

Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу Гавриловой Ольги Витальевны «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в диссертационный совет при ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)» по специальностям 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение)

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа О.В. Гавриловой посвящена аналитическому и численному исследованию вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Изучаемые математические модели основаны на полулинейных уравнениях математической физики, не разрешенных относительно старшей производной (уравнениях соболевского типа). Исследованию уравнений, не разрешенных относительно старшей производной по времени, и их приложениям в разных аспектах посвящены работы Г.В. Демиденко, А.И. Кожанова, Н.А. Сидорова, Ю.Е. Бояринцева, В.Ф. Чистякова, М.О. Корпусова, И.В. Мельниковой, С.Г. Пяткова, Г.А. Свиридюка, R.E. Showalter, A. Favini и др. Настоящая работа выполнена в рамках направления, возглавляемого Г.А. Свиридюком. Основным методом данного направления является метод фазового пространства, основы которого были заложены в 90-х годах прошлого столетия. Основной упор в этих исследованиях делается на изучение морфологии фазового пространства основного уравнения модели. Как правило, в исследованиях поднимается вопрос о простоте фазового пространства и поиске условий однозначной разрешимости. При этом еще в 1989 г. Г.А. Свиридюком было высказано предположение, что фазовое пространство для некоторых моделей, которые могут быть редуцированы к полулинейным уравнениям соболевского типа, может иметь складки или сборки Уитни, а значит и задача Шоуолтера–Сидорова для этих уравнений может иметь несколько решений. В данной диссертационной работе исследуются вырожденные математические модели, фазовые пространства которых имеют особенности, что позволяет найти условия единственности, неединственности или несуществования решений

задачи Шоултера–Сидорова. Найдены условия несуществования, единственности или неединственности решения задачи Шоултера–Сидорова для вырожденной математической модели автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Разработаны алгоритмы нахождения приближенного решения задачи Шоултера–Сидорова в случае неединственности решения. Актуальность исследования вопроса существований одного или нескольких решений для любой математической модели заключается еще и в том, что в случае единственности возможно исследование вопроса об управлении процессом. В диссертационной работе О.В. Гавриловой исследована вырожденная многокомпонентная математическая модель оптимального регулирования процесса распространения нервного импульса в мембранной оболочке как задача оптимального управления. Получены достаточные условия однозначной разрешимости задачи Шоултера–Сидорова для исследуемой модели, исследована разрешимость задачи оптимального управления. Результаты работы могут найти применение в теоретических и практических изысканиях университетов и научно-исследовательских организациях. Все вышесказанное позволяет сделать вывод об актуальности диссертационного исследования.

Научная новизна исследований и основных результатов.

В области математического моделирования. Впервые показано, что фазовые пространства исследуемых моделей имеют особенности – складку или сборку Уитни; установлена связь между наличием особенностей фазового пространства и неединственностью или несуществованием решений. Найдены условия на начальные данные и параметры моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке, при которых исследуемые задачи имеют одно или несколько решений в различных случаях вырождения в области Ω и на графе G .

В области численных методов. На основе модификации метода Галеркина – Петрова построен численный метод нахождения решений вырожденных математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке и применен для иллюстрации феномена неединственности решений.

В области комплексов программ. Разработаны программные комплексы и проведены вычислительные эксперименты для исследуемых моделей. Осуществляется процедура поиска нескольких решений.

В области системного анализа, управления и обработки информации.

Впервые исследована задача оптимального управления решениями вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке; разработан алгоритм численного метода нахождения управления решениями исследуемой модели; разработано программное обеспечение и проведены вычислительные эксперименты в области Ω и на графе G .

Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов. В диссертации О.В. Гавриловой разработаны новые аналитические и численные методы исследования математических моделей, относящихся к уравнениям типа реакции-диффузии. Обоснованность научных положений и полученных результатов базируется на корректных формулировках и строгих доказательствах всех утверждений, приведенных в диссертации. Достоверность научных положений подтверждается строгой постановкой задач, математическими обоснованиями утверждений, результатами проведенных вычислительных экспериментов. Полученные результаты также прошли апробацию на международных и всероссийских конференциях и на научных семинарах. Результаты диссертации опубликованы в 16 работах, в числе которых 6 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации для публикации результатов диссертационного исследования, 2 статьи в журналах, индексируемых базами данных WoS и Scopus, получено 1 свидетельство о регистрации программ для ЭВМ и 1 свидетельство о регистрации программного комплекса.

Общая оценка содержания диссертации. Диссертация О.В. Гавриловой является законченной научно-исследовательской работой, выполненной на актуальную тему и имеющей важное теоретическое и практическое значение. Исследуемые в работе О.В. Гавриловой задачи имеют существенное значение для различных областей химии и биологии, в большей степени кинетической химии и биофизики. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем диссертационной работы составляет 145 страниц. Библиография содержит 106 наименований.

