление в нем усталостных повреждений при циклическом деформировании конструкции, и как скажутся выявленные дефекты на усталостной прочности конструкции. Среди достаточно широкой гаммы существующих датчиков усталости в практике экспериментальных исследований различных деталей и несущих систем машин получили ДДИТ [127].

Необходимой для использования ДДИТ операцией является их калибровка (тарирование), выполняемая в процессе циклического деформирования образцов с наклеенными датчиками в условиях известного напряженно-деформированного состояния образцов [127]. В результате калибровки ДДИТ получают зависимость, связывающую амплитуду циклических напряжений (деформаций) с числом циклов нагружения по одному из критериев реакции ДДИТ (первым "темным пятнам" на поверхности датчика, относительной

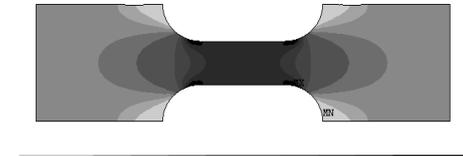
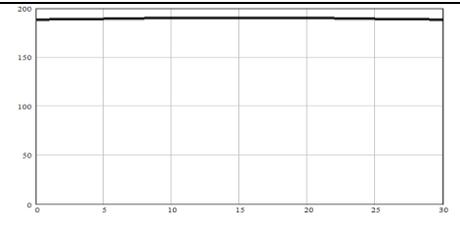
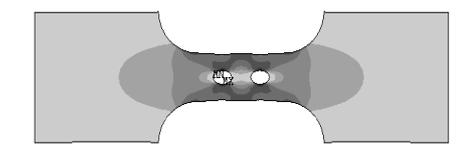
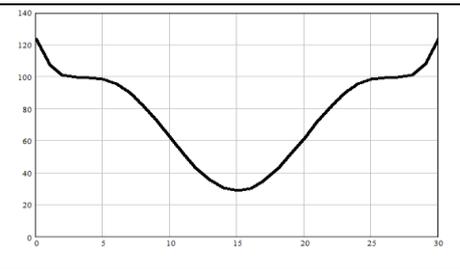
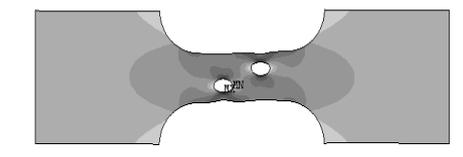
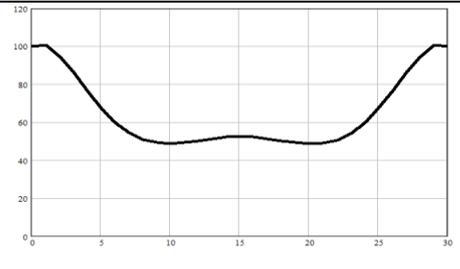
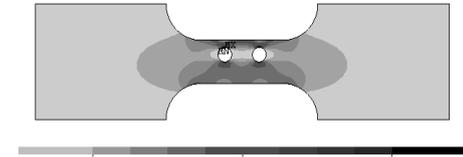
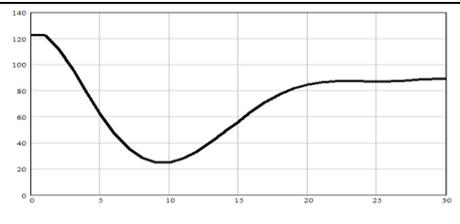
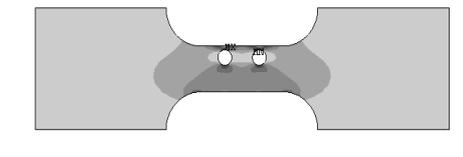
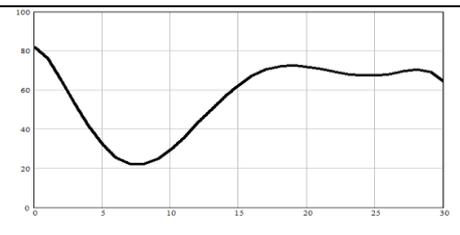
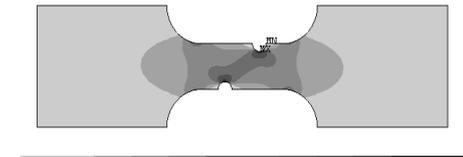
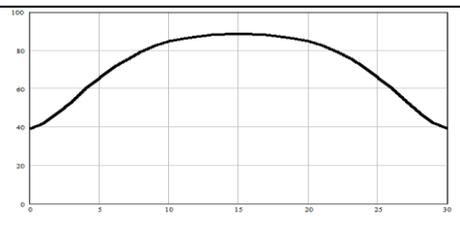
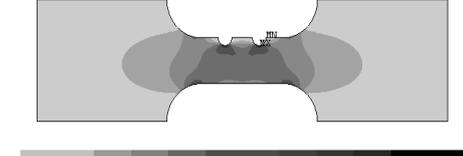
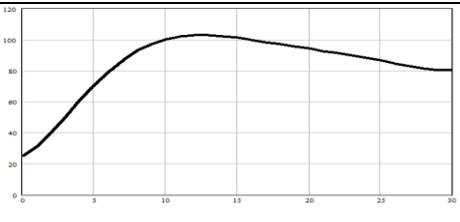
площади "темных пятен" и др.). При использовании ДДИТ для контроля накопленных усталостных повреждений в сварных швах необходимо получить калибровочные зависимости не только на основном материале, но и на зоне термического влияния и на сварном шве, поскольку процессы усталости в вышеотмеченных зонах, в зависимости от уровня действующих напряжений, протекают различным образом.

Калибровку ДДИТ можно осуществить на стандартных плоских образцах с поперечным сварным швом, используемых при испытаниях в условиях циклического растяжения-сжатия [238]. Однако в этом случае в результате испытаний одного образца будет получена лишь одна экспериментальная точка калибровочной зависимости, а для получения всей совокупности ее точек циклическому деформированию должен быть подвергнут целый ряд образцов при вариации уровня нагрузки. В настоящем подразделе предлагается методика построения калибровочной зависимости для ДДИТ на материале сварного шва путем использования небольшого количества сварных образцов специальной геометрической формы, обеспечивающих в процессе испытаний получение нескольких точек калибровочной кривой в заранее установленном диапазоне изменения напряжений, определенном на основе расчета напряженно-деформированного состояния образца методом конечных элементов (МКЭ).

На первом этапе решается задача определения оптимальной геометрической формы образца для испытаний [333]. В таблице 6.2 представлены результаты расчета НДС различных вариантов образцов (второй столбец), а также эпюры распределения напряжений по длине сварного шва (третий столбец).

В среднем сечении (где расположен сварной шов) калибровочного образца традиционной формы эпюра распределения напряжений близка к равномерной. Для получения неравномерного закона распределения напряжений по длине сварного шва на образцах 2..7 вариантов выполнены концентраторы. В качестве концентраторов рассматривались отверстия и круговые выточки с различным расположением.

Таблица 6.2 - Влияние концентраторов на распределение напряжений в сечении образца (сварном шве)

№	Геометрия образца, распределение эквивалентных напряжений	Эпюра напряжений вдоль оси образца (σ_x) по сечению, МПа	Усилие растяжения, кН
1	 <p>Color scale: -8.351, 34.092, 76.536, 118.979, 161.423, 203.866, 246.309</p>		90
2	 <p>Color scale: -8.486, 35.666, 79.818, 123.971, 168.123, 212.276, 256.428</p>		37
3	 <p>Color scale: -12.702, 31.246, 75.194, 119.142, 163.09, 207.037, 250.985</p>		30
4	 <p>Color scale: -7.036, 35.671, 78.378, 121.084, 163.791, 206.498, 249.204</p>		33
5	 <p>Color scale: -10.666, 33.897, 78.46, 123.023, 167.586, 212.149, 256.712</p>		26.5
6	 <p>Color scale: -5.537, 37.658, 80.853, 124.047, 167.242, 210.437, 253.631</p>		39
7	 <p>Color scale: -5.538, 38.131, 81.8, 125.47, 169.139, 212.808, 256.478</p>		40

Анализируя представленные в таблице 6.2. результаты расчета напряжений в месте сварного шва при растяжении калибровочного образца, не трудно видеть, что концентраторы картину распределения напряжений существенно изменяют. Среди исследованных образцов наибольший интерес представляет образец под номером 6, в котором наблюдается наиболее благоприятный закон распределения (близкий к параболическому) напряжений, действующих вдоль линии сечения сварного шва. При этом величина максимальных напряжений (88 МПа) превышает уровень минимальных напряжений (39 МПа) примерно в два раза. Это позволяет в этом диапазоне изменения напряжений осуществить калибровку датчиков на одном образце.

Выполнение круговых выточек и отверстий в образце вызывает, естественно, концентрацию напряжений вблизи них. Усилия растяжения, прикладываемые к образцам (таблица 6.2), были подобраны такими, чтобы максимальные эквивалентные напряжения по четвертой теории прочности не превышали $250 \text{ МПа} \pm 10\%$. Поэтому при выполнении расчетов нагрузка, прикладываемая к образцу №6, была меньшей, чем к базовому образцу №1, а максимальные напряжения в образце №6 получились равными 253 МПа, что примерно соответствует максимальным напряжениям в образце №1 [11].

На втором этапе проводится компьютерное моделирование в ПК ANSYS по оценке НДС трехмерной конструкции калибровочного образца выбранной в ходе вышеописанных исследований формы с учетом геометрической формы выполненного на нем сварного шва. Геометрическая форма калибровочного образца приведена на рисунке 6.6. Геометрические размеры усиления сварного шва получены в процессе обмера существующих образцов без концентраторов напряжений (рисунок 6.7).

Геометрия плоского образца, приведенная на рисунке 6.6, не позволяет построить регулярную сетку конечных элементов, поэтому с данной целью объемная трехмерная модель образца создавалась с использованием препроцессора программного комплекса ANSYS. Полученная трехмерная модель состояла из 28 объемов, каждый из которых средствами ANSYS (операции

конкатенации) может быть приведен к объему, ограниченному шестью поверхностями, для последующей генерации регулярной конечно-элементной сетки из элементов в форме криволинейных шестигранников.

Для построения конечно-элементной сетки был выбран трехмерный структурный элемент SOLID45, используемый для трехмерного моделирования объемных конструкций. Элемент определяется 8 узлами, имеющими 3 степени свободы: перемещения по осям X, Y и Z. Поскольку для построения модели использовались линейные конечные элементы, то начальная длина стороны элемента была принята достаточно малой (1,8 мм), чтобы описать криволинейную геометрию модели. Полученная конечно-элементная модель, показанная на рис. 6.8, содержит 7080 элементов SOLID45 с 9390 узлами.

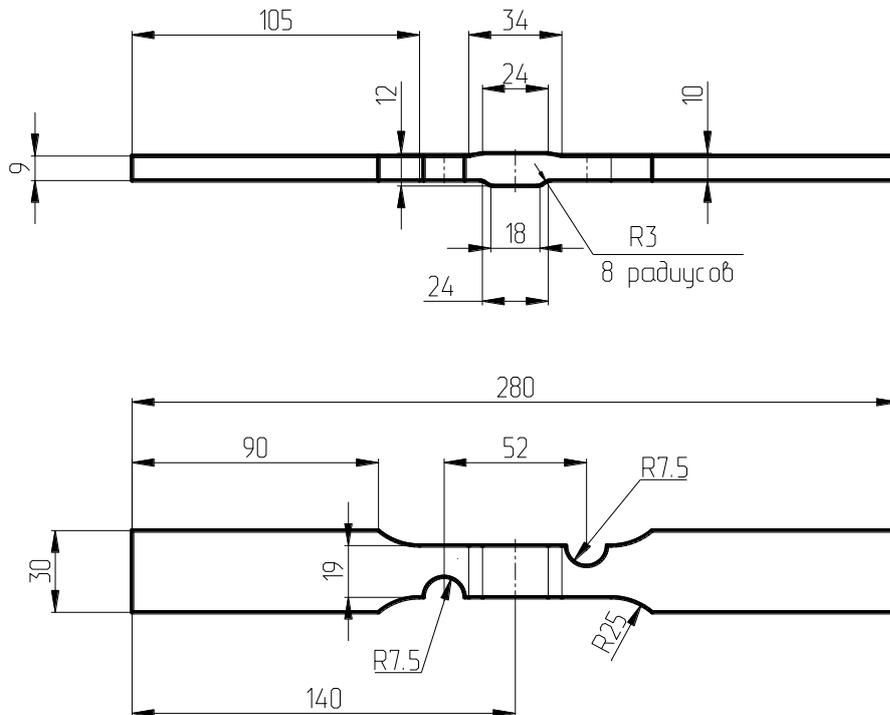


Рисунок 6.6. Геометрические размеры калибровочного образца

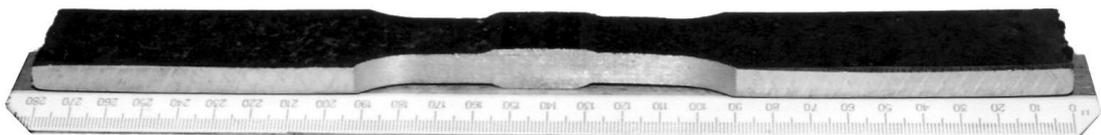


Рисунок 6.7. Калибровочный образец без концентраторов напряжений

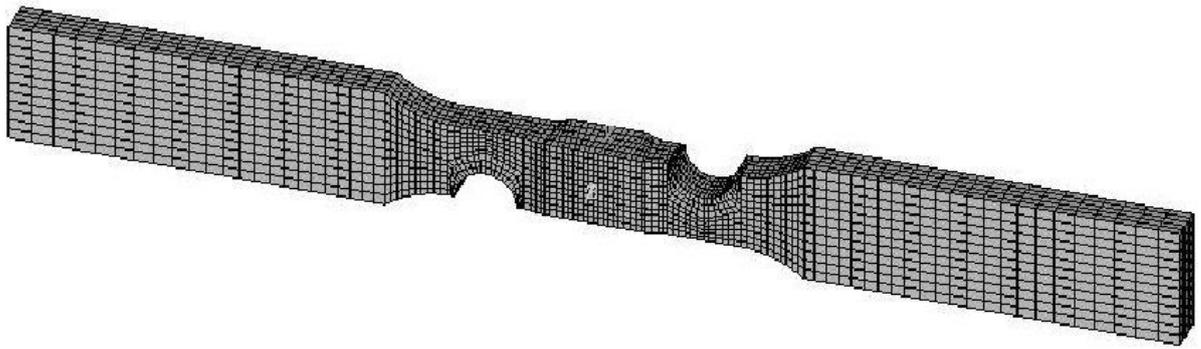


Рисунок 6.8. Конечно-элементная модель калибровочного образца

Калибровочные образцы изготовлены из стали 14ХГС ГОСТ 19282-73, механические характеристики которой приведены в работе [78]. Поскольку при испытаниях образцов на усталость в условиях циклического растяжения – сжатия пластические деформации недопустимы, так как приводят, в конечном итоге, к разрушению образцов, для анализа использовалась упругая модель материала. Граничные условия, прикладываемые к конечно-элементной модели в соответствии с различными расчетными случаями, моделирующие различные условия испытаний калибровочных образцов, приведены в таблице 6.3.

Для оценки качества конечно-элементной сетки использовался метод оценки погрешности, описанный в подразделе 2.3 настоящей работы. Значения максимальных усредненных (node solution) и не усредненных (element solution) максимальных эквивалентных напряжений по Мизесу (SMX) для каждого расчетного случая, а также значения верхних границ, обусловленных погрешностями сетки (SMXB), вычислены по зависимостям (2.8) и (2.9) и приведены в таблице 6.4.

Относительные погрешности между усредненными и не усредненными значениями, а так же относительные погрешности между SMX и SMXB для каждого типа результатов, составляют менее 7%, что свидетельствует о достаточном качестве дискретизации исследуемой модели. Верхняя граница уровня не усредненного эквивалентного (по Мизесу) напряжения в элементах (SMXB) была принята за критерий оценки прочности образца.

Таблица 6.3 - Граничные условия для различных условий испытаний образцов

Расчетный случай	Тип образца	Растягивающая сила F, Н	Величина захвата тисками машины усталостных испытаний, L, мм
1	Сварной	10000	40
2	Сплошной	10000	40
3	Сварной	9700	10
4	Сварной	13000	80
5	Сварной	11000	50
6	Сварной	8000	50
7	Сварной	5000	50

Таблица 6.4 - Относительные погрешности значений максимальных эквивалентных напряжений

Расчетный случай	Усредненные значения (node solution), МПа			Неусредненные значения (element solution), МПа			Погрешность усреднения по формуле(2.8), %
	SMX	SMXB	%	SMX	SMXB	%	
1	295,544	314,871	6,1381	301,917	321,244	6,0163	2,110845
2	296,079	315,331	6,1053	302,323	321,575	5,9868	2,065341
3	313,957	335,04	6,2927	321,655	342,738	6,1513	2,393247
4	313,899	333,008	5,7383	318,290	337,399	5,6636	1,37956
5	314,383	334,726	6,0775	320,798	341,14	5,9629	1,999701
6	228,642	243,437	6,0775	233,307	248,102	5,9633	1,999511
7	142,901	152,148	6,0776	145,817	155,064	5,9633	1,999767

Первоначально для первого расчетного случая (таблица 6.3) были получены поля распределения напряжений в калибровочном образце и построены эпюры распределения напряжений вдоль оси сварного шва по верхней и нижней поверхности калибровочного образца, аналогичные приведенным в таблице 6.2. По результатам анализа эпюр и полей распределения напряжений в сварном шве был сделан вывод, что законы распределения напряжений по оси сварного шва близки к линейным (относительное изменение эквивалентных напряжений по линии сечения составило около 2% по верхней поверхности и около 4,5% по нижней поверхности калибровочного образца). Таким образом, за одно испытание образца с ДДИТ получить несколько экспериментальных точек не удастся.

Для установления причины возникновения такого закона распределения была построена конечно-элементная модель образца без усиления сварного шва и выполнен расчет при тех же граничных условиях (второй расчетный случай в таблице 6.3). Относительное изменение эквивалентных напряжений для данного расчетного случая составило 3,3%.

После анализа результатов первого и второго расчетного случая был сделан вывод о том, что причиной выравнивания напряжений по осевой линии сварного шва является не его усиление, а значительное отдаление концентраторов напряжений от оси шва по сравнению с вариантами расположения концентраторов, рассмотренными в таблице 6.2. Поскольку расстояние между концентраторами и осью образца уменьшить нельзя (будет срезана часть усиления), то было предложено сместить линию наклейки ДДИТ с оси сварного шва на границы его усиления. В дальнейшем эпюры напряжений строились для линий, расположенных на расстоянии $\approx 11,5$ мм от оси сварного шва для верхней поверхности и $\approx 8,1$ мм для нижней поверхности. При соблюдении данных условий для первого расчетного случая относительное изменение эквивалентных напряжений составляет 113,5% и 68% соответственно для верхней и нижней поверхностей.

Для исследования влияния величины захвата калибровочного образца на картину распределения напряжений вдоль оси сварного шва был проведен анализ эпюр напряжений по краю усиления сварного шва для третьего и четвертого расчетного случая (таблица 6.3). Относительные изменения напряжений составили 107% по верхней и 64% по нижней поверхностям для третьего расчетного случая, а для четвертого расчетного случая 129% по верхней и 78% по нижней поверхности. По результатам проведенного анализа сделан вывод о том, что увеличение величины L , определяющей глубину захвата калибровочного образца в тисках машины усталостных испытаний, приводит к увеличению относительного изменения напряжений вместе с увеличением асимметрии эпюры напряжений, при этом общий уровень напряжений при постоянной растягивающей силе снижается. Поскольку изменение величины зажима в тисках не дает возможность получения нескольких

диапазонов изменения напряжения, необходимых для калибровки ДДИТ, дальнейшие исследования касались случая вариации растягивающей силы при постоянной величине L .

Поля распределения усредненных эквивалентных напряжений в сварном шве для пятого, шестого и седьмого расчетных случаев (таблица 6.3) представлены на рисунках 6.9, 6.10 и 6.11 соответственно. Для наглядности поля напряжений представлены с фиксированными контурами, что облегчает сравнение распределение напряжений для различных расчетных случаев. Эпюры распределения напряжений по линии края усиления сварного шва приведены на рисунках 6.12, 6.13 и 6.14. Относительные изменения напряжений составили для каждого из перечисленных расчетных случаев соответственно: 116% для верхней и 70% для нижней поверхностей.

Выполненные расчеты показали, что наиболее рациональным для построения калибровочных зависимостей датчиков деформаций интегрального типа представляется вариант изменения растягивающей силы при постоянной величине захвата образца в тиски машины усталостных испытаний, что соответствует пятому, шестому и седьмому рассмотренным расчетным случаям. Режимы испытаний, соответствующие данным расчетным случаям, позволят провести тарировку ДДИТ в трех диапазонах изменения напряжений на одном калибровочном образце.

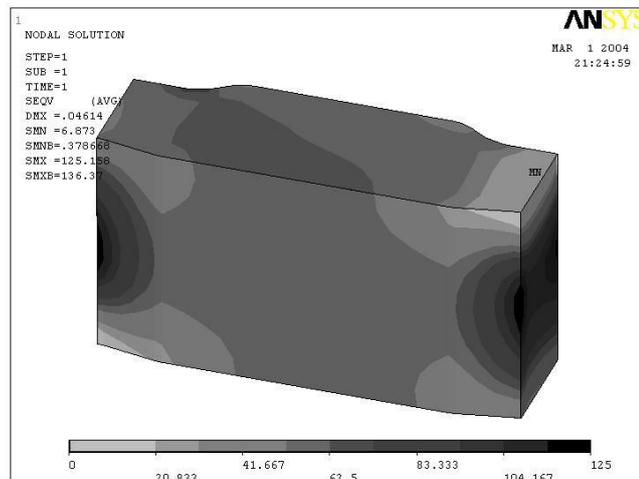


Рисунок 6.9. Поле распределения усредненных эквивалентных напряжений в сварном шве для пятого расчетного случая

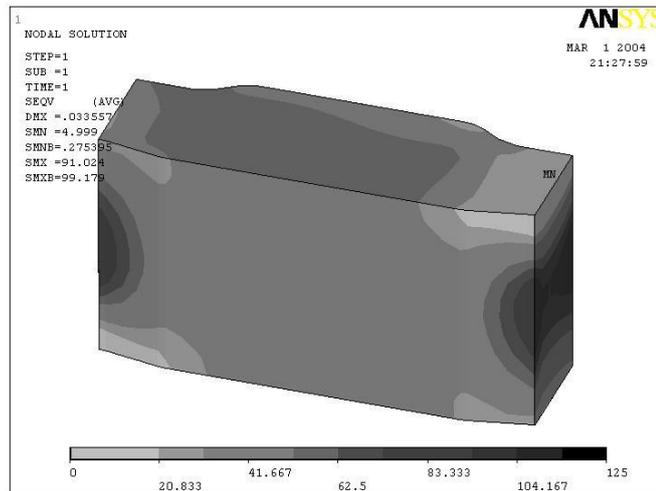


Рисунок 6.10. Поле распределения усредненных эквивалентных напряжений в сварном шве для шестого расчетного случая

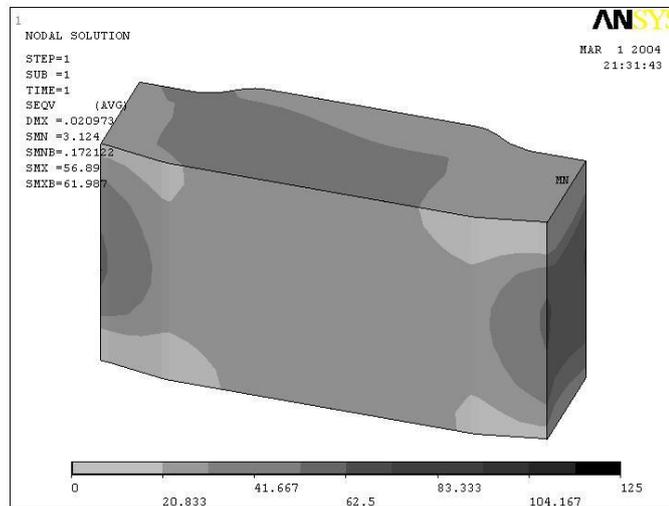


Рисунок 6.11. Поле распределения усредненных эквивалентных напряжений в сварном шве для седьмого расчетного случая

