

**Отзыв**  
**официального оппонента на диссертацию**  
**Богатыревой Екатерины Александровны**  
**«Аналитическое и численное исследования квазилинейных**  
**математических моделей квазистационарного процесса**  
**в проводящей среде и двухфазной фильтрации»,**  
**представленной на соискание ученой степени кандидата**  
**физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое**  
**моделирование, численные методы и комплексы программ**

Диссертационная работа Е.А. Богатыревой посвящена аналитическому и численному исследованиям нелинейных математических моделей некоторых физических процессов гидро- и электродинамики, описываемых задачами для неклассических уравнений математической физики, не разрешенных относительно производной по времени. Аналитические решения такого типа задач зачастую не возможны. Приближенные решения требуют разработки и реализации новых численных методов и алгоритмов. В диссертации, на основе теоретических результатов исследования, строятся численные алгоритмы решения нелинейных задач, которые реализуются в виде комплекса компьютерных программ.

**1. Актуальность темы исследования**

Разработка эффективных численных методов решения нелинейных задач обусловлена необходимостью решения задач практики, требованиями достоверной обработки результатов научных исследований и корректной интерпретации реальных данных.

**Целью** диссертационной работы является исследование математических моделей для квазилинейных уравнений соболевского типа: неравновесной противоточной капиллярной пропитки, начального регулирования неравновесной противоточной капиллярной пропитки, распространения квазистационарного электрического поля в проводящей среде без дисперсии; разработка и обоснование эффективных численных методов их решения; построение алгоритмов и их реализация в виде комплекса программ.

Рассмотренные в работе задачи представляют научный теоретический и прикладной интерес. Тема исследования, несомненно, является **актуальной**.

## 2. Научная новизна исследований и основных результатов

К новым научным результатам, являющимся заслугой автора диссертации, можно отнести:

- впервые предложенный общий метод исследования квазилинейных математических моделей, основанных на квазилинейных уравнениях соболевского типа, применительно к процессам гидро- и электродинамики.
- доказательство теорем существования и единственности решений задачи Коши для квазилинейного уравнения соболевского типа;
- алгоритмы построения приближенных решений нелинейных задач, обоснование сходимости приближенных решений к точному решению;
- оригинальный комплекс программ автора для решения задач Коши для квазилинейных моделей соболевского типа.

## 3. Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов

**Степень обоснованности** изложенных в работе результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами всех утверждений, приведенных в диссертации. Доказательства изложены четко и ясно.

**Достоверность** научных положений подтверждается строгой постановкой начально-граничных задач, строгими математическими доказательствами формулируемых утверждений, результатами проведенных вычислительных экспериментов.

## 4. Значимость для науки и практики выводов и рекомендаций диссертанта

Научная значимость рассматриваемой диссертации заключается в доказательстве автором теорем существования и единственности решения задачи для квазилинейных уравнений соболевского типа, обосновании процессов сходимости приближенных решений к точному.

Разработанные автором численные алгоритмы решения задач и, на их основе, программный комплекс, сориентированы на решение практических задач гидро- и электродинамики.

Результаты работы могут найти применение в теоретических и

практических изысканиях университетов и научно-исследовательских организациях, таких как: Московский ГУ им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский ГУ, Белгородский ГУ, Башкирский ГУ, Югорский ГУ, Южно-Уральский ГУ, Институт механики УНЦ УрО РАН, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Центр геоэлектромагнитных исследований ИФЗ РАН им. О.Ю. Шмидта и других.

## **5. Достоинства и недостатки по содержанию и оформлению диссертации**

Представленная к защите диссертационная работа Е.А. Богатыревой по теоретическому уровню, глубине научной разработки, а также по практическим результатам может оцениваться как новый вклад в развитии методов решения задач Коши для квазилинейных уравнений соболевского типа.

Диссертация Е.А. Богатыревой является законченной научно-исследовательской работой, выполненной на актуальную тему и имеющей важное практическое значение.

Автореферат полностью отражает содержание работы, оформление которой соответствует требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Основные результаты выполненной работы нашли отражение в 15 публикациях автора в открытой печати, из которых: 3 – статьи в журналах, рекомендованных ВАК, 1 – свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем диссертационной работы составляет 110 страниц. Библиография содержит 108 наименований.

Во введении приводится историография вопроса, методология исследований. Обосновываются актуальность, научная новизна и практическая значимость работы. Формулируется цель, ставятся задачи исследования.

