На правах рукописи

Мезал Ясир Али Мезал

Квазилинейный анализ дискретных моделей нелинейной динамики (временных рядов)

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, информационно-вычислительное обеспечение)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Челябинск – 2021

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Научные руководители:	*доктор технических наук, профессор Шестаков Александр Леонидович*
	доктор физико-математических наук, профессор Панюков Анатолий Васильевич
Официальные оппоненты:	*доктор физико-математических наук, профессор Зыкина Анна Владимировна, заведующий кафедрой «Прикладная математика и фундаментальная информатика», ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет»*
	доктор физико-математических наук доцент Картак Вадим Михайлович, заведующий кафедрой вычислительной техники и защиты информации, ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет»
Ведущая организация:	*ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»*

Защита состоится «29» июня 2021 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета *Д212.298.14* при *ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»*, расположенном по адресу: *454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ, ауд. 1001.*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке *Южно-Уральского государственного университета* и на сайте: https://www.susu.ru/dissertation/d212-298-14

Автореферат разослан «___» апреля 2021 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
д-р физ.-мат. наук, доцент *Н. А. Манакова*

Общая характеристика работы

Актуальность. Классические методы математического моделирования, анализа и прогнозирования развивающихся систем основаны на линейной парадигме, которая предполагает, что эволюционирующая система линейно реагирует на информацию, т. е. информация используется сразу при получении, а не ожидается её накопление в ряде последующих событий. В настоящее время всё чаще для решения проблем моделирования и прогнозирования используется синергетический подход, см., например, работы таких авторов, как В.Б. Занг, В.А. Перепелица, Е.В. Попова, А.В. Прохоров, Т. Пуу, Х. Хакен, Б.Б. Мандельброт, в которых нелинейность и неустойчивость рассматривается как источник многообразия и сложности динамики, а не шумов и случайных возмущений. Данная парадигма, включая в себя возможность нелинейной реакции на информацию, влечёт за собой естественное расширение существующих взглядов.

В настоящее время имеется достаточно большое число работ, посвящённых прямой задаче анализа процессов, представленных в виде нелинейных дифференциальных уравнений. Однако проблема прогнозирования развивающихся процессов требует решения обратной задачи: по результатам наблюдения, т.е. по временному ряду, идентифицировать нелинейный процесс (т.е. определить его параметры), а затем дать прогноз его развития и рекомендации по принятию управленческих решений. Квазилинейный детерминированный анализ заключается в идентификации разностных квазилинейных уравнений. Такие уравнения, например, могут быть построены на основе разностных схем для квазилинейных дифференциальных уравнений, описывающим динамичный процесс.

Одним из примеров является **логистическая модель**, которая может быть представлена в виде

$$\frac{dy}{dt} = u(t) + ay(t) + by^2, \tag{1}$$

где $y(t)$ – объём распространения инновации к моменту t; экзогенная функция $u(t)$ и параметры a, b модели отражают суммарное число потенциальных потребителей инновационного продукта на рынке, степень внешних (влияние СМИ, рекламы, публикаций) и внутренних воздействий (непосредственное общение людей) на скорость адаптации.

Другим примером является **модель Самуэльсона**

$$Y_t = g + c\beta(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + cY_{t-1}, \tag{2}$$

где g – правительственные расходы (экзогенная переменная), c – склонность к потреблению, β – коэффициент акселерации.

Третьим примером является **Модель Пуу**

$$I_t = Y_t - cY_{t-1} = v \cdot \left[(Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})^3\right], \tag{3}$$

где v – постоянная (аналог коэффициента акселерации). Эта модель была изучена в работах Т. Пуу, Л. Гардини и И. Сушко, где вместо зависимости объема инвестиций от изменений дохода с «полом» и «потолком» применяется кубическая зависимость.

Наконец, исследуемые системы могут не иметь априори заданного уравнения. Примером такой задачи является проблема прогнозирования индекса фондового рынка по заданному **временному ряду этого индекса фондового рынка.** Индекс является мерой стоимости группы предприятий фондового рынка. Он рассчитывается по ценам выбранных акций (как правило, средневзвешенное значение). Это средство используется инвесторами и финансовыми менеджерами для описания рынка и для сравнения отдачи от конкретных инвестиций. Прогнозирование фондового индекса является важной задачей экономики и принятия инвестиционных решений. Многие исследователи для прогнозирования фондового индекса применяют различных статистические модели и методы анализа данных. Фондовый рынок – это хаотическая система, на цены влияют многие непредсказуемые факторы. Во временных рядах предполагается, что $y(t_i)$ есть некоторая информация о значении индекса, где t представляет время. Последние изменения показывают, что модель фондовых рынков является нелинейной. Квазилинейные методы дают способы описания нелинейных систем для анализа временных рядов. Ряд изменений показал, что квазилинейные методы являются хорошим способом краткосрочного прогнозирования.

В основе квазилинейного детерминированного анализа дискретных моделей нелинейной динамики (временных рядов) лежит идентификация квазилинейных разностных уравнений.

Степень разработанности темы исследования

Процессы, происходящие на рынках капитала, теории экономических циклов, кризисов, хаоса, с точки зрения нелинейной динамики рассмотрены Е. Андерссоном, У. Вайдлнхом, Б. Джоанссоном, Э. Петером, Т. Пуу, Дж. Б. Хаагом, Г. Хакененом и другими учеными. В работах Д. Сахала, С. Девиса, К. Мэнсфилда, П. Стонемана и др. рассмотрены логистические модели экономических процессов, дан анализ асимптотического поведения частных решений логистических дифференциальных моделей вблизи равновесных положений.