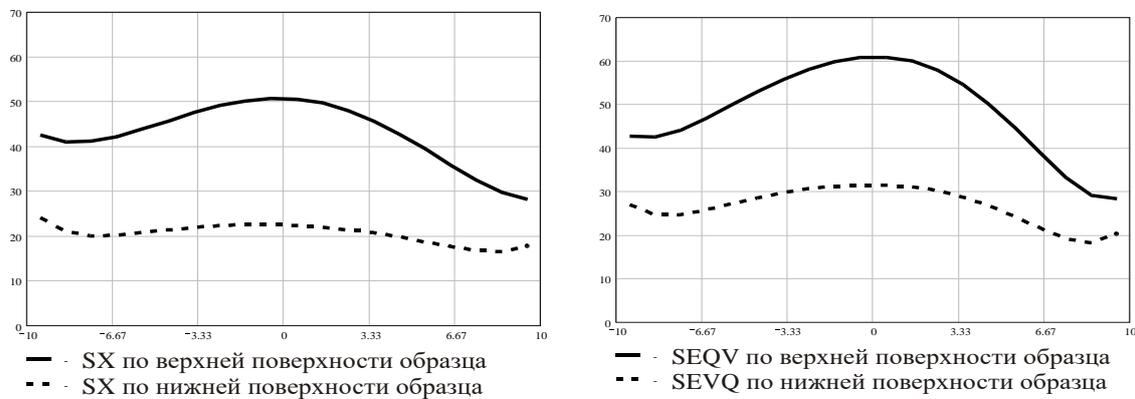
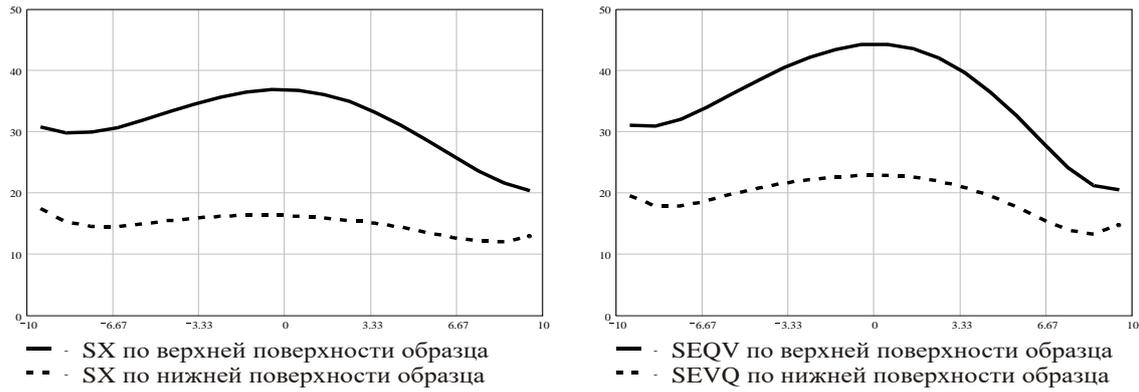


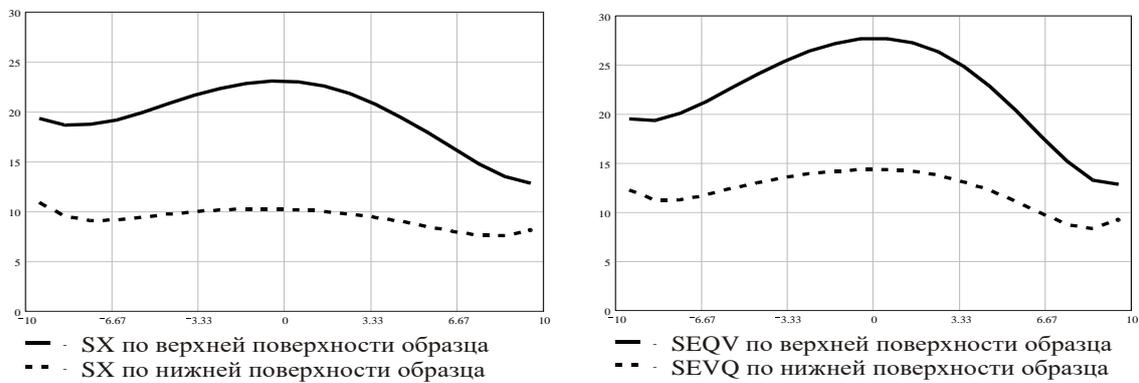
Рисунок 6.12. Эпюры распределения напряжений по краю усиления сварного шва для пятого расчетного случая



а) Напряжения, перпендикулярные
оси сварного шва

б) Эквивалентные напряжения
по Мизесу

Рисунок 6.13. Эпюры распределения напряжений по краю усиления сварного шва для шестого расчетного случая



а) Напряжения, перпендикулярные
оси сварного шва

б) Эквивалентные напряжения
по Мизесу

Рисунок 6.14. Эпюры распределения напряжений по краю усиления сварного шва для седьмого расчетного случая

Проиллюстрируем реализацию разработанной методики получения калибровочной зависимости для сварного образца, соответствующей фиксированному числу циклов нагружения.

Объектом экспериментальных исследований были сварные образцы (рисунок 6.15), изготовленные из сварной трубы. Материал трубы: 14ХГС. Экспериментальные исследования выполнялись на машине усталостных испытаний (пульсаторе) МУП-50 путем циклического растяжения сварных образцов ($F_{max}=35\text{кН}$, $F_{min}=6\text{кН}$). После $N=20000$ циклов деформирования на образце зафиксирована трещина с торцевой стороны узкого сварного шва и испытания были приостановлены. С использованием фото аппаратуры были

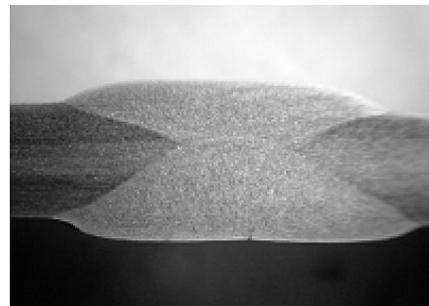
получены цифровые снимки реакции ДДИТ на торцовой поверхности сварного образца (рисунок 6.16), на поверхности узкого сварного шва и на поверхности датчиков №1 и №2 широкого сварного шва (рисунок 6.17) [76].

Анализ полученной информации свидетельствует, что интенсивность реакции ДДИТ в различных зонах сварного шва существенно различается. Наибольшая реакция на ДДИТ зафиксирована на поверхности узкого сварного шва, на границе сплавления, и несколько меньшая реакция на этой же границе на поверхности широкого сварного шва (рисунок 6.17 а). Максимальная реакция на ДДИТ свидетельствует о концентрации напряжений (деформаций) в исследуемом месте и, соответственно, наибольшим накопленным усталостным повреждениям. Подтверждением сказанного является возникновение усталостной трещины на сварном образце в зоне границы сплавления узкого сварного шва с основным металлом (рисунок 6.16 а).

Полученные фотографии реакции ДДИТ свидетельствуют, что картина распределения напряжений (накопленных в процессе циклического нагружения деформаций) на поверхности сварного образца в различных его зонах (сварной шов, зона термического влияния, основной металл, границы сплавления) характеризуется высокой неоднородностью. Именно данным обстоятельством объясняется сложность прогнозирования технического состояния сварных соединений и конструкций.



a



б

Рисунок 6.15 - Сварной образец с ДДИТ (а), шлиф сварного шва (б)

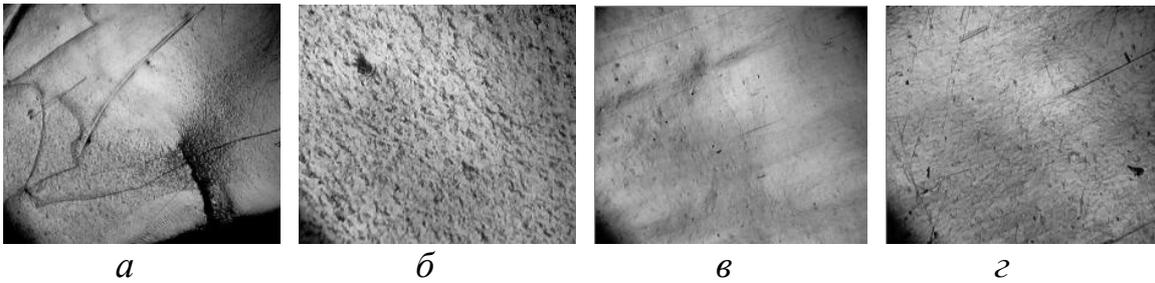


Рисунок 6.16 - Реакция ДДИТ на различных участках сварного образца после 20000 циклов деформирования (торец образца): *а)* трещина с торца; *б)* узкий шов в зоне сварки с основным металлом; *в)* широкий шов в зоне термического влияния; *г)* широкий шов в зоне сварки с основным металлом

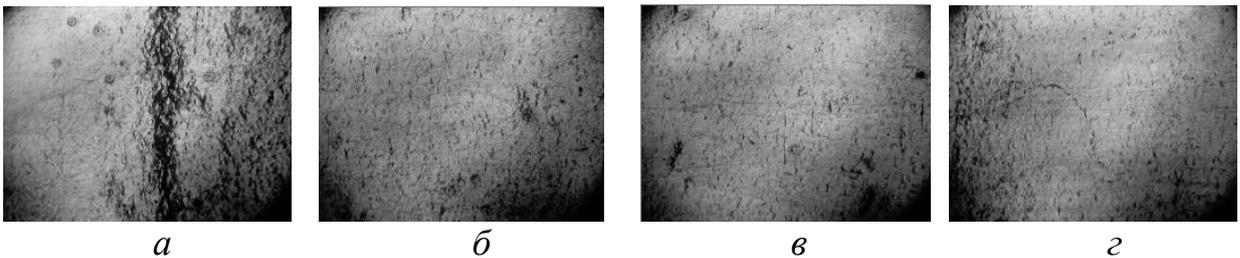


Рисунок 6.17 - Реакция ДДИТ №1 на поверхности широкого шва сварного образца (рисунок 6.16) после его деформирования 20000 циклов: *а)* граница сплавления; *б)* основной металл (зона 1); *в)* основной металл (зона 2); *г)* основной металл (зона 3) (1:200)

Для расшифровки реакции ДДИТ методом конечных элементов (программный комплекс ANSYS) были выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния исследуемого сварного образца при растяжении его осевой нагрузкой $F = 35 \text{ кН}$. Значения рассчитанных напряжений для участков поверхности сварного образца, для которых оценивалась реакция на ДДИТ по критерию изменения относительной площади «темных пятен» [125, 127], представлены в последнем столбце таблицы 6.5, а результаты, согласованные с расчетными данными, отражены в третьем и четвертом столбцах таблицы 6.5.

Имея значения критериев (δ и D) оценки реакции датчиков и рассчитанные величины напряжений (таблица 6.6) в координатах $\delta - \sigma_x$ и $D - \sigma_x$ (рисунок 6.19) получим экспериментальные точки калибровочной зависимости для числа циклов нагружения $N=20000$.

Таблица 6.5 - Результаты компьютерной обработки реакции ДДИТ

Реакция ДДИТ, рисунок	Зона оценки реакции ДДИТ	Относительная площадь "темных пятен", (δ , %)	D-критерий оценки реакции ДДИТ	Напряжения (σ_x), МПа (расчет)
6.16 а	b_3	53,4	833	220.5
6.16 б	b_5	29,0	517	212.33
6.16 в	b_5	28,3	556	212.33
6.16 г	b_5	27,4	464	212.33
6.17 а	t_4	38,2	598	215.2
6.17 б	t_6	13,2	327	199.67
6.17 в	t_6	15,5	332	199.67
6.17 г	t_6	16,9	282	199.67

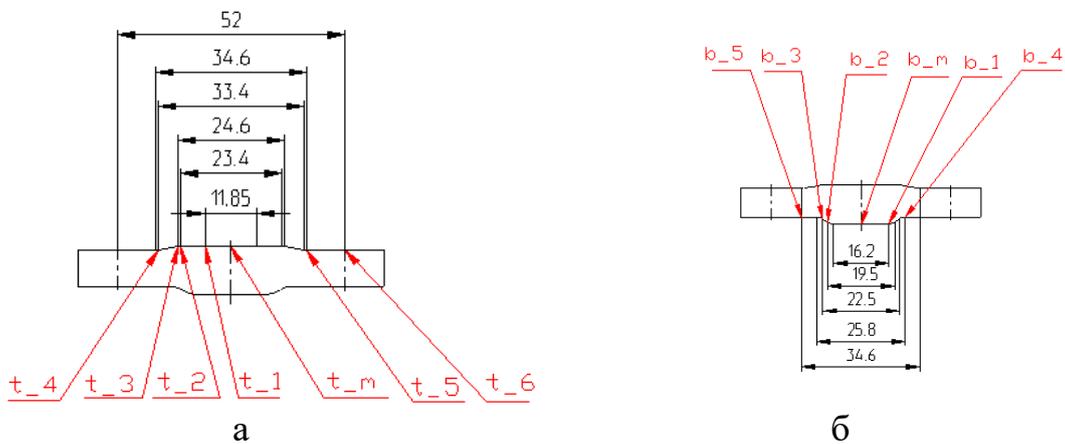


Рисунок 6.18 - Расчетная схема для сварного образца :
 а- верхняя поверхность шва; б- нижняя поверхность шва

После аппроксимации экспериментальных данных с помощью линейной модели, искомая калибровочная зависимость представима в виде:

$$\delta(\sigma_x, N=\text{const}) = 1,539 \cdot \sigma_x - 293,895 \quad (6.4)$$

или

$$D(\sigma_x, N=\text{const}) = 22,21 \cdot \sigma_x - 4,16 \cdot 10^3. \quad (6.5)$$

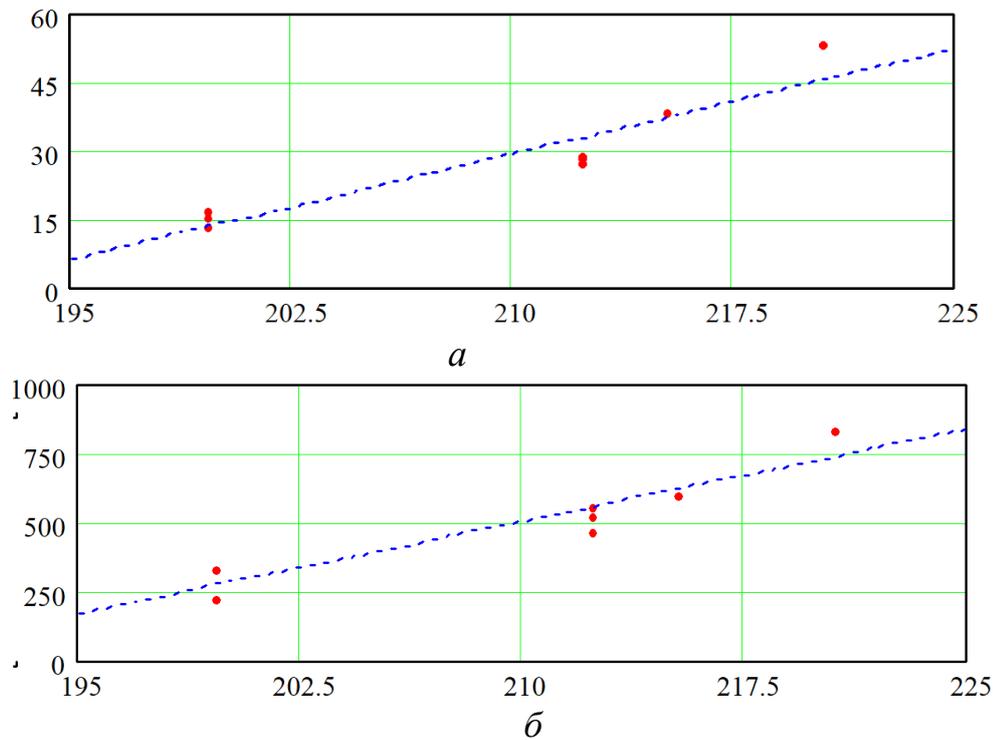


Рисунок 6.19 - Экспериментальные точки калибровочной зависимости и ее аппроксимация на основе линейной модели :*a*- критерий оценки реакции ДДИТ – относительная площадь «темных пятен» δ ; *b*- критерий оценки реакции ДДИТ – величина дисперсии «темных пятен» - D

Применение зависимостей (6.4), (6.5) для экспериментального исследования сварных соединений с помощью ДДИТ заключается в следующем. На поверхность сварного шва, зону сплавления и основной металл помещают ДДИТ и подвергают конструкции циклическому деформированию в течение $N=20000$ циклов. После чего участки датчика с наибольшей реакцией фотографируют и обрабатывают полученную информацию с использованием программного обеспечения [125, 127]. Полученные в результате обработки величины δ или D по калибровочной зависимости (6.4) или (6.5) позволяют в местах концентрации накопленных усталостных повреждений определить значения σ_x , которое используют для оценки технического состояния или работоспособности сварного соединения по традиционным методикам. Нетрудно видеть, что подобные калибровочные зависимости могут быть построены для любого другого, отличного от $N=20000$, числа циклов нагружения.

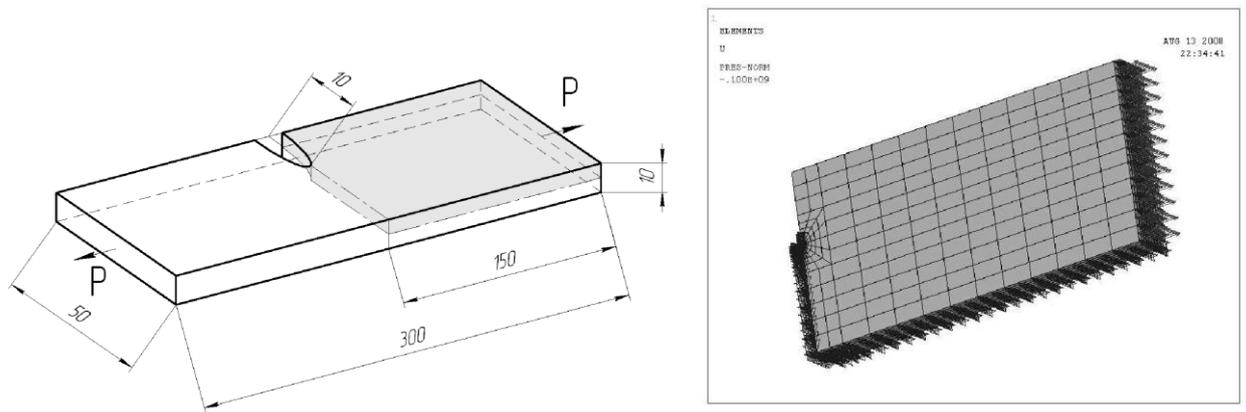
6.3. Разработка методики оценки напряженно-деформированного состояния в вершине трещины по показаниям ДДИТ и данных расчета МКЭ

Известно, что накопление усталостных повреждений в процессе циклического деформирования детали сначала приводит к зарождению микро-трещины, возникающей обычно в зоне концентрации напряжений, вызванной либо физической неоднородностью металла, либо особенностями геометрической формы детали. При дальнейшем циклическом деформировании детали микротрещина развивается в макротрещину, которая, в конечном итоге, вызывает разрушение детали. Для оценки скорости роста усталостных трещин необходимо определить параметры механики разрушения, которые могут быть вычислены с достаточной степенью точности путем компьютерного моделирования с помощью программного комплекса ANSYS [314]. В то же время для корректного использования результатов моделирования необходимо иметь данные их согласования с реальным характером распределения напряжений в вершине трещины. Такие данные позволяют получить ДДИТ при помещении (наклейки) их на поверхность детали, имеющую трещину. Рассматриваемый ниже пример иллюстрирует решение задачи.

Прямоугольный образец, имеющий краевую трещину, подвергался усталостным испытаниям в условиях растяжения. Для фиксации степени поврежденности в ходе проведения эксперимента на его поверхность в области развития трещины был помещен ДДИТ. В силу симметрии образца относительно двух плоскостей анализу подвергалась его 1/4 часть. Расчетная схема нагружения образца показана на рисунке 6.20а.

Основные этапы решения задачи.

Этап 1. Геометрическая модель строилась с учетом возможности расчета параметров механики разрушения: в окрестности вершины трещины были созданы вспомогательные поверхности, очерченные дугами, для генерации в вершине трещины сингулярных элементов.



а) геометрическая модель

б) конечно-элементная модель

Рисунок 6.20 - Расчетная схема нагружения образца

Этап 2. Разбивка на конечные элементы. Поверхности, описывающие верхнюю грань образца, подвергались дискретизации двумерными квадратичными элементами, причем вокруг вершины трещины были созданы треугольные вырожденные сингулярные элементы с промежуточными узлами, сдвинутыми на $\frac{1}{4}$ в сторону вершины, поскольку именно они способны корректно описать тот всплеск напряжений, который наблюдается в вершине трещины. Остальные элементы заданы квадратичными четырехугольными. В результате операции выдавливания были сгенерированы трехмерные квадратичные элементы по всему объему образца (рисунок 6.20 б).

Этап 3. Приложение граничных условий. На соответствующих плоскостях были заданы условия симметрии (узлы с нулевыми степенями свободы показаны на рисунке 6.20 б значками), а к боковой грани модели приложено давление в 100 МПа, моделирующее растяжение образца и аналогичное проведенным экспериментальным работам.

Этап 4. Решение задачи. Для решения описанной задачи был выбран прямой решатель (SPARSE SOLVER), именно он используется в ANSYS по умолчанию.

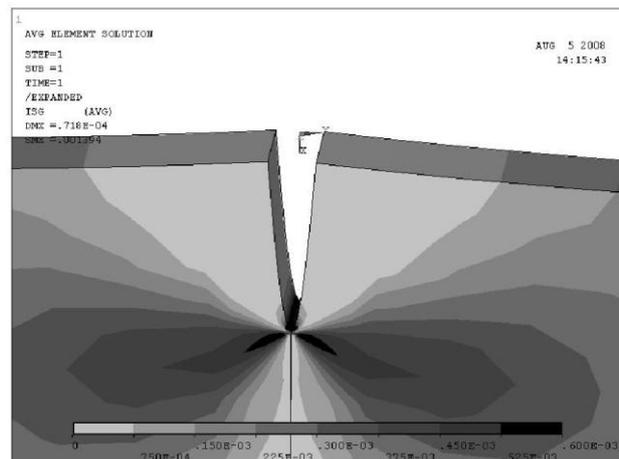
Этап 5. Расшифровка показаний ДДИТ. После решения задачи в ANSYS становится возможным построить картины распределения стандартных физических величин, таких, как компоненты векторов перемещений, де-

формаций, напряжений и др. Но для расшифровки реакции ДДИТ необходимо иметь картины распределения деформаций сжатия, которых в списке выводимых ANSYS результатов нет, в то же время, как показывает опыт исследования [144], материал датчика реагирует потемнением поверхности именно на сжатие, и форма границ первых "темных пятен" аналогична картине распределения деформаций сжатия. Поэтому для построения картины распределения деформаций сжатия автором был разработан специальный макрос на языке APDL [314], реализующий операции с массивами таблиц элементов. Результат отработки данного макроса для исследуемого профиля зуба показан на рисунке 6.21 б).

В ходе проведения эксперимента, проведенного в лаборатории Курганского государственного университета Д.А.Троценко, были получены фотографии реакции датчиков (рисунок 6.21 а), которые после проведения конечно-элементного анализа были расшифрованы с помощью соответствующих картин распределения деформаций сжатия (рисунок 6.21 б) [142, 314]. На рисунке 6.22 отмечены блоки в алгоритме разработки адекватной расчетной схемы, которые необходимо выполнить в процессе решения данной задачи.



а) реакция на ДДИТ



б) распределение деформаций сжатия

Рисунок 6.21 - Сопоставление экспериментальных и расчетных данных для оценки нагруженности сварного образца



Рисунок 6.22 – Этапы алгоритма разработки адекватной расчетной схемы для оценки нагруженности сварного образца

Этап 6. Анализ результатов расчета. Картина распределения эквивалентных напряжений, свидетельствующая о весьма высокой их концентрации в вершине трещины представлена на рисунке 6.23. Деформация модели преувеличена в 50 раз для наглядности.

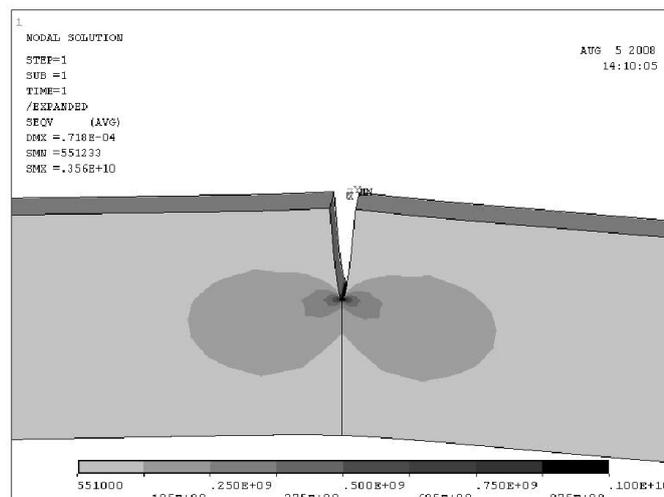


Рисунок 6.23 - Распределение эквивалентных напряжений в образце

Этап 7. Оценка параметров механики разрушения. Для анализа процесса развития трещины необходимы два параметра: K_I -коэффициент интенсивности напряжений (КИН) и инвариантный J-интеграл. Как показано в работе [64, 235, 342], раскрытие трещины возникает, если КИН превысит предельно допустимую величину. В случае решения упругой задачи величина J-интеграла нужна лишь для уточнения КИН. Расчет величины K_I для трещины отрыва осуществлен с использованием команды KCALC пакета ANSYS, а при расчете J-интеграла – макрос на языке APDL, приведенный в [64]. В результате были получены следующие величины:

$$J = 5621,12 ; K_I = 34,752 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}} \quad \text{по методу перемещений};$$

$$K_I = 36,05 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}} \quad \text{по методу J-интеграла.}$$

Расхождение в 3,6% в результатах расчетов КИН двумя различными способами вполне допустимо.

