

На правах рукописи

Нагорная Анастасия Николаевна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗДАНИЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Челябинск – 2008

Работа выполнена на кафедре «Теплогазоснабжение и вентиляция» ГОУ ВПО Южно-Уральский государственный университет.

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор
Панферов Владимир Иванович

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор
Дрозин Александр Дмитриевич;

кандидат технических наук, доцент
Ячиков Игорь Михайлович.

Ведущая организация – Уральский государственный технический университет – УПИ (г. Екатеринбург).

Защита диссертации состоится «18» декабря 2008 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д212.298.14 по присуждению ученых степеней в Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина 76.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенных печатью, просим выслать по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, ученый совет, тел. 267-91-23.

Автореферат разослан «14» ноября 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физ-мат. наук, профессор

Соколинский Л.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время в нашей стране и в мире очень остро стоит вопрос энергосбережения в коммунальной сфере. Решение этого вопроса невозможно без исследования тепловых режимов в отапливаемых помещениях. Для этого прежде всего необходима разработка математических моделей, описывающих данные режимы.

Целью исследования является разработка и исследование математических моделей нестационарного теплового режима зданий, методов и алгоритмов идентификации, а также разработка рациональных способов оценки теплоэнергетических характеристик зданий, режимов ликвидации аварийных ситуаций. В связи с поставленной целью решаются следующие **основные задачи**:

1. разработка математических моделей теплового режима зданий
2. получение алгоритмов параметрической идентификации моделей;
3. разработка методов определения теплоэнергетических характеристик зданий;
4. оценка возможности приведения многослойных ограждающих конструкций к однослойным, получение алгоритма расчета.

Научная новизна положений, защищаемых в диссертационной работе, заключается в следующем:

- в соответствии с физикой процесса предложены уточненные структуры математической модели теплового режима здания как объекта с сосредоточенными параметрами, проанализирована адекватность и применимость данной модели в инженерных расчетах;
- разработаны и апробированы различные варианты алгоритмов параметрической идентификации моделей теплового режима зданий, рассмотренных, в том числе, и в классе объектов с распределенными параметрами;
- предложена два метода определения удельной тепловой характеристики здания: экспериментально-аналитический и экспериментальный;
- разработан алгоритм приведения многослойных ограждающих конструкций к однослойным на основании равенства температурных полей.

На защиту выносятся:

1. математические модели теплового режима зданий;
2. алгоритмы и результаты идентификации моделей;
3. способы определения удельной тепловой характеристики здания;
4. алгоритмы расчета температурных полей в двухслойных и трехслойных стенках путем приведения их к однослойным.

Практическая значимость работы заключается в разработке математических моделей, структура которых позволяет применять их для целей расчетно-инструментального контроля тепловых режимов зданий, а также для разработки алгоритмов прерывистого и импульсного отопления. Предложенные в работе методы позволяют определить фактическое значение удельной тепловой характеристики конкретного здания, с учетом его теплотехнических и геометрических особенностей. Алгоритм расчета ограждающих конструкций, а также разработанная на основе алгоритма программа, позволяют рассчитывать пара-

метры и температурное распределение многослойных ограждающих конструкций путем приведения их к однослойным.

Реализация работы. На основе разработанного метода приведения многослойных ограждающих конструкций к однослойным реализовано программное обеспечение в среде MatLab: программы 3layers.m и 2layers.m, на которые получены свидетельства об отраслевой регистрации разработки № 9691 и № 9678.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 5-й Всероссийской научно-технической конференции «Энергетики и металлургии настоящему и будущему России» (г. Магнитогорск, 2004 г.); на V Всероссийской научно-практической конференции «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве» (г. Новокузнецк, 2005 г.); на Международной научно-технической конференции «Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции» (г. Москва, 2005г.); на XLV Международной научно-технической конференции «Достижения науки – агропромышленному производству» (г. Челябинск, 2006г.); на Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по проблемам теплоэнергетики (г. Челябинск, 2006г.); на всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов (г. Тольятти, 2007г.).

Публикации. По результатам исследований, представленных в диссертационной работе, опубликовано 25 работ.

Статьи [1-4] опубликованы в научных журналах, входящих в перечень ВАК. В работах, выполненных в соавторстве с научным руководителем, последнему принадлежат постановка задачи и общее руководство. В статьях [1, 7-9, 11, 12 14-17] Е.Ю. Анисимовой (Е.Ю. Пашниной) разработаны алгоритмы управления системой отопления зданий, включая режимы прерывистого отопления, А.Н. Нагорной принадлежат математическая модель теплового режима зданий и вычислительный алгоритм. В работе [3] А.Н. Нагорной принадлежит решение задачи структурного синтеза математической модели (раздел 1 стр. 128-131), Е.Ю. Анисимова участвовала в оценке адекватности предложенной модели. В работах [5, 6, 10, 19, 20] А.Н. Нагорная разработала различные методы параметрической идентификации математической модели, Е.Ю. Анисимова участвовала в оценке погрешностей идентификации. В работах [13, 18] А.Н. Нагорная предложила способ экспериментального определения удельной тепловой характеристики зданий, Е.Ю. Анисимова принимала участие в проведении эксперимента и обработке экспериментальных данных. В работах [4, 21-25] личный вклад автора заключается в непосредственном творческом участии при разработке вычислительного алгоритма и пакета прикладных программ, кроме того, А.Н. Нагорной принадлежат постановка задачи, проведение вычислительных экспериментов и анализ полученных результатов.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 118 наименований. Объем работы составляет 148 страниц.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы цель, задачи, основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе диссертации приведен критический анализ публикаций о существующих подходах к моделированию теплового режима зданий (работы Богословского В.Н., Строя А.Ф., Кононовича Ю.В., Соколова Е.Я., Табунщикова Ю.А и др.). Изучение современного состояния теории математического моделирования теплового режима помещений показало, что в настоящее время задача моделирования не является окончательно решенной, уточнение структуры, как правило, приводит к резкому увеличению размерности задачи и объема вычислительной работы, что делает модель практически нереализуемой.

