61:05-5/2811

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ЛЕВДИКОВ ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ РЕМОНТОМ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

Специальность: 05.13.10 – Управление в социальных и экономических системах

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель –
доктор технических наук,
профессор Баркалов С.А.

Воронеж 2005

СОДЕРЖАНИЕ

2. модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, при условии минимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств, позволяющих осуществлять формирование плана ремонтных работ в условиях дефицитного финансирования;

3. модель определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги, минимизирующих суммарную степень опасности участков дороги, позволяющая осуществить распределение дополнительных средств на снижение степени опасности участков;

4. модель минимизирующая линейную свертку степени опасности и ущерба, позволяющая учесть предпочтения лица принимающего управленические решения;

5. модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ, дающая возможность определения варианта, с минимальными затратами при заданных значениях эксплуатационных характеристик ремонтируемого участка;

6. погрешность и условия оптимальности метода «затраты-эффект», дающие возможность построения оценок эффективности используемого метода распределения ограниченных ресурсов.

Достоверность научных результатов. Научные положения, теоретические выводы и практические рекомендации, включенные в диссертацию, обоснованы математическими доказательствами. Они подтверждены расчетами на примерах, производственными экспериментами и многократной проверкой при внедрении в практику управления.

Практическая значимость и результаты внедрения. На основании выполненных автором исследований разработаны модели и алгоритмы, позволяющие получать оптимальное распределение объемов ремонтных работ, с определением планового отрезка времени в котором наиболее выгодно их выполнение, с минимизацией суммарной степени опасности участков дороги, при ограничениях на величину выделенных средств.

Разработанные модели используются в практике реализации проектов Управления автомагистрали Москва – С.Петербург и Смоленского СоюздорНИИ.

Модели и алгоритмы, разработанные в диссертационной работе, включены в состав учебного курса «Организация и управление дорожным строительством, читаемого в Воронежском государственном архитектурно-строительном университете.

На защиту выносятся:

1. модель комплексной оценки состояния автомобильной дороги на основе применения количественных и качественных показателей, имеющих различную размерность, при нечеткой информации;

2. модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ;

3. модель определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги;

4. модель, минимизирующая линейную свертку степени опасности и ущерба;

5. модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ;

6. погрешность и условия оптимальности метода «затраты-эффект».

Апробация работы.

Материалы диссертации, ее основные положения и результаты доложены и обсуждены на международных и республиканских конференциях, симпозиумах и научных совещаниях в 2001-2005 гг., в том числе: Международной научно-технической конференции «Современные сложные системы управления» (Воронеж, 2003 г., 2005 г.; Тверь, 2004 г.), 57 и 58 научно-технические конференции по проблемам архитектуры и строительных наук (Воронеж, ВГАСУ 2003-2004гг).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ.

Личный вклад автора в работах, опубликованных в соавторстве, состоит в следующем: в работах [42], [77] автору принадлежит модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ; в работах [19], [76], [78] автору принадлежит модель, минимизирующая линейную свертку степени опас-ности и ущерба; в работах [18], [21], автору принадлежит модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Она содержит 133 страницы основного текста, включая 54 рисунка и 24 таблицы. Библиография включает 131 наименование. Приложения содержат акты о внедрении.

Во введении обосновывается актуальность, описывается цели и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость.

В первой главе рассматриваются автомобильные дороги как объект управления. Отмечается, что эффект от выполнения дорожно-ремонтных работ выражается в повышении транспортно-эксплуатационных качеств дороги, удобства, скорости и безопасности движения автомобилей и, как следствие, в снижении себестоимости перевозки.

Однако определение тех или иных приоритетов в расходовании средств должно осуществляться в соответствии с набором критериев.

Основным критерием является обеспечение безопасности движения. С данной точки зрения, вложение средств, в содержание автодорог является оптимальным. С другой стороны, обеспечение безопасности движения не исчерпывается набором мероприятий, входящих в статью «Содержание дорог». Поэтому остающиеся на ремонт и строительство средства должны распределяться с точки зрения обеспечения максимальной безопасности.

Основным критерием следует считать безопасность движения. Каждое ДТП совершается, как правило, в результате неблагоприятного сочетания нескольких факторов, тесно связанных друг с другом, что затрудняем выявление истинных причин при их анализе.

В целях повышения объективности принимаемых управленческих решений приходится обращаться к средствам имитационного и математического моделирования, что, как правило, приводит к необходимости решения многоэкстремальных задач оптимизации, а учитывая, что процесс управления зачастую носит все – таки дискретный характер, то рассматриваемые задачи относятся к классу задач дискретной оптимизации для дискретных зависимостей.

Существует несколько схем решения задач дискретной оптимизации. В работе дается их краткое описание.

Во второй главе рассмотрена задача построения комплексной оценки состояния автомобильных дорог. Автомобильная дорога, как сложный инженерный объект, характеризуется набором параметров, определяющих потребительские свойства дороги. В процессе формирования плана ремонтных работ возникает задача выбора участков дороги наиболее нуждающихся в ремонте, то есть необходимо определить те участки, потребительские свойства которых наиболее низки. Таким образом, приходим к задаче многокритериального выбора. Существует несколько подходов к их решению. Большинство из них, так или иначе, связаны с формированием комплексной оценки, которая в агрегированном виде отражает все потребительские свойства объекта.

В последнее время большую популярность получил метод формирования комплексной оценки на основе построения иерархической структуры (дерева) критериев. Идея в том, что все критерии организуются в определенную иерархическую структуру. На каждом уровне этой структуры происходит построение агрегированной оценки критериев предыдущего уровня.

В третьей главе рассматриваются возможные методы решения поставленных задач оптимального планирования ремонтных работ. В том случае, когда степень опасности (ожидаемого ущерба) достигает определенной величины, участок дороги подлежит ремонту. Ремонт производится с целью снижения этого показателя до величины не менее некоторой нормативной, при которой возможна нормальная эксплуатация данного участка дороги. Если ремонт не производится в текущем плановом периоде, то либо ограничиваются возможности эксплуатации данного участка, либо он вообще закрывается для проезда (определяются объездные пути). Затратив дополнительные средства, можно обеспечить величину степени опасности меньше требуемого нормативного уровня, что приводит как к уменьшению степени опасности, так и к увеличению срока эксплуатации данного участка дороги.

Рассмотрен ряд задач формирования плана ремонтных работ.

В четвертой главе рассматривается формирование производственной программы по ремонту автомобильных дорог. Если участок дороги включен в план ремонтных работ, то номенклатура работ, выполняемых на таком участке, может быть достаточно разнообразна, что порождает различные варианты выполнения ремонтных работ. Каждый такой вариант отличается от другого величиной затрат и конечными значениями эксплуатационных характеристик, приобретаемых участком дороги после ремонта. Возникает проблема выбора варианта производства работ на данном участке.

Показано, что применение метода дихотомического программирования позволяет получить эффективный алгоритм решения поставленных задач.

1. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕИЯ ЭКСПЛУАТАЦИЕЙ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

1.1 Характеристика автомобильных дорог как объекта управления

По уровню развития автомобильного транспорта и сети автодорог Россия в значительной степени отстает от развитых стран. Доля грузооборота, выполняемого автомобильным транспортом непропорционально низка и почти в 20 раз меньше, чем во Франции, в 3-5 раз меньше, чем в США, Германии, Канаде и др. странах. Средняя дальность поездки на автомобиле составляет всего 42 км, что в 2-3 раза меньше, чем в США, Канаде и других близких по размерам территории странах.

Протяженность автомобильных дорог в России составляет 927,0 тыс. км, из них 750 тыс. км имеют твердое покрытие. Кроме этого существуют еще грунтовые автомобильные дороги, проезд по которым в период весенне-осенней распутицы может полностью или частично прекращаться. Официальная статистика эти дороги не учитывает.

Около трети магистральных дорог перегружены движением. Средняя скорость автомобилей вдвое ниже, чем на аналогичных зарубежных дорогах, что приводит к значительным экономическим потерям. Из-за бездорожья в сельской местности под колесами автомобилей гибнет до 15% сенокосов и до 5% зерновых.

В целом по России в 2000 г. за счет средств дорожных фондов введено в эксплуатацию 69609 км автомобильных дорог общего пользования, в том числе: федеральных дорог – 10436 км (113,1% к уровню 1999 года); территориальных – 5917,3 (129,3% к уровню 1999 года),

Опорную территориальную сеть составляют дороги третьей и четвертой категории.

Наличие на сети автомобильных дорог общего пользования грунтовых участков (2,3% от общей протяженности), несоответствие между интенсивностью движения и техническими параметрами значительной части дорог с твердым покрытием (не соответствуют требованиям действующих нормативов –65% дорог), их низкие транспортно-эксплуатационные качества неудовлетворительное состояние многих мостов и путепроводов (38%), недостаточный уровень обустройства и отсутствие необходимого количества объектов дорожного сервиса свидетельствуют о том, что эта сеть не соответствует предъявляемым к ней требованиям. Все это обусловлено, в первую очередь, недостаточным финансированием, которое по автомобильной дороге «Москва – Минск» (М1 «Беларусь») в пересчете на 1 км сократилось за последние 5 лет в 4,6 раз.

В настоящее время, когда налицо дефицит средств, поступающих из территориального дорожного фонда (ТДФ) в распоряжение Управления дорог, функции заказчика не могут быть реализованы в полном объеме. С другой стороны, этот дефицит приводит к необходимости расширения функций заказчика с целью поиска дополнительных источников наполнения территориального дорожного фонда.

Острый недостаток средств, поступающих в территориальный дорожный фонд, вызванный, в первую очередь, уменьшением налога на пользователей автодорог в 3,5 раза, привел к необходимости обратить особое внимание на эффективность их расходования, ранжировать направления расходования по их важности и неотложности. Наиболее приоритетным в настоящее время является финансирование работ по нормативному содержанию автомобильных дорог. Такая политика уже приносит свои положительные результаты, о чем свидетельствуют и данные диагностики эксплуатационного состояния, которые указывают на некоторое улучшение ряда технико-эксплуатационных показателей на федеральных дорогах.

Минимально необходимое финансирование позволяет удерживать существующую сеть дорог в работоспособном состоянии, но не позволяет довести содержание дорог до требований стандартов, обеспечить ровность покрытий, обустройство дорог, качественную работу и нормативное состояние искусственных сооружений.

Ремонт дорог является следующим за содержанием приоритетным направлением дорожных работ. Основным видом ремонта является восстановление верхних слоев дорожных покрытий с учетом требований ровности и шероховатости. Из-за недостатка денежных средств в бюджете ТДФ основная масса денег идет на содержание автомобильных дорог в допустимом состоянии. В связи с таким положением дел, в области складывается сложная ситуация с ремонтными работами. Более того, недоремонт дорог в 2000 году оставил 2436 км. По бюджету ТДФ в 2001 году возможно обеспечить ремонт дорог в объеме 23% норматива, в том числе проведение аварийных работ.

Эффект от выполнения дорожно-ремонтных работ выражается в повышении транспортно-эксплуатационных качеств дороги, удобства, скорости и безопасности движения автомобилей и, как следствие, в снижении себестоимости перевозки.

Реконструкция автомобильных дорог связана с повышением технических параметров дорог и дорожных сооружений. Она проводится в целях увеличения пропускной способности и повышения безопасности движения на сети дорог общего пользования и ликвидации узких мест (горловин), и планируется, исходя из условий аварийности и интенсивности движения автотранспорта.

Динамика объемов содержания и ремонта дороги за 2002 -2004 гг. представлена в табл. 1.1.1.

Из приведенных цифр видно, что даже по сравнению с 2002 годом объем инвестиций, выделяемых на ремонт, резко сократился, так как инвестиции ТДФ, согласно утвержденному бюджету, уменьшились по сравнению с 2000 годом более чем на 50%.

Таблица 1.1.1

Наименование показателя	Капитальный ремонт дорог		
	2002	2003	2004
Протяженность капитально отремонти- рованных участков - км	23,24	17	20,643
Финансирование работ в ценах соответствующих лет – млн. руб.	1051,91	955,851	1420,458
	Капитальный ремонт искусственных сооружений		
Протяженность капитально отремонтированных мостов – п.м.	551,12	306,53	579,6
Финансирование работ в ценах соответствующих лет – млн. руб.	571,621	268,08	218,85
	Ремонт дорог		
Финансирование работ в ценах соответствующих лет – млн. руб.	344,642	395,095	0
Протяженность отремонтированных участков - км	93,4	72,26	0
	Содержание искусственных сооружений		
Финансирование работ в ценах соответствующих лет – млн. руб.	1,727	2,5	15,904
Протяженность обслуживаемых искусственных сооружений –п.м.	3291.5	3547,93	4068,45
В т.ч. планово-предупредительный ремонт –п.м.	0	0	690,06
	Содержание дорог		
Финансирование работ в ценах соответствующих лет – млн. руб.	159,863	169,31	184,197
Протяженность обслуживаемых дорог - км	509	509	509

На рис. 1.1.1 – 1.1.3 представлены диаграммы соотношения затрат на капитальный ремонт, текущий ремонт и содержание дорог и искусственных сооружений, из которых видно, что затраты на капитальный ремонт составляют примерно от 69 % до 89 % от всех капитальных вложений.

Рис. 1.1.1

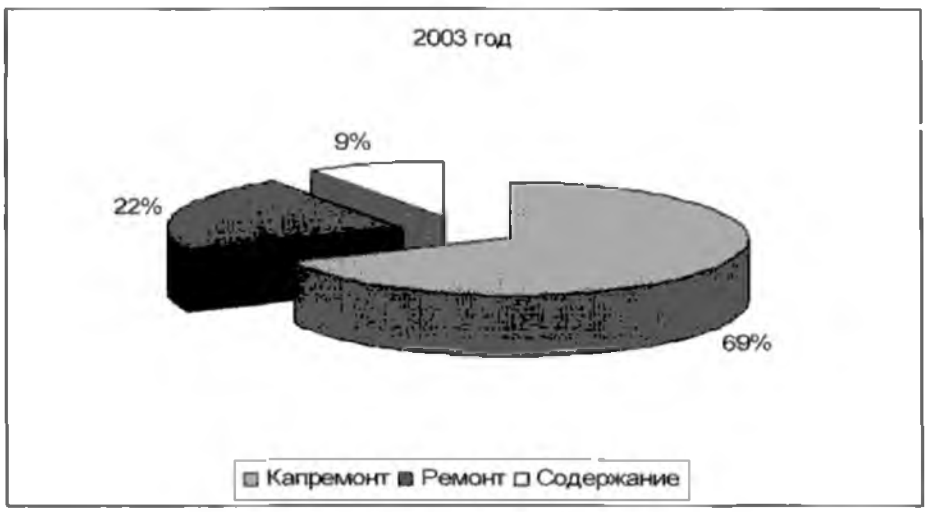

Рис. 1.1.2

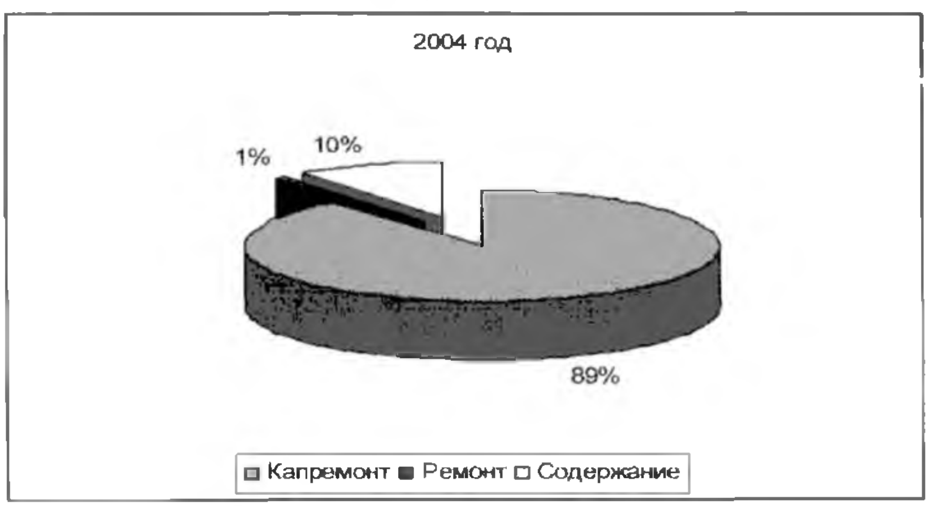

Рис. 1.1.3

Таким образом, можно прийти к заключению, что финансирование работ по ремонту и содержанию дорог и искусственных сооружений происходит по остаточному принципу.

Следовательно, в настоящее время функции Управления в части определения приоритетных направлений расходования средств ТДФ сужены до их распределения по остаточному принципу из-за дефицита денежных ресурсов.

Однако определение тех или иных приоритетов в расходовании средств должно осуществляться в соответствии с набором критериев.

Основным критерием является обеспечение безопасности движения. С данной точки зрения вложение средств в содержание автодорог является оптимальным. С другой стороны, обеспечение безопасности движения не исчерпывается набором мероприятий, входящих в статью «Содержание дорог». Поэтому остающиеся на ремонт и строительство средства должны распределяться заказчиком – Управлением дороги также с точки зрения обеспечения максимальной безопасности.

Поскольку основным критерием следует считать безопасность движения, то сотрудники Управления дороги должны вести систематический учет и анализ дорожно-транспортных происшествий (ДТП).

Каждое ДТП совершается, как правило, в результате неблагоприятного сочетания нескольких факторов, тесно связанных друг с другом, что затрудняем выявление истинных причин при их анализе. Необходимо, чтобы представители Управления дороги совместно с ГИБДД принимали активное участие в осмотре мест происшествия и анализе их причин.

Из-за неудовлетворительных дорожных условий совершается от 10 до 25% ДТП. По данным ГИБДД 70% дорог не удовлетворяет реальной интенсивности движения, которая ежегодно возрастает на 3-4%.

Следующим по значимости критерием для определения направления расходования средств ТДФ должен быть экономический критерий.

Все затраты на проведение дорожных работ должны быть не только компенсированы, но и перекрыты получаемой экономией издержек на автомобильные перевозки. Размер средств, поступающих в ТДФ, должен быть сопоставим со стоимостью ресурсов, необходимых при эксплуатации сети дорог. Таким образом, совокупный налог, формирующий дорожный фонд, должен напрямую зависеть от степени использования дорог налогоплательщиками. Разница между объемами средств поступающих в дорожный фонд и средствами, необходимыми для проведения всех необходимых видов дорожных работ, должна покрываться непосредственно за счет наиболее активных пользователей автодорог, которые, в конечном итоге, и получают максимальную выгоду от улучшения качеств дорог. Это один из рычагов, способствующих наполнению дорожного фонда.

Из анализа положительного опыта некоторых зарубежных стран, в которых все дороги являются государственными (плата за проезд не взимается), видно, что существует ряд основных инструментов для сбора платежей с пользователей автодорог: налог на топливо, плата за регистрацию транспортного средств, плата за международный транзит и т.п. С другой стороны, в странах, где большинство дорог содержится частными предприятиями, то есть сбор на содержание дорог формируется путем взимания платы за проезд по этим дорогам, качество дорог не хуже. Опыт зарубежных стран представляет интерес при изучении вопроса путей наполнения дорожного фонда.

Для экономически обоснованного распоряжения средствами ТДФ необходима оценка эффективности проводимых дорожных работ и, как следствие, оптимизация принятия решений по управлению автодорогой и имуществом, необходимым для ее функционирования, что является непосредственной задачей Управления автомобильной дорогой Москва – Минск (М-1 «Беларусь»).

Проблема оценки эффективности инвестиций является одной из важнейших проблем функционирования и развития автодорожной отрасли. Во многом это связано с такими особенностями, как большая капиталоемкость, продолжительность жизненного и инвестиционного цикла. Сложность решения этой проблемы в настоящее время усугубляется особенностями инвестиционного климата экономики России и изменениями в налоговой системе.

Применительно к автомобильным дорогам, необходимость разработки новых методических положений по оценке эффективности инвестиций обусловлена следующими обстоятельствами:

- неадекватность существующих методических положений и рекомендаций по оценке эффективности инвестиций в области дорожного хозяйства, ориентированных на централизованно управляемую систему, современным условиям хозяйствования;

- невозможность прямого использования применяемых в мировой практике методов оценки эффективности инвестиций, ориентированных на стационарную рыночную экономику;

- особенности функционирования дорожного хозяйства России в условиях перехода к рынку.

Что касается зарубежного опыта, сходные задачи решаются и такими методами как исследование операций и системный анализ, то есть, исходя из принципа учета и сопоставления всех возможных последствий, оцениваются и сравниваются варианты дорожных проектов.

Для оценки эффективности проекта определяются: результаты реализации проект, затраты, связанные с его реализацией, расчетный период, эффект, получаемый при реализации.

Эффективность – это разность выраженных в стоимостной форме результата и затрат.

Показатели эффективности делятся на внутренние и внешние, первые из которых относятся к непосредственным участникам автодорожного проекта, а вторые к более широкому кругу лиц или организаций, на которых может оказывать воздействие рассматриваемый проект.

Обязательными показателями эффективности являются:

1)Все виды затрат ресурсов, связанных с инвестициями в дорожные проекты:

- капитальные затраты на строительство;
- эксплутационные затраты на содержание и ремонт автодорог;
- капитальные затраты на приобретение дорожных машин и оборудования.

2)Путевое время – экономия времени поездок или перевозок – важная часть экономического эффекта от дорожного строительства.

3)Безопасность.

4)Непосредственное воздействие на местную окружающую среду.

Первые две группы показателей эффективности можно отнести собственно к внутритранспортным. Безопасность, определяемая последствиями дорожно-транспортных происшествий, может считаться внутритранспортным показателем эффективности только в части, касающейся участников дорожного движения. Экологические последствия дорожного строительства – классический пример внешнего (в западном понимании) показателя эффективности.

В качестве дополнительных предлагается учитывать следующие типы показателей эффективности:

5)Развитие экономики региона, обслуживаемого рассматриваемой автомобильной дорогой.

6)Глобальные экологические показатели эффективности.

7)Степень соответствия проекта стратегической политике, принятой государством.

Все эти показатели эффективности относятся к категории внешних, степень их учета на практике зависит от наличия данных и целей конкретного анализа автодорожного проекта.

Внутритранспортные затраты измеряются общепринятыми показателями, имеют традиционные составляющие и оцениваются непосредственно в рыночных ценах.

Внешние (внетранспортные) показатели эффективности требуют более детального рассмотрения с точки зрения возможности их измерения или «косвенной» денежной оценки.

Внешние показатели эффективности сильно зависят от уровня экономического развития стран, в которых они применяются: например, для европейских стран оценка несчастного случая со смертельным исходом колебалась от 50 тыс. до 1 млн. экю.

При принятии решения о формировании показателей эффективности нельзя опираться исключительно на экономические показатели, так как оценка дорожных работ в этом случае получится достаточно односторонней.

Существуют методики по решению конкретных задач оценки эффективности проводимых дорожных работ и, как следствие, оптимизации принятия решений по основным вопросам, стоящим перед Управлением.

В задачах оценки инвестиционных проектов часто возникает ситуация, когда некоторые критерии являются качественными и могут быть оценены только экспертно. Бывают ситуации, когда может быть и получена и количественная оценка, но сбор информации для ее расчета чрезвычайно трудоемок, да и полученная таким образом оценка не может быть однозначно переведена в денежную.

В условиях дорожного строительства такими качественными критериями будут экологический ущерб, степень соответствия проекта стратегической политике, принятой государством, социальный риск и т.п.

Для сопоставления вариантов инвестирования разработан и апробирован в целом ряде задач метод, основанный на построении комплексного показателя «трудность достижения целей системой». В этих задачах рассматриваются несколько вариантов инвестирования, причем каждый из вариантов (объектов) оценивается по отдельным критериям (стоимость, срок ввода в эксплуатацию, экологический риск, социальная, военная, политическая выгода и т.д.). Таким образом, появляется возможность получения оценок эффективности, выраженных а неденежной форме. Такого рода оценки являются качественными и, вообще говоря, комплексными. Эта оценка отвечает только на вопрос, является ли какой-либо вариант более предпочтительным, чем другой, но не позволяет оценить во сколько или на сколько один вариант лучше, чем другой. Такого рода оценка является оценкой риска и надежности. Выбранный с помощью такой комплексной оценки вариант может быть потом описан чисто количественными методами и при этом будет получена его финансовая оценка.

В связи с уменьшением налога на пользователей автодорог в 3,5 раза в 2001-2002 годах вопрос о практическом наполнении ТДФ встает особенно остро. Решение данной проблемы возможно лишь при условии расширении функций заказчика.

Для этого необходим поиск новых, нестандартных способов. Представляется нецелесообразной, например, разработка мероприятий по заинтересованности предприятий-налогоплательщиков в оплате налога на пользователей автодорог и погашению недоимки. Одним из способов пополнения бюджета ТДФ может служить и такой вид услуг, как сдача в аренду предприятиям дорожного хозяйства из соседних областей уникальной передвижной лаборатории диагностики состояния дорог, взимание платы за проезд по дорогам области с транзитного большегрузного транспорта.

Следует рассмотреть возможность приобретения подрядчиками дорожной техники на условиях лизинга. Однако разработка лизинговых схем должна опираться на обоснованные расчеты окупаемости дорогостоящей техники (что, в первую очередь, зависит от объемов работ).

Основной проблемой всех подрядных организаций является формирование портфеля заказов. При снижении ставки налога на пользователей автодорог, и, как следствие, уменьшении объемов финансирования дорожных работ в области, подрядчик зачастую вынужден соглашаться на выполнение работ на заведомо для него невыгодных условиях (с нулевой рентабельностью и т.п.). Это привело к тому, что подрядчики (по их информации) практически не имеют прибыли, а следовательно, и средств для развития, создания запасов материалов, приобретения техники.

Основные претензии к заказчику состоят в следующем: в 2001 г. содержание 1 км финансируется на 60% (остальные 40% нужно обосновать); задержка в изготовлении Управлением дорог смет и дефект ведомостей; подрядчики считают целесообразным составлять сметы самостоятельно; не удовлетворяет существующая на сегодняшний день система ценообразования, (с момента заключения договора до приобретения материалов, их стоимость возрастает более чем на 16%); процедура утверждения актов о выполненных работах неоправданно затягивается; маленькие объемы заказов по сравнению с реальными мощностями; задержка в авансировании и оплате выполненных работ.

Один из вариантов повышения технического уровня в отрасли – создание в области единой структуры (возможно, на базе генподрядных организаций), в ведении которой должна находиться часть дорожной техники для выполнения различных видов дорожных работ. Аналогично можно подойти к рассмотрению проблемы централизованного приобретения части основных материалов (битума, щебня и т.д.) для дорожных работ.

На основании анализа взаимоотношений заказчика с основными генеральными подрядчиками и их районными филиалами можно сделать следующие выводы:

1. Основной проблемой всех подрядных организаций является формирование портфеля заказов. При снижении ставки налога на пользователей автодорог, и, как следствие, уменьшения объемов финансирования дорожных работ в области, подрядчик вынужден зачастую соглашаться на выполнение работ на заведомо невыгодных условиях (с низкой рентабельностью и т.п.);
2. Оплата счетов, предъявленных подрядчиком, в течение 3-х месяцев и авансирование работ в пределах 30% лишь при наличии свободных средств, (согласно условиям договора) ущемляет интересы подрядчика;

3. Для корректировки и уточнения проектных решений на всех этапах дорожных работ до момента сдачи их в эксплуатацию необходимо участие главного инженера проекта.

Устойчивое финансовое положение подрядных организаций важно для дорожной отрасли, так как порядка 35-40% средств, направляемых в дорожное хозяйство, возвращается в бюджеты всех уровней в форме соответствующих налоговых платежей предприятий и организаций дорожного хозяйства. До 70% затрат предприятий и организаций дорожного хозяйства направляется на приобретение материально-технических ресурсов, другими словами, на финансирование сопряженных отраслей экономики.

1.2. Порядок планирования дорожно-ремонтных работ

Планирование текущих и перспективных дорожно-ремонтных работ производится в рамках действующих нормативных и методических документов [108]. При разработке планов необходимо предусматривать максимальное внедрение инновационных методов, приёмов и технологий проведения дорожно-ремонтных работ. Требуемый вид ремонта назначают согласно классификации работ по ремонту и содержанию автомобильных дорог общего пользования [52].

С целью правильного определения потребности в выполнении конкретных видов дорожно-ремонтных работ автомобильной дороги дорожно-эксплуатационная служба должна располагать результатами диагностики и оценки фактического состояния по конструктивным элементам дороги в объёме, позволяющем определить соответствующий вид дорожно-ремонтных работ.

Основной задачей текущего планирования дорожно-ремонтных работ является определение конкретных мест на автомобильных дорогах, а также объёмов необходимых ремонтных работ, в результате выполнения которых поддерживаются транспортно-эксплуатационные качества дороги.

При перспективном планировании дорожно-ремонтных работ для рационального использования выделяемых денежных средств конкретные виды и объемы работ необходимо устанавливать на основе технико-экономического анализа. Для его выполнения определяется потребный годовой объем ремонтных работ путем составления фактического состояния конструктивных элементов дороги с установленными требованиями эксплуатационного состояния [108]. В первую очередь ремонту подлежат участки с повышенной аварийностью дорожного движения не зависимо от ожидаемого экономического эффекта и от удлинения межремонтных сроков.

В основу планирования объемов работ по содержанию дорог положена циклическая система. Она основана на том, что основные виды работ по содержанию элементов дороги периодически повторяются. Составными частями циклической системы являются номенклатура работ и коэффициенты цикла.

Номенклатура работ разрабатывается в соответствии с действующей классификацией работ по ремонту и содержанию автомобильных дорог. В номенклатуру включаются работы, регулярно выполняемые на всем протяжении автомобильных дорог с определенной периодичностью. Работы, связанные с выполнением капитальных ремонтов, включающих значительные объемы работ, сосредоточенных на конкретных участках: поверхностная обработка, укрепление обочин, содержание дорожного освещения и горизонтальная разметка для расчета нормативных затрат на содержание не включаются.

В целях контроля за использованием выделяемых денежных средств полная номенклатура, как правило, разбивается на несколько составляющих с выделением комплекса обязательных (регламентных) работ, финансируемых по укрупненным показателям, и работ, финансируемых при условии подтверждения их выполнения актами и сметной документацией.

Для каждого вида работ, включенного в номенклатуру, определяется коэффициент цикла, который показывает, сколько раз за сезон (год) выполняется данная работа. Если показатель цикличности выполнения работ меньше единицы, его указывают в процентах. Этот метод используется для расчета объема работ ямочного ремонта.

Для отдельных видов работ (например, подсыпка неукрепленных обочин, заделка трещин), цикличность которых не поддается определению, годовые объемы работ приводятся непосредственно в натуральном измерении (куб.м грунта, п.м. трещин) в расчете на выбранный удельный показатель: 1 км или 1000 м обочины, 1 км дороги и т.п.

Номенклатура работ и коэффициенты цикла разработаны с учетом требований нормативных документов по оценке уровня содержания автомобильных дорог.

В общем виде годовые объемы работ по содержанию определяются путем умножения коэффициентов цикла на общее количество объектов, подлежащих обслуживанию [52]: $V=K_{U}*N$, где V - годовой объем работ (например, по очистке знаков от грязи), $K_{ц}$ - коэффициент цикла, N - количество знаков.

После проведения ремонта земляного полотна и водоотвода из общего перечня работ исключаются следующие виды ремонтных работ [52,108]:

1. Планировка откосов с засыпкой ям и укреплением засевом трав - на срок не менее 8 лет.

2. Вырубка кустарника с откосов и обочин - на срок не менее 3 лет.

3. Восстановление и прочистка кюветов и канав - на срок не менее 3 лет.

4. Устранение повреждений на укрепленных обочинах - на срок не менее 4 лет. В последующие четыре года объем работ принимается в размере 50%.

5. Подсыпка неукрепленных обочин - на срок не менее 4 лет. В последующие четыре года объем работ принимается в размере 50%.

Если в состав ремонта включаются работы по укреплению обочин засевом трав, то в год ремонта не проводятся следующие виды работ:

а) подсев травы на обочинах и разделительной полосе;

б) скашивание травы на обочинах и разделительной полосе.

После проведения ремонта дорожной одежды из перечня работ раздела "Покрытие" исключаются следующие работы:

- заделка трещин и швов в капитальных покрытиях - на срок не менее 6 лет;
- ямочный ремонт капитальных покрытий - на срок не менее 6 лет;
- ямочный ремонт и заделка трещин в облегченных покрытиях - на срок не менее 4 лет;
- в последующие 2 года объем ямочного ремонта принимается в размере 50%;
- обработка мест выпотевания битума - на срок не менее 4 лет;
- восстановление профиля гравийных и щебеночных покрытий с добавлением нового материала - на срок не менее 3 лет.

После проведения ремонта капитального покрытия, включая нижний слой, из перечня исключаются следующие работы:

- заделка трещин и швов в капитальных покрытиях - на срок не менее 5 лет;
- ямочный ремонт капитальных покрытий - на срок не менее 5 лет; в последующие два года объем ямочного ремонта принимается в размере 50%;
- обработка мест выпотевания битума - на срок не менее 4 лет.

После проведения ремонта верхнего слоя дорожной одежды из перечня исключаются следующие работы:

- заделка трещин и швов в капитальных покрытиях - на срок не менее 4 лет;
- ямочный ремонт капитальных покрытий - на срок не менее 4 лет.
- в последующие два года объем ямочного ремонта принимается в размере 50%;
- ямочный ремонт и заделка трещин в облегченных покрытиях - на срок не менее 3 лет;
- в последующие два года объем ямочного ремонта принимается в размере 50%;
- обработка мест выпотевания битума - на срок не менее 4 лет;

- восстановление профиля гравийных и щебеночных покрытий с добавлением нового материала - на срок не менее 3 лет.