Когда конечно-элементное моделирование завершено и установленные картины распределения деформаций сжатия на поверхности детали в вершине трещины идентичны данным, полученным после обработки реакции ДДИТ, с использованием калибровочной зависимости можно определить эквивалентное число циклов нагружения детали, а затем на основе представленных в работах [125, 127] методик реализовать процедуру прогнозирования долговечности исследуемой детали.

Изложенный расчетно-экспериментальный метод позволяет с достаточной степенью достоверности оценить значения ответственных за процесс роста трещины параметры, входящие в расчетные уравнения по определению долговечности при расчете ресурса изделий, и тем самым исключить возможность аварии исследованного оборудования.

6.4. Использование численных методов для решения задачи восстановления по реакции ДДИТ нагруженности зацепления передач Новикова

Циклическое нагружение элементов конструкций, как известно, сопровождается повреждением металла от усталости. Определение степени усталостного повреждения деталей трансмиссий и несущих систем транспортных средств в процессе эксплуатации позволяет получить данные для расчета индивидуального остаточного ресурса изделия и исключить возможность его аварии.

Регистрация в процессе испытаний степени усталостного повреждения деталей может быть выполнена различными способами. В работе [127] показано, что в ходе эксплуатационных испытаний машин необходимая как для оценки нагруженности, так и для прогнозирования индивидуального ресурса деталей информация может быть получена с помощью индикаторов усталости. Среди них перспективными являются датчики деформаций интегрального типа (ДДИТ) [125].

Методика определения нагруженности деталей с помощью ДДИТ проводится в несколько этапов. На первом этапе строится калибровочная зависимость для образцов [127, 128] в виде функций:

$$u=u(N), \quad \sigma_1=\sigma_1(N) \quad \text{либо} \quad \varepsilon_{сж}=\varepsilon_{сж}(N),$$

где u – перемещения; σ_1 – главные напряжения; $\varepsilon_{сж}$ – деформации сжатия; N – число циклов нагружения исследуемой детали.

В случае сложного напряженно-деформированного состояния (НДС) детали, когда конфигурация границ "темных пятен" отражает особенности НДС, предпочтительным является использование калибровочной зависимости вида $\varepsilon_{сж}=\varepsilon_{сж}(N)$, поскольку, как показывает опыт исследования [144], материал датчика реагирует потемнением поверхности именно на сжатие и форма границ первых "темных пятен" аналогична картине распределения деформаций сжатия.

На втором этапе проводятся эксплуатационные испытания исследуемой детали или металлоконструкции до момента получения реакции на датчике [306, 307].

Третий этап предполагает восстановление картины нагружения детали путем идентификации реакции ДДИТ с результатами расчета НДС исследуемой детали. Для реализации этой оценки целесообразно воспользоваться одним из пакетов конечно-элементного анализа – ANSYS [64].

Для восстановления нагруженности зацепления зубчатых колес можно воспользоваться упрощенной методикой, описанной в работе [305], предполагающей решение плоской задачи при приложении нагрузки, полученной в ходе решения контактной задачи с помощью методов, описанных в работах [321, 322]. Геометрическую форму сечения исследуемого зуба целесообразно определить при помощи способов формообразования зубчатых колес [133].

Но применительно к зубьям колес сложной геометрической формы, таким, как зубья Новикова или зубья с круговой формой зуба, такая постановка задачи будет содержать ряд упрощений, а значит, приведет к искажению результатов.

Так, применительно к зубьям передачи Новикова ДЛЗ рассматривать плоское сечение зуба будет неправомерно, поскольку зубья Новикова в действительности являются косыми, поэтому при расчете возникнут следующие неточности:

- закон распределения нагрузки по контактной площадке будет определяться аналитически по формулам Герца, а при перекосе валов или изменении межосевого расстояния в передаче весь процесс решения задачи придется повторять снова с учетом изменений;
- обе контактные площадки будут подвергаться нагрузке одновременно, хотя в действительности касания происходят в разные моменты времени.

Данный подраздел иллюстрирует решение задачи расчета нагруженности зубчатой передачи Новикова ДЛЗ в программном комплексе ANSYS,

имитируя обкатку зубчатых колес. Моделирование зацепления двух зубьев в трехмерной постановке, с непосредственным решением двух контактных задач для каждой линии зацепления, а затем аккумулярование усталостных повреждений вычислительным путем позволяет получить более строгое решение задачи.

Все этапы решения задачи программируются на языке APDL [196] с целью компьютерного моделирования процесса работы передачи: это дает возможность варьирования геометрических параметров передачи для оценки влияния той или иной погрешности изготовления и монтажа передачи на ее нагруженность.

Этап 1. Построение модели пары зубьев. Геометрическая модель пары зубьев строится путем использования известных профилей зубьев с последующим продавливанием вдоль спиральной линии для получения кривой формы зуба. С целью последующего построения регулярной конечно-элементной сетки каждое сечение делится на 18 четырехугольных поверхностей (рисунок 6.24). Поскольку профиль зуба является симметричным, более рационально построить одну его половину, затем отразить относительно оси симметрии зуба и провести склеивание поверхностей, чтобы соседние поверхности не имели двойных линий.

Далее на созданные поверхности наносится вспомогательная регулярная сетка элементов типа MESH200. Затем выполняется выдавливание вдоль вспомогательной спиральной линии созданных дискретизированных поверхностей – генерируется трехмерная модель зубьев, состоящая из элементов типа SOLID95.

Следующий шаг – создание контактной пары между боковыми поверхностями зубьев, работающих в контакте с целью передачи вращения. Для надежного исключения проникновения контактирующих поверхностей, контактная пара задается симметричной.

Завершает создание модели генерирование элементов типа BEAM4 – балок, соединяющих узлы оснований зубьев с центром вращения соответ-

вующего колеса. Такой способ позволяет смоделировать вращение колес более упрощенно, не дискретизируя вал, приводящий во вращение колесо, без искажения расчетной схемы задачи. Материал балочных элементов определен более жестким – сталь, в то время как материал зубьев согласно проведенному эксперименту [31] – органическое стекло. На рисунке 6.25а показана вся конечно-элементная модель, на рисунке 6.25б – более крупно изображена регулярная сетка конечных элементов на зубе шестерни.

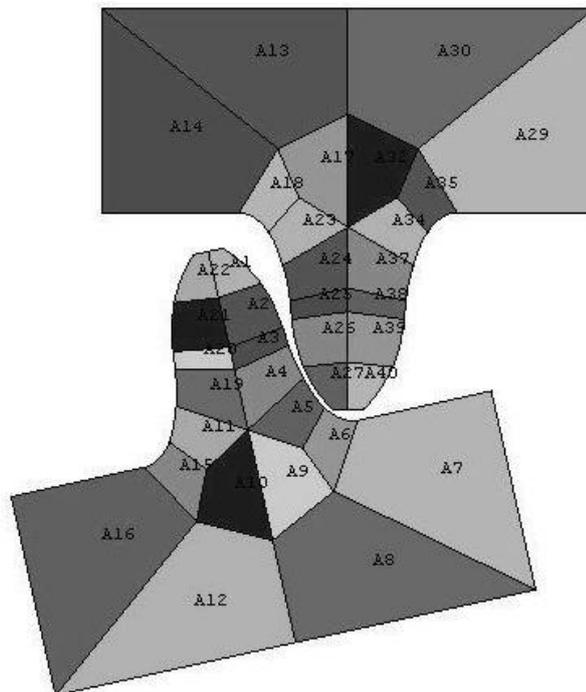


Рисунок 6.24. Поверхности в торцевом сечении зубьев

Этап 2. Задание граничных условий. На модель накладываются следующие граничные условия:

1. в узлах, являющихся центрами вращения зубчатых колес, задаются нулевые перемещения по всем трем осям;
2. на торцевые поверхности зубьев накладываются условия симметрии, чтобы вращение происходило исключительно вокруг оси OZ , параллельной осям валов;

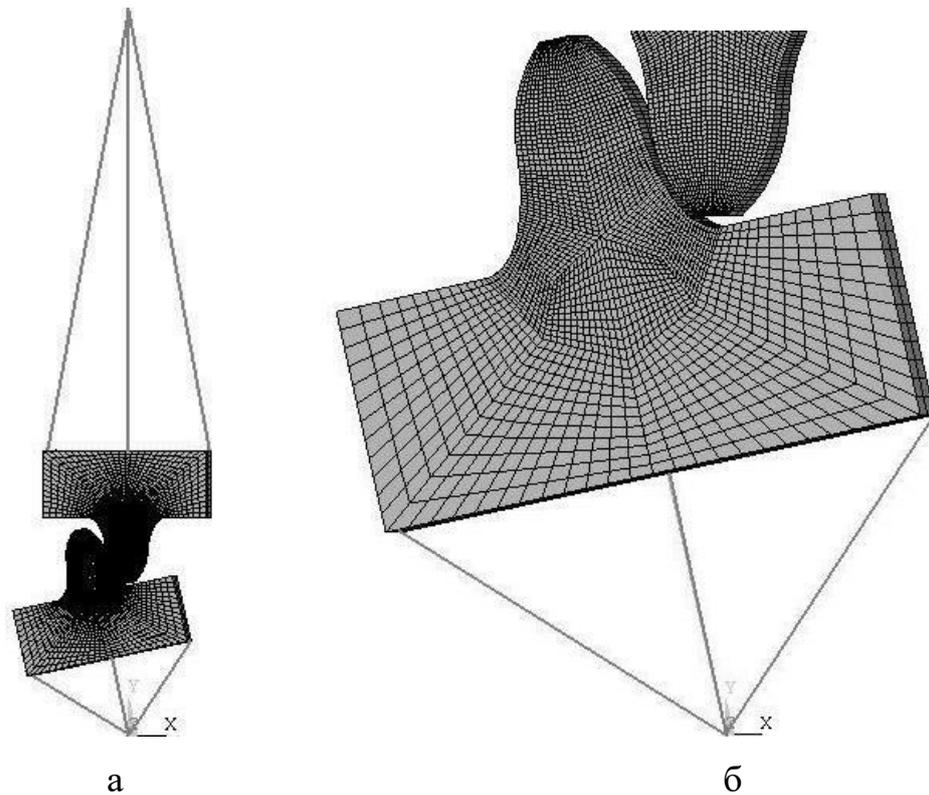


Рисунок 6.25. Конечно-элементная модель зубьев

Этап 3. Моделирование процесса нагружения зубьев. Для успешного решения контактной задачи, сопряженной со значительными перемещениями узлов и поворотом модели вокруг оси необходимо включить опции нелинейной геометрии, а также указать тип анализа: нелинейный трансцендентный динамический анализ.

Процесс нагружения состоит из пяти шагов [147, 329].

Первый шаг. Закрепление боковых граней основания зуба колеса. Поворот зуба шестерни на небольшой угол (0.035 рад) посредством задания в узле, являющемся центром вращения шестерни, поворота вокруг оси OZ . Это необходимо для нагружения созданной контактной пары в зоне первой линии зацепления. Все последующие шаги будут являться нелинейными, поскольку в процессе вращения зуб ведущей шестерни будет оказывать давление на зуб ведомого колеса через контактную пару.

Второй шаг. Задание в центре вращения шестерни крутящего момента с целью передачи нагрузки на первой линии зацепления. Для лучшей сходи-

мости итерационного процесса решения задачи данный поворот был разделен на 4 подшага. После решения задачи в ANSYS реализуется тот же макрос, что и в предыдущем подразделе настоящей работы. Результатом обработки данного макроса является столбец деформаций сжатия в таблице элементов, графическое представление полученных данных для нагружения зубьев в первой линии зацепления представлено на рисунке 6.26. Исходный контур показан тонкой линией, деформации увеличены в 100 раз для наглядности.

Третий шаг. Снятие с боковых граней основания зуба колеса наложенных нулевых перемещений для свободного проворота. Поворот зуба шестерни на угол, достаточный для геометрического контактирования зубьев на второй линии зацепления. Поскольку задача является нелинейной, целесообразно выполнить поворот за несколько подшагов.

Четвертый шаг. Закрепление боковых граней основания зуба колеса в текущем положении. Дальнейшее задание крутящего момента в центре вращения шестерни для нагружения второй линии зацепления. Повторный запуск разработанного макроса для внесения в таблицу элементов столбца деформаций сжатия, возникающих при нагружении зубьев по второй линии зацепления.

Этап 4. Анализ результатов. После завершения процесса нагружения зубьев в таблице элементов находятся два столбца деформаций сжатия в обеих контактных зонах. Поскольку используемые в экспериментах ДДИТ аккумулируют повреждения металла, итоговую картину можно получить суммированием указанных столбцов. Далее остается сопоставить картину распределения суммарных деформаций сжатия (рисунок 6.27а) с реакцией датчиков (рисунок 6.27б). Если изображения отличаются, необходимо внести коррекцию (возможные погрешности изготовления и монтажа колес) в соответствующие константы разработанной программы на APDL и снова выполнить моделирование.

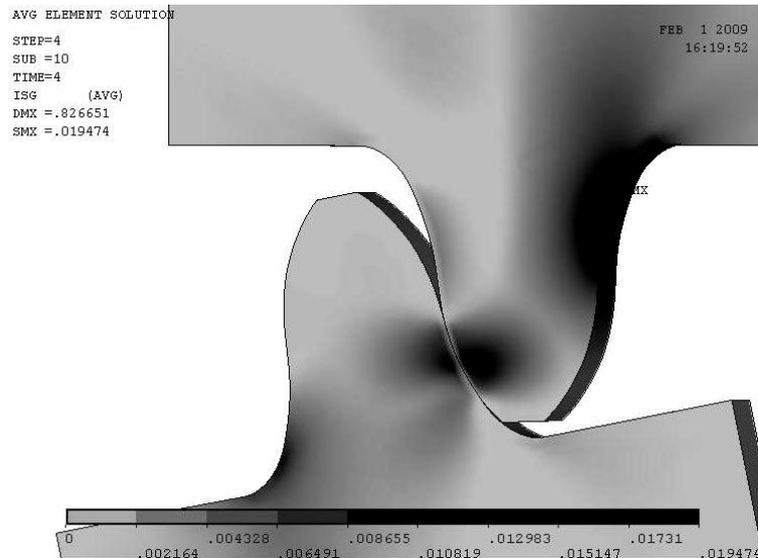
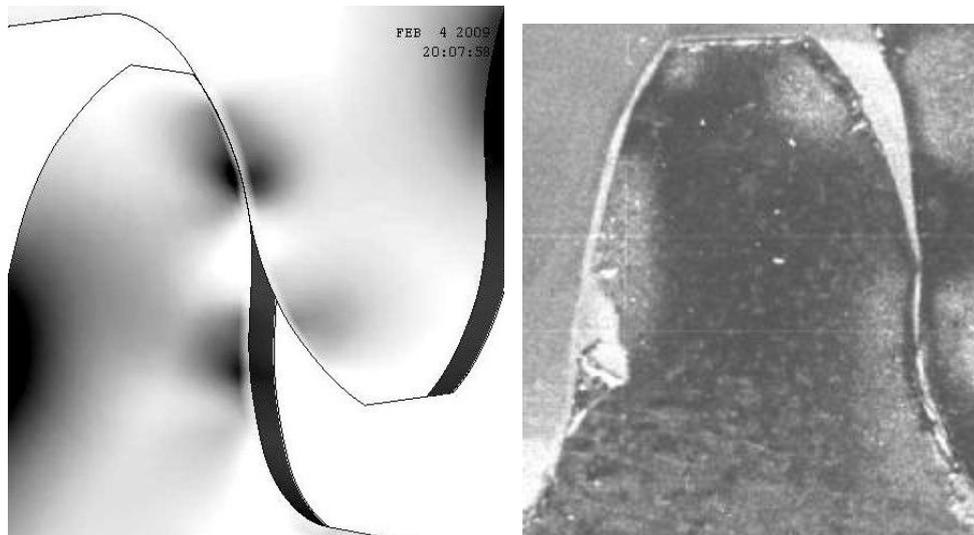


Рисунок 6.26. Распределение деформаций сжатия при нагружении зубьев в первой линии зацепления

Повторяя процесс расчетов и сравнения картин реакции датчиков и результатов обработки макроса, добиваются их наиболее полного согласования, при котором определяется крутящий момент, фактически действовавший при работе передачи в реальных условиях эксплуатации, а также распределение нагрузки по площадкам контакта в зацеплении зубьев.



а) распределение деформаций сжатия в торцевом сечении зуба б) фотография реакции ДДИТ

Рисунок 6.27. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для оценки нагруженности зубьев колес Новикова.

6.5. Методическое обеспечение способов калибровки и применения датчиков деформаций переменной чувствительности

Для изготовления выше рассмотренных ДДИТ используется металлическая фольга, чувствительность которой к накопленным усталостным повреждениям, оцениваемых по реакции датчиков, в пределах фольги не меняется. Естественно и ДДИТ, представляющие собой полосы требуемой конфигурации этой фольги, имеют во всех направлениях чувствительность одинаковую. Анализ опыта определения с помощью таких ДДИТ характера распределения напряжений в местах их концентрации на различных деталях и металлоконструкциях машин в процессе их эксплуатационных испытаний выявил две проблемы, исключаящие, в ряде случаев, возможность решения задач экспериментального исследования. Первая проблема возникает при реализации ряда методик решения задач, основой которых является фиксация на ДДИТ момента появления первых «темных пятен». Возможность получения такой информации в процессе циклического деформирования изделия является не только процессом трудоемким, требующим многократного осмотра поверхности датчика, но и нередко связанным с необходимостью разборки-сборки изделия с целью обеспечения доступа к датчику. Более того, мониторинг реакции датчиков выполняется только при не работающем оборудовании, однако во многих случаях его остановка в произвольные моменты времени невозможна, поскольку определяется технологическим и техническим регламентами эксплуатации изделия. Если же момент возникновения первых «темных пятен» на ДДИТ зафиксировать не удастся, то реализовать методику восстановления напряжений по показаниям ДДИТ не удастся. Вторая проблема обусловлена всегда имеющегося у ДДИТ инкубационного периода до возникновения на его поверхности реакции. Поскольку при экспериментальном исследовании характера распределения напряжений на исследуемой поверхности детали с помощью ДДИТ амплитуда напряжений неизвестна, априори установить продолжительность циклического деформирова-

ния детали до возникновения реакции на ДДИТ возможным не представляется. Если амплитуда мала, то на ДДИТ реакция может вообще не появиться.

Решить проблемы позволяют ДДИТ, изготовленные по технологии, идея которой предложена в работе [115] и заключается в следующем. Обратимся к рисунку 6.28, на котором представлена традиционная схема калибровки ДДИТ (по критерию первых «темных пятен»), помещенных на коническую рабочую часть цилиндрического образца, в процессе циклического его деформирования на машине усталостных испытаний (МУИ) в условиях изгиба с вращением.

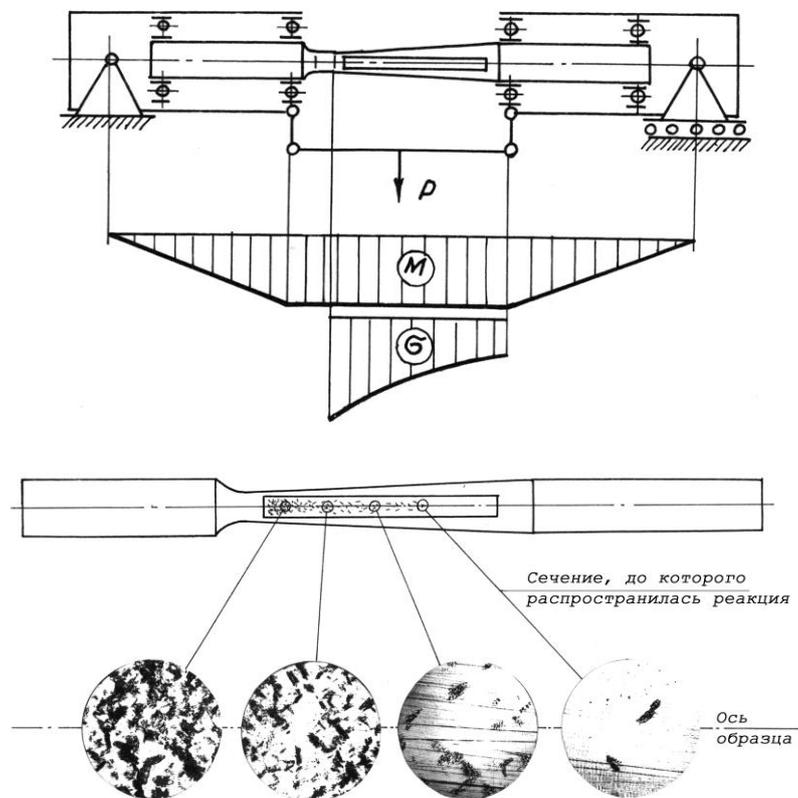


Рисунок 6.28 – Калибровка ДДИТ

Цель калибровки ДДИТ - определение функциональной зависимости числа циклов деформирования (N) от амплитуды напряжений (σ_a) по критерию возникновения на поверхности ДДИТ первых «темных пятен». Фотографии на рисунка 6.28 свидетельствуют, что процесс калибровки близок к завершению, поскольку реакция на ДДИТ занимает порядка 70% его длины. Отметим, что в процессе циклического деформирования образца с ДДИТ,

датчик, как и образец, накапливает усталостные повреждения, величина которых, при возникновении на датчике первых «темных пятен», является постоянной, зависящей от материала ДДИТ и его термомеханической обработки [125, 127]. Следуя работе [115], реализуем только начальную стадию калибровки ДДИТ, соответствующую появлению первых «темных пятен» в зоне минимального диаметра образца. Зафиксируем рисккой на датчике положение границы первых «темных пятен», после чего, растворив клеевую прослойку ДДИТ, снимем его с образца. Датчик, изготовленный по описанной технологии, имеет две зоны, разделенные границей первых «темных пятен». Слева от границы на поверхности датчика реакция в виде «темных пятен» имеется, а справа от границы, - рабочая часть датчика, реакция отсутствует, несмотря на то, что в ходе предварительной наработки датчика на образце материал датчика усталостные повреждения получил.

Описанный ДДИТ, в дальнейшем будем использовать для него термин датчик деформаций интегральный с переменной чувствительностью (ДДПЧ), имеет ряд, принципиально важных по сравнению с ДДИТ, преимуществ:

- инкубационный период у ДДПЧ отсутствует;
- значительно упрощается процедура фиксации реакции ДДПЧ, заключающаяся в регистрации линейного перемещения границы первых «темных пятен» по длине рабочей части ДДПЧ;
- реакция на ДДПЧ может быть зафиксирована в любой момент прерывания испытаний исследуемой детали или металлоконструкции.

Выше было отмечено, что в процессе изготовления ДДПЧ материал его рабочей части получает усталостные повреждения. Закон изменения этих повреждений по длине рабочей части датчика определяется геометрией образца, с использованием которого выполняется наработка ДДИТ, и видом напряженно-деформированного состояния образца в процессе его циклического деформирования. На рисунке 6.28 показан цилиндрический образец с конической рабочей частью. Нарботка датчиков может осуществляться на плоских образцах в процессе их циклического деформирования в условиях изги-

ба. Используя различную геометрическую форму плоских образцов, можно варьировать закон изменения накопленных усталостных повреждений материала в пределах рабочей части ДДПЧ.

Рассмотрим задачу математического описания закона изменения накопленных усталостных повреждений на рабочей части ДДПЧ. Поскольку наиболее достоверную информацию об усталости материала получают в процессе определения кривой Велера на основе обработки данных испытаний образцов на долговечность, воспользуемся математической моделью описания этой кривой, построенной в соответствии с кинетической теории механической усталости [134, 310]:

$$N = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_a - \bar{\sigma}_b}{\vartheta}} \right) \cdot Q_T \cdot B_0 \cdot \ln[1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_a)], \quad (6.6)$$

$$\text{где } B_0 = \frac{\ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\bar{\sigma}_b - \sigma_R}{\sigma_R - \sigma_{RT}} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}}{\bar{\sigma}_b}; \quad C_0 = - \frac{\bar{\sigma}_b}{(\sigma_R - \sigma_{RT})(\bar{\sigma}_b - \sigma_R)}; \quad A_0 = D / (1 - D);$$

Q_T - коэффициент, характеризующий сопротивление детали росту усталостных трещин; σ_R - предел выносливости детали при коэффициенте асимметрии цикла R ; σ_{RT} - циклический предел текучести; $\bar{\sigma}_b$ - среднее значение предела прочности материала; ϑ - угол наклона кривой усталости в системе координат $\lg N - \sigma$; D - величина поврежденности материала от $D = D_0 \geq 0$, характеризующей начальное повреждение материала образца, которое имеет место еще до начала его циклического деформирования, вплоть до предельной величины $D = D_k \leq 1$, соответствующей разрушению образца вследствие накопленных усталостных повреждений.