Таким образом, известно множество нелинейных математических моделей, способных генерировать хаотическую динамику. Проведённый обзор литературы показал, что многие практически важные процессы описываются системой

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{P}\left(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}\right), \tag{4}$$

в которой $\mathbf{y}$ рассматриваемый процесс, $\mathbf{P}$ многочлен от двух указанных переменных $\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}$. В основе квазилинейного детерминированного анализа дискретных моделей нелинейной динамики (временных рядов) лежит идентификация разностных уравнений, которые могут быть построенных на основе разностных схем для дифференциальных уравнений, описывающих динамику процесса.

Как известно, задача полиномиальной экстраполяции при степени полинома 5 и выше является плохо обусловленной. Кроме того, возможность наличия хаоса ведёт к высокой чувствительности траектории системы к точности исходных данных и погрешностям промежуточных вычислений, корреляция в ошибках вычисленных значений мономов, образующих полином $\mathbf{P}$, делает неэффективным применение метода наименьших квадратов (МНК) и его вариаций. В этих условиях оценивание параметров моделей требуется выполнять с помощью устойчивых методов. К их числу относят метод наименьших модулей (МНМ) и его вариации: взвешенный МНМ (ВМНМ) и обобщённый МНМ (ОМНМ), см. работы В.И. Мудрова, В.Л. Кушко, А.Н. Тырсина, А.А. Азаряна, Дж. Пана, Х. Ванга, Ю. Кьюи и др.

Точный алгоритм реализации метода наименьших модулей для оценки параметров линейных регрессионных моделей, основанный на спуске по узловым прямым, предложен А.Н.Тырсиным и А.А.Азаряном. Данный алгоритм имеет вычислительную сложность $O(m^2n^2 + m^4 n \ln n + m^2 n \ln^2 n)$. Однако вид задачи нахождения параметров регрессионной модели с помощью МНМ даёт основания рассчитывать на наличие более эффективного алгоритма. Кроме того, актуальной остаётся задача распространения данного метода на ВМНМ и ОМНМ.

Цели и задачи диссертационной работы

Целью работы является разработка методов идентификации моделей и прогнозирования процессов и явлений, представленных в виде дискретных моделей нелинейной динамики (временных рядов).

Для достижения указанных целей были поставлены следующие задачи:

1. Исследовать методы анализа дискретных моделей нелинейной динамики, представленных в виде временных рядов, выявить недостатки существующих методов, разработать способы их устранения. В качестве объектов исследования рассмотреть модели делового цикла и модели процессов трансфера инноваций, представленные в терминах построенной модели.

2. Построить метод квазилинейного детерминированного анализа моделей нелинейной динамики, представленных временными рядами, для решения проблемы идентификации, обработки информации и прогнозирования развивающихся процессов.

3. Разработать эффективные алгоритмы для обобщенного метода наименьших модулей и их реализацию в виде комплексов программ для идентификации, анализа и прогнозирования процессов и явлений, представленных в виде дискретных моделей нелинейной динамики.

4. Провести вычислительные эксперименты для рассмотренных в работе математических моделей с применением разработанного комплекса программ.

Методология и методы исследования В работе используются методы математического и статистического анализа моделей нелинейной динамики наблюдаемых процессов с применением линейного программирования, метода наименьших модулей, компьютерного моделирования.

Научная новизна

- В области системного анализа, управления и обработки информации разработан

  на основе идентификации разностного квазилинейного уравнения по наблюдаемым отсчетам (т.е. по временному ряду) метод квазилинейного детерминированного анализа моделей нелинейной динамики для решения проблем обработки информации, идентификации и прогнозирования развивающихся процессов, представленных временными рядами.

- В области математического моделирования
  1) разработан метод математического моделирования временных рядов на основе общей разностной схемы для дифференциальных уравнений, описывающих динамику процесса,
  2) разработанный метод квазилинейного детерминированного анализа применен для исследования моделей делового цикла, моделей процессов трансфера инноваций и результатов ретро-прогноза развития индекса фондового рынка Ирака,
  3) исследованы отношения ОМНМ- и ВМНМ-моделей, выявлена связь, которая объясняет решение для задачи определения ОМНМ-оценок с помощью итеративной процедуры с ВМНМ-оценками.

- В области численных методов
  1) разработан алгоритм численного метода квазилинейного анализа и нахождения ВМНМ-оценок с вычислительной сложностью не превосходящей $O(m^2n^2)$, в котором n – количество коэффициентов в исследуемом уравнении, m – количество наблюдаемых значений (приведённая характеристика вычислительной сложности ВМНМ представляется самой объективной из тех, что уже существуют в науке);
  2) разработан итеративный алгоритм нахождения ОМНМ-оценок.

