

УТВЕРЖДАЮ:



Проректор по научной работе ВГУ

профессор В.Н. Попов

«20» ноябрь 2015 г.

## О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Н.А. Манаковой

"Аналитическое и численное исследования оптимального управления в полулинейных моделях гидродинамики и упругости", представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Н.А. Манаковой посвящена аналитическому и численному исследованию оптимального управления в полулинейных математических моделях, основанных на вырожденных неклассических уравнениях математической физики. Проведено теоретическое исследование, созданы новые численные методы нахождения приближенных решений, разработаны алгоритмы численного решения и соответствующие комплексы программ, реализованы численные эксперименты. Актуальность изучения оптимального управления в полулинейных моделях математической физики обусловлена необходимостью исследования важных прикладных задач в гидродинамике, геологии при изучении фильтрации жидкости, в нефтедобыче, в теории упругости, электродинамике и других предметных областях.

Задачам оптимального управления для систем, описываемых уравнениями с частными производными, посвящены работы Ж.-Л. Лионса, А.В. Фурсикова, В.И. Иваненко, Н. Папагеоргиу, К.А. Лурье, Г.О. Фатторини, С.С. Сритхарана и многих других. Задача оптимального управления системами, поведение которых описывается линейными уравнениями соболевского типа, в той или иной постановке рассматривалась Г.А. Свиридиюком, А.А. Ефремовым, В.Ф. Чистяковым, В.Е. Федоровым, М.В. Плехановой, А.В. Келлер и многими другими. Исследование задач оптимального управления для вырожденных

неклассических полулинейных математических моделей носит разрозненный характер. В диссертации построен общий метод исследования задачи оптимального управления для целого класса полулинейных моделей математической физики. Проведенное теоретическое исследование развивает теорию полулинейных уравнений соболевского типа и теорию оптимального управления для них, позволяет ставить вопрос об аналитическом и численном исследовании как существующих задач, так и новых, в рамках сложившихся направлений математического моделирования.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 255 страниц. Библиография содержит 220 наименований.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, определяется цель работы, дается обзор литературы по исследуемой проблематике. Первая глава содержит 9 параграфов и посвящена построению полулинейных математических моделей процессов фильтрации, деформации и электрического поля. Исследуется вопрос о структуре фазового пространства полулинейного операторного уравнения соболевского типа с монотонными операторами

$$L\dot{x} + Mx + \sum_{j=1}^k N_j(x) = u, \ker L \neq \{0\}. \quad (1)$$

На основе абстрактных результатов проведено исследование и показана простота фазового пространства обобщенного уравнения Хоффа, уравнения Осколкова нелинейной фильтрации, обобщенного уравнения Буссинеска, уравнения распределения потенциала электрического поля в полупроводнике.

Вторая глава посвящена изучению задачи оптимального управления для абстрактных полулинейных моделей соболевского типа. Найдены достаточные условия разрешимости задач Коши

$$x(0)=x_0 \quad (2)$$

и Шоултера – Сидорова

$$L(x(0)-x_0)=0 \quad (3)$$

для уравнения (1) в случае  $s$ -монотонных и  $p$ -коэрцитивных операторов  $N_j$ . Получены условия сходимости приближенных решений рассматриваемых задач к аналитическому в слабом обобщенном смысле. Приведены достаточные условия существования решения задачи оптимального управления

$$J(\hat{x}, \hat{u}) = \min J(x, u), \quad (4)$$

где пары  $(x, u)$  являются решениями задач (1), (2) или (1), (3). Также рассматривается задача Шоуолтера – Сидорова (3) для полулинейного уравнения с билинейным оператором

$$L\dot{x} + Mx + N(x, x) = u, \ker L \neq \{0\}. \quad (5)$$

Получены достаточные условия существования решения задачи оптимального управления (3) – (5). Как в этой главе, так и в последующих главах основными исследуемыми задачами являются задачи Коши и Шоуолтера – Сидорова. В силу принципиальной неразрешимости задачи Коши для вырожденных уравнений при произвольных начальных данных решение задачи существует не для всех начальных функций, рассмотрение же условия Шоуолтера – Сидорова позволяет снять ограничения на начальные условия, что в значительной степени упрощает построение численных методов.

Третья глава содержит шесть параграфов и посвящена исследованию оптимального управления в математической модели Осколкова нелинейной фильтрации, модели динамики слабосжимаемой вязкоупругой жидкости, обобщенной модели Хоффа, модели деформации конструкции из двутавровых балок, модели распределения потенциала электрического поля в полупроводнике, обобщенной фильтрационной модели Буссинеска. Найдены достаточные и необходимые условия существования оптимального управления для рассматриваемых моделей. Доказана сходимость приближенных решений к точному.

