

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Лебедев Сергей Юрьевич

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТНОЙ  
НАДЕЖНОСТИ ПОВЕРХНОСТНО-УПРОЧНЕННЫХ КОЛЕС  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Специальность – 2.5.2 «Машиноведение»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель  
заслуженный деятель науки РФ  
д.т.н., профессор Сызранцев В.Н.

Тюмень – 2023

**Оглавление**

Введение .....	4
1 Современное состояние методов расчета прочностной надежности зубчатых передач.....	9
1.1 Надежность зубчатых передач .....	9
1.2 Характеристика методик расчета вероятности безотказной работы зубчатых передач.....	14
1.3 Методы непараметрической статистики.....	18
1.4 Задачи исследования .....	20
2 Вероятность безотказной работы зубчатого колеса по критерию контактной выносливости .....	21
2.1 Действующие контактные напряжения.....	21
2.2 Допускаемые контактные напряжения .....	39
2.3 Анализ методик проверочного расчета зубчатых передач по критерию контактной выносливости .....	43
2.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию контактной выносливости.....	46
Выводы .....	51
3 Вероятность безотказной работы зубчатого колеса по критерию изгибной выносливости .....	52
3.1 Действующие изгибные напряжения .....	52
3.2 Допускаемые изгибные напряжения .....	61
3.3 Анализ методик проверочного расчета зубчатых передач по критерию изгибной выносливости .....	67
3.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию изгибной выносливости .....	72
Выводы .....	75
4 Вероятность безотказной работы цилиндрических зубчатых передач по критерию глубинной контактной выносливости .....	76
4.1 Методики расчета действующих и допускаемых глубинных контактных напряжений .....	76
4.2 Функции изменения твердости упрочненного слоя зуба .....	85

4.3 Верификация методик расчета действующих и допускаемых глубинных контактных напряжений .....	90
4.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию глубинной контактной выносливости .....	96
Выводы .....	102
5 Верификация усовершенствованного подхода к расчету вероятности безотказной работы цилиндрических передач .....	103
5.1 Верхний привод буровой установки: поломка зуба.....	103
5.2 Редуктор механизма хода ЭКГ-5А: питтинг.....	113
5.3 Зубчатая передача коробки передач трактора К-700: отслаивание упроченного слоя.....	123
Выводы .....	133
Заключение.....	134
Перечень сокращений .....	136
Список литературы.....	137
Приложение А.....	148
Приложение Б .....	151
Приложение В.....	154
Приложение Г .....	155
Приложение Д.....	156
Приложение Е .....	157

## Введение

Зубчатые цилиндрические передачи являются неотъемлемой частью современных технических систем: главная передача электромобиля, верхний привод буровой установки, привод механизма судоподъемника и т.д. Отказ зубчатой передачи может повлечь выход из строя всей технической системы, снизить ресурс или привести к отказу других элементов системы, создать аварийную ситуацию. Поэтому оценка надежности зубчатых передач с учетом фактических условий их нагруженности в процессе эксплуатации является важной научной задачей, практическое значение которой несомненно.

В настоящее время вероятность безотказной работы (ВБР) зубчатой передачи оценивается по различным типам отказов. Так для поверхностно-упрочненных передач возможными отказами в процессе эксплуатации будут являться не только потеря контактной или изгибной прочности, но и отслаивание закаленного поверхностного слоя, вызванного потерей глубинной контактной прочности (единичный случай глубинного контактного выкрашивания может снизить ресурс передачи до 70 %).

Исследования по оценке надежности передач по критерию глубинной контактной прочности представлены в работах О. Lang, М. MackAldener, Р. Р. Гальпера, Е. И. Тескера, В. И. Короткина и его учеников, С. П. Руденко и др. При этом большинство методик направлены на расчет ресурса передачи по данному критерию. Методики расчета ВБР по критерию глубинной контактной выносливости (ГКВ) зубьев в процессе анализа научно-технической литературы не обнаружены.

Анализ научно-технической литературы показывает, что применение на практике вероятностных методов расчета прочностной надежности поверхностно-упрочненных колес сводится к расчету ВБР по критериям контактной (КВ) и изгибной выносливости (ИВ), функции плотности распределения (ФПР) которых представлены только нормальным распределением. Авторы методик сами отмечают условность такого подхода, но в рамках используемого в методиках аппарата параметрической статистики учесть особенности ФПР действующих и допускаемых напряжений не представляется возможным. Более того, в известных

методиках не учитываются важные факторы, влияющие на работоспособность передач: случайный характер угла перекоса зубьев в зацеплении, вызванный деформацией элементов передачи под нагрузкой, статистическое различие в характеристиках материалов, изменение параметров упрочнения шестерни и колеса.

В соответствии с выше сказанным, несовершенство вероятностных методов расчета прочностной надежности поверхностно-упрочненных колес цилиндрических передач, является проблемой, которая требует решения.

**Объект исследования** – надежность цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями колеса и шестерни.

**Предмет исследования** – методы оценки ВБР цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями в условиях, когда действующие и допускаемые напряжения известными законами случайных величин не описываются.

**Цель работы** заключается в совершенствовании вероятностных методов расчета прочностной надежности цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями колес, что позволит на этапе проектирования передач выявить возможные причины их отказа в заданных условиях эксплуатации.

Для решения этой главной **задачи исследования** были поставлены и решены следующие частные практические задачи:

1. Совершенствование методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию КВ зубьев, с учетом случайного закона внешней нагрузки независимо от его сложности, а также случайного характера угла перекоса в зацеплении, вызванного деформацией элементов передачи при эксплуатации.

2. Совершенствование методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию ИВ зубьев, с учетом случайного характера внешней нагрузки и параметров упрочненных слоев зубьев колес.

3. Разработка методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию ГКВ поверхности зуба шестерни и поверхности зуба колеса.

4. Верификация усовершенствованного подхода к расчету ВБР поверхностно-упрочненных колес зубчатых передач.

**Научная новизна:**

1. Предложено оценивать надежность поверхностно-упрочненной цилиндрической зубчатой передачи не только по критериям, определяющим вероятность отказа передачи вследствие поломки зуба шестерни и зуба колеса и потери контактной прочности поверхности зуба шестерни и зуба колеса, но и по критериям, определяющим вероятность отказа передачи вследствие потери глубинной контактной прочности поверхности зуба шестерни и зуба колеса. Учет шести критериев позволяет при проектировании передачи определить наиболее вероятную причину отказа.

2. При расчете ФПР действующих контактных (КН) и изгибных напряжений (ИН), помимо распределения крутящего момента по законам случайных величин, учтен случайный характер коэффициентов концентрации КН и ИН, связанных с перекосом зубьев в зацеплении, являющимся композицией двух случайных величин: технологического угла перекоса и угла перекоса, вызванного деформацией элементов передачи (силового перекоса).

3. Впервые предложена методика расчета ВБР поверхностно-упрочненных колес цилиндрических передач по критерию ГКВ, позволяющая выполнять расчет независимо от сложности закона распределения действующих в зацеплении зубьев КН и учитывающая ФПР по глубине упрочненного слоя действующих и допускаемых ГКН.

#### **Практическая значимость работы.**

1. Возможность вероятностного определения причины выхода передачи из строя по шести критериям (питтинг шестерни, питтинг колеса, поломка зуба шестерни, поломка зуба колеса, отслаивание упрочненного слоя зуба шестерни, отслаивание упрочненного слоя зуба колеса) позволяет корректировать конструкцию, технологию изготовления, требования к эксплуатации с целью обеспечения требуемой работоспособности передачи при её проектировании.

2. Вероятностная оценка надежности поверхностно-упрочненной передачи по критерию ГКВ позволяет для выбранной химико-термической обработки на этапе проектирования передачи определить параметры упрочненного слоя, обеспечивающие равнопрочность поверхности зуба колеса и шестерни по этому критерию работоспособности передачи.

3. Созданные методики реализованы в едином программном комплексе «Проверочный расчет цилиндрических передач» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2022660757), используемом в учебном процессе кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности» Тюменского индустриального университета. Методики расчета вероятности отказа передач по различным критериям использованы при оценке прочностной надежности передач приводов машин на предприятии.

**Методология и методы исследования.** Методологическими и теоретическими основами исследования являются общенаучные методы (анализ, синтез, сравнение), концептуальные положения теории вероятности, теория параметрической и непараметрической математической статистики, кинетическая теория усталости металлов, теория зубчатых зацеплений.

**На защиту выносятся:**

1. Подход к расчету ВБР цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями шестерни и колеса.
2. Методическое и программное обеспечение расчета ВБР по критерию ГКВ поверхности зуба шестерни и поверхности зуба колеса.
3. Верификация усовершенствованного подхода к расчету ВБР поверхностно-упрочненных колес зубчатых передач.

**Достоверность научных результатов** исследования подтверждена применением фундаментальных положений теоретической механики, сопротивления материалов, теории зубчатых зацеплений, а также сопоставлением результатов расчетов с доступными экспериментальными данными и данными по эксплуатации поверхностно-упрочненных зубчатых цилиндрических передач.

**Апробация.** Основные положения диссертации доложены и обсуждены на конференциях: 07.12.21 г. – Всероссийская научно-практическая конференция «Проблемы функционирования систем транспорта», ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия; 18.05.22 г. – Межд. научно-практическая конференция «Новые технологии - нефтегазовому региону» «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия; 20.05.22 г. – XVI Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» памяти академика Э. С. Горкунова, ФГБУН Институт

машиноведения имени Э. С. Горкунова Уральского отделения РАН, Екатеринбург, Россия; 18.11.22 г. – Международная научно-практическая конференция «Научная территория: технологии и инновации» Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия; 28-29 апреля 2023 г. – Всероссийская научно-техн. конф. «Автомобилестроение: проектирование, конструирование, расчет и технологии ремонта и производства», Ижевск, Россия.

Разработанные методики применены в рамках обратного инжиниринга для проектирования и конструкторско-технологической отработки колес экспериментальных цилиндрических передач различных образцов техники на предприятии ООО Фирма «СТЭК», использованы в учебном процессе подготовки студентов направления «Нефтегазовое дело» в Тюменском индустриальном университете.

**Публикации.** Материалы исследования опубликованы в 8 печатных работах (3 – в журнале из перечня рецензируемых научных изданий ВАК РФ, из них 1 без соавторов; 1 – в изданиях, индексируемых в базе цитирования Scopus). Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Проверочный расчет цилиндрических передач» № 2022660757.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация изложена на 157 страницах машинописного текста, состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы и 6-и приложений (А–Е). Основная часть диссертации содержит 49 рисунков, 15 таблиц. Список литературы состоит из 111 наименований.

# 1 Современное состояние методов расчета прочностной надежности зубчатых передач

## 1.1 Надежность зубчатых передач

Эволюция техники привела к созданию все более сложных конструктивно и чрезвычайно опасных для человека технических систем. В машиностроении изучением рисков и безопасности разрабатываемых технических систем занимается научная дисциплина «Теория надежности».

Теория надежности – это научная дисциплина, разрабатывающая и изучающая методы обеспечения эффективности работы технических объектов в процессе эксплуатации [1].

Первые работы по теории надежности относились к механическим системам и принадлежат Н. Ф. Хоциалову (СССР) и Г. Майеру (Германия). Эти работы появились в 1929-1931 гг. были посвящены применению теоретико-вероятностных методов к расчету прочностной надежности объектов [1].

Сам термин «надежность» подразумевает свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки[2].

Наиболее значимый вклад в развитие методов оценки надежности деталей, механизмов и машин внесли В.В. Болотин, В.П. Когаев, Е.К. Почтенный, Д.Н. Решетов, С.В. Серенсен, Г.А. Снесарев, В.Н. Сызранцев, К.В. Сызранцева, И.С. Цитович, О.Ф. Чернявский, А.О. Чернявский, J. Collins, E.V. Naugen, K.C. Karur, L.R. Lamberson и др. [1-12].

Оценивают надежность техники по безотказности, долговечности, ремонтпригодности, восстанавливаемости, готовности и сохраняемости.

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение заданного временного периода.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособность до предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

В случае зубчатых передач безотказность и долговечность можно считать эквивалентными, т. к. зубчатые колеса являются в большинстве случаев невосстанавливаемыми деталями [2]. Сохраняемость, готовность и ремонтпригодность зубчатых передач не так значительно влияют на уровень их надежности.

Для количественной оценки надежности объекта по безотказности и долговечности используются различные показатели. Безотказность объекта оценивают по ВБР, средней наработке до отказа, средней наработке на отказ, интенсивности отказов, параметру потока отказов. Долговечность объекта оценивают по техническому ресурсу (сроку службы), гамма-процентному ресурсу, ресурсу до текущего и/или капитального ремонта, полному ресурсу, ресурсу до списания.

Зубчатые передачи принято оценивать по ВБР или техническому ресурсу. В случае ВБР технический ресурс задают в исходных данных, в случае технического ресурса расчет ведется для заданной ВБР.

Многие параметры при расчете зубчатых передач являются случайными величинами (нагрузки, механические характеристики). Расчет ВБР зубчатой передачи позволяет учесть стохастичность различных факторов, влияющих на надежность передачи. Кроме того, этот показатель надежности особенно важен для технических систем, где вероятность отказа объекта недопустима: самолеты, атомные электростанции, ветрогенераторы и т. д. Из чего можно заключить, что развитие методов расчета ВБР передач является необходимым для повышения надежности передач и актуальным для развития машиностроения.

В определениях безотказности и долговечности используется термин «работоспособность». Под работоспособностью подразумевается состояние объекта, позволяющее выполнять заданные функции в установленных параметрах. Событие, при котором объект теряет свою работоспособность в результате эксплуатации, называют отказом. Существуют различные критерии (условия) работоспособности зубчатых передач: контактная прочность; изгибная прочность; глубинная контактная прочность; износостойкость; противозадирная стойкость; уровень вибрации и шума; коэффициент полезного действия.

Контактная прочность зубчатых колес – свойство, позволяющее сопротивляться разрушению контактирующих поверхностей зубчатых колес под воздействием контактных напряжений (КН). Разрушение контактной поверхности может проявляться в виде остаточной деформации или хрупкого разрушения (пиковые нагрузки), или в результате роста усталостных трещин с последующим выкрашиванием (рис. 1.1) рабочей поверхности зуба – питтинга (циклические нагрузки).

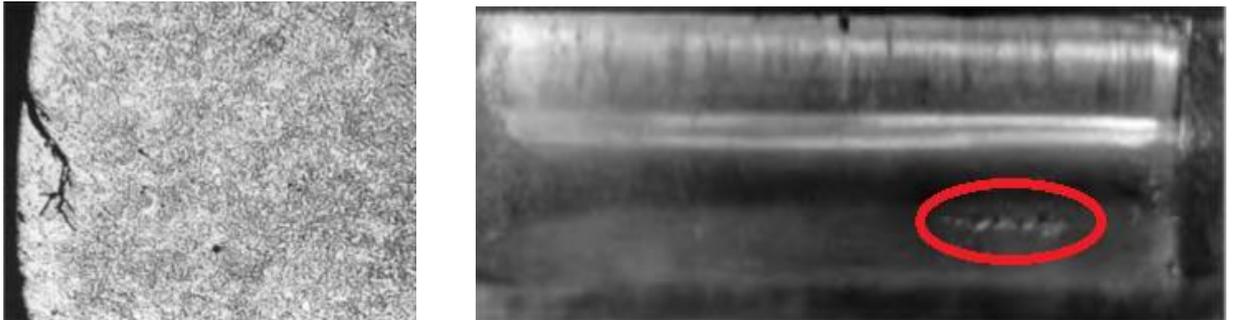


Рисунок .1.1 – Питтинг зуба [13]

Изгибная прочность зубчатых колес – свойство, позволяющее сопротивляться поломке зуба под воздействием изгибных напряжений (ИН). Поломка зуба может произойти в результате остаточных деформаций, хрупкого излома или роста усталостной трещины в основании зуба (рис. 1.2).



Рисунок 1.2 – Рост усталостной трещины в основании зуба [14]

Сопротивление усталостному разрушению в результате КН и ИН в зубе определяется как изгибная и контактная выносливость зуба. Вопросы изгибной и контактной прочности зубчатых передач представлены в [15-22]. При этом учет

угла перекося, вызванного деформацией элементов передачи или не учитывается, или задается константой, а предел изгибной выносливости определяется без учета параметров упрочненного слоя зуба.

Глубинная контактная прочность является критерием работоспособности поверхностно-упрочненных зубчатых колес. Поверхностно-упрочненные зубчатые передачи – это передачи, контактирующие поверхности зубьев которых повергнуты химико-термической обработке: цементации, нитроцементации, азотированию, лазерной обработке.



Рисунок 1.3 – Глубинное усталостное разрушение зуба (отслаивание упрочненного слоя) [13]

При воздействии КН разрушение зуба может произойти внутри тела зуба ввиду снижения прочностных характеристик упрочненного слоя по глубине. Различают два типа отказов в результате потери глубинной контактной прочности: продавливание упрочненного слоя (статическая прочность), отслаивание упрочненного слоя в результате развития усталостной глубинной трещины (рис. 1.3).

ГКВ зуба – это свойство материала сопротивляться усталостному разрушению под контактирующей поверхностью зуба в результате циклических контактных нагрузок. Исследования по оценке работоспособности передач по критерию глубинной контактной прочности представлены в работах О. Lang, М. MaskAldener, Р. Р. Гальпера, Е. И. Тескера, В. И. Короткина и его учеников, С. П. Руденко и др. [13, 23-30]. При этом большинство методик направлены на расчет ресурса передачи по данному критерию. Анализ научно-технической литературы не показал существующих методик расчета ВБР по критерию глубинной контактной выносливости [31].

Износ зубчатых колес является следствием недостаточной несущей способности масляной пленки, неизбежного смешанного трения при пусках и остановках передачи, попадания в зацепление абразивных частиц, соизмеримых с толщиной масляной пленки. Оценка надежности по износостойкости передачи реализуется как правило через определение технического ресурса, но также существуют методики по расчету ВБР зубчатой передачи по критерию износостойкости [32].

Поверхностно-упрочненные зубчатые передачи обладают высокой твердостью, что значительно снижает интенсивность износа зубчатых передач. Поэтому в случае поверхностно-упрочненных колес, если вероятность отказа по критериям КВ, ИВ и ГКВ отсутствует, то происходит постепенный механический износ контактирующих поверхностей зубьев [13], т. е. износ становится неизбежным отказом, и его вероятностная оценка становится не релевантной.

При эксплуатации зубчатой передачи возможно возникновение заедания. В результате заедания на контактирующих поверхностях возникают задиры. Заедание возникает при потере несущей способности масляной пленки. Заедание для поверхностно-упрочненных цилиндрических передач не характерно [2], и обычно возникает из-за некорректного подбора смазочного материала и способа смазывания.

Уровень вибрации и шума является показателем точности изготовления и сборки зубчатой передачи [33].

Энергетические потери, оцениваемые коэффициентом полезного действия, в зубчатых передачах являются критерием работоспособности приборов и аппаратуры.

Существует также возможность отказа зубчатой передачи в результате разрушения конструктивных элементов одного из зубчатых колес: обода, диафрагмы, ступицы. Оценка надежности по этим отказам, как правило, не требуется, т. к. конструктивные элементы обладают большим запасом прочности, чем сами зубья передач, и их отказ скорее связан с несоблюдением норм проектирования, изготовления и/или сборки передачи.

Рассмотрев критерии работоспособности зубчатых передач, можно заключить, что надежность поверхностно-упрочненных зубчатых колес

оценивается по прочностным характеристикам. Учитывая тот факт, что отказ может произойти как по шестерни, так и по колесу на рис 1.4 представлено дерево отказов поверхностно-упрочненной зубчатой цилиндрической передачи при воздействии циклических нагрузок.

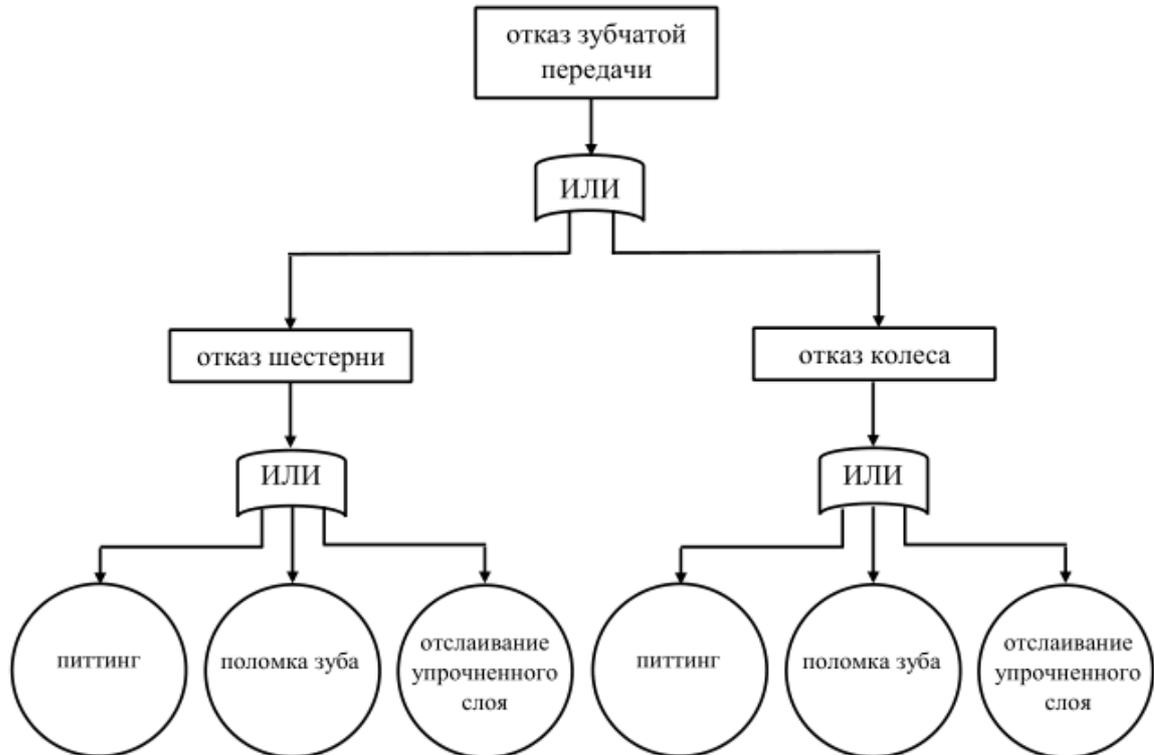


Рисунок 1.4 – Дерево отказов поверхностно-упрочненной зубчатой цилиндрической передачи

Окружности на рис 1.4 являются независимыми событиями, поэтому расчет ВБР необходимо выполнять по каждому из них. Определив критерии работоспособности, по которым необходимо рассчитывать ВБР поверхностно-упрочненной зубчатой передачи, рассмотрим существующие методики расчета ВБР.

## 1.2 Характеристика методик расчета вероятности безотказной работы зубчатых передач

Для расчета ВБР зубчатой передачи по какому-либо из прочностных критериев работоспособности необходимо знать ФПР двух случайных величин: действующих и допускаемых напряжений. Вероятностная оценка заключается в определении возможности превышения действующих напряжений относительно допускаемых:

$$R = 1 - P(\sigma > \sigma_{lim}), \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  – действующие напряжения;  $\sigma_{lim}$  – допускаемые напряжения;  $P(\sigma > \sigma_{lim})$  – вероятность превышения действующих напряжений относительно допускаемых.

Для расчета  $P(\sigma > \sigma_{lim})$  необходимы ФПР случайных величин  $\sigma$  и  $\sigma_{lim}$ . Тогда вероятность  $P$  будет общей площадью ФПР (рис. 1.5).

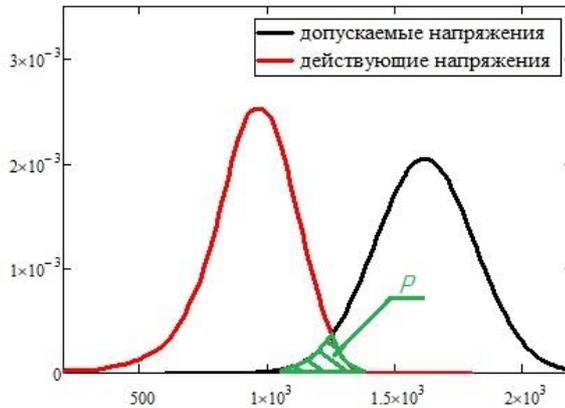


Рисунок 1.5 – ФПР случайных величин  $\sigma$  и  $\sigma_{lim}$

Вероятность  $P$  определяется через двойной интеграл:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\sigma}(\sigma) F_{\sigma_{lim}}(\sigma) d\sigma, \quad (1.2)$$

где  $f_{\sigma}(\sigma)$  – ФПР случайной величины  $\sigma$ ;  $F_{\sigma_{lim}}(\sigma)$  – функция распределения случайной величины  $\sigma_{lim}$ .

ФПР случайной величины позволяет определить вероятность получения некоторого значения этой величины. Площадь, очерчиваемая ФПР случайной величины, равна единице. Функция плотности является производной функции распределения случайной величины [43].

ФПР восстанавливают по выборке значений действующих и допускаемых напряжений, полученных в результате расчетов.

Для допускаемых напряжений принято использовать нормальный закон распределения [2,34-36] с параметрами, определяемыми в зависимости от технологии изготовления зубчатых передач [36].

Выборка действующий напряжения рассчитывается по случайной величине крутящего момента. Функцию распределения крутящего момента задают в зависимости от типового режима нагружения [34-36] зубчатой передачи (рис. 1.6). Режим нагружения определяется по машине, в которой установлена зубчатая передача. Используются следующие функции распределения крутящего момента:

1. Легкий режим: гамма-распределение (рис. 1.6)

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx, \quad (1.3)$$

где  $\alpha, \beta$  – параметры ( $\alpha = 3, \beta = 0,1$ ). Среднее значение  $\bar{x} = 0,35x_{max}$ .

2. Средний режим: нормальное Гауссово распределение (рис. 1.6)

$$F(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2S^2}} dx, \quad (1.4)$$

где  $S$  – среднее квадратическое отклонение,  $S = 0,2x_{max}$ ;  $\bar{x}$  – среднее значение,  $\bar{x} = 0,5x_{max}$ .

3. Средний режим: равномерное распределение (рис. 1.6)

$$F(x) = \int_0^1 x dx. \quad (1.5)$$

4. Тяжелый режим: бета-распределение (рис. 1.6)

$$F(x) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^x x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx, \quad (1.6)$$

где  $a, b$  – параметры ( $a = 6, b = 2$ ).

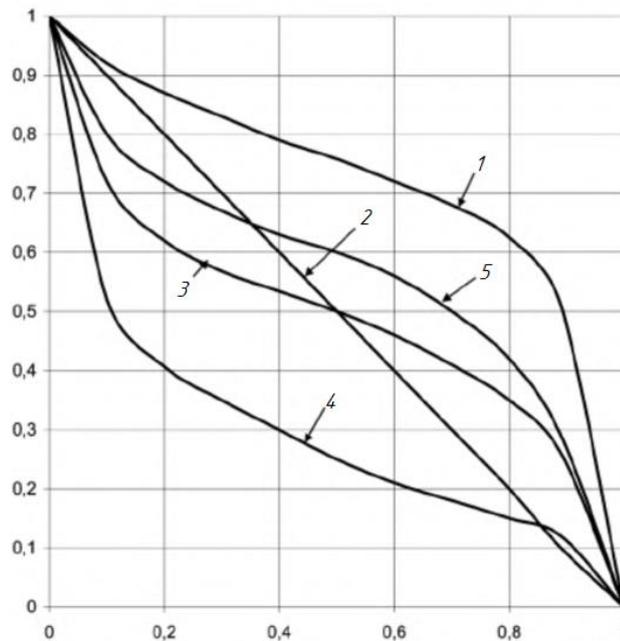


Рисунок 1.6 – Типовые режимы нагружения зубчатых передач [13]:

1 – тяжелый; 2 – средний равномерный; 3 – средний нормальный; 4 – легкий; 5 – редуктор мотор-колес карьерного самосвала

Если режим нагружения не известен, то в [2,34-35] рекомендуют принимать нормальное распределение действующих напряжений. В [37] крутящий момент задается распределением Вейбулла при расчете ВБР автоматической коробки передач. Для оценки надежности редукторов мотор-колес карьерного автосамосвала в [13] при эксплуатационных испытаниях получен режим нагружения промежуточный между нормальным и тяжелыми режимами (рис. 1.6).



Рисунок 1.7 – Статистические данные крутящего момента на входном валу привода ветрогенератора [38]

Для оценки надежности зубчатых передач привода ветрогенератора в [38] была использована выборка крутящего момента, представленного на рис. 1.7. Судя по изображению, можно заключить, что закон распределения крутящего момента имеет вид бимодальной функции.

Для восстановления ФПР действующих напряжений выборку напряжений представляют в виде гистограммы. Затем, применяя эффективные оценки координат центра распределения, среднеквадратического отклонения, эксцесса и контрэксцесса, определяется закон распределения действующих напряжений [39]. Такой подход имеет два существенных недостатка:

1. В зависимости от значения интервала гистограммы выборка напряжений может принимать тот или иной закон распределения, а подобрать оптимальное значение интервала при неизвестном законе распределения невозможно, из чего следует, что число интервалов задается интуитивно.

2. Законов распределений случайной величины около 100, и несколько законов могут соответствовать гистограмме случайной величины (к примеру, распределение Пуассона и нормальное Гауссово распределение), но результаты

расчетов вероятности будут различными [39]. Выбор закона распределения остается за исследователем.

В [39] устранить представленные недостатки позволило применение методов непараметрической статистики (МНС) при оценке надежности технических объектов. МНС, используемые в [39] и в этом диссертационном исследовании, рассмотрены в следующем разделе.

### 1.3 Методы непараметрической статистики

Становление непараметрической статистики связывают с трудами Спирмена и Кенделла [40]. Основная идея МНС – закон распределения случайной величины либо неизвестен, либо может быть определен приближенно [41]. Значимый вклад в развитие МНС внес Вилкоксон [42] и представители его научной школы. Современное состояние разработанных МНС позволяет решать те же статистические задачи, что и решаются методами параметрической статистики [43,44]. Оценка прочностной надежности с использованием МНС применены в [12,39,45].

МНС позволяют для выборки случайных чисел восстановить неизвестную ФПР. При этом разработаны следующие методы и алгоритмы [52]: методы гистограмм, разложение по базисным функциям, метод ближайших соседей, метод «гребенка», методы Парзена-Розенблатта и др.

В диссертационном исследовании используется метод Парзена-Розенблатта для восстановления ФПР действующих и допускаемых напряжений. Метод Парзена-Розенблатта для оценки прочностной надежности рекомендован [39].