- В области комплексов программ

  разработан комплекс компьютерных программ S4TSQA для имитационного моделирования и квазилинейного анализа временных рядов. Комплекс апробирован на модели трансфера инноваций, моделях делового цикла и ретро-прогнозе развития индекса фондового рынка Ирака. Проведены вычислительные эксперименты.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость результатов обусловлена решением актуальных задач прогнозирования развивающихся процессов и идентификации систем с применением современного математического аппарата. При этом учет нелинейности в рассматриваемых дискретных моделях даёт основание для приобретения уточнённых данных в характеристике анализируемых процессов или событий, явлений. Вдобавок, учитывание данной особенности может помочь создать общую картину без очевидных расхождений с действительной ситуацией или жёстких ограничений по области использования, что обычно свойственно для линейных моделей. Практическая значимость заключается в следующем: разработанные алгоритмы численных методов реализованы в виде комплекса программ для имитационного моделирования и квазилинейного анализа временных рядов. Описанные в диссертационном исследовании этапы и шаги, а также итоговый результат могут применяться для расчета перспектив явлений из разных сфер жизни человека: в социальной сфере, экономической и природной.

Степень достоверности научных результатов и выводов исследования определяется корректным использованием современных математических методов, подтверждена доказательствами в соответствии с современным уровнем математической строгости, согласованностью результатов вычислительных экспериментов с модельными примерами, а также тестированием разработанного программного комплекса на различных математических моделях. Результаты и выводы не противоречат ранее полученным результатам других авторов.

Апробация работы. Основные результаты и этапы работы докладывались на следующих научных конференциях и семинарах.

1. Научный семинар кафедры теории управления и оптимизации ЧелГУ под руководством профессора В.И. Ухоботова. Март, 2021 г.
2. Международная конференция OPTIMA 2020. Декабрь, 2020. Москва.
3. III Международная научно-практическая конференция студентов и молодых учёных. Апрель, 2019. Донецк.
4. II Открытый статистический конгресса. Декабрь, 2018. Ростов на Дону.
5. 16th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing. June, 2018. Bergamo, Italy.
6. Симпозиум Института инженеров электротехники и электроники в области компьютерных приложений и промышленной электроники (ISCAIE2018). Апрель, 2018. Пенанг (Малайзия).
7. V Международная научно-практическая конференция «Вопросы современной экономики и менеджмента: свежий взгляд и новые решения». Март, 2018. Екатеринбург.
8. IV и V международные конференции «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений». 2017, 2018 гг., Уфа.
9. Ежегодные научные конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ. 2016, 2017 и 2018 гг., Челябинск.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 15 печатных работах, из них *три* статьи [1–3] – в рецензируемых журналах из перечня ВАК, в том числе, *две* статьи – в рецензируемом издании из наукометрических баз Scopus и/или Web of Science; *одна* зарегистрированная компьютерная программа [4]; *одиннадцать* статей в других изданиях РИНЦ, в том числе, *две* статьи – в трудах конференций Scopus.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают личный вклад автора в опубликованные работы. Все результаты, представленные в диссертации и опубликованные в работах с соавторами получены лично автором. В работах в соавторстве с научным руководителем А. В. Панюкову принадлежат постановки задачи и обсуждение полученных результатов, Я. А. Мезалу принадлежат все полученные результаты.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Общий объём диссертации составляет 134 страницы, из них 114 страниц основного текста, 11 страниц библиографии, включающей 80 наименований, и 9 страниц приложений, включающие свидетельство о регистрации программы и листинги с текстом программ.

Краткое содержание работы

В **первой главе** отмечены достоинства, недостатки, границы применения известных подходов. Прогнозы развития процессов, как правило, требуют преобладания детерминизма проблемы идентификации над стохастичностью. Поэтому в качестве направления исследования **впервые** выбран квазилинейный детерминированный анализ. В основе квазилинейного детерминированного анализа дискретных моделей нелинейной динамики (временных рядов) лежит идентификация квазилинейных разностных уравнений, описывающих динамику процесса. Осуществлённый анализ литературных источников сделал явным, что большая часть практически важных процессов может быть охарактеризована с помощью системы (4). Такие системы аппроксимируются квазилинейным разностным уравнением второго порядка с кубической нелинейностью

$$y_t = a^{(0)} + \left(a_1^{(1)} y_{t-1} + a_2^{(1)} y_{t-2}\right) + \left(a_{11}^{(2)} y_{t-1}^2 + a_{12}^{(2)} y_{t-1} y_{t-2} + a_{22}^{(2)} y_{t-2}^2\right) + \\ + \left(a_{111}^{(3)} y_{t-1}^3 + a_{112}^{(3)} y_{t-1}^2 y_{t-2} + a_{122}^{(3)} y_{t-1} y_{t-2}^2 + a_{222}^{(3)} y_{t-2}^3\right), \quad t = 2, 3, \ldots, T. \quad (5)$$

В качестве примеров рассмотрены следующие модели: логистическая модель, модель Пуу и модель анализа фондового рынка на примере иракской фондовой биржи.

Во **второй главе** предложены численные методы решения проблемы идентификации квазилинейного уравнения авторегрессии.

За основу детерминированного анализа временных рядов примем идентификацию разностных уравнений, построенных на основе разностных схем для дифференциальных уравнений вида (4), описывающих динамику процесса. Далее систему (5) будем считать представленной в виде

$$y_t = \sum_{j=1}^{m} a_j g_j \{y_{t-k}\}_{k=1}^{m} + \sum_{j=1}^{n} b_j x_{tj} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T, \quad (6)$$

где $y_{t-m}, y_{t-m+1}, \ldots, y_t, y_{t+1}, y_{t+2}, \ldots, y_{t+n}$ есть значения переменных состояния (т.е. эндогенных переменных), $x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{nt}$ есть значения переменных управления (т.е. экзогенных переменных) в моменты времени $t = 1, 2, \ldots, T$, $g_j\{y_{t-k}\}_{k=1}^{m}$ есть заданные функции (в нашем случае это мономы), $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_t$ есть случайные ошибки, $a_1, a_2, a_3 \ldots, a_m$ и $b_1, b_2, b_3 \ldots, b_n$ есть неизвестные коэффициенты, которые подлежат определению.