Вместе с тем, неучет ряда факторов и явлений позволяет заметно упростить структуру математической модели. Задача моделирования в этом случае становится, как правило, решаемой (численно или аналитически). Однако и здесь крайне необходимо разработка процедур и алгоритмов параметрической настройки модели (настройки на реальный процесс) .

В свою очередь, отсутствие какого-либо приемлемого решения задачи параметрической идентификации модели обесценивает все плюсы от детального учета существующих факторов и явлений, приводит к большой погрешности моделирования. Таким образом, удачное решение последней задачи может привести к тому, что упрощенная «по физике» модель будет точнее сложной модели с детальным учетом всех явлений и процессов. Кроме того, известно, что более простые модели предпочтительнее для целей управления.

Во второй главе с использованием работ Е.Я. Соколова, А.Н. Сканави, Л.М. Махова, В.И. Панферова и др. найдены четыре варианта структуры математической модели

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = kW_0 + T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H; \quad (1)$$

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + k \frac{K_{np} F (t_{bx} - t_B)}{1 + \frac{K_{np} F}{2cG_m}}; \quad (2)$$

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + k (t_{bx} - t_B) \cdot cG_m \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{K_{np} F}{G_m c}\right) \right\}; \quad (3)$$

$$T_B \frac{dt_B}{d\tau} + t_B = T_H \frac{dt_H}{d\tau} + t_H + k cG_m \left\{ t_{bx} - t_B - \left[\frac{mn}{Gc} \cdot \bar{G}^p F + (t_{bx} - t_B)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}} \right\}. \quad (4)$$

В данных уравнениях t_B , t_H – соответственно температура внутреннего и наружного воздуха; T_B , T_H – постоянные времени для температуры внутреннего и наружного воздуха; δ , R – соответственно толщина и термическое сопротивление теплопередаче наружной стены здания; λ – теплопроводность материала; α_n – коэффициент теплоотдачи для наружной стены здания; W_0 – мощность системы отопления; K_{np} – коэффициент теплопередачи отопительного прибора;

c – теплоемкость теплоносителя; G_m – массовый расход теплоносителя; $t_{вх}$ – температура на входе в отопительный прибор; n, p, c – экспериментальные числовые показатели для отопительного прибора; $k = \frac{1}{q_0 V}$ – коэффициент пере-

дачи по каналу «мощность системы отопления – температура внутреннего воздуха»; q_0 – удельная тепловая характеристика здания, V – объем.

В данном случае при отыскании структуры математической модели методом физико-математического анализа получилось, что

$$T_B = T_H = T_1 \left(\frac{\delta}{2R\lambda} + \frac{1}{\alpha_H R} \right), \quad (5)$$

где $T_1 = \frac{c\rho F\delta}{2q_0 V}$ – коэффициент тепловой аккумуляции здания по Е.Я. Соколову.

Однако последующий анализ (теоретический, а также с использованием экспериментальных данных) показал, что в общем случае $T_B \neq T_H$. Данный недостаток структурной идентификации объясняется неполнотой учета физики процессов теплообмена, что является вполне обычным делом при построении моделей методом «серого ящика». Этот недостаток устраняется последующей параметрической идентификацией модели.

Найденные структуры математической модели точнее описывают физику теплового режима здания, в частности его инерционные свойства, оцениваемые постоянной времени. В модели Е.Я. Соколова принято, что средняя температура ограждения равна полусумме температур внутреннего и наружного воздуха. Однако это имеет место лишь в том случае, если температура внутренней поверхности стены равна температуре внутреннего воздуха, а температура наружной поверхности стены равна температуре наружного воздуха. Для этого, как известно из теории теплообмена, необходимо, чтобы $\alpha_B, \alpha_H \rightarrow \infty$, т.е. интенсивность теплообмена на внутренней и наружной поверхностях ограждения была бы очень высока, что на практике не наблюдается.

Поскольку модель Е.Я. Соколова получена для такого допущения, то должно выполняться равенство $T_B = T_1$ при $\alpha_B, \alpha_H \rightarrow \infty$. Действительно:

$$\lim_{\alpha_B, \alpha_H \rightarrow \infty} R = \frac{\delta}{\lambda}; \quad \lim_{\alpha_B, \alpha_H \rightarrow \infty} \left(\frac{\delta}{R\lambda} + \frac{2}{R\alpha_H} \right) = 1; \quad \lim_{\alpha_B, \alpha_H \rightarrow \infty} T_B = T_1.$$

Кроме того, структуры модели позволяют учесть и нестационарность температуры наружного воздуха, в то время как модель Е.Я. Соколова разработана при допущении, что $t_H = \text{const}$.

В литературе модель Е.Я. Соколова широко используется для оценки допустимого времени устранения аварийных ситуаций (без замораживания системы теплоснабжения). Поэтому в работе выполнен расчет процесса охлаждения по модели Е.Я. Соколова и уравнению (1). Результаты расчета теплового режима в здании при его охлаждении приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Расчет температуры внутреннего воздуха t_B в остывающем здании

| Время τ , ч | При $t_H = -34^{\circ}\text{C}$ | | При $t_H = -20^{\circ}\text{C}$ | | При $t_H = -10^{\circ}\text{C}$ | |
|---------------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| | по уравнению Е.Я Соколова | по разработанной модели | по уравнению Е.Я Соколова | по разработанной модели | по уравнению Е.Я Соколова | по разработанной модели |
| 0 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 |
| 4 | 11,93 | 11,19 | 13,56 | 13,01 | 14,73 | 14,33 |
| 8 | 6,56 | 5,27 | 9,64 | 8,7 | 11,84 | 11,14 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 36 | -17,00 | -19,31 | -7,58 | -9,26 | -0,85 | -2,09 |
| 48 | -22,29 | -24,36 | -11,44 | -12,95 | -3,69 | -4,81 |

Как видно из таблицы расхождение данных, особенно для начала процесса, является достаточно небольшим. Вместе с тем, построенная модель и найденная на ее основе постоянная времени T_B точнее отражают физику процесса, поэтому расчет по полученной модели является более достоверным. При этом из результатов расчета по нашей модели следует, что здание остывает вообще-то быстрее, чем это предсказывает модель Е.Я. Соколова. Если принять за критическую температуру внутреннего воздуха значение $+5^{\circ}\text{C}$, то при расчете по разработанной модели здание остынет до данной температуры на 1ч раньше – при $t_H = -34^{\circ}\text{C}$, чем по расчету Е.Я. Соколова; на 1,5 ч раньше – при $t_H = -20^{\circ}\text{C}$; на 2 ч раньше – при $t_H = -10^{\circ}\text{C}$. Полученные результаты свидетельствуют, что при анализе возможности разморозки системы в момент аварии предпочтение следует отдавать оценкам по разработанной модели.

