

**ОТЗЫВ
официального оппонента на диссертацию
Кондюкова Алексея Олеговича
«Математические модели движения несжимаемых
вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 05.13.18 - математическое
моделирование, численные методы и комплексы программ**

В диссертационной работе А.О. Кондюкова, на основе теории полулинейных автономных уравнений соболевского типа, исследуются математические модели течения несжимаемых вязкоупругих жидкостей Кельвина-Фойгта в магнитном поле Земли, представленные в виде неклассических уравнений в частных производных, не разрешенных относительно производной по времени.

1. Актуальность темы исследований

Ряд важных прикладных задач магнитогидродинамики и геофизики основаны на исследовании течения вязких несжимаемых жидкостей в магнитном поле, к таковым относят, например задачи изучения электромагнитного поля Земли в зависимости от динамики мантийных восходящих потоков (плюмов).

Целью диссертационного исследования является теоретическое исследование математических моделей течения несжимаемых вязкоупругих жидкостей Кельвина-Фойгта в магнитном поле Земли на основе метода фазовых пространств теории полулинейных уравнений соболевского типа, получение достаточных условий существования и единственности квазистационарных полутраекторий; разработка алгоритма и программы расчета жидкости Кельвина-Фойгта нулевого порядка.

Рассмотренные в работе задачи представляют научный теоретический и прикладной интерес. Тема исследования является *актуальной*.

2. Научная новизна исследований и основных результатов

К научным результатам, обладающим новизной и являющимся заслугой автора диссертационной работы, можно отнести:

- описание фазового пространства полулинейного уравнения, описывающего динамику вязкоупругой несжимаемой жидкости Кельвина-Фойгта (для моделей нулевого, ненулевого и высшего порядков);
- доказательство теоремы существования и единственности решения задач Коши-Дирихле для исследуемых моделей;
- вычислительный алгоритм решения начально-краевой задачи электропроводной вязкоупругой жидкости в магнитном поле Земли;
- программу расчета скорости течения жидкости и индукции магнитного поля.

3. Степень обоснованности и достоверности основных положений и выводов

Степень обоснованности изложенных в работе результатов обеспечивается строгими математическими обоснованиями всех утверждений, приведенных в диссертации.

Достоверность научных положений подтверждается корректной постановкой задач, строгими математическими доказательствами формулируемых утверждений, результатами проведенных вычислительных экспериментов.

4. Значимость для науки и практики выводов и рекомендаций диссертанта

Научная теоретическая значимость результатов диссертации заключается в описании фазового пространства полулинейного уравнения для моделей нулевого, ненулевого и высшего порядков динамики несжимающей вязкоупругой жидкости в магнитном поле Земли, в доказательстве однозначной разрешимости сформулированных задач Коши-Дирихле.

Практическая значимость полученных результатов демонстрируется построением численного алгоритма и программы расчета искомых вектор-функций, которые могут быть использованы в геофизике и магнитогидродинамике.

Результаты работы могут найти применение в теоретических и практических изысканиях университетов и научно-исследовательских организациях, специализирующихся в области исследования вязкоупругих

электропроводящих жидкостей, таких как: Московский ГУ им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский ГУ, Новосибирский ГУ, Новгородский ГУ им. Ярослава Мудрого, Башкирский ГУ, Южно-Уральский ГУ, Институт физики Земли им. О.Ю.Шмидта и других.

5. Достоинства и недостатки по содержанию и оформлению диссертации

Диссертация А.О.Кондюкова является законченной научно-исследовательской работой, выполненной на актуальную тему, в которой содержится решение задачи, имеющей существенное значение для теории нелинейных уравнений соболевского типа.

Основные результаты выполненной работы нашли отражение в 16 публикациях автора в открытой печати, из которых: 4 – статьи в журналах, рекомендованных ВАК (1 – в изданиях, индексируемых в Web Of Science и 3 – в Scopus); 1 – свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. Объем диссертационной работы составляет 114 страниц. Библиография содержит 112 наименований.