ВМНМ-оценки задачи (6) представляют решение задачи

$$\begin{pmatrix} a_1^*, a_2^*, \ldots, a_m^* \\ b_1^*, b_2^*, \ldots, b_n^* \end{pmatrix} = \\ = \arg\min_{\substack{(a_1, a_2, \ldots, a_m) \in \mathbf{R}^m \\ (b_1, b_2, \ldots, b_n) \in \mathbf{R}^n}} \sum_{t=1}^{T} \left(p_t \left| y_t - \sum_{j=1}^{m} a_j g_j \{y_{t-k}\}_{k=1}^{m} - \sum_{j=1}^{n} b_j x_{tj} \right|\right), \quad (7)$$

где $p_t \geq 0$, $t = 1, 2, \ldots, T$ – некоторые предварительно определённые коэффициенты.

Предложенный в данной работе решения задачи (7) основан на решении задачи линейного программирования

$$\sum_{t=1}^{T} w_t \cdot y_t \to \max_{w \in \mathbf{R}^T}, \tag{8}$$

$$\sum_{t=1}^{T} z_{tj} w_t = 0,\ j = 1, 2, \ldots, m, m+1, m+2, \ldots, m+n, \tag{9}$$

$$z_{tj} = \begin{cases} g_j\{y_{t-k}\}_{k=1}^{m} & \text{если} \quad 1 \le j \le m, \\ x_{tj} & \text{если} \quad m+1 \le j \le m+n, \end{cases} \tag{10}$$

$$-p_i \le w_i \le p_i,\ i = 1, 2, \ldots, m. \tag{11}$$

Для решения задач линейного программирования вида (8)-(11) предложен алгоритм **PrGrad** .

Алгоритм PrGrad

Вход: $x \in \mathrm{R}^n \times \mathrm{R}^m, \quad p \in \mathrm{R}^{+m}, \quad y \in \mathrm{R}^m.$

Выход: $w^* = \arg\max_{w \in \mathrm{R}^m} \sum_{i=1}^{m} w_i \cdot y_i.$

Шаг 1. Инициализация: координаты начальной точки */.

Шаг 1.1. $k = 0$ /* счетчик итераций */

Шаг 1.2. $w^{(0)} = \{w_i^{(0)} = 0\}_{i=1,2,\ldots,m}$

Шаг 2. /* Текущая итерация k */.

Шаг 2.1. $S^{(k)} = \{i : -p_i < w_i^{(k)} < p_i,\ i = 1, 2, \ldots, M\}.$

Шаг 2.2. $X^{(k)} = \{x_{j\,i} : i \in S^{(k)},\ j = 1, 2, \ldots n\}$, $y^{(k)} = \{y_i;\ i \in S^{(k)}\}.$

Шаг 2.3. $P^{(k)} = E - X^{(k)\mathsf{T}} \left[X^{(k)} X^{(k)\mathsf{T}}\right]^{-1} X^{(k)}$, $g^{(k)} = P^{(k)} y^{(k)}.]$

Шаг 2.4. Если $g^{(k)} = 0$, то перейти на Шаг 3, иначе

$$\alpha_* = \arg\max_{\alpha} \left\{\alpha : -p_i \le w_i^{(k)} + \alpha g_i^{(k)} \le p_i,\ i \in S^{(k)}\right\}.$$

Шаг 2.6. $w_i^{(k+1)} = w_i^{(k)} + \alpha_* g_i^{(k)},\ i \in S^{(k)},\ k = k + 1.$

Шаг 3. /* Завершение алгоритма */ $\quad w^* = w^{(k)}.$

Теорема 1. *Алгоритм* **PrGrad** *находит точное решение задачи* (8)-(11)*. Его вычислительная сложность не превосходит величины* $O(m^2 n^2)$*.*

Лемма 1. *Если* $\tau(w^*)$ *– базис оптимального базисного решения* w^* *задачи* (8)-(11)*, то оптимальное решение задачи* (7) *является решением системы линейных алгебраических уравнений*

$$({a_1}^*,\ {a_2}^*,\ \ldots,\ {a_m}^*, \quad {b_1}^*,\ {b_2}^*,\ \ldots,\ {b_n}^*) \cdot \mathrm{col}\{z_{tj}\}_{j=1}^{m+n} = \mathrm{col}\{y_j\}_{j=1}^{m+n}, \quad t \in \tau. \tag{12}$$

Разработан алгоритм **WLDM-estimator**, который используя результаты алгоритма **PrGrad** и лемму 1 находит решение задачи (7).

Теорема 2. *Задача* (7) *разрешима за время не превосходящее величины* $O(m^2n^2)$.

