

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Аль Исави Джавада Кадима Тахира
«Аналитическое и численное исследование математических моделей
эволюционных процессов термо- и гидродинамики»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук в диссертационный совет при
ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)»
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

В диссертационной работе Аль Исави Джавада Кадима Тахира рассматривается в квазисоболевых пространствах ряд эволюционных математических моделей, основанных на уравнениях соболевского типа. Такие математические модели возникают в различных прикладных задачах, в частности, в области гидродинамики, теории фазовых переходов критических точек, а также при описании процессов распада фаз вещества.

Исследованию уравнений соболевского типа и их приложений посвящено много работ как в России, так и за рубежом. Отметим работы Г.В. Демиденко, Н.А. Сидорова, М.О. Корпусова, И.В. Мельниковой, С.Г. Пяткова, Г.А. Свиридюка, В.Е. Федорова, R.E. Showalter, A. Favini, A. Yagi др.

В диссертации Аль Исави Джавада Кадима Тахира развивается теория вырожденных голоморфных (полу)групп операторов в квазисоболевых пространствах и с ее помощью проводятся аналитическое и численное исследование математических моделей Дзекцера, Фишера – Колмогорова, диффузии четвертого порядка, Кана – Хилларда. В диссертации содержится много ссылок на работы последних десятилетий, опубликованных в зарубежной и отечественной научной периодике и посвященных исследованию перечисленных моделей. В диссертационном исследовании получены новые результаты, даются ответы на вопросы, которые не ставились в работах других авторов. А именно, разработан аналитический метод исследования класса эволюционных математических моделей на основе теории вырожденных голоморфных полугрупп в квазибанаховых пространствах последовательностей; изучены качественные свойства решений в виде условий существования дихотомий с построением инвариантных пространств. Разработан и реализован в виде комплекса программ численный метод исследования задачи Коши для класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах, проведены вычислительные эксперименты. Важность и актуальность

исследуемой в диссертации задачи не вызывают сомнения.

Диссертация помимо введения, заключения, приложений и списка литературы включает три главы.

В первой главе рассматривается ряд эволюционных математических моделей термо- и гидродинамики и проводится редукция этих моделей к уравнению вида

$$Q_n(\Delta) u_t = R_s(\Delta) u + g, \quad (1)$$

где $Q_n(\Delta)$, $R_s(\Delta)$ – многочлены степени $n, s \in \mathbb{N}$ от оператора Лапласа $\Delta : W_q^{m+2}(\Omega) \rightarrow W_q^m(\Omega)$, а $W_q^m(\Omega)$ – пространства Соболева, $q \geq 1$, $m \in \{0\} \cup \mathbb{N}$, Ω – ограниченная область в \mathbb{R}^d с бесконечно гладкой границей $\partial\Omega$, вектор-функция g описывает внешнее воздействие на систему.

Вторая глава посвящена аналитическим методам исследования указанного класса эволюционных математических моделей в квазисоболевых пространствах. Доказано существование вырожденных голоморфных разрешающих полугрупп для однородного уравнения соболевского типа. Исследован вопрос однозначной разрешимости обобщенной задачи Шоултера – Сидорова для эволюционного уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Исследована разрешимость задачи Коши для неоднородных уравнений рассматриваемого класса. Проведено аналитическое исследование модели Дзекцера и обобщенной модели, содержащей модели Кана – Хилларда, модели Фишера – Колмогорова и модели диффузии четвертого порядка.

Третья глава посвящена изучению свойств решений одного класса эволюционных математических моделей, а также их численному исследованию. Доказана относительно спектральная теорема и получены условия, при которых существуют инвариантные пространства для пары эквивалентных уравнений соболевского типа. Доказана теорема о том, что при определенных условиях решения пары эквивалентных уравнений соболевского типа обладают экспоненциальной дихотомией. Изучаются свойства решений моделей Дзекцера и обобщенной модели, содержащей модели Кана – Хилларда, модели Фишера – Колмогорова и модели диффузии четвертого порядка в квазисоболевых пространствах. Описаны алгоритмы построения приближенного решения эволюционных математических моделей как в квазисоболевых, так и в банаховых пространствах, и программы, реализующие эти алгоритмы. Приведены результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующих полученные теоретические результаты.

Результаты диссертационной работы содержат подробное аналитическое

и численное исследование математических моделей Дзекцера, Фишера – Колмогорова, диффузии четвертого порядка, Кана – Хилларда. К основным научным результатам диссертации можно отнести: создание теоретической основы для численного исследования; разработка и обоснование алгоритмов и программ для практического анализа исследуемых моделей. Результаты численного исследования моделей сопровождаются ясными графиками. Следует отметить, что предлагаемые в работе алгоритмы могут быть адаптированы к исследованию других математических моделей соболевского типа.

Степень обоснованности изложенных в работе результатов обеспечивается строгими математическими обоснованиями всех утверждений, приведенных в диссертации. Достоверность теоретических выводов вытекает из строгих, логически и математически обоснованных доказательств, а также подтверждается результатами многочисленных вычислительных экспериментов. Основные результаты диссертации опубликованы в 11 научных работах, из которых 3 статьи – в ведущих российских рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Результаты работы прошли апробацию на различных конференциях и семинарах.

Замечания:

1. Обозначения, используемые в работе, пересекаются довольно сильно. Символ Q используется для обозначения многочлена и для обозначения проектора (стр. 81-83). Символ R обозначает многочлен в уравнении, правую относительную резольвенту, а также семейство операторов (2.4.1). На стр. 92 через n обозначена размерность пространства, а также степень многочлена Q_n в (3.3.8).

2. В пункте 2.5 "Аналитическое исследование аналога математической модели Дзекцера" на стр. 76 в следствиях 2.5.1, 2.5.2 не приводятся обоснования выполнения условий абстрактных теорем. Следовало подробнее расписать, откуда появились функции f^0 и f^1 при формулировке следствия 2.5.2. Кроме того, для выполнения теоремы 2.4.2, на которую приведена ссылка, необходима аналитичность функции f .

3. В работе присутствуют неточности редакционного характера и опечатки, например, на стр. 89 (строка 15), стр. 92 (строки 11–13, 18) стр. 93 (строка 11) и др.

Замечания существенно не влияют на значимость научных результатов, полученных в диссертации, и не меняют её общей высокой оценки.

Диссертация является законченным научным исследованием, отражаю-

щим достижения автора в области аналитического и численного исследования математических моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики. Основные результаты диссертации полно и своевременно опубликованы, а автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации, аккуратно оформлен.

В целом, считаю, что диссертация Аль Исави Джавада Кадима Тахира «Аналитическое и численное исследование математических моделей эволюционных процессов термо- и гидродинамики» является завершённой научно-квалификационной работой и в полной мере отвечает требованиям ВАК при Минобрнауки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, а ее автор, Аль Исави Джавад Кадим Тахир, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры прикладной математики
и информатики, Магнитогорского
государственного технического
университета им. Г.И. Носова

Какушкин
Сергей Николаевич

Какушкин Сергей Николаевич,
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова
455000, Россия, г.Магнитогорск, пр. Ленина, 38.
тел. +7 (3519) 29-84-02,
e-mail: kakushkin-sergei@mail.ru



13.06.17