

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Гавриловой Ольги Витальевны «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение)

В диссертационной работе О.В. Гавриловой на основе теории полулинейных уравнений соболевского типа разработаны аналитические и численные методы исследования вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке, получены условия существования управления. Алгоритмы численных методов реализованы в виде программных комплексов и проведены вычислительные эксперименты по оцениванию состояний исследуемых систем.

### **1. Актуальность темы исследования**

Численно-аналитические исследования математических моделей типа реакции-диффузии, к которым относятся модели автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке, являются актуальными в связи с их широкой применимостью в областях кинетической химии и биофизики. Применение методов математического моделирования позволяет получить более полную информацию о ходе химического или биологического процесса даже при малых численных значениях концентраций компонент реакций. Системный анализ состояний математических моделей дает информацию о протекании процессов, что в дальнейшем предоставляет возможность исследовать оптимальное регулирование изучаемых процессов на основе задач оптимального управления. Ввиду возможности неединственности решений математических моделей типа реакции-диффузии является актуальным их системное изучение, позволяющее найти условия на начальные данные и параметры моделей, при которых задача имеет одно или несколько решений. На основе перехода к изучению вырожденных уравнений и метода фазового пространства в диссертацион-

ной работе проведено всестороннее исследование параметров систем, позволяющее выявить особенности задач с начальным условием Шоуолтера – Сидорова. Исследуемые вырожденные модели относятся к широкому классу задач, неразрешенных относительно искомой функции по времени. Аналитическим и качественным исследованиям такого рода уравнений посвящены работы российских и зарубежных исследователей, например, Р.Е. Шоуолтера, А. Фавини, А. Яги, Г.А. Свиридюка, Т.Г. Сукачевой, Г.В. Демиденко, Н.А. Сидорова, М.В. Фалалеева, А.Г. Свешникова, М.О. Корпусова и других. Исследование основано на использовании современных подходов математического моделирования, функционального анализа, теории оптимального управления и системного анализа. Все вышесказанное позволяет сделать вывод об актуальности диссертационного исследования.

## **2. Научная новизна исследований и основных результатов.**

*В области математического моделирования.* Впервые исследованы вырожденные математические модели автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке при различных случаях вырождения. Показано, что фазовые пространства исследуемых моделей имеют особенности – складку или сборку Уитни; установлена связь между наличием особенностей фазового пространства и неединственностью или несуществованием решений. Впервые найдены условия на начальные данные и параметры моделей, при которых задача имеет одно или несколько решений.

*В области численных методов.* На основе модификации проекционного метода построен и применен численный метод нахождения решений вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке для оценки состояний исследуемых систем, иллюстрирующий феномен неединственности.

*В области комплексов программ.* Разработаны программные комплексы и проведены вычислительные эксперименты для исследуемых моделей с использованием методов параллельных вычислений в процедуре поиска нескольких решений.

*В области системного анализа, управления и обработки информации.* Разработан аналитический метод и проведено исследование вырожденной многокомпонентной математической модели оптимального регулирования процесса распространения нервного импульса в мембранной оболочке как зада-

чи оптимального управления; разработан алгоритм численного метода нахождения управления решениями вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке; разработано программное обеспечение и проведены вычислительные эксперименты для вырожденной многокомпонентной математической модели оптимального регулирования процесса распространения нервного импульса в мембранной оболочке.

**3. Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов.** Изучение и анализ отечественных и зарубежных научных публикаций других авторов позволили О.В. Гавриловой получить объективное представление о состоянии изучаемой проблемы, определить цель, задачи и методы исследования. Обоснованность научных положений и полученных результатов базируется на корректных формулировках и строгих доказательствах всех утверждений, приведенных в диссертации.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием современных средств и методик проведения численно-аналитических исследований. Теоретические положения работы основываются на известных достижениях теории уравнений соболевского типа и теории оптимального управления, численных методов, математического моделирования на основе уравнений соболевского типа. Основные положения диссертации изложены четко, доказательства всех утверждений проведены на строгом математическом уровне.

**Вклад автора и апробация.** Диссертация выполнена автором самостоятельно. Она представляет собой целостную научную работу, содержит новые научные результаты и положения, выносимые для публичной защиты. Эти результаты и вспомогательные материалы подробно изложены в тексте диссертации с иллюстрациями в виде таблиц, графиков и диаграмм, которые очень помогают пониманию сути дела. В диссертации приведены необходимые ссылки на источники, отмечены научные работы, выполненные диссертантом лично или в соавторстве. Заимствования, не отмеченные ссылками, отсутствуют. Достоверность полученных результатов также подтверждается их апробацией на международных и всероссийских конференциях и на научных семинарах, тематика которых соответствует специальности диссертации и отрасли приложений. Результаты диссертации опубликованы в 16 работах, в том числе 6 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ для публикации результатов

диссертационного исследования, 2 статьи в журналах, индексируемых базами данных WoS и Scopus, получено 1 свидетельство о регистрации программ для ЭВМ и 1 свидетельство о регистрации программного комплекса.