Общей проблемой в использовании метода ВМНМ выступает отсутствие универсальных в его рамках правил (формальных) для работы над выбором весовых коэффициентов. Отсюда следует, что обозначенный путь исследовательской работы диктует проведение попутного изучения означенной области. Получить робастные оценки удаётся нахождением ОМНМ-оценки задачи (6):

$$(a_1{}^*,\ a_2{}^*,\ \ldots,\ a_m{}^*,\quad b_1{}^*,\ b_2{}^*,\ \ldots,\ b_n{}^*) =$$

$$= \arg \min_{\substack{(a_1,a_2,\ldots,a_m)\in \mathrm{R}^m \\ (b_1,b_2,\ldots,b_n)\in \mathrm{R}^n}} \sum_{t=1}^{T} \rho\left(\left|y_t - \textstyle\sum_{j=1}^m a_j g_j\{y_{t-k}\}_{k=1}^m - \sum_{j=1}^n b_j x_{tj}\right|\right), \tag{13}$$

где $\rho(*)$ – дважды непрерывно дифференцируемая выпуклая вверх функция.

В работе предложен алгоритм определения ОМНМ-оценок, представляющий итерационную процедуру с ВМНМ-оценками.

GLDM-estimator

Input:

количество измерений $T \in \mathbb{N}$;

$(N \times T)$ матрица $X = \{X_t \in \mathbb{R}^N\}_{t\in T}$;

выпуклая вверх дважды дифференцируемая функция $\rho(*):\ \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$.

Output:

оценки коэффициентов $A^* \in \mathbb{R}^N$ уравнений авторегрессии (6).

Step 1.

For all $t \in \{1, 2, \ldots, T\}$ **do** $p_t = 1$;

$k := 0$; $\left(A^{(k)}, z^{(k)}\right)$:= **WLDM-estimator** $(X,\ p,\ y)$.

Step 2.

Do

For all $t \in \{1, 2, \ldots, T\}$ **do** $p_t := \rho'(z_t^{(k)})$;

$k := k + 1$; $\left(A^{(k)}, z^{(k)}\right)$:= **WLDM-estimator** $(X,\ p,\ y)$.

While $\left(A^{(k)} \neq A^{(k-1)}\right)$.

Return $A^* := A^{(k)}$.

End of GLDM-estimator

Теорема 3. *Если функция потерь* $\rho(\cdot)$ *является выпуклой вверх монотонно возрастающей и дважды непрерывно дифференцируемой на положительной полуоси, такой, что* $\rho\prime(0) = M < \infty$, *то последовательность*

$$\left(a_1{}^{(k)}, a_2{}^{(k)}, a_3{}^{(k)} \ldots, a_m{}^{(k)}\right),$$

построенная алгоритмом **GLDM-estimator** *сходится к глобальному экстремуму задачи.*

В **третьей главе** дано описание комплекса компьютерных программ для моделирования и квазилинейного анализа временных рядов [4].

Назначение. Основными функциями комплекса S4TSQA является предоставление программам пользователя средств имитационного моделирования и идентификации квазилинейных разностных уравнений.

Область применения. Комплекс программ S4TSQA предназначен для численного решения задач идетификации квазилинейных разностных уравнений, а также для имитационного моделирования данных задач.

Требования к техническим (аппаратным) средствам В состав используемых технических средств должны входить:
(1) IBM PC с процессором семейства x86 или x86_64;
(2) ОЗУ более 512 Мбайт;
(3) наличие свободного места на жестком диске более 5 Мбайт.

Требования к программным средствам (другим программам).
32-х или 64-х разрядная операционная система семейства Windows. Компилятор Microsoft Visual C++ v.10.0.

Разработанные в работе алгоритмы представлены в окончательно сформированном виде компьютерных программ «TimeSerGen.exe» и «GLD_Predictor.exe» на языке C++, которые составляют единый комплекс S4TSQA (Soft Ware for Quasi Linear Analysis)

В **четвертой главе** дано описание проведённых вычислительных экспериментов с моделью процессов трансфера инноваций, моделями делового цикла и с результатами ретро-прогноза развития индекса фондового рынка Ирака.

Пусть K есть интервал прогнозирования, $y_t = F(y_{t-1}, y_{t-2})$ есть найденная модель (5). Модельные значения эндогенных переменных $\tilde{y}_t$ для временных отсчетов t, $t+1$, …, $t+K$ равны

$$\tilde{y}_t^{(K)} = F\left(y_{t-1}, y_{t-2}\right),$$
$$\tilde{y}_{t+1}^{(K)} = F\left(\tilde{y}_t^{(K)}, y_{t-1}\right),$$
$$\tilde{y}_{t+k}^{(K)} = F\left(\tilde{y}_{t+k-1}^{(K)}, \tilde{y}_{t+k-2}^{(K)}\right),\ k = 2,\, 3,\, \ldots, K.$$

Средняя ошибка предсказания на горизонте K равна

$$E(K) = \frac{1}{T-K+1} \cdot \sum_{t=0}^{T-K} \left(\tilde{y}_{t+K}^{(K)} - y_{t+K}\right).$$

Средняя абсолюютная ошибка предсказания на горизонте K равна

$$D(K) = \frac{1}{T-K+1} \cdot \sum_{t=0}^{T-K} \left|\tilde{y}_{t+K}^{(K)} - y_{t+K}\right|.$$

Вычислительные эксперименты с моделью процессов трансфера инноваций, моделями делового цикла включают построение решения задачи Коши для соответствующего квазилинейного разностного уравнения, добавлении случайной погрешности к отсчетам и последующую идентификацию уравнения по

