

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Ушакова Андрея Леонидовича «Исследование математических моделей упругости методами итерационных факторизаций», представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук в диссертационный совет при ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)» по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

В связи с необходимостью решения важных прикладных задач в гидродинамике, механике, теплотехнике, электротехнике, теории упругости и др., актуальными являются задачи исследования математических моделей стационарных физических процессов на основе краевых задач для эллиптических уравнений. Изучению именно такого рода математических моделей посвящена диссертационная работа А.Л. Ушакова.

Исследованию краевых задач для уравнений эллиптического типа с помощью популярных методов типа фиктивных компонент посвящены работы, например, Г.П. Астраханцева, И.Е. Капорина, Ю.А. Кузнецова, Г.И. Марчука, А.М. Мацокина, С.В. Непомнящих, Е.С. Николаева, С.Б. Сорокина и др.

В диссертации А.Л. Ушакова для аналитического и численного исследования разработаны модифицированный метод фиктивных компонент и метод итерационных факторизаций. В работе содержится анализ работ последних десятилетий и по другим направлениям исследований рассматриваемых моделей. В диссертационном исследовании даются ответы на вопросы, которые не ставились в работах других авторов и предлагаются новые подходы, использующие для этого, например, традиционно не применяемые здесь комплексные числа. В работе для достаточно произвольных областей строятся методы решения эллиптических уравнений

четвертого порядка при продолжении через границу с главными и естественными краевыми условиями на основе модификаций методов фиктивных компонент. Подход, предложенный А.Л.Ушаковым, отличается от методов, используемых предыдущими исследователями. Для получаемых задач в прямоугольной области предлагаются новые асимптотически оптимальные методы их решений, основанные на специальных свойствах этих задач. Поэтому важность и *актуальность* исследуемых в диссертации задач не вызывает сомнения.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы, списка обозначений и приложения. Первая глава посвящена исследованию двух эллиптических уравнений второго порядка в прямоугольной области при однородных смешанных краевых условиях методами итерационных факторизаций. Рассматриваемые два эллиптических уравнения второго порядка в прямоугольной области при смешанных краевых условиях возникают в математических моделях из теории упругости. Их численные решения с помощью итерационных факторизаций в фиктивно продолженных моделях сводятся к решениям систем линейных уравнений с треугольными матрицами, в которых количество ненулевых элементов в каждой строке не более трёх.

Во второй главе исследуется эллиптическое уравнение четвёртого порядка в прямоугольной области при однородных смешанных краевых условиях методом итерационных факторизаций. Рассматриваемое эллиптическое уравнение четвёртого порядка в прямоугольной области при смешанных краевых условиях возникает в математических моделях теории упругости. Его решение основывается на итерационных факторизациях операторов, энергетически эквивалентных операторам решаемых задач. Дискретизация исходной задачи производится методом конечных элементов, а переобуславливатель выбирается на основе метода конечных разностей, при этом скорость сходимости итерационного процесса не зависит от параметров дискретизации.

В третьей главе исследуется эллиптическое уравнение четвёртого порядка в прямоугольной области при однородных смешанных краевых условиях методом итерационных факторизаций на фиктивном продолжении. Рассматриваемое эллиптическое уравнение четвёртого порядка в прямоугольной области при смешанных краевых условиях возникает в математических моделях теории упругости. Его численное решение с помощью итерационных факторизаций на фиктивном продолжении сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений с треугольными матрицами, в которых количество ненулевых элементов в каждой строке не более трёх.

Четвёртая глава посвящается исследованию эллиптических уравнений четвёртого порядка в ограниченных областях на плоскости при однородных смешанных краевых условиях модифицированными методами фиктивных компонент. Рассматриваемые эллиптические дифференциальные уравнения четвёртого порядка при смешанных краевых условиях возникают в математических моделях теории упругости. Решения этих задач с помощью метода конечных элементов и модификаций методов фиктивных компонент сводятся к решениям вариационно-разностных аналогов эллиптических уравнений четвёртого порядка в прямоугольной области при смешанных краевых условиях.

