

ОТЗЫВ

официального оппонента Пяткова Сергея Григорьевича на диссертационную работу Ушакова Андрея Леонидовича «Анализ стационарных физических систем методом итерационных расширений», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в диссертационный совет 24.2.437.11 при ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» по специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Актуальность темы диссертационного исследования. Вычисления прогибов пластин и мембран являются сложными и актуальными задачами, что связано, с одной стороны с активным использованием решений этих задач в строительстве кораблей, ракет и других объектов, а с другой стороны с большим и не всегда оптимальным количеством операций при их решении. Известным подходом к изучению этих объектов, является использование их математических описаний на основе краевых задач для бигармонических и гармонических уравнений. Используемые методы и подходы на практике, при решении таких задач имеют много нерешенных проблем при поиске точных и численных решений. Нет прямых аналитических методов решения таких задач в областях со сложной геометрией. А решение бигармонического уравнения в геометрически сложных областях именно с краевым условием Дирихле является проблемной задачей. Нет асимптотически оптимальных по количеству операций и численных методов решения этой задачи в соответствии с теоретическими оценками количества операций требуемых для ее решения даже в квадратной области. Трудности численного решения этой задачи отмечали С.Д. Алгазин, Г.Х. Соловьев, Н.Н. Анучина, К.И. Бабенко, С.К. Годунов, Е.Г. Дьяконов, С.П. Павлов, М.В. Жигалов, В.И. Ряжских, М.И. Слюсарев, М.И. Попов и др. Следовательно, актуальна разработка асимптотически оптимального по количеству операций итерационного метода решения проблемных краевых задач для уравнений Софи Жермена, Пуассона и задачи представления линейного функционала в виде скалярного произведения как анализа соответствующих бигармонических, гармонических и скалярных систем. Диссертационная работа А.Л. Ушакова посвящена анализу бигармонических, гармонических и скалярных систем методом итерационных расширений и заключается в построении асимптотически оптимальных по количеству операций решений соответствующих им задач. Для описания

стационарных физических систем прогиба пластин и мембран применяются известные краевые задачи для уравнений Софи Жермен и Пуассона. Получаемые бигармонические и гармонические системы фиктивно продолжаются и аппроксимируются по методу конечных элементов. Используется вложение рассматриваемых систем в более сложные системы, обозначаемые как продолженные и расширенные системы. Возникающие при этом задачи решаются разработанным методом итерационных расширений. Для ускорения сходимости этого метода используются связи между физическими величинами жесткости упругого основания, цилиндрической жесткости пластины или коэффициентом натяжения мембраны на продолжении систем и дополнительными параметрами итерационного метода. Формулировка достаточных условий сходимости итерационного процесса использует междисциплинарные связи с функциональным анализом, применяя дискретные аналоги положений о продолжении функций с сохранением нормы и класса. При алгоритмической реализации метода итерационных расширений действует автоматизация управления выбором значения оптимального итерационного параметра при обработке информации. Таким образом, разработанный метод итерационных расширений при асимптотически оптимальном по количеству операций решении задач, рассматриваемых стационарных физических систем направлен на применение ЭВМ. Учитываются специфические свойства рассматриваемых бигармонических, гармонических и скалярных систем, но существенно используются их общие свойства при разработке метода итерационных расширений.

Содержание работы. Диссертационная работа содержит введение, три главы, заключение, список используемой литературы, включающий 129 наименований, список обозначений и десять приложений. Объём диссертационной работы с приложениями – 296 страниц. Во введении формулируются постановки задач, описывается степень научной разработки темы, обосновывается актуальность, ставятся цель и задачи исследования, указывается научная новизна, приводится теоретическая и практическая значимость работы и перечисляются мероприятия по апробации результатов работы. Первая глава посвящается анализу бигармонической системы – краевой задачи с условием Дирихле для уравнения Софи Жермен. Производится продолжение бигармонической системы. Приводимый анализ продолженной бигармонической системы завершается на методе итерационных расширений. Выписывается алгоритм, реализующий метод итерационных расширений для решения задачи бигармонической системы. В этой главе описывается программная реали-

зация алгоритма метода итерационных расширений для численного решения задачи бигармонической системы на единичном квадрате, являющейся бигармонической проблемой. Приводится пример численного расчета изгиба пластины. Второй глава посвящается анализу гармонической системы – краевой задачи с условием Дирихле для уравнения Пуассона. Производится продолжение гармонической системы. Приводимый анализ продолженной гармонической системы завершается методом итерационных расширений. Выписывается алгоритм, реализующий метод итерационных расширений для решения задачи гармонической системы. Приводится пример численного расчета изгиба мембраны. Третья глава посвящается анализу скалярной системы – задачи представления линейного функционала в виде скалярного произведения в пространстве Гильберта. Производится продолжение скалярной системы. Приводимый анализ продолженной скалярной системы завершается методом итерационных расширений. Выписывается алгоритм, реализующий метод итерационных расширений для численного решения задачи скалярной системы. Заключение посвящается основным результатам диссертационной работы и перспективам дальнейшего развития темы. Научная новизна и значимость исследования для дальнейшего развития науки. Разработанные новые метод и алгоритм итерационных расширений, асимптотически оптимальные по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием остановки итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа бигармонических и гармонических систем имеют указанные в заключении перспективы развития. Разработаны новые метод и алгоритм итерационных расширений, асимптотически оптимальные по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием остановки итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа скалярных систем. Разработано специальное математическое и алгоритмическое обеспечение, реализующее метод итерационных расширений, асимптотически оптимальное по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием остановки итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа бигармонических и гармонических систем. Обоснованность и достоверность результатов исследования. Достоверность результатов полученных в диссертации А.Л. Ушаковым обеспечивается строгими и подробными доказательствами приводимых в диссертации утверждений. Научные

