



УТВЕРЖДАЮ

И.о. ректора ФГАОУ ВПО

«Волгоградский государственный университет»

д.э.н., проф.

В.В. Тараканов

« 29 » августа 2014 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Волгоградский государственный университет» на диссертационную работу Бокова Александра Викторовича «Численные методы исследования математических моделей геофизики и тепловой диагностики на основе теории обратных задач», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа Бокова А.В. посвящена исследованию математических моделей геофизики и тепловой диагностики, а также разработке и обоснованию численных методов решения обратных задач математической физики, возникающих в данных моделях.

**Актуальность работы** связана с необходимостью разработки эффективных аналитических и численных методов решения задач, формулируемых как обратные задачи математической физики. Во многих случаях это диктуется и потребностями, возникающими в современной инженерной практике. К числу таких задач относятся ретроспективная задача теплопроводности, обратные граничные и коэффициентные задачи теплопроводности и диффузии, задачи томографии и гравиметрии. Проблема состоит в определении начальных или граничных условий, коэффициентов теплопроводности или диффузии, области действия оператора дифференциального уравнения. Построение и обоснование способов решения указанных задач представляется весьма важным, как с точки зрения теоретических исследований, так и с точки зрения многочисленных приложений.

Теория обратных и некорректно поставленных задач является одной из наиболее интенсивно развивающихся областей современной математики и ее приложений. Список даже наиболее известных исследователей, занимавшихся

и занимающихся подобной проблематикой, составит не один десяток страниц. В их числе нужно особо отметить академиков А.Н. Тихонова и М.М. Лаврентьева, член-корреспондента РАН В.К. Иванова, основоположников теории некорректных задач. Большой вклад в развитие теории внесли математики А.Л. Агеев, В.Я. Арсенин, А.Б. Бакушинский, В.В. Васин, А.В. Гончарский, А.М. Денисов, С.И. Кабанихин, А.С. Леонов, В.А. Морозов, Л.Д. Менихес, В.Г. Романов, В.П. Танана, А.Г. Ягола, Р. Латтес, Ж.-Л. Лионс и другие.

В частности, популярность данной тематики вызвана тем, что обратные задачи возникают, в том числе, при обработке и интерпретации результатов экспериментов, ставящих своей целью исследование различных свойств физических объектов и процессов, вызывающих затруднение для непосредственного наблюдения. При этом весьма актуальной проблемой была и остается разработка новых, адекватных реальным технологическим и физическим процессам моделей, а также создание эффективных численных методов и алгоритмов, реализующих их. Собственно в данном направлении и выполнена диссертационная работа Бокова А.В.

**Целью** диссертационного исследования Бокова А.В. является изучение нескольких математических моделей геофизики и тепловой диагностики с последующей разработкой и обоснованием эффективных численных методов решения соответствующих обратных задач математической физики. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

1) осуществить в рамках рассматриваемых математических моделей переход от прямых задач к обратным; 2) разработать новые математические методы моделирования в задачах геофизики и тепловой диагностики; исследовать адекватность математических моделей характеру изучаемых физических процессов; 3) создать эффективные численные алгоритмы поиска приближённых решений с помощью методов теории некорректно поставленных задач; получить оценки погрешности решений, которые позволили бы судить о степени надёжности полученных результатов; 4) реализовать разработанные численные методы и алгоритмы в виде комплекса программ для решения задач на компьютере; провести вычислительные эксперименты на модельных примерах и анализ полученных результатов.

В работе использовались методы вычислительной математики, математического моделирования, математической физики, функционального анализа, дифференциальных уравнений, теории обратных и некорректно поставленных задач, вариационного исчисления, теории оптимизации.

**Научная новизна** работы состоит в разработке новых вычислительных методов решения обратных задач математической физики. В частности, ее составляют следующие результаты, полученные впервые лично автором.

- Исследованы математические модели тепловой диагностики технических объектов, регистрации аномалий гравитационного поля и гидродинамического обследования нефтяных пластов. В особенности

отметим совершенно замечательную теорему единственности обратной коэффициентной задачи фильтрации. Также достойны высокой оценки экспертов найденные оценки точности приближенного решения обратной задачи тепловой диагностики восстановления потока на границе.

- Приведено подробное обоснование применимости метода обобщенной  $L$ -регуляризации для нахождения приближенных решений в обратной задаче гравиметрии и обратных коэффициентных задачах теплопроводности и фильтрации. Показана эффективность применения метода конечномерной аппроксимации для нахождения регуляризованных решений в обратных задачах математической физики.
- На основе разработанных численных методов реализован комплекс программ, предназначенный для проведения вычислительных экспериментов.

