

УТВЕРЖДАЮ:  
Ректор ФГБОУ ВО ВГТУ  
С.А. Колодяжный

июня 2017 г.



## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Аль Исави Джавада Кадима Тахира «Аналитическое и численное исследование математических моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики» представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертационная работа Аль Исави Джавада Кадима Тахира посвящена аналитическому и численному исследованию моделей, основанных на эволюционных уравнениях, описывающих процессы термо- и гидродинамики.

**Актуальность исследования.** В настоящее время большое число работ посвящено изучению эволюционных математических моделей возникающих в различных прикладных задачах, в частности, в области гидродинамики, теории фазовых переходов, а также при описании процессов распада фаз вещества. В диссертации исследуются математические модели на основе эволюционных уравнений Дзекцера, Кана – Хилларда, уравнения диффузии 4-го порядка, а также обобщенного уравнения Фишера – Колмогорова. Указанные математические модели изучаются в квазисоболевых пространствах с начальным условием Коши или Шоултера – Сидорова. В работе проведено теоретическое исследование, созданы новые численные методы нахождения приближенных решений, разработаны алгоритмы методов численного решения и соответствующие комплексы программ, проведены вычислительные эксперименты. Полученные результаты позволяют решать ряд важных прикладных задач в гидродинамике, геологии при изучении фильтрации жидкости, термодинамике и других предметных областях.

В последнее время возрос интерес к уравнениям в квазибанаховых пространствах. Такие пространства исследуются, как в абстрактных задачах, так и в связи с их использованием при решении прикладных задач. Начаты исследования операторно-дифференциальных уравнений в квазисоболевых пространствах. Актуализирует исследование эволюционных уравнений то, что полученные ранее, более 20 лет назад, результаты в банаховых пространствах, спустя некоторое время оказались применимы в теории динамических измерений, в теории оптимального управления, теории устойчивости уравнений соболевского типа, а также при изучении уравнений соболевского типа высокого порядка.

Одним из подходов исследования математических моделей, основанных на уравнениях в частных производных, является метод, который опирается на

разложение искомой функции по собственным функциям оператора Лапласа и ее представлении с помощью коэффициентов этого разложения. В силу чего исходное уравнение можно рассматривать в пространствах последовательностей (из коэффициентов ряда Фурье). Более того, в этом случае можно расширить множества значений параметров, характеризующих выбранные пространства. Например, для пространств последовательностей возможен случай  $0 < q < 1$ , который в пространствах функций не имеет смысла. Преимущества такого подхода отмечались при решении некоторых технических задач.

**Методы исследования.** При аналитическом исследовании вырожденных эволюционных уравнений в основе лежит построение вырожденных разрешающих полугрупп операторов. Для этого используются классические методы функционального анализа, теории линейных ограниченных операторов, спектральной теории.

При численном исследовании класса эволюционных математических моделей получены приближенные решения на основе модифицированного проекционного метода. Сходимость приближенного решения к точному теоретически обоснована сходимостью соответствующих рядов.

**Содержание работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 115 наименований и приложения. Общий объем работы составляет 125 страниц. Главы и разделы диссертации представляют логически законченные части, объединённые подходом и методами исследования.

Во введении приводится постановка задачи, обосновывается актуальность исследования. Кроме того, здесь представлена историография вопроса, описаны методы исследования, теоретическая и практическая значимость.

Первая глава содержит пять параграфов, в которых описаны эволюционные процессы термо- и гидродинамики, представлены квазисоболевы пространства и проведена редукция математических моделей исследуемых процессов к абстрактным эволюционным уравнениям в этих пространствах. Утверждения, приведенные в первой главе, не выносятся диссидентом на защиту.

Вторая глава посвящена аналитическим методам исследования класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах и состоит из шести параграфов. Приводятся предварительные сведения об относительном резольвентном множестве и относительном спектре для пары операторов в квазибанаховых пространствах, полученные ранее Дж. К. Аль-Делфи. Затем доказывается существование вырожденных голоморфных разрешающих полугрупп для однородного уравнения соболевского типа в случае  $L$ -секториальности, разрешимость обобщенной задачи Шоултера – Сидорова для эволюционного уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Вводится понятие фазового пространства исследуемого уравнения в квазисоболевых пространствах и доказана разрешимость задачи Коши для неоднородных уравнений рассматриваемого класса. Аналитически исследованы в квазисоболевых пространствах модели Дзекцера и обобщенная

математическая модель, представляющая модели Кана – Хилларда, Фишера – Колмогорова и диффузии четвертого порядка.

Третья глава посвящена изучению свойств решений класса эволюционных математических моделей, а также их численному исследованию. Получены условия, при которых существуют инвариантные пространства уравнений соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Доказана теорема о том, что при определенных условиях решения уравнений соболевского типа обладают экспоненциальной диахотомией. Затем полученные результаты применяются к исследованию свойств решений моделей Дзекцера, Кана – Хилларда, Фишера – Колмогорова и модели диффузии четвертого порядка. Описаны алгоритмы построения приближенного решения эволюционных математических моделей как в квазисоболевых, так и в банаховых пространствах, и программы реализующие алгоритмы. В двух последних параграфах главы содержатся результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих полученные теоретические результаты.

