

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Манаковой Натальи Александровны «Аналитическое и численное
исследования оптимального управления в полулинейных моделях
гидродинамики и упругости», представленную на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук
в диссертационный совет при
ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

В связи с развитием науки и техники возрастает необходимость построения и изучения математических моделей физических процессов и явлений, в основе которых лежат уравнения, не разрешенные относительно производной по времени. Диссертационная работа Н.А. Манаковой посвящена аналитическому и численному исследованиям оптимального управления в полулинейных моделях на основе уравнений соболевского типа. В настоящее время математические модели на основе полулинейных уравнений соболевского типа появляются в приложениях все чаще, возникает необходимость в создании эффективных методов исследования оптимального управления в данных моделях, востребованных, например, в таких областях, как теория фильтрации, геология, нефтедобыча.

Исследованию уравнений, не разрешенных относительно старшей производной по времени, и их приложений – в разных аспектах – посвящены, например, работы Г.В. Демиденко, Н.А. Сидорова, М.О. Корпусова, И.В. Мельниковой, С.Г. Пяткова, Г.А. Свиридюка, В.Е. Федорова, R.E. Shwalter, A. Favini и др. Настоящая работа выполнена в рамках направления, возглавляемого Г.А. Свиридюком.

Математические модели, исследуемые в диссертационной работе Н.А. Манаковой, строятся в рамках абстрактной задачи Коши и ее естественного обобщения – задачи Шоултера – Сидорова для полулинейных уравнений соболевского типа, разработана абстрактная теория, с помощью которой проведены аналитическое и численное исследования ряда математических моделей гидродинамики и упругости. В диссертационном исследовании даются ответы на вопросы, которые не ставились в работах других авторов. Найдены достаточные условия однозначной разрешимости моделей на основе полулинейных уравнений соболевского типа с начальными условиями, а также необходимые условия существования оптимального управления для

них. Разработаны алгоритмы нахождения приближенного решения задач оптимального управления, доказана сходимость методов. Разработанные алгоритмы реализованы в виде комплекса программ. Важность и актуальность исследуемой в диссертации задачи не вызывают сомнения.

Диссертация помимо введения, заключения, приложений и списка литературы включает пять глав.

Первая глава посвящена построению математических моделей, которые можно отнести к рассматриваемому классу полулинейных моделей соболевского типа. В частности, в ней строится фазовое пространство уравнения

$$L\dot{x} + Mx + \sum_{j=1}^k N_j(x) = u, \quad \ker L \neq 0, \quad (1)$$

в динамическом и эволюционном случаях. Кроме того, проводится аналитическое исследование математических моделей, которые можно свести к полулинейному уравнению соболевского типа (1), обосновывается редукция, строятся фазовые пространства уравнений.

Во второй главе проводится исследование задачи оптимального управления

$$J(\hat{x}, \hat{u}) = \min J(x, u) \quad (2)$$

для абстрактной модели соболевского типа. Доказывается однозначная разрешимости задачи Коши и задачи Шоултера – Сидорова для динамического и эволюционного случаев, на основе данных результатов проводится доказательство разрешимости задачи оптимального управления с начальными условиями Коши и Шоултера – Сидорова. Также исследуется разрешимость задачи оптимального управления для полулинейного уравнения с билинейным оператором и начальным условием Шоултера – Сидорова.

В третьей главе на основе абстрактных результатов, полученных в главе 2, находятся условия существования решения задачи оптимального управления для моделей процессов фильтрации, деформации и электрического поля.

В четвертой главе проводится построение алгоритмов и описание программ для численного исследования задач оптимального управления для полулинейных моделей соболевского типа.

В пятой главе приводятся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих работу программ, созданных на основе разработанных в диссертации методов. Исследована эффективность предложенных численных методов и алгоритмов.

В диссертации Н.А. Манаковой разработаны новые аналитические и численные методы исследования математических моделей, основанных на полупроводниковых уравнениях соболевского типа. Получены достаточные условия однозначной разрешимости задачи Коши, задачи Шоуолтера – Сидорова для них, разрешимость задачи оптимального управления. Исследованы математические модели Осколкова нелинейной фильтрации, динамики слабосжимаемой вязкоупругой жидкости, распределения потенциала электрического поля в полупроводнике, обобщенные математические модели Хоффа, Буссинеска, деформации конструкции из двутавровых балок. Доказано существование и единственность решения задач, лежащих в основе вышеперечисленных моделей, существование решения задачи оптимального управления для них. На основе разработанных алгоритмов, написаны программы на языках Maple и C++, что позволило провести вычислительные эксперименты. Следует отметить, что предлагаемые в работе алгоритмы могут быть адаптированы к исследованию других математических моделей соболевского типа.

Достоверность теоретических выводов вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств. Основные положения диссертации достаточно полно отражены в 57 научных работах, из которых 16 – в ведущих российских рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 4 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ. Результаты диссертационного исследования апробированы на различных научных конференциях и семинарах всероссийского и международного уровней. Автореферат диссертации составлен с соблюдением установленных требований, дает адекватное представление о работе, хорошо оформлен.

Следующие замечания существенно не влияют на значимость научных результатов, полученных в диссертации, и не снижают общее положительное впечатление от работы.

1. В работе не приводятся данных об исследовании математической модели распределения потенциала электрического поля в полупроводнике при $p \leq 2$. Не ясно, имеет ли этот случай физический смысл и проводились ли такие исследования?

2. При доказательстве теоремы 2.5.1 на с. 109 используется лемма Гроуолла – Беллмана. В источнике, на который дана ссылка в работе, приведена формулировка, не позволяющая использовать теорему в данном случае напрямую. Тем не менее, утверждение теоремы для сформулированных условий остается верным, доказательство этого полностью аналогично про-

веденному в указанном источнике.

3. На ряде рисунков, например, на рисунке 5.3.1 на с. 202, отсутствует обозначение вертикальной оси, что затрудняет их понимание.

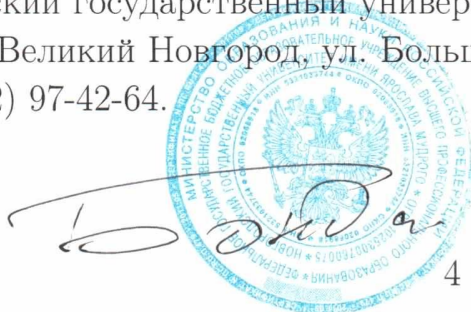
Диссертация Н.А. Манаковой в целом представляет собой самостоятельное законченное научное исследование по актуальной теме, отражающее достижения автора в области теоретического и практического изучения оптимального управления в полулинейных математических моделях гидродинамики и упругости. В ней решена научная проблема, представляющая несомненный научный интерес для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Автореферат полностью отражает содержание диссертации, а ее основные результаты являются новыми и полно опубликованы.

В целом, считаю, что диссертационная работа «Аналитическое и численное исследования оптимального управления в полулинейных моделях гидродинамики и упругости» является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований в области математического моделирования и численных методов разработаны теоретические положения, которые можно квалифицировать как научное достижение и в полной мере отвечает требованиям пп. 9 – 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением правительства РФ от 24.09.2013 № 842, а ее автор, Наталья Александровна Манакова, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой алгебры
и геометрии Новгородского
государственного университета
им. Ярослава Мудрого, профессор

Сукачева
Тамара Геннадьевна

Сукачева Тамара Геннадьевна, e-mail: tamara.sukacheva@novsu.ru
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41,
тел.: (8162) 97-42-64.



27 ноября 2015 г.