При реализации метода Парзена-Розенблатта используется ФПР:

$$f(y) = \frac{1}{N \cdot h_N} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{y - x_i}{h_N}\right), \quad (1.7)$$

где  $N$  – число элементов выборки;  $h_N$  – параметр «размытости»;  $K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right)$  – ядерная функция;  $x_i$  –  $i$ -е значение выборки случайной величины длиной  $N$ .

Для получения функции (1.7) необходимо выбрать ядерную функцию и параметр размытости.

В качестве ядерной функции используют симметричные ФПР с конечными начальными моментами: нормальное, Фишера, Лапласа, Коши, логистическое, Епанчикова, равномерное, треугольное и др.

Параметр «размытости» и ядерная функция определяется при помощи информационного функционала:

$$J\left(h_N, K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right)\right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{1}{(N-1)h_N} \sum_{j \neq i}^N -K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right)\right). \quad (1.8)$$

Параметр «размытости» и ядерная функция принимается из условия, что информационный функционал  $J$  стремится к максимуму:

$$J\left(h_N, K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right)\right) \rightarrow \max. \quad (1.9)$$

При длине выборки  $N \geq 1000$ , что характерно для выборок крутящего момента при расчете зубчатых передач, отклонение максимальных значений  $J$  при различных ядерных функциях не превышает 1% [39]. Поэтому в диссертации при определении ФПР действующих и допускаемых напряжений по методу Парзена-Розенблатта использовано нормальное распределение в качестве ядерной функции:

$$K\left(\frac{y-x_i}{h_N}\right) = \frac{e^{-\left(\frac{(y-x_i)^2}{2h_N^2}\right)}}{\sqrt{2\pi}}. \quad (1.10)$$

Тогда уравнение информационного функционала примет вид:

$$J(h_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{1}{(N-1)h_N} \sum_{j \neq i}^N -\frac{e^{-\left(\frac{(y-x_i)^2}{2h_N^2}\right)}}{\sqrt{2\pi}}\right). \quad (1.11)$$

При численном решении задачи оптимизации  $J(h_N^*) \rightarrow \max$  в первом приближении параметр «размытости» можно определить по уравнению:

$$h_N = D_N \cdot N^{-\frac{1}{5}}, \quad (1.12)$$

где  $D_N$  – выборочная дисперсия, определяемая по формуле:

$$D_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i\right)^2. \quad (1.13)$$

Уравнение (1.7) с учетом применения ядерной функции (1.10):

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot N \cdot h_N^*} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{\left(\frac{y-x_i}{h_N^*}\right)^2}{2}}. \quad (1.14)$$

В приложении В представлен листинг программы для описанного выше метода, разработанный в программном обеспечении Mathcad.

#### 1.4 Задачи исследования

Выполненный анализ критериев работоспособности и методик расчета ВБР поверхностно-упрочненных колес цилиндрических передач позволил сформулировать дальнейшие задачи исследования:

1. Совершенствование методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию КВ, с учетом случайного закона внешней нагрузки независимо от его сложности, а также случайного характера угла перекоса, вызванного деформацией элементов передачи при эксплуатации.

2. Совершенствование методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию ИВ зубьев, с учетом случайного характера внешней нагрузки и параметров упрочненных слоев зубчатых колес.

3. Разработка методики расчета ВБР зубчатых колес по критерию ГКВ поверхности зуба шестерни и поверхности зуба колеса.

4. Верификация усовершенствованного подхода к расчету ВБР цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями на основе известных данных отказов передач.

Решение сформулированных задач, представленное в следующих главах диссертации, повысит качество комплексной оценки прочностной надежности зубчатых цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями.

## 2 Вероятность безотказной работы зубчатого колеса по критерию контактной выносливости

Методика определения ВБР по критерию КВ основывается на получении ФПР двух случайных величин: действующих и допускаемых КН. Для определения ФПР, используя МНС, требуется получить выборки значений действующих и допускаемых КН.

### 2.1 Действующие контактные напряжения

Действующие КН – это напряжения, возникающее на поверхности контакта двух механически взаимодействующих упругих тел. Расчет КН в зубчатом зацеплении в существующих методиках [36,48-51] базируется на общих уравнениях теории упругости для первоначального (до деформации) точечного и линейного контакта, предложенных Г. Герцем [21].

При расчете КН в зубчатом зацеплении цилиндрических прямозубых и косозубых передач решается задача линейного контакта. Контакт зубьев интерпретируют как контакт двух параллельных цилиндров с радиусами кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , равными радиусам кривизны эвольвент профилей зубьев в точке зацепления (как правило, в полюсе зацепления – рис. 2.1). Расчетная формула КН двух параллельных цилиндров имеет вид:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)} \cdot \frac{1}{\rho_\Sigma} \cdot \frac{F_n}{l_\Sigma}}, \quad (2.1)$$

где  $\nu_1, \nu_2$  – коэффициенты Пуассона;  $E_1, E_2$  – модули упругости, МПа;  $\rho_\Sigma$  – приведенный радиус кривизны, мм;  $F_n$  – нормальное усилие, Н;  $l_\Sigma$  – суммарная длина контактных линий, мм.

Приведенный радиус кривизны рассчитывается по формуле:

$$\rho_\Sigma = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (2.2)$$

Для применения формулы (2.1) в расчетах прямозубых и косозубых цилиндрических передач радиусы кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , входящие в (2.2), выражают через параметры зацепления:

$$\rho_1 = 0,5d_1 \cdot \sin \alpha_{tw}, \quad (2.3)$$

$$\rho_2 = 0,5d_1 \cdot u \cdot \sin\alpha_{tw}, \quad (2.4)$$

где  $d_1$  – делительный диаметр шестерни, мм;  $u$  – передаточное число;  $\alpha_{tw}$  – угол зацепления, рад.

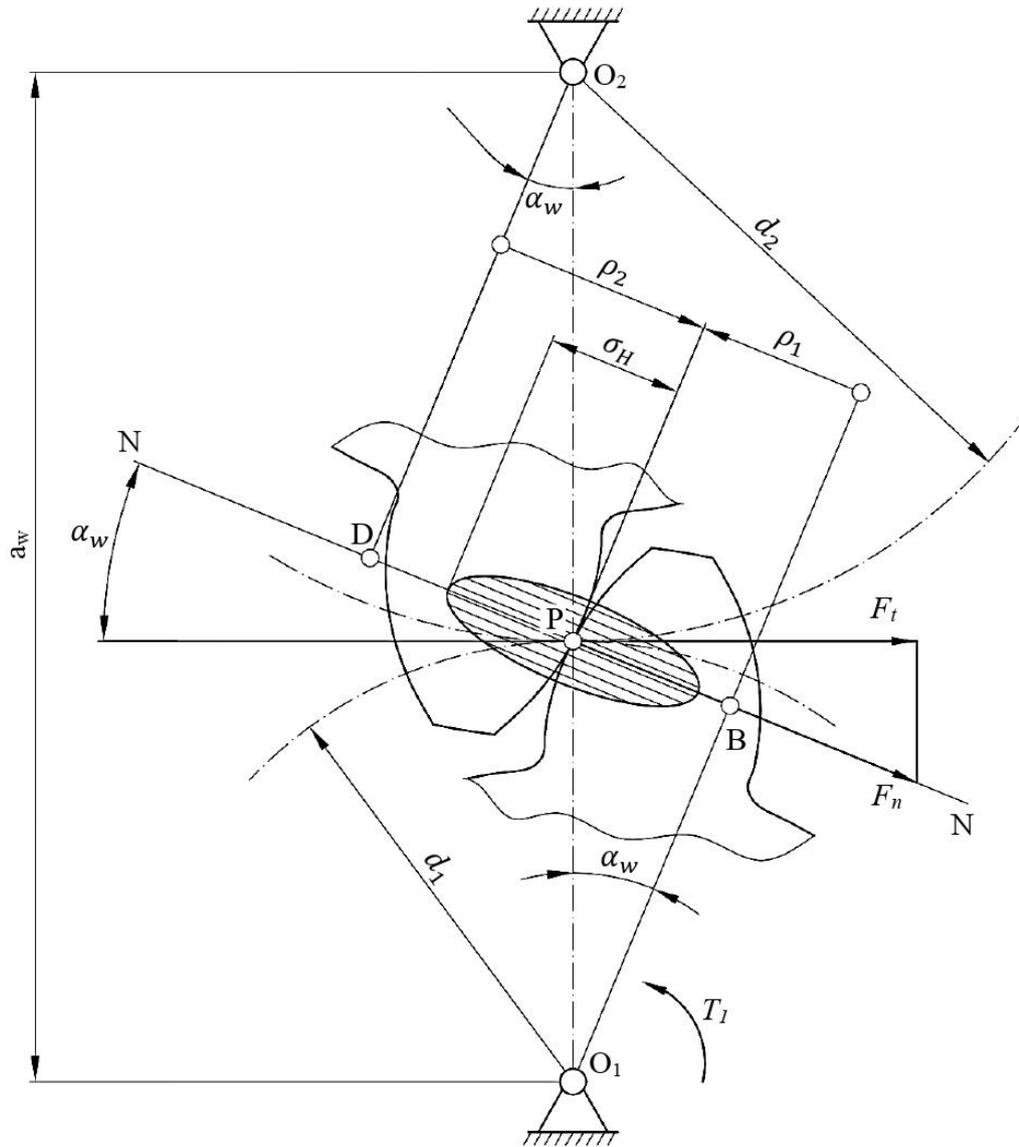


Рисунок 2.1 – Расчетная схема для определения КН

Угол зацепления рассчитывается по формулам:

$$\operatorname{inv}\alpha_{tw} = \operatorname{inv}\alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)\operatorname{tg}20^\circ}{z_1 + z_2}, \quad (2.5)$$

где  $\alpha_t$  – делительный угол профиля в торцовом сечении, град;  $x_1, x_2$  – коэффициенты смещения шестерни и колеса, соответственно;  $z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса, соответственно.

Делительный угол профиля в торцовом сечении

$$\alpha_t = \arctg\left(\frac{\operatorname{tg}20^\circ}{\cos\beta}\right), \quad (2.6)$$

где  $\beta$  – угол наклона, град.

Тогда приведенный радиус кривизны можно представить в виде

$$\rho_\Sigma = 0,5d_1 \sin\alpha_{tw} \cdot \frac{u}{u+1}. \quad (2.7)$$

Нормальное усилие выражается через окружное усилие с учетом факторов, увеличивающих КН в зацеплении

$$F_n = \frac{K_H \cdot F_t}{\cos\alpha_{tw}}, \quad (2.8)$$

где  $K_H$  – коэффициент нагрузки;  $F_t$  – окружное усилие; Н.

Для расчета суммарной длины контактных линий необходимо учитывать ширину зубчатого колеса и коэффициенты торцевого и осевого перекрытия. Учет коэффициентов перекрытия осуществляется следующими зависимостями:

- для прямозубых передач

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}, \quad (2.9)$$

где  $\varepsilon_\alpha$  – коэффициент торцевого перекрытия;

- для косозубых передач с коэффициентом осевого перекрытия меньше единицы ( $\varepsilon_\beta < 1$ )

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{(4 - \varepsilon_\alpha)(1 - \varepsilon_\beta)}{3} + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}}, \quad (2.10)$$

где  $\varepsilon_\beta$  – коэффициент осевого перекрытия;

- для косозубых передач с коэффициентом осевого перекрытия больше либо равным единице ( $\varepsilon_\beta \geq 1$ )

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}}. \quad (2.11)$$

Ввиду того, что приведенный радиус кривизны зависит от числа зубьев (передаточное отношение) и коэффициентов смещения в передаче, а также делительного угла профиля рейки, уравнения (2.5)-(2.6) выносятся из-под корня

(2.1) в коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев в полюсе зацепления:

$$Z_H = \frac{1}{\cos\alpha_t} \sqrt{\frac{2\cos\beta_b}{\operatorname{tg}\alpha_{tw}}}, \quad (2.12)$$

где  $\beta_b$  – основной угол наклона, град.

$$\beta_b = \arcsin(\sin\beta \cdot \cos 20^\circ), \quad (2.13)$$

Для удобства расчетов из-под корня (2.1) выносится коэффициент, учитывающий механические свойства материала:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}. \quad (2.14)$$

В результате всех преобразований, представленных выше, расчет действующих КН осуществляется по формуле:

$$\sigma_H = Z_\varepsilon Z_H Z_E \sqrt{\frac{K_H F_t}{b_w d_1} \cdot \frac{u+1}{u}}, \quad (2.15)$$

где  $b_w$  – рабочая ширина венца зубчатой передачи, мм.

Формула (2.15) в различных вариациях является общепринятой при проектировании и исследовании цилиндрических косозубых и прямозубых передач во всем Мире [36,48-51]. Отличием методик является определение  $K_H$ .  $K_H$  является произведением нескольких коэффициентов, учитывающих несовершенство контакта зубьев передачи в зацеплении:

$$K_H = K_A K_{Hv} K_{H\beta} K_{H\alpha}, \quad (2.16)$$

где  $K_A$  – коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку;  $K_{Hv}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении;  $K_{H\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $K_{H\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Коэффициент  $K_A$  используется, если в циклограмме нагружения не учтено внешние динамические нагрузки и рассеяние крутящего момента относительно номинального, для чего использует ориентировочные значения, зависящие от типа силовой установки и конструкции машины (исполнительного механизма). Ввиду

того, что в разрабатываемой методике в исходных данных задается ФПР случайной величины крутящего момента, то характер нагрузки уже учтен, и следует принять  $K_A = 1$ .

### 2.1.1 Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку

Коэффициент  $K_{Hv}$  до зоны резонанса в [36] рассчитывается по зависимостям:

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b_w}{F_t}, \quad (2.17)$$

где  $\omega_{Hv}$  – удельная окружная динамическая сила, Н/мм.

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_0 v \sqrt{\frac{a_w}{u}}, \quad (2.18)$$

где  $\delta_H$  – коэффициент, учитывающий влияние вида зубчатой передачи и модификации профиля головок зубьев;  $g_0$  – коэффициент, учитывающий влияние разности шагов зацепления зубьев шестерни и колеса;  $v$  – окружная скорость, м/с;  $a_w$  – межосевое расстояние, мм.

Окружная скорость

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60000}, \quad (2.19)$$

где  $n_1$  – частота вращения шестерни, об/мин.

В случае, если  $\omega_{Hv}$  выше предельных значений, то необходимо  $\omega_{Hv}$  приравнять к предельному значению.

Условием отсутствием резонанса является:

- для прямозубых передач

$$\frac{v z_1}{1000} < 1 \quad (2.20)$$

- для косозубых передач

$$\frac{v z_1}{1000} < 1,4 \quad (2.21)$$

При не выполнении условий (2.20)-(2.21)  $K_{Hv}$  рассчитывается:

- резонансная зона ( $0,85 \leq \frac{n_1}{n_{E1}} \leq 1,15$ )

$$K_{Hv} = 1 + C_{v1} B_P + C_{v2} B_f + C_{v4} B_K; \quad (2.22)$$

- промежуточная зона ( $1,15 < \frac{n_1}{n_{E1}} < 1,5$ ) методом линейной интерполяции

$$K_{Hv} = K_{Hv(n_1=1,5n_{E1})} + \frac{K_{Hv(n_1=1,15n_{E1})} - K_{Hv(n_1=1,5n_{E1})}}{0,35} \cdot \left(1,5 - \frac{n_1}{n_{E1}}\right); \quad (2.23)$$

- закритическая зона ( $\frac{n_1}{n_{E1}} \geq 1,5$ )

$$K_{Hv} = C_{v5}B_P + C_{v6}B_f + C_{v7}; \quad (2.24)$$

где  $C_{v1}, C_{v2}, C_{v4}, C_{v5}, C_{v6}, C_{v7}$  – коэффициенты, определяемые по таблице 2.1;  $B_P$  – коэффициент, учитывающий погрешность шага зацепления, приработку и нагруженность передачи;  $B_f$  – коэффициент, учитывающий погрешность профиля, приработку и нагруженность передачи;  $B_K$  – коэффициент, учитывающий плавность входа головки зуба в зацепление;  $n_{E1}$  – резонансная частота вращения шестерни (главный резонанс), об/мин.

Таблица 2.1 – Коэффициенты  $C_v$

Коэффициент	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$	
$C_{v1}$	0,32	0,32	
$C_{v2}$	0,34		
$C_{v4}$	0,90		
$C_{v5}$	0,47		
$C_{v6}$	0,47		
	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 1,5$	$1,5 < \varepsilon_\gamma < 2$	$\varepsilon_\gamma \geq 2$
$C_{v7}$	0,75	$0,125 \sin \left[ \left( \frac{\pi}{1,12} (\varepsilon_\gamma - 1,96) \right) \right] + 0,875$	1,0

Коэффициент  $B_P$  определяется как:

$$B_P = \frac{c' f_{pbef}}{F_t/b_w}, \quad (2.25)$$

где  $c'$  – удельная нормальная жесткость зубьев, Н/(мм·мкм);  $f_{pbef}$  – эффективная погрешность шага зацепления, мкм.

Удельная нормальная жесткость зубьев

$$\begin{aligned} 1/c' = & 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{v1}} + \frac{0,1860}{z_{v2}} - 0,01x_1 - \frac{0,1027x_1}{z_{v1}} + \\ & + 0,00455x_2 + \frac{0,3762x_2}{z_{v2}} + 0,00734x_1^2 - 0,00054x_2^2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

где  $z_{v1}, z_{v2}$  – эквивалентное число зубьев,  $z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$ .

$$f_{pbef} = f_{pb} - y_\alpha, \quad (2.27)$$

где  $f_{pb}$  – погрешность шага зацепления (можно приравнять к допускаемому значению  $f_{pbr}$ ), мкм;  $y_\alpha$  – уменьшение погрешности шага зацепления в результате приработки (при поверхностном упрочнении  $y_\alpha = 0,075f_{pb}$ ), мкм.

Коэффициент  $B_f$  определяется как:

$$B_f = \frac{c' f_{feff}}{F_t/b_w}, \quad (2.28)$$

где  $f_{feff}$  – эффективная погрешность профиля,  $f_{feff} = f_f - y_\alpha$  мкм.

Коэффициент  $B_K$  определяется как:

$$B_K = 1 - \left| \frac{c' C_a}{F_t/b_w} \right|; \quad (2.29)$$

$$C_a = 1,5 + \frac{\left( \frac{\sigma_{Hlim}}{97} - 18,45 \right)^2}{18}, \quad (2.30)$$

где  $\sigma_{Hlim}$  – предел контактной выносливости, МПа.

Резонансная частота вращения шестерни рассчитывается по формуле:

$$n_{E1} = \frac{30}{\pi z_1} \sqrt{\frac{c_\gamma b_w}{m_{red}}}, \quad (2.31)$$

где  $c_\gamma$  – средняя удельная торцовая жесткость зубьев пары зубчатых колес, Н/(мм·мкм);  $m_{red}$  – приведенная масса, кг.

$$c_\gamma = c' (0,75 \varepsilon_\alpha + 0,25); \quad (2.32)$$

$$m_{red} = 3,25 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{d_2^2}{u^2 + 1}, \quad (2.33)$$

где  $d_2$  – делительный диаметр колеса, мм.

Формулы (2.20)-(2.33) также используются и в [48] по методу В (расчет всех основных коэффициентов в [48,52] может осуществлен по одному из трех методов: А – результаты экспериментальных исследований или эксплуатационных испытаний; В – уточненный расчет; С – ориентировочный расчет). Но для расчета дорезонансной зоны ( $\frac{n_1}{n_{E1}} < 0,85$ ) используется уравнение:

$$K_{Hv} = 1 + \frac{n_1}{n_{E1}} (C_{v1} B_P + C_{v2} B_f + C_{v3} B_K), \quad (2.34)$$

где  $C_{v1}, C_{v2}, C_{v3}$  – коэффициенты, определяемые по таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Коэффициенты  $C_v$  по ISO 6336-1

Коэффициент	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$
$C_{v1}$	0,32	0,32
$C_{v2}$	0,34	$\frac{0,57}{\varepsilon_\gamma - 0,3}$
$C_{v3}$	0,23	$\frac{0,096}{\varepsilon_\gamma - 1,56}$

Продолжение таблицы 2.2

$C_{v4}$	0,90	$\frac{0,57 - 0,05\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\gamma - 1,44}$	
$C_{v5}$	0,47	0,47	
$C_{v6}$	0,47	$\frac{0,12}{\varepsilon_\gamma - 1,74}$	
	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 1,5$	$1,5 < \varepsilon_\gamma < 2,5$	$\varepsilon_\gamma \geq 2,5$
$C_{v7}$	0,75	$0,125 \sin \left[ \left( \frac{\pi}{1,12} (\varepsilon_\gamma - 2) \right) \right] + 0,875$	1,0

Сравнив таблицы 2.1 и 2.2 можно предположить, что в [36] для расчета  $K_{Hv}$  в резонансной, промежуточной и закритической зоне применена методика [52], а в дорезонансной зоне используются формулы, предложенные в ГОСТ 21354-75.

Также стоит учесть, что расчет удельной жесткости в [48,52] выполняется по формулам:

$$c' = c'_{th} C_M C_R C_B \cos \beta, \quad (2.35)$$

где  $c'_{th}$  - минимальное значение жесткости, Н/(мм·мкм);  $C_M$  - коэффициент, учитывающий отклонение теоретических расчетов от экспериментальных значений,  $C_M = 0,8$ ;  $C_R$  - коэффициент, учитывающий конструкцию колеса (для цельнодисковых колес  $C_R = 1$ );  $C_B$  - коэффициент, учитывающий форму производящей рейки (для стандартных параметров  $C_B = 1$ ).

Минимальное значение жесткости определяется как:

$$\begin{aligned} 1/c'_{th} = & 0,04723 + \frac{0,15551}{z_{v1}} + \frac{0,25791}{z_{v2}} - 0,00635x_1 - \frac{0,11654x_1}{z_{v1}} - \\ & - 0,00193x_2 - \frac{0,24188x_2}{z_{v2}} + 0,00529x_1^2 + 0,00182x_2^2. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Резонансная частота вращения шестерни [48]

$$n_{E1} = \frac{30000}{\pi z_1} \sqrt{\frac{c_\gamma}{m_{red}}}. \quad (2.37)$$

Приведенная масса [48]

$$m_{red} = \frac{\pi}{8} \left( \frac{d_{m1}}{d_{b1}} \right)^2 \frac{d_{m1}^2}{\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2 u^2}}, \quad (2.38)$$

где  $d_{b1}$  - диаметр основной окружности шестерни, мм;  $d_{m1}$  - диаметр половины высоты зуба шестерни  $((d_{a1} + d_{f1})/2)$ , мм;  $q_1, q_2$  - плотность стали,  $q_1 = q_2 = 0,00000783$  кг/мм<sup>3</sup>.

В [49] для расчета  $K_{Hv}$  используется альтернативная методика:

$$K_{Hv} = \left( \frac{C}{C + \sqrt{196,85v}} \right)^{-B}; \quad (2.39)$$

$$C = 50 + 56(1,0 - B); \quad (2.40)$$

$$B = 0,25(A_v - 5,0)^{0,667}, \quad (2.41)$$

где  $A_v$  – степень точности передачи по [53],  $6 \leq A_v \leq 12$ .

На рис. 2.2 представлено изменение коэффициента  $K_{Hv}$  от частоты вращения шестерни  $n_1$  для передачи [21] с параметрами: число зубьев  $z_1 = 32$ ,  $z_2 = 64$ ; модуль  $m = 5$ ; угол наклона линии зубьев  $\beta = 16^\circ 15'$ ; рабочая ширина венца  $b_w = 60$  мм; коэффициенты смещения  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$ ; коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,63$ ; окружная скорость  $v = 15,7$  м/с; окружная сила  $F_t = 23,64$  кН; погрешность шага зацепления шестерни  $f_{pb} = 14$  мкм; погрешность профиля  $f_f = 16$  мкм [54]; 7-я степень точности; предел контактной выносливости  $\sigma_{Hlim} = 582$  МПа.

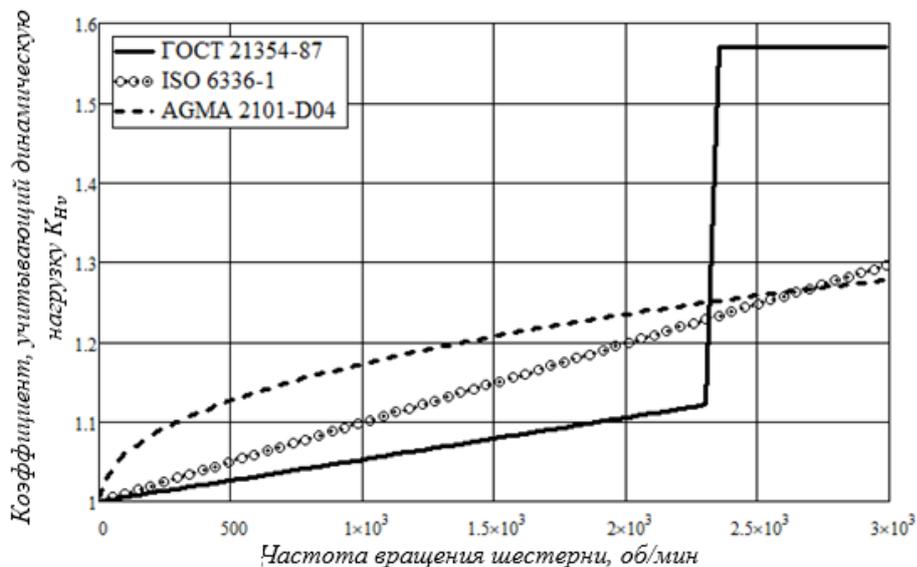


Рисунок 2.2 – Изменение  $K_{Hv}$  по различным стандартизированным методикам

Допуски на погрешность профиля и шага зацепления в [36] принимаются по ГОСТ 1643-81, который для приведённой выше передачи рекомендует значения  $f_{pb} = 19$  мкм и  $f_f = 16$  мкм.

Из рис. 2.2 можно заключить, что все методики дают различные значения  $K_{Hv}$ . Расчет по [49] не учитывает условий резонанса. При общем подходе в [36] и

[48,52] для расчета коэффициента  $K_{Hv}$  в резонансной и закритической зоне скоростей вращения передаче в [36] отсутствует условие, указанное в [52]:

$$\frac{vz_1}{100} \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} > 3 \quad (2.42)$$

При несоблюдении условия (2.42), расчет по формулам (2.22)-(2.38) является не релевантным [52].

### 2.1.2 Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий

Коэффициент  $K_{H\beta}$  учитывает влияние неравномерного распределения нагрузки по ширине зубчатого венца на КН. Неравномерность распределения возникает в результате следующих факторов: погрешности при изготовлении передачи (технологический перекося), погрешности сборки, упругие прогибы элементов передачи – валов, подшипников, корпуса (силовой перекося), зазоры в подшипниках, переменная жесткость зуба, тепловые деформации в результате эксплуатации передачи, отклонения в результате центробежных сил и др.

В [36] расчет  $K_{H\beta}$  осуществляется по следующим формулам:

$$K_{H\beta} = 1 + (K_{H\beta}^0 - 1)K_{H\omega}, \quad (2.43)$$

где  $K_{H\beta}^0$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий в начальный период работы передачи;  $K_{H\omega}$  – коэффициент, учитывающий приработку зубьев.

$$K_{H\beta}^0 = 1 + \frac{0,4b_w f_{ky}^0 c' \cos \alpha_t}{F_t K_{Hv} Z_\varepsilon^2} + K_k \left( \frac{b_w}{d_1} \right)^2, \quad (2.44)$$

где  $f_{ky}^0$  – фактическое отклонение положения контактных линий в начальный период работы передачи, мкм;  $K_k$  – коэффициент, учитывающий эпюру распределения удельной нагрузки по ширине зубчатого венца (если максимум эпюры находится со стороны подвода крутящего момента  $K_k = 0,14$ , иначе  $K_k = 0,08$ ).

$$f_{ky}^0 = f_{kE} + f_{kZ}, \quad (2.45)$$

где  $f_{kE}$  – отклонение положения контактных линий вследствие упругой деформации и зазора в подшипниках, мкм;  $f_{kZ}$  – отклонение положения контактных линий вследствие погрешностей изготовления, мкм.

Отклонения  $f_{kZ}$  принимается равным половине допуска для зубчатых колес с твердостью боковых поверхностей зубьев более 350 HV. Для определения  $f_{kE}$  необходимо определить упругую деформацию вала в результате напряжений изгиба и кручения. Отклонение  $f_{kE}$  также называют силовым перекосом.

Коэффициент, учитывающий приработку зубьев

$$K_{H\omega} = 1 - \frac{20}{(0,01H_{Hv} + 2)^2(v + 4)^{0,25}}, \quad (2.46)$$

где  $H_{Hv}$  – твердость боковой поверхности зуба, HV.

Также в [36] представлен уточненный расчет коэффициента  $K_{H\beta}$ . При этом учитывается также неравномерность распределения нагрузки между зубьями, ввиду чего принимают  $K_{H\alpha} = 1$ .

В [48,52] расчет  $K_{H\beta}$  методом С ведется по следующим формулам:

если  $\frac{b_{cal}}{b_w} \leq 1$

$$K_{H\beta} = \sqrt{\frac{2F_{\beta y}c'}{F_t K_{Hv}/b_w}}; \quad (2.47)$$

если  $\frac{b_{cal}}{b_w} > 1$

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{F_{\beta y}c'}{2F_t K_{Hv}/b_w}; \quad (2.48)$$

$$\frac{b_{cal}}{b_w} = \frac{F_{\beta y}c'}{2F_t K_{Hv}/b_w}, \quad (2.49)$$

где  $F_{\beta y}$  – суммарная погрешность зацепления, мкм.

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta} = F_{\beta x}\chi_{\beta}, \quad (2.50)$$

где  $F_{\beta x}$  – эквивалентное смещение до приработки (абсолютная величина суммы деформаций, перемещений и технологических отклонений шестерни и колеса, измеренная в плоскости зацепления или определяемая по методу С), мкм;  $y_{\beta}$  – уменьшение эквивалентного смещения в результате приработки, мкм;  $\chi_{\beta}$  – коэффициент, характеризующий эквивалентное смещение после приработки.

Для азотированных, цементованных и нитроцементованных колес  $y_{\beta} = 0,15F_{\beta x}$  мкм,  $\chi_{\beta} = 0,85$ . Если материалы шестерни и колеса отличаются, то необходимо рассчитать среднее значение  $y_{\beta}$  или  $\chi_{\beta}$ . Максимально допустимое

значение приработки для поверхностно-упрочненных колес при всех скоростях вращения передачи 6 мкм, что соответствует  $F_{\beta x} = 40$  мкм.

Эквивалентное смещение до приработки

$$F_{\beta x} = 1,33B_1f_{sh} + B_2f_{ma}; F_{\beta x} \geq F_{\beta xmin}, \quad (2.51)$$

где  $B_1, B_2$  – константы;  $f_{sh}$  – смещение зацепления в результате прогиба и кручения вала шестерни и шестерни (силовой перекося), мкм;  $f_{ma}$  – максимальный зазор между боковыми поверхностями зубьев без нагрузки, мкм.