Объем работ по заделке трещин в послегарантийный период принимается при текущем планировании по фактическим данным, а при перспективном планировании - по экспериментальным или экспертным данным.

При определении эффективности ремонтных работ по возобновлению слоя износа и поверхностной обработки рекомендуется воспользоваться результатами диагностики состояния покрытия в предшествующий период. В этом случае в состав работ по заделке трещин могут быть включены температурные трещины - отдельные поперечные трещины, расположенные примерно через одинаковые промежутки (не менее 10 м).

Также в год ремонта дорожной одежды или покрытия из перечня работ по содержанию исключается дорожная разметка, если она включена в состав ремонтных работ.

После проведения ремонта труб из перечня по разделу "Искусственные сооружения" [108] до конца гарантийного срока исключаются следующие работы:

- укрепление русл труб;
- заделка трещин, раковин, сколов звеньев и оголовков;
- заделка швов между звеньями и секциями труб.

В год ремонта исключается также окраска оголовков труб.

1.3. Основы расчета стоимости ремонта и содержания автомобильных дорог

Нормативные затраты на содержание автомобильных дорог определяются путем составление смет на производство работ, включенных в номенклатуру [52].

Расчет смет производится в текущих ценах ресурсным или ресурсо-индексным методом. Ресурсно-индексный метод применяется при отсутствии информации о текущих ценах на материально-технические ресурсы. В этом случае текущая цена определяется умножением базисной цены (1984, 1991 или 2000 г.) на индекс удорожания, рассчитанный по группе ресурсов или ресурсу-аналогу, для которого текущая цена известна.

Показатели затрат труда и материально-технических ресурсов рассчитываются на основе действующих сметных и производственных норм, утвержденных Росавтодором, а также ЕНиР и ТНиР. При отсутствии в нормативных документах элементных норм и расценок на выполнение работ, связанных с применением новой технологии, допустимо использование местных норм, согласованных с заказчиком. Перспективно использовать в этом случае статистические данные.

При расчете нормативных сметных затрат следует использовать средне региональные цены на материально- технические ресурсы, определенные по данным региональных центров по ценообразованию или установленные Управлением ценообразования РОСАВТОДОРА [52].

Накладные расходы начисляются в размере 11,7% от прямых затрат, а сметная прибыль - в размере 8% от суммы прямых затрат и накладных расходов.

Дополнительно в сметную стоимость работ включаются утраты по перевозке рабочих в размере 0,85% от суммы прямых затрат, накладных расходов и сметной прибыли.

Непредвиденные затраты учитываются в размере 3% от сметной стоимости работ.

Дополнительные затраты при производстве работ в зимнее время в смету не включаются, так как работы по содержанию носят сезонный характер, и расчет затрат на весенне-летне-осеннее и зимнее содержание осуществляется по нормам, разработанным с учетом условий выполнения работ.

Если ямочный ремонт проводится по каким-то причинам в зимний период, то это также необходимо отразить в смете.

Укрупненные показатели нормативных затрат на содержание разрабатываются в расчете на 1 км дороги (сети дорог) или в расчете на единицу измерения отдельного элемента дороги. Применение укрупненных нормативов позволяет сократить объем расчетов, необходимых для планирования и распределения денежных средств на содержание дорог.

Нормативные затраты в расчете на 1км применяются при наличии сложившейся сети автомобильных дорог, параметры и обустройство которых не изменяются в течение нескольких лет или изменяются незначительно. При этом не возникает необходимости ежегодно вносить коррективы в норматив (не считая учета инфляции). Общие затраты на содержание сети получаются умножением норматива на протяженность сети: $S=N \cdot L$, где S -затраты на выполнение работ по содержанию, N - нормативные затраты для данной сети (организации), приведенные к 1км автодорог, L – протяженность рассматриваемой сети.

Поэлементные нормативы разрабатываются в расчете на 1 трубу, 1 знак, 1000м^2 или прив. км, равный 7000м^2 покрытия и т.п. В этом случае общая сумма затрат на содержание определяется по формуле $S=S(n_i \cdot V_i)$, где S - нормативные затраты, отнесенные к единице измеряемого i-го элемента дороги, V, - объем i-го элемента дороги, измеряемого в натуральных единицах.

Укрупненные показатели нормативных затрат могут быть рассчитаны как в стоимостной форме, так и в виде ресурсно-технологических моделей, то есть, ресурсных смет, разработанных по укрупненным показателям. Использование ресурсно-технологических моделей позволяет упростить пересчет нормативных затрат в текущие цены.

Расчеты проводились без учета стоимости ущерба, причиняемого окружающей среде вредными выбросами выхлопных данных и шумами от работающих двигателей.

На рис. 1.3.1 приведены статистические данные стоимости ремонта и содержания автомобильных дорог.

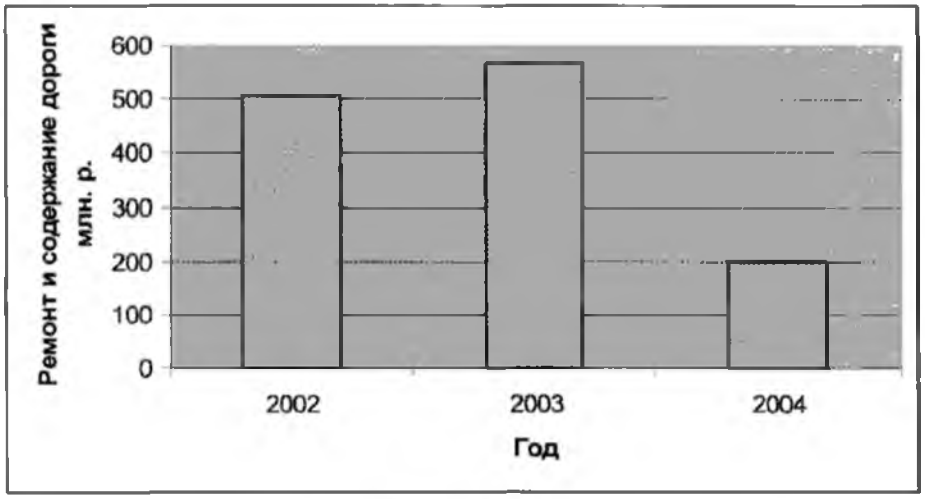

Рис. 1.3.1

Из расчетов и статистических данных следует, что использование прогрессивных технологий и оборудования: катионоактивные битумные эмульсии, устройства защитных слоев из эмульсионно-минеральных смесей типа Сларри-Сил, машины марки "ДЗУ-Сил" и для синхронного распределения вяжущего и каменных материалов, что иностранные аналоги материалов и оборудования в несколько раз дороже отечественных, но срок службы их выше у иностранных аналогов. В то же время из зависимостей для расчета затрат на ремонт и содержание автомобильных дорог следует, что капитальные затраты умножаются на нормативный коэффициент окупаемости Е«1 техники и оборудования (порядка 0,1-0,2), поэтому ежегодные затраты на капитальную технику и оборудование с учетом коэффициента окупаемости и нормы дисконта невелики. Ежегодные эксплуатационные затраты на ремонт, капитальный ремонт и содержание автомобильных дорог ниже за счет увеличения службы дорожных одежд. По мере появления на отечественном рынке не дорогой автодорожной техники и оборудования и при постепенной замене иностранных аналогов на отечественные затраты на ремонт и содержание автомобильных дорог снизятся с сохранением достаточно высокого качества дорожных покрытий, что позволит увеличить межремонтные сроки автодорог.

Таким образом, стоимость ремонта участка дороги будет зависеть от выбранной технологии, используемых материалов и техники. Причем зависимость будет носить дискретный характер, то есть определенному сочетанию технологии, материалов и оборудования будет соответствовать конкретная величина затрат и конкретные параметры потребительских свойств, приобретаемых данным участком дороги после ремонта, а также величина межремонтного срока. Следовательно, выбор оптимальных вариантов производства работ будет производиться в пространстве дискретных состояний, то есть относиться к NP – трудным задачам оптимизации (задачи комбинаторной оптимизации).

Рассмотрим основные методы решения задач дискретной оптимизации.

1.4. Методы решения задач дискретной оптимизации

Рассмотрим постановку задач дискретной оптимизации (экстремальных задач комбинаторного типа) [25]. Задано конечное множество Q допустимых решений (комбинаций). В качестве таких комбинаций могут выступать перестановки n чисел (число возможных решений n!), сочетания из n элементов то m (число решений C_n^m) последовательность из n чисел, каждый член которой может принимать одно из m значений (число возможных решений m^n) и т.д. Для каждой комбинации $\pi \in Q$ определена функция $\varphi(\pi)$ в том смысле, что есть алгоритм вычисления функции $\varphi(\pi)$ для любого $\pi \in Q$. Требуется определить комбинацию $\pi_0 \in Q$, для которой $\varphi(\pi)$ принимает максимальное или минимальное значение. Сложность решения задач дискретной оптимизации состоит в том, что число допустимых решений экспоненциально растет с ростом размерности задачи n. Поэтому простой перебор всех решений невозможен при больших n. В то же время, эти задачи относятся, как правило, к классу NP – трудных задач, для которых доказано, что не существует методов их точного решения, отличных от перебора.

Существует несколько схем решения задач дискретной оптимизации. Ниже дается их краткое описание [25].

Определим для каждого решения π множество $P(\pi)$ так называемых соседних решений (**окрестность** решения π). При заданной процедуре получения соседних решений алгоритм локальной оптимизации работает следующим образом [9].

Берем какое-либо решение π_0

Рассматриваем окрестность $P(\pi_0)$ и в этой окрестности определяем наилучшее решение π_1, такое что

$$\varphi(\pi)=\min_{\pi\in p(\pi_0)}\varphi(\pi) \tag{1.4.1}$$

(имеется в виду задача минимизации).

Если $\varphi(\pi_1) < \varphi(\pi_0)$, то рассматриваем окрестность $P(\pi_1)$, определяем наилучшее решение π_2 и т.д. до тех пор пока не получим решение $\pi_к$, такое, что

$$\varphi(\pi_k)=\min_{\pi\in p(\pi_k)}\varphi(\pi)$$

Это решение называется локально-оптимальным.

Далее можно взять новое начальное решение и повторить процедуру до получения локально-оптимального решения и т.д.

Можно поступить по-другому, расширив окрестность. Если $\pi_к$ – локально-оптимальное решение, то определяем окрестность следующим образом

$$\widetilde{P}(\pi_k)=\bigcup_{\pi\in p(\pi_k)}p(\pi) \tag{1.4.2}$$

Другими словами, $\widetilde{P}(\pi_k)$ это объединение всех окрестностей решений, принадлежащих окрестности локально-оптимальным решения. Если $\pi_к$ остается локально-оптимальным решением в новой окрестности, то производим дальнейшее расширение окрестности, либо останавливаемся на полученном решении.

Достоинством методов локальной оптимизации является простота соответствующих алгоритмов. Недостатком схемы является отсутствие оценок близости получаемого решения к оптимальному.

В задачах календарного планирования метод локальной оптимизации реализуется, в основном, в так называемых алгоритмах «сглаживания» и в алгоритмах улучшения решения путем изменения очередности работ критического пути. Рассмотрим два простых примера, иллюстрирующих эти подходы.

Пример 1.4.1.[25] На рис. 1.4.1 приведен сетевой график проекта из 4 работ, которым соответствуют вершины сети. В нижней половине вершин указаны объемы работ. Примем, что количество ресурсов на работах 1 и 2 не может превышать 4, а на работах 3 и 4 не может превышать 1.

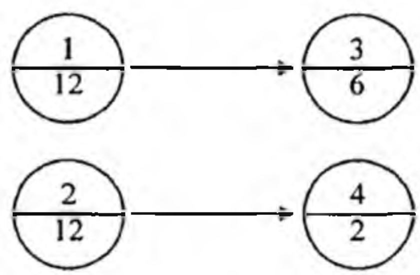

Рис. 1.4.1

На рис. 1.4.2 приведен график использования ресурсов при выполнении всех работ с максимальной интенсивностью

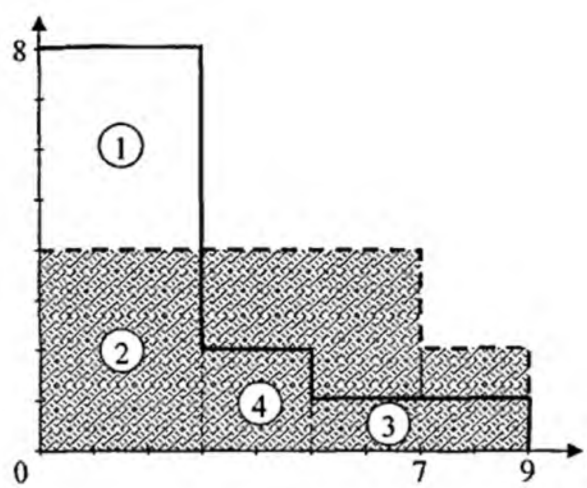

Рис. 1.4.2

Заметим, что работы 1 и 3 критические, а работы 2 и 4 имеют полные резервы времени равные 4. Поэтому сдвигаем начало работы 2 на 3 единицы и выполняем ее в интервале (3, 7) тремя единицами ресурсов. При этом, естественно сдвигается работа 4 на 4 единицы. График использования ресурсов после локальной оптимизации на рис. 2.2 заштрихован.

Пример 1.4.2 (задача о станках). [25] Требуется обработать n деталей. Каждая деталь проходит обработку на двух станках. Продолжительность обработки детали i на первом станке равна a_i , а на втором b_i . Имеется всего один станок первого типа и достаточное количество станков второго типа. Требуется определить очередность обработки деталей, минимизирующую продолжительность обработки всех деталей.

На рис. 1.4.3 приведен сетевой график из трех деталей. В нижней половине вершин указаны времена обработки.

Возьмем произвольную очередность, например, 1,2,3 (очередность обработки указана пунктиром на рис. 1.4.3, критический путь выделен двойными дугами). Продолжительность обработки T = 23. Естественно определить соседние решения, как решения, получаемые изменением очередности работ, лежащих на критическом пути. В нашем случае окрестность состоит из одного решения (2,1,3), рис. 1.4.4.

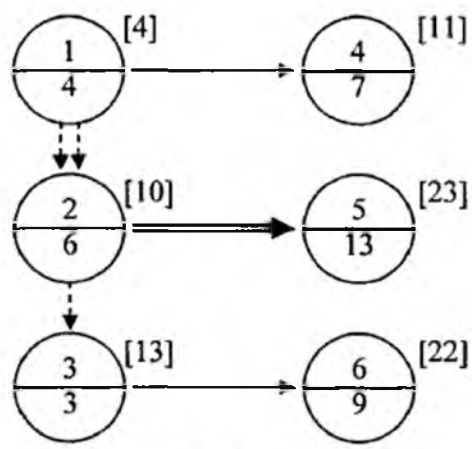

Рис. 1.4.3

Продолжительность обработки T = 22 уменьшилось. Для нового решения имеем два соседних (1,2,3) и (2,3,1). Из них первое мы уже рассматривали. Для второго имеем T = 20. Это решение, как легко показать, является локально оптимальным. Более того, можно показать, что для данной задачи описанный алгоритм всегда дает глобально оптимальное решение.

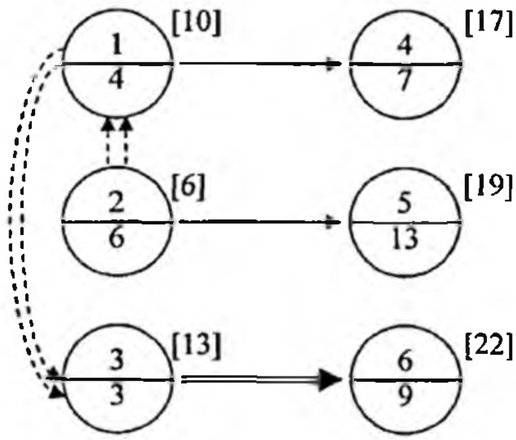

Рис. 1.4.4

Обобщением метода локальной оптимизации являются так называемые генетические алгоритмы. В этих алгоритмах окрестность определяется не для одного решения, а для пары решений (родителей) и даже для нескольких решений. Из полученной окрестности отбираются наиболее перспективные «дети» и формируются новые пары (возможно с привлечение других решений) и т.д. Например, на основе перестановок (1,2,3,4) и (3,4,2,1) можно получить окрестность, беря очередность пары соседних элементов из первой перестановки, а очередность оставшейся пары – из второй, а потом наоборот, очередность пары соседних элементов из второй перестановки, а очередность другой пары из первой. Получаем шесть детей:

(1,2,3,4), (2,3,4,1), (3,4,2,1), (3,4,1,2), (4,2,1,3) и (2,1,3,4).

Из них двое полностью идентичны одному из родителей. Исключая их, получаем окрестность из четырех перестановок:

(2,3,4,1), (3,4,1,2), (4,2,1,3) и (2,1,3,4)

Предположим, что «дети» (2,3,4,1) и (3,2,1,3) наиболее перспективны. На основе этой пары можно получить новую окрестность и т.д.

В основе метода ветвлений лежит процедура последовательного получения решения. Разобьем множество всех решений на подмножества, каждое подмножество на другие подмножества и т.д. до получения отдельных решений (рис. 1.4.5) [20, 23, 224, 26, 27].

Если теперь для каждой вершины полученного дерева определить некоторую функцию оценки соответствующего подмножества (функция приоритета), качественно характеризующую вероятность того, что в данном подмножестве найдется оптимальное или хотя бы «достаточно хорошее» решение, то мы получаем алгоритм поиска решения, двигаясь по ветви дерева, имеющей максимальное значение функции оценки (или минимальное, если вероятность наличия достаточно хорошего решения тем больше чем меньше значение функции оценки). В задачах календарного планирования метод ветвлений реализуется в так называемых эвристических алгоритмах распределения ресурсов [25].

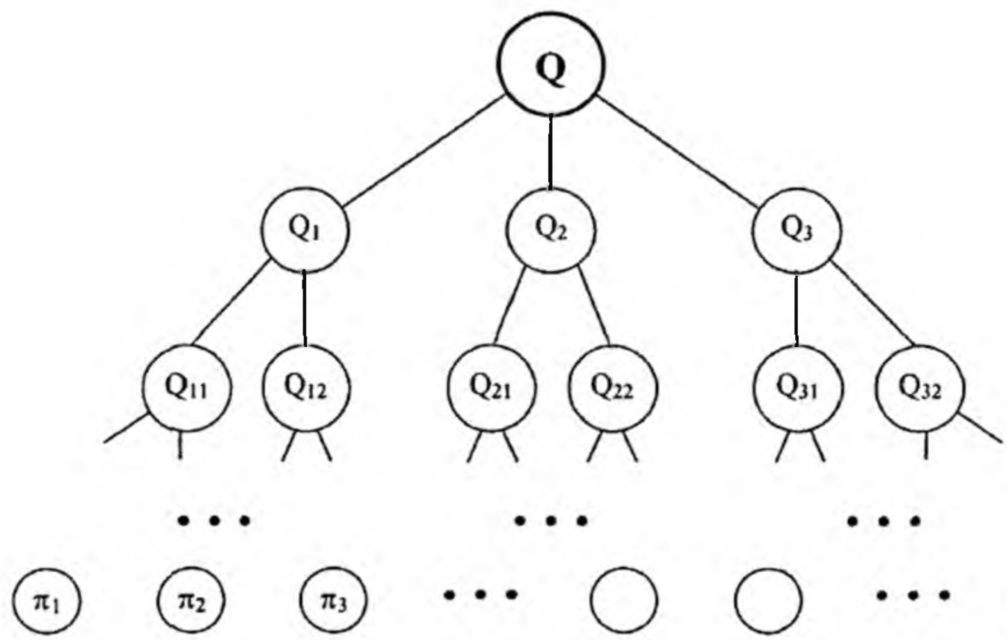

Рис. 1.4.5

Метод ветвей и границ это метод ветвлений, в котором в качестве функций оценки подмножеств берутся оценки снизу (или сверху) целевой функции задачи на данном подмножестве решений. Основное преимущество этого метода по сравнению с методом ветвлений в том, что возможна оценка близости получаемого решения к оптимальному. Действительно, если мы получили решение π со значением целевой функции $\varphi(\pi)$, а оценки снизу остальных подмножеств $\eta(Q) \geq \varphi(\pi)$ (рассматриваем задачу на минимум), то очевидно, полученное решение оптимально. Если наилучшая оценка $\eta(Q) < \varphi(\pi)$, то разность $\Delta = \varphi(\pi) - \eta(Q)$ определяет погрешность полученного решения [22, 25, 27, 28].

Эффективность метода ветвей и границ в существенной степени зависит от «качества» нижних оценок. При плохих оценках это фактически полный перебор, при достижимой нижней оценке – это получение оптимального решения за один проход по дереву ветвлений.

Заметим, что функция приоритета, основанная на степени критичности работ фронта в эвристических алгоритмах распределения ресурсов, является оценкой снизу продолжительности проекта (насколько хороша эта оценка – отдельный вопрос). Дадим иллюстрацию метода на примере задачи обработки деталей (рис. 1.4.3). Возьмем деталь 1 с минимальным b_i и разобьем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве деталь 1 делается последней, а во втором – не делается последней. Очевидно, что оценка снизу продолжительности обработки для первого подмножества равна $\eta_1 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \min_i b_i = 13+7=20$, а для второго $\eta_2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \min_{i \neq 1} b_i = 13+9=22$.

Выбираем подмножество с минимальной оценкой, то есть деталь 1 обрабатывается последней. Это подмножество разбивается на два. В первом деталь 3 (имеющая минимальную величину b_i из оставшихся деталей) обрабатывается предпоследней, а во втором – нет (то есть обрабатывается первой). Оценка первого подмножества

$$\eta = (Q_{11}) = \max(19, 20) = 20$$

а оценка второго

$$\eta = (Q_{12}) = \max(22, 20) = 22$$

Выбираем первое подмножество.

Соответствующая очередность обработки деталей (2,3,1) с продолжительностью обработки T = 20. Это решение оптимально, поскольку оценка остальных подмножеств больше 20 (рис. 1.4.6). На Рисунке число в скобках у дуг (например (1)) показывает, какая деталь делается, а число с чертой показывает, какая деталь не делается (последней, предпоследней и т.д.).

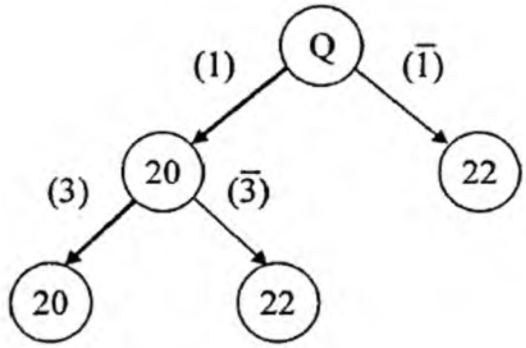

Рис. 1.4.6

В основе метода лежит сведение задачи оптимизации к задаче определения экстремальной траектории (минимальной или максимальной длины) в некоторой специальным образом построенном семействе возможных траекторий. Принцип оптимальности Беллмана гласит: любой участок оптимальной траектории оптимален [17, 25, 26].

В случае дискретных задач метод динамического программирования сводится к определению пути максимальной или минимальной длины в специальным образом построенной сети. Дадим иллюстрацию метода на примере классической задачи о ранце. Имеются n предметов. Каждый предмет имеет ценность α_i и вес c_i. Требуется выбрать подмножество Q предметов так, чтобы их суммарная ценность $A(Q) = \sum_{i \in Q} \alpha_i$ была максимальной при ограничении на суммарный вес $\sum_{i \in q} c_i \le R$

Способ построения сети рассмотрим на примере. Имеются четыре предмета, данные о ценностях и весах которых приведены в табл. 1.4.1.

Таблица 1.4.1

i	1	2	3	4
a_i	3	2	4	5
c_i	2	1	3	4

Пусть R = 6. Строим на плоскости систему координат, одна ось которой соответствует предметам, а вторая – их весу. По оси предметов отмечаем номера предметов 1,2,3,4 (рис. 1.4.7). Из начала координат проводим две дуги – одна - горизонтальная в точку (1,0), а другая – наклонная в точку (1,2), где 2 – вес первого предмета. Первая дуга соответствует случаю, когда первый предмет не берется, а вторая – когда он берется. Из каждой полученной точки (1, 00) и (1,2) проводим также по две дуги для второго предмета. Получаем четыре точки (2,0), (2,1), (2,2) и (2,3), соответствующие четырем возможным вариантам для двух предметов. Продолжая таким образом, получим сеть, приведенную на рис. 1.4.7.

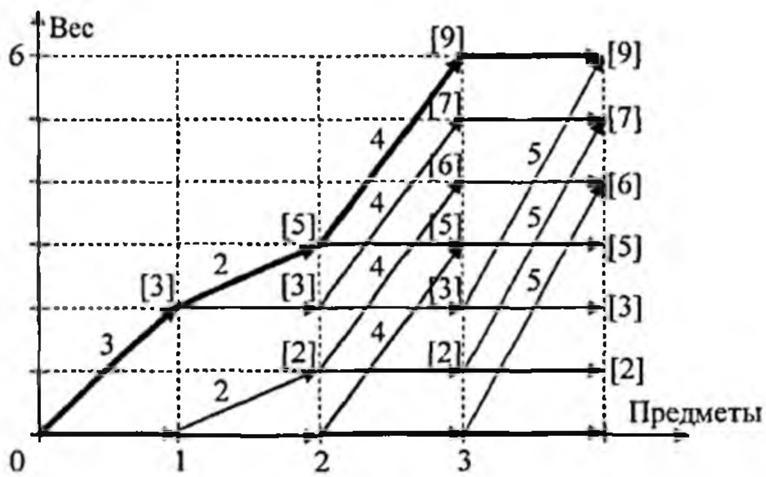

Рис. 1.4.7

Очевидно, что любой путь в сети, из начальной вершины 0 в одну из конечных вершин соответствует некоторому набору предметов. И наоборот, любому набору предметов, суммарным весом не более 6 однозначно соответствует путь в сети, соединяющей начальную вершину с одной из конечных. Значение координаты по второй оси равно суммарному весу предметов. Примем длины горизонтальных дуг равными 0, а длины наклонных равными

РОССИЙСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ БИБЛИОТЕКА

ценности соответствующего предмета. В этом случае длина пути, соединяющего начальную вершину с одной из конечных, равна суммарной ценности соответствующего набора предметов. Таким образом, задача свелась к определению пути, имеющего максимальную длину. Путь максимальной длины выделен на рис. 1.4.7 толстыми дугами.

Метод динамического программирования можно представить в другой эквивалентной форме, удобной для сравнения его с методом дихотомического программирования. Эта форма не требует построения сети, а использует матричный способ вычислений рис. 1.4.8. Первая матрица соответствует второму слою сети рис. 1.4.7. В верхней половине каждой клетки указана величина веса для различных вариантов из двух первых предметов, а в нижней соответствующая ценность. Вторая матрица соответствует третьему слою, а третья – четвертому. Если в матрице имеется несколько клеток с одинаковыми весами, то в следующую матрицу для этого значения веса берется максимальное значение ценности. Это и есть принцип оптимальности Беллмана для матричного представления метода динамического программирования. В последнем столбике рис. 1.4.8 приведены оптимальные значения суммарной ценности предметов при любых ограничениях на вес ранца.

Метод динамического программирования является эффективным методом решения некоторых задач дискретной оптимизации, существенно сокращая перебор. Так, например, для рассмотренной задачи о ранце при целочисленных значениях весов предметов объем вычислений пропорционален числу вершин сети, то есть не более чем R^2n. При заданном R объем вычислений растет пропорционально n, что свидетельствует о высокой эффективности метода. К сожалению, метод динамического программирования применим к ограниченному классу задач.

Подводя итоги краткого обзора основных методов решения задач дискретной оптимизации отметим, что к точным методам решения (или к методам решения с оценкой точности) относятся метод ветвей и границ и метод динамического программирования. Эффективность метода ветвей и границ в существенной степени зависит от точности нижних (или верхних) оценок оптимального решения на подмножествах решений. Получение хороших оценок во многих случаях по сложности сравнимо с решением исходной задачи.

Метод динамического программирования, как уже отмечалось выше, применим к ограниченному классу задач.

Описываемый в следующих параграфах метод дихотомического программирования с одной стороны обобщает метод динамического программирования (при дихотомическом представлении типа дерева), а с другой стороны для общего случая дает достаточно универсальный алгоритм получения нижних (верхних) оценок, что позволяет эффективно применять метод ветвей и границ.-

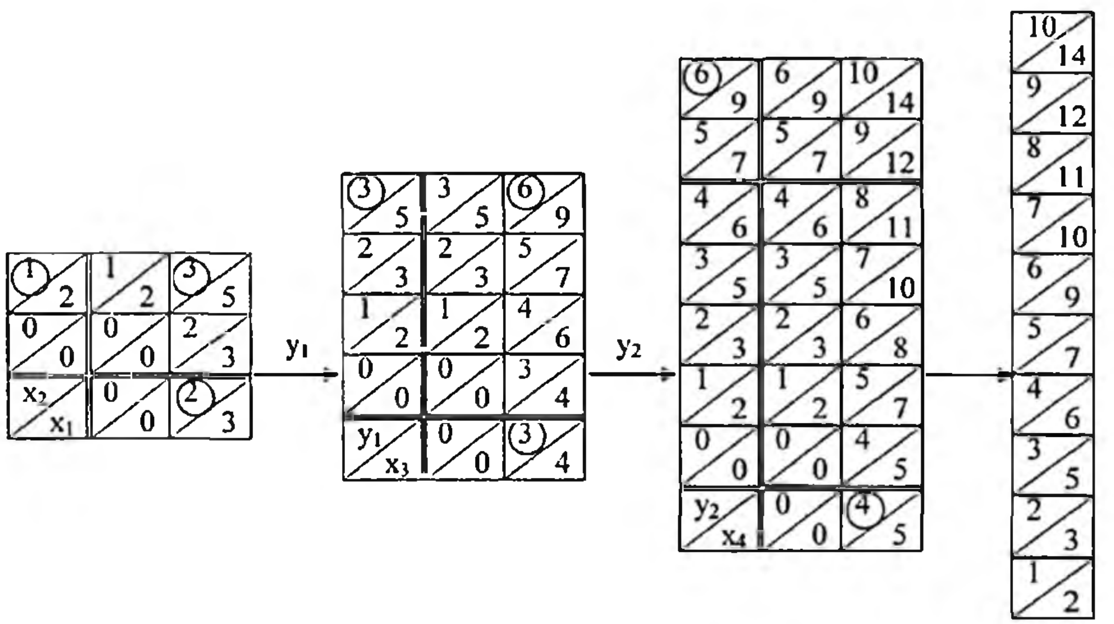

Рис. 1.4.8

1.5. Методы сетевого и дихотомического программирования

Многие задачи дискретной оптимизации сводятся к следующей постановке: определить вектор $x = \{x_i\}$ с дискретными компонентами, минимизирующий аддитивную функцию

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(x_i) \qquad (1.5.1)$$

при ограничении

$$f(x) \geq b. \quad (1.5.2)$$

Любая функция дискретных переменных допускает сетевое представление, такое, что вычисление значений функции сводится к последовательному вычислению значений более простых функций. В частности, любая функция дискретных переменных допускает дихотомическое представление, когда вычисление значения функции сводится к последовательному вычислению значений функций двух переменных. Так функция $f(x) = f_0[f_1(x_1, x_2), f_2(x_2, x_3)]$ допускает дихотомическое представление (рис. 1.5.1). При этом функции f_0, f_1 и f_2 удобно представлять в матричном виде (рис. 1.5.2). Такое представление широко используется в методах комплексного оценивания программ развития предприятий, регионов, результатов деятельности подразделений, уровня безопасности объектов и др. [2, 3, 4, 6, 16]

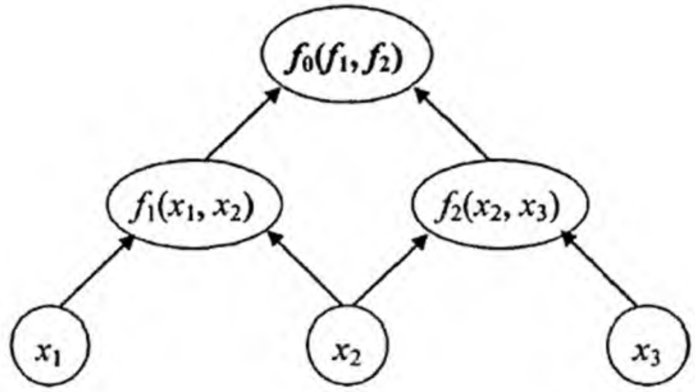

Рис. 1.5.1.

В работах [6, 65] доказаны теоремы о представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных (в частности, двух переменных). Так, например, любая непрерывная функция трех переменных представима в виде [1] $f(x_1, x_2, x_3) = h^1(x_1, \varphi_1(x_2, x_3)) + h^2(x_1, \varphi_2(x_2, x_3)) + h^3(x_1, \varphi_3(x_2, x_3))$. Ее сетевое представление приведено на рис. 1.5.3.

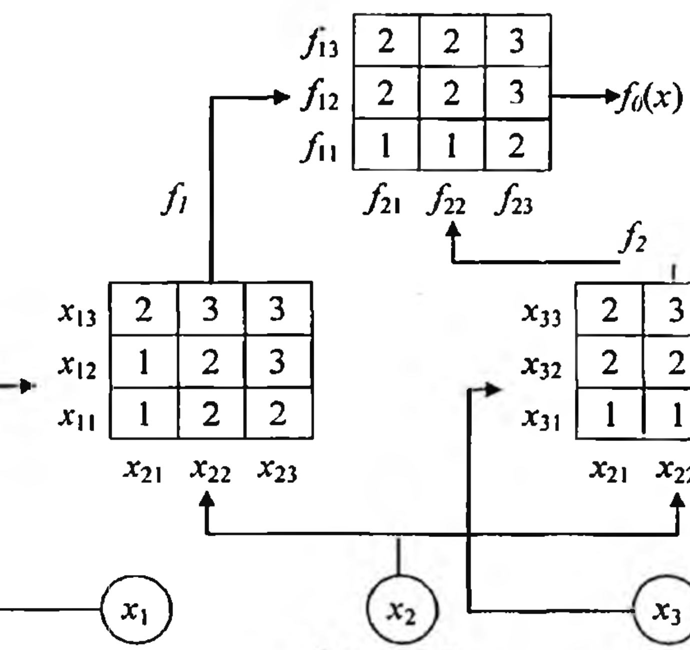

Рис. 1.5.2.