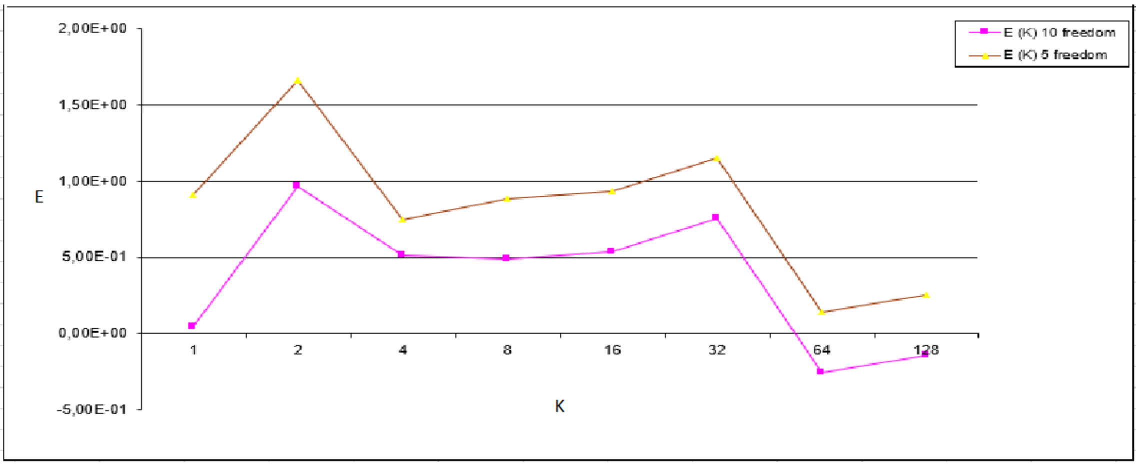

Рис. 1. Средняя погрешность моделей 5-freedom и 10-freedom

возмущенному решению. Эти эксперименты показывают высокое качество предложенного алгоритма [15].

Проведен вычислительный эксперимент по решению задачи идентификации неизвестного рекуррентного уравнения индекса фондового рынка Ирака по исходным данным с сайта "ISX-IQ.net". В рамках эксперимента рассмотрено три математические модели:

- model `10-Freedom`

$$y_t = a^{(0)} + \left(a_1^{(1)} y_{t-1} + a_2^{(1)} y_{t-2}\right) + \left(a_{11}^{(2)} y_{t-1}^2 + a_{12}^{(2)} y_{t-1} y_{t-2} + a_{22}^{(2)} y_{t-2}^2\right) + \\ + \left(a_{111}^{(3)} y_{t-1}^3 + a_{112}^{(3)} y_{t-1}^2 y_{t-2} + a_{122}^{(3)} y_{t-1} y_{t-2}^2 + a_{222}^{(3)} y_{t-2}^3\right), \quad t = 2, 3, \dots, T; \tag{14}$$

- model `5-Freedom`

$$y_t = \left(a_1^{(1)} y_{t-1} + a_2^{(1)} y_{t-2}\right) + \left(a_{11}^{(2)} y_{t-1}^2 + a_{12}^{(2)} y_{t-1} y_{t-2} + a_{22}^{(2)} y_{t-2}^2\right), \\ t = 2, 3, \dots, T; \tag{15}$$

- model `2-Freedom`

$$y_t = \left(a_1^{(1)} y_{t-1} + a_2^{(1)} y_{t-2}\right), \quad t = 2, 3, \dots, T. \tag{16}$$

Решаена задача идентификации данных моделей алгоритмом **GLDMestimator**, и найдены оценки погрешности прогноза для различных горизонтов прогнозирования. Результаты экспериментов с моделями 5-freedom и 10-freedom приведены на рис. 1 и рис. 2. Результаты экспериментов с моделью 2-freedom приведены на рис. 3 и рис. 4 Легко заметить, что горизонт качественного прогнозирования для нелинейных моделей 5-freedom и 10-freedom существенно больше чем для линейной модели 2-freedom.

В **заключении** приведены результаты исследования, даны рекомендации по их применению, намечены перспективы дальнейших исследований.