Смещение  $f_{sh}$  определяется по теории упругости либо по приближенной формуле.

Минимальное эквивалентное смещение определяется как большее из двух значений:

$$F_{\beta xmin} = 0,005 \frac{F_t K_{Hv}}{b_w}; \quad (2.52)$$

$$F_{\beta xmin} = 0,5f_{H\beta}, \quad (2.53)$$

где  $f_{H\beta}$  – погрешность направления зубьев, по углу отклонения [54], мкм.

При необходимости учета деформации колеса и вала под колесом, корпуса редуктора и зазора в подшипниках уравнение (2.50) заменяется на

$$F_{\beta x} = 1,33B_1f_{sh} + f_{sh2} + f_{ma} + f_{ca} + f_{be}; F_{\beta xmin} \geq f_{H\beta5}, \quad (2.54)$$

где  $f_{sh2}$  – смещение зацепления в результате прогиба и кручения колеса и вала под колесом, мкм;  $f_{ca}$  – смещение зацепления в результате деформации корпуса редуктора, мкм;  $f_{be}$  – зазор в зацеплении, вызванный зазором подшипников, мкм;  $f_{H\beta5}$  – погрешность направления зубьев, по углу отклонения для 5-й степени точности передачи (по ISO 1328-1), мкм.

Расчет  $K_{H\beta}$  по методу В отличается от представленного применением компьютерных расчетов. Аналитическим методом определяются упругие деформации при изгибе и кручении шестерни и вала, что позволяет определить зазоры в зацеплении. По этим начальным зазорам рассчитывается  $K_{H\beta}$ . Затем это новое распределение нагрузки используется для расчета нового набора зазоров. Этот итерационный процесс продолжается до тех пор, пока вновь рассчитанные зазоры не будут отличаться от предыдущих лишь на небольшую величину. Обычно

требуется всего несколько (2-3) итераций, чтобы получить приемлемую точность (менее 3,0 мкм в расчетных зазорах).

Расчет  $K_{H\beta}$  в [49] определяется уравнением

$$K_{H\beta} = 1,0 + K_{Hmc}(K_{Hpf}K_{Hpm} + K_{Hma}K_{He}), \quad (2.55)$$

где  $K_{Hmc}$  – коэффициент, учитывающий продольную модификацию зубьев ( $K_{Hmc} = 1,0$  – нет модификации,  $K_{Hmc} = 0,8$  – передача с модификацией);  $K_{Hpf}$  – коэффициент пропорциональности шестерни;  $K_{Hpm}$  – коэффициент, учитывающий положение шестерни относительно опор;  $K_{Hma}$  – коэффициент, учитывающий зазор в зацеплении в результате упругой деформации валов;  $K_{He}$  – коэффициент, учитывающие положительное влияние приработки зубчатых колес и регулировки передачи при сборке ( $K_{He} = 0,8$  при наличии регулировки и/или явления приработки передачи).

Коэффициент  $K_{Hpf}$  зависит от ширины венца  $b_w$

при  $b_w \leq 25$

$$K_{Hpf} = \frac{b_w}{10d_1} - 0,025; \quad (2.56)$$

при  $25 < b_w \leq 432$

$$K_{Hpf} = \frac{b_w}{10d_1} - 0,0375 + 0,000492b_w; \quad (2.57)$$

при  $432 < b_w \leq 1020$

$$K_{Hpf} = \frac{b_w}{10d_1} - 0,1109 + 0,000815b_w - 0,000000353b_w^2; \quad (2.58)$$

если  $\frac{b_w}{10d_1} < 0,05$ , принять  $\frac{b_w}{10d_1} = 0,05$ .

Коэффициент  $K_{Hpm}$  зависит от расположения шестерни на валу.

Коэффициент  $K_{Hma}$  определяется по полиному 2-й степени:

$$K_{Hma} = A + B \cdot b_w + C \cdot b_w^2; \quad (2.59)$$

где  $A, B, C$  – коэффициенты, определяемые по таблице 2.3.

Таблица 2.3– Коэффициенты, для определения  $K_{Hma}$

Тип передачи	A	B	C
открытая передача	$2,47 \cdot 10^{-1}$	$0,657 \cdot 10^{-3}$	$-1,186 \cdot 10^{-7}$
закрытая зубчатая передача	$1,27 \cdot 10^{-1}$	$0,622 \cdot 10^{-3}$	$-1,69 \cdot 10^{-7}$
прецизионная закрытая передача	$0,675 \cdot 10^{-1}$	$0,504 \cdot 10^{-3}$	$-1,44 \cdot 10^{-7}$
сверхточная закрытая передача	$0,380 \cdot 10^{-1}$	$0,402 \cdot 10^{-3}$	$-1,27 \cdot 10^{-7}$

На рис. 2.3 представлен график зависимости  $K_{H\beta}$  от ширины венца шестерни  $b_w$  по стандартизированным расчетным методикам [36,48,49,50] для передачи с параметрами, используемыми для расчета  $K_{Hv}$  в 2.1.1. Так как  $K_{H\beta}$  зависит от конструктивных параметров передачи, были введены дополнительные исходные данные: диаметр вала шестерни  $d_{sh} = 100$  мм; расстояние между опорами (шарикоподшипники)  $S = 100$  мм; положение шестерни относительно опор симметричное  $S_1 = 0$ ; входной и выходной конец вала расположены на противоположных сторонах.

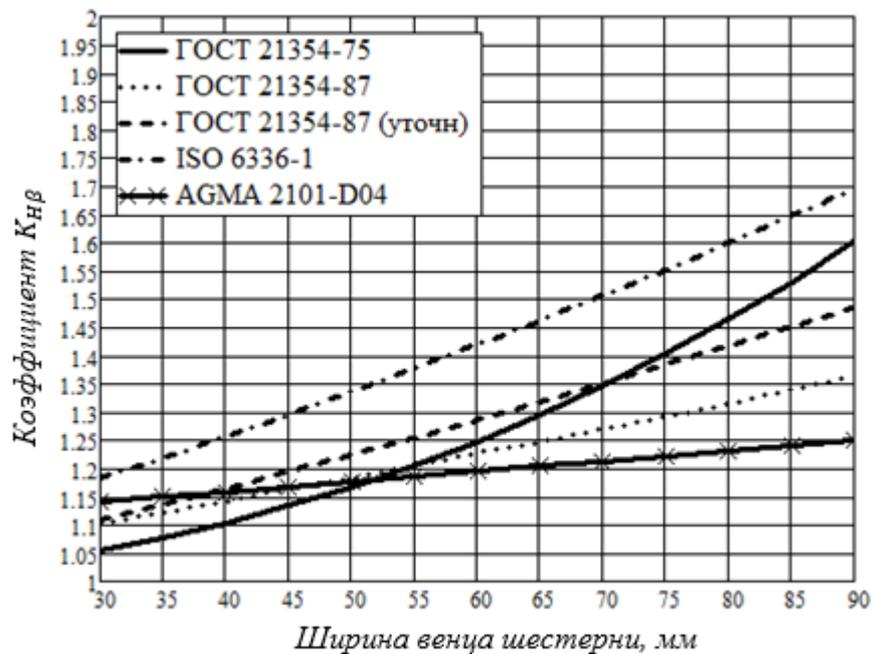


Рисунок 2.3 – Изменение  $K_{H\beta}$  по стандартизированным методикам

Анализ существующих способов определения коэффициента  $K_{H\beta}$  позволяет сделать следующие выводы:

1. Расчет по ГОСТ 21354-75 показывает значительный диапазон изменения  $K_{H\beta}$  (рис. 2.3). Достоинством методики является возможность задать в исходных данных суммарный угол перекоса в передаче, вызванный погрешностями изготовления, сборки и деформациями в элементах передачи. Недостатки: определение нескольких параметров только по графикам, что ухудшает точность расчетов и усложняет программную реализацию.

2. Определение  $K_{H\beta}$  по [36] учитывает основные факторы, влияющие на неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, дает умеренные значения,

есть возможность учета погрешностей изготовления и упругих деформаций элементов передачи.

3. Уточненный расчет по [36] позволяет учесть конструктивные особенности передачи, но использование в исходных данных степени точности передачи вместо фактического смещения зацепления в виде допусков или углов перекоса снижает ее универсальность. При этом можно отметить, что более высокие значения  $K_{H\beta}$  относительно стандартного расчета могут быть обусловлены тем, что при уточненном расчете  $K_{H\alpha} = 1$ .

4. Расчет  $K_{H\beta}$  по [48,52] (ISO 6336-1) имеет наибольшую простоту, универсальность, возможность учета конструктивных особенностей передачи и деформации различных элементов. Завышенные значения  $K_{H\beta}$  связаны с использованием допускаемых значений при определении  $f_{ma}$  (2.56), в отличие от [36], где принимается половина значения допуска.

5. Методика [49] показывает минимальный диапазон изменения и не высокие значения, хотя при расчете КН  $K_{H\alpha} = 1$ . Также отсутствует возможность задания фактических погрешностей в передаче или степени точности, что является важным недостатком.

### 2.1.3 Коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями

Коэффициент  $K_{H\alpha}$  учитывает эффект неравномерного распределения контактной нагрузки между несколькими парами одновременно контактирующих зубьев колеса и шестерни.

Коэффициент  $K_{H\alpha}$  зависит от упругих деформаций при эксплуатации передачи, формы и модификации профиля зуба, точности изготовления и фактора приработки зубьев передачи.

В [36]  $K_{H\alpha} = 1$  для прямозубых передач, а для косозубых передач:  
при  $\varepsilon_\gamma < 2$

$$K_{H\alpha} = \frac{\varepsilon_\gamma}{2} \left[ 0,9 + 0,4 \frac{c_\gamma b_w (a_\alpha f_{pb\varepsilon} - y_\alpha)}{F_t K_{Hv} K_{H\beta}} \right]; \quad (2.60)$$

при  $\varepsilon_\gamma > 2$

$$K_{H\alpha} = 0,9 + 0,4 \cdot \sqrt{\frac{2(\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma}} \cdot \frac{c_\gamma b_w (a_\alpha f_{pb\varepsilon} - y_\alpha)}{F_t K_{Hv} K_{H\beta}}, \quad (2.61)$$

где  $\varepsilon_\gamma$  – осевой коэффициент перекрытия;  $c_\gamma$  – средняя удельная торцовая жесткость зубьев пары зубчатых колес, Н/(мм·мкм);  $a_\alpha$  – коэффициент, учитывающий статистическое распределение погрешностей и критерии допустимого повреждения активных поверхностей зубьев (для поверхностно-упрочненных колес  $a_\alpha \geq 0,3$ );  $f_{pb\varepsilon}$  – эквивалентная погрешность шага зацепления, мкм.

В [48,52] используются (2.60)-(2.61). Отличием является отсутствие  $a_\alpha$ , учитывающего статистическое распределение погрешностей, а вместо эквивалентной погрешности шага задается большая из погрешностей шестерни  $f_{pb1}$  и колеса  $f_{pb2}$ . В [49]  $K_{H\alpha}$  не учитывается.

В [70] при двухпарном зацеплении  $K_{H\alpha}$  определяется по формуле:

$$K_{H\alpha} = \frac{1}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha} \left[ a_H + \frac{c_\gamma b_w (a_\alpha f_{pb\varepsilon} - y_\alpha)}{F_t K_{Hv} K_{H\beta}} + (K_\varepsilon \varepsilon_\alpha - 1) \right] \leq 1, \quad (2.62)$$

где  $K_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий отклонение суммарной длины контактных линий от их среднего значения;  $a_H$  – коэффициент (для прямозубых передач  $a_H = 1$ , в остальных случаях  $a_H = 0,9$ ).

#### 2.1.4 Коэффициент однопарного зацепления

В [48,52] расчет КН ведется по шестерни и колесу, при этом, в отличие от [36,49-51], возможно применение коэффициентов однопарного зацепления  $Z_B$  для шестерни и коэффициент  $Z_D$  для колеса.  $Z_B$  и  $Z_D$  используются для преобразования КН в полюсе зацепления в КН в точке контакта одной пары зубьев в начале и в конце зацепления зубьев (рис. 2.4).

Объяснить применение коэффициентов  $Z_B$  и  $Z_D$  можно тем, что радиусы кривизны профилей шестерни и колеса перемены (рис. 2.5), что в свою очередь создает изменения контактных напряжений по Герцу вдоль всей линии зацепления (рис. 2.6). Как видно из рис. 2.6 в начале зацепления контактные напряжения выше напряжений в полюсе зацепления [55].

Коэффициенты  $Z_B$  и  $Z_D$  определяются в зависимости от значений коэффициентов перекрытия:

а) Прямозубые колеса  $\varepsilon_\alpha > 1$ :  $Z_B = 1$ , если  $M_1 \leq 1$ ;  $Z_D = 1$ , если  $M_2 \leq 1$ ;  $Z_B = M_1$ , если  $M_1 > 1$ ;  $Z_D = M_2$  если  $M_2 > 1$ ;

б) Косозубые колеса  $\varepsilon_\alpha > 1$  и  $\varepsilon_\beta \geq 1$ :  $Z_B = Z_D = 1$

с) Косозубые передачи с  $\varepsilon_\alpha > 1$  и  $\varepsilon_\beta < 1$ :  $Z_B$  и  $Z_D$  определяются путем линейной интерполяции между значениями для прямозубых и косозубых зацеплений с  $\varepsilon_\beta \geq 1$

(б):

$$Z_B = M_1 - \varepsilon_\beta(M_1 - 1) \text{ при } Z_B \geq 1; \quad (2.63)$$

$$Z_D = M_2 - \varepsilon_\beta(M_2 - 1) \text{ при } Z_D \geq 1. \quad (2.64)$$

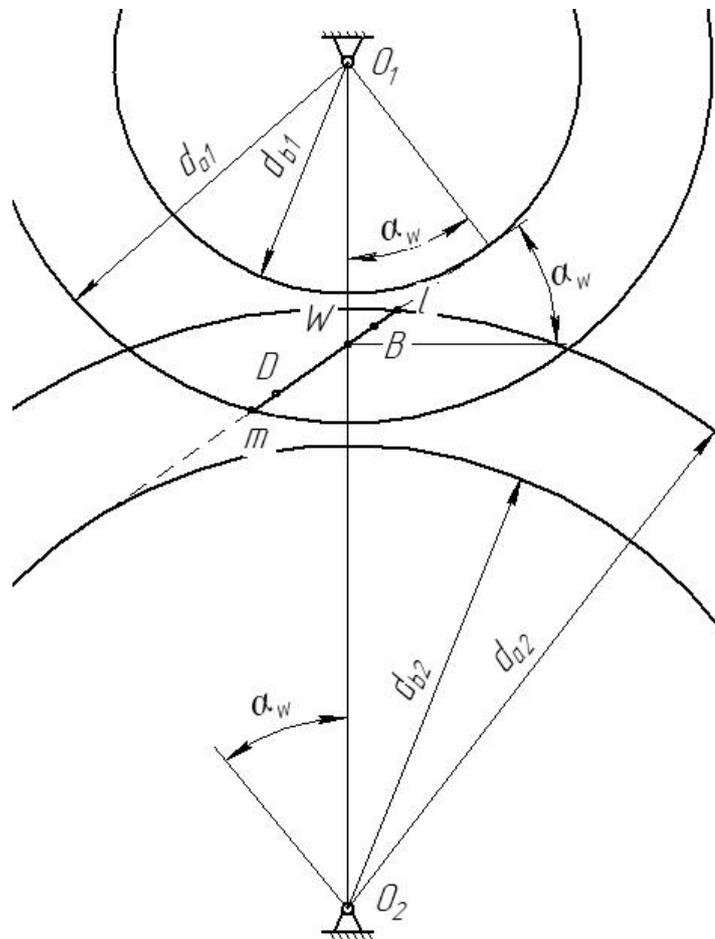


Рисунок 2.4 – Схема зацепления:

$O_1, O_2$  – оси вращения шестерни и колеса;  $W$  – полюс зацепления;  $D, B$  – точки, разделяющие линию зацепления на участке однопарного и двухпарного зацепления;  $m, l$  – отрезок активного участка линии зацепления;  $\alpha_w$  – угол зацепления

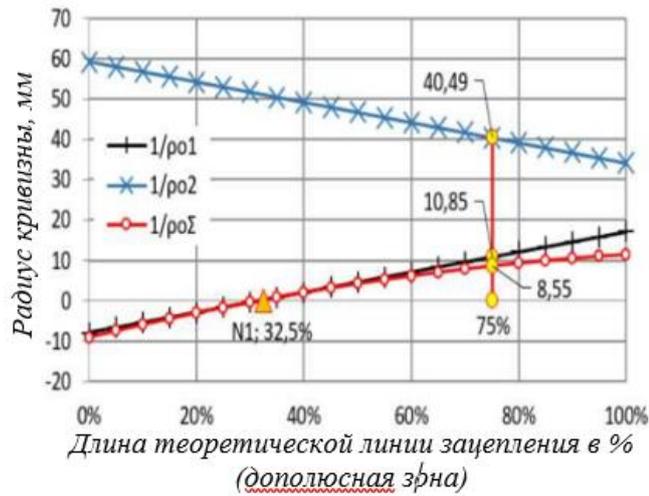


Рисунок 2.5 – Изменение радиусов кривизны в доплуюсной зоне профилей зубьев шестерни и колеса и приведенного радиуса кривизны:

N1 – начало активного участка линии зацепления



Рисунок 2.6 – Изменение КН вдоль линии зацепления

Параметры  $M_1$  и  $M_2$  рассчитываются по формулам:

$$M_1 = \frac{\tan(\alpha_{tw})}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2}} - 1 - \frac{2\pi}{z_1}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2}} - 1 - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_2}\right)}}; \quad (2.65)$$

$$M_2 = \frac{\tan(\alpha_{tw})}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2}} - 1 - \frac{2\pi}{z_2}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2}} - 1 - (\varepsilon_\alpha - 1) \frac{2\pi}{z_1}\right)}}. \quad (2.66)$$

где  $d_{a1}, d_{a2}$  – диаметры вершин шестерни и колеса, мм;  $d_{b1}, d_{b2}$  – диаметры основных окружностей шестерни и колеса, мм.

Если  $Z_B$  или  $Z_D$  сделать равными 1, КН, рассчитанные с использованием уравнений (2.4) или (2.5), являются значениями КН в  $W$ .

Опыт эксплуатации зубчатых цилиндрических передач показывает, что ограниченное усталостное выкрашивание начинается на ножках зубьев как раз там, где нагрузка передается одной парой зубьев [21], что позволяет заключить об уместности применения  $Z_B$  или  $Z_D$ . Однако, причиной расчета КН в полюсе зацепления является наличие в полюсе зацепления сухого или граничного контакта зубьев, ввиду вытеснения смазочного слоя из-за изменения направления вектора относительной скорости передачи. В результате разрыва масляной пленки в околополюсной зоне коэффициент трения достигает максимума, что значительно снижает предел контактной выносливости в околополюсной зоне зуба [20]. Поэтому прогрессирующее выкрашивание, являющееся причиной отказа передачи, происходит в околополюсной зоне. Также разрабатываются методики, цель которых расчет КН по всей длине линии зацепления с последующей оптимизацией [56].

## 2.2 Допускаемые контактные напряжения

Расчет допускаемых КН выполняется для шестерни и для колеса. Под допускаемыми КН понимается величина, лимитирующая действующие КН, возникающие при эксплуатации передачи. Если действующее напряжение имеет значение больше допускаемого, происходит контактное разрушение.

Допускаемые напряжения зависят от предела КВ материала. Предел КВ получают путем усталостных испытаний базовых образцов, изготовленных из различных сталей. В случае отсутствия данных по результатам испытаний образцов предел КВ рассчитывают через твердость материала.

Расчет допускаемых напряжений является пересчетом предела выносливости базового образца стали при стандартном числе циклов нагружения к пределу выносливости конкретной конструкции, изготовленной из этой стали, и эксплуатируемой в определенных условиях. При проверочном расчете зубчатой передачи по КН конструкцией будет являться зуб, а предел КВ определяется для его рабочей поверхности.

Расчет допускаемых КН осуществляется по формуле [36,48-52]:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT}}{S_H} Z_R Z_v Z_L Z_x, \quad (2.67)$$

где  $\sigma_{Hlim}$  – предел КВ, МПа;  $S_H$  – коэффициент запаса прочности;  $Z_{NT}$  – коэффициент долговечности;  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость боковых поверхностей зубьев;  $Z_v$  – коэффициент, учитывающий окружную скорость;  $Z_L$  – коэффициент, учитывающий влияние смазки;  $Z_x$  – коэффициент, учитывающий размер зубчатого колеса.

Предел КВ зависит от способа термической и химико-термической обработки зубьев. Для цементованных и нитроцементованных колес [36]:

$$\sigma_{Hlim} = 23HRC_3, \quad (2.68)$$

где  $HRC_3$  – твердость по Роквеллу (эталонная).

Для азотированных колес  $\sigma_{Hlim} = 1050$  МПа.

В [57] определяются по зависимости через твердость материала:

$$\sigma_{Hlim} = A \cdot HV + B, \quad (2.69)$$

где  $A, B$  – константы, определяемые по таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Константы  $A, B$  для определения  $\sigma_{Hlim}$  по [57]

Вид химико-термической обработки	Качество материала	$A$	$B$	Минимальная твердость, HV	Максимальная твердость, HV
азотирование	ML	0	1125	650	900
	MQ	0	1250	650	900
	ME	0	1450	650	900
цементация	ML	0	1300	600	800
	MQ	0	1500	660	800
	ME	0	1650	660	800
нитроцементация	ML	0	650	300	650
	MQ	1,167	425	300	450
	ME	0	432	450	650

Все материалы в таблице 2.4 делятся на три класса качества, обозначаемых «ML», «MQ» и «ME». Каждый класс имеет свои требования к качеству изготовления: ML – умеренные требования к качеству материала и к процессу термообработки материала при изготовлении зубчатых колес; MQ – требования, которые могут быть выполнены опытными производителями при умеренных затратах; ME – требования, которые должны быть реализованы, когда требуется высокая степень эксплуатационной надежности.

Коэффициент  $S_H$  позволяет снизить риск преждевременного отказа передачи ввиду приближенного метода расчета.  $S_H$  учитывает неточности исходных параметров, вероятности неразрушения и возможности повреждений.

Коэффициент  $Z_{NT}$  учитывает фактическое число циклов нагружения зуба за срок эксплуатации передачи и рассчитывается по формуле [36]:

$$Z_{NT} = \left( \frac{N_{Hlim}}{N_K} \right)^{1/m}, \quad (2.70)$$

где  $N_{Hlim}$  – базовое число циклов нагружения, соответствующее пределу выносливости;  $N_K$  – число циклов нагружения зуба;  $m$  – показатель степени кривой выносливости (при  $N_K \leq N_{Hlim}$   $m = 6$ , при  $N_K > N_{Hlim}$   $m = 20$ ).

$$N_{Hlim} = 30 \cdot HB^{2,4} \leq 120 \cdot 10^6, \quad (2.71)$$

где  $HB$  – твердость материала по Бринеллю.

$$N_K = 60 \cdot n \cdot L_h, \quad (2.72)$$

где  $n$  – скорость вращения шестерни, об/мин;  $L_h$  – срок службы, час.

В [48,49] коэффициент  $Z_{NT}$  определяется по таблицам или графикам.

Коэффициент  $Z_R$  в [46] является детерминированным и определяется по допуску шероховатости боковой поверхности зуба.

Расчет  $Z_R$  в [52] зависит от величины  $\sigma_{Hlim}$  и шероховатости боковых поверхностей. Расчет осуществляется по формулам:

$$Z_R = \left( \frac{3}{Rz_{10}} \right)^{C_{ZR}}, \quad (2.73)$$

где  $Rz_{10}$  – средняя относительная шероховатость зубчатой пары, мкм;  $C_{ZR}$  – показатель степени, зависящий от предела контактной выносливости.

$$Rz_{10} = Rz \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{rel}}}, \quad (2.74)$$

где  $Rz$  – средняя шероховатость пары, мкм.

Показатель степени  $C_{ZR}$  определяется:

- при  $850 \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200$

$$C_{ZR} = 0,32 - 0,0002\sigma_{Hlim}; \quad (2.75)$$

- при  $\sigma_{Hlim} < 850$   $C_{ZR} = 0,15$ ; - при  $\sigma_{Hlim} > 1200$   $C_{ZR} = 0,08$ .

В [49] шероховатость поверхности при расчете допускаемых КН не учитывается.

Коэффициент  $Z_v$  рассчитывается по формуле [36]:

$$Z_v = 0,925v^{0,05}. \quad (2.76)$$

В [52] расчет  $Z_v$  осуществляется по уравнению:

$$Z_v = C_{Zv} + \frac{2(1,0 - C_{Zv})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{v}}}; \quad (2.77)$$

$$C_{Zv} = C_{ZL} + 0,02, \quad (2.78)$$

где  $C_{ZL}$  – коэффициент, учитывающий значение предела КВ при расчете  $Z_L$ .

Коэффициент  $Z_L$ , учитывающий влияние смазки в [36] принимается 1.

В [49,52]  $Z_L$  можно рассчитать с помощью уравнений:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4(1,0 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{80}{v_{50}}\right)^2} = C_{ZL} + \frac{4(1,0 - C_{ZL})}{\left(1,2 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2}, \quad (2.79)$$

где  $v_{50}, v_{40}$  – коэффициент вязкости минерального масла при  $50^\circ$  и  $40^\circ$ .

Коэффициент  $C_{ZL}$  равен:

- при  $850 \leq \sigma_{Hlim} \leq 1200$

$$C_{ZL} = \frac{\sigma_{Hlim}}{4375} + 0,6357; \quad (2.80)$$

- при  $\sigma_{Hlim} < 850 C_{ZL} = 0,83$ ; - при  $\sigma_{Hlim} > 1200 C_{ZL} = 0,91$ .

В методике [68]  $Z_L$  не учитывается.

Коэффициент  $Z_x$ , в [36,50] применяется, если делительный диаметр колеса более 700 мм ( $d > 700$  мм):

$$Z_x = \sqrt{1,07 - 10^{-4} \cdot d}. \quad (2.81)$$

В методиках [49,52]  $Z_x = 1$ .

В [49,52] также используется коэффициент деформационного упрочнения  $Z_w$ , который учитывает положительное влияние эффекта наклепа поверхности за счет зацепления стального колеса (конструкционная сталь, сталь со сквозной закалкой) с значительно более твердой шестерней.

### 2.3 Анализ методик проверочного расчета зубчатых передач по критерию контактной выносливости

Рассмотрев расчетные формулы по определению действующих и допускаемых КН в зубчатых цилиндрических передачах, наблюдаются различия в применяемых уравнениях и в используемых поправочных коэффициентах. Поэтому в целях комплексного анализа сравним результаты расчетов по основным методикам (соответствуют номерам столбцов в Таблице 2.5):

- 1) ГОСТ 21354-87 «Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность» [36];
- 2) ISO 6336 «Calculation of load capacity of spur and helical gears» [48,52,57];
- 3) ANSI /AGMA 2101-D04 «Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth» [49];
- 4) Методики [21,50], использующие расчетные формулы, принятые в ГОСТ 21354-75 (предыдущая версия ГОСТ 21354-87).

В качестве исходных данных используем примеры расчетов зубчатых цилиндрических передач, представленных в анализируемых расчетных методиках [36, 58], а также примеры из справочников [21,59]. Общим критерием оценки результатов по различным методикам примем коэффициент запаса прочности  $S_{НК}$  по КН.

При расчете передач по каждой методике одинаковыми принимаются значения предела КВ шестерни и колеса, геометрия передач и погрешности изготовления. Расчет допускаемых КН и  $S_{НК}$  выполнен по колесу и шестерни отдельно. Результаты расчетов представлены в таблице 2.6.

Таблица 2.5 – Результаты расчетов передач по основным методикам

Параметр	Пример расчета №1 [36]				Пример расчета №2 [21]				Пример расчета №3 [58]				Пример расчета №4 [59]			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Число зубьев:																
- шестерня	32				36				17				23			
- колесо	64				72				103				73			
Норм. модуль, мм	5				5				8				2			
Ширина венца, мм:																
- шестерня	60				90				100				25			
- колесо	60				90				100				25			
Коэф. смещения:																
- шестерня	0				0				0,145				0,08			
- колесо	0				0				0				-0,08			
Угол наклона, град	16,25				0				15,8				16,26			
Угол зацепл., град	20,76				20				21,066				20,763			
Диаметр верш., мм:																
- шестерня	176,667				190				159,66				52,237			
- колесо	343,334				370				872,355				155,083			
Основ. диаметр, мм:																
- шестерня	155,834				169,145				132,199				44,805			
- колесо	311,666				338,289				800,968				142,206			
Коэффициент $\varepsilon_\alpha$	1,64				1,752				1,55				1,594			
Коэффициент $\varepsilon_\beta$	1,07				0				1,083				1,114			
Крут. момент, Н·м	1970				2850				9000				80			
Частота вращения шестерни, об/мин	1500				4000				360				1500			
Срок службы, час	1000				3000				50000				10000			
Степень точности	7				5				5				7			
Шероховатость поверхности, мкм	2,0				2,0				1,0				2,0			
Отклонение направ. зуба, мкм	23				12				9				19			

Продолжение таблицы 2.5

Отклонение шага зацепления, мкм	20				10				11				16			
$\sigma_{lim}$ , МПа:																
- шестерня	1360				1380				1500				1380			
- колесо	1050				1380				1500				1380			
Способ упроч. обр.:																
- шестерня	нитроцементация				цементация				цементация				нитроцементация			
- колесо	Закалка ТВЧ				цементация				цементация				нитроцементация			
Вязкость масла при 40°, мм <sup>2</sup> /с	46				320				320				82			
Произв.коэф.:																
$Z_\varepsilon, Z_H, Z_E$	366				419				365				371			
Окр. скорость, м/с	13,1				37,7				2,663				3,764			
Коэффициент $K_{H\beta}$	1,079	1,034	1,207	1,056	2,152	1,794	1	1,244	1,008	1,011	1	1,007	1,030	1,010	1,118	1,014
Коэффициент $K_{H\alpha}$	1,247	1,287	1,195	1,277	1,098	1,229	1,244	1,233	1,091	1,092	1,278	1,125	1,648	1,68	1	1,962
Коэффициент $Z_{NT}$	1	1,106	1	1,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,041	1,276	1	1,028
Коэффициент $Z_R$	1,049	1	0,884	1,049	0,914	1	0,787	1	0,895	0,91	0,769	1	0,904	0,863	0,777	1
- шестерня	1,102	1,25	0,919	1,102	0,947	1	0,818	1	0,980	0,962	0,851	1	0,958	0,854	0,829	1
- колесо	0,95	0,911	-	0,95	0,95	0,912	-	0,95	1	0,966	-	1	0,95	0,885	-	0,95
Коэф. $Z_v$	1,052	1,008	-	1,052	1,109	1,039	-	1,100	1	0,969	-	1	1	0,976	-	0,988
Коэф. $Z_L$	-	0,931	-	-	-	0,931	-	-	-	1,047	-	-	-	0,955	-	-
Коэф. $Z_x$	1	-	-	1	1	-	-	1	0,992	-	-	0,992	1	-	-	1
$\sigma_H$ , МПа	800	854	828	840	1102	1065	800	888	1241	1268	1338	1263	943	1065	750	1015
$\sigma_{HR}$ , МПа																
- шестерня	1426	1163	1206	1426	1329	1370	1086	1454	1295	1338	1154	1446	1171	981	1073	1296
- колесо	1157	1123	965	1157	1376	1370	1129	1454	1417	1415	1277	1446	1241	971	1144	1296
$S_{HK}$ :																
- шестерня	1,783	1,362	1,453	1,698	1,207	1,287	1,358	1,637	1,043	1,056	0,863	1,145	1,24	0,922	1,430	1,277
- колесо	1,447	1,315	1,166	1,377	1,240	1,287	1,412	1,637	1,141	1,116	0,954	1,145	1,32	0,912	1,525	1,277

Полученные результаты расчетов по стандартным методикам позволяют сделать следующие выводы:

1. Расчет по AGMA дает наименьшие значения  $Z_{NT}$ , что значительно снижает  $S_{HK}$  даже при низких значениях КН (пример №1, №3 и №4).