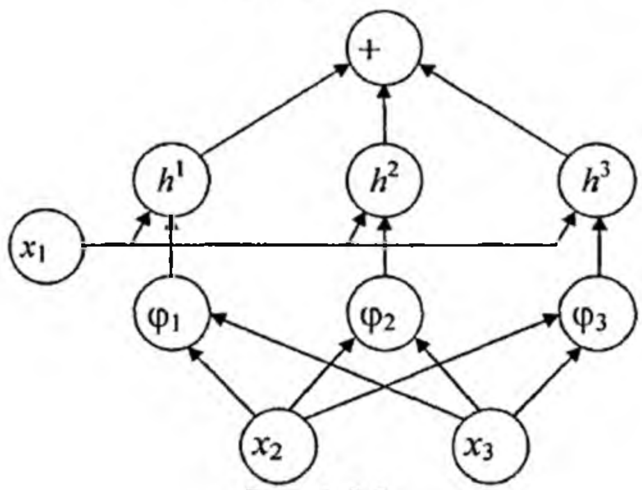

Рис. 1.5.3.

В сетевом виде можно представить и систему неравенств. Рассмотрим, например, систему неравенств

$$f_j(x) \le b_j,\ \ j = \overline{1,m} \qquad (1.5.3)$$

Без ограничения общности можно принять, что b_j – положительные и одинаковые числа, $b_j = b > 0$. В этом случае систему неравенств (3.3.3) можно заменить одним неравенством $f(x) \le b$, где $f(x) = \max\limits_j f_j(x)$. Очевидно, что функция $f(x)$ допускает сетевое представление, если все функции f_j допускают такое представление.

Ниже описывается новый метод решения задач дискретной оптимизации, использующий сетевое представление функции $f(x)$. Этот метод естественно назвать методом сетевого программирования (в частном случае дихотомического представления, получаем метод дихотомического программирования [25]).

Рассмотрим случай, когда функция $f(x)$ допускает сетевое представление в виде дерева. Дадим описание метода сетевого программирования для задачи (1.5.1), (1.5.2). На рис. 1.5.4 приведен пример функции трех переменных, имеющей вид

$$f(x_1, x_2, x_3) = \varphi_0[f_1(x_1, x_2), x_3] = \varphi_0(y, x_3)$$

Значения функций $\varphi_i(x_i)$ даны в нижних половинах квадратов, соответствующих переменным x_1, x_2 и x_3. Идея метода состоит в следующем. Сначала решается задача минимизации функции двух переменных

$$\varphi_1(x_1) + \varphi_2(x_2)$$

при ограничении

$$f_1(x_1, x_2) \geq y,$$

соответствующая начальной вершине сетевого представления. Обозначим $z(y)$ решение этой задачи в зависимости от y. Далее решаем задачу минимизации функции тоже двух переменных $z(y) + \varphi_3(x_3)$ при ограничении $\varphi_0(y, x_3) \geq b$, соответствующую конечной вершине сетевого представления. Решение этой задачи определяет оптимальное решение исходной задачи.

Проиллюстрируем метод на примере рис. 1.5.4.

1 шаг. Рассматриваем нижнюю матрицу и для каждого элемента этой матрицы записываем в нижней половине соответствующей клетки сумму функций $\varphi_1(x_1)$ и $\varphi_2(x_2)$ для соответствующих значений x_1 и x_2. Так, например, клетке $(x_1, x_2) = (3, 2)$ соответствует сумма

$$\varphi_1(3) + \varphi_2(2) = 20 + 10 = 30.$$

Далее будем называть эту сумму затратами на достижение соответствующего состояния.

$f(x)$	1	2	3	4
$\varphi(x)$	6	25	67	120

4 / 70	2 / 71	3 / 78	4 / 120	4 / 170
3 / 30	2 / 31	2 / 38	3 / 80	3 / 130
2 / 17	1 / 18	2 / 25	3 / 67	3 / 117
1 / 5	1 / 6	1 / 13	2 / 55	3 / 105
y / x_3	1 / 1	2 / 8	3 / 50	4 / 100

y

4 / 50	2 / 52	3 / 57	4 / 70	4 / 110
3 / 35	1 / 37	2 / 42	3 / 55	3 / 95
2 / 10	1 / 12	2 / 17	3 / 30	3 / 70
1 / 3	1 / 5	1 / 10	2 / 23	2 / 63
x_2 / x_1	1 / 2	2 / 7	3 / 20	4 / 60

Рис. 1.5.4.

2 шаг. Из всех элементов матрицы, имеющих одно и то же значение $y = f_1(x_1, x_2)$ выбираем элемент с минимальной суммой $\varphi_1(x_1)+\varphi_2(x_2)$. Минимальную сумму записываем в нижнюю половину клетки, соответствующей этому значению y в верхней матрице. Так, например, значению y = 3 соответствуют 5 элементов нижней матрицы: (3; 2), (4; 2), (3; 3), (4; 3) и (2; 4). Из них элемент (3; 2) имеет минимальную сумму 30 (это число записано в нижней половине соответствующей клетки). Поэтому в верхней матрице значению y = 3 соответствует число 30, записанное в нижней половине соответствующей клетки.

Далее шаги 1 и 2 повторяются для верхней матрицы. В результате для каждого значения f(x) мы получаем минимальное значение φ(x). На рис. 1.5.4 кружками выделены минимальные затраты.

Несложно обобщить описанный метод на случай произвольного сетевого представления функции f(x) в виде дерева. Главное, чтобы задачи, соответствующие каждой вершине сетевого представления имели эффективные методы решения. В случае дихотомического представления это всегда имеет место.

Заметим, что дихотомическое представление (см. рис. 1.5.4) имеет структуру в виде ветви дерева. В этом случае метод дихотомического программирования переходит в метод динамического программирования. Таким образом, метод дихотомического программирования в случае дихотомического представления в виде дерева, является обобщением метода динамического программирования, расширяя круг задач, решаемых на основе данного подхода (рис. 1.5.5).

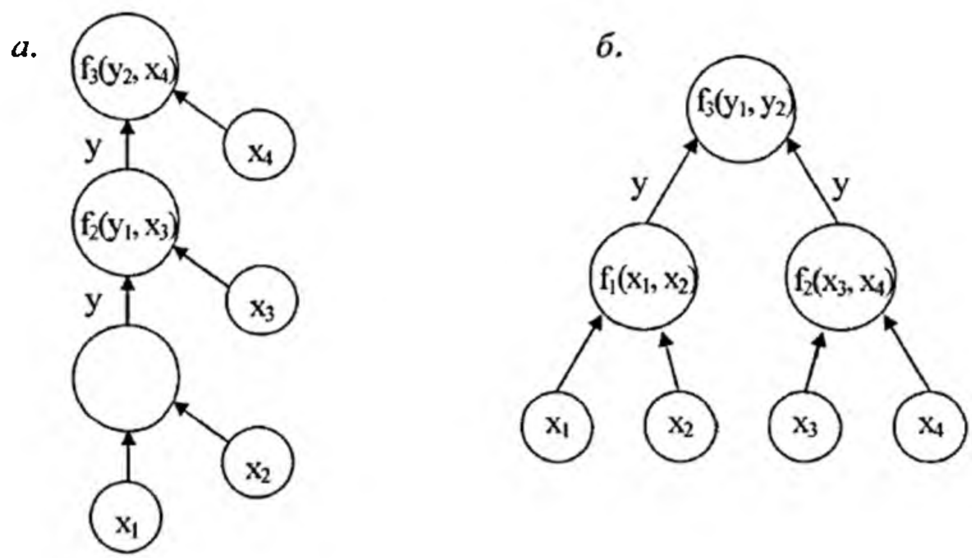

Рис. 1.5.5.

Если в методе динамического программирования решением задачи является путь в некоторой специальным образом построенной сети, то в методе дихотомического программирования решением задачи является частичное дерево в некотором специально построенном дереве. Соответственно, принцип оптимальности в методе дихотомического программирования можно сформулировать следующим образом: любое поддерево оптимального дерева должно быть оптимальным. Формально этот принцип оптимальности можно записать следующим образом:

$$\varphi_k(y) = \min_{(i,j)\in p(y)} \left[\varphi_i(y_i) + \varphi_j(y_j)\right],$$

где p(y) – множество пар (i, j), таких что $f_k(y_i, y_j) = y$.

Рассмотрим произвольное сетевое представление функции f(x), задаваемое сетью, выходом которой является вершина, соответствующая функции f(x), а выходами – вершины, соответствующие переменным x_i, $i=\overline{1,n}$. Рассмотрим множество конечных вершин, которые не являются висячими, т.е. их степени захода больше 1. Разделим произвольным образом затраты $\varphi_i(x_i)$ на k_i частей, где k_i – число заходящих дуг. Фактически мы как бы разделили вершину i на k_i висячих вершин с соответствующей частью затрат. Далее применяем описанный выше алгоритм. При этом каждый раз, когда встречается вершина со степенью захода больше 1, мы делим затраты на соответствующее число частей. В результате применения алгоритма мы получим оптимальное решение для модифицированной сети. Однако это решение может не быть решением исходной задачи. Тем не менее, имеет место следующая теорема:

Теорема. Полученное с помощью вышеописанного алгоритма решение дает нижнюю оценку оптимального решения исходной задачи.

Доказательство. Заметим, что множество решений модифицированной сети содержит все решения исходной задачи. Эти решения имеют следующий вид. Если в вершину, соответствующую переменной x_{ik}, заходит хотя бы одна дуга полученного решения, то все дуги, заходящие в эту вершину, также принадлежат полученному решению. Отсюда следует, что полученное оптимальное решение модифицированной задачи дает нижнюю оценку для оптимального решения исходной задачи.

Пример. Рассмотрим сеть, представленную на рис. 1.5.1 и 1.5.2. На рис. 1.5.6 приведено решение соответствующей задачи. Затраты $\varphi_2(x_2)$ разделены на две части, поскольку переменная x_2 используется при вычислении функций и f_1, и f_2. В данном случае общие затраты, равные 8, 12 и 20 при значениях переменной x_2, равных 1, 2 и 3, соответственно, поделены пополам.

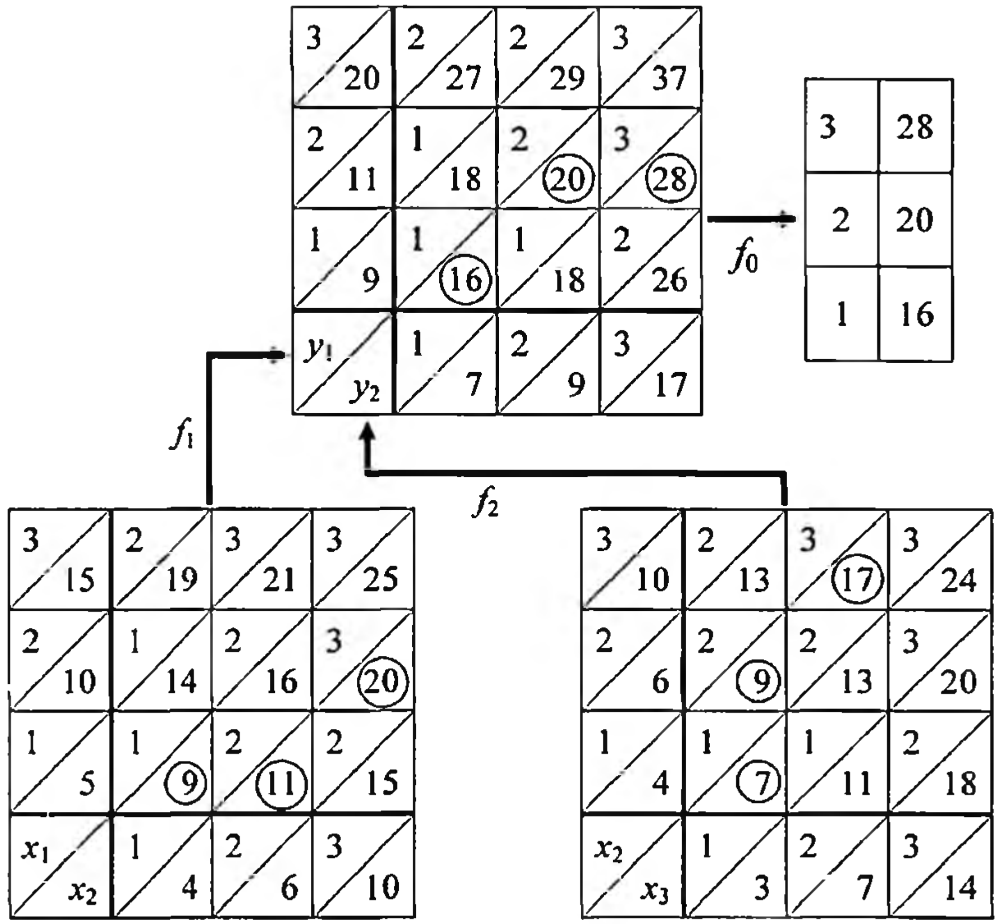

Рис. 1.5.6.

В каждой матрице кружками выделены клетки, соответствующие минимальным затратам на получение того или иного значения функций f_1, f_2 и f_0. В результате получены минимальные затраты $\varphi(f_0)$, требуемые для получения значений функции f_0. Если $f_0 = 1$, то $\varphi(1) = 16$, если $f_0 = 2$, то $\varphi(2) = 20$, если $f_0 = 3$, то $\varphi(3) = 28$.

Рассмотрим случай $f_0 = 2$. Ему соответствует оптимальное решение модифицированной задачи: $x_1 = 1$, $x_{21} = 2$, $x_{22} = 2$, $x_3 = 1$.

Здесь x_{21} соответствует значению x_2 в левой нижней матрице, а x_{22} – в правой нижней матрице. Поскольку оба значения $x_{21} = 2$, $x_{22} = 2$ вошли в оптимальное решение модифицированной задачи, то полученное решение является допустимым для исходной задачи, а значит, мы получили оптимальное решение исходной задачи.

Другая ситуация возникает в случае $f_0 = 3$. Оптимальное решение модифицированной задачи имеет вид: $x_1 = 1$, $x_{21} = 2$, $x_{22} = 3$, $x_3 = 2$ с величиной затрат $\varphi_0 = 28$. Это решение не является допустимым для исходной задачи, поэтому значение $\varphi_0 = 28$ является нижней оценкой минимальных затрат для исходной задачи. Здесь возможны два варианта действий. Первый заключается в попытке улучшить нижнюю оценку, изменяя разбиение затрат $c_2 = \varphi_2(x_2)$ на две части – c_{21} и c_{22}. Очевидно, что для улучшения оценки следует часть c_{21} увеличить, а часть c_{22} уменьшить. Возьмем, например, $c_{21} = 10$, а $c_{22} = 2$. В этом случае оптимальное решение модифицированной задачи будет иметь вид: $x_1 = 1$, $x_{21} = 2$, $x_{22} = 2$, $x_3 = 3$ с затратами $\varphi_0 = 31$. Это решение является допустимым для исходной задачи, а значит, оптимальным. Однако изменение разбиения затрат на части может и не привести к получению допустимого решения для исходной задачи.

Второй вариант состоит в применении метода ветвей и границ. Разобьем множество всех решений исходной задачи на два подмножества. В первом из них $x_2 \le 2$, а во втором $x_2 = 3$, и применим описанный выше алгоритм. Получим оценку снизу для первого подмножества. Получаем следующее решение: $x_1 = 1$, $x_{21} = 2$, $x_{22} = 2$, $x_3 = 3$ с затратами $\varphi_0 = 31$.

Получим оценку снизу для второго подмножества. Оптимальное решение модифицированной задачи имеет вид:

$$x_1 = 1,\ x_2 = 3,\ x_3 = 2$$

с величиной затрат $\varphi_0 = 32$.

Выбираем первое подмножество с минимальной оценкой. Поскольку полученное решение модифицированной задачи является допустимым для исходной задачи, то оно оптимально.

Рассмотрим на ряде задач построение оценочной задачи и метод ветвей и границ на основе полученной оценки.

Рассмотрим следующую постановку задачи целочисленного линейного программирования. Определить целочисленный неотрицательный вектор $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_4\}$, максимизирующий функцию

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{1.5.4}$$

при ограничениях

$$\sum_i a_{ij} x_i \le b_j, \quad j = \overline{1,m} \tag{1.5.5}$$

Для построения оценочной задачи разделим c_i на m частей s_{ij} так, что

$$\sum_j s_{ij} = c_i, \quad i = \overline{1,n} \tag{1.5.6}$$

и рассмотрим m задач целочисленного линейного программирования следующего вида: определить целочисленный вектор x, максимизирующий функцию

$$s_j(x) = \sum_i s_{ij} x_i \tag{1.5.7}$$

при ограничениях

$$\sum_i a_{ij} x_i \le b_j. \tag{1.5.8}$$

Обозначим через $\Phi_j(s_j)$ оптимальное решение j-й задачи ($s_j = \{s_{ij}\}$). Согласно теореме, величина

$$\Phi(s) = \sum_{j=1}^{m} \Phi_j(s_j) \tag{1.5.9}$$

является оценкой сверху оптимального решения исходной задачи. Окончательно получаем следующую формулировку оценочной задачи: определить значения $\{s_{ij}\}$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, максимизирующие величину $\Phi(s)$ при ограничениях (1.5.6). Оценочную задачу назовем двойственной к исходной задаче целочисленного линейного программирования. Обоснованием этого названия служит следующая интересная связь. Рассмотрим обычную задачу линейного программирования (1.5.4), (1.5.5) (без требования целочисленности). Для упрощения выводов примем, что все параметры системы ограничений – положительные числа. Заметим, что если не требовать целочисленности решений, то задача (1.5.7), (1.5.8) легко решается. Ее оптимальное решение:

$$x_{ij} = \begin{cases} b_j/a_{kj}, & \text{если } s_{kj}/a_{kj} = \max\limits_q s_{qj}/a_{qj}, \\ 0, & \text{если } i \neq k. \end{cases}$$

Оптимальное значение величины $\Phi_j(s_j) = b_j \max\limits_q s_{qj}/a_{qj}$.

Обозначим $y_j = \max\limits_q s_{qj}/a_{qj}$, $j = \overline{1,m}$. Заметим, что $y_j \geq s_{qj}/a_{qj}$ для всех q. Увеличим величину s_{qj} так, чтобы $s_{qj} = y_j a_{qj}$. Тогда оценочная задача (1.5.6), (1.5.9) запишется в следующем виде: определить значения $y_j \geq 0$, $j = \overline{1,m}$, минимизирующие функцию

$$B(y) = \sum_j b_j y_j$$

при ограничениях

$$\sum_j a_{ij} y_j \geq c_i, \quad i = \overline{1,n}.$$

Таким образом, в непрерывном случае оценочная задача становится двойственной задачей линейного программирования.

Рассмотрим на примере применение метода ветвей и границ для решения задачи целочисленного линейного программирования.

Пример. Определить значения $x_i = \{0; 1\}$, $i = \overline{1,n}$, максимизирующие функцию

$$\Phi(x) = 10x_1+8x_2+6x_3+7x_4$$

при ограничениях

$$6x_1+3x_2+2x_3+5x_4 \leq 11,$$

$$3x_1+5x_2+6x_3+3x_4 \leq 11.$$

Для построения оценочных задач возьмем $s_{i1} = a_{i1}$, $s_{i2} = c_i - a_{i1}$, $i = \overline{1,4}$. Получаем две задачи о ранце.

Задача 1. $\varphi_1 = \max(6x_1+3x_2+2x_3+5x_4)$,

$$6x_1+3x_2+2x_3+5x_4 \leq 11.$$

Она имеет два решения: $x_1 = x_4 = 1$, $x_2 = x_3 = 0$ и $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = 0$. В обоих случаях $\varphi_1 = 11$.

Задача 2. $$\varphi_2 = \max(4x_1+5x_2+4x_3+2x_4),$$
$$3x_1+5x_2+6x_3+3x_4 \le 11.$$

Ее решение: $x_1 = x_2 = x_4 = 1$, $x_3 = 0$, $\varphi_2 = 11$. Оценка сверху исходной задачи $\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 = 22$.

Для улучшения оценки увеличим s_{21} и s_{41} на единицу, уменьшив на единицу s_{22} и s_{42}. Получаем две новые оценочные задачи.

Задача 1. $$\varphi_1 = \max(6x_1+4x_2+2x_3+6x_4),$$
$$6x_1+3x_2+2x_3+5x_4 \le 11.$$

Ее решения: $x_1 = x_4 = 1$, $x_2 = x_3 = 0$; $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = 0$; $x_2 = x_3 = x_4 = 1$, $x_1 = 0$; $\varphi_1 = 12$.

Задача 2. $$\varphi_2 = \max(4x_1+4x_2+4x_3+1x_4),$$
$$3x_1+5x_2+6x_3+3x_4 \le 11.$$

Ее решение: $x_1 = x_2 = x_4 = 1$, $x_3 = 0$; $\varphi_2 = 9$.

Оценка сверху исходной задачи уменьшилась на единицу: $\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 = 21$.

Применим метод ветвей и границ. Разобьем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_1 = 1$, а во втором $x_1 = 0$.

Оценим первое подмножество. Положив в ограничениях (10) и (11) $x_1 = 1$, получим следующие две задачи:

Задача 1. $$\varphi_1 = \max(4x_2+2x_3+6x_4),$$
$$3x_2+2x_3+5x_4 \le 5.$$

Ее решения: $x_4 = 1$, $x_2 = x_3 = 0$; $x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = 0$; $\varphi_1 = 6$.

Задача 2. $$\varphi_2 = \max(4x_2+4x_3+1x_4),$$
$$5x_2+6x_3+3x_4 \le 8.$$

Ее решение: $x_2 = x_4 = 1$, $x_3 = 0$; $\varphi_2 = 5$.

Оценка сверху первого подмножества:
$$\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 + c_1 = 21.$$

Оценим второе подмножество ($x_1 = 0$). Заметим, что при $x_1 = 0$ любое решение является допустимым для первой оценочной задачи. Поэтому достаточно решить вторую задачу, положив $s_{i2} = c_i$, $i = 2, 3, 4$. Ее решение $x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = 0$ является оптимальным во втором подмножестве со значением целевой функции $\varphi_0 = 14$. Выбираем первое подмножество, имеющее большую оценку. Разбиваем первое подмножество на два. В одном из них $x_2 = 1$, а в другом – $x_2 = 0$.

Оценим первое подмножество ($x_2 = 1$). Рассматривая два ограничения

$$2x_3+5x_4 \le 2,$$

$$6x_3+3x_4 \le 3,$$

видим, что единственное решение $x_3 = x_4 = 0$, следовательно оно оптимально в данном подмножестве со значением целевой функции $\varphi_0 = 18$.

Оценим второе подмножество ($x_2 = 0$). В данном случае достаточно сравнить два варианта: $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ $\varphi_1 = 6$ и $x_3 = 0$, $x_4 = 1$, $\varphi_1 = 7$.

Оценка второго подмножества: $\varphi_0 = 10 + 7 = 17$. Ей соответствует оптимальное решение в этом подмножестве $x_1 = x_4 = 1$, $x_2 = x_3 = 0$, со значением целевой функции $\varphi_0 = 17$.

Выбираем первое подмножество, а следовательно, и оптимальное решение $x_1 = x_2 = 1$, $x_3 = x_4 = 0$, $\varphi_o = 18$. Дерево ветвлений приведено на рис. 1.5.7.

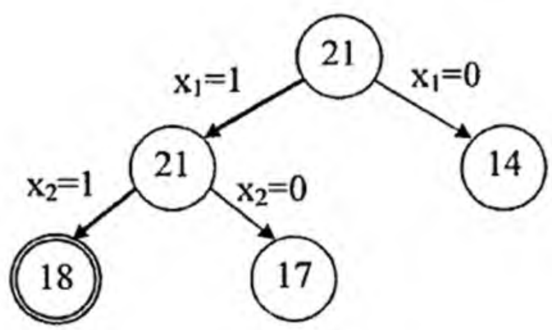

Рис. 1.5.7.

Интересно сравнить описанный способ получения оценок для задач целочисленного линейного программирования с известными способами. В основном применяются два способа. В соответствии с первым из них решаются m задач о ранце с каждым ограничением отдельно. Очевидно, что наихудшее решение (по значению целевой функции) определяет оценку сверху исходной задачи. Для нашего примера имеем две задачи о ранце

Задача 1. $\max (10x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 7x_4)$

$$6x_1 + 3x_2 = 2x_3 + 5x_4 \leq 11$$

Ее решение $x_1 = x_2 = x_3 = 1$, $x_4 = 0$; $\varphi_1 = 24$

Задача 2. $\max (10x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 7x_4)$

$$3x_1 + 5x_2 = 6x_3 + x_4 \leq 11$$

Ее решение $x_1 = x_2 = x_4 = 1$, $x_3 = 0$; $\varphi_1 = 25$.

Таким образом, оценка сверху оптимального решения исходной задачи в данном случае равна 24, что больше чем оценка 21, полученная методом сетевого программирования. Более того, поскольку обе рассмотренные задачи о ранце получаются в методе сетевого программирования (первая – при $s_{i1} = c_i$, $s_{i2} = 0$, а вторая, наоборот, при $s_{i2} = c_i$, $s_{i1} = 0$), то можно утверждать, что применение метода сетевого программирования дает лучшие (или такие же) оценки. Согласно второму способу решается задача линейного программирования без требования целочисленности. Рассмотрим простой

Пример. Определить значения $x_i = \{0; 1\}$, $i = 1, 2$ максимизирующие функцию

$$\varphi(x) = 42x_1 + 14x_2$$

при ограничениях

$$3x_1 + 4x_2 \leq 6$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 6$$

Получим оценку методом сетевого программирования. Для этого достаточно положить $s_{11} = 42$, $s_2 = 14$, $s_{12} = s_{22} = 0$. Решение первой оценочной задачи $x_1 = 1$, $x_2 = 0$, $\varphi_1 = 42$ является допустимым для второй задачи и, следовательно, оптимально.

Получим оценку, решая нецелочисленную задачу линейного программирования. Ее решение $x_1 = 6/7; x_2 = 6/7; \varphi_0 = 48 > 42$. Как видим, оценка существенно хуже.

1.6. Выводы и постановка задач исследования

Анализ приведенных данных позволил сделать вывод, что финансирование работ по ремонту и содержанию дорог и искусственных сооружений происходит по остаточному принципу.

Следовательно, в настоящее время функции по управлению автомобильными дорогами в части определения приоритетных направлений расходования средств должны подкрепляться соответствующими моделями оптимального распределения ограниченных ресурсов. Однако определение тех или иных приоритетов в расходовании средств должно осуществляться в соответствии с набором критериев. Стоимость ремонта участка дороги будет зависеть от выбранной технологии, используемых материалов и техники. Причем зависимость будет носить дискретный характер, то есть определенному сочетанию технологии, материалов и оборудования будет соответствовать конкретная величина затрат и конкретные параметры потребительских свойств, приобретаемых данным участком дороги после ремонта, а также величина межремонтного срока. Следовательно, выбор оптимальных вариантов производства работ будет производиться в пространстве дискретных состояний, то есть относиться к NP – трудным задачам оптимизации (задачи комбинаторной оптимизации).

Таким образом, для решения задач по разработке моделей оптимального планирования ремонта автомобильных дорог, необходимо решить следующие задачи:

1. Анализ автомобильных дорог как объекта управления.

2. Анализ существующих моделей построения комплексной оценки состояния автомобильной дороги.

3. Построение модели получения комплексной оценки состояния автомобильной дороги на основе применения количественных и качественных показателей, имеющих различную размерность, при нечеткой информации.

4. Разработка модели определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, при условии минимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств.

5. Разработка модели определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги, минимизирующих суммарную степень опасности участков дороги.

6. Разработка модели минимизирующей линейную свертку степени опасности и ущерба.

7. Построение модели выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ.

8. Определение погрешности и условий оптимальности метода «затраты-эффект».

2. МОДЕЛИ ПОСТРОЕНИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

2.1. Модели построения комплексных оценок

Разработка планов ремонтных работ требует описания объектов управления (участков автомобильной дороги), определения основных (существенных) факторов, характеризующих безопасность движения и экологическое состояние выбранного участка, оценки этих факторов, создания механизмов разработки и реализации планов по ремонту и содержанию автомобильной дороги. Решение этих задач сталкивается с трудностями, предопределенными особенностью объекта управления. В работе [13] выделены 9 основных особенностей. Отметим первые 7 из них, важные для дальнейшего изложения:

1. Трудности описания процессов в строго формализованном виде.
2. Комплексность показателей, входящих в структуру объекта.
3. Иерархическая структура объектов.
4. Дефицит достоверной исходной информации.
5. Достаточность группировки результатов оценки по небольшому числу градаций.
6. Многовариантность управления.
7. Существование средств информационного воздействия.

Одной из основных задач при разработке перспективных планов по ремонту дороги является оценка потребительских свойств объекта, как существующего, так и желательного. Действительно, чтобы управлять, необходимо в первую очередь оценить, где мы находимся и куда мы хотим попасть. Оценить состояние объекта можно путем построения комплексной (интегральной или рейтинговой) оценки.

Существует несколько подходов в построении интегральной оценки. Самый простой – это найти алгебраическую сумму показателей с учетом их важности [16]. В этом случае интегральная оценка получается исходя из формулы:

$$z=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i x_i$$

где z - интегральная оценка; α_i - весовой коэффициент при i-ом показателе, определяемый, как правило, экспертным путем; x_i - значение i-го показателя; при этом в процессе моделирования используются нормированные значения показателей. Нормировка может быть произведена по разному, например используется величина определяющая степень влияния показателя на всю оценку, то есть величина вида

$$a_i=\frac{|x_i|}{\sum_{i=1}^{n}|x_i|};$$

В модели Альтмана, чем выше значение интегральной оценки, тем лучше потребительские свойства дороги.

Идея другого подхода заключается в определении расстояния данного объекта исследования до некоторого «идеального» значения [16]. Для этого случая интегральная оценка получается из соотношения вида

$$R=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i(1-a_i)^2};$$

при этом нормировка показателей осуществляется следующим образом:

$$a_i=\frac{x_i}{x_i^{max}},$$

где x_i^{max} - максимальное значение i-го показателя по отрасли или группе аналогичных предприятий.

В этой модели, чем меньше рейтинговая оценка, тем лучше свойства рассматриваемого объекта. Следовательно, комплексную оценку можно интерпретировать, как расстояние от точки с координатами $\{1,1, ...,1\}$, характеризующей идеальное состояние объекта с максимальными значениями показателей в фазовом n - мерном пространстве, размерность которого равна числу показателей, включенных в расчет. Положение этой идеальной точки тоже не бесспорно: зависит от группы объектов, включенных в модель. К тому же совершенно не доказанным является тот факт, что величина расстояния не изменится с увеличением размерности этого пространства, то есть участок сохранит свой рейтинг при увеличении числа показателей, включаемых в модель. Остается достаточно субъективным и выбор точки, характеризующей идеальное положение в пространстве рассматриваемых показателей, так как ориентация на максимальные значения показателей в группе однотипных объектов может характеризовать только эту замкнутую систему и положение каждого предприятия в этой системе. Это обстоятельство несколько затрудняет сравнение полученных результатов с данными выявленными на основе других моделей. К тому же, как видно из самой формулы, интегральная оценка будет находиться в пределах от 0 до 1, в связи с чем достаточно трудно установить границы допустимого изменения рейтинговой оценки. То есть, данная модель хорошо действует в случае сравнительного анализа деятельности нескольких объектов в этом случае чем ниже оценка, тем объект лучше, в рамках рассматриваемых показателей. То есть в данном случае идет речь об относительной оценке: можно определить какой из объектов в рассматриваемой группе является лучшим.

Когда же возникает необходимость оценить состояние одного, конкретного объекта, то такая задача связана с трудностями получения значений x_i^{max} и последующей интерпретацией полученного результата, то есть с определением значений рейтинговой оценки, характерной для кризисного и предкризисного состояния.

Данная модель может дать несколько одностороннюю завышенную оценку за счет значительного превышения значения одного из показателей над всеми остальными. Этот недостаток в какой-то степени призваны скомпенсировать весовые коэффициенты α_i, но их выбор, как правило, достаточно субъективен и отражает только мнение исследователя или группы экспертов по данному вопросу.

Одним из подходов является введение понятия «трудность» достижения цели. В этом случае [16] интегральная оценка d задается следующим соотношением:

$$d = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - d_i),$$

где $d_i = \frac{\varepsilon_i(1-a_i)}{a_i(1-\varepsilon_i)}$ - локальный показатель трудности достижения i-ой цели; $\varepsilon_i \le a_i$- пороговое значение i-го показателя; $a_i = \frac{x_i - x_i^{min}}{x_i^{max} - x_i^{min}}$ - нормировка i-го показателя; x_i^{max}, x_i^{min} - максимальное и минимальное значение i-го показателя в группе, анализируемых предприятий.

Все показатели нормированы к единице, то есть максимальное значение каждого показателя равно 1. В таком случае, данная модель допускает простейшую геометрическую интерпретацию: объем n-мерного единичного параллелепипеда, характеризующего идеальный объект с максимально возможными значениями рассматриваемых показателей, из которого вычтен объем параллелепипеда, характеризующего недостигнутые результаты. Таким образом, оставшийся объем n-мерной фигуры характеризует положение изучаемого объекта. Такой подход обеспечивает равномерное участие каждого показателя в формировании рейтинговой оценки и исключает неоправданное увеличение интегрального итога за счет одного, или очень небольшого количества показателей, принимающих большие значения по сравнению со всеми остальными оценками.