В заключении представлены выводы о результатах, полученных в диссертации, соответствии их паспорту специальности, а также перспективы и направления развития тематики исследования в дальнейшем. Приложение содержит свидетельство о регистрации программы.

**Научная новизна.** В диссертационной работе впервые проведены аналитическое и численное исследования класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах при описании процессов термо- и гидродинамики; создана теоретическая основа для качественного и численного исследования изучаемых моделей: доказана однозначная разрешимость задачи Коши и задачи Шоуолтера – Сидорова для эволюционных операторно-дифференциальных уравнений; разработаны новые алгоритмы численных методов, использующие идеи проекционных методов, позволяющие находить приближенные решения изучаемых математических моделей в квазисоболевых пространствах, и установлена сходимость приближенных решений к точному; разработан комплекс программ нахождения приближенного решения задачи Коши для класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых и банаховых пространствах. Результаты, изложенные в диссертации, являются новыми.

**Степень обоснованности изложенных в работе результатов.** Корректность теоретических выводов следует из строгих, математически обоснованных доказательств. Полученные результаты своевременно опубликованы, апробированы на различных конференциях и семинарах. Достоинством диссертации является сочетание теоретических выводов и возможности применения результатов в актуальных прикладных задачах.

**Теоретическая и практическая значимость.** Диссертационное исследование продолжает развитие теории вырожденных полугрупп операторов, которая неразрывно связана с исследованием неклассических моделей математической физики. Получение теоретической базы позволяет, как начать исследования неклассических уравнений в квазибанаховых пространствах последовательностей и различных задач для такого рода, так и

рассматривать возможность более эффективного решения ряда технических задач. Таким образом, практическая значимость исследования заключается в приложении полученных теоретических результатов к различным областям научных исследований.

Теоретические результаты диссертации и разработанные автором алгоритмы и программы представляют интерес для применения в исследованиях научных коллективов в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, в Институте математики и механики УрО РАН, Воронежском, Новгородском, Новосибирском, Иркутском, Югорском, Южно-Уральском, Челябинском государственных университетах и Северо-Восточном федеральном университете.

Диссертация Аль Исави Джавада Кадима Тахира имеет стройную, логически законченную структуру, автореферат соответствует содержанию диссертации. По теме диссертации соискателем опубликовано 12 научных работ, 3 из которых – в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ для опубликования результатов диссертационного исследования. Получено свидетельство о регистрации программы.

В качестве **замечаний** можно отметить следующее:

1. В лемме 2.4.1 говорится, что интеграл (2.4.1) можно дифференцировать по параметру  $\tau$ , но в интегrale указанный параметр отсутствует.

2. В качестве операторов  $L$  и  $M$  рассматриваются полиномы  $Q_n$  и  $R_s$ , причем  $n < s$ ,  $d_s c_n < 0$ , но не обсуждается важность данных условий. Могут ли степени полиномов быть равны, или коэффициенты быть одного знака?

3. К недостаткам оформления можно отнести небольшое количество грамматических ошибок, опечаток и описок: например, на стр. 95 «шаг 6 ... квази - Соболева».

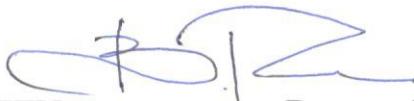
Приведенные замечания не уменьшают значимости представленных научных результатов и не влияют на общую оценку диссертационной работы.

Диссертационная работа Аль Исави Джавада Кадима Тахира «Аналитическое и численное исследование математических моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики» представляет собой научно-квалификационную работу, результаты которой являются новыми, строго обоснованы, получены автором самостоятельно и имеют важное научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Результаты диссертации. Диссертационная работа соответствует требованиям ВАК Министерства образования и науки РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Аль Исави Джавад Кадим Тахир, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв подготовили: доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики (ПММ) Воронежского государственного технического университета (ВГТУ) Ряжских Виктор Иванович; кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и механики (ПММ) Воронежского государственного технического университета (ВГТУ) Ряжских Александр Викторович.

Диссертационная работа и отзыв обсуждены, отзыв одобрен и утвержден на заседании кафедры прикладной математики и механики (ПММ), «17» мая 2017 г., протокол № 9.

Доцент кафедры прикладной  
математики и механики ФГБОУ ВО ВГТУ,  Александр Викторович  
кандидат физико-математических наук, Ряжских  
доцент  
Воронежский государственный технический университет  
394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, д. 11.  
тел. (473) 254–54–75,  
e-mail: ryazhskikhav@bk.ru

Заведующий кафедрой прикладной  
математики и механики ФГБОУ ВО ВГТУ,  Виктор Иванович  
доктор технических наук, профессор Ряжских  
Воронежский государственный технический университет  
394018, г. Воронеж, ул. Плехановская, д. 11.  
тел. (473) 254–54–75,  
e-mail: ryazhskikh\_vi@mail.ru

#### Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Воронежский государственный технический университет (ВГТУ)"

394026 г. Воронеж, Московский проспект, 14

Сайт организации: <http://www.vorstu.ru/>

факс: +7(473) 271-59-05

e-mail: rectorat@vgsu.vrn.ru, rector@vorstu.ru