2. В примере №2 результаты расчета  $K_{Hv}$  по AGMA демонстрируют не совсем логичное значение, т. к. передача работает при значительной (более 25 м/с) окружной скорости, расчет по ГОСТ 21354-75 также демонстрирует не высокие значения относительно ГОСТ 21354-87 и ISO 6336, что в результате снижает значение КН.

3. Результаты расчетов по ГОСТ 21354-87 и ISO 6336 в примерах №2 и №3 практически идентичны. На снижение  $S_{HK}$  по ISO 6336 в примере №1 повлияло снижение допускаемых КН коэффициентами  $Z_R$  и  $Z_L$ .

4. Передача в примере №4 устанавливается в редукторе ЦУ-100-3,15, который нашел широкое применение в различных отраслях промышленности РФ и других странах. Как видно из результатов, расчеты по ГОСТ 21354-87 и ГОСТ 21354-75 демонстрируют необходимый запас прочности для колес с поверхностным упрочнением, требуемый по ГОСТ 21354. Низкие значения  $S_{HK}$  по ISO 6336 обусловлены занижением допускаемых КН  $Z_R$  и увеличением фактических КН коэффициентом  $K_{H\alpha}$ .

#### 2.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию контактной выносливости

Прежде, чем переходить к разработке расчетной методики ВБР поверхностно-упрочненных зубчатых колес по критерию КВ, оговорим условия применимости предлагаемой методики:

1) Ввиду того, что рабочие поверхности зубьев подверглись химико-термической обработке, методика будет пригодна для передач с твердостью рабочих поверхностей зубьев более 350 HV. Вследствие этого, при разработке методики исключаем возможность механического упрочнения при эксплуатации (наклепа) и приработку зубьев более 3 мкм.

2) Методика расчета базируется на расчетных формулах ГОСТ 23154-87, поэтому окружная скорость передачи не должна превышать 25 м/с, нормальный модуль не менее 1 мм, и передача работает со смазкой маслом.

3) Расчет КН выполняется в полюсе зацепления зубчатой передачи.

4) Зубчатые колеса без продольной и профильной модификация.

5) Исходный контур рейки соответствует ГОСТ 13755-2015 [81].

6) Конструкция зубчатого колеса не является составной и жестко зафиксирована на валу.

Для лучшей наглядности разрабатываемой методики расчета, а также для ее программной реализации [60], расчет представлен в виде блок-схемы (алгоритма), каждый блок которой будет отвечать за основные этапы вычисления. Все блоки на рис. 2.7 имеют порядковый номер.

В блоке 1 задаются исходные данные необходимые для расчета ВБР по критерию контактной выносливости. Переменными значениями (выборками) в расчете будут являться крутящий момент на валу шестерни и твердость поверхности зуба (либо предел контактной выносливости). Выборки можно задавать датчиками случайных чисел с указанным законом распределения или загружать выборки, полученные в результате эксплуатации или натуральных исследований.

При отсутствии выборки предела КВ ее можно восстановить по нормальному закону распределения случайной величины. Предел КВ имеет линейную связь с твердостью материала, поэтому для получения выборки значений твердости используем такие же условия распределения случайной величины, как и для расчета выборки предела КВ.

Блок 2 (рис. 2.7) выполняет необходимые подготовительные вычисления для передачи: геометрические параметры передачи, погрешности изготовления по степени точности передачи [54], окружные усилия и скорость. Перечень исходных данных и расчетные формулы для блоков 1-2 представлены в Приложении А.

Блоки 3-5 рассчитывают коэффициенты  $K_{Hv}$ ,  $K_{H\beta}$ ,  $K_{H\alpha}$ . Последовательность их расчета определена по методикам [36,48], т.к. коэффициенты между собой имеют корреляционную связь. Расчет ведется по формулам: (2.9)-(2.11), (2.22)-(2.24) (2.32), (2.34)-(2.38), (2.43)-(2.46), (2.60)-(2.62), (2.82).

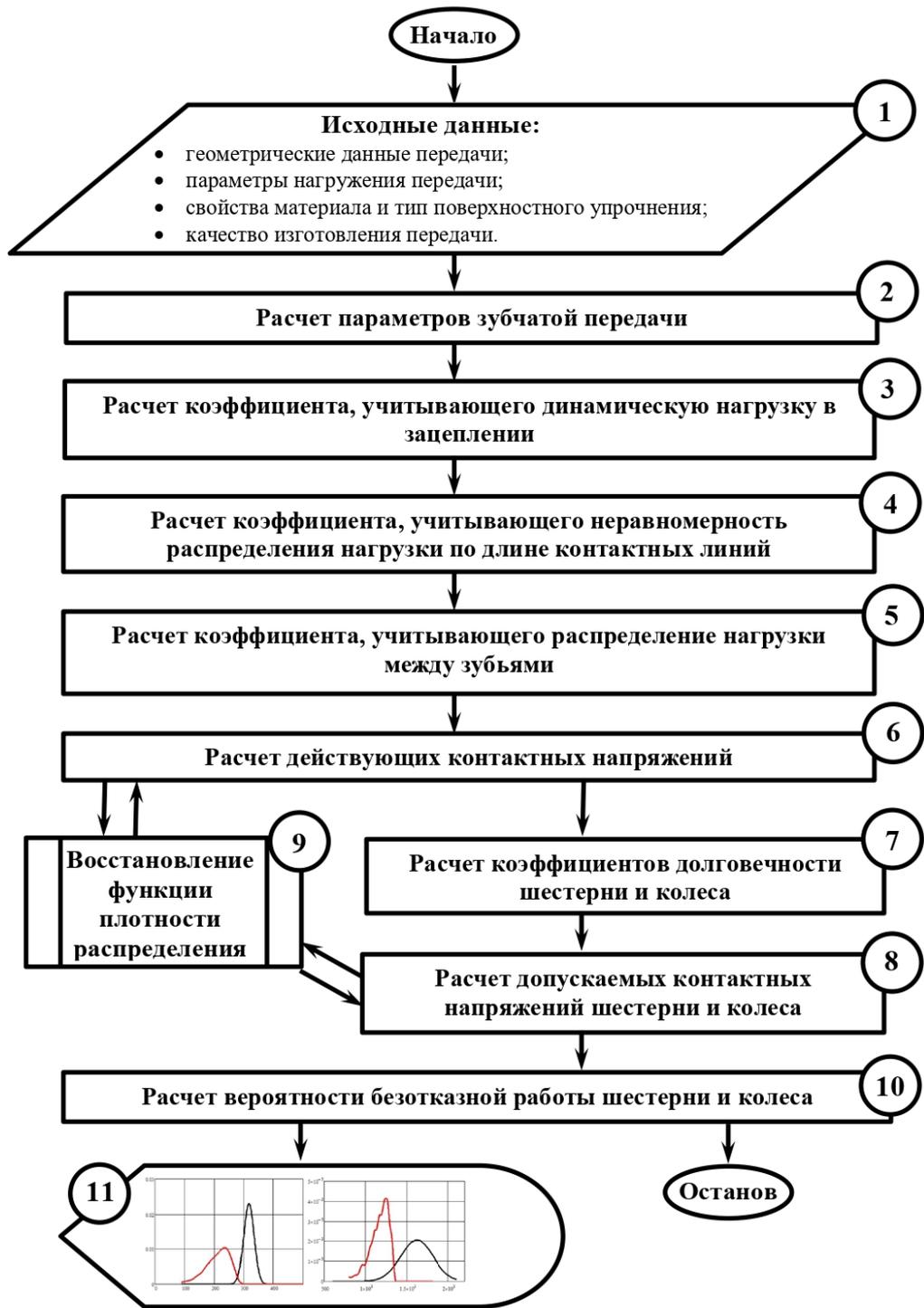


Рисунок 2.7 – Блок-схема методики расчета ВБР зубчатой передачи по критерию контактной выносливости

При расчете  $K_{НВ}$  необходимо задать фактическое отклонение положения контактных линий  $f_{ку}^0$ , вызванное погрешностями изготовления  $f_{кz}$ , деформациями валов и зазорами в подшипниках  $f_{кE}$  (силовой перекося). Деформация валов происходит от скручивающих и изгибающих напряжений, вызванных силами в

зацеплении. Ввиду того, что силы в зацеплении имеют переменный характер, то и отклонение, вызванное упругими деформациями, будет переменным. Поэтому для получения выборки значений  $f_{kE}$ , в блоке 4 используется формула, предложенная в [83]:

$$f_{kE}^i = \left( \frac{f_{kE}^{max}}{2} - f_{kE}^n \right) \left( \frac{T_1^i}{T_{1n}} \right)^2 + \left( 2f_{kE}^n - \frac{f_{kE}^{max}}{2} \right) \left( \frac{T_1^i}{T_{1n}} \right), \quad (2.82)$$

где  $T_1^i$  –  $i$ -е значение из выборки крутящего момента, Н · м;  $T_{1n}$  – среднее значение крутящего момента, Н · м;  $f_{kE}^n$  – деформация валов при  $T_{1n}$ , мкм;  $f_{kE}^{max}$  – деформация валов при максимальном крутящем моменте, мкм.

Значения  $f_{kE}^n$  и  $f_{kE}^{max}$  можно задать в исходных данных на основе данных эксплуатации, натурных экспериментов или результатов, полученных при расчете напряженно-деформированного состояния (НДС) валов [12] методами конечных элементов (МКЭ) [61], либо рассчитать по Приложению Б.

В блоке 6 (рис. 2.7) выполняется расчет выборки фактических КН по формулам: (2.12), (2.14)-(2.15).

Блок 7 определяет коэффициенты долговечности  $Z_{NT}$  для колеса и шестерни. Расчет  $Z_{NT}$  выполняется по формулам (2.70)-(2.72), но необходимо скорректировать число циклов нагружения, т.к. не все КН могут оказывать разрушающее влияние на контактирующие поверхности зубьев [63].

Значение повреждающего КН рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{EG} = \sigma_{Hlim} \alpha_{EG}, \quad (2.83)$$

где  $\alpha_{EG}$  – коэффициент повреждающего контактного напряжения.

Значение  $\alpha_{EG}$  в различных источниках отличаются, так в [36] рекомендуется принимать равным 0,75, а в [63] –  $\alpha_{EG} = 0,65$ .

Снижение числа циклов действующих напряжений реализуем через коэффициент  $k_{Nk}$ , определяемый при помощи интеграла:

$$k_{Nk} = 1 - \int_0^{\sigma_{EG}} P_{\sigma_H}(\sigma_H) d\sigma_H, \quad (2.84)$$

где  $P_{\sigma_H}(\sigma_H)$  – ФПР фактических КН.

Фактическое значение числа циклов напряжений определяем как

$$N_K^{\text{факт}} = k_{Nk} N_K. \quad (2.85)$$

В блоке 8 рассчитываются допускаемые КН шестерни и колеса по формулам: (2.67)-(2.68), (2.70)-(2.72), (2.76), (2.83)-(2.85).

Блок 9 – отдельная программа, цель которой восстановить ФПР случайных величин фактических и допускаемых напряжений. Программа реализует МНС. Используемые в блоке 9 расчетные формулы представлены в Приложении В. Ввиду того, что для определения коэффициентов долговечности требуется ФПР действующих КН, блок 9 вызывается дважды: после расчета в блоке 6, и после расчета в блоке 8.

В блоке 10 рассчитывается ВБР шестерни и колеса по критерию КВ по полученным из блока 9 ФПР фактических и допускаемых КН. Расчет в блоке 10 сводится к определению интеграла по формуле (1.2).

Блок 11 (рис. 2.7) реализует вывод полученных результатов расчета: ВБР шестерни и колеса, гистограммы действующих и допускаемых КН, и графики ФПР.

По разработанной методике был выполнен тестовый расчет ВБР по критерию КВ для редуктора ЦУ-100-3.15 (таблица 2.6).

Выборка крутящего момента (рис. 2.8) получена при номинальном значении крутящего момента 80 Н·м и функции плотности  $\beta$ -распределения ( $a=6$ ,  $b=2$ ), что соответствует тяжелому режиму работы передачи [50].

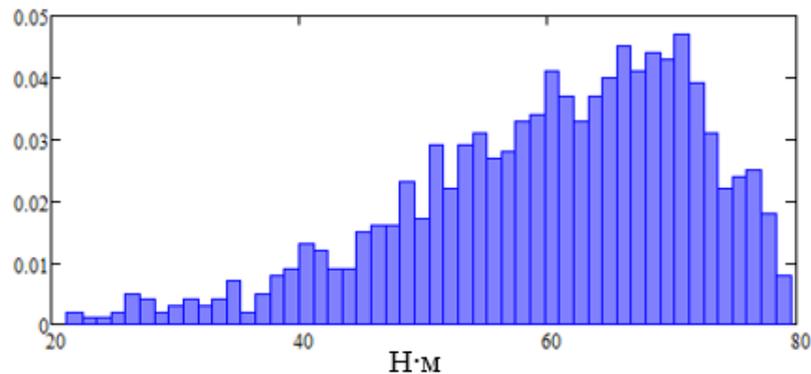


Рисунок 2.8 – Гистограмма крутящего момента на валу шестерни

На рис. 2.9 представлены результаты расчета ВБР по критерию КВ для шестерни (рис. 2.9а) и колеса (рис. 2.9б).

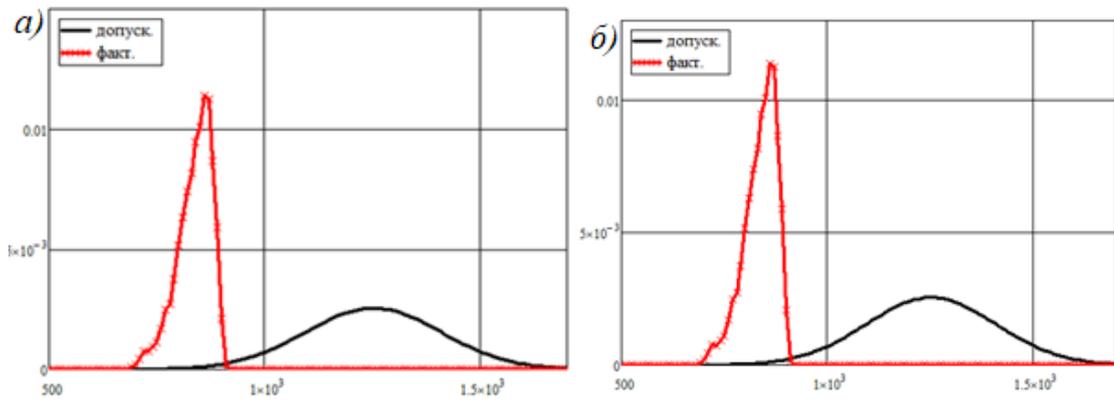


Рисунок 2.9 – ВБР по критерию КВ:

а) шестерня  $-P_1 = 0,99492$ ; б) колесо  $-P_2 = 0,99492$

Полученная ВБР для обоих деталей равна 0,99492.  $k_{Nk}$  при расчете повреждающего числа циклов был получен равным 0,74732 для шестерни и колеса.

### Выводы

1. Выполнен сравнительный анализ расчетных формул существующих стандартизированных методов расчета (ГОСТ 21354, ISO 6336, ANSI /AGMA 2101-D04) действующих и допускаемых КН в зубчатом зацеплении цилиндрических прямозубых и косозубых передач.

2. На основе представленных в стандартах (ГОСТ 21354, ISO 6336, ANSI /AGMA 2101-D04) примеров расчетов, а также существующих конструкциях зубчатых передач была выполнена верификация расчетных формул и проанализированы полученные результаты.

3. Усовершенствована методика расчета ВБР поверхностно-упрочненных зубчатых колес по критерию КВ. Отличительными особенностями методики являются:

- расчет ВБР выполняется для шестерни и колеса;
- методика позволяет рассчитать ВБР при неизвестной ФПР действующих и допускаемых КН;
- силовой переко  $f_{kE}$ , вызванный деформацией элементов передачи при эксплуатации, является выборкой значений, имеющий функциональную связь с выборкой крутящего момента.

### 3 Вероятность безотказной работы зубчатого колеса по критерию изгибной выносливости

#### 3.1 Действующие изгибные напряжения

Действующие ИН – напряжения растяжения и сжатия в основании зуба, возникающие от нагружения вершины зуба нормальной к поверхности силой (рис. 3.1).

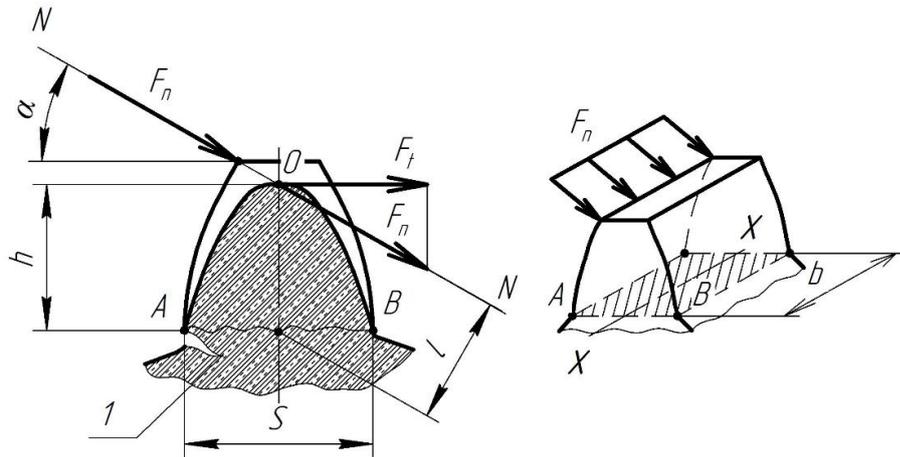


Рисунок 3.1 – Расчетная схема для определения ИН:

1 – усталостная трещина в основании зуба

Методики расчета действующих ИН в основании зуба можно разделить на две основные группы: стандартизированные методики расчета и частные методики, использующие САЕ-системы (Computer-Aided Engineering).

##### 3.1.1 Стандартизированные методики расчета

Стандартизированные методики расчета ИН зуба интерпретируют как расчет консольной балки (теория балок Эйлера-Бернулли или частный случай теории изгиба балок Тимошенко [64]).

Расчетная формула ИН зубчатой цилиндрической передачи имеет вид

$$\sigma_F = \frac{K_F F_t}{b_w m} Y_{FS} Y_\beta Y_\epsilon, \quad (3.1)$$

где  $K_F$  – коэффициент нагрузки;  $Y_{FS}$  – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений;  $Y_\beta$  – коэффициент, учитывающий угол наклона зуба;  $Y_\epsilon$  – коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев.

Расчет  $\sigma_F$  ведется по рабочей стороне зуба, хотя величина сжимающих напряжений в точке В выше (рис. 3.1). Обосновано это тем, что усталостная

трещина возникает на рабочей поверхности зуба, что подтверждено экспериментально и практически [20].

Формула (3.1) нашла применение в [21,36,49,50,65]. Отличия в стандартизированных методиках в определении и количестве поправочных коэффициентов, используемых в (3.1).

Расчет коэффициента  $K_F$  аналогичен уравнению (2.16):

$$K_F = K_A K_{Fv} K_{F\beta} K_{F\alpha}, \quad (3.2)$$

где  $K_{Fv}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку в зацеплении;  $K_{F\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $K_{F\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Коэффициент  $K_{Fv}$  в [36,50,51,90] рассчитывается по формулам  $K_{Hv}$  с единственным отличием в [36] в значениях коэффициента  $\delta_H$ , учитывающего влияние вида зубчатой передачи и модификацию профиля головок зубьев. В [49,65]  $K_{Fv}$  приравнивается к значениям  $K_{Hv}$ .

Расчет  $K_{F\beta}$  в [36,52] ведется путем преобразования  $K_{H\beta}$  по формуле:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta}^0)^{N_F}; \quad (3.3)$$

$$N_F = \frac{(b_w/h)^2}{(b_w/h)^2 + b_w/h + 1}, \quad (3.4)$$

где  $h$  – высота зуба, мм.

При этом в [36] уточняется, что при расчете  $K_{H\beta}^0$  по формуле (2.44) необходимо заменить значение 0,4 на 0,6:

$$K_{H\beta}^0 = 1 + \frac{0,6 b_w f_{ky}^0 c' \cos \alpha_t}{F_t K_{Hv} Z_\varepsilon^2} + K_k \left( \frac{b_w}{d_1} \right)^2. \quad (3.5)$$

В [52] отмечают, что когда  $b_w/h < 3$ , необходимо принять  $b_w/h = 3$ .

Расчет  $K_{F\beta}$  в [5] базируется на формулах ГОСТ 21354-75:

$$K_{F\beta} = 1 + (K_{F\beta}^0 - 1) K_{F\omega}, \quad (3.6)$$

где  $K_{F\beta}^0$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки в начальный период работы передачи;  $K_{F\omega}$  – коэффициент, учитывающий приработку зубьев (для колес с твердостью  $>350$  НВ  $K_{F\omega} = 1$ ).

В отличие от [36,65] в [50]  $K_{F\beta}^0$  имеет линейную зависимость

$$K_{F\beta}^0 = AK_{H\beta}^0 + B. \quad (3.7)$$

где  $A, B$  – коэффициенты, определяемые графически.

В [66] предлагается следующая формула для пересчета  $K_{F\beta}$  по  $K_{H\beta}$

$$K_{F\beta} = 0,95 + \frac{(K_{H\beta} - 1) \left(1 - \frac{1,4m}{l_K}\right)}{\left(1 + \frac{1,4m}{l_K}\right)}, \quad (3.8)$$

где  $l_K$  – максимальная длина контактной линии, мм.

Проанализируем результаты расчетов (рис. 3.3)  $K_{F\beta}$  по представленным выше стандартизированным методикам для передачи [21] с параметрами, используемыми для расчета  $K_{H\beta}$  в 2.1.1.

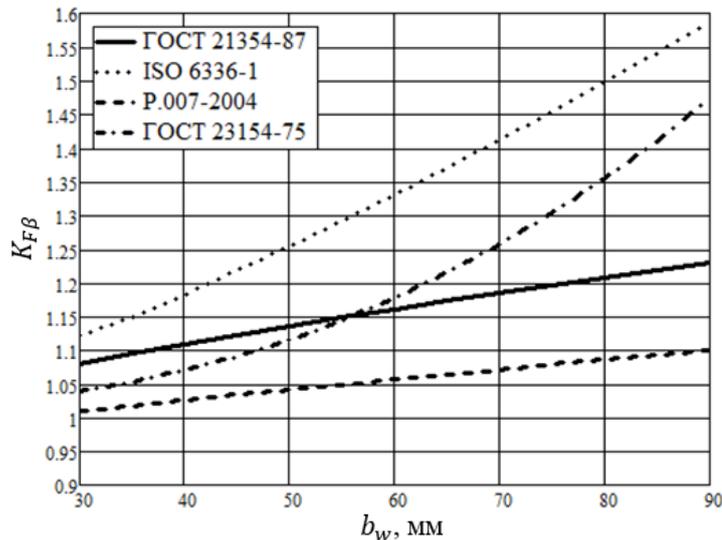


Рисунок 3.2 – Расчет  $K_{F\beta}$  по стандартизированным методикам

Общая картина сохраняется прежней, как и при результатах расчета коэффициента  $K_{H\beta}$ :

- 1) методика расчета по ISO 6336-1 дает максимальные значения  $K_{F\beta}$ ;
- 2) минимальные значения  $K_{F\beta}$  получены по формулам P.007-2004;
- 3) значения  $K_{F\beta}$  по методике ANSI /AGMA 2101-D04 не представлен, т.к. в методике он приравнивается к  $K_{H\beta}$ .

На рис. 3.3 выполнен расчет  $K_{F\beta}$  по [36,50-52] для значений  $K_{H\beta}$ , рассчитанной по [36]. На рис. 3.3 также представлен график изменения  $K_{H\beta}$ .

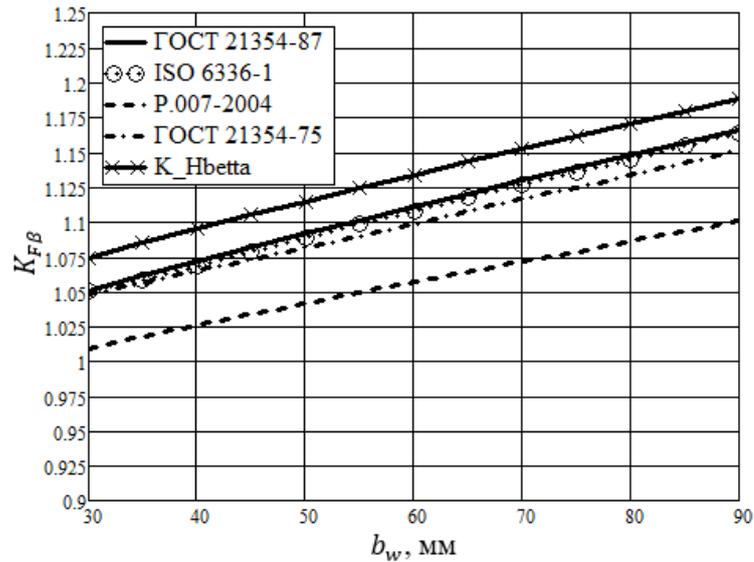


Рисунок 3.3 – Расчет коэффициента  $K_{F\beta}$  по стандартизированным методикам для  $K_{H\beta}$ , рассчитанного по ГОСТ 21354-87

Оценка изменения  $K_{F\beta}$  относительно  $K_{H\beta}$  дает возможность проверить корректность предлагаемых методик расчета, т.к. установлено, что значения  $K_{F\beta}$  должно быть ниже  $K_{H\beta}$  [20]. Все рассмотренные методики дают значения  $K_{F\beta}$  ниже  $K_{H\beta}$  (рис. 3.4). Расчет по [36,50-52] дает близкие значения коэффициента  $K_{F\beta}$ . Более значительное изменение  $K_{F\beta}$  демонстрирует расчет по [50].

Коэффициент  $K_{F\alpha}$  для прямозубых передач принимается равным единице. Для косозубых передач значения  $K_{F\alpha}$  принимаются равными  $K_{H\alpha}$  [36,50-52]. Методика [36] отмечает, что при расчете  $K_{F\alpha}$  по формуле (2.62) или (2.63) коэффициент  $a_\alpha$ , учитывающий статистическое распределение погрешностей, необходимо принять как  $a_\alpha \geq 0,4$ , а значение приработки зубьев не учитывать:  $y_\alpha = 0$  мкм.

Значения  $K_{F\alpha}$  должны соответствовать условию [36]:  $1 \leq K_{F\alpha} \leq \varepsilon_\gamma$ .

Методика [36] также предлагает уточненный расчёт коэффициента  $K_{F\alpha}$  в случае превышения фактических изгибных напряжений относительно допускаемых. Расчет выполняется для двух точек зацепления: в вершине зуба при двухпарном зацеплении; в верхней точке зуба, разделяющей зону двухпарного и однопарного зацепления.

Расчет  $K_{F\alpha}$  в [50] основывается на ГОСТ 21354-75:

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_{\alpha} - 1)(A - 5)}{4\varepsilon_{\alpha}}, \quad (3.9)$$

где  $A$  – степень точности передачи по ГОСТ 1643-72 ( $5 \leq A \leq 9$ ).

Коэффициент  $Y_{FS}$ , имеют различные уравнения в методиках [36,50-52].

В [51] используется уравнение:

$$Y_{FS} = 3,47 + \frac{13,2}{z_v} - 29,7 \frac{x}{z_v} + 0,092x^2. \quad (3.10)$$

где  $x$  – коэффициент смещения шестерни или колеса;  $z_v$  – эквивалентное число зубьев шестерни или колеса.

В методике [65] форму зуба и концентрацию напряжений учитывают отдельными коэффициентами  $Y_F$  и  $Y_S$ , соответственно.

Коэффициент  $Y_F$  рассчитывается по формуле:

$$Y_F = \frac{\frac{6h_{Fe}}{m} \cos \alpha_{Fen}}{\left(\frac{s_{Fn}}{m}\right)^2 \cos \alpha_n}, \quad (3.11)$$

где  $h_{Fe}$  – плечо изгибающего момента (рис. 3.4), мм;  $\alpha_{Fen}$  – угол приложения усилия (рис. 3.4), град;  $s_{Fn}$  – ширина опасного сечения (рис. 3.4), мм.

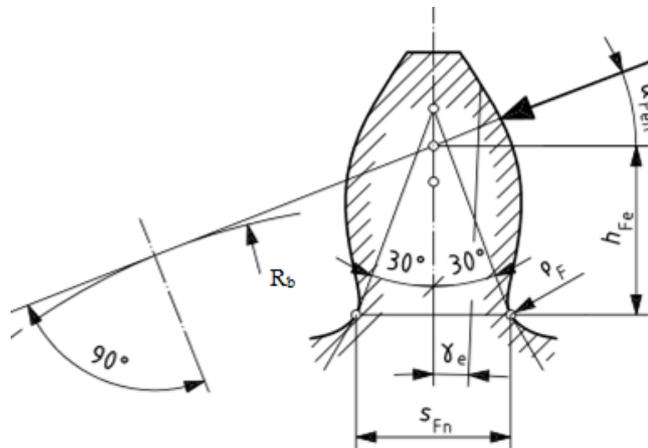


Рисунок 3.4 – Расчетная схема для определения коэффициентов  $Y_F$  и  $Y_S$  по ISO 6336-3[90]

Коэффициент  $Y_S$  рассчитывается по формуле

$$Y_S = (1,2 + 0,13L)q_s \left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L}} \right], \quad (3.12)$$

где  $L$  – отношение ширины опасного сечения к плечу изгибающего момента,  $L = s_{Fn}/h_{Fe}$ ;  $q_s$  – коэффициент кривизны основания.

$$q_s = \frac{S_{Fn}}{2\rho_F}, \quad (3.13)$$

где  $\rho_F$  – радиус кривизны кривой в опасном сечении зуба (рис. 3.4), мм.