Четвертая глава состоит из восьми параграфов и посвящена описанию разработанных численных методов исследования задачи оптимального управления для полулинейных математических моделей соболевского типа.

Разработаны численные методы решения, основанные на методах декомпозиции, Галеркина – Петрова – Фаэдо и покоординатного спуска с памятью. Приведены алгоритмы численного решения, используемые при построении соответствующих численных методов. В пятой главе приведены результаты ряда вычислительных экспериментов.

В диссертационной работе впервые проведено аналитическое и численное исследование оптимального управления для широкого класса вырожденных полулинейных математических моделей с помощью разработанной автором теории оптимального управления для полулинейных уравнений соболевского типа: представлены постановки задач, соответствующих математическим моделям, доказаны теоремы о существовании и единственности решения задачи оптимального управления для них, разработаны и обоснованы численные методы решения. Разработан комплекс программ, позволяющий проведение вычислительных экспериментов, демонстрирующих эффективность алгоритмов и методов. Все результаты, выносимые на защиту, получены автором лично, являются новыми, своевременно опубликованы. Достоверность полученных результатов обеспечена полными доказательствами всех утверждений, причем математическая строгость доказательств соответствует современному уровню.

Обширный класс математических моделей может быть редуцирован к исследуемым начальным задачам для полулинейного уравнения соболевского типа. Полученные в диссертации результаты применимы для аналитического и численного исследований различных математических моделей гидродинамики, теории фильтрации, теории упругости, электродинамики и в других областях.

Результаты диссертации представляют интерес для применения в исследованиях научных коллективов в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, в Институте математики и механики УрО РАН, Воронежском, Новгородском, Новосибирском, Иркутском, Югорском, Южно-Уральском, Челябинском государственных университетах и Северо-Восточном федеральном университете.

Структура диссертации Н.А. Манаковой носит логический, законченный характер и обладает внутренним единством, автореферат полностью соответствует содержанию диссертации. По теме диссертации соискателем написано 57 научных работ, из которых 16 опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ для опубликования результатов диссертационного исследования. Результаты диссертационного исследования были представлены и обсуждены на конференциях международного и всероссийского уровней. Несмотря на все вышесказанное, к недостаткам работы следует, на наш взгляд, отнести следующее:

1. В работе изучены математические модели в случае неотрицательно определенного оператора при производной по времени, что в частном случае описывается условием  $\lambda \geq -\lambda_1$ . Из диссертационной работы не понятно, возможно ли исследование более общего случая.
2. В вычислительных экспериментах рассмотрены случаи отрезка, прямоугольника, круга и графа. Хотелось бы, чтобы автор рассмотрел случай более сложных областей.
3. К недостаткам оформления можно отнести лишь небольшое количество грамматических ошибок и опечаток.

Отмеченные недостатки не снижают ценность диссертационной работы.

Диссертационная работа Н.А. Манаковой "Аналитическое и численное исследования оптимального управления в полулинейных моделях гидродинамики и упругости" представляет собой научно-квалификационную работу, в которой на основании выполненных автором исследований оптимального управления в полулинейных моделях гидродинамики и упругости разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение и решение крупной научной проблемы в области математического моделирования и численных методов. Полученные результаты имеют важное научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ. Диссертация написана ясным языком, все результаты являются новыми, строго обоснованы и получены автором самостоятельно. Диссертационная работа соответствует требованиям ВАК Министерства образования и науки РФ, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Манакова Наталья Александровна, заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв подготовил доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа Воронежского государственного университета, Баев Александр Дмитриевич. Диссертационная работа и отзыв обсуждены, отзыв одобрен и утвержден на совместном заседании кафедр математического анализа и математического моделирования Воронежского государственного университета, "19" ноября 2015 г., протокол № 05-02-03.

Кафедра математического анализа ВГУ,  
кафедра математического моделирования ВГУ:  
+7 (473) 220-84-01, deanery@math.vsu.ru

Заведующий кафедрой  
математического анализа ВГУ,  
доктор физ.-мат. наук, профессор

Баев Александр Дмитриевич

Заведующий кафедрой  
математического моделирования ВГУ,  
доктор физ.-мат. наук, профессор

Костин Владимир Алексеевич

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Воронежский государственный университет"

394006, Россия, г. Воронеж, Университетская пл., д. 1.

Сайт организации: <http://www.vsu.ru>

Факс: +7(473) 220-87-55, e-mail: office@main.vsu.ru

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
«Воронежский государственный университет»  
(ФГБОУ ВПО «ВГУ»)

Подпись Баева А.Ю.

Костина В.Н.

заявлено Все документы  
должность директор  
подпись, расшифровка подписи

Синельникова 20.11.2015