В первой главе приводятся исследования квазилинейных математических моделей соболевского типа: разрешимость задачи Коши для абстрактного квазилинейного уравнения; единственность его слабого обобщенного решения; сходимости приближенных решений предлагаемого проекционного метода к



точному слабому обобщенному решению; формулируется алгоритм метода.

В второй главе рассматривается аналитическое и численное исследование математических моделей двухфазной фильтрации жидкости: неравновесной противоточной капиллярной пропитки и начального регулирования насыщенности в задаче неравновесной противоточной капиллярной пропитки. Задачи редуцируются к задачам Коши для квазилинейных уравнений соболевского типа, для которых описывается алгоритм решения на основе проекционного метода, представленного в первой главе. Доказываются теоремы существования и единственности решений задач. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

В третьей главе исследуется математическая модель динамики электрического поля для квазистационарного процесса релаксации. Задача редуцирована к задаче Коши для квазилинейного уравнения соболевского типа. Доказаны теоремы об однозначной локальной и глобальной разрешимости. Предложен комбинированный метод решения на основе метода прямых и метода Розенброка. Описаны алгоритм и результаты вычислительных экспериментов.

В заключении приводятся выводы по результатам исследований.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

#### **Замечания.**

1. Во введении автор констатирует, что для модели противоточной неравновесной капиллярной пропитки (см. на стр.7 ссылки на работы [63,77,79,54]), для некоторых частных случаев, имели либо приближенно-аналитические решения, либо по ним были получены численные решения, сопоставимые с результатами натуральных экспериментов. В диссертации не делается сравнительного сопоставления получаемых соискателем приближенных решений с имеющимися для данных частных случаев результатами других авторов.
2. В методе прямых (3.2.2) по умолчанию использована аппроксимация второй производной функции  $u$  по пространственной переменной со вторым порядком по шагу сетки  $h$ , что предопределило соответствующий порядок по  $h$  полученных оценок в теоремах 3.2.1 и 3.4.1.

Не ясно, почему использована именно такая аппроксимация и каков будет вид соответствующих оценок в теоремах для аппроксимаций другого порядка?

3. Не понятно, для чего осуществляется сравнение решений, найденных с  $j$  слагаемыми проекционным методом и найденных с шагами  $\pi/2^{j+1}$  и  $5/2^{j+1}$  методом конечных разностей для задачи квазистационарной электродинамики с учетом релаксации (см. рис. 3.7.1 - 3.7.10 и табл. 3.7.1.-3.7.4). Количество слагаемых в разложении функции по базису одного метода и шаги сетки другого метода не зависят друг от друга.
4. На рис. 3.7.1-3.7.10 приводятся графики решений в момент времени  $t=5$ . Но область решения задачи определена интервалом  $t \in (0,5)$  и момент времени  $t=5$  в него не входит.
5. В работе содержится ряд неточностей и опечаток, например:
  - 1) на стр.63 переменной  $D$  одновременно обозначены и вектор индукции, и потенциал электрического поля;
  - 2) на стр.67 в первом уравнении системы (3.2.1) отсутствует знак « $=$ » и т.д.

Вместе с тем, указанные замечания не снижают научной и практической значимости исследований.

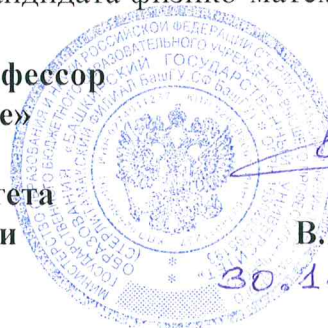
## **6. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней**

Диссертация Е.А. Богатыревой является законченной научно-квалификационной работой, соответствует следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: (п.2) развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей; (п.3) разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением компьютерных технологий; (п.4) реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рецензируемая работа «Аналитическое и численное исследования квазилинейных математических

моделей квазистационарного процесса в проводящей среде и двухфазной фильтрации» удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор – Богатырева Екатерина Александровна – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

**Доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры «Математическое моделирование»  
Стерлитамакского филиала  
Башкирского государственного университета  
Министерства образования и науки России**



**В.Н. Кризский**

30.11.2015.

Кризский Владимир Николаевич  
453103, г. Стерлитамак, пр. Ленина, д. 49,  
тел.: (3473) 43-25-80,  
e-mail: Krizsky@rambler.ru

Подпись заверяю:  
заместитель начальника отдела  
правового и кадрового обеспечения

Р.М. Батталов