Вывод параметров  $h_{Fe}$ ,  $\alpha_{Fen}$ ,  $S_{Fn}$ ,  $\rho_F$  осуществляется через параметры производящего контура рейки и коэффициентов смещения. Расчет выполняется в несколько итераций, т.к. при приложении нагрузки зуб будет деформироваться, следовательно, изменится угол  $\alpha_{Fen}$  и плечо  $h_{Fe}$  приложения нагрузки. Графическое определение коэффициентов  $Y_F$  и  $Y_S$  в методике [65] считается не целесообразным.

Методика [51] реализует расчет  $Y_F$  по формулам

$$Y_F = Y_{Fc} B_Y, \quad (3.14)$$

где  $Y_{Fc}$  – коэффициент формы зубьев со стандартным профилем по ГОСТ 13755-85;  $B_Y$  – коэффициент, учитывающий колебания при отклонениях угла профиля основного контура и коэффициента высоты головки.

$$\begin{aligned} Y_{Fc} = & 7,11 - 5,68x + 0,69x^2 - 0,10x^3 + (-3,74 + 4,46x - 0,28x^2)lgz_v + \\ & +(1,22 - 0,86x)lg^2z_v - 0,115lg^3z_v + (-1,16 + 0,50x - 0,012x^2)h_m + \\ & +(-0,58 - 0,16x + 0,17lgz_v)h_mlgz_v + (0,19 - 0,08x - 0,13lgz_v)h_m^2 + \\ & +0,22h_m^3, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где  $h_m$  – расстояния по радиусу зубчатого колеса от вершины зуба до точки приложения силы на профиле зуба, мм.

$$B_Y = 1,132 - 0,0435\alpha + 0,821h_a^* + 0,669 \cdot 10^{-3}\alpha^2 - 0,0175\alpha h_a^*, \quad (3.16)$$

где  $\alpha$  – угол профиля основного контура, град;  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба.

Расчет  $Y_F$  по [49] реализуется внутри обобщенного геометрического коэффициента изгибающих напряжений [93]:

$$Y_J = \frac{Y_F \varepsilon_\beta}{Y_S K_L}, \quad (3.17)$$

где  $K_L$  – коэффициент распределения нагрузки.

Коэффициент формы  $Y_F$  для (3.17) рассчитывается по формуле [66]:

$$Y_F = \frac{K_\beta}{\frac{\cos\alpha_{Fen}}{\cos\alpha_n} \left( \frac{6h_{Fe}}{s_{Fn}^2 Y_\beta} - \frac{\tan\alpha_{Fen}}{s_{Fn}} \right)}, \quad (3.18)$$

где  $K_\beta$  – коэффициент винтовой формы зуба.

На рис. 3.5 представлены результаты расчетов коэффициента формы зуба по формулам (3.14), (3.15)-(3.16) и (3.19)-(3.21). Расчет по ISO 6336 получен путем произведения коэффициентов  $Y_S$  и  $Y_F$ . По рис. 3.6 можно судить, что результаты несут противоречивый характер.

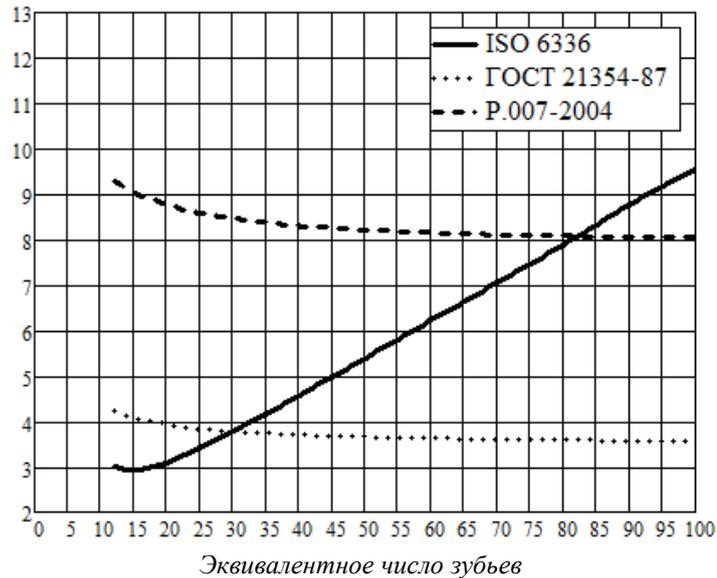


Рисунок 3.5 – Расчет  $Y_F$  по стандартизированным методикам

Расчет изгибных напряжений по [49] осуществляется по формуле:

$$\sigma_F = \frac{K_H F_t}{b m_t} \cdot \frac{Y_B}{Y_J}, \quad (3.19)$$

где  $m_t$  – модуль зуба в торцовом сечении  $m_t = m / \cos \beta$ , мм;  $Y_B$  – коэффициент, учитывающий толщину обода колеса.

Коэффициент  $Y_F$  в ГОСТ 21354-75 определяется по графикам. Рекомендации по определению  $Y_F$  также представлены в [67].

Коэффициент  $Y_B$  [36,51,65] рассчитывается по формуле:

$$Y_B = 1 - \varepsilon_\beta \frac{\beta}{120}, \quad (3.20)$$

где  $\beta$  – угол наклона зубьев, град.

В ГОСТ 21354-75 расчет  $Y_B$  ведется по альтернативной формуле

$$Y_B = 1 - \frac{\beta}{140}. \quad (3.21)$$

В [36] также при расчете ИН используется  $Y_\varepsilon$ , учитывающий перекрытие зубьев, который рассчитывается в зависимости от  $\varepsilon_\beta$ :

- при  $\varepsilon_\beta = 0$  (прямозубая передача)  $Y_\varepsilon = 1$ ;

- при  $\varepsilon_\beta < 1$

$$Y_\varepsilon = 0,2 + \frac{0,8}{\varepsilon_\alpha}; \quad (3.22)$$

- при  $\varepsilon_\beta \geq 1$

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_\alpha}. \quad (3.23)$$

В [49,50-52,65]  $Y_\varepsilon$  не учитывается или отсутствует.

Для учета многопарного зацепления высокоточных передач (класс точности передачи не выше 4) при расчете ИН в [65] предлагается коэффициент многопарности зацепления  $Y_{DT}$ .

Многопарность зацепления учитывается только для высокоточных передач ввиду того, что двухпарное зацепление в реальности реализуется только при суммарной упругой деформации зубьев по линии зацепления, превышающей разность основных шагов. Деформация зубьев под нагрузкой не значительна, поэтому разность шагов в зацеплении также должно быть не большим, что осуществимо только в высокоточных передачах [20].

В [68,90] учитывается влияние толщины обода зубчатого колеса при расчете ИН. Если толщина обода недостаточна для обеспечения надежной опоры основания зуба, то имеется риск возникновения усталостной трещины, начинающейся не в основании зуба, а в ободке колеса. Этот фактор учитывается коэффициентом толщины обода колеса  $Y_B$ . Значение коэффициента  $Y_B$  зависит от отношения высоты зуба  $h_t$  к толщине обода  $s_R$ :

- при  $s_R/h_t \geq 1,2$   $Y_B = 1$ ;

- при  $0,5 < s_R/h_t < 1,2$

$$Y_B = 1,6 \ln \left( 2,242 \frac{h_t}{s_R} \right), \quad (3.24)$$

где  $h_t$  – высота зуба, мм;  $s_R$  – толщина обода колеса (рис. 3.6), мм.

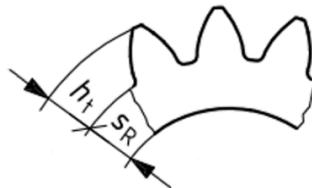


Рисунок 3.6 – Расчетная схема для определения  $Y_B$

Конструкции колес с значениями  $s_R/h_t < 0,5$  не рекомендуются [65].

### 3.1.2 Расчет изгибных напряжений зубьев в системах CAE

Системы Computer-Aided Engineering (CAE) представляют собой программные комплексы, позволяющие решать различные инженерные задачи: механика твердого тела, гидродинамика и т.д.

Расчет зубчатых передач в системах CAE позволяет: определить действующие КН [68] и ИН [69,70]; рассчитать усталостную долговечность зубьев [71]; определить параметры износостойкости передачи [72]; оценить влияние остаточных напряжений в упрочненном слое рабочих поверхностей и впадин зубьев [73]; сравнить нагрузочную способность одного вида передач с различными параметрами зацепления [12]; разработать новые способы проектирования зубчатых передач различных видов зацепления [74].

Следующим этапом развития расчетов зубчатых передач в системах CAE стала реализация методики определения ВБР передачи, прежде всего по критерию изгибной выносливости [75]. Методики основаны на теории слабого звена, предложенной Вейбуллом [76]. Согласно теории Вейбулла дефекты материала детали статистически распределены внутри определенной величины, которой можно принять линейный размер, поверхность или объем детали. Все дефекты характеризуются неоднородностью структуры материала и служат причиной зарождения начальных трещин внутри детали, которые приведут к отказу [77].

При помощи программ CAE осуществляется построение конечной модели зуба или сегмента зубчатого колеса и получение значений ИН в каждом КЭ. Допускается выполнять расчет для двухмерной модели при условии, что ширина зубчатого колеса не менее чем в 6 раз больше нормального модуля [78].

Основное развитие расчета ВБР на основе применения программ CAE направлено: получение законов распределения дефектов внутри тела зуба [79] анализ влияния объемов зубчатого колеса на долговечность [77], учет остаточных напряжений в теле зуба [80]. Кроме того, в [81] было выполнено разделение дефектов по величине на макро- (более 300 мкм) и микродефекты (менее 300 мкм). Были получены законы распределения макро- и микродефектов, что позволило уточнить методику расчета нагрузочной способности основания зуба. Валидация методики по результатам испытаний цилиндрических зубчатых колес на

пульсаторе показала отклонение расчетных значений от экспериментальных в среднем 3,1% [81].

Недостатками методик расчета ВБР по критерию изгибной выносливости при помощи программ САЕ являются:

- для выполнения расчета необходимо создать 3D (2D) модель зуба передачи, что довольно трудоемко, т. к. не многие существующие программные комплексы имеют функцию построения эвольвентного профиля зуба;
- чтобы получить закон распределения дефектов по объему зуба, необходимо изучить микроструктуру материала в основании зуба, что возможно только в лабораторных условиях.

Ввиду вышеизложенного заключаем, что использование программ САЕ для расчета ВБР по критерию изгибной выносливости в данном исследовании не целесообразно.

## 3.2 Допускаемые изгибные напряжения

### 3.2.1 Стандартизированные методики расчета

Допускаемые ИВ зуба определяются по пределу ИВ зубьев цилиндрических эвольвентных колес внешнего зацепления, соответствующие базовому числу циклов напряжений. Расчет допускаемых напряжений ведется по формуле [36,50,51,65]:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim}}{S_F} Y_N Y_\delta Y_R Y_X, \quad (3.25)$$

где  $\sigma_{Flim}$  – предел ИВ, МПа;  $S_F$  – коэффициент запаса прочности;  $Y_N$  – коэффициент долговечности;  $Y_\delta$  – коэффициент, учитывающий градиент напряжений;  $Y_R$  – коэффициент, учитывающий шероховатость поверхности основания зуба;  $Y_X$  – коэффициент, учитывающий размеры зубчатого колеса.

Предел ИВ зуба определяется с учетом технологии изготовления зубчатого колеса [36,50,51]:

$$\sigma_{Flim} = \sigma_{Flim}^0 Y_T Y_Z Y_g Y_d Y_A, \quad (3.26)$$

где  $\sigma_{Flim}^0$  – предел ИВ зубьев цилиндрических эвольвентных колес внешнего зацепления, соответствующий базовому числу циклов напряжений  $4 \cdot 10^6$ , МПа;  $Y_T$  – коэффициент, учитывающий технологию изготовления;  $Y_Z$  – коэффициент,

учитывающий технологию изготовления заготовки зубчатого колеса;  $Y_g$  – коэффициент, учитывающий эффект шлифования поверхности основания зуба;  $Y_d$  – коэффициент, учитывающие эффект поверхностного упрочнения поверхности основания зуба;  $Y_A$  – коэффициент, учитывающий эффект двустороннего нагружения зуба.

Уравнение (3.27) в [49,65] не применяются, а влияние технологии изготовления колеса учитывается путем выбора  $\sigma_{Flim}$ , зависящего от класса качества изготовления колес: «ML», «MQ» и «ME»[57].

Методика [49] также разделяет стали для изготовления зубчатых колес на три класса. При втором классе качества у цементованных и нитроцементованных колес  $\sigma_{Flim} = 450$  МПа. Для азотированных колес предлагаются уравнения для определения  $\sigma_{Flim}$  в зависимости от класса качества:

- 1 класс качества

$$\sigma_{Flim} = 0,594HB + 87,76; \quad (3.27)$$

- 2 класс качества

$$\sigma_{Flim} = 0,7848HB + 114,81; \quad (3.28)$$

- 3 класс качества

$$\sigma_{Flim} = 0,7255HB + 201,91, \quad (3.29)$$

В [51] при расчете  $\sigma_{Flim}$  по формуле (3.26) используется коэффициент, учитывающий глубину азотирования:

$$\gamma_h = \frac{\beta_0}{1,2}, \quad (3.30)$$

где  $\beta_0$  – параметр глубины.

$Y_N$  определяется при поверхностном упрочнении по формуле [36,50,51]:

$$Y_N = \sqrt[9]{\frac{4 \cdot 10^6}{N_K}}, \quad (3.31)$$

Коэффициент  $Y_N$  для поверхностно-упрочненных колес должен находиться в интервале  $1 \leq Y_N \leq 2,5$ .

Коэффициент  $Y_N$  в [65] определяется графически или по табличным значениям. Промежуточные значения рассчитываются методом интерполяции.

Для расчета  $Y_N$  в [49] представлены уравнения:

- нитроцементация при  $10^3 \leq N_K \leq 2 \cdot 10^6$  (при  $N_K < 10^3 Y_N = 3,4$ )

$$Y_N = 9,4518 N_K^{-0,148}; \quad (3.32)$$

- нитроцементация при  $10^6 < N_K \leq 10^{10}$

$$Y_N = 1,3558 N_K^{-0,0178}; \quad (3.33)$$

- цементация при  $10^3 \leq N_K \leq 2 \cdot 10^6$  (при  $N_K < 10^3 Y_N = 2,75$ )

$$Y_N = 6,1514 N_K^{-0,1192}; \quad (3.34)$$

- цементация и азотирование при  $10^6 < N_K \leq 10^{10}$

$$Y_N = 1,6831 N_K^{-0,0323}; \quad (3.35)$$

- азотирование при  $10^3 \leq N_K \leq 2 \cdot 10^6$  (при  $N_K < 10^3 Y_N = 2$ )

$$Y_N = 3,517 N_K^{-0,0817}. \quad (3.36)$$

Основное отличие методик [49,65] от [36,50-52] в том, что  $Y_N$  и  $Z_{NT}$  могут принимать значения меньше единицы. Единичное значение  $Y_N$  подразумевает горизонтальный участок кривой усталости. Горизонтальный участок показывает, что напряжения ниже этого значения для любой величины циклов нагружения не вызовут разрушения [82]. Судя по представленным уравнениям, в методиках [49,65] горизонтальный участок кривой выносливости может отсутствовать. Об отсутствии горизонтального участка контактной кривой выносливости также говорится в [63].

Для расчета  $Y_\delta$  в [36,50-52] используется уравнение:

$$Y_\delta = 0,84(1,0 + \chi^{0,55} \cdot 10^{-0,72}), \quad (3.37)$$

где  $\chi$  – относительный градиент напряжений ( $\chi = 2,3/\rho_F$ ),  $\text{мм}^{-1}$ .

При  $\rho_F \leq 7$  мм расчет  $Y_\delta$  ведется по формуле:

$$Y_\delta = 1,082 - 0,172 \lg(m). \quad (3.38)$$

Методика [65] расчет  $Y_\delta$  использует уравнение

$$Y_\delta = \frac{1 + \sqrt{\rho' \chi}}{1 + \sqrt{\rho' \chi_T}}, \quad (3.39)$$

где  $\rho'$  – толщина слоя скольжения (при азотировании и нитроцементации –  $\rho' = 0,1005$ , при цементации –  $\rho' = 0,003$ ), мм;  $\chi_T$  – относительный градиент напряжений для эталонных зубчатых колес,  $\chi_T = 1,2 \text{ мм}^{-1}$ .

Расчет  $\chi$  в [65] реализуется по уравнению:

$$\chi = 0,5(1 + q_s). \quad (3.40)$$

Коэффициент  $Y_R = 1,05$  при поверхностном упрочнении [28,49,69,91].

В [65] коэффициент  $Y_R$  при  $1 \text{ мкм} \leq Rz \leq 40 \text{ мкм}$  определяется:

- цементация

$$Y_R = 1,674 - 0,529(Rz + 1)^{0,1}; \quad (3.41)$$

- нитроцементация и азотирование

$$Y_R = 4,299 - 3,259(Rz + 1)^{0,0058}. \quad (3.42)$$

При высоте микронеровностей  $Rz < 1 \text{ мкм}$  для цементации коэффициент  $Y_R = 1,12$ , для нитроцементации и азотирования –  $Y_R = 1,025$ .

Коэффициент  $Y_X$  в методиках [36,50-52] рассчитывается по формуле:

$$Y_X = 1,05 - 0,000125d. \quad (3.43)$$

Значение  $Y_X$  в [65] для поверхностно-упрочненных колес определяется по выражению ( $5 < m \leq 25$ ):

$$Y_X = 1,05 - 0,01m. \quad (3.44)$$

При  $m \leq 5$  коэффициент  $Y_X = 1,0$ , при  $m \geq 25$  коэффициент  $Y_X = 0,8$ .

В методике [49] коэффициенты  $Y_\delta, Y_R$  и  $Y_x$  отсутствуют.

В случае двустороннего нагружения зубьев передачи коэффициент  $Y_A$  определяется по выражению:

$$Y_A = 1 - \gamma_A \frac{\min\left(\frac{T}{Y_N}, \frac{T'}{Y'_N}\right)}{\max\left(\frac{T}{Y_N}, \frac{T'}{Y'_N}\right)}, \quad (3.45)$$

где  $\gamma_A$  – коэффициент, учитывающий амплитуду напряжений противоположного вращения;  $T'$  – крутящий момент противоположного вращения, Н·м;  $Y'_N$  – коэффициент долговечности противоположной стороны зуба.

### 3.2.2 Влияние параметров упрочненного слоя на предел изгибной выносливости зубьев

Учет толщины упрочненного слоя в расчете предела ИВ зуба является важным аспектом для разрабатываемой методики. Параметры упрочненного слоя будут влиять на предел ИВ, т.к. от этих параметров зависит упругопластические характеристики зуба. В стандартизированных методиках расчета даются рекомендации по выбору толщины упрочненного слоя, для которых и получены пределы ИВ зубьев [36,57]. Но если параметры упрочнения не соответствуют стандарту, значения пределов ИВ представляются не корректными. Поэтому при

разработке методики расчета ВБР по критерию ИВ поверхностно-упрочненных колес желательно иметь уравнения, при помощи которых можно рассчитать предел ИВ зуба для различных параметров поверхностного упрочнения.

В [24] разработана методика, позволяющая учесть параметры упрочнения при расчете предела ИВ зубьев. Расчет предела ИВ зубьев определяется по формуле:

$$\sigma_{Flim}^C = \frac{\sigma_{Flim}^C}{Y_{FR}}, \quad (3.46)$$

где  $\sigma_{Flim}^C$  – медианный предел выносливости при симметричном изгибе, МПа;  $Y_{FR}$  – коэффициент, учитывающий асимметрию цикла нагружения.

$$Y_{FR} = \frac{1}{1 - R(1 - \psi_{\sigma D}) / (1 + \psi_{\sigma D})}, \quad (3.47)$$

где  $R$  – коэффициент асимметрии цикла ( $-1 \leq R \leq 1$ );  $\psi_{\sigma D}$  – коэффициент, учитывающий чувствительность материала к асимметрии цикла ( $\psi_{\sigma D} = 0,6$  – цементация и нитроцементация,  $\psi_{\sigma D} = 0,85$  – азотирование).

Медианный предел выносливости при симметричном изгибе определяется через предел выносливости гладких лабораторных образцов:

$$\sigma_{Flim}^C = \frac{\overline{\sigma}^{-1}}{Y_D}, \quad (3.48)$$

где  $\overline{\sigma}^{-1}$  – медианное значение предела выносливости гладких лабораторных образцов с тороидальным диаметром 7,5 мм, МПа;  $Y_D$  – коэффициент, снижающий предел выносливости.

Значение  $\overline{\sigma}^{-1}$  можно принять через предел прочности материалов [46]

$$\overline{\sigma}^{-1} = 2,21\sigma_B^{0,777}, \quad (3.49)$$

где  $\sigma_B$  – предел прочности материала ( $\sigma_B = 3,345HB$ ), МПа.

Коэффициент  $Y_D$  позволяет учесть при расчете  $\sigma_{Flim}^C$  шероховатость поверхности зуба, концентрацию напряжений, масштабный фактор и параметры упрочнения

$$Y_D = \left( \frac{Y_\delta}{Y_X} + \frac{1}{Y_R} - 1 \right) \frac{1}{Y_{Fd}}, \quad (3.50)$$

где  $Y_{Fd}$  – коэффициент, учитывающий параметры поверхностного упрочнения зуба.

Отношение  $Y_\delta$  и  $Y_X$  определяется по зависимости

$$\frac{Y_{\delta}}{Y_X} = \frac{2\alpha_{\sigma}}{1 + \theta_F^{-\vartheta_{\sigma}}}, \quad (3.51)$$

где  $\alpha_{\sigma}$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений в основании зуба;  $\theta_F$  – относительный критерий подобия усталостного разрушения;  $\vartheta_{\sigma}$  – угловой коэффициент средневероятной линии подобия.

Переменные  $\alpha_{\sigma}$ ,  $\theta_F$  и  $\vartheta_{\sigma}$  в (3.57) рассчитываются по формулам:

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 0,272 \sqrt[3]{\left(\frac{S_{Fn}}{\rho_F}\right)^2}; \quad (3.52)$$

$$\theta_F = \frac{b_w S_{Fn}}{88,3(3\alpha_{\sigma} - 2)}; \quad (3.53)$$

$$\vartheta_{\sigma} = -0,1284 + 0,091 \cdot \log(\sigma^{-1} Y_R). \quad (3.54)$$

Коэффициент  $Y_R$  представлен уравнением:

$$Y_R = 1 - 0,22 \cdot \log(Rz) \cdot \left[ \log\left(\frac{\sigma_B}{20}\right) - 1 \right]. \quad (3.55)$$

Для расчета  $Y_{Fd}$  используется уравнение:

$$Y_{Fd} = \frac{1}{(1 - \Delta_{heff})^{(3\alpha_{\sigma}-2)}}, \quad (3.56)$$

где  $\Delta_{heff}$  – относительная толщина упрочненного слоя.

$$\Delta_{heff} = \frac{2h_{teff}}{S_{Fn}}, \quad (3.57)$$

где  $h_{teff}$  – эффективная глубина упрочненного слоя, мм.

Для представленной выше методики расчета  $\sigma_{Flim}$  в [24] была выполнена верификация (рис. 3.7), используя экспериментальные данные предела ИВ [82] для цементированных зубчатых колес. Отклонения результатов расчетов не превышают 5 % (Таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Результаты расчетов и экспериментальные данные ИВ

Партия зубчатых колес №	Эффективная глубина упрочненного слоя, мм	Предел изгибной выносливости (эксперимент), МПа	Предел изгибной выносливости (расчет), МПа	Отклонение, %
1	1,47	650	677	4,15
2	1,56	700	714	2,00
3	2,04	980	958	2,24

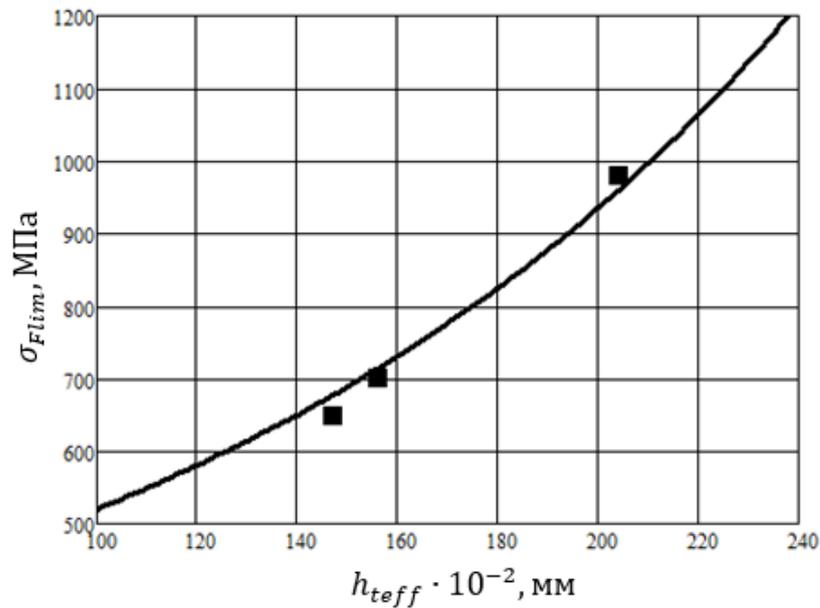


Рисунок 3.7 – Результаты расчетов и экспериментальные данные предела ИВ [24]:

■ – значение  $\sigma_{Flim}$ , полученное экспериментально [82]

Отметим, что получаемый предел изгибной выносливости рассчитан для базового числа циклов нагружения  $4 \cdot 10^6$  ( $Y_N = 1,0$ ), поэтому при расчете допускаемых напряжений необходимо  $\sigma_{Flim}$  умножить на  $Y_N$ .

### 3.3 Анализ методик проверочного расчета зубчатых передач по критерию изгибной выносливости

В рассмотренных стандартизированных методиках расчета действующих и допускаемых ИВ, наблюдаются различия как в применяемых уравнениях, так и в количестве используемых поправочных коэффициентах. Поэтому аналогично главе 2 сравним результаты расчетов по основным методикам. К основным методикам расчета зубчатых передач по критерию изгибной выносливости можно отнести (соответствуют номерам столбцов в Таблице 3.4): ГОСТ 21354-87 [36]; 2) ISO 6336 [65]; 3) ANSI /AGMA 2101-D04 [49]; 4) Руководство P.007-2004 [51].

Проверочные расчеты выполним для зубчатых цилиндрических передач, рассчитанных в главе 2, взятых из [21,36,58,59]. В качестве общего критерия для сравнения результатов используем коэффициент запаса прочности  $S_F$  по ИВ. Результаты расчетов представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Результаты проверочных расчетов передач по стандартизированным методикам

Параметр	Пример расчета №1 [36]				Пример расчета №2 [21]				Пример расчета №3 [58]				Пример расчета №4 [59]			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
$\sigma_{Flim}$ , МПа:																
- шестерня	1000				820				500				700			
- колесо	580				820				500				700			
Коэффициент $K_{F\beta}$	1,069	1,034	1,207	1,056	2,168	1,794	1	1,244	1,004	1,011	1	1,007	1,029	1,010	1,118	1,014
Коэффициент $K_{F\alpha}$	1,196	1,226	1,195	1,149	1,084	1,196	1,244	1,033	1,074	1,074	1,278	1,024	1,499	1,074	1	1,473
Коэффициент $K_{F\alpha}$	1	1,106	-	1	1	1	-	1	1	1	-	1	1	1	-	1
Коэффициент $Y_{FS}$																
- шестерня	3,141	2,605	1,307	7,362	3,837	2,601	1,818	7,361	2,985	2,841	2,420	7,510	3,098	2,841	1,546	7,447
- колесо	3,306	2,575	1,229	7,021	3,653	2,580	1,722	7,022	3,351	2,114	2,179	6,907	3,301	2,774	1,497	7,029
Коэффициент $Y_N$																
- шестерня	1	0,934	0,932	1	1	0,896	0,943	1	1	0,889	0,936	1	1	0,889	0,939	1
- колесо	1	0,947	0,991	1	1	0,909	0,955	1	1	0,921	0,967	1	1	0,921	0,959	1
Коэффициент $Y_R$																
- шестерня	0,95	0,984	-	0,95	1	0,964	-	1	1	0,964	-	1	1	0,958	-	1
- колесо	1,05	0,964		1,05	1	0,964		1	1	0,964		1	1	0,958		1
Коэффициент $Y_\delta$																
- шестерня	0,980	0,969	-	0,980	0,980	0,993	-	0,980	0,949	0,992	-	0,949	1,072	0,965	-	1,072
- колесо	0,988	0,997		0,988	0,988	0,997		0,988	0,950	0,999		0,959	1,082	0,995		1,082
Коэффициент $Y_X$																
- шестерня	1,029	1	-	1,029	1,028	1	-	1,028	1,032	0,97	-	1,032	1,044	1	-	1,044
- колесо	1,008	1		1,008	1,005	1		1,005	0,943	0,97		0,943	1,031	1		1,031
$\sigma_F$ , МПа	165,9	341,0	112,1	373,3	634,2	403,7	159,0	1159,9	283,3	421,5	474,5	679,5	170,1	421,5	102,6	401,2
	174,6	337,0	114,8	356,1	603,9	400,3	150,8	1104,5	318,0	412,5	411,5	625,0	181,2	411,5	97,5	379,0
$\sigma_{FP}$ , МПа																
- шестерня	1008	1781	931,5	957,7	825,4	1407	773,3	825,4	489,7	824,6	468,0	489,7	783,2	821,5	657,5	783,2
- колесо	577,8	1056	574,6	606,6	814,2	1431	782,9	814,2	452,1	860,6	483,0	452,1	781,6	878,2	671,2	781,5
$S_F$ :																
- шестерня	6,078	5,224	7,628	2,565	1,302	3,485	4,860	0,712	1,729	1,956	0,988	0,721	4,605	1,949	6,407	1,952
- колесо	3,310	3,132	5,005	1,703	1,348	3,576	5,192	0,736	1,422	2,091	1,133	0,724	4,312	2,134	6,883	2,062

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Методика расчета по руководству Р.007-2004 показывает наибольшие значения фактических ИН, что связано с высокими значениями коэффициента  $Y_{FS}$  относительно других методик.

2. Расчет фактических ИН по ANSI /AGMA 2101-D04 приводит к наименьшим значениям, кроме расчета передачи №3, где на результат повлияло высокое значение  $K_{FB}$  относительно других методик.

3. Высокие значения допускаемых ИН по ISO 6336 связан с применением поправочного коэффициента  $Y_{ST} = 2,0$ , который учитывает, что значения  $\sigma_{Flim}$  получены для стандартных эталонных зубчатых колес.