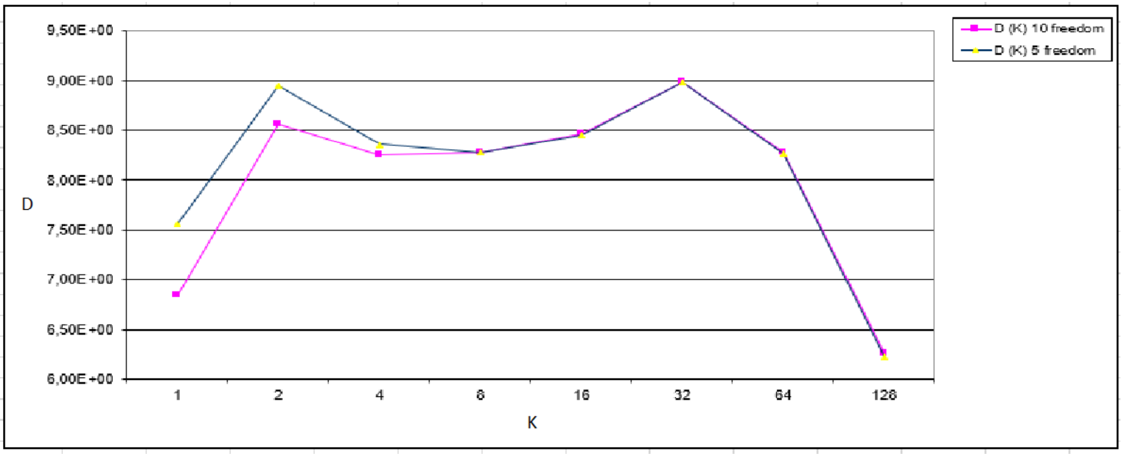

Рис. 2. Средняя абсолютная погрешность моделей 5-freedom и 10-freedom

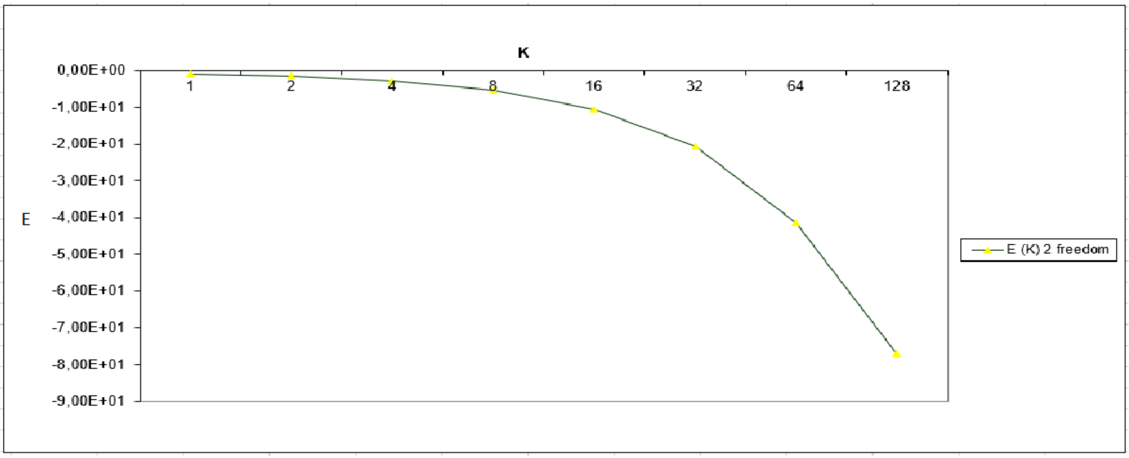

Рис. 3. Средняя погрешности модели 2-freedom

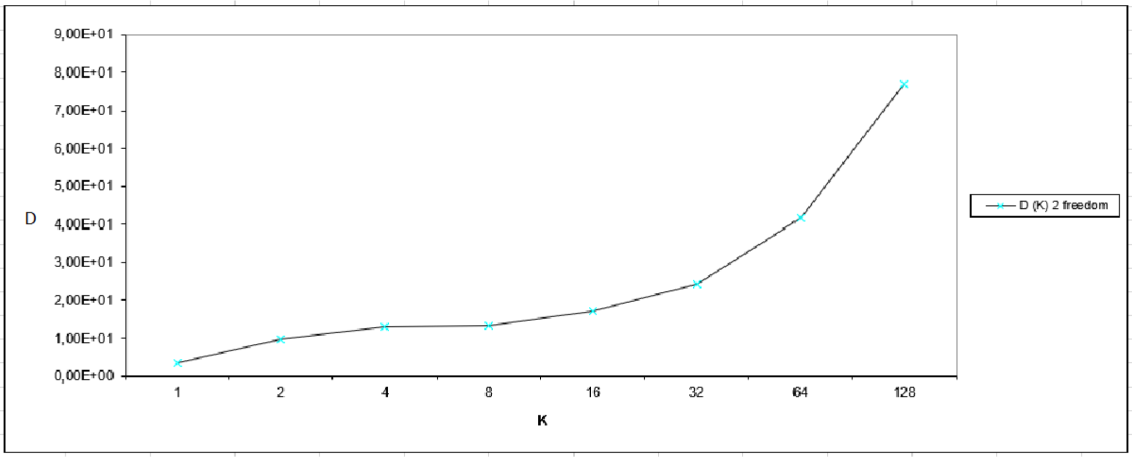

Рис. 4. Средняя абсолютная погрешности модели 2-freedom

Все поставленные задачи решены. Цель исследования достигнута.

Положения выносимые на защиту

- Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (п. 4 паспорта специальности 05.13.01).

  Разработка метода квазилинейного детерминированного анализа моделей нелинейной динамики, представленных временными рядами, для решения проблемы идентификации, обработки информации и прогнозирования развивающихся процессов, заключающегося в идентификации разностного квазилинейного уравнения по наблюдаемым отсчетам (т.е. по временному ряду), допускающего наличие ограничений на коэффициенты уравнения.

- Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (п. 1 паспорта специальности 05.13.18).

  Разработка метода квазилинейного детерминированного анализа для моделей делового цикла, моделей процессов трансфера инноваций и результатов ретро-прогноза развития индекса фондового рынка Ирака.

- Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п.3 паспорта специальности 05.13.18).

  1. Разработка численного алгоритма определения параметров МНМ- и ВМНМ-моделей с вычислительной сложностью $O(m^2n^2)$, где m – количество параметров модели, n – количество отсчётов.
  2. Разработка алгоритма определения ОМНМ-оценок посредством итеративной процедуры с ВМНМ-оценками.

- Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента. (п. 4 паспорта специальности 05.13.18).

