

## **ОТЗЫВ официального оппонента**

на диссертационную работу Кондюкова Алексея Олеговича  
«Математические модели движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей  
в магнитном поле Земли», представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук в диссертационный совет при  
ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)  
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

**Актуальность темы исследования.** Диссертационная работа А.О. Кондюкова посвящена исследованию математических моделей движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли на основе уравнений соболевского типа. Исследования такого рода связаны с необходимостью решения важных прикладных задач в магнитогидродинамике и геофизике, где актуальными являются задачи исследования математических моделей физических процессов и явлений, в частности на основе нелинейных уравнений, не разрешенных относительно производной по времени.

Исследованию уравнений, не разрешенных относительно старшей производной по времени, и их приложений – в разных аспектах – посвящены, например, работы Г.В. Демиденко, С.В. Успенского, Н.В. Сидорова, И.В. Мельниковой, В.Н. Врагова, С.Г. Пяткова, Г.А. Свиридику, В.Е. Федорова, В.Ф. Чистякова, Р.Е. Шоуолтера, А. Фавини, А. Яги и др. Настоящая работа выполнена в рамках направления, возглавляемого Г.А. Свиридикум.

В диссертационной работе А.О. Кондюкова найдены достаточные условия однозначной разрешимости задачи Коши для моделей динамики несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина - Фойгта различных порядков в магнитном поле Земли, получено описание фазовых пространств. Разработан алгоритм численного решения начально-краевой задачи для системы, моделирующей динамику несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина -

Фойгта нулевого порядка в магнитном поле Земли. Разработанный алгоритм реализован в виде комплекса программ. Важность и актуальность исследуемой в диссертации задачи не вызывает сомнения.

**Оценка структуры и содержания работы.** Основная часть диссертационной работы выполнена в объеме 114 страниц машинописного текста, в том числе список литературы из 112 наименований и содержит введение, три главы, заключение, список литературы и приложение.

Первая глава посвящена исследованию полулинейных математических моделей соболевского типа и носит вспомогательный характер. Она содержит некоторые определения, теоремы и леммы функционального анализа, основные элементы из теории замкнутых относительно  $\sigma$ -ограниченных и относительно  $p$ -секториальных операторов. Приводятся результаты о разрешимости задачи Коши для полулинейного автономного уравнения соболевского типа, понятия решения для уравнения соболевского типа, квазистационарной полутраектории, фазового пространства. Приводятся теоремы, устанавливающие необходимые и достаточные условия существования единственного решения, которое является квазистационарной полутраекторией.

Вторая глава посвящена исследованию математических моделей движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли. Рассматривается обобщенная модель несжимаемой вязкоупругой жидкости в магнитном поле Земли. Устанавливается локальная однозначная разрешимость первой начально-краевой задачи. Задача рассматривается как конкретная интерпретация задачи Коши для полулинейного автономного уравнения соболевского типа. Рассматривается модель несжимаемой вязкоупругой жидкости ненулевого порядка в магнитном поле Земли. Описано фазовое пространство задачи Коши-Дирихле. Доказывается теорема существования единственного решения указанной задачи, являющегося квазистационарной полутраекторией. Изучается модель несжимаемой вязкоупругой

жидкости нулевого порядка в магнитном поле Земли. С помощью теории полулинейных уравнений соболевского типа доказывается теорема существования и единственности решения задачи Коши-Дирихле для соответствующей системы уравнений.

В третьей главе проводится редукция модели Кельвина - Фойгта нулевого порядка к задаче Коши для системы ОДУ. Описывается алгоритм программы для численного исследования математической модели течения вязкоупругой электропроводной жидкости в магнитном поле Земли. Описана программа численного решения, ее функциональное назначение и логическая структура. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

К основным научным результатам диссертации можно отнести: доказательство теорем существования и единственности решения, соответствующих начально-краевых задач, возникающих при изучении различных математических моделей магнитогидродинамики, а также разработку алгоритма и программы численного решения модели нулевого порядка. Следует отметить, что предлагаемый в работе алгоритм может быть адаптирован к исследованию других математических моделей соболевского типа.

### **Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.**

Обоснованность представленных научных положений, выводов и рекомендаций диссертационной работы обеспечена всесторонним и комплексным рассмотрением автором поставленной цели и задач, базируется на том, что в качестве теоретической основы исследования использованы математические аппараты: теории относительно  $p$ -секториальных операторов и аналитических полугрупп операторов; теории дифференцируемых банаховых многообразий; классические методы численного решения дифференциальных уравнений.