4. Подводя общий итог расчетов, заключаем, что все методики в зависимости от исходных данных дают противоречивые результаты. Поэтому для проверки корректности расчетных формул необходимо сравнить результаты расчетов по представленным методикам с доступными экспериментальными данными.

В качестве экспериментальных данных используем результаты из [77]. Эксперименты проводились на пульсаторе MTS с максимальным развиваемым усилием 100 кН. Испытания проводились для двух прямозубых колес (таблица 3.3). В ходе экспериментов получены числа циклов до поломки зуба при различных уровнях нагружения для каждого колеса и построены кривые усталости зубчатых колес (от  $10^3$ -  $3 \cdot 10^6$  циклов). Также определены статическая прочность зубьев на изгиб и нагрузка для неограниченного срока службы (более  $5 \cdot 10^6$  циклов).

Таблица 3.3 – Характеристики испытываемых зубчатых колес [77]

Характеристика	Колесо А	Колесо Б
Модуль, мм	0,6	0,6
Число зубьев	16	22
Ширина зубчатого колеса, мм	6	7
Коэффициент смещения	0	0,4
Диаметр вершин, мм	10,8	14,88
Тип поверхностного упрочнения	цементация	цементация
Твердость поверхности, HV	704	742
Твердость сердцевины, HV	360	360
Глубина упрочненного слоя, мм	0,25	0,23

Экспериментальные значения числа циклов до поломки зуба были сравнены с числами циклов, рассчитанными по анализируемым методикам. При выполнении расчетов были приняты следующие условия:

- коэффициент концентрации нагрузки принимался равным единице, ввиду того что, не указаны степени точности передач зубчатых колес;
- предел выносливости был рассчитан для всех методик по 3.2.2;
- числа циклов были рассчитаны через коэффициенты долговечности;
- расчет числа циклов реализован по расчетным формулам  $Y_N$ , представленным в анализируемых методиках, путем выражения неизвестной переменной  $N_K$ .

Результаты расчетов для обоих колес представлены в таблице 3.4. Расчетные и экспериментальные числа циклов показаны на рис. 3.8 и рис. 3.9.

Таблица 3.4 – Результаты расчетов исследуемых колес

Параметр	Колесо А				Колесо Б			
Ширина зуба в опасном сечении, мм	1,102				1,233			
Радиус кривизны переходной поверхности в опасном сечении, мм	0,367				0,271			
Предел прочности, МПа	1913				1970			
Эффективная толщина упрочненного слоя, мм	0,133				0,133			
Коэффициент снижения предела выносливости	0,626				0,703			
Предел выносливости гладкого образца, МПа	784				802			
Предел выносливости, МПа	1565				1427			
Коэффициент нагрузки $K_F$	1				1			
Расчетная методика	ISO 6336	ГОСТ 21354-87	AGMA 2101-D04	P.007-2004	ISO 6336	ГОСТ 21354-87	AGMA 2101-D04	P.007-2004
Произведение коэффициентов, влияющих на фактические изгибные напряжения	8,51	4,30	6,45	9,43	6,71	3,54	5,41	8,03
Допускаемые изгибные напряжения, МПа	3130	1565	1565	1565	2854	1427	1427	1427
Среднее квадратическое отклонение	0,638	0,310	0,320	-	0,91	0,503	0,254	-

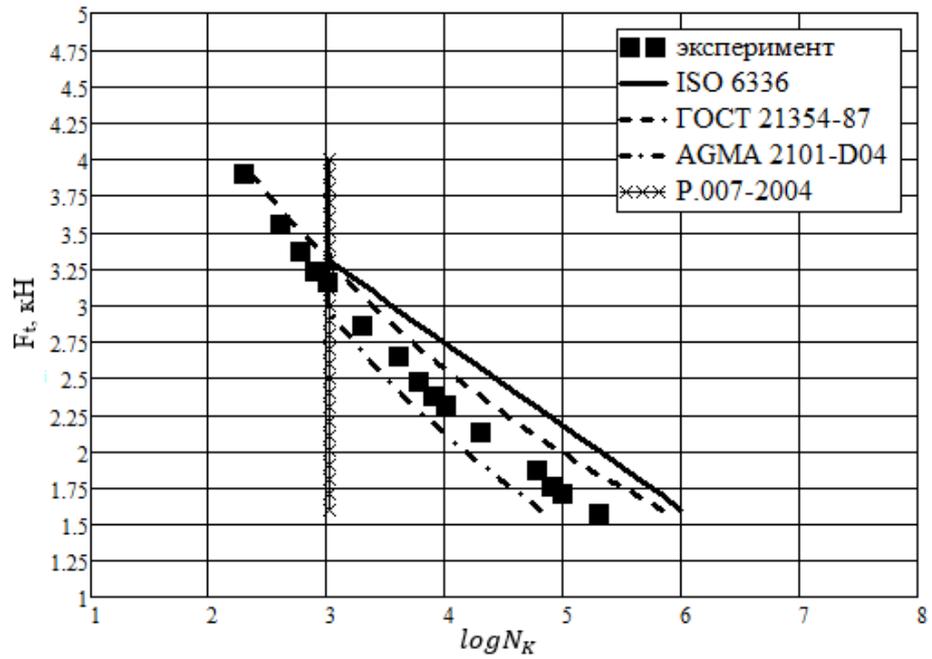


Рисунок 3.8 – Расчетные и экспериментальные числа циклов (Колесо А)

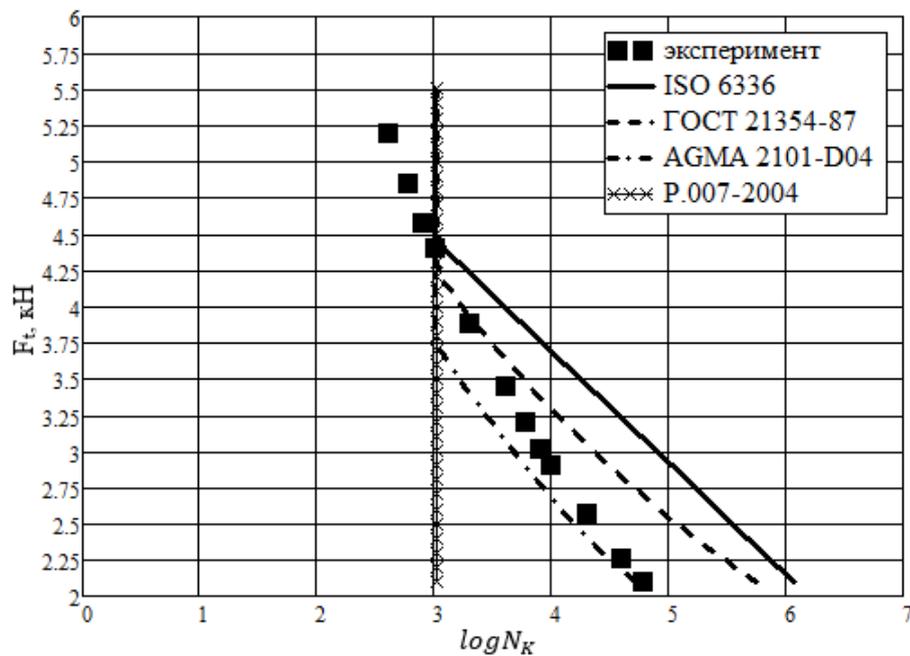


Рисунок 3.9 – Расчетные и экспериментальные числа циклов (Колесо Б)

На основе полученных результатов сформулированы выводы:

1. В результате расчета по руководству Р.007-2004 в обоих случаях получены вертикальные участки. Такой результат получен в следствие того, что фактические ИН значительно выше допускаемых ИН, что привело к коэффициенту долговечности выше допускаемого значения ( $Y_N \leq 2,5$ ), который, согласно методике, необходимо принять равным максимальному. Наличие вертикальных участков при расчете по другим методикам обусловлено тем же.

2. Расчет по методике AGMA 2101-D04 показал наиболее точные результаты. При этом среднее квадратическое отклонение (при расчете отклонения средними значениями являлись экспериментальные данные) для передачи Б ниже, чем по ГОСТ 21354-87. Однако, расчет по методике AGMA 2101-D04 занижает срок службы передачи, а при учете коэффициента  $K_F$  даст еще более низкие значения, что не соответствует физическому смыслу работы передачи.

3. Результаты по ГОСТ 21354-87 и ISO 6336 дали завышенные значения относительно экспериментальных данных, при этом методика ГОСТ 21354-87 показывает большую точность.

4. На основе полученных результатов можно заключить, что методика расчета по ГОСТ 21354-87 дает наиболее корректные результаты. Поэтому при разработке методики ВБР по критерию ИВ для определения фактических ИН используем формулы ГОСТ 21354-87.

### 3.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию изгибной выносливости

Реализуемая методика расчета ВБР поверхностно-упрочненных зубчатых колес по критерию ИВ пригодна для передач, соответствующих следующим требованиям:

1. Контактующие поверхности колес подвергнуты поверхностному упрочнению: цементация, нитроцементация или азотирование.

2. Расчет ИН осуществляется в опасном сечении зуба по растягивающим волокнам при однопарном зацеплении и приложении усилия в вершине активного профиля зуба.

3. Расчет ведется для прямозубых и косозубых передач без продольной и профильной модификации.

4. Исходный контур рейки соответствует ГОСТ 13755-2015.

5. Конструкция зубчатого колеса не является составной и жестко зафиксирована на валу.

Основные этапы расчета ВБР зубчатых цилиндрических передач по критерию изгибной выносливости объединены в общую блок-схему (рис. 3.10). Все

блоки расчетной схемы имеют порядковый номер, соответствующий этапу вычисления.

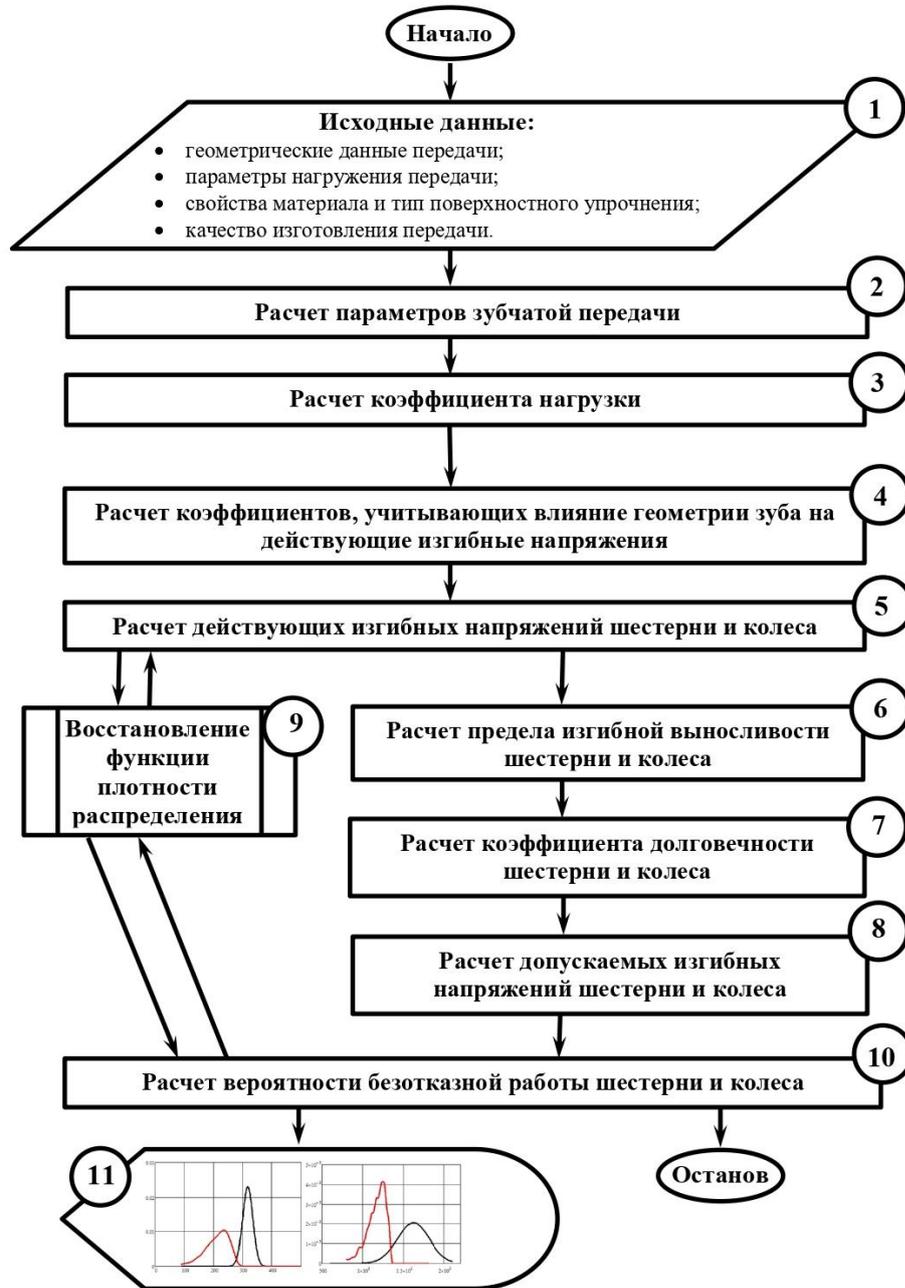


Рисунок 3.10 – Блок-схема методики расчета ВБР зубчатой передачи по критерию изгибной выносливости

Блоки 1 и 2 (рис. 3.10) имеют идентичные расчетные формулы и структуру, что и при расчете ВБР по критерию КВ (глава 2). Предел ИВ зуба задается выборкой или определяется через параметры упрочнения (твердость поверхности и эффективная толщина) по формулам (3.51)-(3.62). В результате получаем общие исходные данные для расчета предела контактной и изгибной выносливости зуба. Единственным отличием в блоке 2 является расчет дополнительных

геометрических параметров зуба: радиус кривизны переходной поверхности в опасном сечении зуба, ширина опасного сечения зуба и плечо изгибающего момента зуба (Приложение А).

Блок 3 (рис. 3.10) выполняет расчет коэффициента нагрузки по формулам: (3.2)-(3.3), (3.5). Коэффициент  $K_{H\beta}$ , учитывающий случайный характер силового перекося, передается в расчет ИН после расчета КН.

В блоке 4 (рис. 3.10) выполняется расчет (формулы (3.13), (3.20), (3.22)-(3.23)) коэффициентов, учитывающих форму зуба, качество поверхности основания зуба в опасном сечении и т.д.

Блок 5 (рис. 3.10) рассчитывает действующие ИН (3.3). Результатом блока 5 являются две выборки, по которым в блоке 9 МНС восстанавливаются ФПР действующих ИН зуба шестерни и колеса. Полученные функции используются в блоке 7 для определения числа циклов, оказывающих повреждение на зуб от ИН, и для расчета ВБР в блоке 10.

В блоке 6 (рис. 3.10) выполняется расчет предела ИВ зуба при базовом числе циклов напряжения по формулам: (3.46)-(3.47). В случае если выборка предела выносливости задана в исходных данных, блок 6 пропускается.

Блок 7 (рис. 3.10) определяет коэффициенты долговечности для зуба шестерни и колеса, при этом коэффициент повреждающего ИН равен 0,6.

Блок 8 (рис. 3.10) рассчитывает выборки значений допускаемых ИН шестерни и колеса по формуле (3.27) и передает результаты в блок 10.

Блок 10 через блок 9 восстанавливает ФПР допускаемых изгибных напряжений МНС и определяет ВБР по шестерни и колесу (Приложение В).

В блоке 11 (рис. 3.10) выводятся результаты расчетов: ВБР шестерни и колеса, графики ФПР напряжений.

Перечислим отличительные особенности разработанной методики расчета ВБР по критерию ИВ:

1. Предел ИВ зубьев рассчитывается с учетом параметров упрочненного слоя.
2. Расчет действующих и допускаемых ИН ведется по шестерни и колесу;
3. При определении ФПР действующих и допускаемых ИН применяются МНС, что позволяет учесть случайный характер нагрузки.

Для передачи с исходными данными, представленными в главе 2 (редуктор ЦУ-100-3.15), выполнен тестовый расчет ВБР по критерию ИВ (рис. 3.11).

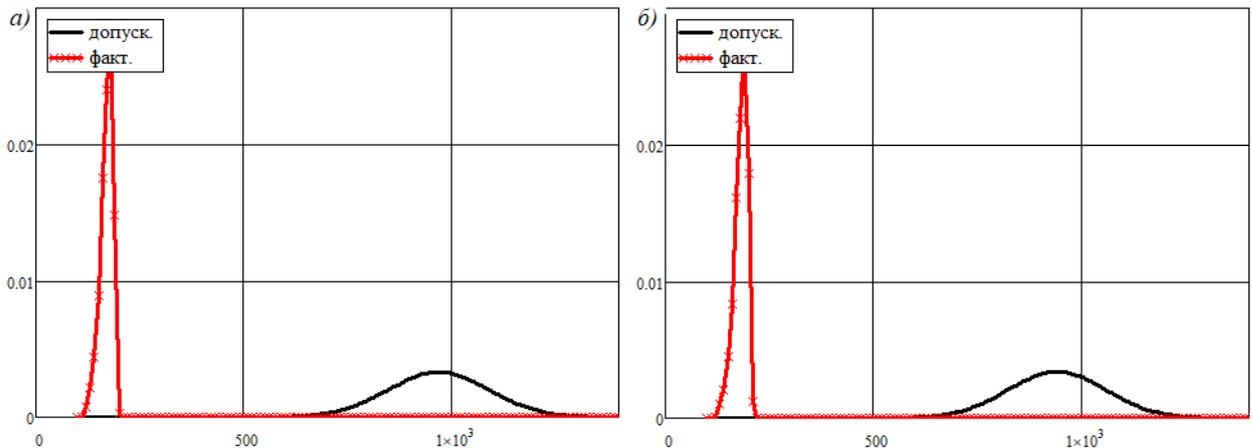


Рисунок 3.11 – ВБР по критерию ИВ:

а) шестерня; б) колесо

ВБР для шестерни и колеса равна 100%. С практической точки зрения такой запас связан с тем, что даже единичный случай поломки зуба приводит к отказу всей передачи, из-за чего передачи конструируются со значительным запасом изгибной прочности.

### Выводы

1. Выполнен сравнительный анализ расчетных формул существующих стандартизированных методов расчета (ГОСТ 21354-87, ISO 6336, ANSI/AGMA 2101-D04, P.007-2004) для определения действующих и допускаемых ИВ в основании зубьев цилиндрических прямозубых и косозубых передач.

2. Выполнена проверка расчетных формул стандартизированных методов расчета по доступным примерам расчетов и существующим конструкциям зубчатых передач.

3. По известным экспериментальным данным была выполнена оценка точности стандартизированных методов расчета. Наиболее точные результаты расчетов продемонстрировали методики ГОСТ 21354-87 и ANSI/AGMA 2101-D04.

4. Улучшена методика расчета ВБР зубчатых цилиндрических передач по критерию ИВ, которая отличается от существующих методик тем, что: позволяет рассчитывать предел ИВ по параметрам упрочненного слоя; учитывает случайный характер силового перекося в зацеплении при эксплуатации передачи.

#### 4 Вероятность безотказной работы цилиндрических зубчатых передач по критерию глубинной контактной выносливости

В отличие от методик расчетов по критерию КВ и ИВ расчет по ГКВ более неоднозначен ввиду следующих причин:

- глубинное контактное разрушение (глубинная трещина) может возникнуть на различной глубине упрочненного слоя или в сердцевине;
- глубинные контактные напряжения (ГКН) связаны с КН, которые имеют переменный характер;
- помимо напряжений, возникающих в результате эксплуатации, в объеме зуба также существуют остаточные напряжения, полученные в результате изготовления и термообработки зубчатых колес;
- наличие дефектов (пустот, микротрещин, включений) внутри тела зуба, образованных при изготовлении и термообработке зубчатых колес;
- изменение предела ГКН и ГКН по глубине упрочненного слоя.

Ввиду представленных выше причин существуют несколько различных методик расчета действующих и допускаемых ГКН, отличающихся, как теоретической базой формул, так и условиями их применения.

##### 4.1 Методики расчета действующих и допускаемых глубинных контактных напряжений

Современные методики расчета ГКН основываются на положениях теории прочности, позволяющих учесть совместное напряженное состояние в теле зуба нормальных и касательных напряжений. Рассчитываемые напряжения именуют как эквивалентные (ЭН).

В [13,23,24,84] расчет ЭН ведется по уравнению, полученному на основе теории Геста-Мора:

$$\tau_E = |\tau_{zy}| - K|\sigma_y|, \quad (4.1)$$

где  $\tau_{zy}$  – касательное напряжение на площадке перпендикулярной координатной плоскости  $Ozy$  (рис. 4.1), МПа;  $K$  – коэффициент, учитывающий отношения предела прочности сжатия к пределу прочности растяжения;  $\sigma_y$  – сжимающее напряжение по оси, МПа.

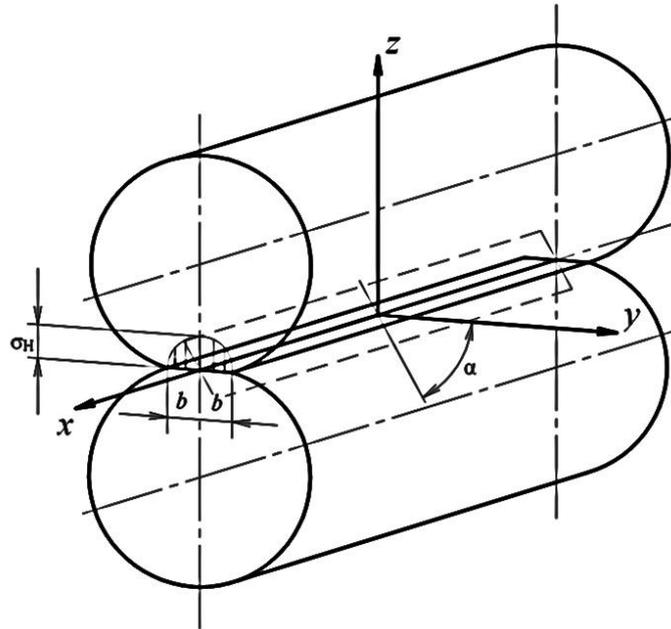


Рисунок 4.1 – Расчетная схема КН двух параллельных цилиндров

Расчет компонентов напряжений  $\tau_{zy}$  и  $\sigma_y$  осуществляется через величину КН по формулам [13,23,24,84]:

$$\sigma_y = -\sigma_H \frac{z}{b_H} \left( \sqrt{\frac{b_H^2 + u}{u}} \left[ 2 - \frac{b_H^2 z^2}{u^2 + b_H^2 z^2} \right] - 2 \right); \quad (4.3)$$

$$\tau_{yz} = -\sigma_H \frac{b_H y z^2}{u^2 + b_H^2 z^2} \sqrt{\frac{u}{b_H^2 + u}}; \quad (4.4)$$

где  $y, z$  – координаты точки на площадке касания (рис. 4.1), мм;  $b_H$  – полуширина эллиптической площадки касания (рис. 4.1), мм;  $u$  – коэффициент Пуассона;  $u$  – корень уравнения  $\frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{u} = 1$ .

Напряжения  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{zx}$  принимаются равными нулю.

Согласно уравнениям (4.1)-(4.5) максимальное значение  $\tau_E$  находится в точке с относительными координатами:  $y_0 = 0,856$  и  $z_0 = 0,6 \div 0,85$ . Относительные координаты определяются по формулам:

$$y_0 = y/b_H; \quad (4.6)$$

$$z_0 = z/b_H. \quad (4.7)$$

Значение координаты  $y_0$  в [24] для которой определяется  $\tau_E$  функционально связано  $z_0$

$$y_0 = 0,316z_0 + 0,660. \quad (4.8)$$

Предел глубинной выносливости при расчете по уравнениям (4.1)-(4.3) пропорционален твердости упрочненного слоя в расчетной точке [16]

$$\tau_{lim} = C \cdot H(z) \cdot K_{струк} \cdot Z_{NG}, \quad (4.9)$$

где  $C$  – коэффициент пропорциональности,  $C = 3,15$ ;  $H(z)$  – значение твердости на глубине  $z$ , HV;  $K_{струк}$  – коэффициент, учитывающий наличие в структуре бейнитной и карбидной фаз;  $Z_{NG}$  – коэффициент долговечности.

$$Z_{LK} = \sqrt[6]{\frac{5 \cdot 10^7}{N_K}}, \quad (4.10)$$

Цель расчета в [24] – определить минимальное значения коэффициента запаса прочности по всей глубине упрочненного слоя.

В [23] расчет напряжений для определения несущей способности упрочненного слоя при действии максимальных и циклических нагрузок ведется по различным теориям. Расчет при действии максимальной нагрузки ведется по теории Мора:

$$\tau_E^{st} = \tau_{max} + f\sigma_y, \quad (4.11)$$

где  $\tau_{max}$  – максимальное касательное напряжение, МПа;  $f$  – коэффициент, учитывающий разнопрочность материала на сжатие и растяжение ( $f = 0,25 - 0,35$ ).

Максимальные напряжения  $\tau_{max}$  рассчитываются для площадки нормальной к плоскости симметрии колес  $Ozy$  под углом  $45^\circ$  к оси  $z$  (рис. 4.1) с координатой  $y = 0$ :

$$\tau_{max} = \frac{(\sigma_z - \sigma_y)}{2}; \quad (4.12)$$

$$\sigma_z = -\sigma_H \frac{bz^3}{u^2 + b^2z^2} \sqrt{\frac{b^2 + u}{u}}. \quad (4.13)$$

Координата залегания максимальных значений  $\tau_E^{st}$  напряжения по формулам находится на глубине  $z_{max} = 0,786b$ .

Расчет напряжений при циклических нагрузках ведется в точке  $z_{max} = 0,8b$ , обоснованной расчетами напряжений по (4.1). Значение координаты сравнивается с толщиной упрочненного слоя  $\delta_c$  и определяется допустимое глубинное напряжение:

- при  $z_{max} < \delta_c$

$$\sigma_{HKP} = 4,5HV(z_{max}); \quad (4.14)$$

- при  $z_{max} \approx \delta_c$

$$\sigma_{HKP}^3 = A\sigma_{HKP}^2 - B; \quad (4.15)$$

$$A = 4,1H_c; \quad (4.16)$$

$$B = \frac{5 \cdot 10^9 H_c \delta_c^2}{\rho_\Sigma^2}, \quad (4.17)$$

где  $H_c$  – твердость сердцевины, HV;  $\rho_\Sigma$  – приведенный радиус кривизны профилей зубьев в рассчитываемой точке контакта, мм;

- при  $z_{max} > \delta_c$

$$\sigma_{HKP} = 4,5H_c. \quad (4.18)$$

Рассчитанное значение  $\sigma_{HKP}$  позволяет определить возможность глубинной усталостного разрушения по действующим КН. Глубинное контактное усталостное разрушение возникнет при соблюдении условия:

$$\frac{\sigma_{HKP}}{[n]} < \sigma_H < \frac{\sigma_{Hlim} Z_{LK}}{S_H}, \quad (4.19)$$

где  $[n]$  – допускаемый коэффициент запаса,  $[n] = 1,5$ .

В формулах (4.14)-(4.18) не учитывается число циклов нагружения (коэффициент долговечности) при определении допускаемых ГКН, хотя в [9] описывается различие в наклоне кривой усталости при глубинном и поверхностном контактом разрушении. В [24] в расчетных формулах также отсутствует  $Z_{LK}$ . В [84] представлен вывод уравнений (4.1) и (4.9), согласно которому можно сделать вывод, что формула (4.9) рассчитана по пределу выносливости при симметричном кручении, который в свою очередь определяется по пределу прочности материала. Если известно базовое число циклов для предела выносливости при симметричном кручении, можно рассчитать  $Z_{LK}$ , приняв значение степени наклонной кривой ГКВ по рекомендациям из [23,36,84]. Однако, в [36] расчет сводится к определению допускаемого ГКН, в котором учитывается число циклов нагружения зуба:

$$\sigma_{HPГЛ} = 1,07H_c A_\phi \mu_T Z_{LK}, \quad (4.20)$$

где  $A_\phi$  – коэффициент приведения глубинных касательных напряжений к предельным глубинным напряжениям;  $\mu_T$  – коэффициент, учитывающий

положение возникновения трещины относительно упрочненного слоя (определяется графически).

$Z_{LK}$  в (4.20) рассчитывается по формуле

$$Z_{LK} = \sqrt[m]{\frac{N_{0ггл}}{N_K}}, \quad (4.21)$$

где  $m$  – показатель степени кривой усталости при глубинном разрушении,  $m = 18[36,84]$ ;  $N_{0ггл}$  – базовое число циклов изменения глубинных напряжений.

$$N_{0ггл} = (0,0133H_c - 1)10^7. \quad (4.22)$$

Твердость сердцевины в (4.20)-(4.23) определяется по методу Бринелля. Расчет по (4.20)-(4.22) представлен в ГОСТ 21354-75 и ГОСТ 21354-87.

В [85-87] расчет ЭН осуществляются по критерию ДангВана [88]:

$$\tau_E = \tau_{max} + a_{DV}\sigma_0, \quad (4.23)$$

где  $a_{DV}$  – параметр, учитывающий чувствительность материала к нормальному растягивающему напряжению по сравнению с напряжением сдвига;  $\sigma_0$  – гидростатическое напряжение, МПа.

Параметр  $a_{DV}$  имеет функциональную связь с изменением твердости упрочненного слоя по глубине [85]:

$$a_{DV}(z) = 3 \left( \frac{\tau_{-1}(z)}{\sigma_{-1}(z)} - 0,5 \right); \quad (4.24)$$

$$\tau_{-1}(z) = 0,773HV(z) - \frac{HV^2(z)}{3170}; \quad (4.25)$$

$$\sigma_{-1}(z) = \frac{\tau_{-1}(z)}{0,577}. \quad (4.26)$$

Под  $\tau_{-1}$  и  $\sigma_{-1}$  обозначают пределы усталости при кручении и изгибе при базовом числе циклов нагружения  $5 \cdot 10^7$ .

Расчет гидростатического напряжения осуществляется по формуле

$$\sigma_0 = \frac{(\sigma_x + \sigma_{Rx}) + (\sigma_y + \sigma_{Ry}) + (\sigma_z + \sigma_{Rz})}{3}, \quad (4.27)$$

где  $\sigma_{Rx}, \sigma_{Ry}, \sigma_{Rz}$  – компоненты остаточного напряжения, МПа.

Напряжение  $\sigma_x$  можно рассчитать по формуле

$$\sigma_x = -\sigma_H 2v \frac{z}{b} \left( \sqrt{\frac{b^2 + u}{u}} - 1 \right). \quad (4.28)$$

Компоненты  $\sigma_{Rx}$ ,  $\sigma_{Ry}$ ,  $\sigma_{Rz}$  рассчитываются по уравнениям [85]:

$$\sigma_{Rx} = \sigma_R; \quad (4.29)$$

$$\sigma_{Ry} = \frac{\sigma_R}{2} (1 + \cos(2\alpha)); \quad (4.30)$$

$$\sigma_{Rz} = \frac{\sigma_R}{2} (1 - \cos(2\alpha)), \quad (4.31)$$

где  $\sigma_R$  – остаточное напряжение, МПа.

