

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Аль Исави Джавад Кадим Тахир
«Аналитическое и численное исследование математических
моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук в диссертационный совет при
Южно-Уральском государственном университете
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Эволюционные математические модели возникают при исследовании различных прикладных задач, в частности, в области гидродинамики, теории фазовых переходов критических точек, а также при описании процессов распада фаз вещества. В настоящее время возрос интерес к квазибанаховым пространствам, в которых, вообще говоря, не предусматривается наличие нормы. Изучению эволюционных математических моделей именно в таких пространствах посвящена диссертационная работа Дж.К.Т. Аль Исави. **Актуальность** исследования математических моделей в таких пространствах обусловлена возможностью использования этих результатов при решении прикладных задач.

Квазибанаховы пространства исследуются в работах Н. Кэлтона, Й. Берга и Й. Лефстрема, С.Я. Новикова, Дж.Д. Хардке, А.Б. Александрова, В.Л. Крепкогорского, С.М. Вовка и В.Ф. Борулько в различных аспектах, как самостоятельный объект, так и при решении прикладных задач. Разрешимость динамических линейных уравнений в квазисоболевых пространствах на основе операторного подхода была впервые рассмотрена в работах Дж.К. Аль-Делфи, а в работах Ф.Л. Хасан были исследованы ограниченные решения для таких уравнений.

В диссертации Дж.К.Т. Аль Исави построена теория линейных эволюционных уравнений в квазисоболевых пространствах, и с ее помощью проведены аналитическое и численное исследование математических моделей в области гидродинамики, теории фазовых переходов критических точек, а также при описании процессов распада фаз вещества. В диссертации содержится много ссылок на работы последних десятилетий, опубликованные в зарубежной и отечественной научной периодике и посвященные как

исследованию квазибанаховых пространств, так и исследованию перечисленных моделей. В диссертационном исследовании впервые указанные модели изучаются именно в этих пространствах. Найдены достаточные условия однозначной разрешимости моделей на основе эволюционных уравнений соболевского типа с условиями Коши и Шоултера–Сидорова. Разработаны алгоритмы нахождения приближенного решения задачи Коши, доказана сходимоть методов. Важность и актуальность исследуемой в диссертации задачи не вызывают сомнения.

Диссертация, помимо введения, заключения, приложений и списка литературы, включает три главы. Первая глава посвящена описанию математических моделей Дзекцера, Кана–Хилларда, модели диффузии четвертого порядка, а также обобщенной модели Фишера–Колмогорова. Описана конструкция квазисоболевых пространств и операторов в этих пространствах. Все исследуемые модели описываются в квазисоболевых пространствах ℓ_q^m ($q \in \mathbb{R}_+, m \in \mathbb{R}$) с помощью уравнения

$$Q_n(\Lambda)u_t = R_s(\Lambda)u, \quad (1)$$

где $Q_n(\Lambda)$, $R_s(\Lambda)$ многочлены степени $n, s \in \mathbb{N}$ ($n < s$) от квазиоператора Лапласа $\Lambda: \ell_q^{m+2} \rightarrow \ell_q^m$.

Во второй главе разрабатываются аналитические методы исследования класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах. Приведено понятие относительно секториального оператора, с помощью которого построены разрешающая полугруппа операторов и решения задач Коши и Шоултера–Сидорова. Получены условия разрешимости уравнения (1) в квазисоболевых пространствах и на основе этого проведено аналитическое исследование моделей Дзекцера, Кана–Хилларда, модели диффузии четвертого порядка, а также обобщенной модели Фишера–Колмогорова.

В третьей главе изучаются свойства решений класса эволюционных математических моделей (1), а также проводится их численное исследование. А именно, доказана относительно спектральная теорема и получены условия, при которых существуют инвариантные пространства для пары эквивалентных уравнений соболевского типа. Доказана теорема о том, что при определенных условиях решения пары эквивалентных уравнений соболевского типа обладают экспоненциальной дихотомией. Полученные

абстрактные результаты применены для изучения свойств решений моделей Дзекцера, Кана–Хилларда, Фишера–Колмогорова и диффузии четвертого порядка. Проведена модификация проекционного метода с учетом специфики квазисоболевых пространств и обоснована сходимость метода. В работе представлены алгоритмы построения приближенного решения эволюционных математических моделей как в квазисоболевых, так и в банаховых пространствах. Эти алгоритмы реализованы в виде программ. Приведены результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих теоретические результаты, численные методы и работу программ.

