

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Солдатовой Екатерины Александровны "Разработка методов и алгоритмов численного исследования неклассических стохастических линейных динамических моделей" на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации.

Основным содержанием диссертационной работы Е.А. Солдатовой является подробное численно-аналитическое исследование трех математических моделей, имеющих важное прикладное значение:

I. Модель фильтрации жидкости в трещиновато-пористой породе и некоторых других средах, описываемые уравнением Баренблатта – Желтова – Кочиной с соответствующими начальными и краевыми условиями;

II. Модель Хоффа, которые описывает изгибание двутавровой балки при вертикальной нагрузке и конструкций из них. Решение соответствующего уравнения приближает отклонение балки от вертикали при внешней (боковой в данном случае) нагрузке;

III. Модель динамики давления неьютоновой жидкости, фильтрующейся в пористой среде. Соответствующее уравнение называется фильтрационным уравнением Осколкова. Уравнение применимо для моделирования широкого класса процессов фильтрации вязкоупругих жидкостей.

На основе комбинации теоретических результатов о линейных уравнениях соболевского типа и случайных процессов разработаны аналитические и численные методы исследования математических моделей I, II, III, со случайным внешним воздействием, в том числе на сетевых структурах в виде графов (модели II, III). Алгоритмы численных методов реализованы в виде программных комплексов и проведены вычислительные эксперименты по оцениванию состояний исследуемых систем.

В работе в рамках системного анализа применен метод информационно-логического моделирования, что позволило выделить общие закономерности и особенности исследуемых моделей и более точно построить методику исследования и процесс организации программных продуктов, а так же проведена обработка информации по результатам комплексов вычислительных экспериментов.

**1. Актуальность темы исследования.** Изучаемые математические модели основаны на уравнениях соболевского типа. В конечномерном случае это системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), с тождественно вырожденной в области определения матрицей перед старшей производной искомой вектор-функции. Их часто называют в настоящее время дифференциально-алгебраическими уравнениями. Используются также термин "алгебро-дифференциальные системы", "дескрипторные системы". В бесконечномерном случае вырожденной матрице соответствует оператор с ненулевым ядром. Произвол в выборе начальных и краевых условий значительно уже, чем для систем разрешенных относительно старших производных. Проектор начальных данных на допустимую область значений принято называть условием Шоуолтера – Сидорова. Естественным образом возможно изучение уравнений соболевского типа на сетевых структурах в виде графов. Это значительно расширяет класс практических приложений.

Аналитическим исследованиям такого рода уравнений посвящены работы российских и зарубежных исследователей, например, A. Favini, G. Da Prato, J. Zabczyk, M. Kovács, S. Larsson, а также Г.А. Свиридиюка, А.Л. Шестакова и их учеников. Для уравнений соболевского типа сколь угодно малым возмущениям входных данных и начально-краевых условий в равномерной метрике могут соответствовать сколь угодно большие изменения решений. Входные данные, в частности, функции внешних воздействий, как правило, являются результатами измерений, сопровождаемыми неизбежными ошибками. Для борьбы с этим явлением применяют различные методы регуляризации, сопровождаемые часто, ввиду неизбежного сглаживания результата-

тов при неудачном выборе параметра регуляризации, потерей определенной информации. Избежать потери информации в ряде задач позволяет представление внешних воздействий в виде случайного процесса. Здесь возможен учет так называемых редких явлений. Это направление для уравнений соболевского типа в конечномерном случае развивает с сотрудниками Ю. Е. Гликлих, в бесконечномерном случае основополагающий вклад внесен в работах Г.А. Свиридиюка и его учеников.

Представленная к защите диссертационная работа Е.А. Солдатовой вносит определенный вклад в данное направление и содержит решение задач, имеющих немалое значение для анализа механических конструкций и процессов транспортировки жидких сред по трубопроводам со случным внешним воздействием. Все вышесказанное позволяет сделать вывод об актуальности диссертационного исследования.

**2. Научная новизна исследований и основных результатов.** В области математического моделирования. Проведено аналитическое исследование стохастических моделей Баренблатта – Желтова – Кочиной с условием Коши, Осколкова с условием Шоултера – Сидорова и Хоффа с начально-конечным условием. Найдены условия потраекторной однозначной разрешимости поставленных задач.