Напряжения  $\sigma_R$  определяют через твердость упрочненного слоя [25]:

- при  $HV(z) - H_c \leq 300$

$$\sigma_R(z) = -1,25(HV(z) - H_c); \quad (4.32)$$

- при  $HV(z) - H_c > 300$

$$\sigma_R(z) = 0,2857(HV(z) - H_c) - 460. \quad (4.33)$$

Твердость сердцевины в (4.33)-(4.34) принимается по Виккерсу.

В качестве допускаемых напряжений в [85-87] принимают  $\tau_{-1}$ . Цель методики [85] определить ресурс передачи, учитывая скорость роста глубинной трещины.

В [26,89] расчет ЭН осуществляется по критерию Финдли [90]:

$$\tau_E = \tau_a + a_F \sigma_n, \quad (4.34)$$

где  $\tau_a$  – амплитуда изменения касательных напряжений ( $\tau_a = (\tau_{zy}^{max} - \tau_{zy}^{min})/2$ ), МПа;  $a_F$  – параметр Финдли;  $\sigma_n$  – нормальное напряжение, МПа.

Расчет по критерию Финдли осуществляется через плоские КЭ-модели, в которых учитываются  $\sigma_R$  [89] и задается профиль твердости упрочненного слоя. Цель расчета – определить минимальное значение коэффициента запаса прочности по глубине упрочненного слоя зуба. Параметр  $a_F$  и допускаемое напряжение функционально связаны с твердостью упрочненного слоя.

Расчет глубинной контактной прочности для цементованных зубчатых колес также может быть выполнен по регламенту ISO 6336-4[91]. Расчет ЭН выполняется по формуле

$$\tau_{eff}(z) = \tau_{eff}^L(z) - \Delta\sigma_R^L(z) - \tau_R(z), \quad (4.35)$$

где  $\tau_{eff}^L(z)$  – локальное напряжение без учета остаточных напряжений по глубине  $z$ ;  $\Delta\sigma_R^L(z)$  – влияние остаточных напряжений на локальное напряжение по глубине  $z$ ,  $\tau_R(z)$  – остаточное напряжение по глубине  $z$ , МПа.

Расчет  $\tau_{eff}^L(z)$  выполняется по формуле

$$\tau_{eff}^L(z) = \frac{0.149 \cdot \sigma_H + \frac{z \cdot E_{np}}{4 \cdot \rho_{\Sigma}} - \frac{z^2 \cdot E_{np}}{16 \cdot \rho_{\Sigma}^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_H}{E_{np}}\right)^2 + \left(\frac{z}{4 \cdot \rho_{\Sigma}}\right)^2}}}{0.4 \cdot \frac{z \cdot E_{np}}{4 \cdot \rho_{\Sigma} \cdot \sigma_H} + 1.54}, \quad (4.36)$$

где  $E_{np}$  – приведенный модуль прогости, МПа.

Влияние остаточных напряжений определяется как

$$\Delta\sigma_R^L(z) = K_1 \frac{|\sigma_r(z)|}{100} 32 \tanh(9z^{1.1}) - K_2; \quad (4.37)$$

$$K_1 = (1 - K_r) \tanh(K_{eff} z^{4.58}) + K_r; \quad (4.38)$$

$$K_2 = (-\tanh(0,1\rho - 10) + 1) \times \left[ \frac{z_{eff}^2}{16} \left( z \left[ \frac{\sigma_R^{max}}{10} \tanh\left(\frac{-2\left(\frac{\sigma_H}{100} - 200\right)}{100}\right) + \frac{\sigma_R^{max}}{10} \right] \right) \right]; \quad (4.39)$$

$$K_r = -1,98 \tanh\left(-0,07 \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_R^{max}}\right)^{2,385}\right) - 0,98; \quad (4.40)$$

$$K_{eff} = 11,25e^{-5,151z_{eff}} + 0,115e^{-1,824z_{eff}}, \quad (4.41)$$

где  $\sigma_R^{max}$  – максимальное остаточное напряжение по абсолютной величине по глубине  $z$ , МПа;  $z_{eff}$  – эффективная глубина упрочненного слоя, мм.

Остаточное напряжение  $\tau_R(z)$  получается путем пересчета  $\sigma_r(z)$ , определяемого по формулам (4.32)-(4.33)

$$\tau_R(z) = \sqrt{2/15} \cdot |\sigma_r(z)|. \quad (4.42)$$

Допускаемое эффективное напряжение рассчитывается через твердость упрочненного слоя по уравнению

$$\tau_{lim}(z) = K_{\tau} \cdot K_{mat} \cdot HV(z), \quad (4.43)$$

где  $K_{\tau}$  – коэффициент конвертации твердости по Виккерсу,  $K_{\tau} = 0,4$  (для цементации);  $K_{mat}$  – коэффициент, учитывающий характеристики материала.

Коэффициент  $K_{mat}$  учитывает различную пластичность и прокаливаемость материала, а также влияние микроструктуры для различных цементованных сталей. Значение  $K_{mat}$  определяется по графику, либо рассчитывается по уравнениям, выбор которых зависит от предела прочности материала зуба на растяжение  $\sigma_B$ :

- при  $\sigma_B = 800$  Мпа

$$K_{mat} = 0,7 + 0,01(40 - s_w); \quad (4.44)$$

- при  $\sigma_B \geq 900$  МПа

$$K_{mat} = 0,9 + 0,0077(40 - s_w), \quad (4.45)$$

где  $s_w$  – толщина зуба по делительной окружности, мм.

Если толщина зуба менее 10 мм принимается  $s_w = 10$  мм, если толщина зуба более 40 мм –  $s_w = 40$  мм. Значение  $K_{mat}$  при  $800 \text{ МПа} < \sigma_B < 900 \text{ МПа}$  определяется линейной интерполяцией.

Методика [91] рекомендует применение расчетных формул для определения запаса прочности на глубине, превышающей полуширину площадки контакта  $z \geq b$ . Однако, в [92-94] (4.35)-(4.45) применены для расчета запаса прочности по всей глубине упрочненного слоя.

Методика [91] не предназначена для расчета глубинного усталостного разрушения, а прежде всего нацелена на оценку нагрузочной способности зуба по глубинной прочности (продавливание упрочненного слоя). В случае получения отрицательного значения по (4.35) ЭН принимаются равными нулю. В [91] также делается уточнение, что [91] находится в разработке.

В [27-29] разработана методика оценки глубинной усталостной долговечности зубчатых передач с первоначальным теоретическим контактом по линии (прямозубые, косозубые) и в точке (передачи Новикова), основанная на теории предельного состояния Лебедева-Писаренко для структурно неоднородного материала [95].

ЭН  $\sigma_e$  определяется уравнением:

$$\sigma_e = \chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 A \left| 1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i} \right|, \quad (4.46)$$

где  $\chi$  – параметр пластичности материала;  $\sigma_i$  – интенсивность октаэдрических напряжений, МПа;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения, МПа;  $A$  – статистический параметр дефектности (для закаленных сталей  $A=0,7-0,8$ ).

Параметр  $\chi$  функционально связан с твердостью упрочненного слоя и типом упрочнения:

- при нитроцементации ( $\chi_{min} = 0,68$ )

$$\chi = -0,71 H_{HV} \cdot 10^{-3} + 1,284; \quad (4.47)$$

- при цементации ( $\chi_{min} = 0,6$ )

$$\chi(z) = -0,89HV(z) \cdot 10^{-3} + 1,356. \quad (4.48)$$

Если твердость  $HV(z) \leq 400$  принимают параметр пластичности  $\chi = 1$ , что приводит к расчету напряжений (4.46) по критерию Мизеса [96].

Допускаемые ЭН рассчитываются по уравнению

$$\sigma_{HKPe} = \chi(\chi - 0,11128)H_{HV}Z_{LK} \prod_{i=1}^5 K_i, \quad (4.49)$$

где  $K_1$  – коэффициент, зависящий от характера контактирования;  $K_2$  – коэффициент, зависящий от количества зон с минимальным запасом прочности в пределах упрочненного слоя;  $K_3$  – коэффициент, учитывающий влияние внешней касательной нагрузки;  $K_4$  – коэффициент, учитывающий качество материала и ХТО;  $K_5$  – коэффициент, учитывающий разброс механических характеристик материала в упрочненном слое.

Коэффициент  $Z_{LK}$  вычисляется по формуле [27,28]:

$$Z_{LK} = \sqrt[20]{\frac{10^7}{N_K}}, \quad (4.50)$$

Коэффициент  $K_3$  определяется по формуле

$$K_3 = \frac{1}{1 + \left[ \left( 1 + 60C_{\alpha\beta}^{0,25} \mu^2 \right)^{0,5} - 1 \right] (1 + z_0)^{-8,5}}, \quad (4.51)$$

где  $C_{\alpha\beta}$  – отношение профильного радиуса к продольному (при линейном контакте деление на бесконечность  $C_{\alpha\beta} = 0$ );  $\mu$  – коэффициент трения.

Методика [27-29] позволяет оценить возможность глубинного усталостного разрушения как в упрочненном слое, так и в сердцевине зуба [27,28]. Параметр пластичности материала  $\chi$ , используемый при расчете ЭН и допускаемых глубинных напряжений, учитывает чувствительность материала к хрупкому разрушению при высоких параметрах твердости. Корректирующие коэффициенты в расчете допускаемых ЭН позволяют учесть влияние друг на друга двух зон глубинного разрушения, форму контакта зубьев, качество материала и химико-термической обработки зуба, силы трения и число циклов нагружения.

Все рассмотренные выше методики в расчетных уравнениях используют значения твердости, которое является переменным по глубине упрочненного зуба. Для определения значения твердости в той или иной точке упрочненного слоя

применяют уравнения (функции), характеризующие изменение твердости по глубине упрочненного слоя через параметры упрочнения. Представленные выше методики применяют различные уравнения твердости, поэтому далее проанализируем их.

#### 4.2 Функции изменения твердости упрочненного слоя зуба

Определение твердости для при расчете по критерию Финдли [90] осуществляется по кривой МакАлденера [26]

$$HV(z) = H_{\Pi}g(z) + H_c(1 - g(z)), \quad (4.52)$$

где  $H_{\Pi}$  – твердость поверхности;

$$g(z) = 1 - 3\left(\frac{z}{z_{eff}}\right)^2 + 2\left(\frac{z}{z_{eff}}\right)^3. \quad (4.53)$$

При расчетах по критерию ДангВана [85] используется также уравнение (4.52) но  $g(z)$  рассчитывается по уравнению Ланга [97]

$$g(z) = 10^{-0.0381\left(\frac{z}{z_{eff}}\right) - 0.2662\left(\frac{z}{z_{eff}}\right)^2}. \quad (4.54)$$

где  $z_{eff}$  – эффективная глубина упрочненного слоя, мм.

Эффективная глубина – это координата  $z$  до которой от поверхности зуба твердость упрочненного слоя не ниже определенного значения: цементация – 550 HV, нитроцементация – 610 HV.

В [86,87] для определения твердости также представлено уравнение кривой Томаса[98]

$$HV(z) = \begin{cases} a_a z^2 + b_a z + c_a & \text{for } 0 \leq z \leq z_{eff} \\ a_b z^2 + b_b z + c_b & \text{for } z_{eff} \leq z \leq \delta_c \\ H_c & \text{for } z \geq \delta_c \end{cases} \quad (4.55)$$

$$a_a = \frac{550H_{\Pi}}{z_{eff}^2 \cdot 2 \cdot z_{max} \cdot z_{eff}}; \quad (4.56)$$

$$b_a = 2 \cdot a_a \cdot z_{max}; \quad (4.57)$$

$$c_a = H_{\Pi}; \quad (4.58)$$

$$a_b = \frac{z_{eff}'}{2 \cdot (z_{eff} - \delta_c)}; \quad (4.59)$$

$$b_b = -2 \cdot a_a \cdot \delta_c; \quad (4.60)$$

$$c_b = 550 - a_b \cdot z_{eff}^2 - b_b \cdot z_{eff}; \quad (4.61)$$

$$z'_{eff} = 2 \cdot a_a \cdot z_{eff} + b_a; \quad (4.62)$$

$$\delta_c = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}; \quad (4.63)$$

$$A = -z'_{eff}; \quad (4.64)$$

$$B = 2 \cdot z_{eff} \cdot z'_{eff} + 2 \cdot (H_c - 550); \quad (4.65)$$

$$C = -z_{eff}^2 \cdot z'_{eff} - 2 \cdot z_{eff} \cdot (H_c - 550). \quad (4.66)$$

В (4.55) под  $z_{max}$  понимается точка по глубине упрочненного слоя с максимальным значением твердости. Координата  $z_{max}$  учитывает тот фактор, что максимальное значение твердости упрочненного слоя при отсутствии финишной обработки находится на небольшом расстоянии от поверхности (0,1...0,3 мм).

Уравнения Ланга и Томаса также рекомендованы [91]. Определение твердости в [23,24,36,84] ведется по уравнениям:

- при цементации и нитроцементации

$$HV(z) = \frac{H_n}{\left[ \left( \frac{H_n}{H_c} - 1 \right) \left( \frac{z}{\delta_c} \right)^2 + 1 \right]}; \quad (4.67)$$

- при азотировании [31,32,46,84]

$$HV(z) = \frac{H_n - H_c}{\delta_c^2} z^2 - 1,8(H_n - H_c) \left( \frac{z}{\delta_c} \right)^{1,1} + H_n; \quad (4.68)$$

- при азотировании [32]

$$HV(z) = 0,8(H_n - H_c) \left( \frac{z}{\delta_c} \right)^2 - 1,8(H_n - H_c) \left( \frac{z}{\delta_c} \right) + H_n; \quad (4.69)$$

- при лазерной обработке [31]

$$HV(z) = \frac{H_n}{\left[ \left( \frac{H_n}{H_c} - 1 \right) \left( \frac{z}{\delta_c} \right)^4 + 1 \right]}; \quad (4.70)$$

Авторами методики [27-29] для определения твердости по глубине упрочненного предложены свои уравнения:

- при нитроцементации

$$\begin{cases} HV(z) = \frac{(H_{max} - H_n)(\delta_c - z)}{\delta_c - 0,05} + H_n & 0 < z \leq z_{max} \\ HV(z) = (H_c - H_n) \left[ \frac{z - z_{max}}{\delta_c} \exp \left( 1 - \frac{z - z_{max}}{\delta_c} \right) \right]^B + H_n & z_{max} < z \leq \delta_c \end{cases} \quad (4.71)$$

$$B = \ln \left( \frac{H_{eff} - H_n}{H_c - H_n} \right) \left[ \ln \left( \frac{z_{eff}}{\delta_c} \exp \frac{\delta_c - z_{eff}}{\delta_c} \right) \right]^{-1}; \quad (4.72)$$

- при цементации

$$HV(z) = (H_n - H_c) \left[ \frac{\delta_c - z}{\delta_c - z_{max}} \exp \left( \frac{\delta_c - z}{\delta_c - z_{max}} \right) \right]^B + H_c, \quad z \leq \delta_c \quad (4.73)$$

$$B = \ln \left( \frac{H_n - H_c}{H_{eff} - H_c} \right) \left( \ln \frac{\delta_c - z_{max}}{\delta_c - z_{eff}} - \frac{z_{eff} - z_{max}}{\delta_c - z_{max}} \right)^{-1}. \quad (4.74)$$

Помимо представленных выше уравнений изменения твердости также в [86,89] указывается о наличии еще одного уравнения твердости, описанного в [99]. Информацию по этому уравнению найти в доступной литературе не удалось. Однако, оценка точности уравнений твердости в [86,89], показала меньшую точность уравнения [99] относительно (4.55).

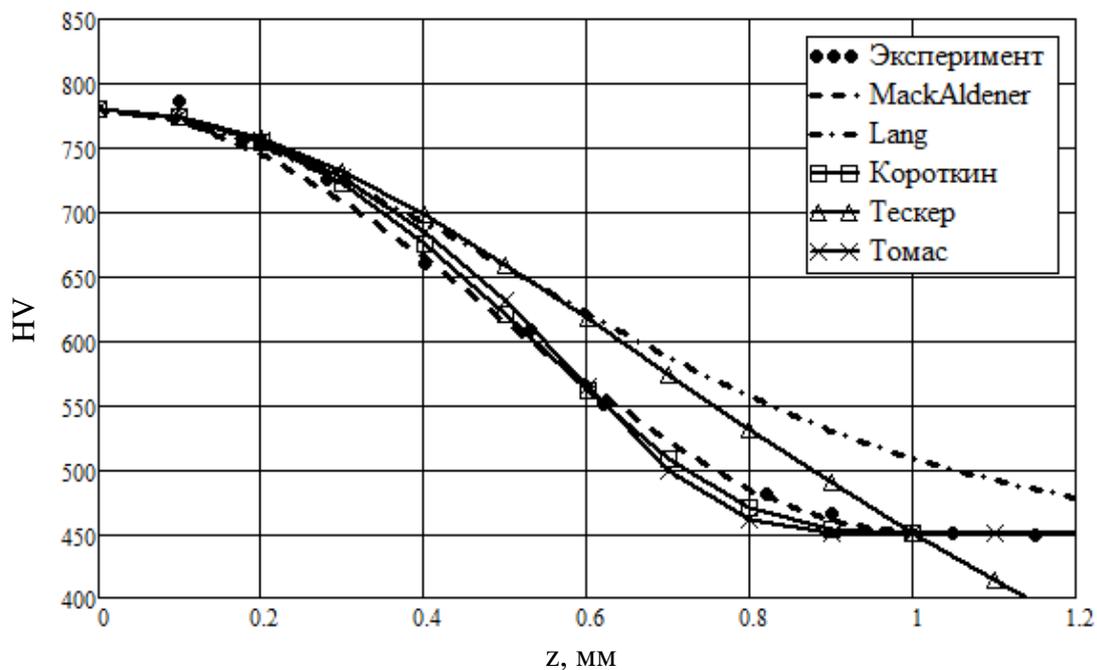


Рисунок 4.2 – Аппроксимация функциями твердости экспериментальных данных [28] твердости цементованного слоя:

$$H_n = 780 \text{ HV}; H_c = 450 \text{ HV}; H_{max} = 780 \text{ HV}; H_{eff} = 550 \text{ HV}; \\ \delta_c = 1 \text{ мм}; z_{max} = 0 \text{ мм}; z_{eff} = 0,62 \text{ мм}$$

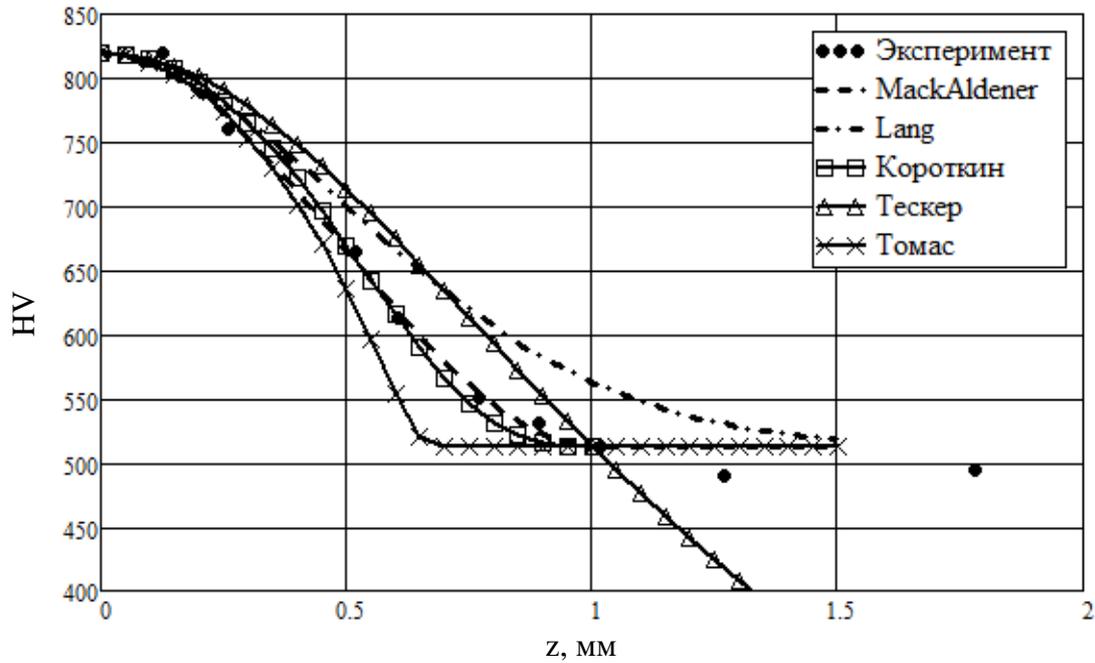


Рисунок 4.3 – Аппроксимация функциями твердости экспериментальных данных [87] твердости нитроцементованного слоя:

$$H_{\Pi} = 820 \text{ HV}; H_c = 513 \text{ HV}; H_{max} = 820 \text{ HV}; H_{eff} = 610 \text{ HV}; \\ \delta_c = 1 \text{ мм}; z_{max} = 0 \text{ мм}; z_{eff} = 0,604 \text{ мм}$$

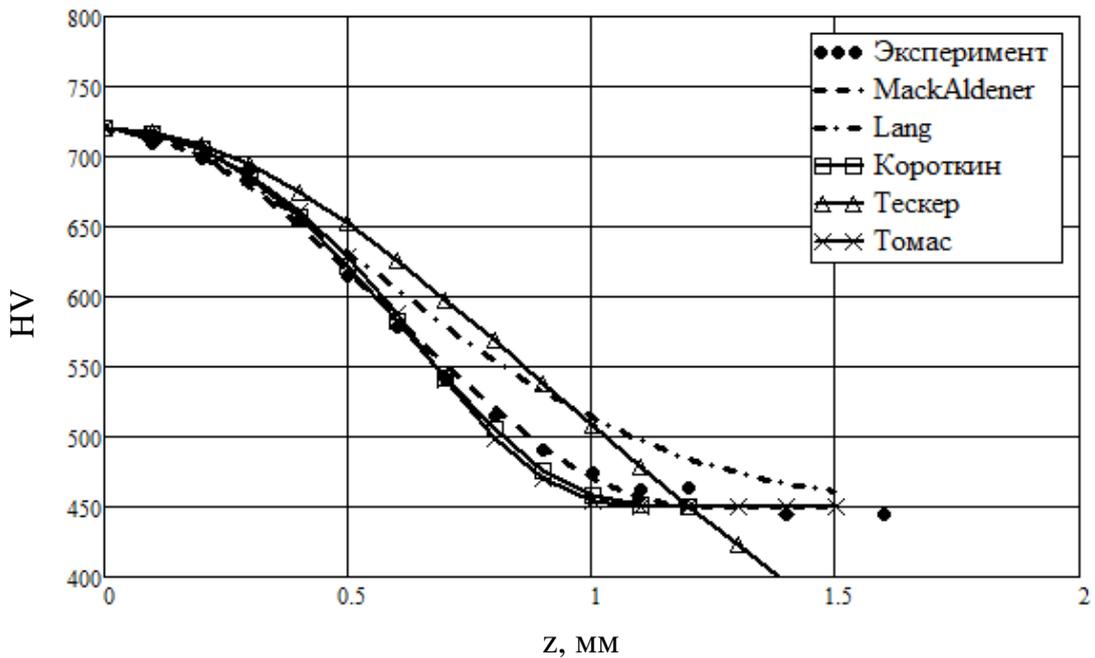


Рисунок 4.4 – Аппроксимация функциями твердости экспериментальных данных [86] твердости цементованного слоя:

$$H_{\Pi} = 720 \text{ HV}; H_c = 450 \text{ HV}; H_{max} = 720 \text{ HV}; H_{eff} = 550 \text{ HV}; \\ \delta_c = 1,2 \text{ мм}; z_{max} = 0 \text{ мм}; z_{eff} = 0,68 \text{ мм}$$

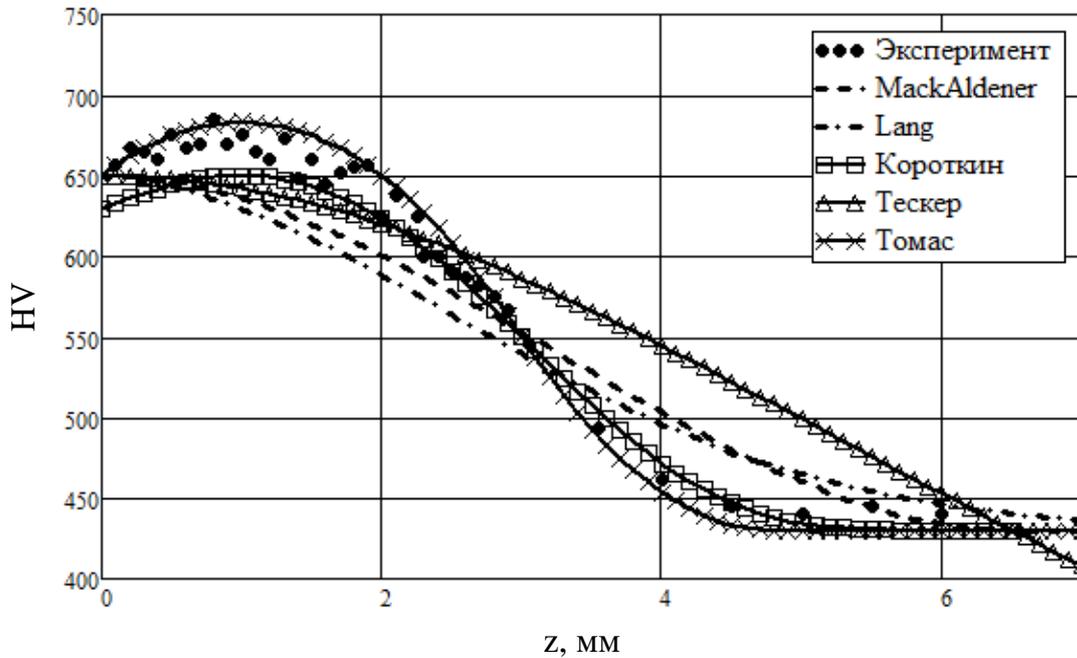


Рисунок 4.5 – Аппроксимация функциями твердости экспериментальных данных [100] твердости цементованного слоя:

$$H_n = 650 \text{ HV}; H_c = 430 \text{ HV}; H_{max} = 700 \text{ HV}; H_{eff} = 550 \text{ HV}; \\ \delta_c = 6,5 \text{ мм}; z_{max} = 1 \text{ мм}; z_{eff} = 3 \text{ мм}$$

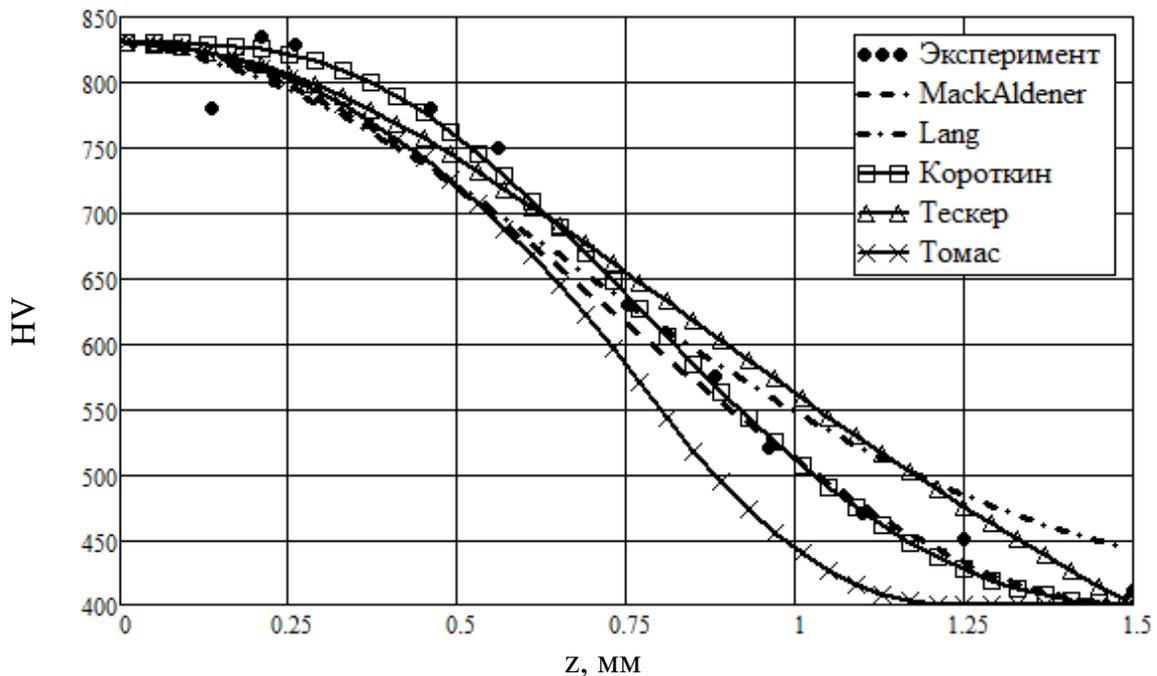


Рисунок 4.6 – Аппроксимация функциями твердости экспериментальных данных [28] твердости нитроцементованного слоя:

$$H_n = 830 \text{ HV}; H_c = 400 \text{ HV}; H_{max} = 830 \text{ HV}; H_{eff} = 610 \text{ HV}; \\ \delta_c = 1,5 \text{ мм}; z_{max} = 0 \text{ мм}; z_{eff} = 0,8 \text{ мм}$$

На основе доступных экспериментальных данных [28,86,87,100] определим наиболее точные функции изменения твердости упрочненного слоя [101]. На рис.

4.3-4.7 результаты аппроксимации экспериментов представленными выше уравнениями твердости. На рис. 4.2-4.6 уравнение Е. И. Тескера – (4.68), уравнения В. И. Короткина – (4.72)-(4.75). В таблице 4.1 представлены результаты оценки средней арифметической погрешности аппроксимации экспериментальных данных функциями твердости.

Таблица 4.1 – Средняя арифметическая погрешность аппроксимации функциями твердости в %

Эксперимент Уравнение	Рис. 4.3	Рис. 4.4	Рис. 4.5	Рис. 4.6	Рис. 4.7
Тескер Е.И.	5,528	4,843	5,326	4,795	4,881
Короткин В.И.	1,403	1,25	1,228	2,308	2,069
МакАлденер М.	0,97	1,13	1,145	4,255	3,314
Ланг О.	8,1	5,986	4,418	5,407	5,156
Томас Дж.	1,881	4,148	2,034	1,787	6,901

На основе полученных результатов получены выводы:

1. Наиболее точные результаты для цементованного слоя (погрешность не более 1,1%) получены по функции М. МакАлденера.
2. Наиболее точные результаты для нитроцементованного слоя (погрешность не более 2,3%) получены по функции В. И. Короткина.
3. Функция О. Ланга показала наибольшую погрешность.