Все варианты структуры математической модели описывают динамический (нестационарный) тепловой режим здания. Поскольку статический (стационарный) режим является частным случаем динамического режима, то его модель содержится в динамических моделях. Действительно, если в уравнении (1) положить, что $t_B = \text{const}$ и $t_H = \text{const}$, то получим широко известное в литературе по отопительной технике соотношение (формула проф. Н.С. Ермолаева), описывающее стационарный режим

$$q_0 V(t_B - t_H) = W_0 . \quad (6)$$

Данное обстоятельство подтверждает в значительной мере адекватность модели.

Если реальную систему отопления представить эквивалентным отопительным прибором, то, например, из уравнения (2) получим структуру модели, применимую для регулирования водяных систем отопления

$$q_0 V(t_B - t_H) = \frac{KF(t_{\text{вх}} - t_B)}{1 + \frac{KF}{2cG_m}} \quad (7)$$

Полученная зависимость позволяет построить графики качественного и количественного регулирования отпуска теплоты на отопление конкретного здания (эти графики традиционно строятся для стационарного режима теплоснабжения), графики приведены на рис. 2 и 3.

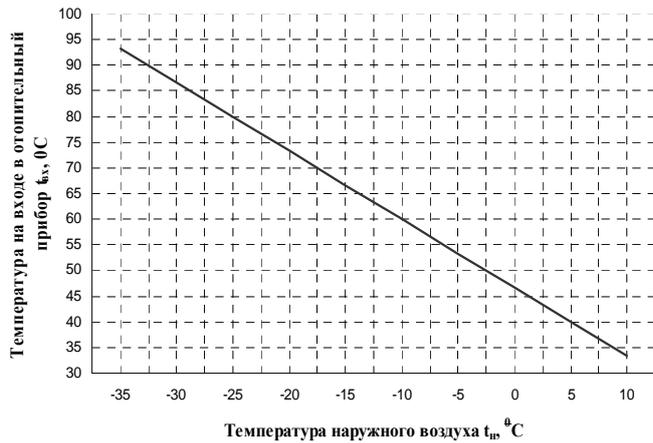


Рис. 2. График качественного регулирования отпуска теплоты на отопление

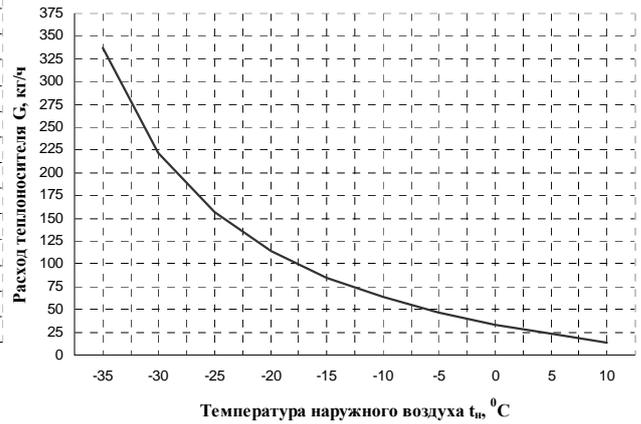


Рис. 3. График количественного регулирования отпуска теплоты на отопление

Графики центрального регулирования, используемые в теплоснабжающих организациях, строятся по усредненным данным. Полученные соотношения позволяют учесть индивидуальные особенности конкретного здания и отопительных приборов в нем, что очевидно выгодно с точки зрения экономии теплоты на отопление и обеспечения требуемых параметров микроклимата. Данное соотношение рекомендуется использовать при разработке алгоритмического и программного обеспечения автоматизированных систем управления отоплением конкретных зданий.

В третьей главе разработана методика параметрической идентификации математической модели теплового режима здания. Задача параметрической идентификации математической модели определяется как задача отыскания таких числовых значений параметров T_B, T_H, k , при которых расчетные значения выхода модели наилучшим образом согласовались бы с экспериментально полученными данными. Необходимость решения такой задачи обусловлена тем, что теплофизические свойства ограждающих конструкций зданий, непостоянны и зависят от многих трудно учитываемых факторов. Хорошо известно, что с течением времени происходит изменение свойств ограждений, вследствие старения здания, увлажнения материалов. Задача определения численных значений коэффициентов теплоотдачи α_n и α_b , для конкретных условий является серьезнейшей научно-технической проблемой.

Для идентификации параметров проводился эксперимент по нагреву и охлаждению помещения, при этом использовались электрические отопительные приборы с известной мощностью. После включения электроотопления помещение прогревалось до стационарного режима, затем отопление отключили, и помещение остывало до нового установившегося режима. При этом каждые 15 минут измерялись температура внутреннего и наружного воздуха, температура на внутренней и наружной поверхностях ограждения. Сбор и обработка экспериментальных данных проводились с помощью специально сконструированной информационно-измерительной системы на базе ПК.

Экспериментальные данные по режиму охлаждения позволяют определить постоянную времени T_B . Решая задачу методом наименьших квадратов,

нашли, что оптимальное значение постоянной времени следует определять следующим образом

$$T_B = -\sum_{i=1}^n \tau_i^2 / \sum_{i=1}^n [\ln \theta^{\exists}(\tau_i) - \ln \theta(0)] \cdot \tau_i. \quad (8)$$

где θ^{\exists} – экспериментальные значения избыточной температуры $\theta(\tau) = t_B - t_H$; τ_i – используемые в эксперименте моменты времени.