Методики определения входящих в уравнение (6.6) параметров: Q_T^* , σ_R^* , σ_{RT}^* , ϑ^* ; $D = D_0$ на основе данных σ_{ai} , N_i , $i = \overline{1, n}$ испытаний образцов на долговечность и определенной в результате разрушения образцов на разрывной машине величины $\bar{\sigma}_b$ изложены в работах [129, 134, 138]. На момент ре-

шения поставленной задачи считаем, что параметры уравнения (6.6) являются известными.

Возвратимся к процессу изготовления ДДПЧ на МУИ (рисунок 6.28) путем предварительной наработки датчика на конической рабочей части калибровочного образца. Подвергнем образец с ДДИТ циклическому деформированию в течение N_g числа циклов, до момента возникновения в левой части датчика (рисунок 6.28) реакции в виде «темных пятен», и зафиксируем диаметр d_g сечения конической рабочей части калибровочного образца, соответствующего границе первых «темных пятен». В соответствии со схемой нагружения образца на МУИ, в этом его сечении действовало напряжение σ_{ag} . Определим величину поврежденности материала образца D_g в его сечении, определяемом диаметром d_g . Для этого войдем в выражение (6.6) при $N = N_g$ и $\sigma_a = \sigma_{ag}$. Поскольку в данном случае $D_g = D + D_0$, в уравнении (6.6) остается лишь одно неизвестное, $-D_g$, для расчета которого обозначим:

$$E_0 = (\sigma_{ag})^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_{gn}}{P_0 \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\}, \quad (6.7)$$

$$\text{где } P_0 = 1 - 10^{(\sigma_{ag} - \bar{\sigma}_b) / \mathcal{G}^*}, \quad B_0 = \frac{\ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\bar{\sigma}_b - \sigma_R^*}{\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*} \right) - 1 \right]^{-1} \right\}}{\bar{\sigma}_b}, \quad C_0 = - \frac{\bar{\sigma}_b}{(\sigma_R^* - \sigma_{RT}^*)(\bar{\sigma}_b - \sigma_R^*)},$$

$$N_{gn} = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{ag} - \bar{\sigma}_b}{\mathcal{G}^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln \left[1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_{ag}) \right] - N_g, \quad A_0 = \frac{D_0}{1 - D_0}.$$

Учитывая (6.7), уравнение (6.6) имеет аналитическое решение:

$$D_g = E_0 / (E_0 + C_0) + D_0. \quad (6.8)$$

Рассмотрим задачу расчета поврежденности материала образца в сечениях его рабочей части, определяемых диаметром $d_x > d_g$. Для описания этих сечений введем продольную координату x_g для датчика: в сечении d_g образца $x_g = 0$, в сечении d_x величина $0 < x_g \leq L$, где L - длина датчика.

Диаметр рабочей части образца в сечении d_x , на основании рисунка 6.28, рассчитывается по формуле:

$$d_x = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot x_g + d_g, \quad (6.9)$$

а напряжение σ_{ax} , действующее в сечении d_x , определяется по выражению:

$$\sigma_{ax}(x_g) = 32 \cdot M / (\pi \cdot d_x^3). \quad (6.10)$$

Здесь обозначено: α - угол конуса рабочей части калибровочного образца; M - изгибающий момент, при котором образец подвергается циклическому деформированию на МУИ.

Зависимость $D_x(x_g)$, - поврежденности материала образца в любом его сечении, определяемом координатой $x_g = \text{const}$, по аналогии с формулами (6.7) и (6.8) и учетом (6.9) и (6.10), описывается выражением:

$$D_x(x_g) = E_0(x_g) / [E_0(x_g) + C_0] + D_0 - D_g, \quad (6.11)$$

где:
$$E_0(x_g) = [32 \cdot M / (\pi \cdot d_x^3)]^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_{gn}(x_g)}{P_0(x_g) \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\};$$

$$P_0(x_g) = 1 - 10^{[32 \cdot M / (\pi \cdot d_x^3) - \bar{\sigma}_b] / g^*};$$

$$N_{gn}(x_g) = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{ax}(x_g) - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln [1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_{ax}(x_g))] - N_g.$$

Методику определения калибровочной зависимости ДДПЧ проиллюстрируем на следующем примере. Обратимся к работам [129, 139], где представлены данные испытаний образцов из трубной стали на усталость. Результаты испытаний (темные треугольники) в плоскости параметров $\lg N - \sigma_a$ отражены на рисунке 6.29, на котором также показана медианная кривая усталости (с доверительными границами) построенная на основе модели (6.6).

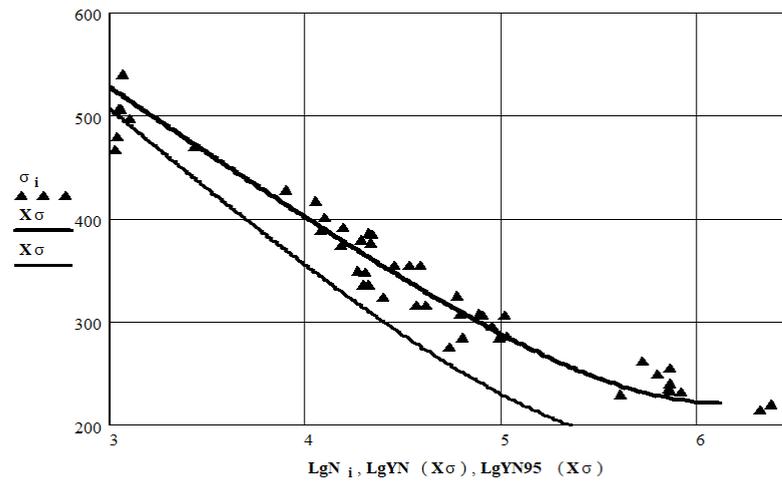


Рисунок 6. 29–Медианная кривая усталости (жирная линия) и левая граница доверительного интервала кривой усталости, соответствующая 2,5% вероятности разрушения образцов

Параметры модели (6.11), описывающие данные испытаний (рисунок 6.29), имеют значения: $\bar{\sigma}_b = 602,1$ МПа; $Q_T^* = 1,53 \cdot 10^6$; $\sigma_R^* = 263,621$ МПа; $\sigma_{RT}^* = 201,914$ МПа; $\vartheta^* = -121,811$; $D_0 = 6,006 \cdot 10^{-11}$.

Для реализации процедуры изготовления ДДПЧ воспользуемся калибровочным образцом с конической рабочей частью (рисунок 6.28), имеющим угол $\alpha = 0,5$ град., на которую наклеим в виде полоски из алюминиевой фольги ДДИТ. Осуществим процесс наработки датчика на МУИ при величине $M = 3,682 \cdot 10^3$ Н·М. В результате циклического деформирования образца числом циклов $N_g = 5000$ на поверхности ДДИТ реакция в виде первых «темных пятен» зафиксирована в сечении образца диаметром $d_g = 5$ мм. На основании формулы (6.10), в этом сечении действовало напряжение $\sigma_a = 300$ МПа. Величину поврежденности материала образца D_g , соответствующую на поверхности датчика границе первых «темных пятен», рассчитаем по выражению (6.8): $D_g = 3,496 \cdot 10^{-10}$. По выражению (6.11), учитывая (6.9) и (6.10), изменяя x_g в диапазоне $0 < x_g \leq L = 20$ мм, рассчитаем точки зависимости $D_x(x_g)$ изменения поврежденности ДДПЧ в пределах его длины, отраженной на рисунке 6.31.

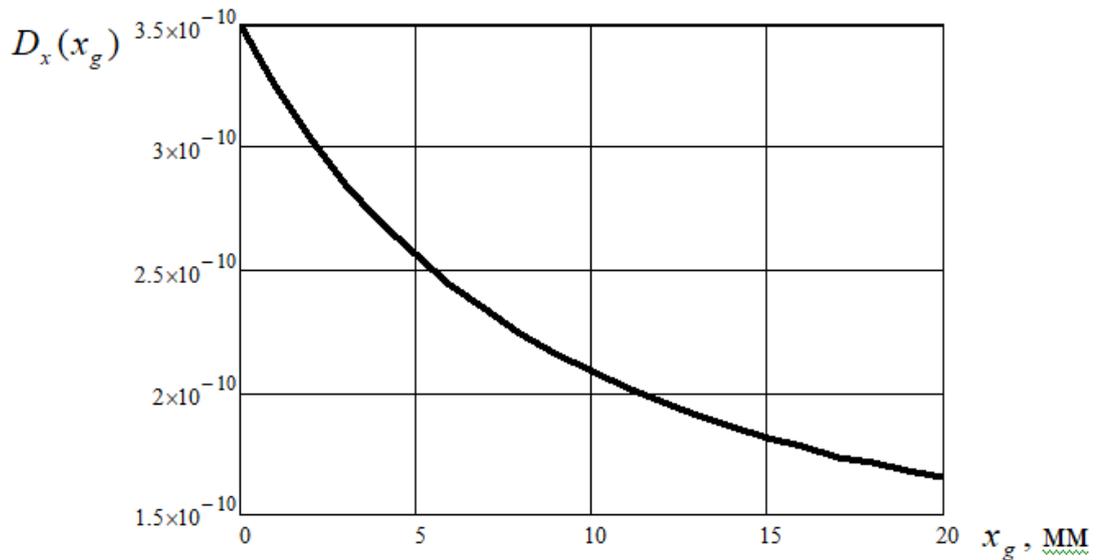


Рисунок 6.31 – Изменение поврежденности по длине ДДПЧ

Разработанные ДДПЧ позволяют реализовать как методики определения напряжений, возникающих в деталях и металлоконструкциях машин, подвергающихся в процессе эксплуатации циклическому деформированию, так и решать задачи прогнозирования их остаточного ресурса по критерию потери усталостной прочности [310]. Методическое обеспечение методик использования ДДПЧ рассмотрим на примерах решения ряда вспомогательных задач.

Задача 1. Определить с помощью ДДПЧ, функция $D_x(x_g)$ которого представлена на рисунке 6.31, амплитуду напряжения σ_a на поверхности детали в процессе ее циклического деформирования из условия, что за число циклов $N_d = 1000$ граница первых «темных пятен» на поверхности ДДИП сместилась на величину $x_g = 12$ мм.

Решение. На основании выражения (6.6) число циклов до разрушения детали, деформирование которой осуществляется при амплитуде напряжения σ_a , описывается выражением:

$$N(\sigma_a) = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_a - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln[1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_a)], \quad (6.12)$$

где $A_0 = D_0 / (1 - D_0)$.

Имея закон $D_x(x_g)$ (рисунок 6.31) изменения поврежденности рабочего участка ДДИП, определим в его сечении $x_g = 12$ мм величину поврежденности, которую должен получить датчик через N_d число циклов деформирования вместе с деталью, чтобы в этом сечении возникли первые «темные пятна». По формулам (6.9), (6.10), (6.11) при $x_g = 12$ мм последовательно рассчитаем:

$$d_{gx} = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot x_g + d_g; \quad \sigma_{gx} = 32 \cdot M / (\pi \cdot d_{gx}^3); \quad (6.13)$$

$$N_{gx} = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{gx} - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln \left[1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_{gx}) \right] - N_g - N_d; \quad (6.14)$$

$$P_{0x} = 1 - 10^{[\sigma_{gx} - \bar{\sigma}_b] / g^*}; \quad E_{0x} = [\sigma_{gx}]^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_{gn}}{P_{0n} \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\}; \quad (6.15)$$

$$D_{gx} = D_0 + D_g - E_{0x} / (E_{0x} - C_0). \quad (6.16)$$

После чего, на основе уравнения (6.6) установим зависимость $N_x(\sigma_a)$ числа циклов от напряжения σ_a до разрушения детали, поврежденность которой соответствует величине D_{gx} :

$$N_x(\sigma_a) = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_a - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln \left[1 - \exp(A_{0x} \cdot C_0 \cdot \sigma_a) \right], \quad (6.17)$$

где $A_{0x} = D_{gx} / (1 - D_{gx})$.

В результате имеем две зависимости для расчета числа циклов до разрушения детали: первая (6.12), - не учитывающая работу детали с ДДПЧ, и вторая (6.17), - отражающая снижение долговечности детали вследствие накопления усталостных повреждений в период работы детали с датчиком, отличающиеся на величину N_d :

$$N(\sigma_a) = N_x(\sigma_a) + N_d. \quad (6.18)$$

Уравнение (6.18), принимая во внимание выражения (6.12) и (6.17), относительно σ_a является трансцендентным, и его решение осуществляется численным методом.

Для исходных данных задачи 1 ($x_g = 12$ мм, $N_d = 1000$ циклов) в результате решения уравнения (6.18) получено $\sigma_a = 379,356$ МПа. Если реакция на ДДПЧ $x_g = 12$ мм зафиксирована при $N_d = 2000$ циклов, то $\sigma_a = 338,477$ МПа, если же при $N_d = 5000$ циклов, то $\sigma_a = 244,041$ МПа.

Реализация рассмотренного алгоритма при варьировании $0 \leq x_g \leq L$ и N_d позволяет построить функцию $\sigma_a = \sigma_a(x_g, N_d)$, линии уровня которой, соответствующие различным фиксированным величинам σ_a , представляют собой совокупность калибровочных кривых ДДПЧ для решения задач определения по показаниям ДДПЧ напряжений в процессе циклического деформирования деталей.

Задача 2. Деталь, изготовленная из материала, кривая усталости для которого представлена на рисунке 6.29, подвергается деформированию в течение $N_1 = 10000$ циклов при $\sigma_{a1} = 350,0$ МПа. После чего деталь продолжает эксплуатироваться при другой величине амплитуды напряжений $\sigma_{a2} = 330,0$ МПа. Необходимо определить медианное значение числа циклов до поломки детали.

Данная задача имеет важное методическое значение. При использовании для ее решения кривой усталости в традиционной форме (в виде степенной или иной математической зависимости, аппроксимирующей данные испытания образцов на долговечность) оценить ресурс детали возможным не представляется. Здесь обычно реализуемый прием расчета эквивалентных напряжений при известных параметрах ступеней блока нагружения не применим, поскольку как таковой блок нагружения отсутствует.

Решение. Входя в зависимость для кривой усталости в форме (6.6) при значениях параметров $\sigma_a = \sigma_{a1}$ и $N = N_1$, получим уравнение с одним неизвестным $D = D_1 + D_0$, где D_1 - накопленное усталостное повреждение в материале детали за период ее циклического деформирования в течение

$N_1 = 10000$ числа циклов при напряжении $\sigma_{a1} = 350,0$ МПа. Уравнение относительно D_1 имеет аналитическое решение:

$$D_1 = E_{01} / (E_{01} + C_0) - D_0, \quad (6.19)$$

где
$$E_0 = (\sigma_{a1})^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_0 - N_1}{P_{01} \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\}; \quad P_{01} = 1 - 10^{(\sigma_{a1} - \bar{\sigma}_b) / g^*};$$

$$N_0 = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{a1} - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln [1 - \exp(A_0 \cdot C_0 \cdot \sigma_{a1})]; \quad A_0 = D_0 / (1 - D_0);$$

параметры C_0 , B_0 , Q_T^* , D_0 и $\bar{\sigma}_b$ на основании (6.7) известны.

Рассчитанная величина D_1 позволяет скорректировать кривую усталости (6.6) и представить ее в форме:

$$N = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_a - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln [1 - \exp(A_{01} \cdot C_0 \cdot \sigma_a)], \quad (6.20)$$

где $A_{01} = (D_1 + D_0) / (1 - D_1 - D_0)$.

Для расчета медианного числа циклов (N_2) до поломки детали при ее циклическом деформировании при напряжении σ_{a2} достаточно воспользоваться выражением (6.20) при подстановке в него $\sigma_a = \sigma_{a2}$:

$$N_2 = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{a2} - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln [1 - \exp(A_{01} \cdot C_0 \cdot \sigma_{a2})]. \quad (6.21)$$

Значение N_2 , определенное по зависимости (6.21), $N_2 = 23640$. Если же $\sigma_{a2} = 300,0$ МПа, то $N_2 = 42080$.

Задача 3. Напряжения, возникающие в процессе эксплуатации детали, описываются блоком, параметры ступеней которого известны: $\sigma_{a1} = 300$ МПа, $N_1 = 6000$; $\sigma_{a2} = 280$ МПа, $N_2 = 9000$; $\sigma_{a3} = 260$ МПа, $N_3 = 15000$. Необходимо определить медианное число циклов до разрушения детали (N). Кривая усталости для материала детали представлена на рисунке 6.29.

Решение. За время работы деталь получила $N_p = N_1 + N_2 + N_3 = 30000$ циклов деформирования. Для определения долговечности детали определим

постоянное по амплитуде эквивалентное напряжение σ_E , которое приведет к накопленному повреждению в детали за N_p число циклов деформирования такому же по величине повреждению, что и работа детали при заданном блоке изменения напряжений.

По зависимостям (6.19) при $\sigma_{a1} = 300,0$ МПа, $N_1 = 6000$ рассчитаем накопленное усталостное повреждение в материале детали за первую ступень блока: $D_1 = 3,366 \cdot 10^{-10}$. По аналогии с выражениями (6.19) выпишем зависимости для расчета накопленного повреждения за вторую ступень блока D_2 :

$$D_2 = E_{02} / (E_{02} + C_0) - D_0 - D_1, \quad (6.22)$$

где
$$E_{02} = (\sigma_{a2})^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_1 - N_2}{P_{02} \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\}; \quad P_{02} = 1 - 10^{(\sigma_{a2} - \bar{\sigma}_b) / g^*};$$

$$N_1 = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{a2} - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln \left[1 - \exp(A_1 \cdot C_0 \cdot \sigma_{a2}) \right]; \quad A_1 = (D_0 + D_1) / (1 - D_0 - D_1).$$

При $\sigma_{a2} = 280,0$ МПа, $N_2 = 9000$ по формулам (6.22) рассчитаем $D_2 = 2,359 \cdot 10^{-9}$.

Для определения D_3 зависимости строятся подобным образом и имеют вид:

$$D_3 = E_{03} / (E_{03} + C_0) - D_0 - D_1 - D_2, \quad (6.23)$$

где
$$E_{03} = (\sigma_{a3})^{-1} \ln \left\{ 1 - \exp \left[\frac{N_2 - N_3}{P_{03} \cdot Q_T^* \cdot B_0} \right] \right\}; \quad A_2 = (D_0 + D_1 + D_2) / (1 - D_0 - D_1 - D_2);$$

$$N_2 = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_{a3} - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln \left[1 - \exp(A_2 \cdot C_0 \cdot \sigma_{a3}) \right]; \quad P_{03} = 1 - 10^{(\sigma_{a3} - \bar{\sigma}_b) / g^*}.$$

В результате расчета по (6.23) при $\sigma_{a3} = 260,0$ МПа, $N_3 = 15000$ установившим $D_3 = 2,240 \cdot 10^{-8}$.

За все три ступени блока материал детали получит повреждение

$$D_\Sigma = \sum_{i=0}^3 D_i, \text{ знание которого позволяет кривую усталости по аналогии с выражениями (6.17), (6.20) представить в виде:}$$

жениями (6.17), (6.20) представить в виде:

$$N_b(\sigma_a) = \left(1 - 10^{\frac{\sigma_a - \bar{\sigma}_b}{g^*}} \right) \cdot Q_T^* \cdot B_0 \cdot \ln[1 - \exp(A_\Sigma \cdot C_0 \cdot \sigma_a)], \quad (6.24)$$

где: $A_\Sigma = D_\Sigma / (1 - D_\Sigma)$.

Число циклов до разрушения детали, деформирование которой осуществляется при амплитуде напряжения σ_E , описывается выражением (6.12):

$N(\sigma_E)$. Это число циклов по отношению к расчету по формуле (6.24) при $\sigma_a = \sigma_E$ должно отличаться на величину N_p . В результате имеем следующее трансцендентное относительно σ_E уравнение:

$$N_b(\sigma_E) + N_p - N(\sigma_E) = 0. \quad (6.25)$$

Решая данное уравнение численным методом, определим: $\sigma_E = 276,427$ МПа. Расчет медианного числа циклов до разрушения детали, учитывая, что она уже отработала в течение N_p числа циклов, выполняется по зависимости (6.12) при подстановке в нее $\sigma_a = \sigma_E$ и вычитания из полученного значения величины N_p . В результате реализации описанной процедуры определим, что при продолжении работы детали в условиях заданного блока нагружения она выйдет из строя через 76630 число циклов.

Рассмотренная задача является промежуточной к задаче 4 при определении по показаниям ДДПЧ эквивалентных по повреждающему воздействию чисел циклов ступеней блока, когда они заданы лишь относительными величинами, установленными на основе обработки случайного процесса нагружения детали в эксплуатации.

Задача 4. При работе деталь нагружается блоком нагрузки с известными величинами напряжений каждой ступени блока: $\sigma_{a1} = 300$ МПа $\sigma_{a2} = 280$ МПа; $\sigma_{a3} = 260$ МПа, а их длительность выражена относительными единицами: $t_1 = 0,2$; $t_2 = 0,3$; $t_3 = 0,5$ и известно лишь время (T_Σ) работы детали. Требуется определить медианное число циклов до разрушения детали.

Решение. Поскольку в данном случае длительность ступеней блока нагружения в числах циклов деформирования неизвестна, воспользоваться рас-

смотренной выше **задачей 3** и кривой усталости (6.12) для прогнозирования долговечности детали возможным не представляется. Для решения данной задачи эксплуатацию детали осуществляют с ДДПЧ в течение времени T_Σ , по истечении которого фиксируют величину x_g смещения границы первых «темных пятен» на поверхности датчика. Обозначим через N_Σ суммарное число циклов за время работы детали с ДДПЧ, зная которое длительность ступеней блока нагружения легко рассчитывается: $N_1 = N_\Sigma \cdot t_1$, $N_2 = N_\Sigma \cdot t_2$, $N_3 = N_\Sigma \cdot t_3$.

Обратимся к формулам (6.13)...(6.15). Заменяя в них N_d на N_Σ при $x_g = const$ зависимость (6.16), отражающую накопленную поврежденность материала (D_{gx}), представим в виде функции от N_Σ :

$$D_{gx}(N_\Sigma) = D_0 + D_g - E_{0x}(N_\Sigma) / [E_{0x}(N_\Sigma) - C_0]. \quad (6.26)$$

При известных σ_{a1} , σ_{a2} , σ_{a3} , учитывая, что $N_1 = N_\Sigma \cdot t_1$, $N_2 = N_\Sigma \cdot t_2$, $N_3 = N_\Sigma \cdot t_3$, по формулам (6.19), (6.22) и (6.23) определим накопленную поврежденность материала за все три ступени блока нагружения в виде функции от N_Σ :

$$D_\Sigma(N_\Sigma) = D_0 + \sum_{i=1}^3 D_i(N_\Sigma). \quad (6.27)$$

Поскольку величина $D_{gx}(N_\Sigma)$, зафиксированная на основе обработки реакции ДДПЧ, должна совпадать с рассчитанным на базе кинетической теории усталости значением $D_\Sigma(N_\Sigma)$, имеем следующее, трансцендентное относительно N_Σ , уравнение:

$$[D_{gx}(N_\Sigma) - D_\Sigma(N_\Sigma)] / D_0 = 0. \quad (6.28)$$

В уравнении (6.28), учитывая малую величину слагаемых, введен нормирующий множитель D_0 .

В результате решения уравнения (6.28) при $\sigma_{a1} = 300$ МПа $\sigma_{a2} = 280$ МПа; $\sigma_{a3} = 260$ МПа, $t_1 = 0,2$; $t_2 = 0,3$; $t_3 = 0,5$, $x_g = 15$ мм для используемого ДДПЧ установлено: $N_\Sigma = 5013$. Полученное значение N_Σ позволяет

рассчитать величины N_1 , N_2 , N_3 после чего параметры ступеней блока становятся известными и для прогнозирования медианного числа циклов до разрушения детали достаточно реализовать процедуру, рассмотренную при решении задачи 3.

6.6. Расчетно-экспериментальная методика прогнозирования остаточного ресурса деталей при эксплуатации

Построенные на основе кинетической теории механической усталости и методов непараметрической статистики математические модели и алгоритмы обработки данных усталостных испытаний образцов, созданное методическое обеспечение способов применения ДДПЧ являются научной основой разработанной расчетно-экспериментальной методики прогнозирования ресурса детали, подвергаемой в условиях эксплуатации воздействию случайного спектра внешней нагрузки, деформация от которой зафиксирована, например, с помощью электротензометрирования, то есть на момент решения задачи имеется выборка напряжений $\sigma_i, i = \overline{1, n}$. В тех случаях, когда непосредственное измерение деформаций затруднено (например, на трубопроводе) [13, 136], выборка σ_i определяется на основе измерения косвенных параметров (давлений, температуры) и затем расчета действующих напряжений по аналитическим зависимостям.