Результаты диссертационной работы содержат аналитическое и численное исследование указанных математических моделей и разработку алгоритмов и программ для практического анализа исследуемых моделей. Следует отметить, что разработанные в работе методы могут применяться для других математических моделей стационарных процессов.

Результаты работы опубликованы в 20 работах, в том числе, 4 статьи - в ведущих рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК РФ при Минобрнауки РФ. Имеется также 2 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ. Результаты диссертации были апробированы на различных конференциях и семинарах. Автореферат и

диссертация вполне удовлетворительно оформлены, с соблюдением установленных требований. Автореферат дает адекватное представление о работе. Отсюда вытекает высокая *степень обоснованности научных положений, выводов и апробации результатов* работы

Достоверность полученных в исследовании результатов основывается на их строгих доказательствах. Теоретические результаты работы подтверждают аналитические примеры и вычислительные эксперименты, что в совокупности указывает на *достоверность научных положений*, полученных в исследовании.

Автором диссертационной работы получены следующие *новые* результаты:

- Разработан аналитический метод для качественного исследования перемещений прямоугольной пластины при шарнирном закреплении на двух смежных сторонах и условиях симметрии на двух других сторонах. Модифицированы на непрерывном уровне методы фиктивных компонент для качественного исследования перемещений пластин. Получены оценки сходимости приближенных решений к точным решениям.
- Разработаны новые численные методы итерационных факторизаций, асимптотически оптимальные по количеству арифметических операций для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин при смешанных краевых условиях. Модифицированы численные методы фиктивных компонент для вычислений перемещений пластин. Установлена сходимость итерационных решений к точным решениям.
- Разработан комплекс программ для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин в модельных задачах.

Таким образом, *научная новизна результатов* не вызывает сомнений

По диссертационной работе и автореферату выявлены следующие недостатки.

1. Не указаны пространства функций, в которых рассматриваются правые части уравнений в эллиптических краевых задачах.
2. В работе не приведено обоснование выбора ортогональной системы функций для использования представлений аналитических решений рассматриваемых задач. Не сформулированы рекомендации по выбору этой системы при решении практических задач.
3. Используется достаточно громоздкая, не общепринятая система обозначений функций на непрерывном уровне (см., например, гл. 4).
4. Главы 1 и 4 тяжело воспринимаются ввиду совместного изложения одновременно двух методов, хотя и двойственных, дополняющих друг друга.
5. На стр. 10 автореферата указана заданная относительная погрешность 0,001. Можно ли ее уменьшить? На стр. 62 диссертации, в п.2.6 погрешность не указана.
6. В диссертационной работе и автореферате имеются некоторые опечатки, стилистические и грамматические погрешности. Например, в автореферате на стр. 3, 14 строка сверху имеется опечатка; там же на стр. 12, 2 абзац сверху, 6 предложение – стилистическая погрешность; на стр. 30 диссертации в первом абзаце отсутствуют запятые, а на стр. 90 в первом абзаце – лишняя запятая, то есть имеются ошибки в пунктуации.

Указанные замечания по существу не влияют на значимость научных результатов, полученных в диссертации, и не меняют ее общей высокой оценки.

В итоге можно привести заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о порядке присуждения научных степеней. Диссертация является законченным научным исследованием, отражающим достижения автора в области теоретического и практического изучения математических моделей перемещений мембран и пластин при различных краевых условиях. Автореферат полностью отражает содержание

диссертации, а ее основные результаты являются новыми и достаточно полно опубликованы.

В целом считаю, что диссертационная работа А.Л. Ушакова «Исследование математических моделей упругости методами итерационных факторизаций» является научно-квалификационной работой, в которой решены задачи, имеющие, несомненно, научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ и в полной мере отвечает требованиям пп. 9 – 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением правительства РФ от 24.09.2013 № 842, а его автор, Андрей Леонидович Ушаков, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой алгебры
и геометрии Новгородского
государственного университета
им. Ярослава Мудрого, профессор



Сукачева Т.Г.

02.06.2017

Сукачева Тамара Геннадьевна,
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41.
тел. (8162) 97-42-64.
e-mail: tamara.sukacheva@novsu.ru.