На рис. 4 кривая 3 построена при постоянной времени T_B (равной 18,2 ч), найденной по данным всего отрезка идентификации (52,5 ч). Как видно из рисунка близость расчетных и экспериментальных данных на начальном участке может оказаться неприемлемой. Объясняется это тем, что в начальный период процесса охлаждения скорость снижения температуры внутреннего воздуха заметно превышает скорость изменения температуры внутренних ограждений. Поэтому целесообразно с целью повышения точности настройки модели на реальный процесс для каждого из этих периодов определять свое собственное значение постоянной времени T . Кривая 2 построена по двум постоянным времени: на отрезке $[0; 2.5]$ ч – постоянная времени равна 5,3 ч; на отрезке $[2.5; 52.5]$ ч – постоянная времени равна 21,9 ч. Как видно, точность решения задачи идентификации заметно увеличивается. Среднеквадратическая погрешность настройки модели на t_B^{\exists} для кривой 3 равна $1,75^{\circ}\text{C}$, для кривой 2 – $0,31^{\circ}\text{C}$.

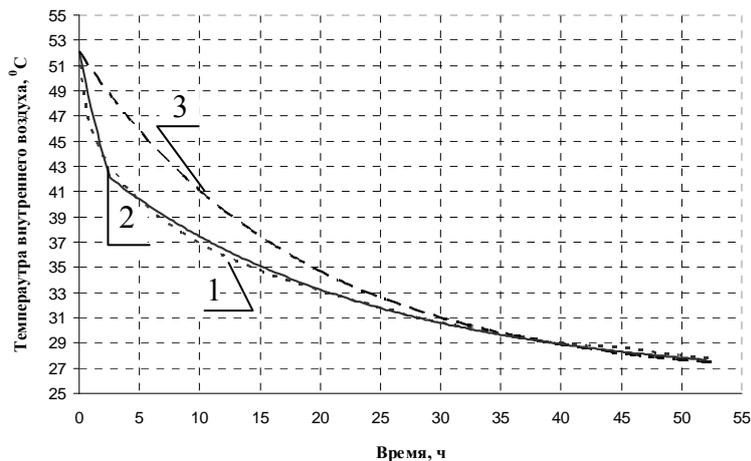


Рис. 4. Кривые изменения температуры внутреннего воздуха в режиме охлаждения

Экспериментальные данные по режиму охлаждения здания позволяют решить задачу отыскания только постоянной времени. Вместе с тем, для полного решения задачи параметрической идентификации необходимо определить не только T_B , но и T_H и коэффициент k . В целом задача параметрической идентификации формулировалась следующим образом:

$$I(k, T_B, T_H) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_{Bi}^p - t_{Bi}^{\exists})^2} \rightarrow \min_{k, T_B, T_H} \quad (9)$$

Исходной информацией при этом является модель и экспериментальные данные. Поставленную задачу решали методом покоординатного спуска со встроенным методом золотого сечения. Для численного интегрирования уравнения использовался метод Рунге-Кутты.

Хорошо известно, что успешное решение задачи отыскания минимума критерия в значительной мере зависит от свойств этого критерия, в связи с этим в работе исследовался данный вопрос. На рис. 5 приведены сечения критерия идентификации плоскостями $k = \text{const}$. Для кривой 1 – $k = k_{\text{расч}}$ (базовое значение), для кривой 2 – $k = 1,1 k_{\text{расч}}$, для кривой 3 – $k = 0,9 k_{\text{расч}}$. На рис. 6 приведены сечения критерия идентификации плоскостями $T = \text{const}$.

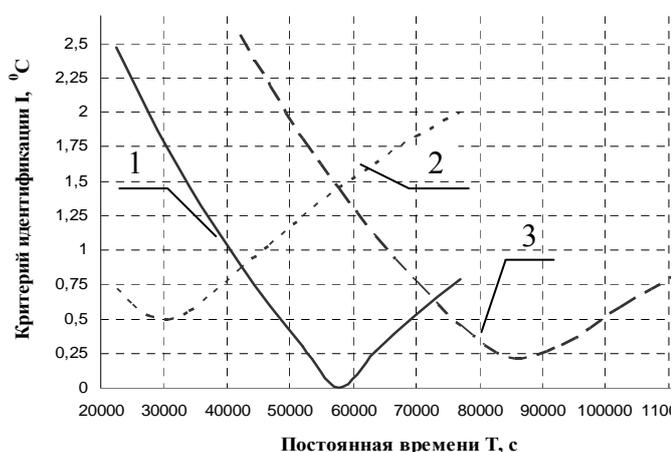


Рис. 5. Сечение критерия идентификации при различных значениях постоянной времени T_B

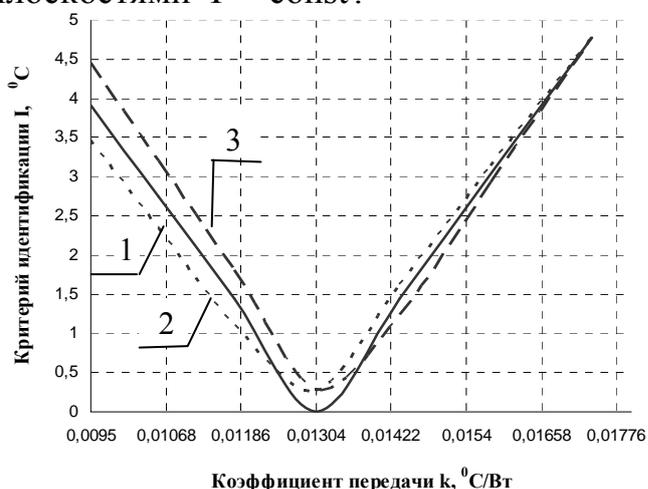


Рис. 6. Сечение критерия идентификации при различных значениях коэффициента k

Из рисунков видно, что критерий имеет достаточно выраженный минимум, т.е. функция (9) является унимодальной. Поэтому есть все основания полагать, что выбранный метод решения задачи параметрической идентификации будет вполне работоспособным.

Действительно, это подтверждается данными рис.7. На нем точками отмечены экспериментальные данные, сплошная кривая построена по найденным значениям параметров математической модели. Как видно из рисунка точность настройки модели на реальный процесс вполне приемлема. Среднеквадратическая погрешность настройки модели равна $0,95^{\circ}\text{C}$.