  1. Разработка комплекса компьютерных программ S4TSQA, позволяющего идентифицировать квазилинейные разностные уравнения второго порядка, осуществлять имитационное моделирование и вычислительные эксперименты.
  2. Проведение вычислительных экспериментов с моделью делового цикла, моделью процессов трансфера инноваций и с результатами ретро-прогноза развития индекса фондового рынка Ирака.

Основные публикации автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК Минобрнауки РФ и в рецензируемых научных журналах и изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science

1. Panyukov, A.V. Improving of the Identification Algorithm for a Quasilinear Recurrence Equation / A.V. Panyukov, **Ya.A. Mezaal** // Communications in Computer and Information Science. Advances in Optimization and Applications: Revised Selected Papers of the 11th International Conference, OPTIMA 2020. – 2020. – V. 1340. – P. 15–26. – DOI: 10.1007/978-3-030-65739-0_2 (Springer, Scopus)

2. Панюков, А.В. Параметрическая идентификация квазилинейного разностного уравнения / А.В. Панюков, **Я.А. Мезал** // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2019. – Т. 11, №4. – С. 32–38. DOI: 10.14529/mmph190404 (ВАК, RSCI on WoS, ZbMATH)

3. Panyukov, A.V. Stable Identification of Linear Autoregressive Model with Exogenous Variables on the Basis of The Generalized Least Absolute Deviation Method / A.V. Panyukov, **Ya.A. Mezaal** // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. – 2018. – V. 11, issue 1. – P. 35–43. DOI: 10.14529/mmp180104 (ВАК, Scopus, WoS, ZbMATH)

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

4. Панюков, А.В. Программный комплекс для моделирования и квазилинейного анализа временных рядов: свид. о гос. рег. № 2019613249 / А.В. Панюков (RU), **Я.А. Мезал** (IQ); правообладатель ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)». – Заявка №2019611968; заявл. 28.02.2019; зарегистр. 12.03.2019, реестр программ для ЭВМ.

Другие публикации

5. **Мезал, Я.А.** Прогнозирование временных рядов / Я.А. Мезал // Научный поиск: материалы восьмой научной конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ. – Изд. центр ЮУрГУ, 2016. – С. 245.

6. Panyukov, A.V. Linkage Between Wlad and Glad And Its Applications for Autoregressive Analysis / A.V. Panyukov, I.A. Tetin, **Y.A. Mezaal** // Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS'2016): Proceedings of the 4th International Conference. – 2016. – V.1. – P. 224-227.

7. **Мезал, Я.А.** Устойчивое оценивание параметров авторегрессионных моделей с экзогенными переменными на основе обобщенного метода наименьших модулей / Я.А. Мезал, Панюков А.В. // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (ITIDS'2017): тр. V Всерос. конф. (с приглашением зарубежных ученых) / ГОУ ВПО «УГАТУ»(Уфа). – 2017. – Май. –Т. 1. – С. 151–155.

8. Panyukov, A.V. Stable estimation of autoregressive model parameters with exogenous variables on the basis of the generalized least absolute deviation method / A.V. Panyukov, **Ya.A. Mezaal** // IFAC-PapersOnLine. – 2018. – V. 51, issue 11. – P. 1666–1669. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.08.217 (Scopus)

9. Панюков, А.В. Математические методы квазилинейного анализа временных рядов / А.В. Панюков, **Я.А. Мезал** // Учет и статистика. – 2018. – № 4 (52). – С. 112–117.

10. **Мезал, Я.А.** Управление инвестиционным портфелем кредитной компании / Я.А. Мезал // Вопросы современной экономики и менеджмента: свежий взгляд и новые решения: сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. –2018. – Т. 5. – С. 78-79.

11. Панюков, А.В. Квазилинейный анализ временных рядов / А.В. Панюков, **Я.А. Мезал** // Статистика – язык цифровой цивилизации: сб. докладов международной науч.-практ. конф. II Открытый российский статистический конгресс. – 2018. – Ростов н/Д., 4-6 декабря 2018 г. – Т. 2. – С. 211-215.

12. Panyukov, A.V. Approximation of a Matrix with Positive Elements by a Matrix of a Unit Rank / A.V. Panyukov, K.Z. Chaloob, **Ya.A. Mezaal** // 2018 IEEE Symposium on Computer Applications and Industrial Electronics (ISCAIE 2018). – 28 – 29 April 2018 Penang, Malaysia. Penang, Malaysia: IEEE, 2018. – P. 234–237. (Scopus)

13. Панюков, А.В. Аппроксимация матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга / А.В. Панюков, Х.З. Чалуб, **Я.А. Мезал** // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2018. – Т.10, № 2. – С. 28-36. (ВАК, RSCI on WoS, ZbMATH).

14. **Мезал, Я.А.** Развитие математических и инструментальных методов квазилинейного анализа временных рядов / Я.А. Мезал, А.В. Панюков // III Междунар. научн.-практич. конф. студентов и молодых ученых: тез. докладов и выступлений. – Донецк: ДонНУ, 2019. – С. 331–333.

15. **Мезал, Я.А.** Численное исследование детерминированной модели квазилинейного анализа временных рядов / Я.А. Мезал // Научный обозреватель. – 2019. – № 9 (105). – С. 5-11.

Типография «Два комсомольца»

Подписано в печать 16.04.2021. Формат 60 × 84 1/16.
Бумага для множительных аппаратов. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 0,93. Тираж 120 экз. Заказ 623.

Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО «Абрис-принт»
454008 г. Челябинск, Комсомольский пр., 2, оф. 203