Диссертационная работа выполнена на достаточно высоком уровне: автор владеет методами исследований неклассических уравнений в частных

производных, как метод фазового пространства и метод вырожденных (полу)групп операторов, численными методами решения дифференциальных уравнений, технологиями вычислительного эксперимента и др.

Основные результаты диссертации опубликованы в 16 научных работах, из которых 4 статьи – в ведущих российских рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Имеется свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016619268. Результаты научно-исследовательской работы прошли апробацию на различных семинарах и конференциях.

**Достоверность теоретических выводов** вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств. Автореферат диссертации составлен с соблюдением установленных требований, дает адекватное представление о научной работе.

**Значимость для науки и практики выводов и рекомендаций доктора наук.**

Полученные математические модели и алгоритмы их решения являются развитием теории движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли на основе нелинейных уравнений соболевского типа и позволяют решать практические задачи по исследованию процессов течения электропроводной жидкости в магнитном поле Земли.

Полученные подходы к численному решению по исследованию движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли могут быть использованы для построения и численного решения реальных моделей в геофизике и магнитогидродинамике.

Результаты работы могут найти применение в практических и лабораторных изысканиях университетов, научно-исследовательских организаций, таких как: Новгородский государственный университет им. Я.Мудрого, Южно-Уральский государственный университет, Уфимский государственный нефтяной технический университет и других.

Были выявлены следующие замечания:

1. Не введены пояснения к обозначениям для некоторых важных функций моделей, в частности для  $\omega_{m,q}(x, t)$  - стр.7, стр.56, стр.64 и не ясен физический смысл слагаемых правых частей моделей Кельвина-Фойгта. Пояснение позволило бы понять широкому кругу читателей важность и актуальность решения подобного рода задач.
2. Некоторые обозначения при осуществлении редукции пересекаются. Так, например, символом  $\sigma(A)$  обозначается спектр оператора  $A$ , а  $H_\sigma$  – подпространство соленоидальных функций в пространстве  $(L_2(D))^n$ .
3. В главе 2 рассмотрены три модели движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли. Однако в третьей главе описано численное моделирование для одной модели. К сожалению, нет интерпретации результатов проведенных вычислительных экспериментов. На странице 7 заявлено об изучении поведения системы при различных значениях коэффициента упругости жидкости  $\chi$ , однако соответствующие вычислительные эксперименты не проведены. Возможно ли осуществить полномасштабные вычислительные эксперименты для остальных моделей?
4. В диссертационной работе имеются грамматические ошибки (опечатки) и стилистические погрешности. Например, стр.6, 4 строка сверху; стр. 12, 11 строка сверху; стр.17, 11 строка сверху; стр.91, 8 строка сверху, на той же странице 12, 13 строка сверху.

Перечисленные замечания не носят принципиального характера и неказываются на научной и практической значимости работы в целом.

Диссертация является законченным научным исследованием, отражающим достижения автора в области теоретического и практического изучения математических моделей движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли. Автореферат полностью отражает содержа-

ния математических моделей движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли. Автореферат полностью отражает содержание диссертации, а ее основные результаты являются новыми и достаточно полно опубликованы.

В целом, считаю, что диссертационная работа А.О. Кондюкова «Математические модели движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли» является научной квалификационной работой, в которой решены задачи, имеющие, несомненно, научное значение для специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, и в полной мере отвечает требованиям пп. 9-14 «Положения о присуждении ученой степени», утвержденного постановлением правительства РФ от 24.09.2013 №842. Автор диссертационной работы, Алексей Олегович Кондюков, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий лабораторией  
Системного анализа и математического моделирования  
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный  
педагогический университет

им. М. Акмуллы»

02.06.2017

МАЛИКОВ Рамиль Фарукович

Докторская диссертация защищена по специальности 05.13.16 –  
Применение вычислительной техники, математического моделирования и  
математических методов в научных исследованиях

450000, Республика Башкортостан, г. Уфа, ул. Октябрьской революции, 3-а  
E-mail: rfmalikov@mail.ru

Подпись Р.Ф.Маликов

Заверяю: Начальник отдела документационного обеспечения  
ФГБОУ ВО «БГПУ им. М.Акмуллы» Р.Ф.Маликов