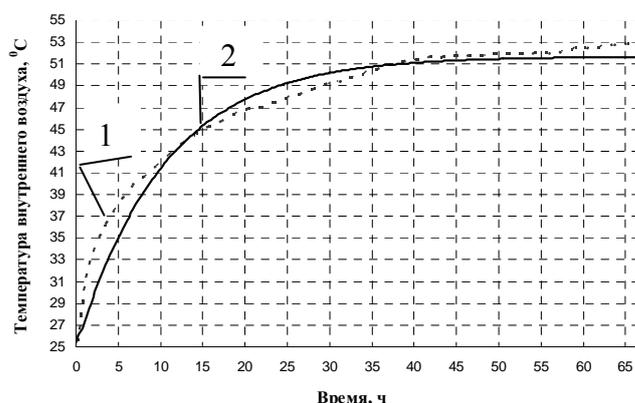


Рис. 7. Кривые изменения температуры внутреннего воздуха в режиме нагрева
1 – экспериментальные данные; 2 – теоретическая кривая

Построенная модель, представленная, в частности, уравнением (1), позволяет разработать метод определения основной теплоэнергетической характеристики здания – удельной тепловой характеристики q_0 . Особенно важной и про-

блемной задачей является определение удельной тепловой характеристики для старых зданий, когда нет проектной документации и информации о материалах ограждающих конструкций зданий. Однако, даже при наличии информации о конструкции ограждений здания, расчет q_0 по теплотехническим характеристикам, приводимым в СНиП, обладает заметной погрешностью. В работе предложены экспериментально-аналитический и экспериментальный способы определения значения удельной тепловой характеристики для конкретного здания.

Решая общую задачу параметрической идентификации, как говорилось выше, определяем параметр k . Зная же численное значение параметра k , нетрудно определить численное значение удельной тепловой характеристики здания q_0 по следующей формуле

$$q_0 = \frac{1}{kV}. \quad (10)$$

Кроме того, коэффициент k можно найти, используя характеристики стационарного режима. Если после внесения в помещение источника теплоты с известной мощностью ΔW_0 и вновь дождаться установления стационарного режима, т.е. $\Delta t_B = \text{const} = \Delta t_B^{\text{уст}}$, то

$$k = \frac{\Delta t_B^{\text{уст}}}{\Delta W_0}. \quad (11)$$

Последний способ достаточно прост и может широко использоваться в инженерной практике, т. к. в этом случае нет необходимости в получении данных о температуре внутреннего воздуха в определенные промежутки времени. В настоящий момент информации о других способах экспериментального определения удельной тепловой характеристики зданий в литературе нет.

Кроме того, следует заметить, что найденная экспериментальным путем удельная тепловая характеристика является комплексным показателем, учитывающим кроме трансмиссионных потерь и потери теплоты на нагревание инфильтрационного воздуха, в то время как основным недостатком разработанных ранее расчетных методов определения удельной тепловой характеристики является то, что они учитывают только теплопотери через наружные ограждения.

В четвертой главе тепловой режим здания рассмотрен в классе моделей с распределенными параметрами, в этом случае физика процессов и явлений учитывается детальнее.

На основании анализа литературных данных выбрана структура математической модели. Система уравнений, описывающая температурный режим в помещении, будет состоять из уравнения теплопроводности, учитывающего распределение температуры по толщине ограждения с соответствующими граничными и начальными условиями и уравнения теплового баланса воздуха.

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \delta, \quad \tau > 0 \quad (12)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial \tau} \right|_{x=0} = \alpha_B [t_B(\tau) - t(0, \tau)], \tau > 0; \quad (13)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial t(\delta, \tau)}{\partial \tau} \right|_{x=\delta} = \alpha_H [t(\delta, \tau) - t_H(\tau)], \tau > 0. \quad (14)$$

$$t(x, 0) = t(x, 0) - \frac{[t(0, \tau) - t(\delta, \tau)]}{\delta} x, \quad (15)$$

$$c_B m_B \frac{dt_B}{d\tau} = W(\tau) - \alpha_B [t_B(\tau) - t(0, \tau)] F_{ст} - K_{ок} F_{ок} [t_B(\tau) - t_H(\tau)], \quad (16)$$

$$t_B(0) = t_B^0, \quad (17)$$

где $t(x, \tau)$ – температура в точке с координатой x по толщине стены здания в момент времени τ ; λ – теплопроводность материала стены, δ – толщина стены здания; α_B, α_H – коэффициенты теплоотдачи у внутренней и наружной поверхностей; t_B^0 – температура внутреннего воздуха в начальный момент времени; c_B, m_B – соответственно удельная теплоемкость и масса воздуха в здании, $F_{ст}, F_{ок}$ – площадь стен и окон здания, $K_{ок}$ – коэффициент теплопередачи окон; $W(\tau)$ – мощность системы отопления.

Тепловой режим можно описать системой уравнений (12) – (17) при условии, что сложное многослойное ограждение заменяется эквивалентным однослойным. В связи с этим возникает необходимость в разработке методики приведения многослойных конструкций к однослойным. Реализация данного подхода изложена в главе 5.

Система уравнений (12) – (17) аппроксимировалась неявной разностной схемой и решались методом прогонки. Анализ построенных расчетных кривых показал, что на основных участках процесса нагрева и охлаждения наблюдается значительное расхождение расчетных и экспериментальных значений. Приемлемой точности расчета теплового режима по модели можно добиться, если выполнить ее предварительную настройку на реальные условия, т.е. произвести параметрическую идентификацию модели.