**4. Содержания диссертации.** Представленная к защите диссертационная работа О.В. Гавриловой содержит решение задачи, имеющей существенное значение для кинетической химии и биофизики. Диссертация О.В. Гавриловой является законченной научно-исследовательской работой, выполненной на актуальную тему и имеющей важное теоретическое и практическое значение. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем диссертационной работы составляет 145 страниц. Библиография содержит 106 наименования работ отечественных и зарубежных авторов.

Во *Введении* обосновывается актуальность темы работы, представлены ее цель и задачи, теоретическая и практическая значимость, методы исследования и новизна полученных результатов, дана характеристика степени разработанности проблемы и степени достоверности результатов, представлена апробация результатов.

*Первая глава* посвящена вопросам несуществования, единственности или неединственности решения задачи Шоултера – Сидорова для вырожденной математической модели автокаталитической реакции с диффузией. Исследованы вырожденные математические модели в случаях, когда  $\varepsilon_1 = 0$  или  $\varepsilon_2 = 0$  или  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ . Найдены условия на параметры модели, при которых исследуемая задача в случае  $\varepsilon_1 = 0$  может иметь одно, два различных и ни одного решения и в случае  $\varepsilon_2 = 0$  ровно одно решение. На основе полученных теоретических результатов разработан численный метод исследования задачи Шоултера – Сидорова для математической модели автокаталитической реакции с диффузией в кювете и трубчатом реакторе для оценки состояний исследуемых систем. Реализованы в виде комплексов программ разработанные методы и алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие феномен неединственности решений исследуемых моделей.

*Вторая глава* посвящена вопросам несуществования, единственности и неединственности решения задачи Шоултера – Сидорова для вырожденной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Исследованы математические модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке в случаях, когда  $\varepsilon_1 = 0$  или  $\varepsilon_2 = 0$  или

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ . Найдены условия на параметры модели, при которых исследуемая задача в случае  $\varepsilon_2 = 0$  может иметь одно или три различных решения и в случае  $\varepsilon_1 = 0$  ровно одно решение. На основе полученных теоретических результатов разработан численный метод исследования задачи Шоултера – Сидорова для математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке нерва или систем нервов для оценки состояний исследуемых систем. Реализованы в виде комплексов программ разработанные методы и алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие феномен неединственности решений исследуемых моделей.

*Третья глава* содержит результаты аналитического и численного исследований вырожденной многокомпонентной математической модели оптимального регулирования распространением нервного импульса в мембранной оболочке. Проводится исследование изучаемой модели в области и на графе. Показана справедливость теорем об однозначной разрешимости в слабом обобщенном смысле задачи Шоултера – Сидорова для этой модели, существования решения задачи оптимального управления. Строится алгоритм нахождения управления решениями задачи Шоултера – Сидорова для вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Разработанные методы и алгоритмы реализованы в виде комплекса программ. Проведены вычислительные эксперименты по нахождению управления исследуемым процессом для оценки состояния системы.

В *Заключении* представлены итоги выполненного исследования, соответствие полученных результатов паспортам специальностей 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение), рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

**Основные вопросы и замечания по работе.** В результате анализа диссертационной работы можно сделать несколько замечаний:

1. В диссертации недостаточно полно исследуется вопрос о выборе необходимого количества слагаемых галеркинской суммы для достижения заданной величины погрешности решения.

2. На стр. 47 (этап 6.1 и 6.2) следовало бы указать конкретный порядок метода Рунге – Кутты решения системы однородных дифференциальных

уравнений.

3. В работе нет анализа временных затрат на вычисления и скоростных характеристик процессора ЭВМ, на которой проводились вычислительные эксперименты.

4. В работе содержится ряд неточностей и опечаток.

Указанные замечания не снижают значимость научных результатов, полученных в диссертации и не влияют на общую положительную оценку работы.

#### **5. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней**

Диссертация является законченным научным исследованием, содержащем полученные лично автором новые результаты в области исследования вырожденных математических моделей реакции-диффузии. Основные результаты полностью опубликованы. Диссертация соответствует следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п. 2); разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п. 3); реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (п. 4); и паспорта специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение): разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (п. 4).

Автореферат полностью отражает содержание и основные положения диссертации, вынесенные на защиту.

Считаю, что диссертационная работа «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» является научно-квалификационной работой, в которой решены задачи, имеющие научное значение для специальностей 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение), и в полной мере от-

вечает пп. 9–14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК  
Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, а ее  
автор Гаврилова Ольга Витальевна заслуживает присуждения ученой сте-  
пени кандидата физико-математических наук по специальностям 05.13.18 –  
Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;  
05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (инфор-  
матика, информационно-вычислительное обеспечение).

Доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник,  
главный научный сотрудник Лаборатории  
системного анализа и вычислительных методов  
Института динамики систем и теории управления  
им. В.М. Матросова СО РАН

В.Ф. Чистяков

Чистяков Виктор Филимонович, e-mail: [chist@icc.ru](mailto:chist@icc.ru)  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт  
динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова» СО РАН,  
664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134,  
тел. (3952) 45-30-29, сайт: <http://www.icc.irk.ru/ru>,  
факс: (3952) 51-16-16,  
e-mail: [idstu@icc.ru](mailto:idstu@icc.ru)



**Подпись заверяю**  
Нач. отдела делопроизводства  
и организационного обеспечения  
ИДСТУ СО РАН

Г.Б. Кононенко  
20.05.2021