В области численных методов. Предложены алгоритмы численных методов, модифицирующих методы Галеркина, Рунге – Кутты – Фелберга, позволяющие для исследуемых стохастических неклассических линейных динамических моделей находить приближенные решения (потраекторно).

В области комплексов программ. Разработан и зарегистрирован комплекс программ для нахождения приближенного решения стохастических неклассических линейных динамических моделей с начальными или начально-конечными условиями. Проведены вычислительные эксперименты для линейных стохастических моделей Баренблатта – Желтова – Кочиной в области, Осколкова и Хоффа на геометрическом графике.

В области системного анализа, управления и обработки информации. Раз-

работан алгоритм и программное обеспечение обработки информации для линейных стохастических моделей Баренблатта – Желтова – Кочиной, Осколкова и Хоффа с применением методов информационно–логического моделирования. Представлены результаты обработки информации, полученной при проведении комплекса вычислительных экспериментов.

**3. Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов.** Изучение отечественных и зарубежных научных публикаций других авторов позволили Е.А. Солдатовой получить объективное представление о состоянии изучаемой проблемы, определить цель, задачи и методы исследования. Обоснованность и достоверность полученных результатов базируется на корректных формулировках и строгих доказательствах всех утверждений, приведенных в диссертации.

**4. Вклад автора и апробация.** Все результаты диссертации получены автором самостоятельно. Эти результаты и вспомогательные материалы с ссылками на источники подробно изложены в тексте диссертации с иллюстрациями в виде таблиц, графиков и диаграмм, которые очень помогают пониманию сути дела. Диссертация прошла апробацию на международных и всероссийских конференциях и на научных семинарах, тематика которых соответствует специальности диссертации и отрасли приложений. Результаты диссертации опубликованы в 14 работах, в том числе 6 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ для публикации результатов диссертационного исследования, 3 статьи в журналах, индексируемых базами данных WoS и Scopus, получено 1 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ и 1 свидетельство о регистрации программного комплекса.

**5. Содержания диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем диссертационной работы составляет 148 страниц. Библиография содержит 108 наименования работ отечественных и зарубежных авторов. Текст диссертации хорошо структурирован.

*Введение* содержит анализ проблемы и постановку задач исследования с описанием предметной области. Проведен достаточно полный обзор современного состояния исследований, посвященных моделированию процессов со случайным внешним воздействием. Обосновывается актуальность темы работы, представлены ее цель и задачи, теоретическая и практическая значимость, методы исследования, а также апробация результатов.

*Первая глава* содержит результаты структурного системного анализа предметной области с применением метода информационно-логического моделирования. Описана разрешимость начальных и начально-конечной задач для линейных уравнений соболевского типа в детерминированном случае. Кроме того, обсуждаются прикладной характер и особенности исследуемых математических моделей в детерминированном случае, приводятся результаты, полученные ранее другими авторами.

*Вторая глава* посвящена результатам аналитического и численного исследований математической модели Баренблатта – Желтова – Кочиной фильтрации жидкости в трещиновато-пористой среде со случайным внешним воздействием. Показаны результаты аналитического исследования, доказывается теорема о разрешимости начально-краевой задачи для стохастического уравнения Баренблатта – Желтова – Кочиной с начальным условием Коши. Описывается модифицированный метод Рунге – Кутты – Фёлберга для исследования математической модели Баренблатта – Желтова – Кочиной. Разработана программа, реализующая модифицированный численный метод Рунге – Кутты – Фёлберга и приводятся результаты вычислительных экспериментов. Также дано описание модифицированного проекционного метода Галёркина для численного исследования математической модели и его алгоритма, разработана программа реализации данного алгоритма. Кроме того, представлен алгоритм обработки информации, получаемой при численном исследовании. Приводятся результаты серии вычислительных экспериментов и графическое отображение результатов их обработки.