Во введении обосновывается актуальность, научная новизна, историография, теоретическая и практическая значимость работы. Формулируется цель, ставятся задачи и описываются методы их исследования.

В первой главе содержатся вспомогательные сведения теории полулинейных математических моделей соболевского типа, приводятся результаты о разрешимости задачи Коши для полулинейного автономного уравнения соболевского типа.

Материалы главы нашли свое отражение в последующем – в обосновании основных результатов работы.

Вторая глава посвящена исследованию математических моделей движения вязкоупругих несжимаемых жидкостей в магнитном поле Земли. Доказывается однозначная разрешимость начально-краевой задачи для обобщенной модели путем редукции к задаче Коши для полулинейного автономного уравнения

соболевского типа. Для модели ненулевого порядка описано фазовое пространство задачи Коши и доказывается существование и единственность ее решения. С помощью теории полулинейных уравнений соболевского типа проводится доказательство однозначной разрешимости задачи для математической модели нулевого порядка.

В третьей главе проводятся численные исследования динамики электропроводной вязкоупругой жидкости в магнитном поле. Математическая модель Кельвина-Фойгта нулевого порядка редуцируется к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений конечно-разностным методом. Описана реализующая алгоритм программа. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

В заключении приводятся выводы по результатам исследований.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Замечания.

1. Исследования математических моделей в работе (теоремы 2.1.1, 2.1.5, 2.2.1, 2.2.3 и т.д.) проведены для случая, когда коэффициент упругости не принадлежит спектру соответствующего оператора при производной скорости по времени. Возможно ли снять эти ограничения?
2. В формуле для $M(\psi, A)$ в (3.1.13) (стр.82), полученной из четвертого равенства в (3.1.1) отсутствует слагаемое, учитывающее магнитную вязкость жидкости δ .
3. Аппроксимация производных реализована разработанной программой в пакете Maple (стр.87). Не ясно, какие при этом использовались сеточные шаблоны и какие конечно-разностные аппроксимации? Каков итоговый порядок аппроксимации разностной схемы?
4. Несмотря на то что в Шаге 5 алгоритма (стр.90) из класса методов Рунге-Кутта решения задачи Коши, какая конкретная схема и какого порядка точности использовалась?

5. Подпункт «Логическая структура программы» (стр. 91) не отражает «структуру программы», а описывает лишь самый общий порядок работы пользователя.
6. Что соискатель подразумевает под термином «вычислительная устойчивость разработанного алгоритма численного решения» (стр. 92) – не ясно?
7. Данные вычислительного эксперимента *динамического* процесса не отражают *динамику* течения жидкости и изменения магнитного поля во времени (результаты приведены только при моменте времени $t=3\text{c}$).
8. В работе содержится ряд неточностей и опечаток, например:
 - 1) верхний предел суммы по переменной q первого уравнения в формулах (0.0.1), (2.1.1)-(2.1.5) диссертации и (1) автореферата (n_{m-1}) должен быть вида (n_m-1);
 - 2) аргумент экспоненциальной функции (стр. 13) указан без скобок и т.д.

Вместе с тем, указанные замечания не снижают научной и практической значимости исследований.

6. Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным

Положением о порядке присуждения научных степеней

Диссертация А.О. Кондюкова является законченной научно-квалификационной работой, соответствует следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ: (п. 2) развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей; (п. 3) разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий; (п. 4) реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рецензируемая работа «Математические модели движения несжимаемых вязкоупругих жидкостей в магнитном поле Земли» удовлетворяет всем требованиям ВАК при Минобрнауки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а автор работы – Кондюков Алексей Олегович – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

**Доктор физико-математических наук, профессор,
заместитель директора по научной работе и инновациям
Стерлитамакского филиала федерального
государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Башкирский государственный университет»
Министерства образования и науки России**

31.05.2017

В.Н. Кризский

Кризский Владимир Николаевич
453103, г. Стерлитамак, пр. Ленина, д. 49,
тел.: (3473) 43-25-80,
e-mail: Krizsky@rambler.ru

Подпись заверяю:
Главный юрист отдела
правового и кадрового обеспечения

А.М. Хусаинова