В целях сравнимости результатов полученных по различным моделям, как правило, модель трудности используют в логарифмическом масштабе. В этом случае интегральная оценка принимает вид

$$z_R = \ln\frac{1}{1-d_0} - \ln\frac{1}{1-d}$$

где d_0- фиксированное значение трудности, отвечающее полной непригодности объекта. Значение рейтинговой (интегральной) оценки в модели трудности чем больше, тем лучше, то есть тем выше потребительские свойства объекта.

В этой модели, также как и в предыдущих, затруднительно зафиксировать значение d_0, отвечающее полной непригодности объекта, отобрать значения

x_i^{max}, x_i^{min} и оценить степень близости данного объекта к предкризисному состоянию.

Оценить преимущества и недостатки каждой из представленных выше моделей, можно путем сравнительных расчетов по конкретному объекту за достаточно длительный период.

2.2. Модель построения комплексных оценок на основе матриц логической свертки

В последнее время большое распространение для построения обобщенных оценок объектов самого различного типа получил подход, основанный на использовании дерева целей. При этом, каждый элемент (вершина) дерева, включая итоговый, дезагрегируется ровно на два подэлемента, то есть используется так называемый метод дихотомии [25]. При этом агрегирование каждой пары элементов в элемент последующего (верхнего) уровня производится с помощью логических матриц свертки.

Решение задачи формирования планов ремонта дороги предполагает реализацию противоречивых целей в рамках существенных ресурсных ограничений. В этом случае для принятия решения необходимо использовать механизм оценки достижимости целей.

Будем рассматривать дорогу как сложную техническую систему, состояние которой можно оценить по ряду факторов или критериев. Пусть оцениваемая система описывается на основе заданного набора частных критериев вектором $K = (k_1, ..., k_i, ..., k_n)$, где k_i – значение i-го частного критерия. Задача заключается в построении комплексного критерия функционирования $f(K)$, наиболее адекватно отражающего степень достижения поставленных перед системой целей. Комплексным критерием в данном случае является уровень потребительски свойств дороги

К основным потребительским свойствам относятся обеспечение дорогой:

- скорость, непрерывность, безопасность и удобство движения;
- пропускная способность и уровень загрузки движением;

- способность пропускать автомобили и автопоезда с разрешенными для движения осевыми нагрузками и габаритами.

Для оценки влияния отдельных параметров и характеристик дороги на комплексный показатель определяют частные коэффициенты обеспеченности расчетной скорости на каждом характерном участке, которые учитывают: ширину оснований укрепленной поверхности и ширину габарита моста – K_{pc1}; ширину и состояние обочин - K_{pc2}; интенсивность т состав движения - K_{pc3}; продольные уклоны и видимость поверхности дороги - K_{pc4}; радиусы кривых в плане и уклон виража - K_{pc5}; продольную ровность покрытия - K_{pc6}; коэффициент сцепления колеса с покрытием - K_{pc7}; состояние и прочность дорожной одежды - K_{pc8} ;ровность в поперечном направлении (глубину колеи) - K_{pc9}; безопасность движения - K_{pc10}. Порядок и определения приведен в «Правилах диагностики».

Оценка достижимости целей в общем случае - сложная иерархическая процедура, включающая такие операции, как преобразование шкалы, нормирующее преобразование шкалы, агрегирование [108].

Рассмотрим варианты комплексных критериев функционирования системы, отражающих определенные качественные свойства целей, поставленных перед ней. Будем считать, что качественными целями системы является увеличение частных критериев (чем больше, тем лучше).

Если качественным свойством целей объекта является равномерное (в определенном соотношении) улучшение всех локальных показателей потребительских свойств, соответствующая комплексная оценка имеет вид

$$\mathbf{F}(\mathbf{K}) = \min_{\mathbf{i}} \left({}^{\mathbf{k_i}} \Big/ {}_{\alpha_\mathbf{i}} \right) \qquad (2.2.1)$$

где α_i – положительные параметры, отражающие информацию об относительной важности различных критериев. Луч αt ($t>0$) определяет траекторию предпочтительного (гармоничного) развития системы. Положительным свойством оценки (2.2.1) является простота выделения «узких мест», т. е. показателей, которые в данный момент являются «критическими» и на их улучшение следует обратить первоочередное внимание.

Оценка (2.2.1) имеет и другую важную интерпретацию. Если вектор $\bar{\alpha}$ принять за «точку идеала», т. е. точечную цель, к которой должна стремиться система, то (2.2.1) является гарантированной оценкой степени достижения этой цели (например, f(K)=0,6 означает, что близость к цели составляет не менее чем 60% по каждому локальному критерию).

Если качественным свойством целей является улучшение хотя бы одного локального критерия, то соответствующий комплексный критерий достижения целей принимает вид

$$F(K)=\max_{i}\left(k_i/\alpha_i\right) \qquad (2.2.2)$$

где α_i, как и в предыдущем случае, отражает важность частного критерия k_i.

Эта оценка ориентирует на концентрацию усилий в определенной области. Если цели носят смешанный характер (и улучшение всех показателей, и достижение высоких результатов в каком-либо направлении), то применяется средневзвешенная степенная оценка деятельности

$$f(K)=\left(\sum_{i=1}^{n}\left(k_i/\alpha_i\right)^s\right)^{1/s}, \quad s>0 \qquad (2.2.3)$$

При s = 1 получаем простейший вид оценки (линейная свертка)

$$f(K)=\sum_{i=1}^{n}\left(k_i/\alpha_i\right) \qquad (2.2.4)$$

Такая оценка отражает свойство взаимного замещения целей, т. е. недостатки в одной области можно компенсировать достижениями в любой другой. Применяя к описанным вариантам операции преобразования шкалы и агрегирования, можно получить достаточно богатый набор возможных процедур оценки деятельности.

Воспользуемся возможностью представления рассмотренных базовых оценок в дихотомическом виде. Для свертки (2.2.1) имеем:

$$\min k_i/\alpha_i=\min\left\{k_1/\alpha_1;\min\left[k_2/\alpha_2;\min\left\{k_3/\alpha_3;\ldots\min\left(k_{n-1}/\alpha_{n-1};k_n/\alpha_n\right)\right\}\right]\right\}$$

Для свертки (2.2.3) при n=3 имеем

$$f(\mathbf{K})=\left\{\left(\frac{k_1}{\alpha_1}\right)^s+\left(\left[\left(\frac{k_2}{\alpha_2}\right)^s+\left(\frac{k_3}{\alpha_3}\right)^s\right]^{1/s}\right)^s\right\}^{1/s}$$

В общем случае дихотомическое представление можно описать структурной схемой (см. рис. 2.2.1). Структурные схемы такого рода представляют собой прадерево с корневой вершиной, соответствующей комплексной оценке, и висячими вершинами, соответствующими локальным критериям. Каждой промежуточной вершине К соответствует агрегированная оценка q_k получаемая в результате свертки двух оценок соответствующих вершин нижнего уровня.

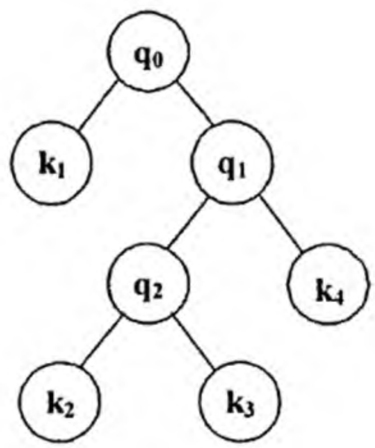

Рис. 2.2.1

Структурной схеме рис. 2.2.1 соответствует дихотомическое представление комплексной оценки

$$q_0 = f(K) = \varphi_1[k_1\ (\varphi_2\ (k_4,\ \varphi_3(k_2,\ k_3))]$$

Особенностью дихотомического представления является многошаговая процедура агрегирования, причем на каждом шаге производится агрегирование только двух оценок. Эта особенность дихотомического представления позволяет решать задачу комплексной оценки деятельности по n критериям путем последовательного решения ряда задач с двумя критериями. Дихотомическое представление допускает достаточно широкий класс комплексных критериев достижения целей [25].

Существует несколько подходов к решению задач многокритериальной оптимизации. Большинство из них так или иначе связаны с формированием комплексной оценки, которая в агрегированном виде отражает все цели программы. Пусть программа оценивается по m критериям. Обозначим x_j – значение j-го критерия. Наиболее простой формой представления комплексной оценки является линейная свертка

$$F = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j x_j ,$$

где λ_j – вес j-го критерия, определяемый, как правило, на основе экспертных заключений. Недостатком линейных сверток является опасность потери эффективных вариантов. Вариант называется эффективным (паретооптимальным) если не существует другого варианта, который не хуже данного по всем критериям (мы считаем, что любые два варианта программы отличаются хотя бы по одному критерию). Эту опасность иллюстрирует рис. 2.2.2.

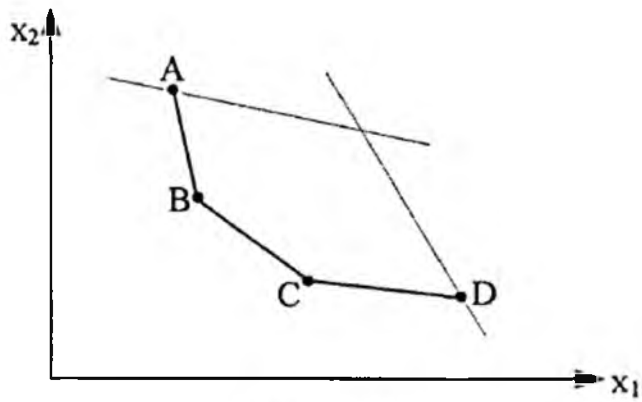

Рис. 2.2.2

Легко видеть, что какие бы веса λ_1, λ_2 мы ни взяли, будет выбран либо вариант A, либо вариант D, но никогда не будут выбраны варианты B и C. Для того, чтобы избежать этой опасности можно применить нелинейное преобразование шкал, таким образом, чтобы в новом пространстве варианты программы располагались так, как показано на рис. 2.2.3.

При таком расположении для любого варианта всегда существуют веса λ_1 и λ_2, при которых будет выбран именно этот вариант. Заметим, что нелинейное преобразование может быть выбрано различными способами, однако при этом затрудняется работа экспертов по определению весов в новом пространст-

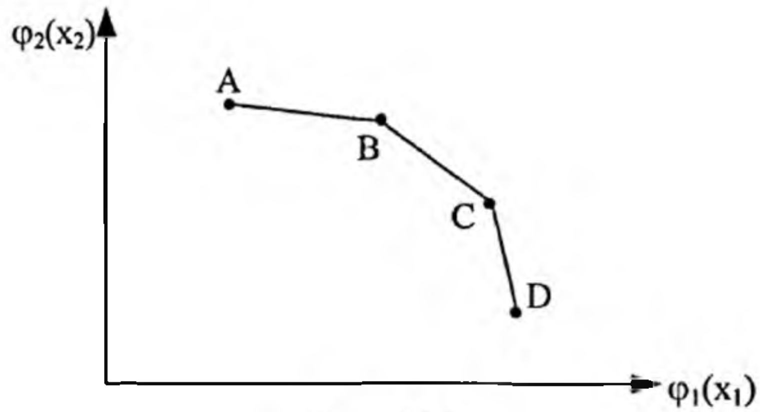

Рис. 2.2.3

ве, если оно не имеет достаточно хорошей содержательной интерпретации. В этом случае веса можно определять на основе экспертной информации о сравнительной эффективности выбранных базовых вариантов. Пусть например, выбраны четыре базовых варианта A, B, C, D (рис. 2.2.3) и эксперты установили следующие оценки сравнительной эффективности этих вариантов:

$$D > C > A > B.$$

Пусть варианты имеют следующие оценки по двум критериям в преобразованном пространстве (табл. 2.2.1):

Таблица 2.2.1

Вариант	A	B	C	D
Критерий 1	1	2	3	4
Критерий 2	7	6	4	1

Очевидно, что веса λ_1 и λ_2 должны быть такими, чтобы выполнялись неравенства

$$4\lambda_1 + \lambda_2 > 3\lambda_1 + 4\lambda_2 > \lambda_1 + 7\lambda_2 > 2\lambda_1 + 6\lambda_2.$$

Решим следующую задачу линейного программирования: определить λ_1, λ_2 и ε, такие что

$$\varepsilon \to \max,$$
$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1,$$
$$4\lambda_1 + \lambda_2 \geq 3\lambda_1 + 4\lambda_2 + \varepsilon,$$
$$3\lambda_1 + 4\lambda_2 \geq \lambda_1 + 7\lambda_2 + \varepsilon,$$
$$\lambda_1 + 7\lambda_2 \geq 2\lambda_1 + 6\lambda_2 + \varepsilon.$$

Подставляя $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$, преобразуем неравенства к виду:

$$\frac{1-\varepsilon}{2} \geq \lambda_1 \geq \frac{3+\varepsilon}{4}.$$

Из этого уравнения определяем $\varepsilon = -{}^1/_3$, $\lambda_1 = {}^2/_3$.

Отрицательная величина ε означает, что оценки экспертов противоречивы. Тем не менее, мы получили значения весов, при которых это противоречие свелось к минимуму. Другими словами система неравенств не имеет решения, но мы нашли решение с минимальной невязкой. При полученных значениях весов комплексные оценки вариантов будут следующими:

$$F_A = 3,\ F_B = 3{}^1/_3,\ F_C = 3{}^1/_3,\ F_D = 3.$$

Заметим, что такого противоречия не возникает, если эксперты просто назовут лучший вариант из предъявленных. Пусть это вариант B. Тогда получаем следующую задачу:

$$\varepsilon \to \max,$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1,$$

$$2\lambda_1 + 6\lambda_2 \geq \lambda_1 + 7\lambda_2 + \varepsilon,$$

$$2\lambda_1 + 6\lambda_2 \geq 4\lambda_1 + \lambda_2 + \varepsilon,$$

$$2\lambda_1 + 6\lambda_2 \geq 3\lambda_1 + 4\lambda_2 + \varepsilon.$$

Эта система неравенств сводится к следующей:

$$\frac{1+\varepsilon}{2} \leq \lambda_1 \leq \min\left(\frac{5-\varepsilon}{7}; \frac{2-\varepsilon}{3}\right).$$

Соответствующее решение с максимальной величиной ε имеет вид:

$$\varepsilon = {}^1/_5;\ \lambda_1 = {}^3/_5;\ \lambda_2 = {}^2/_5.$$

При этих значениях весов получаем следующие комплексные оценки вариантов:

$$F_A = 3,4;\ F_B = 3,6;\ F_C = 3,4;\ F_D = 2,8.$$

Недостатком описанного выше подхода является достаточно большая нагрузка на экспертов, вынужденных давать оценки весов всех критериев. В последнее время большую популярность получил метод формирования комплексной оценки на основе построения иерархической структуры (дерева) критериев. Идея в том, что все критерии организуются в определенную иерархическую структуру. На каждом уровне этой структуры происходит построение агрегированной оценки критериев предыдущего уровня.

На рис. 2.2.4 приводится иерархическая структура для трех критериев оценки состояния автомобильной дороги – комплексный показатель транспортно-эксплуатационного состояния дорог; показатель состояния инженерного оборудования и обустройства и показатель эксплуатационного содержания, обеспечивающий безопасность дорожного движения (обозначим их соответственно буквами Э, И и Б).

Представляется естественным сначала объединить критерий эксплуатационного содержания и показатель состояния инженерного оборудования и обустройства в один агрегированный критерий инженерного состояния объекта (С). Далее, объединяя критерий инженерного состояния объекта и показатель транспортно-эксплуатационного состояния дорог, получим комплексную оценку участка дороги, который обеспечивает анализируемый вариант производства работ. Особенностью иерархической структуры рис. 2.2.4 является агрегирование в каждом узле дерева только двух оценок. Это крайне привлекательная особенность. Дело в том, что комплексная оценка должна отражать приоритеты развития автодороги. Формирование этих приоритетов, а значит и формирование комплексной оценки должно проводиться первыми лицами (начальниками управлений, их заместителями), то есть лицами, принимающими решения. Здесь мы сталкиваемся с чисто психологической проблемой. Человек способен эффективно оценить (соразмерить) только ограниченное число целей и лучше

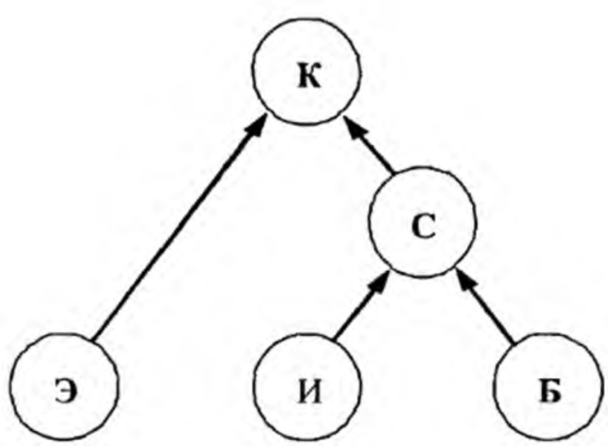

Рис. 2.2.4

всего, если на каждом шаге оценки приходится сравнивать не более двух критериев. Такое сравнение в случае двух критериев удобно проводить, представляя результаты в виде таблицы (матрицы). Предварительно перейдем к дискретной шкале оценок по каждому критерию, а именно, будем оценивать состояние дороги по каждому критерию по четырехбалльной шкале: плохо, удовлетворительно, хорошо, отлично, или в числовых оценках – один, два, три, четыре. В таких же шкалах будем оценивать агрегированную и комплексную оценки. На рис. 2.2.5 приведен пример свертки критерия «эксплуатационное содержание» с критерием «состояние инженерного оборудования и обустройства».

4	2	3	4	4
3	1	2	3	3
2	1	2	3	3
1	1	1	1	2
Б / И	**1**	**2**	**3**	**4**

Рис. 2.2.5

Как уже отмечалось, эта матрица отражает общественные приоритеты, так при критическом положении с эксплуатационным содержанием и состоянием инженерного оборудования и обустройства дороги, приоритет отдается обоим критериям. При удовлетворительном положении с эксплуатационным содержание дороги приоритет имеет показатель «состояние инженерного оборудования и обустройства», поскольку состояние с хорошей оценкой по критерию эксплуатационное содержание и удовлетворительной по состоянию инженерного оборудования и обустройства дороги оценивается как удовлетворительное, а обратная картина (оценка «хорошо» по эксплуатационному содержанию и «удовлетворительно» по состояния инженерного оборудования и обустройства дороги) оценивается как оценка «хорошо». С улучшением инженерного оборудования и обустройства дороги приоритет смещается в сторону показателя эксплуатационное содержание, поскольку состояние «отлично» возможно только при оценке «отлично» по показателю эксплуатационное содержание (при этом, возможна оценка «хорошо» по инженерному оборудованию и обустройству дороги). Имея оценку инженерного состояния, мы можем построить матрицу свертки для комплексной оценки состояния дороги. Пример такой оценки приведен на рис. 2.2.6.

4	2	3	4	4
3	2	2	3	3
2	1	2	3	3
1	1	1	2	2
С / Э	**1**	**2**	**3**	**4**

Рис. 2.2.6

Здесь также можно заметить изменение системы приоритетов. При кризисном положении с показателем инженерного состояния и показателем транспортно-эксплуатационное состояние дороги приоритет имеют оба показателя. При удорлетворительном или хорошем значении этих показателей приоритет смещается в сторону транспортно-эксплуатационного состояния дороги. Наконец, при высоких оценках (хорошо или отлично) приоритет снова имеет показатель инженерного состояния. Граничные состояния, отделяющие плохие состояния от удовлетворительных, удовлетворительные от хороших и хорошие от отличных, можно также определять по разному. Более того, эти границы могут и должны меняться со временем. Обе матрицы, объединенные в графическую схему формирования комплексной оценки социально-экономического уровня, приведены на рис. 2.2.7.

Имея дерево свертки критериев можно оценивать любой вариант производства работ и на основе этого выбирать оптимальный вариант. Рассмотрим задачу выбора варианта производства работ, обеспечивающей переход от состояния «плохо» к состоянию «удовлетворительно». Для этого определим понятия напряженных вариантов программы. Каждый вариант будем описывать вектором $x = \{x_И, x_Б, x_Э\}$, компоненты которого определяют оценки по соответствующим критериям.

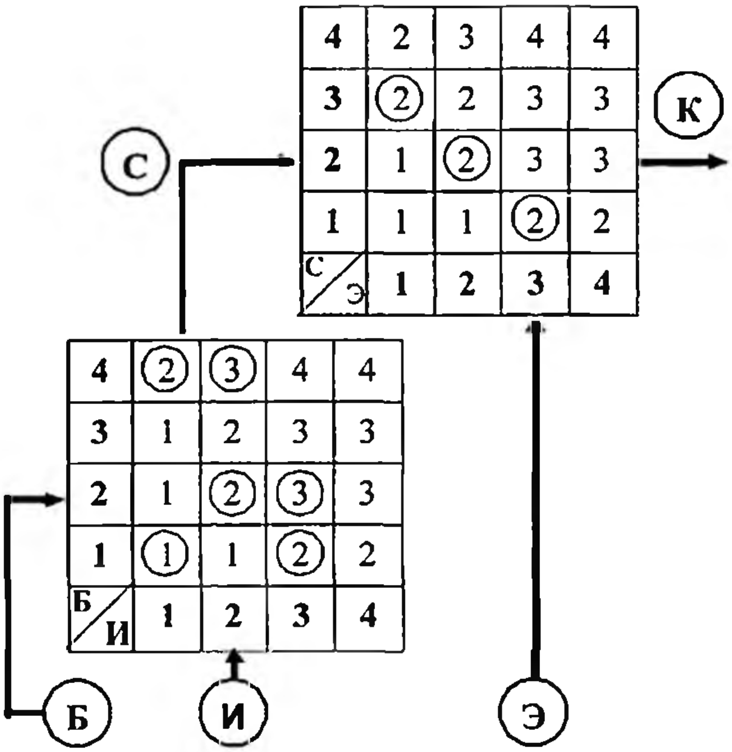

Рис. 2.2.7

Определение 1. Вариант x называется напряженным, если не существует другого варианта y, имеющего то же значение комплексной оценки, у которого оценки по всем критериям не выше, чем у варианта x.

Так, вариант x = (2, 2, 4), имеющий комплексную оценку К = 3, не является напряженным, так как имеется вариант y = (2, 2, 3), имеющий такое же значение комплексной оценки и в то же время его оценки по критериям не превышают оценок варианта x. Для варианта y = (2, 2, 3) таких вариантов не существует. Поэтому он является напряженным. Значение напряженных вариантов в том, что варианты программы развития, обеспечивающие получение требуемого значения комплексной оценки с минимальными затратами должны быть напряженными. Фактически напряженные варианты это Парето-оптимальные варианты в пространстве критериев. Таким образом, мы можем ограничиться рассмотрением только напряженных вариантов. Опишем алгоритм построения всех напряженных вариантов.

Пусть поставлена задача перехода из состояния x_0 = (1, 1, 1) с комплексной оценкой «плохо» в состояние с комплексной оценкой «удовлетворительно». Рассматриваем матрицу сверток показателей социального уровня и уровня экономической эффективности. Отмечаем все элементы матрицы, имеющие оценку 2 (удовлетворительно, рис. 2.2.8) и являющиеся напряженными. Это элементы, имеющие оценку 1 и слева и снизу от них. Имеем три таких элемента: (1; 3), (2; 2) и (3; 1). Для получения каждого из указанных состояний необходимо достичь соответствующих значений по показателям инженерного состояния (С) и транспортно-эксплуатационного состояния дороги (Э). Так состояние (1; 3) достигается при достижении оценки 1 по показателю «С» и оценки 3 по показателю «Э». На рис. 2.2.8 отмечены значения показателей «С» и «Э», которые должны быть достигнуты для получения каждого из трех указанных выше состояний.

Показатели транспортно-эксплуатационного состояния дороги являются исходными показателями. Показатель инженерного состояния является агрегированным показателем. Поэтому на основе матрицы свертки показателей «И» и «Б» необходимо указать все напряженные варианты, которые дают соответствующие оценки по показателю «С». Так, например, оценка «удовлетворительно» (2) по показателю «С» может быть получена тремя способами: (1; 4), (2; 2) и (3, 1), оценка 3 – двумя способами: (2; 4) и (3; 2), оценка 1 всего одним способом – (1; 1). Это соответствует сохранению существующего положения в области инженерного состояния и транспортно-эксплуатационного состояния дорог. Полученный граф называется сетью напряженных вариантов. Он приведен на рис. 2.2.8.

Как следует из алгоритма его построения, он содержит все напряженные варианты, имеющие комплексную оценку «удовлетворительно».

Для получения какого-либо напряженного варианта поступаем следующим образом. Рассматриваем начальную вершину (вход) сети. Из нее исходят три дуги. Берем любую из них, например, дугу, ведущую в вершину (2; 2). Из вершины (2; 2) исходят две дуги. Отмечаем обе эти дуги. Дуга, ведущая в вершину 2 по показателю «Э» указывает, что по этому показателю требуется достичь состояния «удовлетворительно». Дуга, ведущая в вершину 2 по показателю «С» указывает, что по этому показателю также требуется достичь состояния «удовлетворительно». Из трех вариантов достижения оценки 2 по показателю

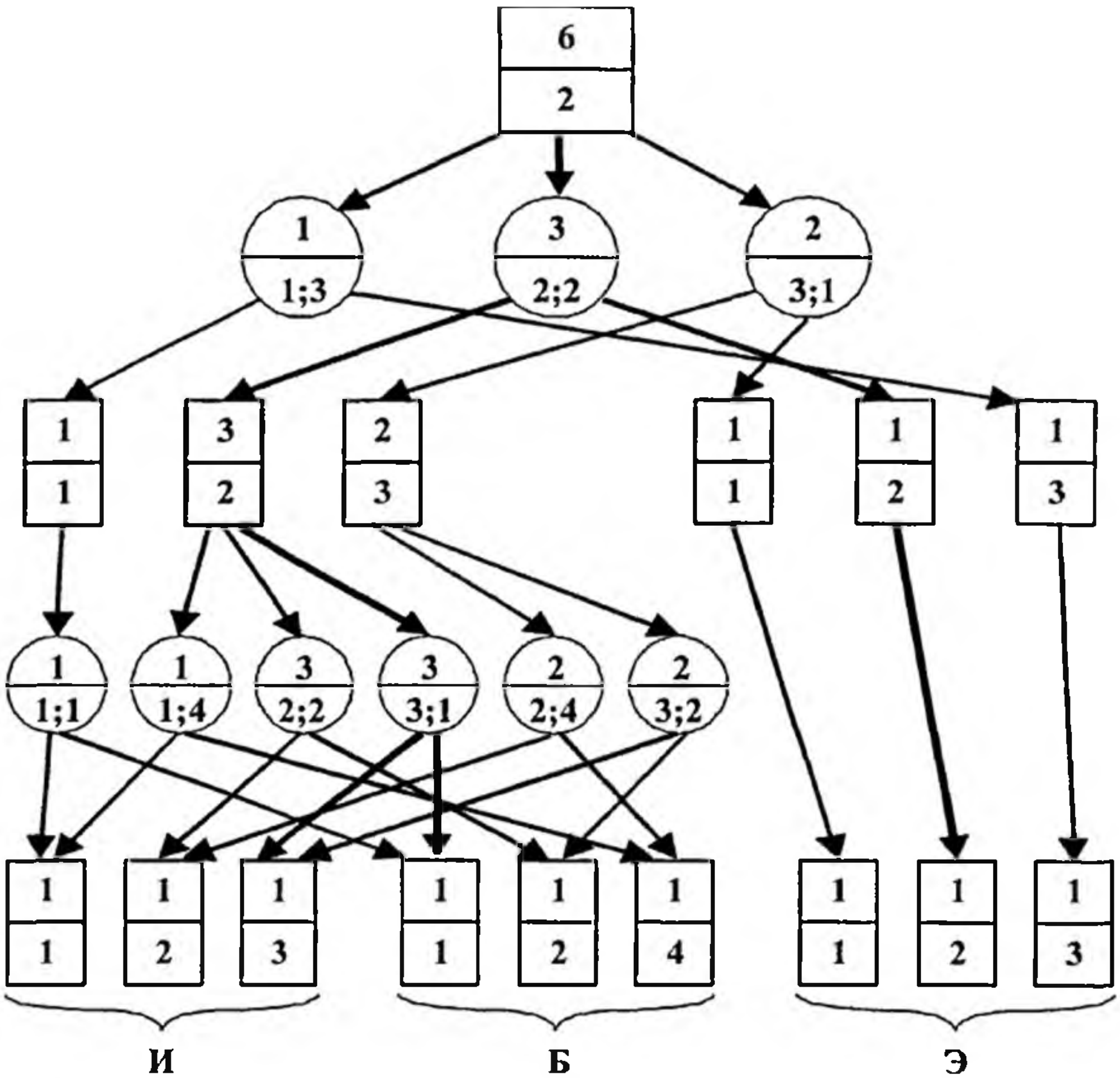

Рис. 2.2.8

«С» выбираем любой (например, вариант (3; 1), что соответствует оценке «хорошо» по показателю «И» и оценке «плохо» по показателю «Б». Полученному напряженному варианту соответствует подграф сети, выделенный на рис. 1.6 толстыми дугами. Он определяет напряженный вариант (3; 1; 2). Имея сеть напряженных вариантов нетрудно определить число напряженных вариантов, обеспечивающих получение требуемой оценки. Для этого применяем следующий алгоритм индексации (пометки) вершин сети:

1 шаг. Помечаем конечные вершины сети индексами 1 (индексы указаны в верхней половине вершины).

2 шаг. Двигаясь снизу вверх последовательно помечаем все вершины.

Индекс вершины-кружка на рис 2.2.8 равен произведению индексов смежных с ней двух вершин нижнего уровня. Индекс вершины-квадрата на рис 2.2.8 равен сумме индексов смежных с ней вершин нижнего уровня. Индекс начальной вершины-квадрата определяет число напряженных вариантов.

Обоснование алгоритма непосредственно следует из описанного способа определения индексов. Индексы вершин указаны на рис. 2.2.8 в верхней части вершин. Число напряженных вариантов равно 6.

Построив сеть напряженных вариантов можно решать различные задачи формирования программы развития с учетом факторов стоимости и риска.

Рассмотрим задачу выбора варианта, обеспечивающего достижение поставленной цели с минимальными затратами. Пусть для каждого критерия i определены затраты s_{ij}, необходимые для обеспечения уровня j, то есть разработана подпрограмма (система мероприятий), выполнение которой обеспечивает рост критерия до уровня j. Примем, что подпрограммы по различным критериям независимы, то есть мероприятия i-ой подпрограммы не влияют на другие направления (цели). В этом случае существует эффективный алгоритм определения программы минимальной стоимости. В его основе также лежит метод индексации вершин сети напряженных вариантов снизу вверх.

1 шаг. Помечаем нижние вершины сети индексами s_{ij}.

Общий шаг. Вершины следующего (более высокого) уровня сети напряженных вариантов помечаются только после того, как помечены все смежные вершины нижележащего уровня. При этом индекс вершины-квадрата (в таких вершинах записывается одно число – оценка соответствующего агрегированного критерия) равен минимальному из индексов смежных вершин-кружков нижележащего уровня, а индекс вершины-кружка (в кружке записаны два числа – это пара оценок критериев нижнего уровня, агрегирование которых дает соответствующую оценку критерия верхнего уровня) равен сумме индексов смежных вершин-квадратов нижележащего уровня.

При описанной процедуре индекс начальной вершины-квадрата равен минимальным затратам на реализацию соответствующей программы. Оптимальный вариант находится «обратным ходом» – сверху вниз. Сначала находим вершину-кружок, смежную с начальной вершиной сети и имеющую минимальный индекс среди всех вершин, смежных с начальной. Из этой вершины-кружка исходят две дуги к вершинам-квадратам нижележащего уровня. Для каждой вершины-квадрата находим вершину-кружок, имеющую минимальный индекс среди всех вершин, смежных с соответствующей вершиной-квадратом и т.д. В результате будет выделен подграф, определяющий оптимальный вариант программы.

Рассмотрим работу алгоритма на примере сети напряженных вариантов рис. 2.2.8.

Пример 2.2.1. Пусть матрица затрат (s_{ij}) имеет вид, представленный в табл. 2.2.2.

Таблица 2.2.2

i \ j	1	2	3	4
И	2	7	20	60
Б	3	10	35	50
Э	1	8	50	100

Индексы вершин сети, полученные на основе описанного алгоритма, указаны на рис. 2.2.8 в верхней половине соответствующих вершин. Оптимальный вариант выделен толстыми линиями. Это вариант (2; 2; 2) с затратами $s^0 = 25$, соответствующий сбалансированному развитию по всем направлениям.

К сожалению, в весьма редких случаях предположение о независимости отдельных подпрограмм по направлениям выполняется. Как правило, подпрограммы зависимы, т.е. выполнение мероприятий по одной подпрограмме влияет на критерии других подпрограмм. Особенно это касается подпрограммы повышения уровня транспортно-эксплуатационного состояния дорог, которая влияет и на состояние инженерного оборудования и обустройства и на показатель эксплуатационного содержания.

Пусть для каждой оценки уровня экономической эффективности заданы затраты ($s_{Иj}$) и ($s_{Бj}$), требуемые для достижения оценки j, соответственно по критериям Б и И. В этом случае, метод определения программы минимальной стоимости основан на переборе возможных оценок уровня экономической эффективности. При каждом значении уровня транспортно-эксплуатационного состояния дорог решается задача построения программы минимальной стоимости по остальным критериям. Из четырех вариантов, соответствующих четырем возможным значениям уровня транспортно-эксплуатационного состояния дорог, выбирается наилучший.