Решение задачи параметрической идентификации выполнялось с помощью компьютерной программы, написанной в среде Matlab. Параметрическая идентификация уравнений проводилась исходя из минимума суммы модулей разностей расчетных и экспериментальных значений температуры внутреннего воздуха t_B и температуры внутренней поверхности стены t .

$$I = \sum_{i=1}^n \left\{ |t_B^p(\tau_i) - t_B^э(\tau_i)| + |t^p(0, \tau_i) - t^э(0, \tau_i)| \right\} \rightarrow \min_{\lambda, a, \alpha_H, \alpha_B}$$

В результате решения найдены численные значения параметров $\lambda, a, \alpha_H, \alpha_B$. На рис.8 и 9 приведены кривые изменения температуры внутреннего воздуха и температуры внутренней поверхности стены, рассчитанные по моделям (12)-(17) для найденных значений параметров (кривая 2), а также отмечены экспериментальные значения температур (кривая 1). Как видно из рисунков, расчетные кривые достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными точно, это свидетельствует об адекватности рассмотренной модели и

применимости предложенного метода идентификации. Среднемодульная погрешность настройки модели с распределенными параметрами на t_B при нагреве и остывании помещения составляет $0,18^{\circ}\text{C}$.

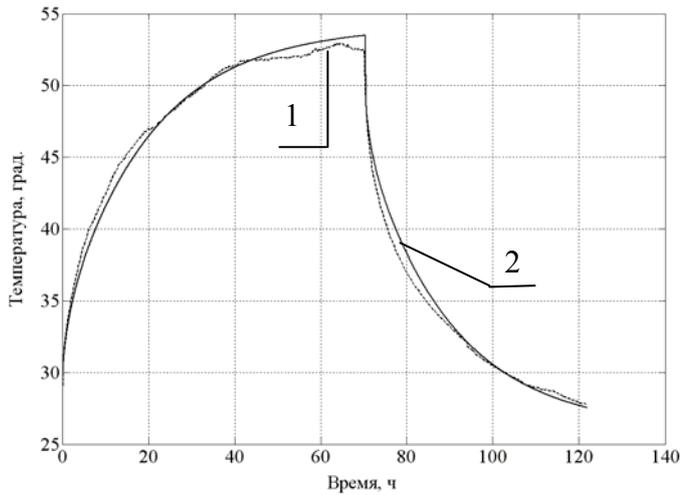


Рис. 8. Нагрев и остывание внутреннего воздуха в помещении.

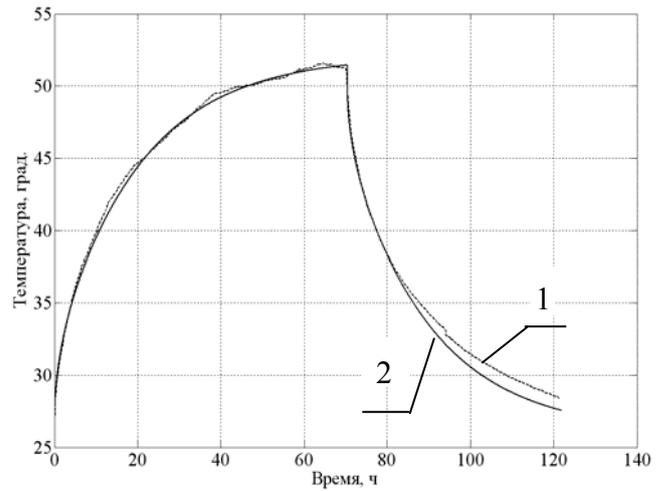


Рис. 9. Нагрев и остывание внутренней поверхности стены.

В пятой главе предложен алгоритм приведения двух и трехслойных ограждающих конструкций к однослойным.

В современном строительстве широко применяются многослойные ограждающие конструкции, в этом случае при моделировании температурных полей необходимо решать уравнение теплопроводности для каждого слоя и сопоставлять решения на границе слоев, используя граничные условия 4-го рода. Вследствие чего модель получается слишком громоздкой и трудно разрешимой. Однако тепловой режим можно описать значительно проще, а именно системой (12)-(17), при условии, что сложное многослойное ограждение заменяется эквивалентным однослойным.

Решением данной задачи занимались и ранее. В работах Шкурко Б.Ф. и Начаева В.П., Макагонова В.А. и др. приводится инженерный метод расчета плоских многослойных конструкций, однако предложенный авторами метод не является универсальным, не содержит четкого алгоритма и при некоторых условиях дает значительную погрешность вычисления.

Удовлетворительное решение задачи параметрической идентификации модели (12)-(17) уже само по себе свидетельствует о допустимости такой замены, тем не менее, необходимо более глубокое изучение данного вопроса.

В данной работе разработан способ приведения многослойной конструкции к однослойной из условия близости температурных полей в однослойном и многослойном ограждении. Известно, что решение уравнения теплопроводности можно представить в виде ряда Фурье по собственным функциям. Поведение решения на бесконечности определяется первым членом ряда Фурье, который убывает по экспоненте. В таком случае можно принять в качестве эквивалентной однослойной модели такую модель, в которой порядок убывания первого члена совпадает с порядком убывания первого члена для многослойной стенки.

Исходя из данного постулата, разработали алгоритм определения эквивалентного коэффициента температуропроводности для двухслойной стенки, которая имеет следующие характеристики: первый слой имеет толщину l_1 , теплопроводность материала λ_1 , плотность ρ_1 , теплоемкость c_1 ; второй слой имеет толщину l_2 , теплопроводность λ_2 , плотность ρ_2 , теплоемкость c_2 . Требуется получить эквивалентную однослойную стенку, то есть найти эквивалентный параметр a . Алгоритм решения будет иметь следующий вид:

1. положить толщину однослойной стенки $l = l_1 + l_2$;
2. найти наименьшее положительное β удовлетворяющее уравнению

$$\frac{\sqrt{a_1}}{\lambda_1} \cos\left(\frac{\beta}{\sqrt{a_2}} l_2\right) \sin\left(\frac{\beta}{\sqrt{a_1}} l_1\right) + \frac{\sqrt{a_1}}{\lambda_2} \sin\left(\frac{\beta}{\sqrt{a_2}} l_2\right) \cos\left(\frac{\beta}{\sqrt{a_1}} l_1\right) = 0 \quad (18)$$

для чего необходимо отделить данный корень. Промежуток отделения $[\beta_1, \beta_2]$ первого корня уравнения (18) определяется согласно следующему правилу:

$$\text{если } \frac{l_1}{\sqrt{a_1}} \geq \frac{l_2}{\sqrt{a_2}}, \text{ тогда } [\beta_1, \beta_2] = \left[\frac{\pi \sqrt{a_1}}{2 l_1}, \min\left\{ \pi \frac{\sqrt{a_1}}{l_1}; \frac{\pi \sqrt{a_2}}{2 l_2} \right\} \right],$$

$$\text{иначе } [\beta_1, \beta_2] = \left[\frac{\pi \sqrt{a_2}}{2 l_2}, \min\left\{ \pi \frac{\sqrt{a_2}}{l_2}; \frac{\pi \sqrt{a_1}}{2 l_1} \right\} \right];$$

3. найти корень β уравнения (18) на интервале $[\beta_1, \beta_2]$;
4. температуропроводность материала эквивалентной однослойной стенки вычислить по формуле $a = \left(\frac{\beta \cdot l}{\pi}\right)^2$.