Условия, при которых реализуется методика.

- Для материала детали построена кривая усталости (6.6), параметры и границы доверительных интервалов которой рассчитаны путем обработки результатов испытаний образцов до поломки в соответствии с построенными в главе 4 алгоритмами.
- Изготовлены ДДПЧ, для которых определена зависимость величины накопленных повреждений $D_x(x_g)$ в пределах рабочей части датчика (рисунок 6.31), граница первых «темных пятен» соответствует $x_g = 0$.

- Нагружение детали в течение всего времени эксплуатации соответствует аддитивному случайному процессу.
- Известно время (T_n) работы детали до наклейки ДДПЧ в места ее вероятного разрушения вследствие накопления усталостных повреждений.
- Известно время (T_g) эксплуатации детали с ДДПЧ, по окончании которой на датчике зафиксирована величина (x_g) смещения границы первых «темных пятен».

Конечным результатом расчетно-экспериментальной методики является прогнозирование остаточного ресурса (часов) детали с заданной вероятностью не разрушения вследствие усталости.

Основными этапами разработанной расчетно-экспериментальной методики являются.

Этап 1. По выборке $\sigma_{ai}, i = \overline{1, n}$ методами непараметрической статистики восстанавливают необходимую для дальнейших расчетов функцию плотности распределения напряжений $f_n(\sigma_a)$ (рисунок 6.32а). Знание $f_n(\sigma_a)$ позволяет представить режим нагружения в виде конечного числа (m) ступеней блока, сумма относительной продолжительности ступеней которых $\sum_{i=1}^m t_j = 1$,

рисунок 6.32б.

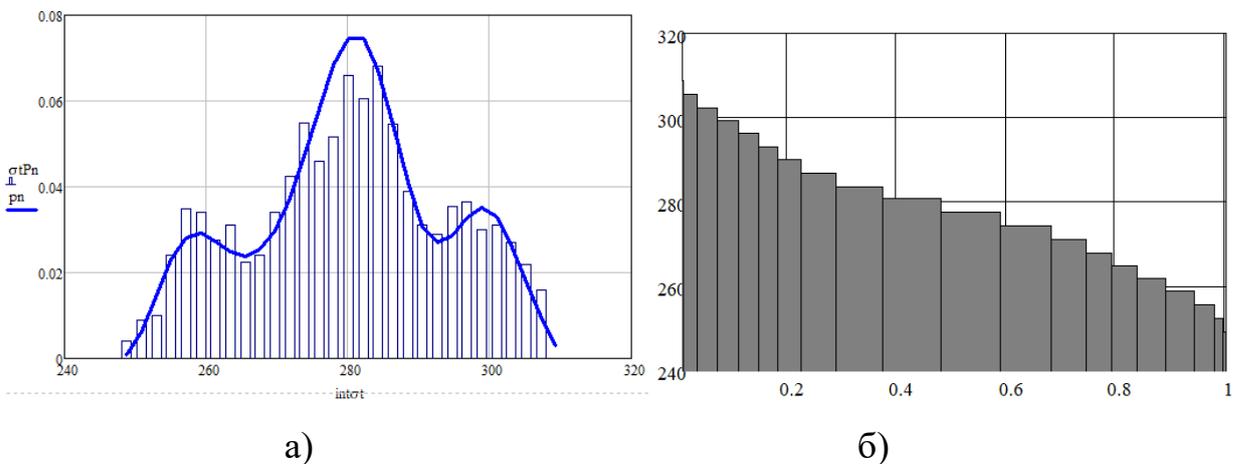


Рисунок 6.32. Функция $f_n(\sigma_a)$ и блок нагружения в относительных единицах длительности ступеней

Этап 2. При зафиксированной после работы детали с ДДПЧ величине x_g , реализуя решение **задачи 4** (подраздел 6.5) на основе известных величинах напряжений σ_{aj} , $j = \overline{1, m}$ ступеней блока и относительной их длительности t_j , $j = \overline{1, m}$ (рисунок 6.32б), определяется полученное деталью за время T_g в процессе ее эксплуатации с ДДПЧ эквивалентное число циклов (N_g) нагружения, которое позволяет рассчитать число циклов каждой ступени блока нагружения детали: $N_{gj} = N_g \cdot t_j$, $j = \overline{1, m}$.

Этап 3. Решая **задачу 3** (подраздел 6.5) при известной величине x_g и восстановленных параметрах блока нагружения (рисунок 6.32б), определяют напряжения σ_E , эквивалентные блоку нагружения.

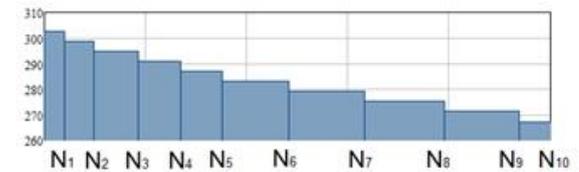
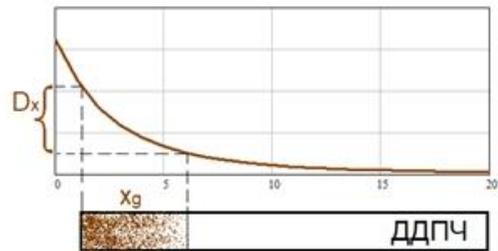
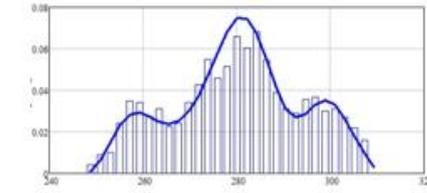
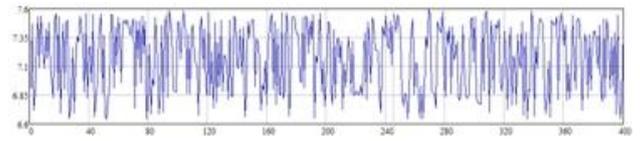
Этап 4. Знание T_g и установленное значение N_g позволяют вычислить коэффициент $K_g = N_g / T_g$, имеющий размерность цикл/час, обеспечивающий приведение случайного режима нагружения детали к эквивалентному блочному, параметры которого идентифицированы до конкретных значений.

Этап 5. Имея σ_E и математическое описание кривой усталости (6.6), рассчитывают медианное значение числа циклов до поломки N_m и число циклов с заданной вероятностью не разрушения N_m^α .

Этап 6. Остаточный ресурс T_o детали (в часах) рассчитывается по зависимости: $T_o = N_m^\alpha / K_g - T_n - T_g$.

Блок-схема алгоритма прогнозирования остаточного ресурса детали представлена на рисунке 6.33.

Примеры реализации разработанной расчетно-экспериментальной методики прогнозирования остаточного ресурса приведены в работах [155, 170].



$$K_э = N_g / T_g$$

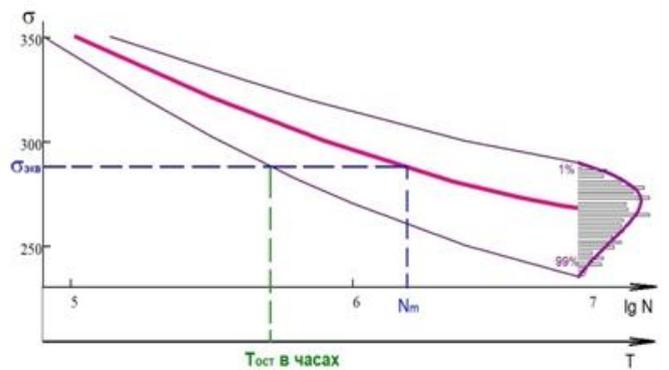


Рисунок 6.33 – Блок-схема алгоритма прогнозирования остаточного ресурса детали

6.7. Выводы по Главе 6

1. В развитие экспериментальных методов оценки нагруженности и долговечности деталей по показаниям ДДИТ:

- предложен новый способ количественной оценки реакции датчиков основанный на цифровой обработке ее снимков, исключая роль субъективного фактора и обеспечивающий более чем в три раза повышение точности измерений деформаций;

- разработана и результатами расчета методом конечных элементов обоснована оригинальная форма образцов, позволяющая для исследования сварных соединений по показаниям ДДИТ существенно упростить процедуру построения для них калибровочной зависимости;

- на основе данных конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния деталей осуществлена верификация внешней реакции на ДДИТ, в результате которой установлено, что границы первых «темных пятен» на датчике соответствует картине распределений деформаций сжатия.

2. С помощью разработанных методов использования ДДИТ впервые получены данные о распределении напряжений и деформаций в основном материале, зоне термического влияния и на границе сплавления сварного образца, в вершине усталостной трещины; вскрыты особенности нагруженности зубьев колес передачи Новикова с двумя линиями зацепления.

3. Для датчиков деформаций с переменной чувствительностью (ДДПЧ), не имеющих инкубационного периода, позволяющих регистрировать реакцию в любой момент прерывания испытаний при существенно более простой процедуре ее фиксации, впервые разработано методическое и программное обеспечение включающее:

- математические модели, описывающие закон изменения поврежденности материала датчика по длине его рабочей части;

- аналитические зависимости и алгоритмы расчета по показаниям ДДПЧ величины накопленного повреждения детали при ее циклическом деформировании заданным блоком нагружения;
- математические модели и процедуры решения задач определения по реакции ДДПЧ эквивалентных чисел циклов нагружения и эквивалентного по повреждающему воздействию напряжения.

4. Применительно к условиям эксплуатационного нагружения деталей на основе использования аппарата непараметрической статистики, кинетической теории многоциклового усталости и ДДПЧ разработан расчетно-экспериментальный метод прогнозирования долговечности с заданной вероятностью неразрушения, позволяющий оценить остаточный ресурс детали во временном диапазоне для ее стационарного регулярного нагружения независимо от сложности спектра деформирования.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложена и доведена до алгоритмов и программной реализации методология оценки прочностной надежности деталей машин общепромышленного применения для условий их нерегулярного нагружения в эксплуатации. Методология основана на применении методов непараметрической статистики, поэтому позволяет учитывать любые законы нагружения детали, фактические функции распределения действующих и предельных напряжений. Для оценки вероятности отказа деталей сложной геометрической формы в рамках методологии разработан блок, основанный на применении конечно-элементного анализа в сочетании с планированием и реализацией численного эксперимента. На тестовых примерах расчета зубчатых передач показано, что при изменении режима их работы от легкого к тяжелому вероятность отказа по контактной прочности изменяется более чем на порядок (от 0,197% до 2,215%). Вероятность отказа подшипника качения 2207 по динамической грузоподъемности при переходе от легкого к тяжелому режиму нагружения с учетом фактического закона распределения коэффициента запаса изменяется от 3,874% до 14,017%, в то же время в необоснованном предположении нормального закона вероятность отказа изменяется от 0,812% до 44,953%. При учете фактических законов распределения коэффициента запаса прочности вала при переходе от легкого к тяжелому режиму работы вероятность отказа вала изменяется от 0,702% до 13,936%, а вероятность отказа в необоснованном предположении нормального закона от 0,0% до 26,599%. В процессе верификации разработанной методологии на основе известных данных повреждения рамы тележки локомотива при среднем нормальном режиме нагружения, статистика отказов которых составила 10% , показано, что рассчитанная вероятность отказа рамы предложенным методом равна 9,44%, в то время как по двум ранее разработанным методам в результате расчетов получены значения 4,15% и 33%.

2. На основе построенных математических моделей и алгоритмов осуществлено развитие кинетической теории многоциклового усталости в части

расчета параметров полуэмпирических моделей кривых усталости, определения путем компьютерного моделирования и применения методов непараметрической статистики функции плотности распределения предела выносливости. Предложен основанный на компьютерном моделировании алгоритм и его программная реализация, впервые позволивший реализовать процедуру расчета границ доверительных интервалов кривой усталости с учетом фактических законов распределения чисел циклов до разрушения образцов и оценить величину систематических ошибок, вносимых традиционно применяемым при расчете границ методом линейного регрессионного анализа. На примере обработки образцов из стали 50 показано, что использование традиционных методик обработки данных усталостных испытаний при расчете границ доверительного интервала приводит к систематическим ошибкам до 30% прогнозирования долговечности образцов с вероятностью разрушения 5%. Впервые на основе обработки результатов испытаний образцов на долговечность разработана математическая модель определения в рамках кинетической теории механической усталости исходной поврежденности материала образцов. Предложены математические модели и алгоритмы, обеспечивающие при известных параметрах блока изменения нагрузки при эксплуатации детали расчет накопленных усталостных повреждений в ее материале, определение эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений, необходимых для прогнозирования долговечности детали на основе кривой усталости.

3. В развитие экспериментальных методов оценки нагруженности и долговечности деталей по показаниям ДДИТ:

- предложен новый способ количественной оценки реакции датчиков, исключая роль субъективного фактора и обеспечивающий более чем в три раза повышение точности измерений деформаций;
- предложена и обоснована оригинальная форма образцов, позволяющая для исследования сварных соединений по показаниям ДДИТ существенно упростить процедуру построения для них калибровочной зависимости;

- на основе данных конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния деталей осуществлена верификация внешней реакции на ДДИТ, в результате которой установлено, что границы первых «темных пятен» на датчике соответствует картине распределений деформаций сжатия.

С помощью разработанных методов использования ДДИТ впервые получены данные о распределении напряжений и деформаций в основном материале, зоне термического влияния и на границе сплавления сварного образца, в вершине усталостной трещины; вскрыты особенности нагруженности зубьев колес передачи Новикова с двумя линиями зацепления.

Для датчиков деформаций с переменной чувствительностью (ДДПЧ), не имеющих инкубационного периода, позволяющих регистрировать реакцию в любой момент прерывания испытаний при существенно более простой процедуре ее фиксации, впервые разработано методическое и программное обеспечение включающее:

- математические модели, описывающие закон изменения поврежденности материала датчика по длине его рабочей части;
- аналитические зависимости и алгоритмы расчета по показаниям ДДПЧ величины накопленного повреждения детали при ее циклическом деформировании заданным блоком нагружения;
- математические модели и процедуры решения задач определения по реакции ДДПЧ эквивалентных чисел циклов нагружения и эквивалентного по повреждающему воздействию напряжения.

4. Применительно к условиям эксплуатационного нагружения деталей на основе применения аппарата непараметрической статистики, кинетической теории многоциклового усталости и ДДПЧ разработан расчетно-экспериментальный метод прогнозирования долговечности с заданной вероятностью неразрушения (90%...99%), позволяющий оценить остаточный ресурс детали во временном диапазоне, когда ее нагружение является аддитивным случайным процессом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Айвазян, С.А. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. / С.А.Айвазян, И.С.Енюхов, Л.Д.Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
- 2 Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / под ред. В.Н.Вапника. – М.: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1984. – 816 с.
- 3 Алейников, С.М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований / С.М. Алейников. – М.: Изд-во "АСВ", 2000. – 754 с.
- 4 Анурьев, В.И. Справочник конструктора-машиностроителя / В.И. Анурьев // В 3-х т. 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2006. – 2816с.
- 5 Арасланов, А.М. Расчет элементов конструкций заданной надежности при случайных воздействиях/А.М. Арасланов.-М.:Машиностроение,1987.-128с.
- 6 Байхельт, Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход : пер. с нем./Ф. Байхельт, П. Франкен.-М.:Радио и связь,1988.- 392с.
- 7 Балденко, Д. Ф. Одновинтовые Гидравлические машины / Д. Ф. Балденко, Ф.Д. Балденко, А.Н. Гноевых // В 2 т. – М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2007. – Т. 2. Винтовые забойные двигатели. – 470 с.
- 8 Бандин, О.А. Основы метода оценки усталостного и квазистатического малоциклового повреждения конструкций с использованием тензорезисторов / О.А. Бандин, А.П. Гусенков, Г.Л. Шаршунов // Машиноведение. – 1977. – №5. – С. 94-100.
- 9 Бейзельман, Р.Д. Подшипники качения. Справочник. Изд-е пятое, исправленное и дополненное / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1967. – 563с.
- 10 Белобородов, А.В. Оценка надежности трубопроводной арматуры / А.В. Белобородов //ANSYS Solution. Русская редакция. – 2006. – №1. – С.4-6.
- 11 Белобородов, А.В. К определению геометрии образцов для тарирования датчиков деформаций интегрального типа на сварных швах / А.В. Бело-

- родов, К.В. Сызранцева, О.В. Богомолов // Проблемы развития ТЭК Западной Сибири на современном этапе: труды международной научно-технической конференции. – Тюмень, 2003. – С. 138-141.
- 12 Белобородов, А.В. Использование численных методов для анализа напряженно-деформированного состояния крепи нефтяных скважин в криолитозоне / А.В. Белобородов, К.В. Сызранцева, В.Г. Кузнецов // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: материалы V международной конференции. – Санкт-Петербург. – 2003. – С. 56-62.
- 13 Белобородов, А.В. Расчет вероятности отказов технологических трубопроводов по критерию прочности / А.В. Белобородов, К.В. Сызранцева, Д.Г. Нероденко // Нефтепромысловое дело. – 2009. – №7. – С. 52-56.
- 14 Биргер, И.А. Расчеты на прочность деталей машин. Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шор, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
- 15 Биргер, И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1978. – 234 с.
- 16 Благонравов, А.А. К расчету подшипников, работающих без корпуса / А.А. Благонравов, К.В. Сызранцева // Наука и технологии. Труды XXII Российской школы. – Москва: Российская академия наук, 2002. – С. 126-131.
- 17 Богданофф, Дж. Вероятностные модели накопления повреждений : пер. с англ. / Дж. Богданофф, Ф. Козин. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
- 18 Богомолов, О.В. Диагностика нагруженности и ресурса роторов насосных агрегатов по показаниям датчиков деформаций интегрального типа : автореф. дис. ...канд. техн. наук. / О.В. Богомолов. – Тюмень, 2007. – 16 с.
- 19 Бойко, В.И. Анализ неразрушающих методов оценки усталостного повреждения металлов: Обзор / В.И. Бойко, Ю.И. Коваль. – Киев: Препринт АН УССР, 1982. – 35 с.
- 20 Болотин, В.В. Методы теории вероятности и теории надежности в расчетах сооружений: 2-е изд., перераб. и доп. / В.В. Болотин. – М.: Стройиздат, 1981. – 351 с.

- 21 Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
- 22 Болотин, В.В. К теории датчиков повреждения и счетчиков ресурса / В.В. Болотин, С.М. Набойщиков // Расчеты на прочность: сб. статей. Вып. 24 / под общ. ред. Н. Д. Тарабасова. – М.: Машиностроение, 1983. – С.79-94.
- 23 Бреббия, К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Врубел. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
- 24 Бурков, М.В. Оценка циклической наработки углеволокнистых композитов с помощью датчиков деформации интегрального типа / М.В. Бурков, С.В. Панин, П.С. Любутин, Ю.А. Алтухов, А.В. Еремин // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций : сборник материалов III Всероссийской конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Ю.Н. Работнова. – Новосибирск, 2014. – С. 20.
- 25 Вапник, В.Н. Непараметрический метод восстановления плотности вероятности / В.Н. Вапник, А.Р. Стефанюк // Автоматика и телемеханика. – 1978. – №8. – С.38-52.
- 26 Вентцель, Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.
- 27 Влияние технических характеристик клина-отклонителя и обсадных труб на надежность соединения стволов многоствольных скважин / А.В. Ошибков [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2015. – №11. – С.121-123.
- 28 Гинзбург, Е.Г. Зубчатые передачи: Справочник / Е.Г. Гинзбург, Н.Ф. Голованов, Н.Б. Фирун, Н.Т. Халебский; под общ. ред. Е.Г.Гинзбурга. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. – 416 с.
- 29 Гнеденко, Б.В. Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
- 30 Голофаст, С.Л. Методология оценки нагруженности и усталости металлоконструкций и элементов приводов датчиками деформаций интегрального типа : дис. ... докт. техн. наук. / С.Л. Голофаст. – Тюмень, 2004. – 280 с.
- 31 Голофаст, С.Л. Разработка экспериментально-расчетных методов оценки

- нагруженности и прогнозирования ресурса деталей машин на примере передач Новикова ДЛЗ : дис. ... канд. техн. наук / С.Л. Голофаст. – Курган, 1994. – 218 с.
- 32 Голофаст, С.Л. Математическая модель кривой усталости для оценки долговечности элементов станка-качалки / С.Л. Голофаст, К.В. Сызранцева, Ю.С. Иванова // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2010. – №6. – С. 92-94.
- 33 ГОСТ 21354-75 Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. – М.: Изд-во Стандарт, 1981. – 61 с.
- 34 Гохфельд, Д.А. Несущая способность конструкций при повторных нагружениях/Д.А. Гохфельд, О.Ф. Чернявский.-М.:Машиностроение, 1979.-263с.
- 35 Гуревич, Д.Ф. Расчет и конструирование трубопроводной арматуры / Д.Ф. Гуревич. – М.-Л.: Машиностроение, 1964. – 832 с.
- 36 Гусев, А.С. Расчет конструкций при случайных воздействиях / А.С. Гусев, В.А. Светлицкий. – М.: Машиностроение, 1984. – 240 с.
- 37 Гусенков, А.П. Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении / Гусенков А.П. – М.: Наука, 1979. – 295 с.
- 38 Деврой, Л. Непараметрическое оценивание плотности. L_1 -подход : пер. с англ. / Л. Деврой, Л. Дьёрфи. – М.: Мир, 1988. – 408 с.
- 39 Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных : пер. с англ. / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
- 40 Дьяконов, В.П. MachCad 2001: Специальный справочник / Дьяконов В.П. – СПб.: Питер, 2002. – 832 с.
- 41 Еремин, А.В., Исследование влияния напряженно-деформированного состояния на реакцию датчика деформации интегрального типа/А.В. Еремин, М.В. Бурков, П.С. Любутин // Современные техника и технологии : сборник докладов XX Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых.-Томск: Изд-во ТПУ, 2014.-С. 11-12.
- 42 Жовинский, А.Н. Инженерный экспресс-анализ случайных процессов /

- А.Н. Жовинский, В.Н. Жовинский. – М.: Энергия, 1979. – 112 с.
- 43 Заблонский, К.И. Детали машин / К.И. Заблонский. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 518 с.
- 44 Змызгова, Т.Р. Математические модели и алгоритмы компьютерной обработки цифровых изображений реакции датчиков деформаций интегрального типа : дис. ...канд. техн. наук. / Змызгова Т.Р. – Курган, 2007. – 149 с.
- 45 Иванов, М.Н. Детали машин: учебник для машиностроительных специальностей вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – 8-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2003. – 408с.
- 46 Иосилевич, Г.Б. Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин / Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
- 47 Казак, С.А. Вероятностный расчет усталостной долговечности при нормально распределенном случайном стационарном нагружении / С.А. Казак// Вестник машиностроения.- 1995.- №4.- С.6-9.
- 48 Капур, К. Надежность и проектирование систем : пер. с англ. / К. Капур, Л. Ламберсон.– М.: Мир, 1980. – 604с.
- 49 Качество и надежность в производстве / под ред. И.В. Апполонова // Надежность и эффективность в технике: справочник : в 10 т. / ред. совет В.С. Авдудевский [и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – Т.7. – 280 с.
- 50 Кендалл, М.Дж. Многомерный статистический анализ и временные ряды / М.Дж. Кендалл, А. Стьюарт. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
- 51 Когаев, В.П. Прочность и износостойкость деталей машин: учеб. пособие для машиностр. спец. вузов / В.П. Когаев, Ю.Н. Дроздов. – М.: Высш.шк., 1991. – 319 с.
- 52 Когаев, В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: справочник / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
- 53 Коллакот, Р. Диагностика повреждений : пер. с англ. / Коллакот Р. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
- 54 Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предска-

- зание, предотвращение : пер. с англ. / Дж. Коллинз. – М.: Мир, 1984. –624с.
- 55 Костенко, Н.А. Прогнозирование надежности транспортных машин / Н.А. Костенко. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
- 56 Кузнецов, В.Г. Оценка напряженного состояния крепи арктических скважин при их промерзании / В.Г. Кузнецов, К.В. Сызранцева, А.В. Белобородов // Бурение и нефть. – 2004. – №1. – С 16-17.
- 57 Маленков, А.И. Разработка методов диагностики и прогнозирования работоспособности деталей передач при циклическом нагружении: дис. ... канд. техн. наук / А.И.Маленков. – Курган, 1996. –187с.
- 58 Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкции на прочность /Н.А. Махутов.-М.:Машиностроение,1981.-272с.
- 59 Махутов, Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность / Н.А. Махутов // Новосибирск: Наука, 2005. – Ч. 1. Критерии прочности и ресурса. – 494 с.
- 60 Махутов, Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность / Н.А. Махутов // Новосибирск: Наука, 2005. – Ч. 2. Обоснование ресурса и безопасности. – 610 с.
- 61 Махутов, Н.А. Анализ рисков отказов при функционировании потенциально опасных объектов / Н.А. Махутов, М.М. Гаденин, А.О. Чернявский, М.М.Шатов // Проблемы анализа риска. – 2012. – Т.9. – №3. – С.8-21.
- 62 Махутов, Н.А. Вероятностный риск-анализ конструкций технических систем / Н.А. Махутов, А.М. Лепихин, В.В. Москвичев, А.П. Черняев. – Новосибирск: Наука, 2003. – 173 с.
- 63 Махутов, Н.А. Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов / Н.А. Махутов, В.Н. Пермьяков. – Новосибирск: Наука, 2005. – 516 с.
- 64 Морозов, Е.М. ANSYS в руках инженера: Механика разрушения / Е.М. Морозов, А.Ю. Муйземнек, А.С. Шадский. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 456с.
- 65 Москвин, П.В. Разработка методики прогнозирования остаточного ресурса сварных металлоконструкций с использованием датчиков интегрального типа (на примере мостовых кранов): автореф. дис... канд. техн. наук / П.В.