**Теоретическая значимость** работы заключается в обосновании возможности применения методов регуляризации к исследованию математических моделей геофизики и тепловой диагностики. В том числе получили дальнейшее развитие общие методы решения рассматриваемых обратных задач математической физики на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова, рассмотрены вопросы единственности решения, сходимости приближенных решений к точному решению, получены точные по порядку оценки погрешности предлагаемых методов. Разработанные алгоритмы были применены для решения обратной коэффициентной задачи фильтрации, обратной граничной задачи для уравнения теплопроводности, обратной задачи гравиметрии.

Предложенный в работе обобщенный метод  $L$ -регуляризации является достаточно серьезным развитием метода  $L$ -регуляризации В.П. Тананы, и в целом развивает тематику связанную с регуляризацией А.Н. Тихонова. Найденные в работе оценки точности приближенных решений, а также конечномерные аппроксимации решений нелинейных операторных уравнений представляют серьезный интерес для специалистов в области численных методов решения задач математической физики. Ну а изящная формулировка теоремы единственности в задаче нестационарной фильтрации и методы ее доказательства без всякого сомнения представляют интерес для исследователей, занимающихся обратными задачами математической физики.

**Практическая значимость** работы состоит в решении крайне актуальных в инженерной деятельности задач геофизики и тепловой диагностики. На основе созданных в работе численных методов реализован комплекс программ для решения задач исследования нефтяных пластов, тепловой диагностики технических объектов и изучения аномалий гравитационного поля. Его применение может серьезно повысить эффективность указанных исследований. Практическую значимость работы

подчеркивает тот факт, что данные исследования выполнялись при финансовой поддержке РФФИ.

Автор диссертации вынес на защиту следующие результаты.

1. Математическая модель определения коэффициента гидропроводности в задаче исследования нефтяных пластов. Теорема единственности решения обратной коэффициентной задачи фильтрации.

2. Оценка точности приближённого решения обратной граничной задачи тепловой диагностики. Аналитическое представление приближённых решений и оценка их погрешности.

3. Математическая модель определения запасов полезных ископаемых в геологоразведке по регистрируемой аномалии гравитационного поля, вызванной неоднородностью горных пород. Описание строения оператора, порождённого соответствующей обратной задачей гравиметрии.

4. Численные методы и алгоритмы решения указанных задач, в основе которых лежат методы  $L$ -регуляризации приближённых решений и конечномерной аппроксимации регуляризованных решений.

5. Комплекс программ, реализующих предложенные алгоритмы решения нелинейных обратных задач для проведения вычислительных экспериментов.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами всех утверждений, приведенных в диссертации, а также подтверждается согласием между теоретическими положениями, результатами вычислительных экспериментов и выводами, полученными в исследованиях других авторов.

Результаты диссертации докладывались на международных конференциях, опубликованы в 13 печатных работах, в том числе 3 публикации в журналах, рекомендованных ВАК, и 2 свидетельства Роспатента о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы из 143 наименований и приложения.

Во введении обосновывается актуальность исследований, приводится краткий обзор результатов по изучаемой проблеме, полученных другими авторами, формулируется цель исследования, ставятся задачи, определяется научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Содержательная часть диссертации начинается с исследования математических моделей технологических процессов и физических явлений, сводящихся к линейным и нелинейным обратным задачам.

В первом параграфе первой главы рассмотрена задача математического моделирования процесса гидродинамического исследования нефтяных пластов. Задача сформулирована как обратная коэффициентная задача фильтрации, и проведено исследование единственности её решения.

Во втором параграфе рассматривалась задача математического

моделирования процесса тепловой диагностики технического объекта, подверженного тепловым нагрузкам. Получено приближённое решение соответствующей обратной задачи теплопроводности с неизвестным граничным условием второго рода и сделана оценка погрешности этого решения.

В третьем параграфе ставилась задача математического моделирования процесса регистрации аномалии гравитационного поля, вызванной неоднородностью горных пород. Рассматривалась математическая модель сопутствующей задачи восстановления поверхности раздела двух сред, как нелинейная обратная задача гравиметрии. Исследовано строение оператора, порождённого данной обратной задачей

Во второй главе обосновывались численные методы решения обратных задач, рассмотренных в первой главе. Для них разрабатывались алгоритмы решения на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова и метода конечномерных аппроксимаций регуляризованных решений. Приведено теоретическое обоснование применимости обобщённого метода  $L$ -регуляризации для нахождения приближённого решения в обратной задаче гравиметрии и в обратной задаче фильтрации. Доказана сходимость метода регуляризации в задаче определения коэффициента гидропроводности пласта в пространстве  $L_2$ .

Третья глава посвящена разработке комплекса программ численного решения описанного класса обратных задач математической физики. Обсуждаются вопросы построения дискретных аналогов дифференциальных уравнений, необходимых для реализации алгоритмов решения обратных задач. Приводится структура программного комплекса и даётся описание реализуемых алгоритмов и итерационных методов. Для численного решения задачи поиска минимума функционала применялись и сравнивались между собой с точки зрения эффективности и скорости сходимости градиентные, квазиньютоновские методы и метод сопряжённых градиентов.