положения основываются на строгой постановке задач и математических доказательствах приводимых утверждений. Теоретические результаты хорошо согласуются с результатами проведенных вычислительных экспериментов. Основные результаты работы к настоящему времени в соответствии с авторефератом опубликованы в 43 работах автора в открытой печати, из которых: 12 – статьи в журналах рекомендуемых ВАК, 5 – статьи в изданиях индексируемых Scopus, 9 – свидетельства государственной регистрации программ для ЭВМ. Автореферат полностью соответствует диссертации, составлен с соблюдением установленных требований и дает адекватное представление о работе. Основные результаты диссертации можно сгруппировать в три блока:

1. Разработаны метод и алгоритм итерационных расширений, асимптотически оптимальные по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием останова итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа бигармонических, гармонических систем. В методе итерационных расширений используется введение параметра, имеющего в приложениях физический смысл соответственно жесткости пластины, натяжения мембраны, а минимизация ошибок ведется в более сильных нормах, чем энергетические нормы возникающих задач. В рамках нового направления метод итерационных расширений разработан асимптотически оптимальный по вычислительным затратам метод решения бигармонической проблемы в геометрически сложных областях. 2. Разработан метод и алгоритм итерационных расширений, асимптотически оптимальные по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием останова итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа скалярных систем как обобщения метода и алгоритма итерационных расширений для гармонических, бигармонических и других систем. 3. Разработано специальное математическое и алгоритмическое обеспечение, реализующее метод итерационных расширений, асимптотически оптимальное по количеству операций, с автоматизацией управления оптимальным выбором значений итерационного параметра при обработке информации и с критерием останова итераций при достижении задаваемой оценки точности для анализа бигармонических, гармонических систем.

Замечания по работе:

1. В формуле (0.0.1) имеется опечатка: в третьем равенстве граница Γ_1 должна быть заменена на Γ_2 .

2. Довольно много стилистических и грамматических ошибок в тексте (см., например, второе предложение снизу на стр. 10 или слово формулы вместо формулы на стр. 43) .

3. Доказательство единственности в утверждении 1.2.1 (и предложение 1.3.2) верно только, если проектор I_1 обладает свойством $I_1 v|_{\Omega_1} = 0$ для всех v , имеющих носитель в $\overline{\Omega_{II}}$. Стандартные проекторы этим свойством не обладают. Таким образом, он не может быть произвольным и необходимо указывать дополнительные условия на него. Чтобы гарантировать существование решения требуется коэрцитивность соответствующей формы Λ . Это условие сформулировано (стр. 47 снизу), однако, нет условий, которые гарантируют это требование. Опять это условие на проектор I_1 . Нет доказательства того, что решение продолженной задачи удовлетворяет однородным граничным условиям на $\Gamma_{1,0}$, т.е. доказательства того что его сужение на Ω_1 действительно есть решение исходной задачи. В целом это не совсем очевидно. Замечание справедливо и для утверждения 2.2.1.

4. Вызывают вопросы условия на исходную область: получается что дополнение области до прямоугольника имеет в качестве общей части границы с исходной областью только часть границы исходной области (§1.2). Это означает что исходная область частично совпадает с прямоугольником. Лучше это отметить в условиях на границу области.

5. В доказательстве предложения 1.3.2 и в формуле 1.3.1 надо пояснить обозначения \check{v}_1, \check{v}_3 . Последние равенства в доказательстве предложения 1.3.2 имеют место только если $\tau_{k-1} = 1$. Однако это невозможно, в силу условий на величины $\check{\beta}_i$ (см. определение $\tau_{k-1} = 1$ в 1.3.1). К сожалению, правильность этого предложения важна при последующих рассуждениях. Замечания 3-5 можно привести и к соответствующим утверждениям глав 2, 3. Например, замечание 5 может быть отнесено и к предложению 2.3.2.

6. Определение функции $\Psi(z)$ на стр. 54 по всей видимости ошибочно. Предложенная функция не является непрерывной в т. $z = 2$.

7. Первое неравенство сверху на стр. 55 неточно. Оно неверно для всех m_1, m_2 , поэтому надо указать интервалы изменения этих параметров.

8. В работе не всегда приводятся количественные оценки по вычислительным затратам при решении приведенных задач (бигармонические системы, гармонические системы) и количественное сравнение с другими численными методами.

Тем не менее, указанные недостатки и замечания не снижают ценности полученных научных результатов прорывного характера и не влияют на оценку

теоретической и практической значимости работы. Подход к построению вычислительного алгоритма является новым и многообещающим.

Заключение. Диссертация Ушакова Андрея Леонидовича «Анализ стационарных физических систем методом итерационных расширений» представляет собой законченную научно-исследовательскую работу на актуальную тему в области системного анализа. Все основные результаты диссертации являются новыми и апробированными. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации. В диссертации изложены научные результаты, имеющие, несомненно, важное значение для специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика и их совокупность может быть квалифицирована как научное достижение. Диссертационная работа соответствует всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ от 24.09.2013 г. № 842 (в ред. от 18.03.2023 г.), предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Ушаков Андрей Леонидович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Доктор физико-математических наук, профессор, профессор Инженерной школы цифровых технологий

С.Г. Пятков
17.10.2023

Пятков С.Г.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Югорский государственный университет"

Пятков Сергей Григорьевич, 628012,
Ханты-Мансийский автономный округ-Югра,
г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16,
Тел.: +7(912)9010471, эл. почта: s_pyatkov@ugrasu.ru