- Москвин. – Курган, 2007. – 24 с.
- 66 Нероденко, Д.Г. Расчет прочностной надежности элементов технологических трубопроводов методами непараметрической статистики / Д.Г. Нероденко, К.В. Сызранцева // Нефтяное хозяйство. – 2012. – №6. – С. 94-96.
- 67 Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1991. – 304 с.
- 68 Окубо, Х. Определение напряжений гальваническим меднением : пер. с японск. / Х. Окубо. – М.: Машиностроение, 1968. – 152 с.
- 69 Олейник, Н.В. Несущая способность элементов конструкций при циклическом нагружении / Н.В. Олейник. – Киев: Наук. думка, 1985. – 240 с.
- 70 Определение мест вероятного разрушения несущих элементов транспортных средств в процессе их ходовых испытаний с помощью датчиков деформаций интегрального типа: отчет о НИР / руководитель В.Н. Сызранцев. – Курган: Курганский машиностроительный институт, 1994. – Г93-16/2. – № ГР 01.9.4000 7867. – 49 с.
- 71 Определение прочностных свойств стали гибких труб / В.Н. Сызранцев [и др.] // Территория «НЕФТЕГАЗ». – 2013. – №4. – С.76-77.
- 72 Орлов, А.И. О критериях согласия с параметрическим семейством / А.И. Орлов // Заводская лаборатория. – 1997. – т.63. – №5. – С.49-50.
- 73 Орлов, А.И. Прикладная статистика. Учебник / А.И. Орлов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2004. – 656 с.
- 74 Острейковский, В.А. Теория надежности: Учеб. для вузов / В.А.Острейковский. – М.: Высш. шк., 2003. – 463 с.
- 75 Оценка напряженно-деформированного состояния конструкции соединения стволов многоствольных скважин / А.В. Ошибков [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2015. – №6. – С. 83-85.
- 76 Оценка распределения напряжений в сварном соединении датчиками деформаций интегрального типа / В.Н. Сызранцев [и др.] // Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании : материалы III

- Международной конференции. – Тюмень, 2008. – С.187-183.
- 77 Панин, С.В. Применение датчиков деформации интегрального типа для оценки усталостной поврежденности углеродных композитов / С.В. Панин, М.В. Бурков, П.С. Любутин, Ю.А. Алтухов, С.А. Хижняк // Дефектоскопия. – 2014. – № 5. – С. 47- 59.
- 78 Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев; отв. ред. Г.С. Писаренко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736с.
- 79 Поведение стали при циклических нагрузках : пер. с нем. / под ред. проф. В.Даля. – М.: Металлургия, 1982. – 568 с.
- 80 Поллард, Дж. Справочник по вычислительным методам статистики : пер. с англ / Дж. Поллард. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 344 с.
- 81 Поляков, Б.Н. Усталостные свойства материала крупногабаритных деталей / Б.Н. Поляков // Техника машиностроения. – 2010. – №2. – С.22-31.
- 82 Поршнева, С.В. Методика оценивания параметров случайной величины со смешанным двуимодальным законом распределения на основе итерационного использования аппроксимации Розенблатта–Парзена и метода мнимых источников / С.В. Поршнева, А.С. Копосов // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5 (часть 5). – С.974-983.
- 83 Поршнева, С.В. Методика оценивания параметров случайной величины со смешанным двуимодальным законом распределения на основе совместного использования аппроксимации Розенблатта–Парзена, метода мнимых источников и генетических алгоритмов / С.В. Поршнева, А.С. Копосов // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 8 (часть 3). – С.583-589.
- 84 Почтенный, Е.К. Введение в дислокационную теорию деформации деталей машин / Е.К. Почтенный. – Минск: БПИ, 1960. – 99 с.
- 85 Почтенный, Е.К. Кинетическая теория механической усталости и ее приложения / Е.К. Почтенный. – Минск: Наука и техника, 1973. – 213 с.
- 86 Почтенный, Е.К. Оценка циклической прочности деталей машин / Е.К. Почтенный // Вестник машиностроения. – 1969. – №9. – С.11-15.

- 87 Почтенный, Е.К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости машин / Е.К. Почтенный. – Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с.
- 88 Почтенный, Е.К. Суммирование усталостных повреждений / Е.К. Почтенный // Вестник машиностроения. – 1982. – №1. – С.11-15.
- 89 Почтенный, Е.К. Упрощенный метод линейного суммирования усталостных повреждений с учетом снижения предела выносливости / Е.К. Почтенный // Вестник машиностроения. – 1986. – №8. – С.33-37.
- 90 Приводы машин: справочник / В.В. Длоугий, Т.И. Муха, А.П. Цупиков, Б.В. Януш; под общ. ред. В.В. Длоугого. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1982. – 383 с.
- 91 Пригоровский, Н.И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений: справочник / Н.И. Пригоровский. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
- 92 Применение датчиков усталостного повреждения для оценки нагруженности элементов конструкций / В.Т. Трощенко [и др.] // Проблемы прочности. – 1984. – № 12. – С.18-21.
- 93 Прочность и надежность механического привода / под ред. В.Н.Кудрявцева и Ю.А.Державца. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1977. – 240 с.
- 94 Развитие методов диагностики с помощью датчиков деформаций интегрального типа (ДДИТ) усталостных повреждений и ресурса деталей (металлоконструкций) транспортных средств: отчет о НИР / руководитель В.Н.Сызранцев. – Курган: Курганский машиностроительный институт, 1995. – № Г 12/95-4.1-21. – № ГР 01.9.50003216. – 32 с.
- 95 Разработка математических моделей восстановления законов распределенной нагрузки в реальных зацеплениях и прогнозирование их остаточного ресурса по косвенным характеристикам: отчет о НИР / руководитель Сызранцев В.Н. – Курган: Курганский машиностроительный институт, 1992. – № 158 –055, № ГР 01910042271. – Инв. № 02930001904. – 77 с.
- 96 Расчет методами непараметрической статистики вероятности безотказной работы валов в условиях случайного процесса их нагружения : Свидетель-

- ство о государственной регистрации программы для ЭВМ / Сызранцева К.В. ; правообладатель ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет».- № 2018610392; заявл. 14.11.2017 ; опубл. 10.01.2018, Бюл. №1.- 1с.
- 97 Расчет методами непараметрической статистики вероятности безотказной работы подшипников качения в условиях случайного процесса их нагружения : Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ / Сызранцева К.В. ; правообладатель ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет». – № 2018610395; заявл. 14.11.2017 ; опубл. 10.01.2018, Бюл. №1. – 1 с.
- 98 Решетов, Д.Н. Надежность машин: учебн. пособие для машиностр. спец. вузов / Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев; под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Высш. шк., 1988. – 238 с.
- 99 Решетов, Д.Н. Вероятностная оценка изгибной прочности зубчатых колес / Д.Н. Решетов, В.З. Фадеев // Машиноведение. – 1972. – №2. – С.54-63.
- 100 Розенберг А.Ю. Методы экспериментальной оценки нагруженности и долговечности зубчатых колес с помощью гальванических медных датчиков циклических деформаций: дис. ...канд. техн. наук. / А.Ю. Розенберг. – Курган, 1985. – 223 с.
- 101 Романов, А.Н. Разрушение при малоцикловом нагружении / А.Н. Романов. – М.: Наука, 1988. – 282 с.
- 102 Саушкин, М.Н. Метод определения предела выносливости цилиндрических образцов конструкционных сталей по остаточным напряжениям «образца-свидетеля» / М.Н. Саушкин, В.П. Сазанов, В.С Вакулюк // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 4. – С. 178-196.
- 103 Северцев, Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке: учебное пособие для вузов / Н.А. Северцев. – М.: Высш. шк., 1989. – 432 с.
- 104 Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов : пер. с англ. / Сегерлинд Л. ; под ред. Б. Е. Победри. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
- 105 Серенсен, С.В. Квазистатическое и усталостное разрушение материалов и

- элементов конструкций / С.В. Серенсен // Избр. тр.: в 3-х т. – Киев: Наукова думка, 1985. – Т.3 – 232 с.
- 106 Серенсен, С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, В.М. Шнейдерович. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
- 107 Силич, А.А. Разработка геометрической теории проектирования передач Новикова и процесса формообразования зубьев колес: автореф...докт. техн. наук. / А.А. Силич. – Ижевск, 1999. – 34 с.
- 108 Симахин, В.А. Непараметрическая статистика. Теория оценок: учебное пособие в 2-х ч. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2004. – Ч. I. – 207 с.
- 109 Симахин, В.А. Непараметрическая статистика. Теория оценок: учебное пособие в 2-х ч. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2004. – Ч. II. – 163 с.
- 110 Слесарев, Е.Н. Совершенствование методов оценки усталостной поврежденности и ресурса деталей машин с помощью датчиков деформаций интегрального типа: дис. ...канд. техн. наук. – Челябинск, 2005. – 141 с.
- 111 Снесарев, Г.А. Оптимизация зубчатых редукторов / Г.А. Снесарев // Вестник машиностроения. – 1985. – №9. – С. 30-35.
- 112 Снесарев, Г.А. Оптимизация зубчатых редукторов / Г.А. Снесарев // Вестник машиностроения. – 1985. – № 10. – С.53-56.
- 113 Снесарев, Г.А. Расчет редукторов на надежность / Г.А. Снесарев // Вестник машиностроения. – 1982. – №7. – С.45-48.
- 114 Способ изготовления датчиков для контроля циклических деформаций : пат. 2190831 Рос. Федерация / Сызранцев В.Н., Тютрин С.Г. – № 2000125727 ; заявл. 12.10.2000 ; опубл. 10.10.2002.
- 115 Способ изготовления датчиков для контроля циклических деформаций : пат. 2209412 Рос. Федерация : МПК⁷ G 01 N 3/32 / Сызранцев В.Н. ; заявитель и патентообладатель Сызранцев В.Н. – № 2001106711/28 ; заявл. 11.03.2001 ; опубл. 27.07.2003, Бюл. №21. – 4 с.
- 116 Способ изготовления датчиков методом гальванического меднения для

- контроля циклических деформаций : а.с. 1191730 (СССР) : МКИ G 01 В 7/18 / Е.И. Иванов, А.Ю. Розенберг, А.Г. Рябухин, В.Н. Сызранцев. – № 3748476/25-28 ; заявл. 07.06.84 ; опубл. 15.11.85, Бюл. № 42. – 3 с.
- 117 Способ определения амплитуды циклической деформации детали : а.с. 1326945 (СССР) : МКИ G 01 N 3/32 / В.П. Городничий, А.И. Маленков, А.Ю. Розенберг, В.Н. Сызранцев, А.Ю. Удовикин. – № 4049628/25-28; заявл. 08.04.86 ; опубл. 30.07.87, Бюл. № 28. – 3 с.
- 118 Справочник по теории вероятности и математической статистике / В.С.Корольок, Н.И.Портенко, А.В.Скорород, А.Ф.Турбин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 640 с.
- 119 Степнов, М.Н. Вероятностные методы оценки характеристик механических свойств материалов и несущей способности элементов конструкций / М.Н.Степнов. –Новосибирск: Наука, 2005. – 342 с.
- 120 Сызранцев, В.Н. Синтез зацеплений цилиндрических передач с локализованным контактом: дис....докт. техн. наук. / В.Н. Сызранцев. – Курган, 1989. – 429 с.
- 121 Сызранцев, В.Н. Совершенствование методики проектирования запорной арматуры / В.Н. Сызранцев, А.В. Белобородов // Бурение и нефть. – 2007. – № 1. – С.15-17.
- 122 Сызранцев, В.Н. Использование метода конечных элементов для расчета напряженно-деформированного состояния корпусных деталей клиновых задвижек / В.Н. Сызранцев, А.В. Белобородов, К.В. Сызранцева // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2007. – №4. – С. 38-43.
- 123 Сызранцев, В.Н. Новый подход к оценке прочностной надежности запорной арматуры в условиях эксплуатации / Сызранцев В.Н., Белобородов А.В., Сызранцева К.В. // Трубопроводная арматура XXI века : материалы Международной научно-технической конференции. – Курган, 2008. – С.151-157.
- 124 Сызранцев, В.Н. Современные методы расчета и диагностики усталости трубопроводной арматуры / В.Н. Сызранцев, А.В. Белобородов, К.В. Сыз-

- ранцева // Отраслевой научно-технический журнал "Арматуростроение". – 2004. – № 6. – С. 62-65.
- 125 Сызранцев, В.Н. Измерение циклических деформаций и прогнозирование долговечности деталей по показаниям датчиков деформаций интегрального типа / В.Н. Сызранцев, С.Л. Голофаст. – Новосибирск: Наука, 2004. – 206 с.
- 126 Сызранцев, В.Н. Определение предела выносливости трубной стали 17ГС по косвенным характеристикам / В.Н. Сызранцев, С.Л. Голофаст, Я.П. Невелев, К.В. Сызранцева // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – №3. – С. 17-22.
- 127 Сызранцев, В.Н. Диагностика нагруженности и ресурса деталей трансмиссий и несущих систем машин по показаниям датчиков деформаций интегрального типа : монография / В.Н. Сызранцев, С.Л. Голофаст, К.В. Сызранцева. – Новосибирск: Наука, 2004. – 188 с.
- 128 Сызранцев, В.Н. Развитие кинетической теории усталости / В.Н. Сызранцев, С.Г. Голофаст, К.В. Сызранцева, Ю.С. Иванова // Безопасность критических инфраструктур и территорий: сборник трудов I и II Всероссийской конференции и XI и XII Школ молодых ученых 2007-2008гг. – Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – С. 230-233.
- 129 Сызранцев, В.Н. Исследование усталостной прочности трубной стали HS80 / В.Н. Сызранцев, В.Н. Ильиных // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2013. – № 6. – С.111-115.
- 130 Сызранцев, В.Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики / В.Н. Сызранцев, Я.П.Невелев, С.Л.Голофаст. – Новосибирск: Наука, 2008. – 218 с.
- 131 Сызранцев, В.Н. Решение задачи прочностной надежности нефтегазового оборудования методами непараметрической статистики / В.Н. Сызранцев, Я.П. Невелев, С.Л. Голофаст // Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2006. –№7. – С.25-31.
- 132 Сызранцев, В.Н. Оценка безопасности и прочностной надежности магистральных трубопроводов методами непараметрической статистики /

В.Н.Сызранцев, В.В.Новоселов, П.М.Созонов, С.Л. Голофаст. – Новосибирск: Наука, 2013. – 172 с.

- 133 Сызранцев, В.Н. Формообразование при обработке зубчатых колес редукторов бурового оборудования / В.Н. Сызранцев, А.Ю. Розенберг, К.В. Сызранцева, Э.В. Ратманов, Л.В. Рохин // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – №2. – С. 118-121.
- 134 Сызранцев, В.Н. Обработка данных многоциклового испытания на основе кинетической теории усталости и методов непараметрической статистики : монография / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2015. – 135 с.
- 135 Сызранцев, В.Н. Гистограммный метод обработки цифровой информации с датчиков деформаций интегрального типа / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, А.А. Гаврилов // Trans&motoauto'04: proceedings of the International Conference. – Bulgaria, Plovdiv, 2004. – Pp.67-70.
- 136 Сызранцев, В.Н. Определение эквивалентного числа циклов нагружения трубопровода в условиях эксплуатации / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, С.Л. Голофаст, П.А. Обакшин // Безопасность критических инфраструктур и территорий: сборник трудов I и II Всероссийской конференции и XI и XII Школ молодых ученых 2007-2008гг. – Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – С. 223-229.
- 137 Сызранцев, В.Н. Алгоритм расчета доверительных интервалов кривой малоциклового усталости / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, В.Н. Ильиных // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2 (часть 15). – С. 3289-3293.
- 138 Сызранцев, В.Н. Методика обработки данных малоциклового испытания гибких труб / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, В.Н. Ильиных // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – №2. – С. 228-232.
- 139 Сызранцев, В.Н. Обработка данных малоциклового испытания на основе кинетической теории усталости / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, В.Н. Ильиных // Фундаментальные исследования. – 2015. – №3. – С.139-143.
- 140 Сызранцев, В.Н. Расчет границ доверительного интервала малоциклового кривой усталости / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, В.Н. Ильиных, Л.А. Черная // Вестник машиностроения. – 2015. – №10. – С. 35-39.

- 141 Сызранцев, В.Н. Расчет эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений / В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, Л.А. Черная // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2013. – №10. – С. 30-35.
- 142 Сызранцева, К.В. Восстановление нагруженности деталей и металлоконструкций с применением датчиков деформаций интегрального типа / К.В. Сызранцева // Вестник Тюменского государственного университета. – 2008. – №6. – С. 4-9.
- 143 Сызранцева, К.В. Компьютерный анализ нагруженности и деформативности элементов нефтегазового оборудования : Монография / К.В. Сызранцева. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2009. – 124 с.
- 144 Сызранцева, К.В. Методическое и программное обеспечение измерения напряжений в деталях машин датчиками деформаций интегрального типа: дис. ... канд. техн. наук, Курган, 1998. – 154с.
- 145 Сызранцева, К.В. Непараметрический подход оценки прочностной надежности деталей сложной геометрической формы / К.В. Сызранцева // Вестник Ижевского государственного технического университета.-2008. - №4.- С. 26-29.
- 146 Сызранцева, К.В. Оценка надежности зубчатых передач по сопротивлению контактной усталости при случайном режиме нагружения / К.В. Сызранцева // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2009. – №4. – С. 23-25.
- 147 Сызранцева, К.В. Применение комплекса ANSYS для расшифровки показаний датчиков деформаций интегрального типа / К.В. Сызранцева // Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения: сб. докл. науч.-техн.конф. с межд. участием. – Ижевск, 2008. – С. 364-368.
- 148 Сызранцева, К.В. Прогнозирование отказов зубчатых передач в условиях случайного режима нагружения / К.В. Сызранцева // Безопасность критических инфраструктур и территорий: материалы III Всероссийской конференции и XIII Школы молодых ученых.-Екатеринбург: УрО РАН, 2009.- С. 330-332.
- 149 Сызранцева, К.В. Прогнозирование отказов зубчатых передач методами непараметрической статистики / К.В. Сызранцева // Вестник машинострое-

- ния. – 2009. – №12. – С. 10-13.
- 150 Сызранцева, К.В. Программа для расчета напряженно-деформированного состояния деталей машин / К.В. Сызранцева // Современные информационные технологии. Проблемы исследования, проектирования и производства зубчатых передач: сб. докл. межд. научного семинара.- Ижевск, 2001.- С. 246-249.
- 151 Сызранцева, К.В. Развитие методики расчета прочностной надежности зубчатых передач по сопротивлению усталости при изгибе зубьев / К.В. Сызранцева // Проблемы машиностроения и надежности машин.- 2009. -№6.- С. 35-40.
- 152 Сызранцева, К.В. Расчет подшипников качения, работающих без корпуса / К.В. Сызранцева // Инженерно-технический журнал "Ansys Solutions. Русская редакция". – 2006. – №2. – С. 10-13.
- 153 Сызранцева, К.В. Расчет прочностной надежности деталей машин при случайном характере внешних нагрузок : Монография / К.В. Сызранцева. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2011. – 92 с.
- 154 Сызранцева, К.В. Расчет эквивалентных по повреждающему воздействию напряжений на основе кинетической теории многоциклового усталости / К.В. Сызранцева // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – №4(31) . – С.35-39.
- 155 Сызранцева, К.В. Экспериментально-расчетный метод прогнозирования долговечности изделий в условиях эксплуатации / К.В. Сызранцева // Омский научный вестник. – 2009. – №2(80). – С. 97-101.
- 156 Сызранцева, К.В. Анализ напряженно-деформированного состояния двигательной секции винтового забойного двигателя в программном комплексе ANSYS / К.В. Сызранцева, В.А. Аришин // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 315. – № 5. – С. 57-61.
- 157 Сызранцева, К.В. Оценка вероятности безотказной работы гибкого вала винтового забойного двигателя методами непараметрической статистики / К.В. Сызранцева, В.А. Аришин // Вестник ЦКР Роснедра.- 2011. - №2. -С.60-63.
- 158 Сызранцева, К.В. Расчет, оптимизация и оценка надежности демпфирующего устройства осевых колебаний бурильной колонны / К.В. Сызранцева, В.А

- Аришин // Научно-технический вестник Поволжья.- 2013.- №2.- С. 69-72.
- 159 Сызранцева, К.В. Определение фактических удельных давлений на уплотнительных поверхностях дискового затвора / К.В. Сызранцева, А.В. Белобородов // Научно-техническая конференция “Автоматизация и прогрессивные технологии-2002”: сборник трудов.-Новоуральск, 2002.- С. 341-346.
- 160 Сызранцева, К.В. Оценка напряженного состояния арочных зубьев колес цилиндрических передач / К.В. Сызранцева, А.В. Белобородов, М.Р. Варшавский // Материалы международной научно-технической конференции, посвященной 50-летию ИжГТУ. Часть 2. Инновационные технологии в машиностроении и приборостроении. – Ижевск, 2002. – С. 137-140.
- 161 Сызранцева, К.В. Оценка напряженно-деформированного состояния корпуса преентора в конечно-элементном комплексе ANSYS / К.В. Сызранцева, А.В. Белобородов, Ю.И. Князев, Е.В. Сеньков // Автоматизация и прогрессивные технологии в атомной отрасли: труды VI межотраслевой научно-технической конференции. Том 1. – Новоуральск: Издательство НГТИ, 2009. – С. 164-167.
- 162 Сызранцева, К.В. Оптимизация конструкции клиновой задвижки для эксплуатации в условиях, отличающихся от номинальных / К.В. Сызранцева, А.В. Белобородов, А.А. Хлус // Вестник УГТУ-УПИ №11 (63). Сборник трудов II Российской межвузовской конференции по компьютерному инженерному анализу. – Екатеринбург. – 2005. – С.44-51.
- 163 Сызранцева, К.В. Решение задачи контактного деформирования сборочной конструкции балансира станка-качалки в программном комплексе ANSYS / К.В. Сызранцева, И.И. Жирнов, И.Ю. Кинчин // Современные технологии для ТЭК Западной Сибири: сб. научн.тр. – Тюмень: Типография "Печатник", 2009. – С.308-312.
- 164 Сызранцева, К.В. Компьютерное моделирование процесса гидравлических испытаний корпуса преентора / К.В. Сызранцева, Ю.И. Князев, Е.В. Сеньков // Вестник Тюменского государственного университета.- 2009. - №6. -С. 27-34.
- 165 Сызранцева, К.В. Конечно-элементный прочностной анализ корпуса и ра-

- бочего колеса центробежного насоса ЦНС / К.В. Сызранцева, О.Ю. Манихин // Инновационное нефтегазовое оборудование: проблемы и решения: сборник материалов Всероссийской науч.-техн. конференции. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2010. – С. 160-166.
- 166 Сызранцева, К.В. Анализ влияния нагрузок, создаваемых электроприводом, на НДС трубопроводной арматуры / К.В. Сызранцева, Д.Г. Нероденко // Вестник УГТУ-УПИ №11 (63). Сборник трудов II Российской межвузовской конференции по компьютерному инженерному анализу. – Екатеринбург. – 2005. – С.51-60.
- 167 Сызранцева, К.В. Анализ напряженно-деформированного состояния обратного затвора с помощью программного комплекса ANSYS / К.В. Сызранцева, И.А. Осипенко // Сборник научных трудов Института нефти и газа, посвященный 50-летию ТюмГНГУ. – Тюмень. – 2006. – С.161-164.
- 168 Сызранцева, К.В. Оценка параметров разрушения стальной пластины с боковой наклонной трещиной / К.В. Сызранцева, С.А. Сигитов // Современные технологии для ТЭК Западной Сибири: Сб.науч.тр. – Тюмень: Типография "Печатник", 2011. – С. 225-229.
- 169 Сызранцева, К.В. Методика оценки надежности деталей сложной геометрической формы, подвергаемых в условиях эксплуатации воздействию случайных силовых и температурных деформаций. / К.В. Сызранцева, В.Н. Сызранцев, Я.П. Невелев, С.Л. Голофаст // Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики : монография. – Новосибирск: Наука, 2008. – Гл. 4.5. – С. 174-188.
- 170 Сызранцева, К.В. Экспериментально-расчетный метод прогнозирования усталостной прочности трубопровода с коррозионными дефектами / К.В. Сызранцева, В.Н. Сызранцев, В.В. Новоселов, П.М. Созонов, С.Л. Голофаст // Оценка безопасности и прочностной надежности магистральных трубопроводов методами непараметрической статистики : монография. – Новосибирск: Наука, 2013. – Гл.7. – С. 146-167.
- 171 Сызранцева, К.В. Оценка прочности и герметичности уплотнительного уз-