Во Введении обосновывается актуальность темы работы, представлены ее цель и задачи, теоретическая и практическая значимость, методы исследования и новизна полученных результатов, дана характеристика степени разработанности проблемы и степени достоверности результатов, представлена апробация результатов.

Первая глава посвящена вопросам несуществования, единственности или неединственности решения задачи Шоултера–Сидорова для вырожденной математической модели автокаталитической реакции с диффузией в области Ω и на графе G . Найдены условия на начальные данные и параметры моделей, при которых исследуемая задача в случае $\varepsilon_1 = 0$ или в случае $\varepsilon_2 = 0$ имеет одно или множество решений. На основе полученных теоретических результатов разработан численный метод исследования задачи Шоултера–Сидорова для математической модели автокаталитической реакции с диффузией в кювете или трубчатом реакторе, математической интерпретацией которых служат область Ω или граф G . Реализованы в виде комплексов программ разработанные методы и алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие феномен неединственности решений исследуемых моделей.

Вторая глава посвящена вопросам несуществования, единственности и неединственности решения задачи Шоултера–Сидорова для вырожденной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке в области Ω и на графе G . Найдены условия на начальные данные и параметры моделей, при которых исследуемая задача в случае $\varepsilon_1 = 0$ или в случае $\varepsilon_2 = 0$ имеет одно или множество решений. На основе полученных теоретических результатов разработан численный метод исследования задачи Шоултера–Сидорова для математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке нерва или системе нервов, математической интерпретацией которых служат область Ω или граф G . Реализованы в виде комплексов программ разработанные методы и алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие феномен неединственности решений исследуемых моделей.

Третья глава содержит результаты аналитического и численного исследования вырожденной многокомпонентной математической модели оптимального регулирования распространением нервного импульса в мембранной оболочке. Проводится исследование изучаемой модели в области Ω и на графе G . Доказаны теорема об однозначной разрешимости в слабом обобщенном смысле задачи Шоултера–Сидорова для этой модели и теорема о существовании решения задачи оптимального управления. На основе методов декомпозиции и штрафа строится алгоритм нахождения управления решениями задачи Шоултера–Сидорова для вырожденной многокомпонентной математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке. Разработанные методы и алгоритмы реализованы в виде комплекса программ. Проведены вычислительные

эксперименты по нахождению управления исследуемым процессом для оценки состояния системы.

В Заключении представлены итоги выполненного исследования, соответствие полученных результатов паспортам специальностей 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение), рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

Следующие замечания существенно не влияют на значимость научных результатов, полученных в диссертации, и не меняют ее общей высокой оценки.

1. В работе не приводятся данных о существовании двух решений для математической модели распределения нервного импульса в мембранной оболочке. Не ясно, проводились ли такие исследования.

2. Требуется уточнить необходимость использования условия Дирихле для исследования модели автокаталитической реакции с диффузией.

3. На рис. 1.7.1 в) и 2.7.1 в) построены фазовые пространства в случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$. На них не видно пересечения, про которое идет речь в диссертационной работе.

4. В теореме 1.3.2 рассматриваются условия существования одного или нескольких решений математической модели автокаталитической реакции с диффузией для полного вектора-состояния x_0 в начальный момент времени, а в теореме 2.4.3 рассматриваются условия существования одного или нескольких решений в математической модели распространения нервного импульса в мембранной оболочке лишь для одной из компонент w_0 . Требуется пояснить различия в выборе начальной функции для условия Шоуолтера – Сидорова.

5. В работе содержится ряд неточностей и опечаток. Например, отметим опечатки на странице 13 автореферата, 9 строка сверху; на странице 5 диссертации, 12 строка сверху; на странице 6 диссертации в системе (0.0.8) не указан физический смысл некоторых параметров.

6. **Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней.** Диссертация Гавриловой О.В. является законченной научно-квалификационной работой, соответствует следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п. 2);

разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п. 3); реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (п. 4); и паспорта специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение): разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (п. 4).

Диссертационная работа «Численно-аналитические методы и алгоритмы исследования математических моделей автокаталитической реакции с диффузией и распространения нервного импульса в мембранной оболочке» и в полной мере отвечает пп. 9–14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, а ее автор Гаврилова Ольга Витальевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение).

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой алгебры и геометрии
Новгородского государственного университета
им. Ярослава Мудрого

Сукачева
Тамара Геннадьевна

Сукачева Тамара Геннадьевна, tamara.sukacheva@novsu.ru
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
Адрес: 173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41
тел.: (8162) 97-42-64.

10 июня 2021 г.