Для реализации полученного данного алгоритма составлена программа 2layers.m в пакете Matlab, которая позволяет найти эквивалентный коэффициент температуропроводности a для двухслойной стенки и построить графики распределения температуры внутри стенки через 1, 6, 12, 24 часа.

Используя аналогичный подход, разработали алгоритм приведения трехслойной стенки к однослойной. Для реализации алгоритма написана программа 3layers.m в пакете Matlab.

На рис. 10 и 11 представлены действительный (кривая 1) и модельный (кривая 2) графики распределения температуры внутри двух- и трехслойной стенки в момент времени $\tau = 6$ час. Видно, что температурное поле в эквивалентной однослойной ограждающей конструкции близко к действительному распределению температуры в двух- и трехслойном ограждениях.

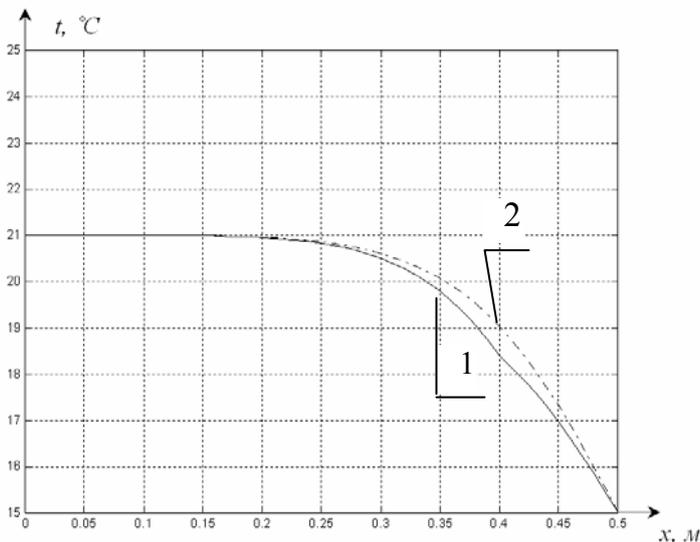


Рис. 10. График распределения температуры внутри двухслойной стенки

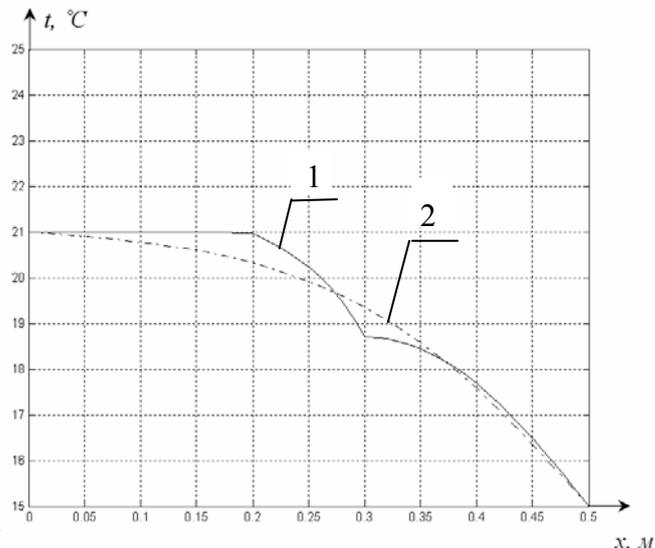


Рис. 11. График распределения температуры внутри трехслойной стенки

Результаты диссертационной работы

1. На основе анализа литературных данных, а также за счет более детального учета физических особенностей теплового режима зданий и систем отопления найдены четыре варианта структуры динамической математической модели в классе моделей с сосредоточенными параметрами. Как частные случаи динамической модели определены варианты математической модели для стационарного режима. На основании полученных зависимостей составлены графики качественного и количественного регулирования режима отопления, позволяющие учесть индивидуальные особенности конкретного здания и отопительных приборов в нем. Данные соотношения рекомендуется использовать при разработке программного обеспечения автоматизированных систем управления отоплением конкретных зданий.

2. Разработаны алгоритмы идентификации модели теплового режима при нагреве и охлаждении помещения по экспериментальным данным. Определены постоянная времени, коэффициент передачи. Найденные параметры математической модели позволяют оценить допустимое время ликвидации аварийных ситуаций в системах теплоснабжения.

3. На основании полученных результатов разработаны способы определения удельной тепловой характеристики конкретного здания. Экспериментальный способ достаточно прост и может широко использоваться в инженерной практике.

4. На основании литературных источников выбрана структура математической модели теплового режима здания как объекта с распределенными параметрами. Для численного решения уравнения модели аппроксимировались неявной разностной схемой и решались методом прогонки.

5. В среде Matlab разработана программа, позволяющая проводить параметрическую идентификацию модели с распределенными параметрами по экспериментальным данным. С помощью программы определяются численные

значения коэффициентов λ , a , α_n , α_b для фактических условий, а также строятся кривые изменения температуры внутреннего воздуха и температуры внутренней поверхности стены по настроенной модели и экспериментальным значениям соответствующих температур

6. Разработаны алгоритмы приведения двух- и трехслойных ограждений к однослойным. Для решения поставленных задач написаны соответствующие программы в среде MatLab, выходными параметрами которых являются эквивалентный коэффициент теплопроводности, а также графики распределения температуры внутри ограждений в различные моменты времени.

Публикации по теме диссертации

Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК:

1. Нагорная А.Н. Идентификация и управление тепловым режимом зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Вестник УГТУ-УПИ №14(66). Строительство и образование: сб. науч. тр. – Екатеринбург: ГОУ ВПО «УГТУ-УПИ». Выпуск 14. 2005. – С.351-353.