Рассмотрим затраты ($s_{\text{И}j}$) и ($s_{\text{б}j}$) для различных уровней экономической эффективности имеют значения, приведенные в табл. 2.2.3.

Таблица 2.2.3

Э	j / i	1	2	3	4
1	Ж	2	7	20	60
	Б	3	10	35	50
2	Ж	1	3	10	30
	Б	5	15	45	70
3	Ж	0	1	5	15
	Б	8	30	60	100
4	Ж	0	0	2	5
	Б	18	40	70	120

Для каждого уровня транспортно-эксплуатационного состояния дорог мы получаем некоторую сеть напряженных вариантов, которая является подграфом сети показанной на рис. 2.2.9. Заметим, однако, что эти подграфы пересекаются только в начальной вершине и некоторых конечных вершинах. Разделим конечные вершины, в которых пересекаются подграфы, на несколько вершин, так чтобы все подграфы имели только одну общую вершину, а именно начальную (рис. 2.2.11). Оптимальный вариант показан на рис. 2.2.11 толстыми линиями. Это вариант (2, 4, 3) с затратами s =23.

Таким образом, можно определять оптимальные варианты программы развития отрасли и для случая, когда одно из направлений влияет на другие.

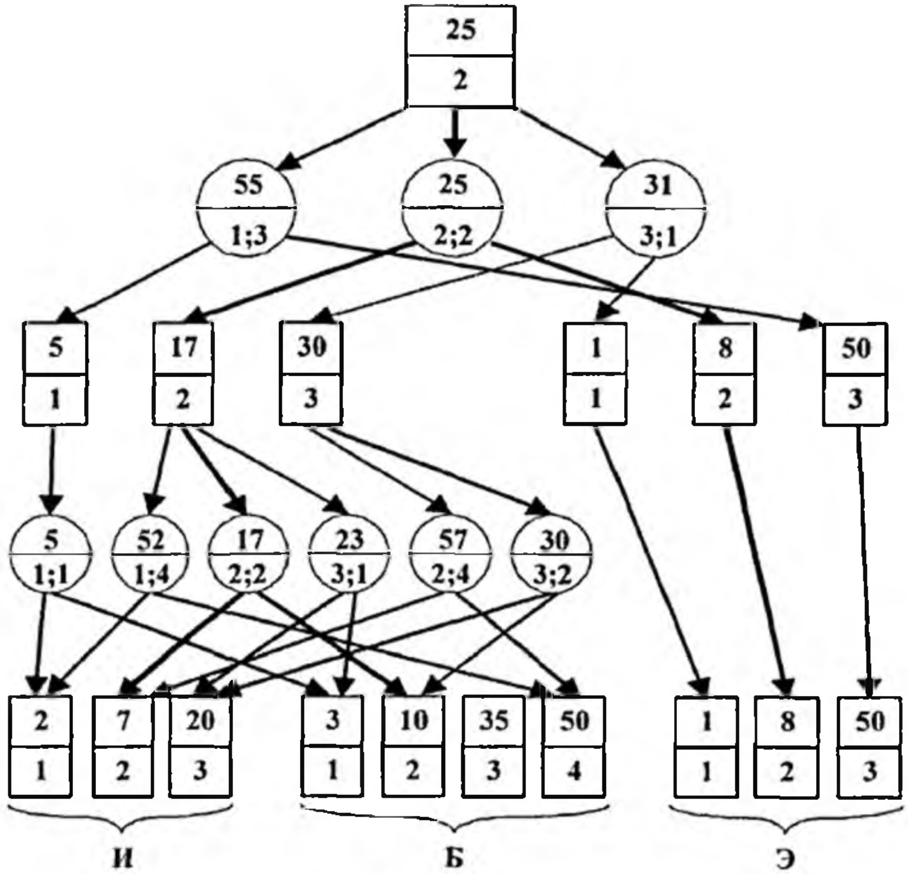

Рис.2.2.9.

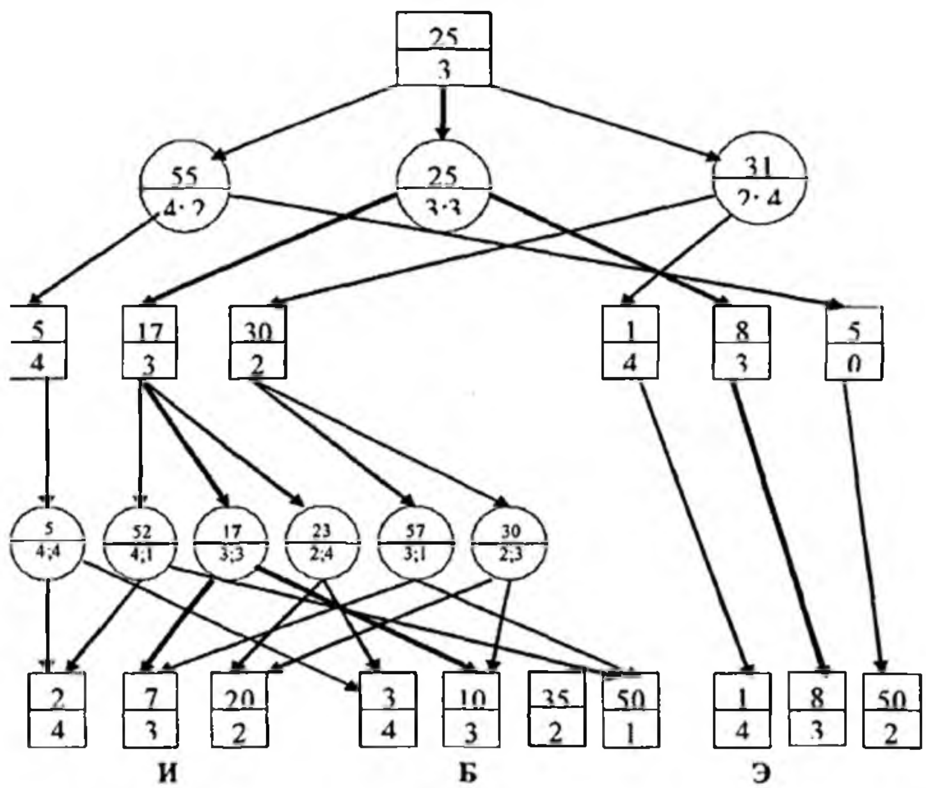

Рис. 2.2.10.

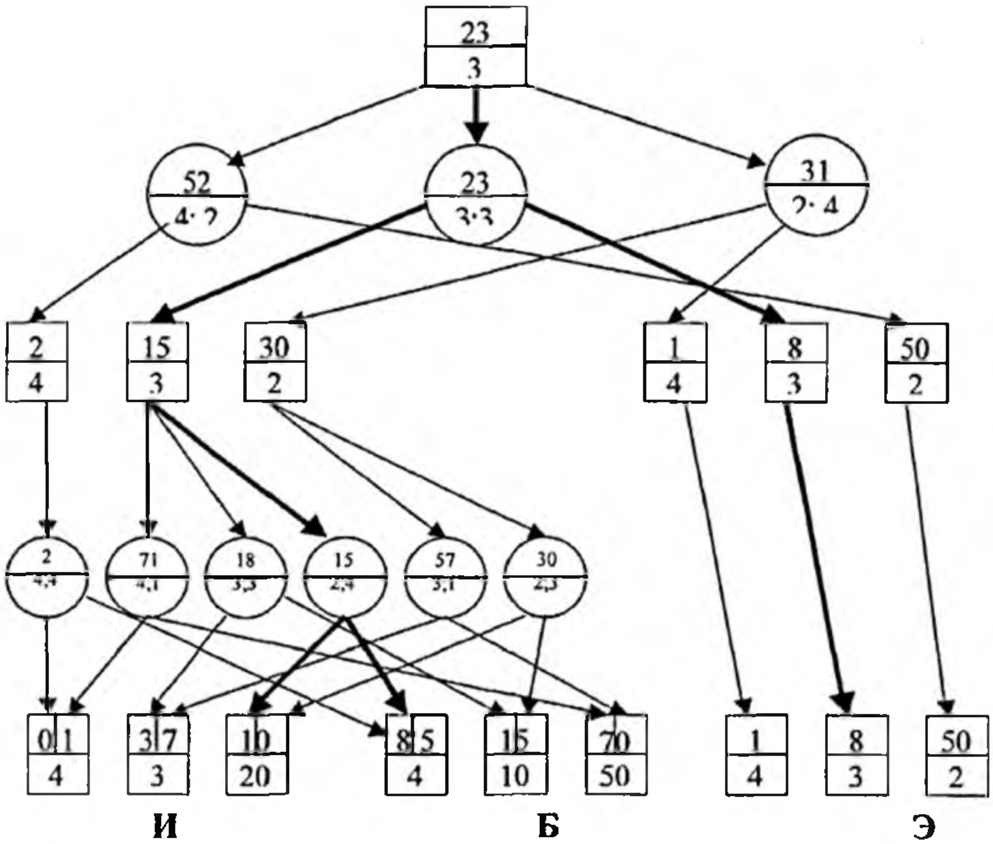

Рис. 2.2.11.

2.3. Методы построения гибких систем комплексного оценивания планов ремонтных работ

Описанный выше подход показывает перспективность использования смысловых (матричных) свёрток для оценки состояния дороги и разработке на этой основе планов ремонтных работ. Однако, дерево целей получается излишне громоздким. Как совместить требования согласованности системы оценивания и требования её достаточной простоты? Выход состоит в разработке гибкой системы оценивания. Суть в том, что в рассматриваемом периоде времени в системе оценивания учитываются только важнейшие (критические) показатели, требующие особого внимания и разработки неотложных программ улучшения состояния в соответствующей области. Остальные показатели, находящиеся в относительно удовлетворительных или хороших пределах, составляют определенный фон для всей системы оценивания. Разумеется, за этими показателями ведется контроль, разрабатываются меры по их дальнейшему росту (или снижению в зависимости от содержательного смысла), но это происходит в режиме обычной (нормальной) работы. Однако, как только тот или иной показатель приближается к критической границе, включается «сигнал тревоги», и этот показатель входит в состав показателей комплексной системы оценивания. Ниже рассматривается метод построения новой системы оценивания, включающей введенный показатель. В основе метода лежит идея максимального учета информации, содержащейся в старой системе. Описание метода дается на примере системы оценивания, структура которой приведена на рис. 2.3.1.

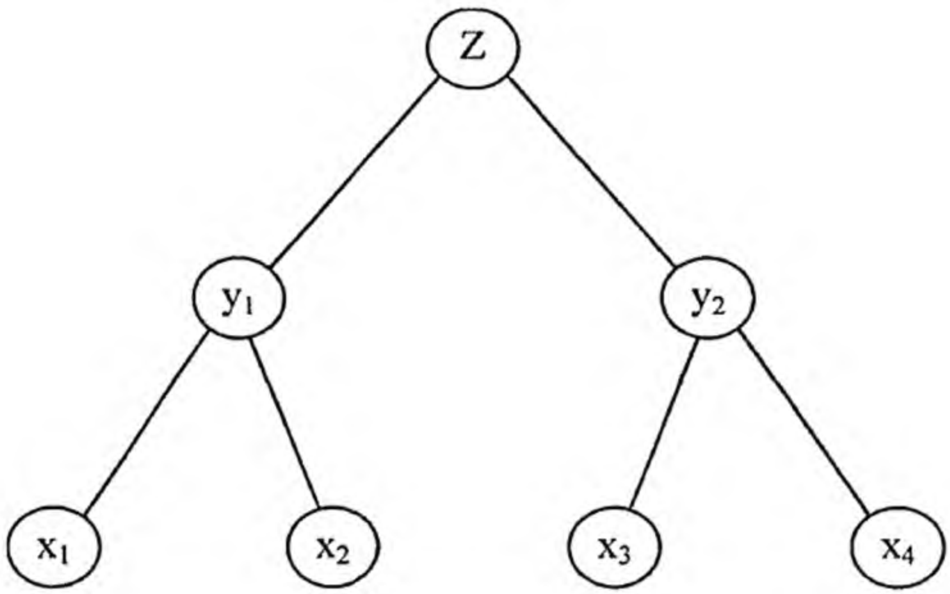

Рис. 2.3.1

Пусть разработана система оценивания, дерево целей которой представлено на рис. 2.3.1.

Висячим вершинам дерева целей (x_1, x_2, x_3, x_4) соответствуют существенные (критически важные) для рассматриваемого периода показатели состояния дороги, промежуточным вершинам y_1 и y_2 соответствуют обобщенные оценки работы руководителей, курирующих соответствующие участки автодороги, наконец, комплексная оценка Z отражает уровень состояния дороги.

Предположим, что в определенный момент времени один из «фоновых» показателей (то есть показателей, не входящих в комплексную систему оценивания), приблизился к критическому уровню. Согласно методологии гибких систем комплексного оценивания, этот показатель должен быть включен в систему. Примем, что этот показатель соответствует структурному подразделению, входящему в группу подразделений, непосредственно курируемых руководителем с оценкой y_2. Более того, содержательно этот показатель близок к показателю x_3 в том смысле, что существует некоторый обобщенный показатель y_3, который в содержательном смысле отражает эффективность работы обоих структурных подразделений x_3 и x_5 (либо показатель x_5 курирует то же подразделение, что и показатель x_3). Таким образом, новая структура дерева целей будет выглядеть следующим образом (рис. 2.3.2).

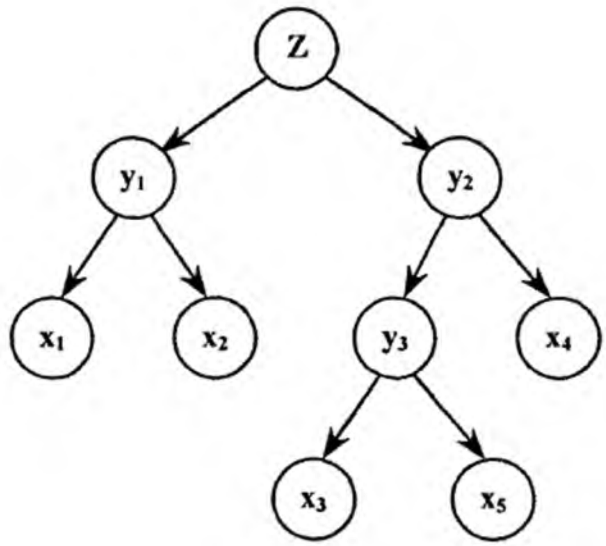

Рис. 2.3.2

Возникает проблема построения соответствующих матриц свертки (нужно построить 4 матрицы, поскольку показателей 5). Заметим, что построение (заполнение) логических матриц происходит с непременным участием соответствующих руководителей как экспертов. Это очень ответственная процедура, поскольку логические матрицы отражают политику (приоритеты) руководства и являются основой дальнейшей разработки программы развития. Как правило, эта процедура занимает много времени у руководителей. Поэтому, если эта работа уже проведена при настройке системы оценивания со структурой рис. 2.3.1, то желательно максимально использовать эту информацию для построения новой системы оценивания со структурой рис. 2.3.2. Для этого поступим следующим образом. Сначала рассмотрим промежуточную структуру, приведенную на рис. 2.3.3.

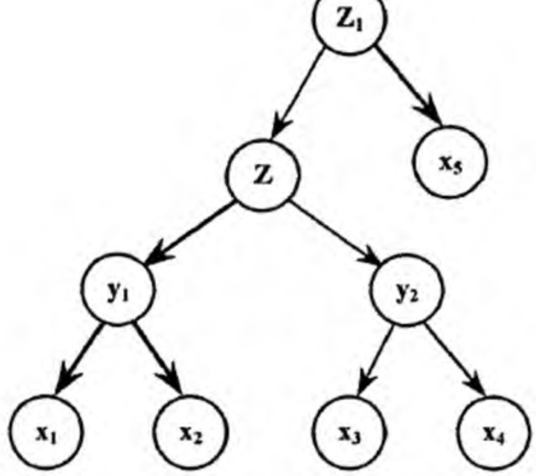

Рис. 2.3.3

Для построения системы оценивания со структурой рис. 2.3.3 достаточно заполнить одну матрицу свертки интегральной оценки Z и новой оценки x_5. Теперь можно перейти от системы оценивания со структурой рис. 2.3.3 к требуемой системе со структурой рис. 2.3.2, в которой показатели x_3 и x_5 агрегируются в обобщенную оценку y_2. Назовем ***расстоянием*** между показателями x_i и x_j число ребер цепи, соединяющей соответствующие висящие вершины дерева. Заметим, что расстояние между показателями, которые агрегируются друг с другом, равно 2. В структуре рис. 2.3.3 расстояние между показателями x_3 и x_5 равно 4. Для уменьшения расстояния между показателями x_3 и x_5 рассмотрим следующую операцию преобразования структуры. Выделим две ветви дерева рис. 2.3.3 (они показаны на рисунке жирными линиями) и поменяем их местами. Получим структуру, показанную на рис. 2.3.4, в которой расстояние между показателями x_3 и x_5 равно 3, то есть на единицу меньше.

Задача свелась к построению двух матриц $P(x_5, y_2)$ и $P(Z, y_1)$ таким образом, чтобы при любых возможных значениях оценок показателей x_5, y_2 и y_1 значения интегральной оценки системы оценивания со структурой рис. 2.3.4 совпадали со значением интегральной оценки системы оценивания со структурой. Пусть число градаций шкал всех показателей равно m. Определим матрицу

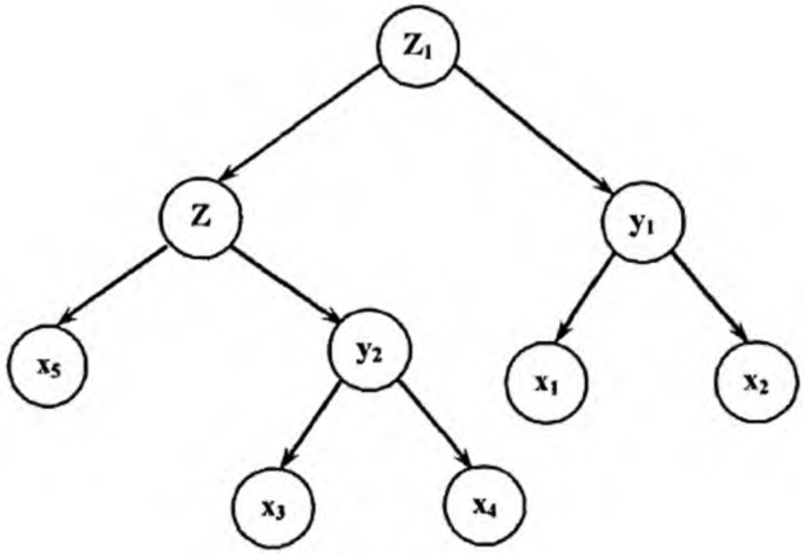

Рис. 2.3.4

Q с m строками и m столбцами. Строка (i, j) матрицы Q соответствует паре оценок (i, j) показателей x_5 и y_2, а столбец к – оценке к показателя y_1. Элемент матрицы Q на пересечении строки (i, j) и столбца к равен значению соответствующей интегральной оценки Z_1. Задача заключается в назначении весов (целых положительных чисел) столбцов матрицы Q, которые и определяют элементы матрицы $P(x_5, y_2)$, а следовательно, и матрицу $P(Z, y_1)$. При этом должно выполняться ***условие согласования шкал***: веса двух различающихся столбцов должны быть различными. Действительно, если два различных столбца имеют одинаковые веса, то мы не сможем однозначно определить элементы матрицы $P(Z, y_1)$. Отсюда следует, что минимальное число различных элементов матрицы $P(x_5, y_2)$ равно числу различных столбцов матрицы Q.

Пример. Пусть m=3 и матрицы $P(y_1, y_2)$ и $P(Z, x_5)$ имеют вид (рис. 2.3.5):

$$\begin{array}{cc|c|c|c|} & 3 & 2 & 3 & 3 \\ y_2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 & 2 & 2 \\ & & 1 & 2 & 3 \\ & & & y_1 & \end{array} \xrightarrow{z} \begin{array}{c|c|c|c|} 3 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ & 1 & 2 & 3 \\ & & x_5 & \end{array}$$

Рис. 2.3.5

Построим матрицу Q (табл. 2.3.1).

В последней строке указаны веса столбцов. Получилось шесть различных весов, поэтому матрица $P(Z, y_1)$ будет иметь размерность (6×3).

Окончательный вид системы оценивания со структурой рис. 2.3.4 приведен на рис. 2.3.6 (приведена только часть системы, полученная в результате преобразований).

Таблица 2.3.1

(x_5, y_2) / y_1	(i, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)
1	1	1	1	2	2	2	2	2	3
2	1	1	2	2	2	2	3	3	3
3	1	2	2	2	2	2	3	3	3
ω	1	2	3	4	4	4	5	5	6

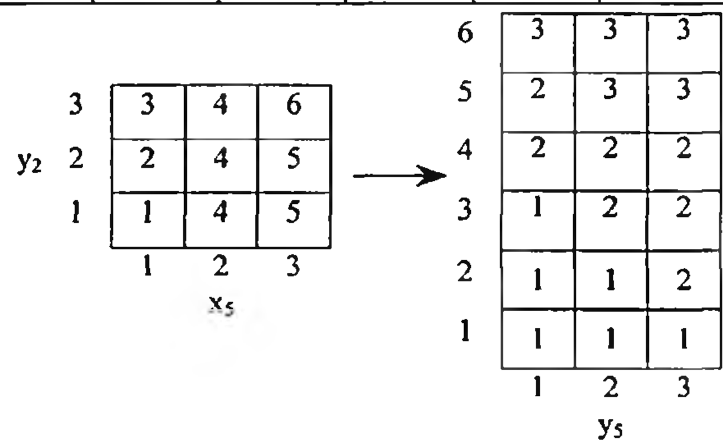

Рис. 2.3.6

Описанная процедура преобразования структуры обратима, то есть мы можем перейти от системы оценивания со структурой рис. 2.3.4 к системе со структурой рис. 2.3.3, применяя описанный выше алгоритм. При этом мы получим систему рис. 2.3.6 (естественно, при соответствующем назначении весов). Чтобы убедиться в этом достаточно построить матрицу Q (табл. 2.3.2), столбцы которой соответствуют парам оценок показателей y_1, y_2, а строки – показателю x_5.

Таблица 2.3.2

(y_1, y_2) / x_5	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)
1	1	1	1	1	1	2	1	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	2	2	3	3	3	3	3	3	3
ω	1	1	2	2	2	3	2	3	3

Теперь осталось из структуры рис. 2.3.3 получить структуру рис. 2.2.1. Для этого повторяем описанную выше процедуру для показателей x_3, x_4, x_5, а именно, меняем местами показатели x_4 и x_5. Пусть матрица $P(x_3, x_4)$ имеет вид (рис. 2.3.7):

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|l}
 & 3 & 2 & 3 & 3 & v_2 \\
x_2 & 2 & 1 & 2 & 3 & \longrightarrow \\
 & 1 & 1 & 2 & 2 & \\
 & & 1 & 2 & 3 & \\
 & & & x_3 & &
\end{array}
$$

Рис. 2.3.7

Строим матрицу Q, столбцы которой соответствуют парам оценок (x_3, x_5), а строки – оценке x_4 (табл. 2.3.3).

Таблица 2.3.3

(x_3, x_5) \ x_4	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)
1	1	4	5	2	4	5	2	4	5
2	1	4	5	2	4	5	3	4	6
3	2	4	5	3	4	6	3	4	6
ω	1	4	5	2	4	6	3	4	7

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|c|c|c|}
 & & & & \uparrow Z & & & \\
 & 3 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \\
y_1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\
 & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6
\end{array}
$$

$$\uparrow y_2$$

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|c|c|c|c|}
 & 3 & 2 & 3 & 3 & 4 & 5 & 5 & 6 \\
x_4 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 & 6 \\
 & 1 & 1 & 2 & 2 & 4 & 5 & 5 & 5 \\
 & & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7
\end{array}
$$

$$\uparrow y_3$$

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|}
 & 3 & 5 & 6 & 7 \\
x_5 & 2 & 4 & 4 & 4 \\
 & 1 & 1 & 2 & 3 \\
 & & 2 & 2 & 3 \\
 & & & x_3 &
\end{array}
$$

Рис. 2.3.8

Окончательный вид системы оценивания со структурой рис. 2.3.2 приведен на рис. 2.3.8 (матрица $P(x_1, x_2)$ исключена, поскольку она не менялась при всех преобразованиях, изменены также обозначения обобщенных оценок в соответствии со структурой рис. 2.3.2.

Таким образом, получена система оценивания в новой структуре, эквивалентная исходной системе со структурой рис. 2.3.3.

Таким образом, получена система оценивания в новой структуре, эквивалентная исходной системе со структурой рис. 2.3.4.

2.4. Оценка состояния автомобильной дороги

Автомобильная дорога, как сложный инженерный объект, характеризуется набором параметров, определяющих потребительские свойства дороги. В процессе формирования плана ремонтных работ возникает задача выбора участков дороги наиболее нуждающихся в ремонте, то есть необходимо определить те участки, потребительские свойства которых наиболее низки. Таким образом, приходим к задаче многокритериального выбора. Существует несколько подходов к их решению. Большинство из них, так или иначе, связаны с формированием комплексной оценки, которая в агрегированном виде отражает все потребительские свойства объекта.

В последнее время большую популярность получил метод формирования комплексной оценки на основе построения иерархической структуры (дерева) критериев. Идея в том, что все критерии организуются в определенную иерархическую структуру. На каждом уровне этой структуры происходит построение агрегированной оценки критериев предыдущего уровня.

Процесс построения комплексной оценки состояния автомобильной дороги может быть представлен как иерархический процесс. В табл. 2.4.1 приведены значения частных коэффициентов, характеризующих состояние объекта.

Таблица 2.4.1

Участок дороги / Показатели	1	2	3	4
Коэффициент безопасности движения K_{RC10}	1	0,425	0,5	0,7
Коэффициент продольной ровности покрытия K_{RC6}	0,43	0,57	0,63	0,37
Коэффициент ровности покрытия в поперечном направлении (глубину колеи) K_{RC9}	1	0,83	0,58	0,9
Коэффициент состояния и прочности дорожной одежды K_{RC8}	0,4	0,5	0,45	0,39
Коэффициент сцепления колеса с покрытием K_{RC7}	0,63	0,68	0,58	0,65

Древовоидная структура, соответствующая рассматриваемой модели, представленна на рис. 2.4.1. Здесь исходные первичные показатели оценки сворачиваются в промежуточные и, наконец, в комплексный показатель по схеме, представленной на рис. 2.4.1.

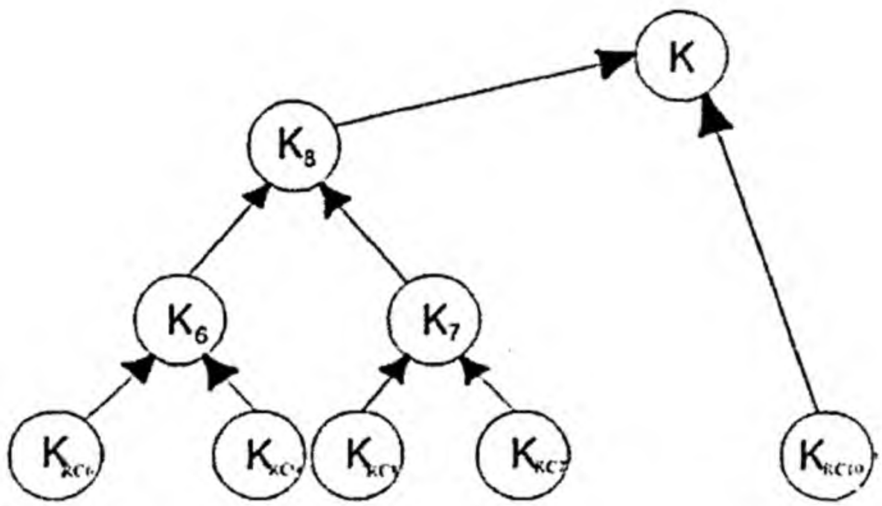

Рис. 2.4.1.

Построение комплексной оценки можно также осуществить с помощью матриц логической свертки.

Для этой цели будем оценивать каждый из параметров по четырехбалльной шкале: «отлично» - 4; «хорошо» - 3; «удовлетворительно – 2; и «плохо» - 1.

По результатам экспертного опроса связь между степенью принадлежности к множеству «отличное значение показателя» и балльной оценкой представлена в табл. 2.4.2.

Таблица 2.4.2

Участок дороги Показатели	1 плохо	2 Удовл.	3 хорошо	4 Отл.
Коэффициент безопасности движения K_{RC10}	≤0,6	>0,6	0,8	1
Коэффициент продольной ровности покрытия K_{RC6}	≤0,23	0,24	0,6	0,9
Коэффициент ровности покрытия в поперечном направлении (глубину колеи) K_{RC9}	≤0,6	0,7	0,9	1
Коэффициент состояния и прочности дорожной одежды K_{RC8}	≤0,54	0,55	0,65	0,85
Коэффициент сцепления колеса с покрытием K_{RC7}	≤0,59	0,6	0,7	1

Матрицы логической свертки, соответствующие каждому из этапов, представлены на рис. 2 – 5.

Осуществляя свертку показателей K_{RC6} и K_{RC9} по матрице, изображенной на рис. 2, получаем K_{61}=3; K_{62}=2; K_{63}=2; K_{64}=3.

Аналогично, получаем значения промежуточного показателя K_7 используя матрицу, изображенную на рис. 3. K_{71}=2; K_{72}=2; K_{73}=1; K_{74}=2.

4	3	3	3	4
3	2	2	3	4
2	1	2	3	3
1	1	2	2	2
K_{RC6} / K_{RC9}	1	2	3	4

→ K_6

Рис. 2.4.2. Матрица свертки показателей K_{RC6} и K_{RC9}

4	3	3	3	4
3	2	2	3	4
2	1	2	3	3
1	1	2	2	2
K_{RC8} / K_{RC7}	1	2	3	4

→ K_7

Рис. 2.4.3 Матрица свертки показателей K_{RC8} и K_{RC7}

4	3	3	3	4
3	2	2	3	4
2	1	2	3	3
1	1	2	2	2
K_6 / K_7	1	2	3	4

→ K_8

Рис. 2.4.4 Матрица свертки показателей K_6 и K_7

4	3	3	3	4
3	2	2	3	4
2	1	2	3	3
1	1	2	2	2
K_8 / K_{RC10}	1	2	3	4

→ K

Рис. 2.4.5 Матрица свертки показателей K_8 и K_{RC10}

Используя данные о величинах промежуточных показателей K_6 и K_7, по матрице, представленной на рис. 4, получим значения показателя K_8:

K_{81}=2; K_{82}=2; K_{83}=1; K_{84}=2.

Используя данные рис. 5 получаем значение комплексного показателя К

$K^1=3$; $K^2=1$; $K^3=1$; $K^4=2$.

Таким образом, в срочном ремонте нуждаются второй и третий участки, рассматриваемой дороги, четвертый требует определенного вложения средств, но в настоящий момент времени его состояние не является критическим и, наконец, первый участок автодороги находится в хорошем состоянии.

3. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНОВ РЕМОНТА УЧАСТКОВ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

3.1. Постановка задачи

В предыдущей главе была описана методика определения степени опасности участков дороги. Это комплексный показатель, характеризующий ожидаемый ущерб при эксплуатации участков в данном состоянии.

Когда степень опасности (ожидаемого ущерба) достигает определенной величины участок дороги подлежит ремонту.

Ремонт производится с целью снижения этого показателя до величины не менее некоторой нормативной, при которой возможна нормальная эксплуатация данного участка дороги. Если ремонт не производится в текущем плановом периоде, то либо ограничиваются возможности эксплуатации данного участка, либо он вообще закрывается для проезда (определяются объездные пути). Затратив дополнительные средства, можно обеспечить величину степени опасности меньше требуемого нормативного уровня, что приводит как к уменьшению степени опасности, так и к увеличению срока эксплуатации данного участка дороги. Примем, что определена зависимость $y_i = \varphi_i(x_i)$ степени опасности i-го участка дороги после ремонта от величины средств на ремонт. Рассмотрим два

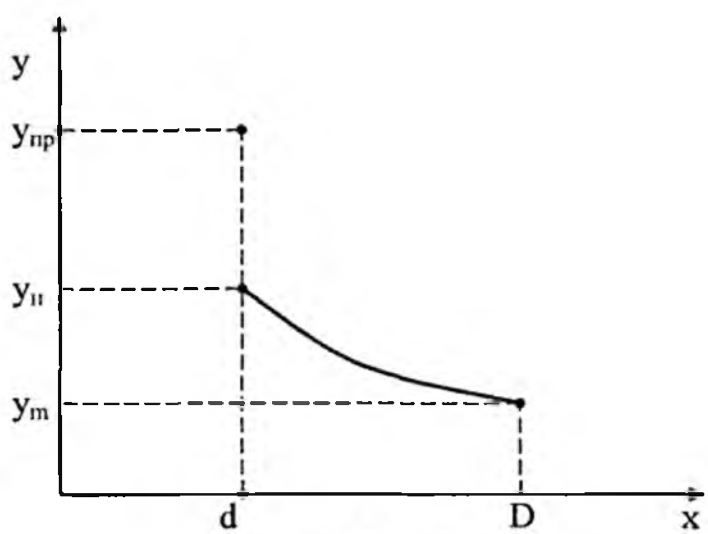

Рис. 3.1.1.

вида таких зависимостей непрерывные и дискретные. Типичный вид непрерываемой зависимости приведен на рис. 3.1.1., а дискретной на рис. 3.1.2.