*Третья глава* содержит результаты аналитического и численного иссле-

дований стохастических линейных математических моделей с относительно  $p$ -ограниченными операторами на графах. Представлены результаты аналитического исследования модели Осколкова транспортировки нефти по трубопроводу со случайным внешним воздействием, доказывается теорема о разрешимости модели с начальным условием Шоултера – Сидорова, граничными условиями баланса потока и условием непрерывности, результаты аналитического исследования модели Хоффа деформации в конструкции из двутавровых балок со случайным внешним воздействием, доказывается теорема о разрешимости модели с начально-конечным условием, граничными условиями баланса потока и условием непрерывности. Также дано описание модифицированного проекционного метода Галёркина для численного исследования математических моделей. Обсуждаются общие для обеих моделей аспекты, и особенности численного алгоритма для каждой из них. Разработана программа, реализующая модифицированный численный метод Галёркина, приводятся графические отображения результатов вычислительных экспериментов на разных графах с различными начальными условиями. Описан алгоритм программы, позволяющей обработать информацию по исследованию процессов, при моделировании которых используются уравнение Осколкова и Хоффа на графике.

*В Заключении* представлены итоги выполненного исследования, соответствие полученных результатов специальностям 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

**Основные вопросы и замечания по работе.** В результате чтения диссертационной работы автор отзыва сделал несколько замечаний:

1. В диссертации не указано правило выбора необходимого количества слагаемых галеркинской суммы;
2. В работе не ясно, как формулировать условия согласования для начально-конечных условий;

3. В работе нет анализа временных затрат при данном выборе технических средств на вычисления и скоростных характеристик процессора ЭВМ, на которой проводились вычислительные эксперименты;

4. В работе часто используется понятие винеровского  $K$ -процесса, однако, отдельного определения не дано, приведены только ссылки на соответствующую литературу, что затрудняет ознакомление с диссертацией;

5. В ряде случаев (см. например с. 70) для упрощения восприятия системы ОДУ следовало бы записывать в виде соотношений  $Ada/dt + Ba = f \sin(0.5t)$ ,  $a = (a_1 \ a_2 \dots \ a_{10})^\top$ , а элементы матриц  $A$ ,  $B$ ,  $f$  в виде таблиц;

6. В работе содержится ряд неточностей и опечаток.

Указанные замечания не снижают значимость научную значимость диссертации и не влияют на общую положительную оценку работы.

## **5. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней**

Представленная диссертация является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на актуальную тему и имеющей важное теоретическое и практическое значение. Она содержит полученные лично автором новые результаты в области исследования математических моделей со случайным внешним воздействием Баренблатта – Желтова – Кошиной в области, а так же Хоффа, Осколкова, заданных на сетевых структурах. Основные результаты полностью опубликованы. Диссертация соответствует специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ в рамках развития качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей; в рамках разработки, обоснования и тестирования эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; в рамках реализации эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента; и специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации в рамках оптимизации, управления, принятия реше-

ний и обработки информации.

Автореферат полностью отражает содержание и основные положения диссертации, вынесенные на защиту.

Считаю, что в диссертационной работе "Разработка методов и алгоритмов численного исследования неклассических стохастических линейных динамических моделей" решены задачи, имеющие научное и практическое значение для специальностей 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, и в полной мере отвечает пп. 9–14 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, а ее автор Солдатова Екатерина Александровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации.

Доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник,  
главный научный сотрудник лаборатории  
системного анализа и вычислительных методов  
Института динамики систем и теории управления

им. В.М. Матросова СО РАН

*29.04.2022 г.*

*Филионов*

В.Ф. Чистяков

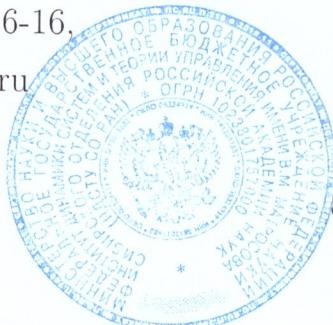
Чистяков Виктор Филимонович, e-mail: chist@icc.ru

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова" СО РАН,  
664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134,

тел. (3952) 45-30-29, сайт: <http://www.icc.irk.ru/ru>,

факс: (3952) 51-16-16,

e-mail: idstu@icc.ru



**Подпись заверяю**  
Нач. отдела делопроизводства  
и организационного обеспечения  
**ИДСТУ СО РАН**  
*Г.Б. Кононенко*