

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
Богатыревой Екатерины Александровны «Аналитическое и численное  
исследования квазилинейных математических моделей  
квазистационарного процесса в проводящей среде и двухфазной  
фильтрации», представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук в диссертационный совет при  
ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)  
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

В связи с необходимостью решения важных прикладных задач в теории фильтрации, нефтедобыче, электродинамике и др., актуальными являются задачи построения и исследования математических моделей физических процессов и явлений, в частности на основе нелинейных уравнений, не разрешенных относительно производной по времени. Изучению именно такого рода математических моделей посвящена диссертационная работа Е.А. Богатыревой.

Исследованию уравнений соболевского типа и их приложений посвящены, например, работы Г.В. Демиденко, Н.А. Сидорова, М.О. Корпусова, И.В. Мельниковой, С.Г. Пяткова, Г.А. Свиридюка, В.Е. Федорова, R.E. Showalter, A. Favini и др.

В диссертации Е.А. Богатыревой построена теория квазилинейных уравнений соболевского типа, и с ее помощью проведены аналитическое и численное исследования математических моделей неравновесной противоточной капиллярной пропитки, начального регулирования неравновесной противоточной капиллярной пропитки и квазистационарного процесса в проводящей среде. В диссертации содержится много ссылок на работы последних десятилетий, опубликованные в зарубежной и отечественной научной периодике и посвященные исследованию перечисленных моделей. В диссертационном исследовании даются ответы на вопросы, которые не ставились в работах других авторов. Найдены достаточные условия однозначной разрешимости моделей на основе квазилинейных уравнений соболевского типа с условием Коши в слабом обобщенном смысле. Разработаны алгоритмы нахождения приближенного решения задачи Коши, доказана сходимость методов. Важность и актуальность исследуемой в диссертации задачи не вызывают сомнения.

Диссертация, помимо введения, заключения, приложений и списка литературы, включает три главы. Первая глава посвящена исследованию квазилинейного уравнения

$$\frac{d}{dt}(Ax + \lambda M(x)) + M(x) = 0, \quad \lambda > 0, \quad (1)$$

с  $s$ -монотонным и  $p$ -коэрцитивным оператором  $M$ . С использованием метода априорных оценок доказана нелокальная разрешимость задачи Коши для уравнения (1) в слабом обобщенном смысле. Построен проекционный метод решения задачи Коши, доказана сходимость приближенных решений к точному слабому обобщенному решению.

Во второй главе полученные абстрактные результаты применяются к исследованию двух математических моделей двухфазной фильтрации. На основе редукции к начальной задаче для уравнения (1) доказывается однозначная разрешимость модели Баренблатта – Гильмана с условием Коши. Также доказывается существование решения задачи стартового управления и финального наблюдения для модели неравновесной противоточной капиллярной пропитки. Проекционный метод, описанный в главе 1, положен в основу алгоритма программы для численного моделирования процесса неравновесной противоточной капиллярной пропитки. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующие работу программы.

В третьей главе абстрактные результаты первой главы применяются для изучения модели квазистационарного процесса в проводящей среде без дисперсии с учетом релаксации: доказана однозначная разрешимость данной модели с условием Коши. Построен численный метод моделирования квазистационарного процесса в проводящей среде без дисперсии с учетом релаксации на основе метода конечных разностей, получены оценки на локальную и глобальную погрешность метода. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих работу программ, созданных на основе разработанных в диссертации методов. Проводится сравнительный анализ полученных результатов.

Результаты диссертационной работы содержат подробное аналитическое и численное исследование указанных математических моделей. К основным научным результатам диссертации можно отнести: доказательство существования и единственности решения – создание теоретической основы для численного исследования; разработка и обоснование алгоритмов и программ для практического анализа исследуемых моделей. Результаты численного исследования моделей сопровождаются ясными графиками с подробными



комментариями. Следует отметить, что предлагаемые в работе алгоритмы могут быть адаптированы к исследованию других математических моделей соболевского типа.

Достоверность теоретических выводов вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств. Основные результаты диссертации опубликованы в 15 научных работах, из которых 3 статьи – в ведущих российских рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Результаты научно-исследовательской работы прошли апробацию на различных конференциях и семинарах. Автореферат диссертации составлен с соблюдением установленных требований, дает адекватное представление о работе. Результаты работы и автореферат хорошо оформлены. Следующие замечания существенно не влияют на значимость научных результатов, полученных в диссертации, и не меняют ее общей высокой оценки.

1. Согласно предположению о существовании локального решения, тождество (1.2.2) со стр. 29 и все остальные, вытекающие из него, выполняются локально, не объясняется, откуда в этом случае следует продолжимость локального решения.

2. В работе не приводится обоснование выбора ортонормальной системы функций для использования в проекционном методе, не сформулированы рекомендации по выбору этой системы при решении практических задач.

3. Некоторые обозначения в рамках модели неравновесной противоточной капиллярной пропитки пересекаются с основными обозначениями диссертации. Так, например, символом  $\tau$  обозначается и время замещения, и граница временного интервала поиска решения. Следовало бы согласовать обозначения.

Диссертация является законченным научным исследованием, отражающим достижения автора в области теоретического и практического изучения математических моделей квазистационарного процесса в проводящей среде и двухфазной фильтрации. Автореферат полностью отражает содержание диссертации, а ее основные результаты являются новыми и достаточно полно опубликованы.

В целом, считаю, что диссертационная работа Е.А. Богатыревой «Аналитическое и численное исследования квазилинейных математических моделей квазистационарного процесса в проводящей среде и двухфазной фильтрации» является научно-квалификационной работой, в которой решены зада-

чи, имеющие, несомненно, научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, и в полной мере отвечает требованиям пп. 9 – 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением правительства РФ от 24.09.2013 № 842, а ее автор, Екатерина Александровна Богатырева, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук,  
заведующий кафедрой алгебры  
и геометрии Новгородского  
государственного университета  
им. Ярослава Мудрого, профессор



Сукачева  
Тамара Геннадьевна

Сукачева Тамара Геннадьевна,  
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого  
173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41,  
тел. (8162) 97-42-64,  
e-mail: tamara.sukacheva@novsu.ru.



04.12.2015