Диссертационная работа содержит подробное аналитическое и численное исследование указанных математических моделей. **Новизна исследования** представлена следующими результатами:

- Достаточные условия существования решений аналогов моделей Дзекцера, Фишера -- Колмогорова, диффузии 4-го порядка и Кана -- Хилларда в квазисоболевых пространствах с различными начальными условиями.
- Достаточные условия существования решений класса эволюционных математических моделей с начальным условием Шоултера -- Сидорова или Коши в квазисоболевых пространствах.
- Достаточные условия существования инвариантных пространств решений и их дихотомий для аналогов моделей Дзекцера, Фишера -- Колмогорова, диффузии 4-го порядка и Кана -- Хилларда в квазисоболевых пространствах.
- Достаточные условия существования инвариантных пространств решений и их дихотомий для класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах.
- Сходимость численного метода приближенного решения математических моделей в рамках задачи Коши для класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах.
- Алгоритм численного метода исследования класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах.
- Программа, реализующая алгоритм численного метода исследования класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах.

Следует отметить, что предлагаемые в работе алгоритмы применимы к исследованию других эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах.

Степень обоснованности изложенных в работе результатов: достоверность всех теоретических выводов вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств. Основные результаты диссертации опубликованы в 12 научных работах, из которых 3 статьи – в ведущих российских рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Результаты работы прошли апробацию на конференциях и семинарах различного уровня. **Автореферат** диссертации составлен с соблюдением установленных требований, дает адекватное представление о работе. Результаты работы и автореферат довольно хорошо оформлены.

Отмечу некоторые **замечания:**

1. Везде в диссертации предполагается, что последовательность $\{\lambda_k\} \subset \mathbb{R}_+$. А на стр. 48 указано что $\{\lambda_k\}$ – это собственные числа оператора $-\Delta$ и, следовательно, при краевом условии Неймана (1.5.8) могут принимать нулевые значения.

2. Обозначение $\ker Q$, используемое на стр. 59, во-первых, не является общепринятым, а во-вторых, пересекается с обозначением ядра проектора Q . Стоило вместо этого обозначения использовать явный вид этого условия.

3. Обозначения пересекаются довольно сильно. Символ Q используется для обозначения многочлена и для обозначения проектора (стр. 81–83). Символ R обозначает многочлен в уравнении, правую относительную резольвенту, а также семейство операторов (2.4.1). На стр. 91 через n обозначена размерность пространства, а также степень многочлена Q_n в (3.3.8).

4. На стр. 77 потерял минус при коэффициенте β . Также как и, видимо, в одной из формул (2.6.1) или (2.6.2).

5. На стр. 85 в конце доказательства теоремы 3.1.3 условие на a_2 описано не совсем ясно: какое именно положение знаков имелось в виду?

Указанные замечания, по моему мнению, можно отнести к оформительским, и не влияют на положительное впечатление от работы.

В целом, считаю, что диссертационная работа Дж.К.Т. Аль Исави

«Аналитическое и численное исследование математических моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики» является законченной научно-квалификационной работой, в которой решены задачи, имеющие, несомненно, научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, и в полной мере удовлетворяют требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК Минобрнауки РФ, а ее автор, Джавад Кадим Тахир Аль Исави, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой алгебры
и геометрии Новгородского
государственного университета
им. Ярослава Мудрого, профессор



Сукачева
Тамара Геннадьевна

Сукачева Тамара Геннадьевна,
Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41,
тел. (8162) 97-42-64, e-mail: tamara.sukacheva@novsu.ru .

05.06.2017.