- ла пакера методом конечных элементов / К.В. Сызранцева, П.В. Телков, С.А. Сигитов // Современные технологии для ТЭК Западной Сибири: сб. научн. тр.- Тюмень: Типография "Печатник", 2009. – С.312-316.
- 172 Сызранцева, К.В. Оценка долговечности подшипников качения при случайном режиме их нагружения / К.В. Сызранцева, Л.А. Черная // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2011. – №12. – С.8-11.
- 173 Сызранцева, К.В. Оценка надежности валов по критерию усталостной прочности при случайном режиме нагружения / К.В. Сызранцева, Л.А. Черная // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2013. – №5. – С. 34-38.
- 174 Тарасенко, Ф.П. Непараметрическая статистика / Ф.П. Тарасенко. – Томск: Изд-во ТГУ, 1976. – 292 с.
- 175 Теоретическое и экспериментальное исследование механических бесступенчатых импульсных передач с упругими звеньями в трансмиссиях самоходных машин : отчет о НИР / Благонравов А.А., Худорожков С. И., Косов В.П., Воронцов А.А., Сызранцева К.В., Кривоногова И.Ф., Чернакова И.Н. ; Институт машиноведения УрО РАН ; Руководитель А.А.Благонравов. – 01-01-96448. – Курган, 2002. – 19с.
- 176 Тимашев, С.А. Надежность больших механических систем / С.А. Тимашев. – М.: Наука. 1982. – 184 с.
- 177 Тимошенко, С.П. Теория упругости: пер. с англ. / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер ; под ред. Г.С. Шапиро. – 2-е изд. – М. Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с.
- 178 Троценко, Д.А. Разработка метода количественной оценки накопления усталостных повреждений в сварных соединениях с помощью гальванодатчиков: дис. ... канд. техн. наук / Д.А. Троценко. – Курган, 1985. – 184с.
- 179 Троценко, В.Т. Усталость и неупругость металлов / В.Т. Троценко. – Киев: Наукова думка, 1971. – 268 с.
- 180 Троценко, В.Т. Датчик усталостного повреждения и обоснование его использования. Сообщение 1 / В.Т. Троценко, В.И. Бойко // Проблемы проч-

- ности. – 1985. – № 1. – С.3-8.
- 181 Трощенко, В.Т. К вопросу о создании датчиков усталостного повреждения / В.Т. Трощенко, Ю.И. Коваль, В.И. Бойко // Проблемы прочности. – 1981. – № 10. – С. 43-47.
- 182 Трощенко, В.Т. Сопротивление усталости металлов и сплавов: справочник. Ч.1. / В.Т. Трощенко, Л.А. Сосновский. - Киев: Наукова думка. 1987. - 506с.
- 183 Трубочев, Е.С. Основы анализа и синтеза зацепления реальных спироидных передач : дисс....докт. техн. наук. / Е.С. Трубочев. – Ижевск, 2004. – 351 с.
- 184 Труфяков, В.И. Усталость сварных соединений / В.И. Труфяков. – Киев: Наукова думка, 1973. – 216 с.
- 185 Тюрин, Ю.Н. Непараметрические методы статистики / Ю.Н. Тюрин. – М.: Знание, 1978. – 64 с.
- 186 Удовикин, А.Ю. Совершенствование методов оценки распределения напряжений в элементах зубчатых передач с помощью датчиков деформаций интегрального типа: дисс. ...канд. техн. наук. /А.Ю. Удовикин - Курган, 1988. -235с.
- 187 Хардле, В. Прикладная непараметрическая регрессия: пер. с англ. / В. Хардле. – М.: Мир, 1993. – 349 с.
- 188 Харионовский, В.В. Надежность и ресурс конструкций газопроводов / В.В. Харионовский. – М.: ОАО "Издательство "Недра", 2000. – 467 с.
- 189 Харионовский, В.В. Проблема продления ресурса магистральных газопроводов / В.В. Харионовский // Надежность и ресурс газопроводных конструкций. – М.: ООО «ВНИИГАЗ», 2003. – С.7-17.
- 190 Харионовский, В.В. Прикладные задачи оценки надежности ЛЧМГ по результатам технической диагностики / В.В. Харионовский, И.Н. Курганова, С.В. Нефедов // Надежность и ресурс газопроводных конструкций : сб. науч. тр. – М.: ООО «ВНИИГАЗ», 2003. – С.18 – 25.
- 191 Холлендер, М. Непараметрические методы статистики: пер. с англ. / М. Холлендер, Д. Вульф; под ред. Ю.П.Адлера, Ю.Н.Тюрина. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.
- 192 Целостность и безопасность трубопроводных систем / С.А. Тимашев [и

- др.]. – Екатеринбург: УрО РАН, 2013. – 590 с.
- 193 Чернявский, А.О. Использование численного моделирования накопления повреждений при планировании ремонтов / А.О.Чернявский // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2016. – №2. – С.85-90.
- 194 Чернявский, А.О. Методика назначения предельной вероятности отказа / А.О.Чернявский, М.М. Шатов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – №1. – С.51-55.
- 195 Черпаков, В.В. Разработка методики формирования аварийных запасов труб (на примере газопроводов Западной Сибири): дис. ...канд. техн. наук / В.В. Черпаков. – Тюмень, 2007. – 122 с.
- 196 Чигарев, А.В. ANSYS для инженеров: справ. пособие / А.В. Чигарев, А.С. Кравчук, А.Ф. Смалюк. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 512с.
- 197 Шейнбаум, В.С. Методология инженерной деятельности (виды и основные процедуры при проектировании, изготовлении и эксплуатации нефтегазопромысловых машин): учебное пособие / В.С. Шейнбаум. – М.: ГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ им. И.М. Губкина, 2001. – 200с.
- 198 Школьник, Л.М. Методика усталостных испытаний. Справочник / Л.М. Школьник. – М.: Металлургия, 1978. – 304 с.
- 199 Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений: справочное пособие / Б.С. Касаткин [и др.].-Киев: Наукова думка, 1981.-583с.
- 200 American society for metals, metals handbook, properties and selection. – Vol.1. – 8th ed. – 1969.
- 201 ANSYS Release 9.0 Documentation. ANSYS Inc., 2004
- 202 Aziz, P.M. Application of the statistic theory of extreme values to the analysis of Maximum pit depth data for aluminium / P.M. Aziz // Corrosion.- 1956.- Vol.12.
- 203 Billman, B.R. Statistical inference from censored Weibull samples / B.R. Billman, C.E. Antle, L.G. Bain // Technometrics.- 1972.- Vol.14.- No.4.
- 204 Vompas-Smith, J.H. Mechanical survival : the use of reliability data / J.H. Vompas-Smith. – Ed.R.H. W. Brook, N.Y., McGraw-Hill, 1973.
- 205 Vompas-Smith, J.H. The determination of distributions that describe the failure of

- mechanical components //Annals of assurance sciences.-1969. -Vol.8. - Pp.343-356.
- 206 Bondar, V.S. Mathematical modelling of deformation and damage accumulation under cyclic loading/ V.S. Bondar, V.V. Danshin, D.A. Makarov //PNRPU Mechanics Bulletin. – 2014. – No.2. – Pp. 125-152.
- 207 Bowker, A.H. Engineering statistics / A.H. Bowker, G.J. Liebermann. – Englewood Cliffs, N.Y., Prentice-Hall, 1963.
- 208 Bratt, M.J. A model for time varying and interfering stress/strength probability density distributions with consideration for failure incidence and properly degradation. / M.J. Bratt, G. Reethoff, G.W. Wieber// 3rd Annual aerospace reliability and maintainability conference : conference proceedings.- 1969.- Pp. 566-575.
- 209 Bulgren, W.G. Double sample tests for hypotheses about the mean of an exponential distribution / W.G. Bulgren, L.E. Hewlett // Technometrics.- 1973.- Vol.5.- No.1.
- 210 Burago, N.G. Models of multiaxial fatigue fracture and service life estimation of structural elements/ N.G. Burago, A.B. Zhuravlev, I.S. Nikitin // Mechanics of Solids. – 2011. – Vol.46. – Iss.6. – Pp. 828-838.
- 211 Burkhart, T.A. Finite element modeling mesh quality, energy balance and validation methods: A review with recommendations associated with the modeling of bone tissue / T. A. Burkhart, D. M. Andrews, C.E. Dunning // Journal of Biomechanics. – 2013. – Vol. 46. – Iss. 9. – Pp. 1477–1488. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbiomech.2013.03.022>.
- 212 Burkov, M. An approach for structural health monitoring of CFRP using aluminum foil sensors / M. Burkov, S. Panin, P. Lyubutin, A. Eremin // 11th Europ. Conf. on Non-Destructive Testing. – Prague, Czech Republic, 2014. – Article Number 16703.
- 213 Burkov, M.V. Investigation of sensitivity of aluminum foil based strain sensors at fatigue damage evaluation of CFRP / M.V. Burkov, S.V. Panin, P.S. Lyubutin, A.V. Eremin // Adv. Mater. Res. – 2014. – Vol. 1040. – P. 943-948.
- 214 C-FER Project No L128. Proposed standard. Reliability-based design and assessment of onshore natural gas transmission pipelines.- C-FER Technologies,

2005.- 66p.

- 215 Chakraborti, S. Editorial to the special issue: Nonparametric statistical process control charts / S. Chakraborti, P. Qiu, A. Mukherjee // *Quality and Reliability Engineering International*.- 2015.- No. 31, Iss.1.- Pp. 1-2. DOI: 10.1002/qre.1759
- 215 Chen, Y. Research on Inter-Story Shear Distribution of Multi-Story Buckling Restrained Braced Frame Structures with High β Values / Y. Chen, Y. Zhao, E. Bao, X. Xing // *Progress in Steel Building Structures*. – 2015. – Vol. 17. – Iss. 3. – Pp. 39-46. DOI: 10.13969/j.cnki.cn31-1893.2015.03.007
- 217 Cheng, Y. Simultaneously monitoring frequency and magnitude of events based on bivariate gamma distribution / Y.Cheng, A. Mukherjee, M. Xie // *Journal of Statistical Computation and Simulation*.- 2017.- No. 87.- Iss. 9.- Pp. 1723-1741. DOI: 10.1080/00949655.2017.1284846
- 218 Cherniavsky, O.F. Stability of the low-cycle deformation of structures / O.F. Cherniavsky // *Procedia Engineering*. – 2016. – Vol. 150. – Pp. 117-120.
- 219 Chowdhury, S. A new distribution-free control chart for joint monitoring of unknown location and scale parameters of continuous distributions / S. Chowdhury, A. Mukherjee, S. Chakraborti // *Quality and Reliability Engineering International*.- 2014.- No.30.- Iss. 2.- Pp. 191-204. DOI: 10.1002/qre.1488
- 220 Christmann, A. Learning rates for the risk of kernel-based quantile regression estimators in additive models /A. Christmann, D.-X. Zhou // *Analysis and Applications*.- 2016.- Vol. 14.- Iss. 3.- Pp. 449-477. DOI: 10.1142/S0219530515500050
- 221 Collins, J.A. Failure of materials in mechanical design: analysis, prediction, prevention / J.A. Collins.– New York: John Wiley & Sons, 1981. – 630 p.
- 222 Colombo, A.G. Extreme value characteristics of distributions of cumulative processes / A.G. Colombo, G. Reina, G. Volta // *IEEE Transactions on reliability*. – 1974. – R-23. – Vol. 3. – Pp.179-193.
- 223 Cordeiro, G.M. The odd log-logistic generalized half-normal lifetime distribution: properties and applications / G.M. Cordeiro, M. Alizadeh, R.R. Pescim, E.M.M. Ortega // *Communications in Statistics - Theory and Methods*. – 2017. –

- Vol. 46. – Iss. 9. – Pp. 4195-4214. DOI: 10.1080/03610926.2015.1080841
- 224 Cramer, H. *Mathematical methods of statistics* / H. Cramer. – Princeton, N.Y., Princeton University Press, 1946.
- 225 Černý, I. *Monitoring of internal damage of glass fibre reinforced composite components using strain measurements with strain gauges and fibre optic sensors* / I. Černý // *Applied Mechanics and Materials*. – 2014. – Vol. 486. – Pp. 58-61. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.486.58
- 226 Dao-Thien, M. *On the relation between the factor of safety and reliability* / M. Dao-Thien, M. Massoud // *Journal of engineering for industry, transactions of ASTM*. – 1973. – Paper No.73-WA/DE-1
- 227 Deely, J.J. *Some comparisons of Bayesian and classical confidence intervals in the exponential case* / J.J. Deely, W.J. Zimmer // *6th National Symposium on reliability and quality control : proceedings*.- Washington, D.C., 1960.
- 228 Dundu, M. *Mathematical Model to Determine the Weld Resistance Factor of Asymmetrical Strength Results* / M. Dundu // *Structures*.- 2017.- Vol. 12.- Pp. 298-305. DOI: 10.1016/j.istruc.2017.10.002
- 229 Epstein, B. *Sequential life tests in the exponential case*/ B. Epstein, M. Sobel // *Annals of mathematical statistics*.- 1955.- Vol.26
- 230 Epstein, B. *Statistical aspects of fracture problems* / B. Epstein // *Journals of applied physics*.- 1948.- Vol.19.
- 231 Epstein B. *The exponential distribution and its role in life testing* / B. Epstein // *Industrial quality control*. – 1958. –Vol.12.
- 232 Epstein, B. *Some theorems relevant to life testing from an exponential distribution* / B. Epstein, M. Sobel // *Annals of mathematical statistics*.- 1954.- Vol.25.
- 233 Fan, T.-H. *Statistical inference of a two-component series system with correlated log-normal lifetime distribution under multiple type-I censoring* / T.-H. Fan, T.-M. Hsu // *IEEE Transactions on Reliability*. –2015. – Vol. 64. – Iss.1. –Art. No. 6866268. – Pp. 376-385. DOI: 10.1109/TR.2014.2337813
- 234 *Fatigue gauge utilizing surface roughening of aluminum foil* /Y. Nagase, Y. Sawaki, F. Moritake, H. Yoshida // *J. Eng. Mater. Tech*.-1995.-Vol. 117. -Pp. 55-61.

- 235 Fedelich, B. A stochastic theory for the problem of multiple surface crack coalescence / B. Fedelich // *International Journal of Fracture*. – 1998. – Vol. 91. – Iss.1. – Pp. 23-45. DOI:10.1023/A:1007431802050
- 236 Fisher, R. Hypermedia image processing reference / R. Fisher, S. Perkins, A. Walker, E. Wolfart. – NY: John Wiley & Sons Ltd, 1996. – 318p.
- 237 Forrest, P.G. Fatigue of metals/ P.G. Forrest.-N.Y.: Pergamon Press, 1962.-352p.
- 238 Fowler, S. Fatigue and bending behavior of friction stir welded DH36 steel / S. Fowler, A. Toumpis, A. Galloway // *Int. J. Adv. Manuf. Tech.* – 2016. – Vol. 84. – Iss. 9. – Pp. 2659-2669. DOI: 10.1007/s00170-015-7879-3
- 239 Frank, R. H. Robust statistics. The approach based on influence functions/ R. H. Frank, M. R. Elvezio, P. J. Rousseeuw, W. A. Stael .- John Wiley & Sons, 1986.
- 240 Freudenthal, A.M. Distribution functions for the prediction of fatigue life and fatigue strength / A.M. Freudenthal, E. J. Gumbel // *International conference on fatigue of metals : proceedings*. – British institute of mechanical engineering, London, 1966.
- 241 Freudenthal, A.M. Minimum life of fatigue / A.M. Freudenthal, E. J. Gumbel // *American statistical association journal*.- 1954.- Vol.49.
- 242 Gorokhov, V.L. Nonparametric statistics in multivariate time series for cognitive anomaly detection / V.L. Gorokhov, D.V. Kholodnyak // *Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements*.- SCM, 2016.- Art.No. 7519804.- Pp. 435-436. DOI: 10.1109/SCM.2016.7519804
- 243 Gumbel, E.J. Statistics of extremes / E.I. Gumbel. – New York: Columbia University press, 1958.
- 244 Hager, H.W. reliability estimation for the generalized Gamma distribution and robustness of the Weibull model / H.W. Hager, L.J. Bain, C.E. Antle // *Technometrics*.- 1971.- Vol.13.- No.3.
- 245 Halme, J. Rolling contact fatigue and wear fundamentals for rolling bearing diagnostics - state of the art / J. Halme, P. Andersson // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. – 2009. – Vol. 224. – Iss. 4. – Pp. 377 – 393. DOI: 10.1243/13506501JET656

- 246 Harter, H.L. Maximum-likelihood estimation of the parameters of Gamma and Weibull populations from complete and from censored samples / H.L. Harter, A.H. Moore // *Technometrics*.- 1965.- Vol.7.- No.4.
- 247 Harting, D.R. The S/N-Fatigue-life gauge: a direct means of measuring cumulative fatigue damage / D. R. Harting // *Experimental Mechanics*. – 1966. – Vol. 6. – Iss. 2. – Pp. 19A–24A.
- 248 Haugen, E.B. Probabilistic mechanical design / E.B. Haugen. – The university of Arizona, Tuscon, Arizona, 1974.
- 249 Haugen, E.B. Statistical methods for structural reliability analysis / E.B. Haugen // 10th National symposium on reliability and quality control : conference proceedings. – 1964. – Pp. 97-121.
- 250 Imamura, Y. Dynamic stress distribution in the helical gear measured by the copper electroplating method / Y. Imamura, S. Sato // *Bulletin of the JSME*. – 1978. – Vol. 21. – Iss. 156. – Pp. 1038–1046.
- 251 Jafari, A.A. Testing the equality means of several log-normal distributions / A.A. Jafari, K. Abdollahnezhad // *Communications in Statistics: Simulation and Computation*. – 2017. – Vol. 46. – Iss. 3. – Pp. 2311-2320. DOI: 10.1080/03610918.2015.1041976
- 252 Jamaludin, A.F. A modified group chain sampling plans for lifetimes following a Rayleigh distribution / A.F. Jamaludin, Z. Zain, N. Aziz // *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. – 2016. – Vol.12. – Iss. 5. – Pp. 3941-3947.
- 253 Jeach, J.L. Estimation of Weibull distribution shape parameters when no more than two failures occur per lot/ J.L. Jeach // *Technometrics*.- 1964.- Vol.6.- No.4.
- 254 Jiao, G. SUPERB 2M statistical data – basic uncertainty measures for reliability analysis of offshore pipelines : report STF70 F95212 / G. Jiao, T. Sortberg, R. Igland.- Trondheim, Norway: SINTEF, 1995.
- 255 Johnson, N.L. Statistics and experimental design in engineering and the physical sciences/ N.L. Johnson, F.C. Leone.-V.2.New York: John Wiley and sons, 1964.
- 256 Juvenal, R.C. Handbook of stress and strength / R.C. Juvenal, C. Lipson // N.Y.: Macmillan, 1963.

- 257 Kao, J.H.K A graphical estimation of mixed Weibull parameters in life-testing of electron tubes / J.H.K. Kao // *Technometrics*.- 1959.- Vol.1.- No.4.
- 258 Kececioglu, D. Distributions of cycles-to-failure in simple fatigue and the associated reliability / D. Kececioglu, R.E. Smith, E.A. Felstead // 8th Reliability and maintainability conference: conference proceedings.- Denver, Colorado, 1969.
- 259 Kitaoka, S. Experimental evaluation of stress intensity factor using the phenomena of grain growth and slip-initiation in copper foil / S. Kitaoka, Ya. Nagase // *Bulletin of JSME*. – 1984. – Vol. 27. – Iss. 233. – Pp. 2353–2359.
- 260 Kitaoka, S., Stress measurement using slip-initiation phenomenon in iron foil / S. Kitaoka, Ya. Nagase, M. Seika // *Bulletin of the JSME*. – 1981. – Vol. 24. – Iss. 197. – Pp. 1901–1908.
- 261 Kumar, S. A test for the comparison of two exponential distributions / S. Kumar, H.I. Patel// *Technometrics*.- 1971.- Vol.13.- No.1.
- 262 Lalli, V.R.An approach to reliability determination of a rotating component subjected to complex fatigue / V.R. Lalli, D.B. Kececioglu // *Annals of reliability and maintainability*. – 1970. – Pp.534-548. DOI: 10.4271/700642
- 263 Lamberson, L.R. An evaluation and comparison of some test for the validity of the assumption that the underlying distribution of life is exponential // *AIIE Transactions*.- 1974.- Vol.12.
- 264 Larin, O.O. The fatigue life-time propagation of the connection elements of long-term operated hydro turbines considering material degradation / O.O. Larin, O.I. Trubayev, O.O. Vodka// *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*.- 2014.- № 1.- С. 167-192.
- 265 Li, B. A nonparametric test of independence between 2 variables / B. Li, Q. Yu// *Statistical Analysis and Data Mining*.- 2017.- No. 10.- Iss. 6.- Pp. 422-435. DOI: 10.1002/sam.11363
- 266 Li, C. Robust algorithms for economic designing of a nonparametric control chart for abrupt shift in location / C. Li, A. Mukherjee, Q. Su, M. Xie// *Journal of Statistical Computation and Simulation*.- 2016.- No. 86.- Iss. 2.- Pp. 306-323. DOI: 10.1080/00949655.2015.1007985

- 267 Lipson, C. Engineering for reliability, unpublished lecture notes / C. Lipson, J. Kerawalla, L. Mitchel, A. Krafus. – University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1962.
- 268 Lipson, C. Reliability prediction – mechanical stress/strength interference / C. Lipson, N.J. Sheth, R.L. Disney // Rome air development center: technical report no. RADC-TR-66-710, March 1967.
- 269 Liu, X.-X. Structural fragility estimation with beta-binomial distribution / X.-X. Liu, Z.-Y. Wu, Q.-A. Wang // Chinese Journal of Computational Mechanics. – 2014. – Vol. 31. – Iss. 6. – Pp. 755-762. DOI: 10.7511/jslx201406012
- 270 Liu, K. Identification of differential alternative splicing events with an adjusted beta-distribution model / K. Liu, Q. Du, G. Ren, B. Yu, C. Zhang // IEEE International Conference on Electro Information Technology.- Lincoln, United States, 2017.-Art. No. 8053369.-Pp. 276-279. DOI: 10.1109/EIT.2017.8053369
- 271 Liu, Y. Translation random field with marginal beta distribution in modeling material properties / Y. Liu, S.-T. Quek, F.-H. Lee // Structural Safety.- 2016.- Vol.61.- Pp.57-66. DOI: 10.1016/j.strusafe.2016.04.001
- 272 Mann, N.R. Point and interval estimation procedures for the two-parameter Weibull and extreme-value distribution / N.R. Mann. – Technometrics. – 1968. – Vol.10. – Iss.2.
- 273 Mann, N.R. Cramer-Rao efficiencies of best linear invariant estimators of parameters of the extreme-value distribution under type II censoring from above / N.R. Mann. – SI AM Journal of applied mathematics. – 1969. – Vol.17. – Iss.6.
- 274 Marimuthu, P. Optimum profile shift estimation on direct design asymmetric normal and high contact ratio spur gears based on load sharing / P. Marimuthu, G. Muthuveerappan // Procedia Engineering. – 2014. – Vol. 86. – Pp. 709-717. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.11.089.
- 275 Maruyama, K. Stress analysis of a bolt-nut joint by the finite element method and the copper-electroplating technique / K. Maruyama // Bulletin of the JSME. – 1974. – Vol. 17. – Pp. 442–450.
- 276 Menon, M.V. Estimation of the shape and scale parameters of the Weibull distri-