В заключении приводятся основные выводы по теме диссертации. В приложении содержатся результаты численных экспериментов, производится их сравнение с результатами других авторов.

Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, в том числе пунктам

- п. 1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений.
- п. 2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.
- п. 4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Положительно оценивая работу в целом, укажем на некоторые ее недостатки.

1. Предъявленные в диссертационной работе доказательства ряда положений чересчур лаконичны, что несколько затрудняет их понимание. В частности,

- на стр. 57 следовало бы более подробно обосновать вывод оценки (1.2.17);
- на стр. 62 следует подробнее указать, как из (1.2.46) и (1.2.47) вытекает равенство (1.2.49);
- на стр. 62 присутствуют фразы: «из теоремы, сформулированной в [103], следует ...», а также «из теоремы, сформулированной в [100], следует ...». Однако без точных формулировок указанных утверждений данные выводы недостаточно обоснованы.

2. Суммирование в формуле (1.1.14) на стр. 37 начинается с  $n = 0$ . При этом ниже, на стр. 40 - 41 показано, что на самом деле сумма начинается с  $n = 1$ . Аналогично в формулах на стр. 42.

3. Несколько раз встречаются ссылки на публикации (стр. 61, 69, 79, 84), одним из авторов которых является Боков А.В., но оформленные в стиле, предполагающем что цитируемые результаты принадлежат соавтору. Так ли это есть на самом деле? Явно в работе об этом не сказано.

4. Не понятно, чему равна константа  $a$  в формуле (1.1.17) на стр. 38 и, соответственно, каким образом получены краевые условия (1.1.19). Сами краевые условия выглядят очень странно, в них отсутствует требуемое решение.

5. На стр. 60 следовало бы подробнее обосновать вывод (1.2.37) и (1.2.38), тем более что не совсем понятны и сами обозначения  $f_{1,0}$  и  $f_{2,0}$

6. В работе присутствуют опечатки. Например, в формуле (2.1.18) на стр. 73 в правой части, по всей видимости, должна стоять константа  $d$ .

7. На стр. 14 указано, что библиографический список содержит 120 наименований, тогда как на самом деле - 143.

Однако отмеченные недостатки не влияют на положительную в целом оценку выполненного исследования.

Диссертационная работа Бокова А.В. является законченным научным исследованием, содержит решение актуальной и практически значимой задачи разработки и исследования математических моделей геофизики и тепловой диагностики на основе теории обратных задач с созданием соответствующих эффективных численных методов и комплексов программ. Работа выполнена на высоком научно-исследовательском уровне, хорошо структурирована и оформлена. Материал изложен последовательно и логично.

Цели и задачи, определенные в работе, достигнуты и решены в полном объеме. Библиографический список достаточен, обращения к нему обоснованы и свидетельствуют о глубине проработки проблематики диссертантом.

Публикации по теме диссертации в полной мере отражают основные научные результаты соискателя. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации. Основные результаты диссертации своевременно

опубликованы.

Результаты диссертации представляют интерес для специалистов, работающих в ИММ УрО РАН, ИМ СО РАН, ИВМиМГ СО РАН, МГУ, НГУ, ЮУрГУ, ВолГУ, СГУ, ЮФУ и других научных и образовательных организациях.

Диссертационная работа Бокова Александра Викторовича «Численные методы исследования математических моделей геофизики и тепловой диагностики на основе теории обратных задач» удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК Министерства образования и науки РФ, а ее автор Боков А.В. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв подготовил доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационных систем и компьютерного моделирования Волгоградского государственного университета, А.В. Хоперсков. Диссертация и отзыв обсуждены, и отзыв утвержден на заседании кафедры информационных систем и компьютерного моделирования Волгоградского государственного университета 28 августа 2014 г., протокол № 7.

Заведующий кафедрой  
информационных систем  
и компьютерного моделирования  
ВолГУ  
д.ф.-м.н., профессор

/А.В. Хоперсков/

Директор института математики  
и информационных технологий  
ВолГУ  
д. ф.-м.н, профессор

/А.Г. Лосев/

Подпись	<i>Хоперсков А.В.</i>	заверяю
	<i>Лосев А.Г.</i>	
Ученый секретарь федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Волгоградский государственный университет»		
	<i>Лисовская Н.В.</i>	Н.В. Лисовская
	<i>28 августа</i>	20 14 г.



Хоперсков Александр Валентинович  
тел. (8442) 46-48-94, akhoperskov@rambler.ru  
400062, г. Волгоград, пр. Университетский, 100