На рис. 3.1.1. величина $y_{пр}$ определяет предельную оценку степени опасности, при достижении которой нормальная эксплуатация участка дороги не допускается. Величина $y_н$ определяет нормативный уровень степени опасности данного участка дороги, который должен быть обеспечен после ремонта. Величина y_m определяет минимальный уровень степени опасности, который можно обеспечить в результате ремонта за счет дополнительного финансирования.

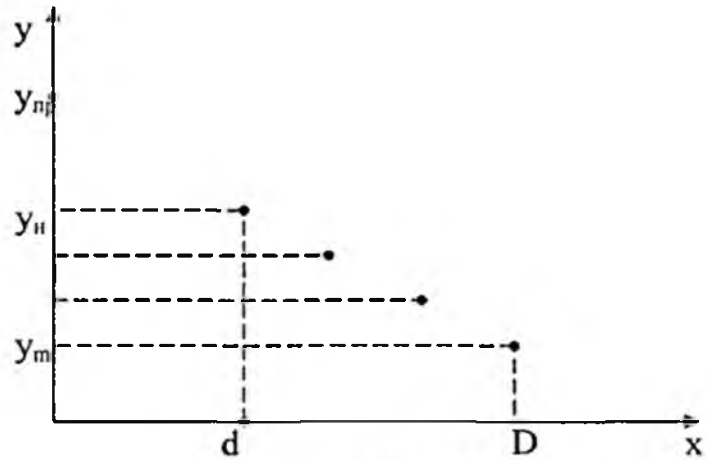

Рис. 3.1.2.

Пусть дана величина средств на ремонт на планируемый период (год). Задача заключается в распределении этих средств, то есть в определении множества участков, которые будут ремонтироваться и величины средств, выделенных на ремонт каждого из этих участков. Как правило, выделенных средств недостаточно для финансирования ремонта всех участков, требующих ремонта. Как уже отмечалось выше, если ремонт участка не производится в планируемом периоде, то ограничение либо запрещение эксплуатации данного участка приводит к потерям. Обозначим b_i потери (ущерб) в случае, если ремонт i-го участка не производится в планируемом периоде. Тогда суммарный ущерб можно записать в виде

$$B(Q) = \sum_{i \in Q} b_i \qquad (3.1.1)$$

где Q-множество ремонтируемых участков, а суммарная степень опасности участков дороги

$$\Phi(Q)=\sum_{i\in Q} y_i(x_i) \tag{3.1.2}$$

при ограничениях на величину выделенных средств

$$\sum_{i\in Q} x_i \le C \tag{3.1.3}$$

где C- величина средств на ремонт в планируемом периоде. Заметим, что степень опасности Ф является некоторой комплексной безразмерной оценкой, учитывающей целый ряд факторов. В то же время ущерб В, как правило, измеряется в денежном выражении. Для их приведения к единому виду введем множитель λ, размерность которого 1/руб. и представим степень опасности и ущерб в виде линейной свертки

$$F(Q)=\Phi(Q)+\lambda B(Q) \tag{3.1.4}$$

Рассмотрим ряд задач формирования плана ремонтных работ. Если величина ущерба от того, что ремонт участка не включен в план, существенно выше чем дополнительный выигрыш при уменьшении степени опасности ниже нормативного уровня, то основной задачей становится задача минимизации ущерба (3.1.1).

Задача 1. Определив множество Q ремонтируемых участков, так чтобы минимизировать (3.1.1) при ограничении (3.1.3).

Если, наоборот, дополнительный выигрыш от уменьшения степени опасности ниже нормативного уровня существенно выше, чем ущерб от того, что данный участок не вошел в планах ремонта, то основной задачей становится минимизация критерия (3.1.2).

Задача 2. Определить $\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$, минимизирующие (3.1.2) при ограничении (3.1.3). Заметим, что задача 2 может решаться после решения задачи 1, если в оптимальном решении Q_0 задачи 1

$$\sum_{i\in Q} d_i < C$$

то есть остается резерв средств на дополнительное снижение степени опасности участков. Если дополнительный выигрыш от снижения степени опасности ниже нормативного уровня и ущерб от того, что участок не включен в план ремонта являются сравнимыми величинами, то основной задачей является задача минимизации критерия (3.1.4).

Задача 3. Определить $\{x_i\}$, $i = \overline{1,n}$ минимизирующие (3.1.4) при ограничении (3.1.3). Задачу 3 можно рассматривать как параметрическую. Меняя величину λ мы получим различные вариант планов. Из этих вариантов лицо, принимающее решение (ЛПР), выбирает план ремонта, исходя из своих предпочтений.

Поставленные задачи являются, как правило, многоэкстремальными задачами для непрерывных зависимостей (рис. 3.1.1) или задачами дискретной оптимизации для дискретных зависимостей (рис. 3.1.2). Поэтому рассмотрим методы решения многоэкстремальных задач на примере задач дискретной оптимизации.

3.2. Методы решения задачи минимизации ущерба

Представим задачу 1 в виде задачи целочисленного линейного программирования в переменных {0,1}. Для этого примем $z_i = 1$, если участок i включен в план ремонта и $z_i = 0$, в противном случае. Тогда критерий (1) запишется в виде

$$B(x) = \sum_{i=1}^{n} b_i(1 - z_i) = \sum_{i=1}^{n} b_i - \sum_{i=1}^{n} b_i z_i \qquad (3.2.1)$$

Очевидно, что задача минимизации (3.2.1) эквивалентна задаче максимизации

$$K(z) = \sum_{i=1}^{n} b_i \qquad (3.2.2)$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{n} d_i z_i \le C \qquad (3.2.3)$$

Получили классическую задачу о ранце, методы решения которой хорошо разработаны. Так в работе [25] описан метод динамического программирования, а И.В. Бурковой и С.В. Крюковым предложен метод дихотомического программирования для решения задачи о ранце и показано, что объем вычислений в методе дихотомического программирования примерно в два раза меньше, чем в методе динамического программирования. Поэтому рассмотрим ситуацию, когда в оптимальном решении задачи ресурс используется не полностью, то есть

$$\Delta = C - \sum_{i \in Q} d_i > 0$$

где Q – множество участков, включенных в план ремонта.

Эти средства можно использовать для дополнительного уменьшения степени опасности на ряде участков, как было отмечено выше. Введем новую переменную $u_i = x_i - d_i$ равную величине дополнительных средств, выделенных для ремонта i-го участка. Функцию $\varphi_i(x_i) = \varphi_i(u_i + d_i)$ будем обозначать для простоты $\varphi_i(u_i)$.

Задача 4. Определить $\{u_i\}$, $i \in Q$, минимизирующие

$$\sum_{i \in Q} \varphi_i(u_i) \tag{3.2.4}$$

при ограничении

$$\sum_{i \in Q} u_i \le \Delta \tag{3.2.5}$$

Получим задачу нелинейного программирования. Ее решение рассмотрим для нескольких практически интересных случаев.

Замечание. Полученную задачу можно решать для любого множества участков, уже включенных в план ремонта с заданным финансированием.

Пусть $\varphi_i(u_i)$ - выпуклые функции. В этом случае получаем задачу выпуклого программирования, методы решения которой хорошо разработаны. С точки зрения практики можно всегда принять, что функция $\varphi_i(u_i)$ является кусочно-линейной с отрезками линейности единичной длины. В этом случае существует эффективный алгоритм решения задачи. Обозначим

$$r_{ik} = \varphi_i(k) - \varphi_i(k+1), \quad k = 1, \quad m_i - 1$$

где $m_i = D_i - d_i$.

Заметим, что

$$r_{i1} \geq r_{i1} \geq \ldots \geq r_{im_i}$$

в силу выпуклости функций $\varphi_i(u_i)$. Идея алгоритма состоит в том, что отбираются Δ наибольших величин r_{ik}. На основе отобранных величин определяются оптимальные значения u_i Обоснование алгоритма следует из общей теории выпуклого программирования. В силу простоты алгоритма не будем давать его подробного описания, а ограничимся иллюстрацией на примере.

Пример 3.2.1. В оптимальное решение вошли три участка с номерами 1, 2 и 3. Значения функции $\varphi_i(k)$ приведены в таблице

Таблица 3.2.1.

i \ k	1	2	3	4
$\varphi_1(k)$	11	6	3	2
$\varphi_2(k)$	8	5	3	2
$\varphi_3(k)$	6	4	2	1

На основе табл. 3.2.1 получаем табл. 3.2.2. значений r_{ik}.

Таблица 3.2.2

i \ k	1	2	3
r_{1k}	5	3	1
r_{2k}	3	2	1
r_{3k}	2	2	1

Пусть **Δ=4**. Следовательно, мы должны выбрать 4 самых больших числа. Эти числа 5,3,3,2. Существуют два варианта выбора:

1) r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22},

2) r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{31}

Соответственно, существуют два оптимальных решения:

1) $u_1 = 2$, $u_2 = 2$, $u_3 = 0$

2) $u_1 = 2$, $u_2 = 1$, $u_3 = 1$

с суммарной величиной степени опасности, равной 12.

Если $\varphi_i(u_i)$ являются вогнутыми функции, то задача становится многоэкстремальной и для ее решения следует применять комбинаторные методы, описанные в пп. 1.4 и 1.5.

Рассмотрим применение метода ветвей и границ для решения задач. Для этого, в первую очередь, необходимо иметь метод получения нижней оценки критерия (3.2.4). На рис. 3.2.1 приведен пример вогнутой функции.

Построим выпуклую функцию $\tilde{\varphi}(u)$ максимально близкую к функции $\varphi(u)$. Как легко видеть это линейная функция, показанная на рис. 3.2.1 пункти-

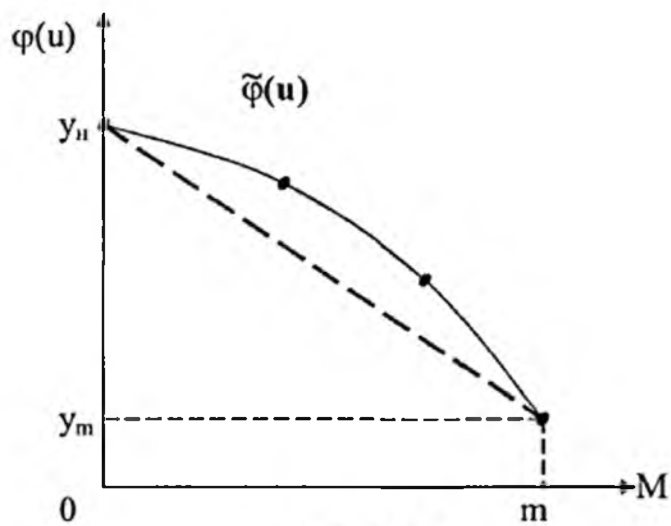

Рис. 3.2.1.

ром. Если теперь решить задачу минимизации

$$\tilde{\Phi}(u) = \sum_{i \in Q} \tilde{\varphi}_i(u_i) \tag{3.2.6}$$

при ограничении (3.2.5), то мы получим нижнюю оценку критерия (3.2.4) исходной задачи. Эту оценку можно взять для оценки подмножеств в методе ветвей и границ. Сформулируем ряд простых утверждений о свойствах оптимального решения оценочной задачи (3.2.5), (3.2.6).

Утверждение 3.2.1. Если в решении оценочной задачи для любого i имеет место $u_i=0$, либо $u_i=m_i$, то полученное решение является оптимальным для исходной задачи.

Доказательство непосредственно следует из того факта, что при выполнении условий утверждения величина (3.2.6) в решении оценочной задачи совпадает с величиной (3.2.6) И поэтому полученное решение является оптимальным для исходной задачи.

Утверждение 3.2.2. В решении оценочной задачи существует не более одного i, такого что

$$0 < u_i < m_i$$

Доказательство следует из алгоритма решения оценочной задачи. Действительно, согласно алгоритму все участники упорядочиваются по убыванию величин

$$\pi_i = \frac{y_{i i} - y_{m_i}}{m_i}$$

и ресурсы Δ распределяются в этой очередности. Примем, что участки пронумерованы по убыванию π_i, т.е.

$$\pi_1 \geq \pi_2 \geq \ldots \geq \pi_q$$

где q-число участков множества Q.

Определим номер к, такой что

$$\sum_{i=1}^{k} m_i < \Delta \leq \sum_{i=1}^{k+1} m_i . \tag{3.2.7}$$

Оптимальное решение оценочной задачи имеет вид

$$u_i^* = \begin{cases} m_i, i = \overline{1.k} \\ \Delta - \sum_{i=1}^{k} m_i, i = k+1 . \\ 0, i > k+1 \end{cases} \tag{3.2.8}$$

Из (3.2.8) следует, что существует не более одного номера, такого что

$$0 < u_i^* < m_i .$$

Из утверждения 3.2.2 следует естественный способ разбиения множества всех решений на подмножества. А именно, находим номер к, такой что

$$0 < u_i^* < m_k.$$

и делим множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $u_k \le u_k^*$, а во втором - $u_k \ge u_k^*$. Далее строим оценочные функции в каждой из отрезков $[0; u_k^*]$ и $[u_i^*, m_k]$ и решаем оценочные задачи. Согласно методу ветвей и границ из двух подмножеств выбираем подмножество с минимальной оценкой. Это подмножество, в свою очередь, разбивается на два, если в решении оценочной задачи найдется номер с промежуточным значением u, и т.д. пока не будет получено решение с величиной (3.2.6) меньше, чем оценки всех подмножеств.

Пример 3.3.2. Пусть число участков, вошедших в план ремонта равно 3, причем каждый участок имеет три варианта планов ремонта. Данные о величинах φ_i (k) приведены в табл. 3.2.3.

Таблица 3.2.3.

i \ k	1	2	3
1	10	9	5
2	11	9	4
3	15	12	6

Возьмем Δ= 3.

1 шаг. Определяем величины π_i:

$$\pi_1 = \frac{10-5}{2} = 2.5, \qquad \pi_2 = \frac{11-4}{2} = 3.5, \qquad \pi_3 = \frac{15-6}{2} = 4.5$$

и решаем оценочную задачу:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2$$

$$\tilde{\Phi}(u) = 10 + 7{,}5 + 6 = 23{,}5$$

при этом $\Phi(u) = 25$.

Так как $0<u_2<2$, то разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $u_2 \leq 1$, а во втором $u_2 = 2$.

Оценка первого подмножества. Имеем

$$\pi_1 = 2.5, \qquad \pi_2 = 2, \qquad \pi_3 = 4.5$$

Решение оценочной задачи

$$u_1 = 1, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 2$$

$$\tilde{\Phi}(u) = 7{,}5 + 11 + 6 = 24{,}5$$

При этом $\Phi(u) = 26$.

Оценки второго подмножества $(u_2 = 2)$

Имеем

$$\pi_1 = 2, \qquad \pi_3 = 3$$

Решение оценочной задачи

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 2, \quad u_3 = 1$$

$$\tilde{O}(u) = 26$$

При этом $\Phi(u) = 26$, так что полученное решение является допустимым.

2 шаг. Для дальнейшего разбиения берем первое подмножество. В первом подмножестве $0 < u_1 < 2$ поэтому разбиваем его на два подмножества. В первом $u_1 \leq 1$, а во втором - $u_1 = 2$.

Оценка первого подмножества $(u_1 \leq 1)$.

Имеем

$$\pi_1 = 1, \quad \pi_2 = 2, \pi_3 = 4.5$$

Решение оценочной задачи

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2$$

$$\tilde{\Phi}(u) = 10+9+6=25$$

При этом $\Phi(u) = 25$, то есть полученная оценка является достижимой.

Оценка второго подмножества $(u_1=2)$

Имеем

$$\pi_2 = 2, \quad \pi_3 = 4{,}5$$

Решение оценочной задачи

$$u_1 = 2, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 1$$

$$\tilde{\Phi}(u) = 26.5.$$

Выбираем первое подмножество.

Итак, получено оптимальное решение

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 1, \quad u_3 = 2$$

с минимальной оценкой степени опасности участков $\Phi(u) = 25$.

Рассмотрим частный случай задачи, когда отрезки $[d_i, D_i]$ имеют одинаковые длины $\delta_i = D_i - d_i = \delta, \; i = \overline{1, n}$.

Пусть

$$\Delta = p \cdot \delta + s, \quad \text{где} \quad 0 \le S < \delta$$

В этом случае для P участков в оптимальном решении $u_l = \delta$, что соответствует минимальной степени опасности, а для одного участка $u_l = S$ Пусть участки пронумерованы в очередности убывания π_i. Определим

$$\pi_i(S) = \frac{y_{\delta} - y_{s_i}}{S}, \quad i = \overline{1.n}$$

Обозначим через p номер участка с максимальной величиной $\pi_i(S)$. Рассмотрим два случая.

1 случай. Пусть s > p. В этом случае оптимальное решение имеет вид

$$u_i = \delta, i = \overline{1, p}, u_t = S$$

остальные $u_l = 0$. Доказательство достаточно очевидно следует из того факта, что мы берем p самых больших π_i и одну самую большую $\pi_i(S)$.

Второй случай является более сложным. Предварительно докажем следующее утверждение.

Утверждение 3.2.3. Пусть $\varphi_i(u_i)$ строго вогнутые функции. В оптимальном решении задачи 1 только не более чем для одного участка имеет место $0 < u_i < m_i$.

Доказательство.

Пусть имеется два участка i и j, такие что

$$0 < u_i < m_i$$

$$0 < u_j < m_j$$

На рис. 3.2.2 приведены графики соответствующих функций $\varphi_i(u_i)$ и $\varphi_j(u_j)$ в окрестности точек u_i и u_j.

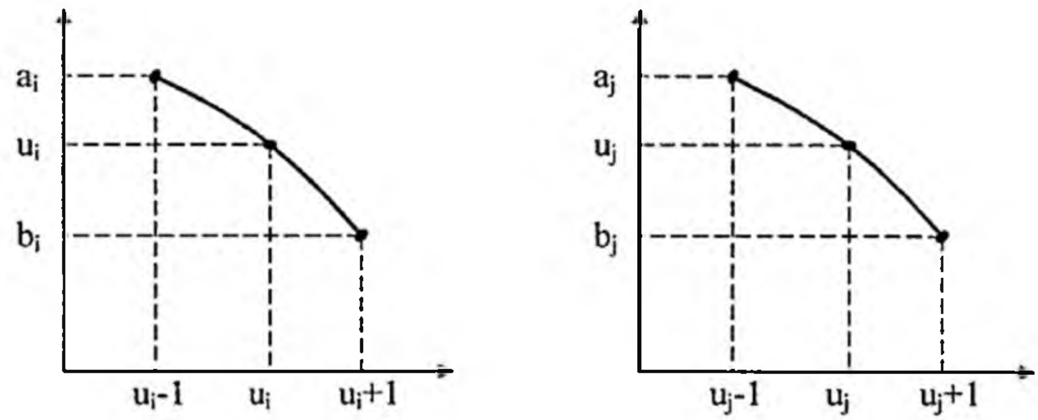

Рис. 3.2.2.

Рассмотрим два решения, получаемые из данного изменением u_i и u_j на единицу. Для первого решения (u_i+ 1; u_j- 1) имеем величину соответствующей составляющей целевой функции

$$\varphi_i(u_i) - b_i + \varphi_j(u_j) + a_j$$

а для второго решения (u_i - 1; u_j + 1) имеем эту величину составляющей

$$\varphi_i(u_i) - a_i + \varphi_j(u_j) + b_j$$

Покажем, что одно из этих решений всегда лучше исходного.

Заметим, что в силу вогнутости функций имеет место

$$a_i < b_i, \quad a_j < b_j$$

Пусть $\alpha_i < b_j$. В этом случае $\alpha_i < b_j < 0$ и решение(u_i-1; u_j+ 1) имеет меньшую величину степени опасности.

Пусть $\alpha_i \geq b_j$. В этом случае

$$b_i > \alpha_i \geq b_j > \alpha_j$$

Следовательно $\alpha_j - b_i < 0$ и решение (u_i+- 1; u_j- 1) имеет меньшую величину степени опасности.

Процесс уменьшения степени опасности продолжается до тех пор пока останется не более одного участника, такого что

$$0 < u_i < m_i.$$

Утверждение доказано.

Рассмотрим теперь второй случай, когда $t \leq P$. У нас в силу утверждения 3.2.3. имеются два варианта.

1 вариант. Определяем участок r с максимальной величиной $\pi_i(S)$ среди всех участков с номерами $i > p + 1$. Берем решение

$$u_i = \delta, i = \overline{1, p}, \quad u_* = S$$

остальные u_i=0.

2 вариант. Рассматриваем (p+1) участков и определяем участок с минимальной величиной

$$\pi_i \cdot \delta - \pi_i(s) \cdot S, i = \overline{1, p+1} \tag{3.2.9}$$

Пусть это участок с номером к. Берем решение

$$u_i = \delta, i = 1, \quad k-1, \quad k+1, p+1$$

$$u_k = S$$

остальные u_i=0.

Сравнивая два эти решения, берем лучшее.

Обоснование алгоритма следует из того, что единственный участок с u_i =S может быть либо среди участков с номерами большими чем (p+1), либо среди участков с номерами не больше (p+1). В первом случае это, очевидно, участок с максимальной величиной $\pi_i(S)$, то есть участок с номером r.

Во втором варианте, величина (3.2.9) определяет увеличение целевой функции, если для участка i взять u_i = S вместо $u_i = \delta$. Очевидно, следует выбрать участок, для которого это увеличение минимально. Применим описанный алгоритм к решению примера 3.2.2, поскольку в этом примере $\delta_i = 2$ для всех i. Поскольку $\Delta = 3 = \delta + 1$, то P = 1, S= 1. Определим $\pi_i(1)$. Имеем

$$\pi_1(1) = 1, \ \pi_2(1) = 2, \ \pi_3(1) = 3$$

$$\pi_1 = 2.5, \ \pi_2 = 3.5, \ \pi_3 = 4.5$$

Заметим, что участку 3 соответствует и максимальная величина π_3 и максимальная величина $\pi_3(1)$. Это второй случай. Поэтому рассматриваем два варианта.

1 вариант. Берем решение

$$u_1 = 1,\ u_2 = 0,\ u_3 = 2,\ \hat{O}(u) = 26$$

2 вариант. Определяем для второго и третьего участков

$$\pi_2 \cdot \delta - \pi_2(1) \cdot 1 = 7 - 2 = 5$$

$$\pi_3 \cdot \delta - \pi_3(1) \cdot 1 = 9 - 3 = 6$$

Минимальной из этих величин соответствует решение

$$u_1 = 0,\ u_2 = 1,\ u_3 = 2,\ \hat{O}(u) = 25$$

Сравнивая, получаем оптимальное решение

$$u_1 = 0,\ u_2 = 1,\ u_3 = 2$$

которое было получено ранее методом ветвей и границ.

3.3. Метод решения задачи минимизации суммарной степени опасности участков дороги

Методы решения задачи 2 во многом аналогичны методам решения задачи 1 и 4. Фактически задача 2 объединяет в себе задачи 1 и 4. Поэтому рассмотрим два практически важных случая – линейный и дискретный.

Линейный случай

В линейном случае функции $\varphi_i\ (x_i)$ являются линейными на отрезках $[d_i, D_i]$ (рис. 3.3.1).

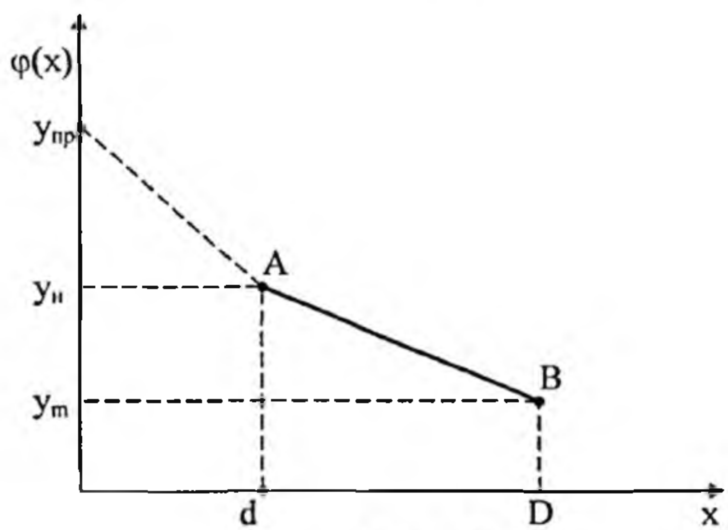

Рис. 3.3.1.

Как правило, на практике выполняется следующее условие

$$\pi = \frac{y_{10} - y_i}{d} > \frac{y_i - y_m}{D - d} = \sigma \qquad (3.3.1)$$

Смысл этого условия в том, что мероприятия по ремонту, связанные с уменьшением степени опасности до нормативного уровня, являются более эффективными чем мероприятия по дальнейшему уменьшению степени опасности. В этом случае кусочно-линейные функция, представленная графиком ($y_{пр}$. A,B) является выпуклой функцией. Также как и для задачи 1 в данном случае естественно применить метод ветвей и границ, используя полученную кусочно-линейную функцию в качестве нижней оценки степени опасности участков. Заметим, что утверждения 3.2.1 и 3.2.2 остаются справедливыми для оценочной задачи. То есть, если в решении оценочной задачи для всех i будут выполняться условия: либо $x_i = 0$, либо $d_i \le x_i \le D_i$, то полученное решение будет оптимальным для исходной задачи. Далее, в решении оценочной задачи имеется не более одного участка, такого что

$$0 < x_i < d_i$$

Естественно, что разбиение на подмножества следует проводить по переменной, соответствующей этому участку.

Описание алгоритма

1. Строим оценочные функции для всех $i = \overline{1, n}$.
2. Решаем задачу выпуклого программирования по аналогии с алгоритмом, описанным в п. 3.2.1
3. Определяем номер i, такой что $0 < x_i < d_i$ (если таких нет, то полученное решение оптимально в своем подмножестве).
4. Разбиваем множество всех решений на два подмножества. В первом подмножестве $x_i = 0$, а во втором $d_i \le x_i \le D_i$.
5. Решаем оценочные задачи для каждого подмножества.
6. Из всех полученных подмножеств для дальнейшего разбиения выбираем подмножество с минимальной величиной целевой функции оценочной задачи. Далее шаги 1-6 повторяются до тех пор, пока не будет

получено решение исходной задачи со значением целевой функции меньшим или равным значений целевых функций оценочных задач всех остальных подмножеств.

3.4. Метод решения задачи минимизации линейной свертки степени опасности и ущерба

Решение задачи 3 при фиксированной величине λ сводится к решению задачи 2. Если задачу 3 рассматривать как параметрическую, то есть решать ее при различных значениях параметра λ, то алгоритм становится достаточно трудоемким. Поэтому рассмотрим простой эвристический алгоритм решения задачи 3 при каждом значении λ, основанный на методе «затраты-эффект» [36, 38]. Ограничимся описанием алгоритма для дискретного случая задачи, причем примем, что для каждого участка возможны два варианта:

1. **вариант.** Участок не включен в план ремонта.
2. **вариант.** Участок включен в план ремонта с доведением степени опасности до нормативного уровня. Обозначим x_i= 1, если участок i включен в план ремонта, и x_i = 0 в противном случае. Тогда целевую функцию (1.4) можно записать в виде

$$\mathbf{F(x)=\sum_i x_i y_{iн} + \sum_i (1-x_i) y_{iпр} + \lambda \sum_i (1-x_i) b_i =}$$

$$\mathbf{= \sum_i y_{iпр} + \lambda \sum_i b_i - \left[\sum_i x_i (y_{iпр} - y_{iн}) + \lambda \sum_i x_i b_i\right]}$$

Задача минимизации F(x) эквивалентна задаче максимизации выражения в квадратных скобках

$$\mathbf{\widetilde{F}(x) = \sum_i x_i (c_i + \lambda b_i)} \qquad (3.4.1)$$

где $c_i = y_{iпр} - y_{iн}$, при ограничении

$$\mathbf{\sum_i d_i x_i \le C} \qquad (3.4.2)$$

Идея метода «затраты-эффект» состоит в том, что все участки упорядочиваются по убыванию показателя эффективности

$$q_i(\lambda) = \frac{c_i + \lambda b_i}{d_i} = \alpha_i + \lambda \beta_i$$

где $\alpha_i = \frac{c_i}{d_i}$, $\beta_i = \frac{b_i}{d_i}$. Участки включаются в план ремонта в этой очередности, пока хватает средств.

В дальнейшем примем, что участки пронумерованы в очередности убывания эффективностей. Имеют место два простых утверждения.

Утверждение 3.4.1. Если в плане ремонта, полученном в результате применения метода «затраты-эффект», задействованы все выделенные финансы, то этот план оптимален.

Утверждение 3.4.2. Пусть в полученном плане ремонта осталось неиспользованными Δ средств и в план включены первые к участков. Погрешность полученного решения, то есть разность целевой функции в полученном решении и в оптимальном решении не превышает величины

$$\Delta\, q_{k+1} \tag{3.4.3}$$

Замечание. Если в план имеется возможность включить участки с номерами, большими чем (k+1), то величина (3.4.3) уменьшается на сумму величин $q_i\Delta$ включенных участков.

Поскольку нас интересует не значение критерия (3.4.1) при различных λ (эта величина трудна для содержательной интерпретации в силу разнородности финансовых показателей и показателей степени опасности участков), а значения величин

$$C(x) = \sum_i c_i x_i$$

и

$$\beta(x) = \sum b_i x_i$$

то рассмотрим алгоритм получения этих величин при различных λ.

Описание алгоритма

1 шаг. Строим линейные зависимости $\alpha_i + \lambda\beta_i$, как показано на рис. 3.4.1.

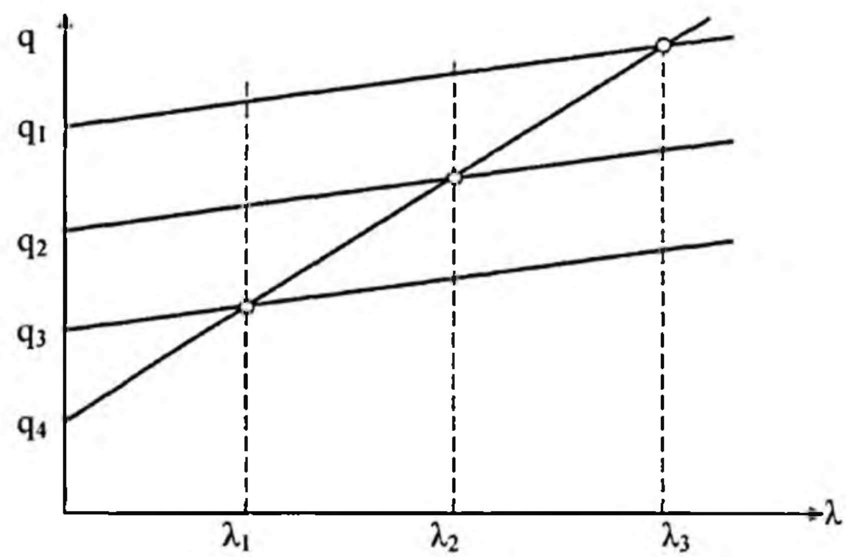

Рис. 3.4.1.

2 шаг. Определяем точки $\lambda_к$ пересечения прямых. Заметим, что в каждом отрезке между двумя соседними точками $[\lambda_{к,}\ \lambda_{к+1}]$ приоритетность участков по показателю эффективности не меняется. Поэтому каждому отрезку можно поставить в соответствие оптимальное решение задачи (3.4.1.), (3.4.2) и соответствующие значения C(x) и . B(x).

3 шаг. Решаем задачи (3.4.1), (3.4.2) для каждого отрезка, применяя эвристический алгоритм. При этом, если изменение приоритетности участков не касается участков, вошедших в план ремонта, полученного при рассмотрении предыдущего отрезка, то очевидно, план остается прежним.

Определяем величины $C_к = C(x)$ и . . $B_к = B(x)$ для каждого отрезка к.

4 шаг. Строим точки $(C_к, B_к)$ на плоскости. Соответствующие варианты планов предъявляются лицу, принимающему решение для окончательного выбора плана ремонта.

Пример 6.1. Число участков равно 4. Значения величины c_i, b_i, d_i приведены в табл. 3.4.1.

Таблица 3.4.1

i	1	2	3	4
c_i	20	18	6	7
b_i	5	9	9	14
d_i	5	6	3	7

Замечания α_i и β_i приведены в табл. 3.4.2.

Таблица 3.4.2

i	1	2	3	4
α_i	4	3	2	1
β_i	1	1,5	3	2

1 шаг. Строим линейные зависимости $\alpha_i + \lambda\beta_i$ (рис. 3.4.2).

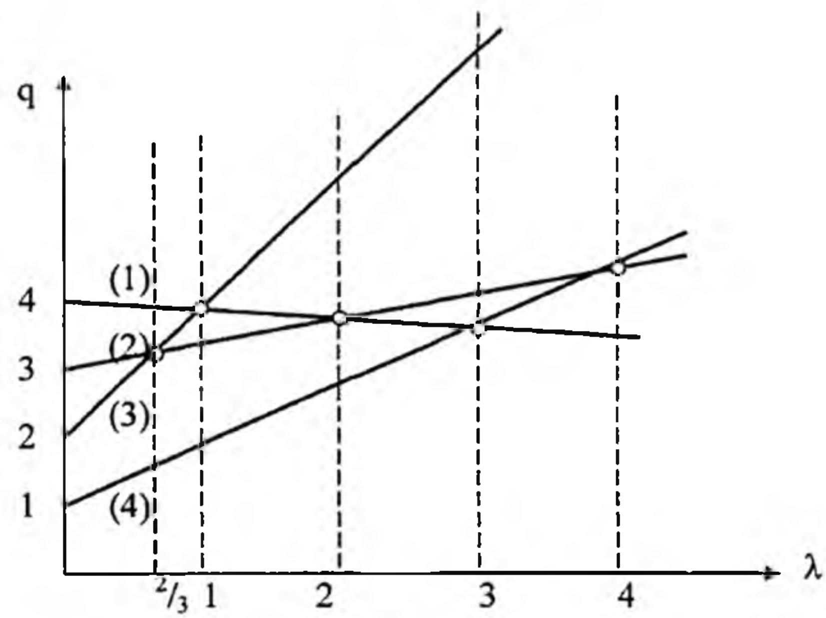

Рис. 3.4.2.