- bution / M.V. Menon// *Technometrics*.- 1963.- Vol.5.- No.2.
- 277 Méndez-González, L.C. Reliability analysis for electronic devices using beta-Weibull distribution / L.C. Méndez-González, L.A. Rodríguez-Picón, D.J. Valles-Rosales, R. Romero-López, A.E. Quezada-Carreón// *Quality and Reliability Engineering International*.- 2017.- Vol. 33.-Iss. 8.- Pp. 2521-2530. DOI: 10.1002/qre.2214
- 278 Miner, M.A. Cumulative damage in fatigue / M.A. Miner // *Journal of American society of mechanical engineers*. – 1945. – Vol.12. – Iss.3.
- 279 Mischke, C. A method of relating factor of safety and reliability / C. Mischke // *Journal of engineering for industry, transactions of ASTM*.-1970. -Vol.8. -Pp. 537-542.
- 280 Mood, A.M. Introduction to the theory of statistics / A.M. Mood, F.A. Greybill. – 2nd ed. – New York: McGraw-Hill, 1963.
- 281 Nagase, Y. Fatigue gauge utilizing slip deformation of aluminum foil / Y. Nagase, Y. Nakamura // *JSME Int. J., Series*. – 1992. – Vol. 35. – Pp. 247–252.
- 282 Nagase, Y. Fatigue gauge utilizing slip deformation of aluminum foil / Y. Nagase, Y. Nakamura // *Trans. Japan Soc. of Mech. Eng. Series A*. – 1991. – Vol. 57. – Pp. 1313–1319.
- 283 Nagase, Y. Fatigue gauge utilizing slip deformation of aluminum foil (slip initiation and surface roughening phenomena under uniaxial stressing) / Y. Nagase, T. Nakamura, Y. Nakamura // *JSME International Journal. S. I*. – 1990. – Vol. 33. – Iss. 4. – Pp. 506–513.
- 284 Ni, Y-Q Strain-Based Condition Assessment of a Suspension Bridge Instrumented with Structural Health Monitoring System / Ni Y-Q, Xia Y-X // *Int. J. of Structural Stability and Dynamics*. – 2016. – Vol. 16. – Iss. 4. – Art num 1640027. DOI: 10.1142/S0219455416400277
- 285 Okubo, H. Determination of the surface stress by means of electroplating / H. Okubo // *J. Appl. Phys.* – 1953. – Vol. 24. – Iss. 9. – Pp. 1130–1133.
- 286 Osakue, E. Edward. Probabilistic fatigue design of shaft for bending and torsion / E. Edward Osakue // *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*. – 2014. – Vol. 3. – Iss. 09. <http://www.ijret.org>

- 287 Paget, Ch. Bonded thin metallic foil sensor applications for structural health monitoring of aeronautical structures / Ch. Paget // *Physical Mesomechanics*. – 2008. – Vol.11. – Iss. 5-6. – Pp. 308-313. DOI: 10.1016/j.physme.2008.11.010.
- 288 Panin, S.V. Investigation of various criteria for evaluation of aluminum thin foil "smart sensors" images / S.V. Panin, A.V. Eremin, P.S. Lyubutin, M.V. Burkov // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*.-2014.-Vol. 66.- 012024.
- 289 Parzen, E. *Modern probability theory and its applications* / E. Parzen. – New York, John Wiley and sons, 1968.
- 290 Peng, X. Short-term load forecasting method based on outlier robust extreme learning machine considering adaptive load detection and repair / X. Peng, W. Zheng, L. Lin, Y. Liu // *Zhongguo Dianji Gongcheng Xuebao: proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering*, 2016.- Vol.36 (23).-Pp. 6409-6417. DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.160047
- 291 Porshnev, S.V. Features of information flows in the backbone Internet-channel: The analysis of the statistical characteristics of the relationship between the number of packets and the time / S.V. Porshnev, A.S. Koposov, D.A. Bozhalkin // *9th International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT 2015: Proceedings*. - 2015. - V. 1. - Pp. 437-440. 10.1109/ICAICT.2015.7338596
- 292 Porshnev S.V. Quantities' estimation peculiarities of densities blur parameter of random sequences distribution in Parzen-Rosenblatt approximation / S.V. Porshnev, A.S.Koposov // *In The World of Scientific Discoveries, Series B*. – 2014. -Vol. 2. - №1. – Pp.120-129.
- 293 Schatz, R. Application of time dependent stress-strength models of non-electrical and electrical systems / R. Schatz, M. Shooman, L. Shaw // *Reliability and maintainability symposium: proceedings*.- 1974.- Pp.540-547.
- 294 Schijve, J. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art / J. Schijve// *International Journal of Fatigue*.-2003.-Vol. 25. -Pp. 679-702.
- 295 Schwander, J. RADIX: a minimal-resources rapid-access drilling system / J.Schwander, S.Marending, T.F.Stocker, H.Fischer // *Annals of Glaciology*. –

2014. – Vol. 55(68). – Pp. 34-38. DOI: 10.3189/2014AoG68A015.
- 296 Serensen, S.V. Deformations and rupture criteria under low-cycles fatigue / S.V. Serensen, R.M. Shneiderovich // *Experimental Mechanics*. – 1966. – Vol.6. – Iss.12. – Pp. 587-592.
- 297 Serensen, S.V. Resistance of a low-carbon steel weld to low-cycle failure as a function of the properties of individual zones / S. V. Serensen, N. A. Makhutov // *Strength of Materials*.-1970.-No. 12. -Pp. 1239-1247. DOI:10.1007/BF01528831
- 298 Shaw, L. Time dependent stress-strength models for non-electrical and electrical systems / L. Shaw, M. Shooman, R. Schatz // *Reliability and maintainability symposium: proceedings*.- 1973.- Pp. 186-197.
- 299 Sheikh, A.K. Statistical modeling of pitting corrosion and pipeline reliability / A.K. Sheikh, J.K. Boah, D.A. Hansen // *Corrosion*. -1999.-Vol.46. -Iss.3.-Pp.190-197.
- 300 Shooman, M.L. Probabilistic reliability: an engineering approach / M.L. Shooman. – New York: McGraw-Hill, 1968.
- 301 Solovyov, V. Computational and experimental analysis of trawl winches barrels deformations / V. Solovyov, A. Cherniavsky // *Engineering Failure Analysis*. – 2013. – Vol. 28. – Pp. 160-165. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2012.10.007
- 302 Sonawane, M.S. Evaluation and analysis of few parametric and nonparametric classification methods / M.S. Sonawane, C.A. Dhawale // *Proceedings 2nd International Conference on Computational Intelligence and Communication Technology (CICT 2016)*. – Ghaziabad, India, 2016. – Pp. 14-21. DOI: 10.1109/CICT.2016.13
- 303 Sotberg, T. Reliability-based pipeline design and code calibration / T. Sotberg, B.J. Liera // *13th International Conference on offshore mechanics and arctic engineering : proceedings*. – Vol.V. – 1994. – Pp.351-363.
- 304 Susmel, L. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment / L. Susmel, P. Lazzarin // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2002. – Vol. 25. – Iss.1. – Pp. 63-78. DOI: 10.1046/j.1460-2695.2002.00462.x
- 305 Syzrantsev, V.N. Application of integral strain gauges for estimation of Novi-

- koff's gearings serviceability / V.N. Syzrantsev, S.L. Golofast, K.V. Syzrantseva // Engineering Mechanics-1997: proceedings of national conference with international participation. -Svratka, Czech Republic, 1997. -Vol.1. -Pp. 191-192.
- 306 Syzrantsev, V. Determination of torque on shafts by integral strain gauges indications. National conference with international participation / V. Syzrantsev, S. Golofast, K. Syzrantseva // Engineering Mechanics-1998: proceedings of national conference with international participation. – Svratka, Czech Republic, 1998. – Vol. 4. – Pp. 727-730.
- 307 Syzrantsev, V. Gearing serviceability diagnostic with the help of integral strain gauges / V.N. Syzrantsev, S.L. Golofast, K.V. Syzrantseva // 4-th World Congress on Gearing and Power Transmission: proceedings. – Paris, France, 1999. – Vol.2. – Pp. 1845-1850.
- 308 Syzrantsev, V.N. Technique of load ability research of elements of automobile's transmissions with the help of integral strain gauges / V.N. Syzrantsev, S.L. Golofast, K.V. Syzrantseva, A.I. Malenkov // Доклады международной конференции "Теория и практика зубчатых передач".-Ижевск, 1996. - С.177-181.
- 309 Syzrantsev, V. The new means and methods of experimental research of cylindrical gearings / V. Syzrantsev, S. Golofast, K. Syzrantseva, A. Malenkov // Mechanics in Design MID-98: proceedings of International Conference. – Nottingham, UK: Nottingham Trend University, 1998. – Pp. 553-562.
- 310 Syzrantsev, V.N. Determination of stresses and residual life in accordance with indications of variable-sensitivity integral strain gauge / V.N. Syzrantsev, K.V. Syzrantseva // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University, Geo Assets Engineering. – 2017. – Vol. 328. – Iss. 9. – Pp. 82-93.
- 311 Syzrantsev, V. Determination of stresses in tooth roots of gears by Integral Strain Gauges /V. Syzrantsev, K. Syzrantseva //Advances in Engineering Research.- 2017.-Vol.133.- Pp. 841-846. DOI: 10.2991/aime-17.2017.136
- 312 Syzrantsev, V. Integral strain gauges application for gearing reliability estimation / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva // Materials Science Forum. – 2017. – Vol. 906. – Pp. 44-49. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.906.44

- 313 Syzrantsev, V. Nonparametric approach to the durability estimation task of details with complicated geometry / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva // Monograph "MACHINE DESIGN 2008". -Novy Sad, Republic of Serbia, 2008.-Pp. 139-144.
- 314 Syzrantsev, V. The stress-strain condition estimation of detail in crack tip by integral strain gauges / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 127. – 012051.
DOI:10.1088/1757-899X/127/1/012051.
- 315 Syzrantsev, V.N. Using Finite Element Analyzing for calculation of stress-strain conditions of wedge gate valves bodies / V.N. Syzrantsev, K.V. Syzrantseva, A.V. Beloborodov // Engineering Mechanics 2003: book of extended abstracts of National conference with international participation. – Prague, Czech Republic, 2003. – Pp. 324-325.
- 316 Syzrantsev, V.N. Calculation of the strength reliability of parts under random loading / V. N. Syzrantsev, K.V. Syzrantseva, L. A. Chernaya // Global Journal of Researches in Engineering: G Industrial Engineering. USA. – 2014. – Vol. 14. – Iss. 5. – Pp. 11-17.
- 317 Syzrantsev, V. Algorithm for calculation of confidence intervals of low-cycle fatigue curve / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva, V. Ilinykh // Research Journal of Applied Sciences. – 2015. – Vol.10. – Iss. 8. – Pp. 334-337.
DOI:10.3923/rjasci.2015.334.337.
- 318 Syzrantsev, V.N. Processing of low-cycle fatigue tests data on a base of kinetic fatigue theory / V. N. Syzrantsev , K.V. Syzrantseva, V.N. Ilinykh // International Journal of Engineering and Applied Sciences. – Islamabad, Pakistan, 2015. – Vol.6. – No.4. – Pp. 7-10.
- 319 Syzrantsev, V. N. Confidence limits for the few-cycle fatigue curve / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva, V. N. Il'inykh, L. A. Chernaya // Russian Engineering Research. – 2016. – Vol. 36. – No. 1. – Pp. 20–24.
- 320 Syzrantsev, V.N. The software of an experimental-settlement method of tooth load ability estimation / V.N. Syzrantsev, K.V. Syzrantseva, S.G. Tyutrin // Доклады международной конференции “Теория и практика зубчатых пере-

- дач”. – Ижевск, 1996. – С.315-320.
- 321 Syzrantsev, V. Contact load and endurance of cylindrical gearing with arch-shaped teeth / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva, M. Varshavsky // ICMT'2001: proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions. – Chongqing, China, 2001. – Pp. 425-431.
- 322 Syzrantsev, V. Contact load in cylindrical gearings / V. Syzrantsev, K. Syzrantseva, M. Varshavsky // Akademika dubnica-99 : proceedings of 5th International Conference. – Dubnica nad Vahom, Slovakia, 1999. – Pp. 167-171.
- 323 Syzrantseva, K.V. Development of a method to calculate the strength reliability of tooth gears based on the fatigue resistance when the teeth bend / K.V. Syzrantseva // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2009. – Vol.38. – Iss.6 (200912). – Pp. 552-556. DOI: 10.3103/S1052618809060065.10.
- 324 Syzrantseva, K.V. Predicting the failure of gear transmissions by nonparametric statistics / K.V. Syzrantseva // Russian Engineering Research. – 2009. – Vol.29. – Iss.2. – Pp. 1206-1208. DOI: 10.3103/S1068798X09120028.
- 325 Syzrantseva, K.V. The stress-strain condition estimation of preventer body by finite element analysis / K.V.Syzrantseva // 16 th International Multidisciplinary Scientific Geoconference SGEM : conference proceedings. – Bulgaria, 2016. – Book 1. Science and Technologies in Geology, Exploration and Mining. – Vol.3. – Pp.1003-1010. DOI: 10.5593/SGEM2016/B13/S06.127.
- 326 Syzrantseva, K. Optimization of the damping element of axial vibrations of the drilling string by computer simulation / K. Syzrantseva, V. Arishin, M. Dvoynikov // Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2016. – Vol. 11. – Iss. 10. – Pp: 2312-2315. DOI: 10.3923/jeasci.2016.2312.2315.
- 327 Syzrantseva, K. Computer analysis of durability and leakproofness of multilateral junction of wells / K. Syzrantseva, M. Dvoynikov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 142. – 012118. DOI:10.1088/1757-899X/142/1/012118.
- 328 Syzrantseva, K. Determination of parameters of endurance limit distribution law of material by the methods of nonparametric statistics and kinetic theory of high-

- cycle fatigue / K. Syzrantseva, V. Syzrantsev // *Key Engineering Materials*. – 2017. – Vol. 736. – Pp. 52-57. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.736.52.
- 329 Syzrantseva, K. Estimation of Novikov gearing loading capacity on a base of Integral Strain Gauges application / Ksenia Syzrantseva, Vladimir Syzrantsev // *Procedia Engineering*. – 2017. – Vol. 206. – Pp. 1081–1086. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.10.598
- 330 Syzrantseva, K. Load on multipair contact zones of operating parts of screw pumps and motors: A computer analysis / K. Syzrantseva, V. Syzrantsev // *Procedia Engineering*. – Vol. 150 (2016). – Pp. 768–774. DOI:10.1016/j.proeng.2016.07.104.
- 331 Syzrantseva, K. Reliability estimation of machine parts with complicated geometry on a base of methods of nonparametric statistics /K. Syzrantseva, V. Syzrantsev // *Journal of Engineering and Applied Sciences*. – 2016. – Vol.11. – Iss.2. – Pp. 204-209. DOI: 0.3923/jeasci.2016.204.209.
- 332 Syzrantseva, K.V. The stress-strain condition calculation of driven elements of the positive displacement motor with the help of software ANSYS / K. Syzrantseva, V. Syzrantsev, V. Arishin // *Monograph "MACHINE DESIGN 2009"*. – Novy Sad, Republic of Serbia, 2009. – Pp. 81-84.
- 333 Syzrantseva, K. The application of finite element analysis during development of the Integral Strain Gauges calibration method for the study of the welded construction / K. Syzrantseva, V. Syzrantsev, M. Dvoynikov // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 177. – 012133. DOI:10.1088/1757-899X/177/1/012133.
- 334 Tahmasebi, S. Reliability characteristics of bivariate rayleigh distribution and concomitants of its order statistics and record values / S. Tahmasebi, A.A. Jafari, M. Ahsanullah // *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*. –2017. – Vol. 54. – Iss. 2. – Pp. 151-170. DOI: 10.1556/012.2017.54.2.1359
- 335 Tereshin, D.A. Theoretical basis and a finite element formula for the direct calculation of steady plastic states / D.A. Tereshin, O.F. Cherniavsky, // *Direct Methods for Limit and Shakedown Analysis of Structures: Advanced Computa-*

- tional Algorithms and Material Modelling. – 2015. – Pp. 81-104.
- 336 The analysis of structural safety / Freudenthal, A.M. et al. // Journal of the structural division, ASCE, 1962.- Vol.92.- No.572.- Pp.267-325.
- 337 The superb project: pipeline statistical properties and implications in design of offshore pipelines / G. Jiao, T. Sortberg, R. Bruschi, R. Igland // OMAE International Conference : proceedings. -Vol.V. -Yokohama, Japan: ASME, 1997. -P.45-56.
- 338 Tilbi, D. Chi-squared goodness-of-fit tests for the generalized Rayleigh distribution / D. Tilbi, N. Seddik-Ameur // Journal of Statistical Theory and Practice. – 2017. – Vol. 11. – Iss. 4. – Pp. 594-603. DOI: 10.1080/15598608.2017.1286276
- 339 Tomaszewski, J. Stochastic model of durability of rolling bearings considering assembly inaccuracies / J. Tomaszewski // Solid State Phenomena. – 2013. – Vol. 199. – Pp. 165-169.
- 340 Tschannen, M. Robust Nonparametric Nearest Neighbor Random Process Clustering / M. Tschannen, H. Bolcskei // IEEE Transactions on Signal Processing.- 2017.- No. 65.- Iss. 22.- Art.No. 8003335.- Pp. 6009-6023. DOI: 10.1109/TSP.2017.2736513
- 341 Wald, A. Tolerance limits for a normal distribution / A. Wald, J. Wolfowitz // Ann. Math. Stat. – 1946. – Vol.13. – Iss.2. – P.208.
- 342 Wei, Khoo Sze. Stress intensity factor for cracks emanating from a shaft / Khoo Sze Wei, Saravanan Karuppanan // Journal of Applied Sciences. – 2011. – Vol.11. – Iss.10. – Pp. 1839-1844. DOI: 10.3923/jas.2011.1839.1844
- 343 Yimin Zhang. Reliability-based robust design optimization of vehicle components / Zhang Yimin // Frontiers of Mechanical Engineering, Part I: Theory.- 2015.- Vol. 10. -Iss. 2.-Pp. 138-144. DOI: 10.1007/s11465-015-0333-2
- 344 Zheng, Y. Stress calculation of the assembled pressure parts of FZ28-105 ram BOP / Y. Zheng, C. Zhang, Z. Song, L. Xiao, M. Liu // Natural Gas Industry. – 2013.- Vol. 33. - Iss. 5. - Pp. 92-95. DOI: 10.3787/j.issn.1000-0976.2013.05.017.
- 345 Zuo, F.-J. Reliability analysis of gear transmission with considering failure correlation / F.-J. Zuo, L. Yu, J. Mi, Z. Liu, H.-Z. Huang // Maintenance and Reliability. – 2015. – Vol.17. – Iss. 4. – Pp. 617–623, DOI: 10.17531/ein.2015.4.19

ПРИЛОЖЕНИЯ

УТВЕРЖДАЮ
 Заместитель директора
 Института машиноведения УрО РАН
 по научным вопросам
 д.т.н. С.В. Смирнов

"22" сентября 2009г.



АКТ

об использовании методики и результатов расчета подшипников,
 работающих в нестандартных условиях эксплуатации
 Сызранцевой Ксении Владимировны

Отделом механики транспортных машин ИМАШ УрО РАН с 2001г. проводятся работы по проектированию, расчету надежности и созданию новых образцов бесступенчатых импульсных механических трансмиссий. В состав спроектированной саморегулируемой бесступенчатой трансмиссии для городского автобуса входит подшипниковый узел, функционирующий в нестандартных условиях эксплуатации (данная работа поддерживалась грантом РФФИ 01-01-96448. Сызранцева К.В. являлась одним из исполнителей гранта).

Разработанные Сызранцевой К.В. методики и расчетные схемы для выполнения компьютерного моделирования работы и оценки надежности использованы при расчетах на грузоподъемность и долговечность подшипников, а также механизма свободного хода саморегулируемой бесступенчатой трансмиссии. Результаты расчета распределения нагрузки между телами качения, а также картин распределения контактных напряжений по телам качения подшипников позволили обоснованно подойти к использованию в конструкции трансмиссии шарикоподшипника 306 и роликоподшипника 102306.

Главный научный сотрудник
 Института машиноведения УрО РАН
 заслуженный деятель науки РФ
 д.т.н., профессор

А.А. Благодеров

Зав. отделом механики
 транспортных машин
 Института машиноведения УрО РАН
 к.т.н., доцент

А.В. Юркевич

УТВЕРЖДАЮ:



АКТ
внедрения диссертационной работы
Сызранцевой К.В.

Тюменское Научно-Производственное Предприятие «Сибтехноцентр» вот уже около 10 лет является одним из ведущих российских разработчиков и производителей противовыбросового нефтегазового оборудования. ЗАО «НИИ «Сибтехноцентр» представлен несколькими десятками моделей и типоразмеров плашечных превенторов с ручным и гидравлическим приводом, включая колтюбинговые, а также уникальные, не имеющие аналогов в мире плашечно - шиберные превенторы.

Все проектируемые на предприятии новые образцы нефтегазового оборудования подвергаются гидравлическим испытаниям для оценки их работоспособности и надежности.

Материалы диссертационной работы Сызранцевой К.В. применялись при компьютерном моделировании процессов гидравлических испытаний корпусных деталей превенторов ППШР-2ФТ-152х21 и ППГ-230х35 с целью оценки надежности изделия, а также, проведения оптимизации геометрии конструкции.

Использование численных методов компьютерного анализа конструкций и методик их реализации, предложенных Сызранцевой К.В., применительно к выпускаемой ЗАО «НИИ «Сибтехноцентр» продукции, в сочетании с непараметрической статистикой, позволяют оценить надежность проектируемого оборудования на этапе конструирования с учетом случайного спектра нагрузок, испытываемого оборудованием в процессе эксплуатации.

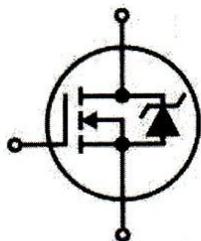
Настоящий АКТ не является основанием для предъявления финансовых требований.

Технический директор

Зам.ген.директора по развитию

А.Н. Тишин

Е.В. Сеньков



**ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«Научно-производственное предприятие
Авионика и Мехатроника»**

Российская Федерация, 454084, город Челябинск, улица Калинина, дом 16, офис 5.
ИНН / КПП 7447275907 / 744701001 ОГРН 1177456073849
Тел.: +7(908)5819705

Исх. №003
От 05.10.2017 г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов докторской диссертации Ксении Владимировны Сызранцевой

«05» октября 2017 г.

Результаты научно-исследовательской деятельности К.В. Сызранцевой, а именно усовершенствованные методики расчета вероятности отказа работы цилиндрических зубчатых передач, основанные на учете фактических законов распределения напряжений в контакте зубьев и напряжений в основании зубьев, восстанавливаемые с использованием математического аппарата непараметрической статистики, принято решение использовать при научном обосновании корректировки выходных крутящих моментов редукторов, выпускаемых ООО «НПП Авионика и Мехатроника», в зависимости от режима их эксплуатации при заданной постоянной по величине вероятности безотказной работы редукторов.

Предлагаемая Ксенией Владимировной методика позволяет с достаточной для инженерных методик точностью производить оценку надежности редукторов и механических передач еще на стадии их разработки и проектирования.

Неоспоримым преимуществом данного метода непараметрической статистики является его применимость при расчете новых модификаций оборудования, их оптимизации и рационализации.

Программная реализация методики позволяет значительно повысить производительность процесса проектирования и инженерного расчета редукторов и механических передач различного назначения.

Настоящий АКТ не является основанием для предъявления финансовых требований.

Заместитель
Генерального
директора



Тутынин

Тутынин В.Т.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
 Федеральное государственное
 бюджетное образовательное
 учреждение высшего образования
 «Тюменский индустриальный университет»
 (ТИУ)

Институт геологии и нефтегазодобычи

ул. Мельникайте, д. 70, Тюмень, 625039

Телефон/факс: (3452) 28-30-10

E-mail: dirinig@tyuiu.ru; http://www.tyuiu.ru

24.10.2017 № 03-3010/931

На № _____

СПРАВКА

об использовании результатов докторской диссертации к.т.н., доцента
 К.В.Сызранцевой в учебном процессе Тюменского индустриального
 университета.

Разработанные К.В.Сызранцевой методики оценки прочностной надежности, долговечности деталей общепромышленного применения и металлоконструкций машин в условиях их работы при изменении внешних нагрузок по законам случайных величин любой сложности, методики экспериментального исследования нагруженности по показаниям датчиков деформаций интегрального типа являются основой дисциплин:

академической магистратуры направления 21.04.01 «Нефтегазовое дело», программа «Диагностика технического состояния и надежности нефтегазового оборудования»

1. Оценка прочностной надежности объектов нефтегазового комплекса на основе методов непараметрической статистики.
2. Расчетно-экспериментальные методы оценки нагруженности и деформативности элементов оборудования.
3. Расчетно-экспериментальные методы прогнозирования остаточного ресурса по усталости.

Аспирантуры направления 15.06.01 «Машиностроение», профиль «Машины, агрегаты и процессы (нефтегазовая отрасль)»

1. Методы оценки прочностной надежности оборудования
2. Расчетные и экспериментальные методы прогнозирования ресурса оборудования

Директор Института геологии и
 нефтегазодобычи Тюменского
 индустриального университета
 к.т.н., доцент



А.Л.Пимнев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018610392**Расчет методами непараметрической статистики
вероятности безотказной работы валов в условиях
случайного процесса их нагружения**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Тюменский
индустриальный университет» (ТИУ) (RU)*

Автор: *Сызранцева Ксения Владимировна (RU)*

Заявка № **2017661574**Дата поступления **14 ноября 2017 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **10 января 2018 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018610395

Расчет методами непараметрической статистики
вероятности безотказной работы подшипников качения в
условиях случайного процесса их нагружения

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Тюменский
индустриальный университет» (ТИУ) (RU)*

Автор: *Сызранцева Ксения Владимировна (RU)*



Заявка № 2017661647

Дата поступления 14 ноября 2017 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 10 января 2018 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Илизаров Г.П. Илизаров