2. Нагорная А.Н. Решение задачи параметрической идентификации модели теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная // Вестник УГТУ-УПИ. № 12(83). Строительство и образование: сб. науч. тр. – Екатеринбург: ГОУ ВПО «УГТУ-УПИ». Выпуск 12. 2006.– С. 359–363.

3. Нагорная А.Н. К теории математического моделирования теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Вестник Южно-Уральского государственного университета №16 (69) Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». Выпуск 4. 2006. – С. 128-133.

4. Нагорная А.Н. Приведение многослойных ограждающих конструкций к однослойным при тепловых расчетах / Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, А.Н. Нагорная, В.И. Панферов // Вестник Южно-Уральского государственного университета №12 (112) Серия «Строительство и архитектура». Выпуск 6. 2008. – С. 49-57.

Другие научные публикации:

5. Нагорная А.Н. Математическая модель теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: тез. докл. 5-й Всероссийской научно-техн. конф. – Магнитогорск: МГТУ, 2004. – С.23.

6. Нагорная А.Н. О структуре математической модели теплового режима здания / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // VIII Международная науч.-практич. конф.: Экология и жизнь: сб. науч. тр. – Пенза, 2005. – С. 135–138.

7. Нагорная А.Н. Моделирование и управление тепловым режимом здания / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы Международной науч.-техн. конф. «Теоретические основы теплогазоснабжения и вентиляции»: Сб. тр. – М.: Московский государственный строительный университет, 2005. – С. 94–98

8. Нагорная А.Н. Об оптимальном управлении тепловым режимом зданий / В.И. Панферов, Е.Ю. Анисимова, А.Н. Нагорная // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2007. – Вып. 8. №20 (92) С 3–9.

9. Нагорная А.Н. Минимизация затрат энергии в процессе разогрева помещения при прерывистом отоплении / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы Юбилейной XIV Международной науч.-техн. конф. «Достижения науки – агропромышленному производству»: сб. тр., Ч.4. Челябинск: ЧГАУ, 2006. – С. 165–168.

10. Нагорная А.Н. Параметрическая идентификация модели теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы Юбилейной XIV Международной науч.-техн. конф. «Достижения науки – агропромышленному производству»: сб. тр., Ч.4. Челябинск: ЧГАУ, 2006. – С. 169–173.

11. Нагорная А.Н. Оптимальный режим прерывистого отопления / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы Пятой Российской науч.-техн. конф. «Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности»: Том 1. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. С. – 186–189.

12. Нагорная А.Н. Экономия тепловой энергии при различных режимах прерывистого отопления / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: тез. докл. 7-й Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Магнитогорск: МГТУ, 2006. – С. 11–16.

13. Нагорная А.Н. Экспериментальное определение удельной тепловой характеристики здания / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы международной научно-практической конференции «Коммунальное хозяйство, энергосбережение, градостроительство и экология на рубеже третьего тысячелетия»: Сб. докл. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2006. – С.91

14. Нагорная А.Н. Экспериментальное определение параметров динамической модели теплового режима помещения при воздушном отоплении / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Материалы международной научно-практической конференции «Коммунальное хозяйство, энергосбережение, градостроительство и экология на рубеже третьего тысячелетия»: Сб. докл. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2006. – С. 92.

15. Нагорная А.Н. Применение математической модели для разработки алгоритма управления отоплением здания / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Системы автоматизации в образовании, науке и производстве: Труды 5-й Всероссийской науч.-практич. конф. – Новокузнецк: СибГИУ, 2005. – С. 280–282.

16. Нагорная А.Н. Оптимизация режима прерывистого отопления / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Проблемы теплоэнергетики. Материалы Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Челябинск Изд-во ЮУрГУ, 2006. – С. 31

17. Нагорная А.Н. Алгоритм расчета натопы помещения при пуске системы отопления / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Анисимова // Материалы Юбилейной XLVI Международной науч.-техн. конф. «Достижения науки – аг-

ропромышленному производству»: сб. тр., Ч.3. Челябинск: ЧГАУ, 2007. – С. 210–215

18. Нагорная А.Н. Экспериментальное исследование процесса охлаждения помещения при отключении системы отопления / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная, Е.Ю. Пашнина // Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: тез. докл. 6-й Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Магнитогорск: МГТУ, 2005. – С. 31.

19. Нагорная А.Н. Синтез и идентификация модели теплового режима зданий / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная // Тезисы докладов 64-й научно-технической конференции. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2007. – 104 с.

20. Нагорная А.Н. Тепловой режим зданий и его моделирование / В.И. Панферов, А.Н. Нагорная // Энергетики и металлурги настоящему и будущему России: тез. докл. 8-й Всероссийской научно-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Магнитогорск: МГТУ, 2007. – С. 85

21. Нагорная А.Н. Программа расчета трехслойных ограждающих конструкций зданий 3layers.m / Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, А.Н. Нагорная // Инновации в науке и образовании. – 2007. – №12. – С.29

22. Нагорная А.Н. Программа расчета двухслойных ограждающих конструкций зданий 2layers.m / Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, А.Н. Нагорная // Инновации в науке и образовании. – 2007. – №12. – С.33

23. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки. Программа расчета трехслойных ограждающих конструкций зданий 2layers.m / Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, А.Н. Нагорная. – №9691; дата регистрации 22.12.2007.

24. Свидетельство об отраслевой регистрации разработки. Программа расчета трехслойных ограждающих конструкций зданий 3layers.m / Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, А.Н. Нагорная. – №9678; дата регистрации 22.12.2007.

25. Нагорная А.Н. Приведение многослойных ограждающих конструкций к однослойным при расчете температурных полей / А.Н. Нагорная, Ю.С. Васильев, Д.В. Крестьянкин, В.И. Панферов // Энергоэффективность и энергобезопасность производственных процессов: Труды Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, магистрантов, аспирантов 13-15 ноября. Тольятти: ТГУ, 2007. – С. 102–103.

Нагорная Анастасия Николаевна
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗДАНИЙ
Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