2 шаг. Для определения точек пересечения прямых решаем линейные уравнения. Так прямые, соответствующие участкам 1 и 2, пересекаются при λ, удовлетворяющем уравнению

$$4 + \lambda = 3 + 1.5\lambda \text{ или } \lambda = 2$$

Аналогично определяются остальные точки пересечения прямых. Определим приоритетность участков для каждого отрезка.

Отрезок [0; 2/3]. Приоритетность участков 1→ 2 →3→ 4 (см. рис. 3.4.2).

Отрезок [2/3; 1]. Приоритетность участков 1→ 3 →2→ 4

Отрезок [1; 2]. Приоритетность участков 3→ 1 → 2 → 4

Отрезок [2; 3]. Приоритетность участков 3→ 2 → 1→ 4

Отрезок [3; 4]. Приоритетность участков 3→ 2 → 4→ 1.

Отрезок [4 ∞]. Приоритетность участков 3→ 4 → 2→ 1.

3 шаг. Решаем задачи (3.2.11), (.3.2.12) для каждого отрезка, применяя эвристический алгоритм. Пусть С=13.

1. Отрезок [0; 2/3]. В план ремонта включены участки 1 и 2. Имеем

$$C_1 = 38, \qquad \beta_i = 14$$

2. Отрезок [2/3; 1]. В план ремонта включены участки 1 и 3. Имеем

$$C_2 = 26, \qquad \beta_2 = 14$$

Заметим, что при рассмотрении отрезка [1; 2] в план ремонта включены те же участки 1 и 3, поскольку оба входят в план ремонта, полученного при решении задачи для предыдущего отрезка.

3. Отрезок [2; 3]. В план ремонта включены участки 2 и 3. Имеем

$$C_3 = 24, \qquad \beta_3 = 18$$

Те же участки будут включены в план ремонта при рассмотрении отрезка [3; 4].

1. Отрезок [4; ∞]. В план ремонта включены участки 3 и 4. Имеем

$$C_4 = 13, \qquad \beta_4 = 23$$

4 шаг. Окончательно, получены четыре варианта плана ремонта, представленные на рис. 6.3.

Вариант $(C_{2;}\ B_2) = (28;\ 14)$ можно исключить, поскольку он доминируется вариантом $(C_{1;}\ B_1) = (38;\ 14)$.

Исследуем чувствительность плана ремонта к небольшому изменению уровня финансирования.

Возьмем, например, С = 15, то есть на две единицы больше. Повторим шаги 3 и 4.

3 шаг.

1. Отрезок [0; 2/3]. В план ремонта включены участки 1, 2 и 3. Имеем

$$C_1 = 44, \quad B_1 = 23$$

Нетрудно проверить, что на отрезках [0; 2/3,]. [1; 2] и [2; 3] план ремонта не меняется.

Отрезок [3; 4]. В план ремонта включены участки 3, 2 и 1

Действительно, хотя приоритетность участков на этом отрезке 3→ 2-4→ 1, но участок 4 не может быть включен ввиду недостаточности финансирования. Поэтому включим в план участок 1. Имеем, как и в первом варианте

$$C_1 = 44, \quad B_1 = 23$$

2. Отрезок [4; ∞]. В план ремонта включены участки 3, 4 и 1. Имеем

$$C_2 = 33, \quad B_2 = 28$$

Полученные варианты показаны на рис. 3.4.3 крестиками.

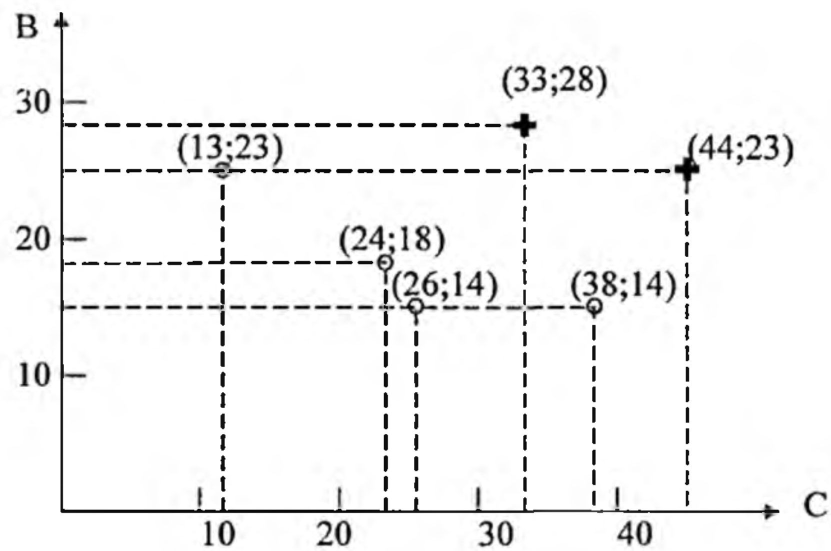

Рис. 3.4.3.

Предложенный алгоритм отличается простотой реализации и дает ЛПР достаточно большое число вариантов для выбора.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ПО РЕМОНТУ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

4.1. Задача выбора мероприятий по ремонту участков

Рассмотрим еще одну модификацию задачи формирования плана ремонта участков. Выше были даны постановки задач, в которых требовалось выбрать планы ремонта из множества возможных планов. В ряде случаев задается не множество планов, а множество мероприятий, из которых формируется план ремонта участка (если участок включен в план ремонта).

Ограничимся рассмотрением дискретной постановки задачи. Пусть для каждого участка задано множество m мероприятий, которые можно включив в план ремонта. Обозначим $x_{ij} = 1$, если мероприятие j включено в план ремонта $x_{ij} = 0$, в противном случае. Обозначим далее α_{ij} величину снижения степени опасности i–го участка при проведении мероприятия j, C_{ij} – затраты на проведение мероприятия на i–ом участке.

Задача. Определить $\{x_{ij}\}$, максимизирующее суммарное снижение степени опасности всех участков

$$\Phi(Q) = \sum_{i,j} \alpha_{ij} x_{ij} \qquad (4.1.1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i,j} C_{ij} x_{ij} \le C \qquad (4.1.2)$$

Ниже на примерах рассматривается применение для решения поставленной задачи и некоторых ее обобщений задачи метода дихотомического программирования описанном в п. 1.5.

Алгоритм решения задачи рассмотрим на простом примере. Пусть число участков дороги равно 3, а число мероприятий по снижению ущерба равно 2 для каждого участка. На рис. 4.1.1. приведено дихотомическое представление функции **f(x)** для случая **c=9**. Сначала мы объединяем переменные $\{x_{ij}\}$ для каждого участка I, а затем строим сеть свертки участков. Как можно видеть эта сеть имеет тип дерева. Поэтому описанный в предыдущем параграфе алгоритм дает оптимальное решение задачи. При построении дерева следует учитывать ряд соображений, упрощающих процедуру. Так в матрице (y_1; y_2) клетки $(^4/_7)$ доминирует клетку $(^5/_4)$, поскольку при меньших затратах мы получаем большее снижение ущерба. Очевидно, что в матрице $\left({}^{y_4}\!/_{y_3}\right)$ строку с величиной затрат 5 можно исключить. Аналогично можно в этой матрице исключить с величиной затрат 8, поскольку клетки $(^7/_{10})$ доминирует клетку $(^8/_9)$.

Пустые клетки соответствуют затратам выше 9. Для получения оптимального решения определяем в последней матрице (итоговой) матрице $\left({}^{y_4}\!/_{y_3}\right)$ клетку с максимальной величиной снижения ущерба. Это клетка $(^9/_{14})$ с величиной снижения ущерба 14 и величиной затрат 9. Этой клетке соответствует клетка $(^7/_{10})$ в матрице (y_1, y_2) и клетка $(^2/_4)$ в матрице (x_{31}, x_{32}).

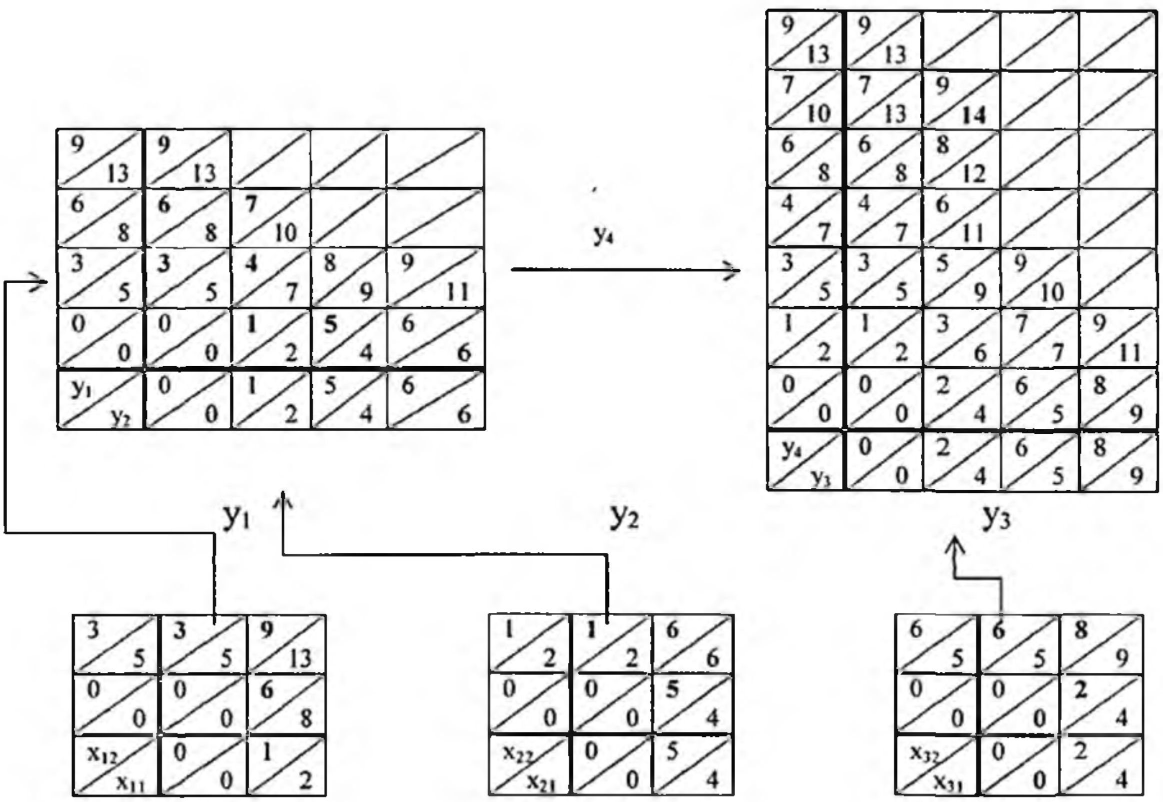

Рис. 4.1.1.

Аналогично, клетки ($^7/_{10}$) соответствует клетка ($^6/_8$) в матрице (x_{11}, x_{12}) и клетка ($^1/_2$) в матрице (x_{21}, x_{22}). Окончательно, клетке ($^6/_8$) в матрице (x_{11}, x_{12}) соответствует решение $x_{11}=1$, $x_{12}=0$ (то есть выполняется одно первое мероприятие), клетке ($^1/_2$) в матрице (x_{21}, x_{22}) соответствует решение $x_{21}=0$, $x_{22}=1$ (то есть выполняется одно второе мероприятие), а клетке ($^2/_4$) в матрице (x_{31}, x_{32}) соответствует решение $x_{31}=1$, $x_{32}=0$ (то есть выполняется одно первое мероприятие).

Оценим объем вычислений. Для этого заметим, что число матрице в дереве дихотомического представления равно

$$\sum_i m_i - 1 = M - 1$$

где m_i – число возможных мероприятий для i-го участка; M – общее число мероприятий.

Размерность каждой матрицы или другими словами число клеток не превышает c^2 (предполагаем, что все затраты c_{ij} – целые числа). Таким образом, вычислительная стоимость алгоритма прямопропорциональна $(M-1)c^2$, что свидетельствует о его высокой эффективности.

4.2. Учет общих мероприятий

Рассмотрим случай, когда ряд мероприятий являются общими для нескольких участков, в том смысле, что его проведение дает снижение ущерба на ряде участков. Наличие таких мероприятий уже не дает дихотомического представления типа дерева. Поэтому применим общий алгоритм, описанный в п. 4.1.

Пусть второе мероприятие является общим для первого и второго участков с затратами 4 и общим снижением ущерба 7 (то есть $x_{12}=x_{22}$). В этом случае решение, полученное выше (в котором $x_{12}=1$, а $x_{22}=1$) уже не является допустимым и дает только оценку сверху.

Изменим распределение величины снижения ущерба для того, что бы уменьшить оценку сверху.

Для этого уменьшаем на единицу величину a_{22}, увеличивая на единицу a_{12}, то есть полагаем $a_{12}=6$, а $a_{22}=1$. Повторяя расчет, получаем два оптимальных решения оценочной задачи, одно прежнее, но с величиной снижения ущерба 13, а другое новое решение

$$x_{11}=x_{12}=1,\ x_{21}=x_{22}=0,\ x_{31}=x_{32}=0$$

с величиной снижения ущерба, также равно 13.

Оба решения не являются допустимыми.

Поэтому применим метод ветвей и границ.

Разобьем множество всех решений на два подмножества.

В первом подмножестве второе мероприятие делается на первом и втором участках, а во втором не делается.

Рассмотрим первое подмножество. Поскольку первое мероприятие делается, то на остальные остается средств 9-4=5. Заметим. Что первое мероприятие на первом участке уже не может выполняться, поскольку $c_{11}=6>5$.

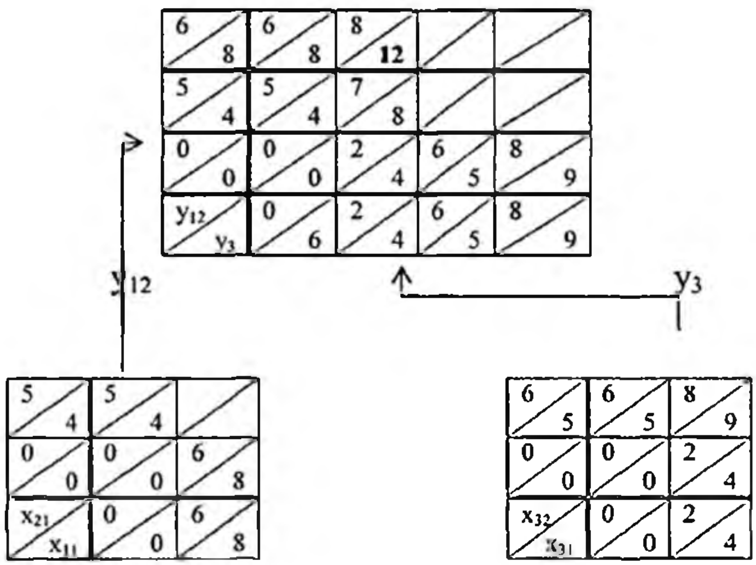

Рис. 4.2.1

Далее, поскольку $c_{32}=6>5$, то второе мероприятие на третьем участке также не может выполняться. Из двух мероприятий на втором и третьем участках, можно делать только одно. Получаем два решения.

I. $x_{11}=0$, $x_{12}=1$, $x_{21}=1$, $x_{22}=1$, $x_{31}=3$, $x_{32}=0$, с величиной $\varphi=11$.

II. $x_{11}=0$, $x_{12}=1$, $x_{21}=0$, $x_{22}=1$, $x_{31}=1$. $x_{32}=0$, с той же величиной $\varphi=11$.

Это решение является, очевидно, оптимальным в данном подмножестве. Рассмотрим второе подмножество.

Дихотомическое представление задачи приведено на рис. 4.2.1 Оптимальное решение имеет вид

$$x_{11}=1,\ x_{12}=1,\ x_{21}=0,\ x_{22}=1,\ x_{31}=1,\ x_{32}=0$$

с величиной снижения ущерба $\varphi=12$.

Выбираем второе подмножество, имеющее большую величину снижения ущерба.

4.3. Динамическая задача планирования

План ремонтных работ составляется, как правило, на несколько лет (два, три года). Рассмотрим задачу оптимизации плана на T лет (периодов). Примем, что в каждом периоде заданы величина финансирования мероприятий по снижению ущерба. Обозначим через b_x – величину финансирования в периоде k.

Введем переменные $x_{ik}=1$, если i-ое мероприятие выполняется в k-ом периоде, $x_{ik}=0$, в противном случае. При этом, несущественно на каком участке выполняется мероприятие, поскольку эффекты снижения ущерба суммируются. Заметим, что если i-ое мероприятие выполняется в периоде k, то снижение ущерба составит

$$\varphi_k = (T-k+1)a_i,$$

где a_i – снижение ущерба в течении одного года. Общее снижение ущерба от реализации плана составит

$$\varphi_{(x)} = \sum_i \sum_k (T-k+1)a_i x_{ik} \tag{4.3.1}$$

а ограничения на финансирование мероприятий принимают вид

$$\sum_i c_i x_{ik} \le b_k, \quad k=\overline{1,T} \tag{4.3.2}$$

Поскольку каждое мероприятие может быть выполнено не более чем в одном периоде, то имеет место ограничение

$$\sum_{k=1}^{T} x_{ik} \le 1 \qquad (4.3.3)$$

Итак, задача заключается в максимизации (4.3.1) при ограничениях (4.3.2) и (4.3.3).

Покажем, что ограничения (4.3.2), (4.3.3) допускает дихотомическое представление. Заметим, во-первых, что в (4.3.2) без ограничения общности b_k можно принять равными 1 (достаточно поделить обе части неравенства (4.3.2), (4.3.3) можно представить в виде одного неравенства)

$$f(x) = \max\left[\max_k \sum_i c_i x_{ik};\ \max_i \sum_k x_{ik}\right] \le 1, \qquad (4.3.4)$$

Поскольку операции суммирования и взятия максимума допускают дихотомическое представление, то и функция f(x) допускает дихотомическое представление на рис. 4.3.4. приведено агрегированное представление функции (3.5.1) для случая T=2, i=3

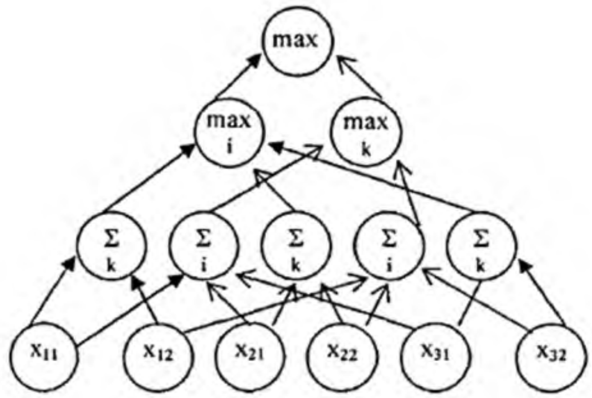

Рис. 4.3.4

Для упрощения изображения ряд операций суммирования и взятия максимума мы представили в упрощенном (агрегированном виде). Вершине сети, в которую входят три другие должны соответствовать две вершины дихотомического представления. Число вершин сети, которое характеризует трудоемкость алгоритма. Заметим, во-первых, что степени исхода вершин нижнего уровня (начальных вершин сети) равна 2. Поэтому для преобразования сети в дерево эти вершины необходимо представить в виде двух вершин.

Число вершин нижнего уровня дерева равно 2n·T, где n - число мероприятий. Число вершин второго уровня снизу составляет

$$(n-1)\cdot T+(T-1)\cdot n=T\cdot n-(n+T).$$

Число вершин второго уровня сверху равно

$$(n-1)+(T-1)=(n+T)-2.$$

Наконец, число вершин первого уровня равно 1. Итак, полное число вершин дерева дихотомического представления равно

$$3nT-(n+T)+(n+T)-2+1=3nT-1 \qquad (4.3.5)$$

У вершин нижнего уровня рис. 4.3.4. указаны величины снижения ущерба при выполнении соответствующего мероприятия в данном периоде.

Дадим постановку оценочной задачи на конкретном примере для случая T=2, n=4. Значения c_i и a_i приведены в таблице 3.1.

Таблица 4.3.1

i	1	2	3	4
c_i	3	5	4	7
a_i	6	9	10	12

Пусть b_1=8, b_2=7.

Преобразование сети дихотомического представления в дерево фактически соответствует постановке (n+T) задач оптимизаций. Предварительно разделим величины a_i следующим образом. Определим числа p_{i1}, q_{i1}, p_{i2}, q_{i2} таким образом, что

$$p_{i1}+q_{i1}=2a_i \qquad (4.3.6)$$

$$p_{i2}+q_{i2}=a_i \qquad (4.3.7)$$

На первом шаге целесообразно взять $p_{i1}=2a_i$, $q_{i1}=0$, $p_{i2}=a_i$, $q_{i2}=0$. Действительно, в этом случае nзадач оптимизации, имеющие вид

$$Q_i=\max\sum_k q_{ik}x_{ik}, \qquad (4.3.8)$$

При ограничении (4.3.3) решаются элементарно, причем в качестве решения можно взять любое $x_{ik}=1$ и остальные $x_{ij}=0$.

Задачи оптимизации, связанные с ограничениями (4.3.2) имеют вид

$$\max\sum_i p_{ik}x_{ik}, \qquad (4.3.9)$$

при ограничении (4.3.2).

Это известные задачи о ранце, которые легко решаются методом дихотомического программирования.

При T=2 для нашего примера получаем следующие две задачи о ранце.

Первая задача

$$\max(12x_{11} + 18x_{21} + 20x_{31} + 24x_{41})$$

при ограничении

$$3x_{11} + 5x_{21} + 4x_{31} + 7x_{41} \leq 8$$

Вторая задача

$$\max(6x_{12} + 9x_{22} + 10x_{32} + 12x_{42})$$

при ограничении

$$3x_{21} + 5x_{22} + 4x_{32} + 7x_{42} \leq 7$$

Решение первой задачи имеет вид:

$$x_{11}=1,\ x_{21}=0,\ x_{31}=1,\ x_{41}=0,\ \varphi_1=32.$$

Решение второй задачи имеет вид:

$$x_{12}=1,\ x_{22}=0,\ x_{32}=1,\ x_{42}=0,\ \varphi_2=16.$$

Оценка сверху полученного решения равна $\varphi_1+\varphi_2=48$.

Полученное решение не является допустимым для исходной задачи, так как нарушены ограничения (4.3.3) для первого и третьего мероприятия.

Улучшим полученную оценку, изменяя числа p_{ik}, q_{ik}. Возьмем например, $p_{31}=18$, $q_{31}=2$, $p_{32}=8$, $q_{32}=2$.

В этом случае решение первой и второй задач не изменяется, однако $\varphi_1=30$, $\varphi_2=14$.

Решения задач (4.3.8), (4.3.3) также не изменяется за исключением задачи при I=3, для которой $Q_3=2$. Оценка сверху при этом изменяется на две единицы

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2+Q_3=46.$$

Нетрудно убедиться, что дальнейшее улучшение оценки φ_0 не получается. Поэтому применим метод ветвей и границ. Разобьем множество всех решений на три подмножества. В первом подмножестве $x_{11}=1$, во втором $x_{12}=1$, а в третьем $x_{11}=x_{12}=0$.

Оценка первого подмножества.

Для первой задачи имеем следующую постановку:

$$\max(18x_{21}+20x_{31}+24x_{41})$$

при ограничении

$$5x_{21}+4x_{31}+7x_{41}\le 5$$

Решение, очевидно:

$$x_{31}=1,\ x_{21}=x_{41}=0,\ \varphi_1=12+20=32.$$

Для второй задачи имеем следующую постановку:

$$\max(9x_{22}+10x_{32}+12x_{42})$$

при ограничении

$$5x_{22}+4x_{32}+7x_{42}\le 7$$

Решение этой задачи

$$x_{12}=x_{22}=x_{32}=0,\ x_{42}=1,\ \varphi_2=12.$$

Оценка сверху для рассмотренного подмножества

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2=32+12=44.$$

Заметим, что решение, полученное на основе объединения двух задач

$$x_{11}=1,\ x_{21}=x_{22}=0,\ x_{31}=1,\ x_{42}=1.$$

является допустимым решением для исходной задачи, и следовательно опти мальным.

Оценка второго подмножества.

Первая задача имеет вид:

$$\max(18x_{21}+20x_{31}+24x_{41})$$

при ограничении

$$5x_{21}+4x_{31}+7x_{41}\le 8$$

Ее решение

$$x_{21}=0,\ x_{31}=0,\ x_{41}=1,\ \varphi_1=24.$$

Вторая задача имеем вид:

$$\max(9x_{22}+10x_{32}+12x_{42})$$

при ограничении

$$5x_{22}+4x_{32}+7x_{42}\le 4$$

Ее решение

$$x_{22}=0,\ x_{32}=1,\ x_{42}=0,\ \varphi_2=16.$$

Оценка сверху решения исходной задачи

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2=24+16=40.$$

Оценка третьего подмножества ($x_{12}=x_{12}=0$).

Первая задача совпадает с первой задачей при оценке второго подмножества. Следовательно, $\varphi_1=24$

Вторая задача совпадает с второй задачей при оценке первого подмножества. Следовательно, $\varphi_2=12$. Окончательно получаем

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2=36.$$

Выбираем подмножество с максимальной оценкой, то есть первое подмножество. Соответствующее решение

$x_{11}=1$, $x_{31}=1$, $x_{42}=1$, остальные $x_{ij}=0$, является оптимальным, $\varphi=44$.

В предыдущем параграфе при постановке задачи динамического планирования предполагалось, что величины затрат на мероприятия и величины снижения ущерба одни и те же для любого периода.

Более реальна ситуация когда эти величины зависят от номера периода. Обозначим через c_{ik} затраты на мероприятие i в периоде k, а через a_{ik} величину снижения ущерба от мероприятия i в периоде k. При этом, в оценке a_{ik} учитывается и тот факт, что величина снижения ущерба суммируется за (T-k+1) периодов. Поэтому множитель (T-k+1) опускаем. Рассмотрим пример решения задачи в этой более общей постановке.

Пусть T=3, n=5. Значения a_{ik} и c_{ik} приведены в табл. 3.2 и 3.3.

Примем $b_1=8$, $b_2=10$, $b_3=13$.

В данном случае мы имеем три задачи о ранце по одной для каждого периода времени.

Таблица 4.3.2

i \ k	1	2	3
1	9	5	2
2	14	9	5
3	16	10	7
4	12	8	6
5	18	13	8

Таблица 4.3.3

i \ k	1	2	3
1	5	7	9
2	3	4	6
3	2	3	7
4	6	7	8
5	7	9	10

Первая задача

$$\max(9x_{11}+14x_{21}+16x_{31}+12x_{41}+18x_{51})$$

при ограничении

$$5x_{11}+3x_{21}+2x_{31}+6x_{41}+7x_{51}\le 8$$

Вторая задача

$$\max(5x_{12}+9x_{22}+10x_{32}+8x_{42}+13x_{52})$$

при ограничении

$$7x_{21}+4x_{22}+3x_{32}+7x_{42}+9x_{52}\le 10$$

Третья задача

$$\max(2x_{13}+5x_{23}+7x_{33}+6x_{43}+8x_{53})$$

при ограничении

$$9x_{13}+6x_{23}+7x_{33}+8x_{43}+10x_{53}\le 13$$

Решение первой задачи (выписываем только единичные значения переменных):

$$x_{21}=1,\ x_{31}=1,\ \varphi_1=30.$$

Решение второй задачи

$$x_{22}=1,\ x_{32}=1,\ \varphi_2=19.$$

Решение третьей задачи

$$x_{23}=1,\ x_{33}=1,\ \varphi_3=12.$$

Оценка сверху решения исходной задачи

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=61.$$

Для улучшения оценки уменьшим все p_{i3} на 6 единиц. Соответственно все q_{i3} становятся равными 6. Величины p_{ik} запишем в табл. 4.3.4.

Таблица 4.3.4

i \ k	1	2	3
1	9	5	2
2	14	9	5
3	10	4	1
4	12	8	6
5	18	13	8

Решение первой задачи

$$x_{21}=1,\ x_{31}=1,\ \varphi_1=24.$$

Решение второй задачи

$$x_{52}=1,\ \varphi_2=13.$$

Решение третьей задачи

$$x_{53}=1,\ \varphi_3=8.$$

Оценка сверху

$$\varphi_0=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\max_i q_{i3}=51.$$

Дальнейшее улучшение оценки представляется затруднительным, поскольку уменьшение p_{ik} при фиксированном k не приводит к уменьшению оценки. Проще применить метод ветвей и границ.

Разобьем множество всех решений на подмножества. В первом $x_{53}=1$, а во втором $x_{53}=0$. оценка первого подмножества ($x_{53}=1$).В данном случае можно улучшить предыдущую оценку $\varphi_0=51$ изменить (уменьшив) все p_{3k} на 1 (соответственно), положив $q_{3k}=7$ (см.табл.3.5)

Таблица 4.3.5

i \ k	1	2	3
1	9	5	2
2	14	9	5
3	9	3	0
4	12	8	6
5	18	13	8

Решение первой задачи

$$x_{11}=1,\ x_{21}=1,\ \varphi_1=23.$$

Решение второй задачи

$$x_{22}=1,\ x_{32}=1,\ \varphi_2=12.$$

Решение третьей задачи

$$x_{53}=1,\ \varphi_3=8.$$

Оценка сверху

$$\varphi_0=23+12+8+7=50.$$

Наконец, положив $q_{2k}=1$, $k=1,2,3$, мы уменьшаем оценку сверху еще на единицу. Окончательно, $\varphi_0=49$.

Оценка второго подмножества ($x_{53}=0$). Изменения коснулись только третьей задачи. Ее решение $x_{43}=1$, $\varphi_3=6$.

Имеем

$$\varphi_0=24+13+6+6=49.$$

Соответствующее решение

$$x_{21}=1,\ x_{31}=1,\ x_{43}=1,\ x_{52}=1,$$

является допустимым решением для исходной задачи, а значит оптимальным.

4.4. Ресурсы накапливаемого типа

В рассмотренной выше динамической задаче планирования ремонтных работ предполагалось, что ресурсы, неиспользованные в данном периоде (возвращаются государству). Рассмотрим другой вариант, когда не использованные в данном периоде ресурсы переходят на следующий период, т.е. добавляются к объему финансирования, выделенному на следующий период (т.е. ресурсы накапливаются). В этом случае вместо ограничений на ресурсы по каждому периоду мы должны выписать ограничения на суммарные ресурсы за k периодов. Дадим постановку задачи для этого случая:

максимизировать

$$\varphi = \sum_{i,k} a_{ik} x_{ik} \tag{4.4.1}$$

при ограничении

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} c_{ij} x_{ij} \le B_k, \quad k = \overline{1,T}, \tag{4.4.2}$$

$$\sum_{k=1}^{T} x_{ik} \le 1, \quad i = \overline{1,n}, \tag{4.4.3}$$

где

$$B_k = \sum_{j=1}^{k} b_j .$$

Решение задачи методом дихотомического программирования проводится аналогично случаю ненакапливаемых ресурсов.

Однако в данном случае x_{ik} входит в (T-k+1) ограничений типа (4.4.2) и в одно ограничение типа (4.4.3), то есть в (T-k) ограничений. Поэтому делим a_{ik} на (T-k+2) частей $S_{ik}^{\ell}, \ell = \overline{k,T}$ и q_{ik}, таких что

$$q_{ik} + \sum_{\ell=k}^{T} p_{ik}^{\ell} = a_{ik}$$

Далее решаем (T+n) задач о ранце. Первая группа из T задач имеет вид

$$\max \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} p_{ij}^{k} x_{ij}, \tag{4.4.4}$$

$$\sum_{j=1}^{k} c_{ij} x_{ij} \le B_k , \tag{4.4.5}$$

Вторая группа из n задач аналогична задаче (4.3.8), (4.3.3)

$$\max \sum_{k} q_{ik} x_{ik} ,$$

$$\sum_{k} x_{ik} \le 1.$$

Эта группа задач решается элементарно. Оптимальное решение

$$Q_i = \max_{k} q_{ik}$$

и $x_{ik}=1$, если этот максимум достигается на периоде k.

Рассмотрим простой пример n=3, T=2. Значения a_{ik} и c_{ik} приведены в табл. 4.4.1 и 4.4.2.

Таблица 4.4.1

i \ k	1	2
1	12	8
2	15	10
3	9	7

Таблица 4.4.2

i \ k	1	2
1	10	13
2	13	12
3	11	10

Пусть B_1=13, B_2=22.

В данном случае a_{i1} делим на три части, а a_{i2} на две части. Как и ранее примем q_{ik}=0 для всех i, k, $p_{i2}=a_{i2}$. Начальные значения p^1_{ik} и p^2_{ik} приведены в табл. 4.4.3

Таблица 4.4.3

i	1	2	3
p^1_{ik}	6	7	5
p^2_{ik}	6	8	4

Решим задачу о ранце для k=1:

$$\max(6x_{11}+7x_{21}+5x_{31})$$

при ограничении

$$10x_{11}+13x_{21}+11x_{31}\le 13$$

Ее решение

$$x_{21}=1,\ \varphi_1=7.$$

Решаем задачу о ранце для k=2

$$\max(6x_{11}+7x_{21}+4x_{31}+8x_{12}+10x_{22}+7x_{32})$$

$$10x_{11}+13x_{21}+11x_{31}+13x_{12}+12x_{22}+10x_{32}\le 22$$

Ее решение

$$x_{22}=1,\ x_{32}=1,\ \varphi_2=17.$$

Оценка сверху

$$\varphi_0=7+17=24.$$

Полученное решение не является допустимым. Попытаемся улучшить оценку. Для этого уменьшаем p^1_{21} на 1 и p_{22} на 1, увеличивая на единицу q_{21} и q_{22}, а также уменьшаем p_{32} на единицу, увеличивая q_{32} на единицу. В этом случае первая задача имеет еще одно решение:

$$x_{11}=1,\ \varphi_1=6.$$

Вторая задача также имеет еще одно решение:

$$x_{11}=1,\ x_{22}=1,\ \varphi_2=15.$$

Оценка сверху уменьшилась

$$\varphi_0=6+15+2=23.$$

Полученное решение является допустимым для исходной задачи со значением целевой функции $\varphi=22$. Осталось доказать, что это решение является оптимальным. Для этого оценим подмножество решений, в котором $x_{22}=0$. Решение первой задачи не измениться, то есть $\varphi_1=7$. Решение второй задачи

$$x_{11}=1,\ x_{32}=1,\ \varphi_2=13.$$

Оценка сверху $\varphi_0=7+13=20<22$. Таким образом, полученное выше решение является оптимальным.

4.5. Учет дополнительных ограничений

В ряде случаев при формировании плана ремонта приходится учитывать ряд ограничений, связанных с невозможностью включения в план мероприятий, если в план включено несколько другое мероприятие. Так5ие ограничения могут быть вызваны различными причинами. Например, если два мероприятия представляют собой альтернативные варианты снижения ущерба на данном участке дороги. Другой пример, имеется уникальное оборудование, которое можно установить только на ограниченном числе участков дороги. Такого типа ограничения можно описать неравенствами

$$\sum_{i\in p} x_i \le 1, \tag{4.5.1}$$

где p- множество мероприятий, из которых может быть включено в план только о, Рассмотрим учет таких дополнительных ограничений на задаче годового планирования. Дадим постановку задачи: требуется определить вектор $x=\{x_i\}$, $i=\overline{1,n}$, максимизирующий

$$\sum_i a_i x_i, \tag{4.5.2}$$

при ограничениях

$$\sum_i c_i x_i \le b \tag{4.5.3}$$

$$\sum_{i\in p_j} x_i \le 1, \quad j=\overline{1,m} \tag{4.5.4}$$

Для постановки оценочной задачи разделяем a_i на m_i+1, частей, где m_i – число ограничений типа (4.5.3), в которые входит x_i, то есть определяем числа p_i и $q_{ij}, j=\overline{1,m_i}$, такие что

$$p_i + \sum_{j\in R_i} q_{ij} = a_i$$

где R_i – множество ограничений (4.5.4), соединяющих x_i . Далее рассматриваем m+1 оценочных задач. Первая задача – это обычная задача о ранце, т.е. задача максимизации

$$\sum_i p_i x_i \le b \tag{4.5.5}$$

при ограничении (4.5.3).

Остальные mзадач имеют вид:

максимизировать

$$\sum_{i\in p_j} q_{ij} x_i, \tag{4.5.6}$$

при ограничении (4.5.4)

Ее решение очевидно

$$Q_j = \max_{i\in p_j} q_{ij}$$

причем $x_{ik}=1$, если максимум достигается при j=k.

Рассмотрим алгоритм решения задач на примере.

Пусть имеется 6 мероприятий данные о которых приведены в табл. 4.5.1.

Таблица 4.5.1

i	1	2	3	4	5	6
a_i	15	16	12	18	9	7
c_i	9	4	5	8	6	7

Пусть $p_1=\{1;2\}$, $p_2=\{2;3\}$, $p_3=\{5;6\}$, примем $b=15$.

Возьмем на первом шаге $p_i=a_i$, $q_{ij}=0$ для всех i, j. Решаем задачу (4.5.5), (4.5.3)

$$\max(15x_1+16x_2+12x_3+18x_4+9x_5+7x_6)$$

$$9x_1+4x_2+5x_3+8x_4+6x_5+7x_6\leq 15$$

Ее решение

$$x_2=1,\ x_3=1,\ x_5=1,\ \varphi_0=37.$$

Это решение не является допустимым для исходной задачи, поскольку в план включены мероприятия 2 и 3, которые не могут выполняться вместе. Для улучшения оценки уменьшаем p_3 и p_2 на 3 единицы, увеличивая q_{32} и q_{22} на 3 единицы. При этом, появляется новое решение

$$x_2=1,\ x_4=1,\ \varphi_1=31.$$

Оценка сверху

$$\varphi_0=31+3=34$$

Заметим, что полученное решение является допустимым для исходной задачи. Для этого решения $\varphi=16+18=34$. Следовательно, это решение является оптимальным.

4.6. Формирование производственной программы по ремонту автомобильной дороги

Согласно [108] для определения потребности в ремонте определяют по фактическим параметрам и показателям транспортно-эксплутационного состояния дороги значения частных коэффициентов обеспечения расчетной скорости K_{Pcij} и сопоставляют их с нормативными значениями комплексного показателя транспортно-эксплутационного состояния $КП_Н$ (при оценке показателей технического уровня дороги) и с предельно допустимыми его значениями (при оценке показателей эксплутационного состояния дороги). При соответствующем технико-экономическом обосновании допускается уточнять потребность в ремонте, обеспечивая фактический комплексный транспортно-эксплутационный показатель дороги $КП_ф$ (равный итоговому значению коэффициента расчетной скорости $K_{PCi}^{итог}$ и характеризующий потребительские качества дороги) в пределах между нормативными и предельно допустимыми значениями. Эффективность ремонта в этом случае оценивают по изменению потребительских качеств в результате ремонта дороги.

В результате анализа фактических частных коэффициентов обеспеченности расчетной скорости устанавливают параметры и переменные характеристики дороги, которые стали причиной снижения транспортно-эксплутационного состояния дороги. На участках, где частные коэффициенты обеспеченности расчетной скорости не отвечают предъявляемым требованиям ($K_{PCi} < КП_Н$), намечают, согласно действующей классификации, соответствующие виды работ по ремонту и содержанию дороги (табл. 4.6.1).

Как правило, на анализируемых участках дороги имеются два и более параметров и характеристик дороги, не отвечающих нормативным требованиям. В этом случае должен выполняться комплексный ремонт дороги для устранения всех причин снижения ее транспортно-эксплутационного состояния. Если в процессе ремонта или реконструкции дороги не все параметры и характеристики будут доведены до нормативных значений, фактическое состояние дороги будет определяться минимальным значением частного коэффициента обеспеченности расчетной скорости, соответствующим показателю или характеристике дороге, не доведенных до норматива. В этом случае произойдет только частичное улучшение состояния дороги и средства, затраченные на ремонт или реконструкцию, окажутся израсходованными неэффективно.

Для случая, когда на участке дороги не удовлетворяют требованиям два или более факторов, для выбора вида работ руководствуются [108], по-

Таблица 4.6.1.

Виды дорожных работ в зависимости от частных коэффициентов K_{PCi}

Частный коэффициент K_{PCi}	Учет влияния	Вид дорожно-ремонтных работ при $K_{PCi}<КП_H$
K_{PC2}	Ширины и состояния обочин	Укрепления обочин
K_{PC3}	Интенсивности и состава движения, ширины фактически используемой укрепленной поверхности покрытия	Уширение проезжей части, устройство укрепительных полос, укрепление обочин, уширение мостов и путепроводов
K_{PC4}	Продольного уклона и видимости поверхности дороги	Смягчение продольного уклона, увеличение видимости
K_{PC5}	Радиуса кривых в плане	Увеличение радиусов кривых, устройство виражей, спрямление участка
K_{PC6}	Продольной ровности покрытия	Устройство выравнивающего слоя с поверхностной обработки или восстановление верхнего слоя методами термопрофилирования и регенерации (ремонт покрытия при $E_Ф \geq E_{TP}$). Ремонт (усиление) дорожной одежды при $E_Ф < E_{TP}$
K_{PC7}	Сцепных качеств покрытия	Устройство шероховатой поверхности методом поверхности обработки, втапливания щебня, укладки верхнего слоя из многощебенистого асфальтобетона
K_{PC9}	Поперечной ровности покрытия (колеи)	Ликвидация колеи методами перекрытия, заполнения, фрезирования
K_{PC10}	Безопасности движения	Мероприятия по повышению безопасности движения на опасных участках

зволяющим оценить насколько вышеуказанные виды работ способны изменить значения влияющих частных коэффициентов или довести их значения до нормативных требований, то есть фактически устранить их действие и не требовать выполнения по ним соответствующих ремонтных работ.

Рассмотрим применение алгоритма, изложенного в п. 4.1, к задаче формирования производственной программы ремонтных работ на участке автомагистрали М1 «Белорусь». Данные об участках, подлежащих ремонту, представлены в табл. 4.6.2.

Таблица 4.6.2

№ п/п	Участок дороги	1 вариант		2 вариант		3 вариант	
		K_i	C_i	K_i	C_i	K_i	C_i
1	218-120 221-014 3	12	6	17	8	28	12
2	256-350 258-400 2	17	8	21	11	27	13
3	311-780 314-000 2	11	5	19	7	25	8
4	356-300 358-100 2,8	14	8	16	11	19	12

На данных участках предполагается проведение работ по повышению ровности и шероховатости. Работы могут проводиться по трем вариантам: устройства поверхностной обработки; устройство дополнительного слоя покрытия и устройство дополнительного слоя покрытия с применением геотекстильных решеток. Каждый вариант производства работ характеризуется затратами (представлены в колонке C_i) и повышением уровня итогового коэффициента обеспеченности расчетной скорости (в колонке K_i представлены сотые доли, то есть для получения истинных значений необходимо данные, представленные в колонке K_i, разделить на 100). Задача заключается в том, чтобы таким образом спланировать ремонтные работы, чтобы при заданном уровне финансирования обеспечить максимально возможный уровень приращения итогового коэффициента обеспеченности расчетной скорости. Процесс агрегирования в виде дихотомического дерева, представлен на рис. 4.6.1.

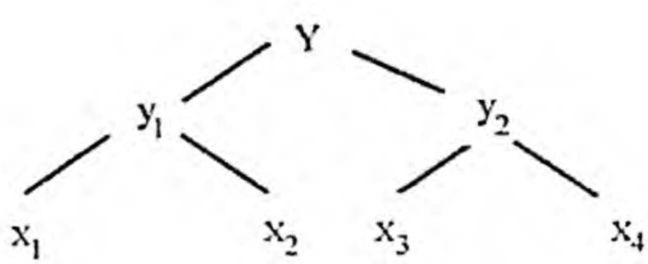

Рис. 4.6.1

Матрицы свертки показателей x_1, x_2 в показатель y_1 и показателей x_3 и x_4 в y_2 представлены в табл. 4.6.2, а показателей y_1 и y_2 в табл. 4.6.3.

Таблица 4.6.2

27 / 13	39 / 19	44 / 21	55 / 25
21 / 11	33 / 17	38 / 19	49 / 23
17 / 8	27 / 14	34 / 16	45 / 20
x_2 / x_1	12 / 6	17 / 8	**28** / 12

y_1

19 / 12	30 / 17	38 / 19	44 / 20
16 / 11	27 / 16	35 / 17	41 / 19
14 / 8	25 / 13	33 / 15	39 / 16
x_4 / X_3	11 / 5	19 / 7	**25** / **8**

y_2

Таблица 4.5.3

44 / 19	56 / 25	61 / 27	72 / 31	78 / 35	83 / 38	89 / 39	93 / 42	99 / 44
39 / 16	51 / 22	56 / 24	67 / 28	71 / 32	78 / 35	84 / 36	88 / 39	94 / 41
33 / 15	45 / 21	50 / 23	61 / 27	67 / 31	62 / 34	78 / 34	82 / 38	88 / 40
25 / 8	37 / 14	42 / 16	**53** / **20**	59 / 24	64 / 27	70 / 28	74 / 31	80 / 33
19 / 7	31 / 13	36 / 15	47 / 19	53 / 23	58 / 26	64 / 27	68 / 30	74 / 32
11 / 5	23 / 11	28 / 13	39 / 17	45 / 21	50 / 24	56 / 25	60 / 28	66 / 30
y_2 / y_1	12 / 6	17 / 8	28 / 12	34 / 16	39 / 19	45 / 20	49 / 23	55 / 25

В верхней части клетки табл. 4.6.2 и 4.6.3 приведены затраты, а в нижней – увеличение итогового в показателя в сотых долях.

Таким образом, если предприятие располагает 20 млн. руб., то максимально возможное повышение уровня итогового коэффициента обеспеченности расчетной скорости равно 0,53. Для этого необходимо произвести работы на первом и третьем участке по третьему варианту производства работ. Возможно и другое представление данной задачи: если необходимо повысить уровень итогового коэффициента до определенного уровня, то можно определить минимально необходимое финансирование для этого случая. Например, повышение значения итогового коэффициента обеспеченности расчетной скорости на величину 0,8 возможно только при объеме финансирования 33 млн. руб.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим основные результаты работы:

1. Проведен анализ автомобильных дорог как объекта управления.

2. Выполнен анализ существующих моделей построения комплексной оценки состояния автомобильной дороги.

3. Осуществлено построение модели получения комплексной оценки состояния автомобильной дороги на основе применения количественных и качественных показателей, имеющих различную размерность, при нечеткой информации, позволяющей получать значение комплексной оценки даже тогда, когда для параметров, задаваемых количественно нельзя указать значения, отделяющие «хороший» вариант от «плохого».

4. Выполнена разработка модели определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, при условии минимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств, позволяющих осуществлять формирование плана ремонтных работ в условиях дефицитного финансирования.

5. Построена модель определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги, минимизирующих суммарную степень опасности участков дороги, позволяющая осуществить распределение дополнительных средств на снижение степени опасности участков.

6. Осуществлена разработка модели минимизирующей линейную свертку степени опасности и ущерба, позволяющая учесть предпочтения лица принимающего управленческие решения.

7. Разработана модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ, дающая возможность определения варианта, с минимальными затратами при заданных значениях эксплуатационных характеристик ремонтируемого участка.

8. Получена динамическая модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, с определением планового отрезка времени в котором наиболее выгодно их выполнение при условии ми-

нимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств, что позволяет распределить план ремонтных работ, принятых к финансированию, во времени.

9. Получены условия оптимальности метода «затраты-эффект», позволяющие определить погрешности применения метода и дающие возможность построения оценок эффективности используемого метода распределения ограниченных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев Ю.А. Оперативное планирование в целевых программах. Одесса: Маяк, 1990. - 132 с.
2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
3. Александров Н.И., Комков Н.И. Моделирование организации и управления решением научно-технических проблем. М.: Наука, 1988. – 216 с.
4. Алтаев В.Я., Бурков В.Н., Тейман А.И. Теория сетевого планирования и управления // Автоматика и Телемеханика. 1966. № 5.
5. Андронникова Н.Г., Баркалов С.А., Бурков В.Н., Котенко А.М. Модели и методы оптимизации региональных программ развития. (Препринт) – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2001.
6. Арнольд В.И. О функциях трех переменных. – ДАН СССР, 1957, № 2.
7. Ансоф И. Стратегическое управление. М.: Экономика, 1989. - 519 с.
8. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. - 72 с.
9. Багриновский К.А. Основы согласования плановых решений. М.: Наука, 1977. - 303 с.
10. Баркалов С.А. Теория и практика календарного планирования в строительстве. – Воронеж, ВГАСА, 1999. – 216 с.
11. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М., Семенов П.И. Минимизация упущенной выгоды в задачах управления проектами. – М.: 2001 (Научное издание / Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН).
12. Баркалов П.С., Буркова И.В., Глаголев А.В., Колпачев В.Н. Задачи распределения ресурсов в управлении проектами. – М.: 2002 (Научное издание / Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН).
13. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 1999. – 55 с.

14. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Курочка П.Н., Образцов Н.Н. Задачи управления материально-техническим снабжением в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 2000. – 58 с.

15. Баркалов С.А., Михин П.В. Моделирование и оптимизация плана проектных работ в строительстве // Современные сложные системы управления: Сб. науч. тр. междунар. конф. Т. 2/ Тульск. гос. ун-т. – Тула, 2005. С. 56-73.

16. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Курочка П.Н. и др. Диагностика, оценка и реструктуризация строительного предприятия. Бизнес-планирование. Воронеж, ВГАСА, 2000. 405 с.

17. Баркалов С.А., Буркова И.В., В.Н. Колпачев, Потапенко А.М. Модели и методы распределения ресурсов в управлении проектами. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. М.: 2004г.. 87 с.

18. Баркалов С.А., Левдиков В.И., Половинкина А.И. Задача оптимизации плана ремонтных работ автомобильной дороги // Научный вестник ВГАСУ. Серия «Дорожно-транспортные строительство» С.80-84.

19. Баскаков А.С., Левдиков В.И., Половинкина А.И. Задача оптимизации плана ремонтных работ при учете ресурсов накапливаемого типа. Сборник научных трудов международной конференции, Тверь, 2004г. С. 104-108.

20. Бобрышев Д.Н., Русинов Ф.М. Управление научно-техническими разработками в машиностроении. М.: Машиностроение, 1976. – 236 с.

21. Богданов Д.А., Протопопов О.И., Левдиков В.И., Матвеев И.К Модели прогнозирования для поддержки принятия стратегических решений. В кн. Прикладные задачи моделирования и оптимизации. Межвузовский сборник научных трудов. Воронеж, ВГТУ, 2004г. С. 62-71.

22. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1968. – 408 с.

23. Бурков В.Н. Распределение ресурсов как задача оптимального быстродействия // Автоматика и Телемеханика. 1966. № 7.

24. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. – М.: Наука. – 1977. – 327 с.

25. Бурков В.Н., Буркова И.В. Задачи дихотомической оптимизации. – М.: Радио и связь. – 2003. – 156 с.

26. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. - 234 с.

27. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и мханизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. – 60 с.

28. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. - 245 с.

29. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // Автоматика и Телемеханика. 1993. № 11. С. 3 - 30.

30. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 - 25.

31. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. – М.: СИНТЕГ – 2001. – 265 с.

32. Бурков В.Н., Квон О.Ф., Цитович Л.А. Модели и методы мультипроектного управления. М.: ИПУ РАН, 1998. – 62 с.

33. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. - 384 с.

34. Бурков В.Н., Ланда Б.Д., Ловецкий С.Е., Тейман А.И., Чернышев В.Н. Сетевые модели и задачи управления. М.: Советское радио, 1967. – 144 с.

35. Бурков В.Н., Ловецкий С.Е. Методы решения экстремальных задач комбинаторного типа. – Автоматика и телемеханика, 1968, № 11.

36. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.

37. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.

38. Бурков В.Н. Новиков Д.А. Как управлять организациями. – М.: СИНТЕГ, 2004.

39. Бурков В.Н. и др. Сетевые модели и задачи управления. Библиотека технической кибернетики. М.: Советское радио, 1967.

40. Буркова И.В., Михин П.В., Попок М.В., Семенов П.И., Шевченко Л.В. Модели и методы оптимизации планов проектных работ. – М., 2005. 103 с. (Научное издание / Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН).

41. Буркова И.В., Михин П.В., Попок М.В. Задача о максимальном потоке // Современные сложные системы управления: Сб. науч. тр. междунар. конф. Т. 2/ Тульск. гос. ун-т. – Тула, 2005. С. 80-91.

42. Буркова И.В., Левдиков В.И., Половинкина А.И. Задача оптимизации плана ремонтных работ. Журнал «Системы управления и информационные технологии». №1. 2004г. С. 149-152.

43. Бушуев С.Д., Колосова Е.В., Хулап Г.С., Цветков А.В. Методы и средства разрешения конфликтов при управлении сложными проектами / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами. С.-Пб., 1995. С. 212 – 216.

44. Васильев В.М., Зеленцов Л.Б. Автоматизация организационно-технологического планирования в строительном производстве. М.: Стройиздат, 1991. – 152 с.

45. Воронов А.А. Исследование операций и управление. М.: Наука, 1970. – 128 с.

46. Воропаев В.И., Любкин С.М., Голенко-Гинзбург Д. Модели принятия решений для обобщенных альтернативных стохастических сетей // Автоматика и Телемеханика. 1999. № 10. С. 144 – 152.

47. Воропаев В.И. Методические указания по декомпозиции объектов строительства на проектно-технологические модули. М.: ВНИИГМ, 1988. – 91 с.

48. Воропаев В.И. Модели и методы календарного планирования в автоматизированных системах управления строительством. М.: Стройиздат, 1974. – 232 с.

49. Воропаев В.И. Управление проектами в России. М.: Аланс, 1995.-225с.

50. Воропаев В.И., Шейнберг М.В. и др. Обобщенные сетевые модели. М.: ЦНИПИАС, 1971. – 118 с.

51. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. - 327 с.

52. Говоров В.В., Калгин Ю.И. Технико – экономические аспекты повышения межремонтных сроков дорожных одежд //Воронеж, Вестник ВГАСУ, сер. «Дорожно – транспортное строительство», № 1, 2003 г. – с. 100 – 103.

53. Голенко Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления. М.: Наука, 1968. – 400 с.

54. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. - 144 с.

55. Гриценко Н.Л., Зеленова А.В., Колосова Е.В., Цветков А.В. От сметы к проекту / Материалы Международного симпозиума по управлению проектами в переходной экономике. Москва, 1999.

56. Губко М.В. Задача теории контрактов для модели простого АЭ / «Управление в социально-экономических системах». Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000.

57. Губко М.В., Спрысков Д.С. Учет кооперативного взаимодействия активных элементов в механизмах распределения ресурса и активной экспертизы / «Управление в социально-экономических системах».

Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000.

58. Зуховицкий С.И., Радчик И.А. Математические методы сетевого планирования. М.: Наука, 1965. – 296 с.
59. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. М.: Наука, 1979. - 304 с.
60. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. - 606 с.
61. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
62. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. - 238 с.
63. Клименко С.В., Крохин И.В., Кущ В.М., Лагутин Ю.Л. Электронные документы в корпоративных сетях. М.: Анкей, 1998. – 272 с.
64. Кокс Д., Хинкин Д. Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978.- 558 с.
65. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных. – ДАН СССР, 1956, № 2.
66. Колосова Е.В. Методика освоенного объема: проблемы идентификации моделей проектов / Материалы международной конференции SICPRO'2000. М.: ИПУ РАН, 2000.
67. Колосова Е.В. Показатели освоенного объема в оперативном управлении проектами / «Управление в социально-экономических системах». Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000.
68. Комков Н.И., Левин Б.И., Журдан Б.Е. Организация систем планирования и управления прикладными исследованиями и разработками. М.: Наука, 1986. – 233 с.
69. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 211 с.

70. Котенко А.М., Лихотин Ю.П., Михин П.В. Классификационная модель объектов строительства по топологическому признаку // Современные сложные системы управления: Сб. науч. тр. междунар. конф. / Тверск. гос. тех. ун-т. – Тверь, 2004. С. 339-342.

71. Курочка П.Н. Моделирование задач организационно – технологического проектирования. Воронеж, ВГАСУ, 2004. 204 с.

72. Курочка П.Н., Баркалов С.А., Потапенко А.М. Механизмы распределения затрат при управлении проектами. Сборник трудов научно-практической отраслевой конференции «Системы автоматизированного управления производствами, предприятиями и организациями горнометалургического комплекса». Старый Оскол, СТИ, 2003г. С. 144 – 149.

73. Курочка П.Н., Михин П.В. Оценка технологичности вариантов возведения каркаса на основе нечетких множеств // Современные сложные системы управления: Сб. научн. тр. 5-ой междунар. конф. Краснодар, 2004г. С. 125-129.

74. Курочка П.Н., Михин П.В. Оценка вариантов технологии возведения каркаса жилого здания на базе матриц логической свертки // Современные сложные системы управления: Сб. научн. тр. 5-ой междунар. конф. Краснодар, 2004г. С. 69-71.

75. Куликов Ю.А. Оценка качества решений в управлении строительством. М.: Стройиздат, 1990. – 144 с.

76. В.И. Левдиков, А.И. Половинкина Динамическая задача планирования ремонтных работ. В кн. Современные сложные системы управления. Сборник научных трудов международной конференции, Тверь, 2004г. С. 70-73.

77. Левдиков В.И., Половинкина А.И. Задача оптимизации плана ремонтных работ автомобильной дороги // Научный вестник ВГАСУ. Серия: Дорожно-транспортное строительство. Выпуск №2, 2004г С. 80-86.

78. Левдиков В.И., Половинкина А.И., Сиренько С.В. Задача оптимизации плана ремонтных работ // Научный вестник ВГАСУ. Серия: Управление строительством. Выпуск №1, 2005г. С. 132-136.

79. Либерзон В.И. Основы управления проектами. М.: Нефтяник, 1997. - 150 с.

80. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972 – 576 с.

81. Литвак Б.Г. Экспертная информация: методы получения и анализа. М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.

82. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. М.: Патент, 1996. - 271 с.

83. Лихотин Ю.П., Михин П.В. Механизмы распределения ресурсов в классификационной модели // Современные сложные системы управления: Сб. науч. тр. междунар. конф. / Тверск. гос. тех. ун-т. – Тверь, 2004. С. 215-218.

84. Лотоцкий В.А. Идентификация структур и параметров систем управления // Измерения. Контроль. Автоматизация. 1991. № 3-4. С.30–38.

85. Маленво Э. Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985. - 392 с.

86. Маркотенко Е.В. Поведение активного элемента в условиях простого конкурсного механизма распределения ресурса / «Управление в социально-экономических системах». Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН. М.: Фонд «Проблемы управления», 2000.

87. Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996. - 160 с.

88. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. - 344 с.

89. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998. - 800 с.

90. Мильнер Б.З., Евенко Л.И., Раппопорт В.С. Системный подход к организации управления. М.: Экономика, 1983. - 224 с.

91. Мир управления проектами / Под. ред. Х. Решке, и Х. Шелле. М.: Аланс, 1993. – 304 с.

92. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982. - 286 с.

93. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1974. - 526 с.

94. Моррис У. Наука об управлении: Байесовский подход. М.: Мир, 1971.

95. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. - 464 с.

96. Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУ РАН, 1998. – 96 с.

97. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в моделях активных систем с нечеткой неопределенностью. М.: ИПУ РАН, 1997. - 101 с.

98. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. - 150 с.

99. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. - 68 с.

100. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.

101. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. - 216 с.

102. Ногин В.Д., Протодьяконов И.О., Евлампиев И.И. Основы теории оптимизации. М.: Высшая школа, 1986. – 384 с.

103. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях М.: Наука, 1979. - 218 с.

104. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. - 206 с.

105. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971. - 230 с.

106. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. М.: Высшая школа, 1989. - 367 с.

107. Потапенко А.М. Модели и механизмы перераспределения ресурсов при управлении проектом. В кн. Оптимизация и моделирование в автоматизированных системах. Межвузовский сборник научных трудов. Воронеж, ВГТУ, 2003г. с. 209 – 215.

108. Правила диагностики и оценки состояния автомобильных дорог. М.: Минтранс РФ, 2002. – 141 с.

109. Санталайнен Т. Управление по результатам. М.: Прогресс, 1988.-320с.

110. Симионова Н.Е. Управление реформированием строительных организаций. М.: Синтег, 1998. – 224 с.

111. Уздемир А.П. Динамические целочисленные задачи оптимизации в экономике. – М.: Физматлит, 1995.

112. Управление проектами. Зарубежный опыт / Под. ред. В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТрИ», 1993. – 443 с.

113. Управление проектами / Общая редакция – В.Д. Шапиро. С.-Пб.: «ДваТрИ», 1996. – 610 с.

114. Фольмут Х.Й. Инструменты контроллинга. М.: Финансы и статистика, 1998. – 288 с.

115. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966. – 276 с.

116. Цыганов В.В. Адаптивные механизмы в отраслевом управлении М.: Наука, 1991. - 166 с.

117. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984. – 336 с.

118. Эткинд Ю.Л. Организация и управление строительством. Свердловск: УГУ, 1991. – 312 с.

119. Янг С. Системное управление организацией. М.: Советское радио, 1982. - 456 с.

120. Abba W.F. Beyond communicating with earned value: managing integrated cost, schedule and technical performance / PMI Symposium. New Orleans, 1995. P. 2 – 6.

121. Barr Z. Earned value analysis: a case study // PM Network. 1996. N 12. P. 31 – 37.

122. Bubshait K.A., Selen W.J. Project characteristics that influence the implementation of Project Management techniques: a survey // International Journal of Project Management. 1992. Vol. 23. N 2. P. 43 – 47.

123. Christinsen D.S. A review of cost/schedule control systems criteria literature // International Journal of Project Management. 1994. Vol. 25. N 3. P. 32 – 39.

124. Cooper K.G. The rework cycle: benchmarks for the Project manager // International Journal of Project Management. 1993. Vol. 24. N 1. P. 17 – 22.

125. Dasgupta P., Hammond P., Maskin E. The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility // Review of Economic Studies. 1979. Vol. 46. № 2. P. 185 - 216.

126. Fieldman R.E. Some thoughts on C/SCSC and current state of Project Management tools // PM Network. 1993. N 10. P. 6 – 8.

127. Fleming Q.W., Hoppelman J.M. Earned value Project Management. PMI, 1996. – 141 p.

128. Fleming Q.W., Hoppelman J.M. Taking step four with earned value: establish the Project baseline // PM Network. 1995. N 5. P. 26 – 29.

129. Groves T., Radner R. The allocation of resources in a team // Journal of Economic Theory. 1972. Vol. 4. N 2. P. 415 - 441.

130. Hart O.D., Holmstrom B. Theory of contracts // Advances in economic theory. 5th world congress. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 71 - 155.

131. Hatfield M.A. Managing to the corner cube: three-dimensional Management in a three-dimensional world // International Journal of Project Management. 1995. Vol. 26. N 1. P. 13 – 20.

Приложение 1

Государственное учреждение
«Управление автомобильной магистрали Москва-Санкт-Петербург
Федерального дорожного агентства»
(ГУ Упрдор «Россия»)

проспект Чайковского, 62-А , г.Тверь,170002
тел. (0822) 36-87-90, FAX (0822) 34-76-43

E-mail: office@e105.ru
Телетайп 171154 TROPA RU

Исх. № __________

На № __________

«___»_____________2005 года

УТВЕРЖДАЮ
Начальник управления автомагистрали
Москва-Санкт-Петербург

_______________О.Ю.Маликов
31 марта 2005 г

АКТ

31 марта 2005г **г.Тверь**

О результатах внедрения законченной научно-исследовательской работы по разработке методических рекомендаций по совершенствованию процесса планирования ремонтных работ

В период с 17 января 2005 г по 25 марта 2005г в Управлении автомагистрали Москва-Санкт Петербург проводилась научно-исследовательская работа по совершенствованию процедуры планирования объемов ремонтных работ. В результате был разработан ряд методических материалов по созданию и практическому использованию моделей и методов решения поставленных задач.

В их числе:

4 .модель комплексной оценки состояния автомобильной дороги на основе применения количественных и качественных показателей, имеющих различную размерность, при нечеткой информации, позволяющая получать значение комплексной оценки даже тогда, когда для параметров, задаваемых количественно нельзя указать значения, отделяющие «хороший» вариант от «плохого», что может быть использовано при планировании ремонтных работ на основе «индекса соответствия»;

5. модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ, дающая возможность определения варианта, с минимальными затратами при заданных значениях эксплуатационных характеристик ремонтируемого участка;

6. модель определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги, минимизирующих суммарную степень опасности участков дороги, позволяющая осуществить распределение дополнительных средств на снижение степени опасности участков.

Результаты работ получили поддержку и одобрение на заседаниях технического совета.

Заместитель начальника: **М.А.Рамазанов**

Приложение 2

УТВЕРЖДАЮ
Директор
ДП ФГУП «СоюздорНИИ»
«Смоленский СоюздорНИИ»

профессор, д.т.н. А.В. Линцер

16 декабря 2004 г.

АКТ

16 декабря 2004 г. **г. Смоленск**

О результатах внедрения законченной научно-исследовательской работы по разработке методических рекомендаций по применению моделей эффективной организации проектных работ

В период с 30 сентября 2004 г. по 09 декабря 2004 г. в ДП ФГУП «СоюздорНИИ» «Смоленский СоюздорНИИ» проводилась научно-исследовательская работа по совершенствованию процесса планирования ремонтных работ.

Результатом работы явилась разработка ряда методических материалов по созданию и практическому использованию моделей и методов, основанных на применении методов математического программирования.

В их числе:

1. модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, при условии минимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств, позволяющих осуществлять формирование плана ремонтных работ в условиях дефицитного финансирования;

2. модель минимизирующая линейную свертку степени опасности и ущерба, позволяющая учесть предпочтения лица, принимающего управленческие решения;

3. модель выбора варианта производства работ, дающая возможность определения варианта, с минимальными затратами при заданных значениях эксплуатационных характеристик ремонтируемого участка.

Результаты работ получили поддержку и одобрение на заседаниях технического совета.

Первый заместитель директора
по научной работе, доцент, к.т.н.,
академик Международной академии транспорта **В.И. Мястовский**

Приложение 3

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор ВГАСУ

профессор Устинов Ю.Ф.

____

_______________2005 г.

АКТ

Настоящим подтверждаем, что результаты кандидатской диссертации Левдикова В.И.:

1. модель комплексной оценки состояния автомобильной дороги на основе применения количественных и качественных показателей, имеющих различную размерность, при нечеткой информации;
2. модель определения множества участков дороги, включаемых в план ремонтных работ, при условии минимизации суммарного ущерба при ограничениях на величину выделенных средств;
3. модель определения размера финансирования, направляемого на ремонт участков автодороги, минимизирующих суммарную степень опасности участков дороги;
4. модель минимизирующая линейную свертку степени опасности и ущерба;
5. модель выбора варианта производства работ на участках дороги, включаемых в план ремонтных работ.

внедрены в учебный процесс на механико – автодорожного факультете и включены в состав учебных курсов и дисциплин: «Организация строительства автомобильных дорог», в виде 5 лабораторных работ.

Декан механико – автодорожного факультета,

доцент А.В. Василенко