Для корректной работы методики ВБР по критерию ГКВ необходимо выбрать теоретическую основа расчетных формул. По разделу 4.1 видно, что методики могут значительно отличаться, поэтому выполним верификацию методик расчета надежности по глубинным контактными разрушениям.

#### 4.3 Верификация методик расчета действующих и допускаемых глубинных контактных напряжений

На основе рассмотренных методик в разделе 4.1 можно определить четыре основных направления:

- расчет эквивалентных напряжений по теории Геста-Мора;
- расчет эквивалентных напряжений по критерию ДангВана;
- расчет эквивалентных напряжений по критерию Лебедева-Писаренко;
- методика расчета ISO 6336-4.

На рис. 4.7-4.11 представлены результаты расчетов коэффициента запаса прочности по глубинным контактными напряжениям по основным методикам для цементованных роликов с различными диаметрами и параметрами цементации. На рис. 4.7-4.11 также представлены результаты экспериментальных исследований [28]. В таблице 4.2 представлены данные о параметрах цементованного слоя роликов, а также исходные данные и результаты расчетов и экспериментов.

Расчет по критерию Финдли реализуется в программа САЕ и показывает результаты идентичные с результатами по критерию ДангВана [93], поэтому расчет ЭН по критерию Финдли отсутствует.

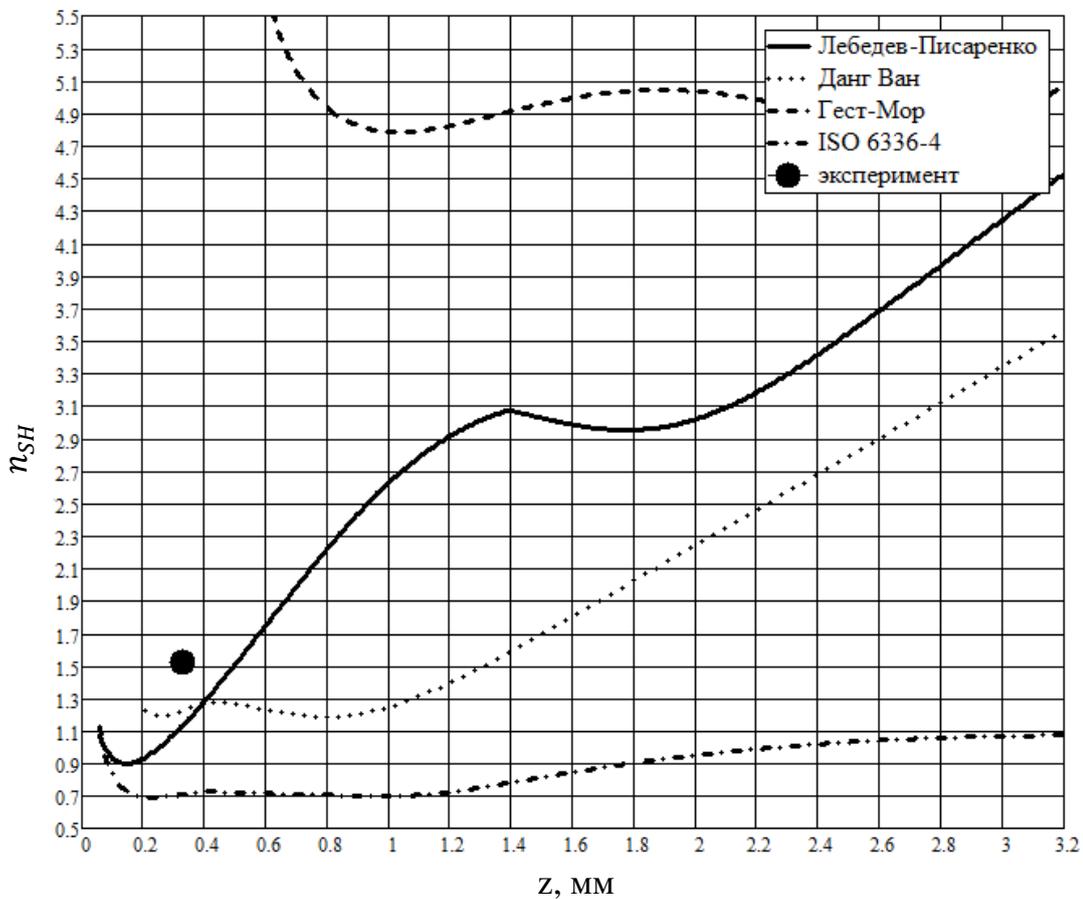


Рисунок 4.7– Расчет коэффициента запаса прочности для ролика СД-30

Таблица 4.2 – Результаты расчетов коэффициента запаса глубинной прочности для цементованных роликов

Ролик	$\sigma_H$ , МПа	$\rho$ , мм	$b_H$ , мм	$\delta_c$ , мм	$z_{eff}$ , мм	$H_{п}$ , HV	$H_{eff}$ , HV	$H_c$ , HV	$N_{EK}$ $\times 10^6$	$n_{SH}$	$Z_{ГКР}$ , мм	Лебедев- Писаренко		Гест-Мор		Данг Ван		ISO 6336-4	
												$n_{SH}$	$Z_{SHmin}$	$n_{SH}$	$Z_{SHmin}$	$n_{SH}$	$Z_{SHmin}$	$n_{SH}$	$Z_{SHmin}$
СД-30	1766	7,5	0,230	3,20	0,430	795	745	260	15	1,519	0,33	0,897 2,951	0,146 1,772	4,785 4,800	1,025 2,791	1,193 1,187	0,255 0,795	0,690 0,699	0,236 1,016
СВ-30	1962	7,5	0,255	1,3	0,455	793	560	260	0,29	1,028	0,25 0,75	0,988 1,400	0,162 0,853	1,999	1,243	1,046 1,015	0,291 0,832	0,598 0,563	0,274 1,093
СВ-60	1570	15	0,408	2,6	0,608	850	760	260	15	1,743	0,3 1,7- 2,1	0,926 1,854	0,248 1,948	2,550	2,348	1,347 1,117	0,510 1,209	0,485	1,660
СА-120	1766	30	0,918	2,5	1,117	840	410	290	0,17	0,836	0,93- 1,85	1,008 0,858	0,565 1,508	1,273 1,140	0,785 2,248	0,898	2,120	0,139	4,991
СВ-120	1864	30	0,969	3,0	1,168	860	685	290	3	1,323	0,7 2,2	0,878 1,096	0,554 2,546	1,228 1,201	0,743 2,657	0,848	2,254	0,133	5,317

Примечание:  $n_{SH}$  – коэффициент запаса прочности;  $Z_{ГКР}$  – глубина усталостного разрушения цементованного ролика, мм;  $Z_{SHmin}$  – расчетная координата минимума кривой запаса прочности, мм.

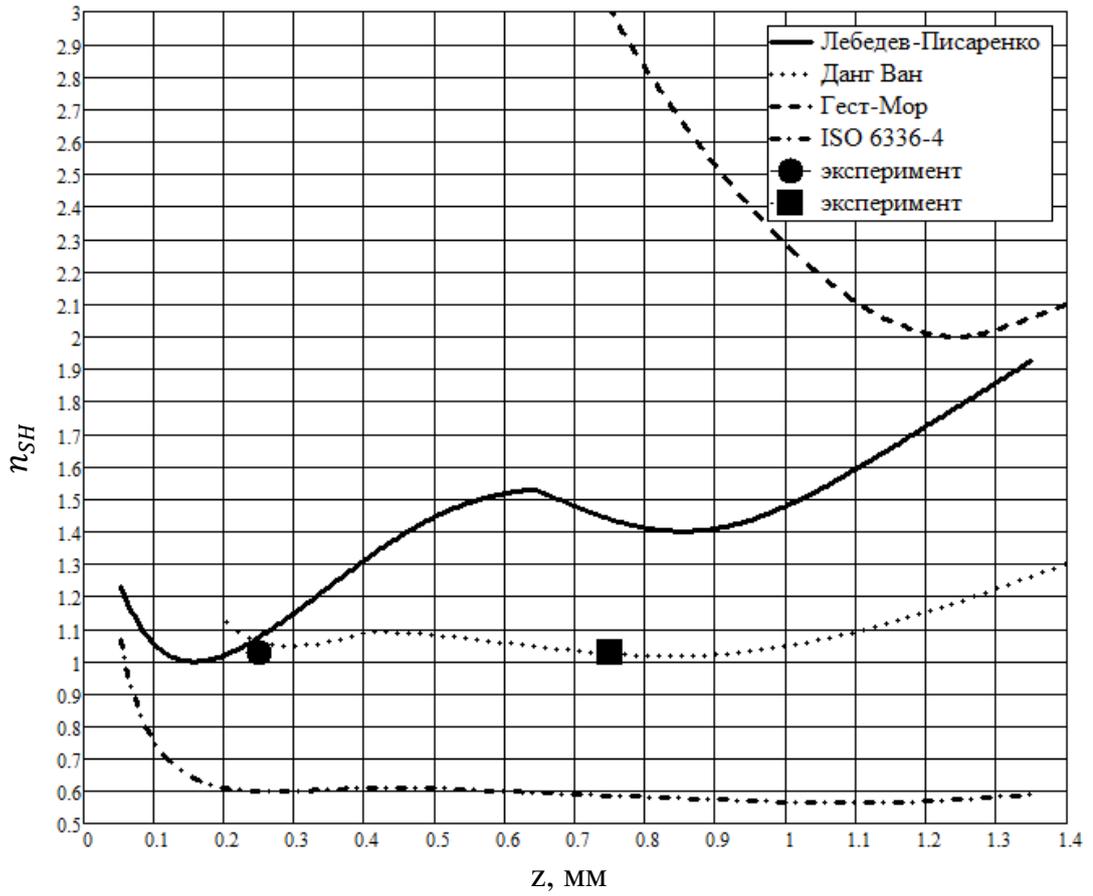


Рисунок 4.8 – Расчет коэффициента запаса прочности для ролика СВ-30

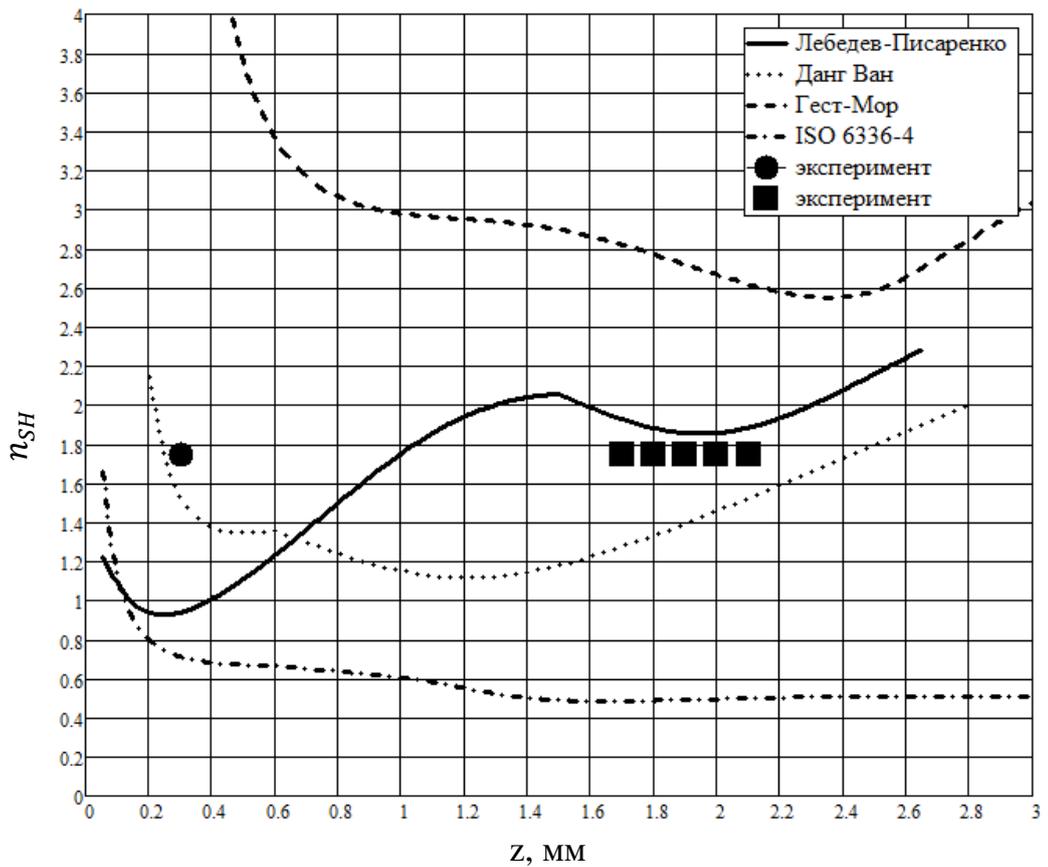


Рисунок 4.9 – Расчет коэффициента запаса прочности для ролика СВ-60

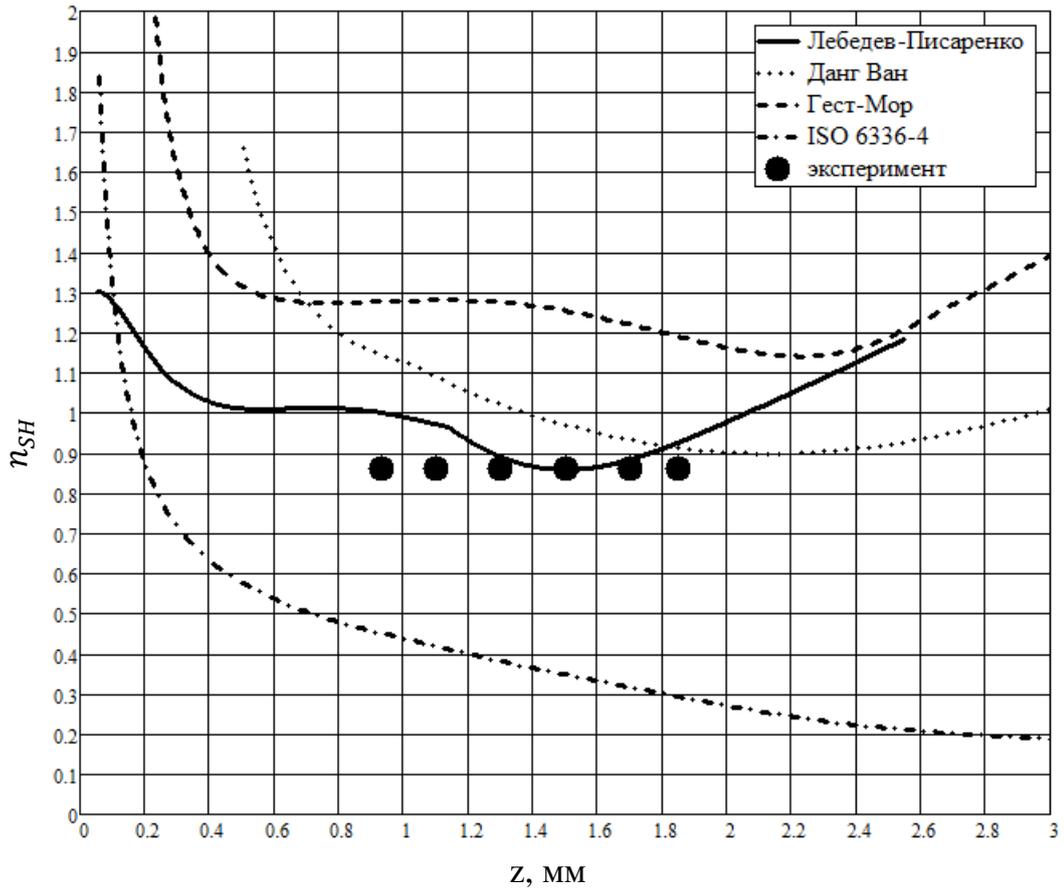


Рисунок 4.10 – Расчет коэффициента запаса прочности для ролика СА-120

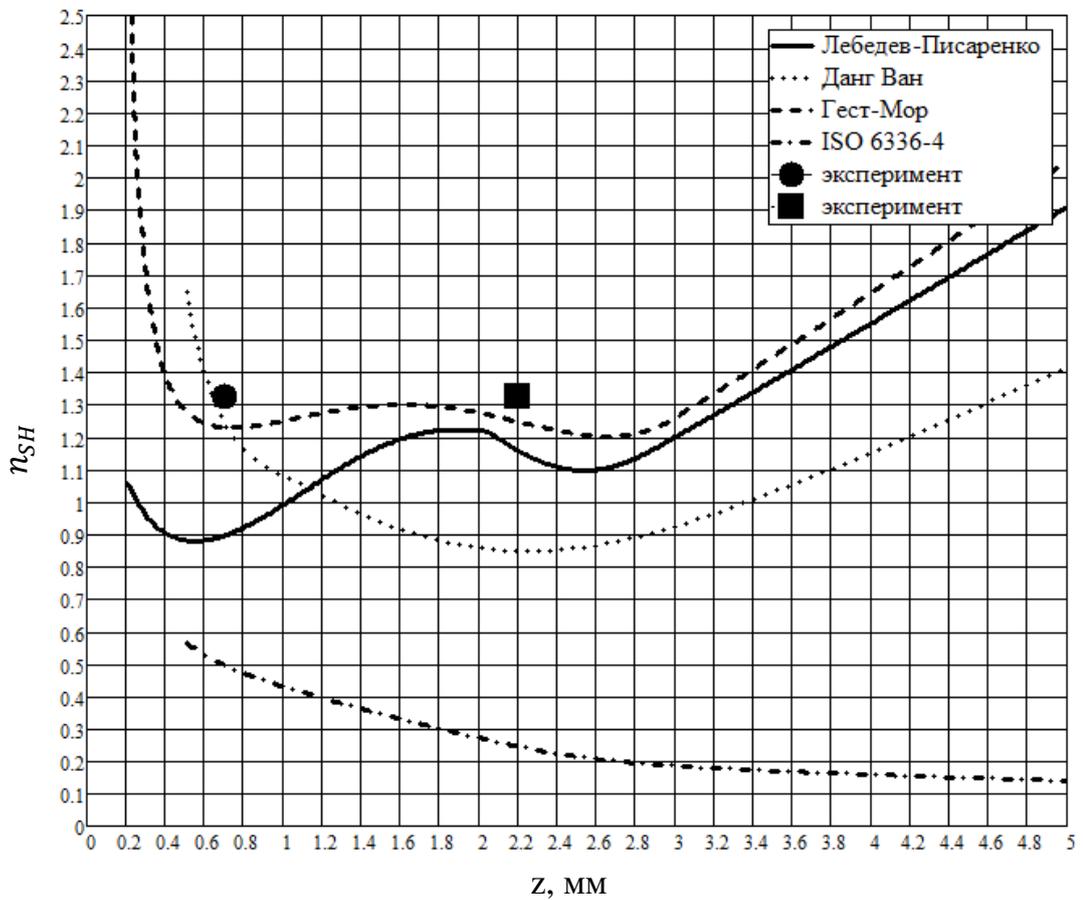


Рисунок 4.11 – Расчет коэффициента запаса прочности для ролика СВ-120

Анализ результатов расчетов по различным по основным методикам и экспериментальных данных позволяет сделать следующие выводы:

1. Методика расчета по ISO 6336-4 не дает корректных результатов для определения ГКВ, что не позволяет ее применить в разрабатываемой методике расчета ВБР передачи.

2. Получить корректные значения коэффициента запаса глубинной контактной прочности по методикам, основанным на уравнениях теории Геста-Мора, возможно только при достаточной величине полуширины площадки контакта  $b_H$  (ролики СА-120 и СВ-120), т. е. при исследовании упрочненного слоя полуширина площадки контакта должна быть не менее  $1/3$  толщины упрочненного слоя (согласно полученным результатам расчетов – таблица 4.2).

3. Расчет глубинной контактной прочности по критерию ДангВана показывает достаточную точность как по определению глубины с минимальным запасом прочности, так и по количественной оценке запаса прочности (ролики СВ-30 и СА-120). При этом сближение расчетов с результатами экспериментов наблюдается для роликов, усталостное разрушение которых произошло при числе циклов менее  $3 \cdot 10^6$ , что позволяет сделать вывод о пригодности методики для расчета глубинной контактной прочности. Об этом говорит и отсутствие в расчетных формулах коэффициента долговечности.

4. Методика расчета по критерию Лебедева-Писаренко показывает удовлетворительную сходимость с результатами экспериментов как по определению глубины с минимальным запасом прочности (ролики СД-30, СВ-60, СА-120 и СВ-120), так и по количественной оценке запаса прочности (СВ-30, СА-120). Возможно, занижение коэффициента запаса глубинной контактной прочности связано с использованием средних значений  $K_3, K_4$  и  $K_5$ , т. к. в [28] нет данных по материалу роликов и технологии цементации.

5. Выполненная верификация методик расчета запаса прочности зубчатых передач по ГКН позволяет использовать методику, основанную на критерии Лебедева-Писаренко в качестве основы для создания методики ВБР по критерию ГКВ, т.к. она показывает удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными. Кроме того, методика обладает следующими преимуществами:

- возможность корректного определения ЭН на глубине, превышающей полуширину площадки контакта в несколько раз;
- расчет допустимых ЭН учитывает число циклов нагружения зуба, параметры материала и технологию упрочнения, влияние совместного развития усталостных трещин на различной глубине, трение в зацеплении.

#### 4.4 Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатой передачи по критерию глубинной контактной выносливости

В результате выполненного анализа доступной научно-технической литературы [31,102] не было найдено методик, алгоритмов или программ, позволяющих рассчитать вероятность отказа передачи по глубинному контактному разрушению. Кроме того, при оценке надежности по глубинному контактному разрушению в большинстве случаев расчет ведется для постоянной номинальной нагрузки.

Если еще раз рассмотреть расчетные формулы (раздел 4.1) для определения ЭН, то можно отметить, что во всех случаях используются компоненты напряженного состояния  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  и/или полуширина площадки контакта  $b_H$  (ISO 6336-4). Однако, с изменением величины КН при расчете по переменной нагрузке будет меняться  $b_H$ , а, следовательно, и  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , что приведет к переменному значению координаты  $z_{SHmin}$  с минимальным коэффициентом запаса глубинной контактной прочности. На рис. 4.12 представлен график изменения координаты  $z_{SHmin}$  с увеличением КН.

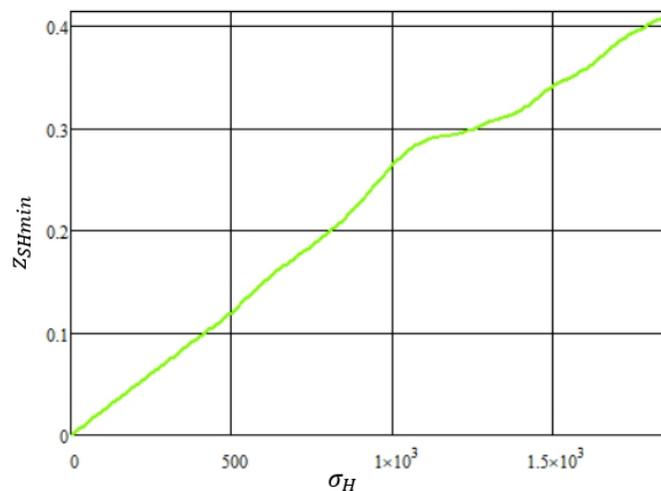


Рисунок 4.12 – Изменение глубины залегания минимального значения коэффициента запаса прочности по ГКН от величины КН

С физической точки зрения усталостная трещина может начать развиваться на любой глубине (или на нескольких глубинах), поэтому ВБР зубчатого колеса по ГКВ можно принять как наиболее вероятное усталостное разрушение на какой-либо глубине зуба (теория наислабейшего звена). ЭН и допускаемые напряжения будут изменяться по глубине зуба, а, следовательно, необходимо рассчитать ВБР для всей глубины зуба.

Данную задачу можно решить двумя способами:

1. Представить ВБР по критерию ГКВ как функцию двух переменных и найти методами нелинейного программирования ее минимум:

$$P(z, \sigma_H) \rightarrow \min; \quad (4.76)$$

2. Рассчитать ВБР для дискретной координаты  $z_i$  по глубине зуба и выбрать минимальное значение из полученных результатов [12].

Первый подход потребует сложных алгоритмов поиска локального минимума, ввиду возможных овражных и седловых зон.

Второй подход был успешно применен для определения ВБР корпуса трубопроводной арматуры [12] и имеет более простую программную реализацию, поэтому в разрабатываемой методике используем второй подход.

На рис. 4.13 представлена блок-схема разработанной методики расчета ВБР по критерию ГКВ. Расчетные блоки [103,104] на рис. 4.13 пронумерованы.

В блоке 1 (рис. 4.13) сведены все исходные данные (Приложение А) необходимые для расчета. Выборка КН передается после расчета ВБР по критерию КВ.

Блок 2 определяет координату  $z_{SHmin}$  при номинальном значении КН (среднее значение выборки) и выводит пользователю кривую запаса прочности по глубине зуба. В блоках 2-4 используются расчетные формулы: (2.7), (4.3), (4.4), (4.10), (4.13), (4.28), (4.47)-(4.49), (4.50), (4.52), (4.69)-(4.71), (4.76), (4.78), (4.79).

Блок 3 параллельно блоку 4 рассчитывает ЭН и допускаемые глубинные напряжения на глубине  $z_{SHmin}$ .

Координата  $z_i$  является дискретным значением в блоках 2-4 с шагом равным

$$z_i = \frac{S_w}{n} \cdot i \text{ при } i = 1 \dots n, \quad (4.76)$$

где  $n$  – число рассчитываемых точек по глубине зуба.

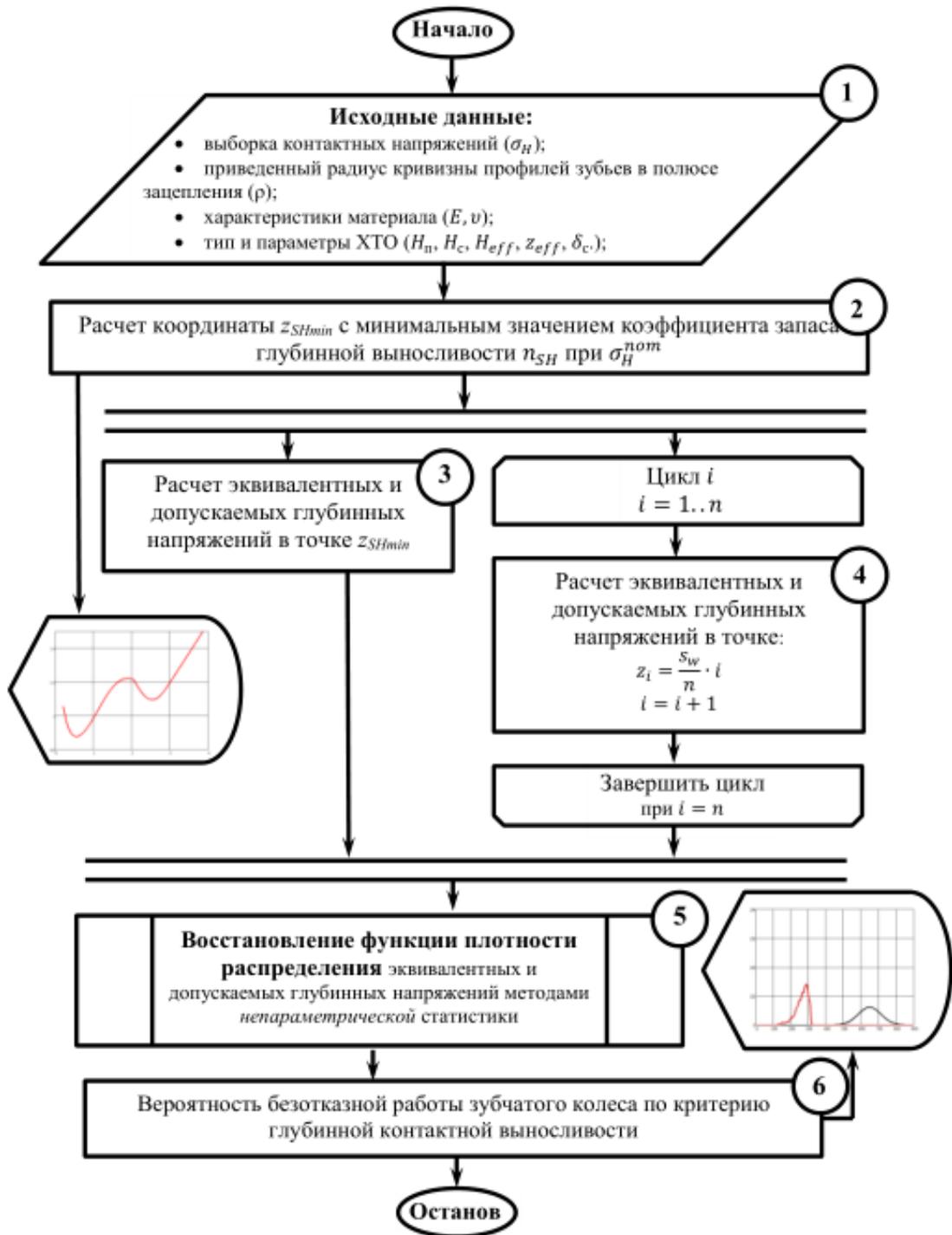


Рисунок 4.13 – Блок-схема методики расчета для определения ВБР по критерию ГКВ

Блок 3 и 4 рассчитывают ЭН и допускаемые глубинные напряжения. Выборка значений твердости (разброс твердости) на глубине задается пользователем или генерируется по нормальному закону распределения. Разброс твердости определяется в зависимости от технологии поверхностного упрочнения зубчатых колес. Так при цементации без автоматического регулирования разброс значений твердости в сердцевине достигает 150 HV, с автоматическим

регулируем – 50 HV [23]. Поэтому для цементации без автоматического регулирования можем принять  $S_{HV} = 50HV$ , с автоматическим регулированием –  $S_{HV} = 16,7HV$ .

Интенсивность напряжений в блоках 2-4 рассчитывается по формуле

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2)}, \quad (4.77)$$

где  $\tau_{zx}, \tau_{xy}$  - касательные напряжения на площадках перпендикулярных координатным плоскостям  $Ozx$  и  $Oxy$  (рис. 4.1), соответственно, МПа.

Расчет ЭН выполняется на продольной оси симметрии площадки контакта, т. е. при  $y = 0$ , поэтому в (4.46) главные напряжения можно заменить компонентами  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  КН

$$\sigma_e = \chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_y A \left| 1 - \frac{\sigma_y + \sigma_x + \sigma_z}{\sigma_i} \right|. \quad (4.79)$$

Блок 5 восстанавливает ФПР эквивалентных и допускаемых глубинных напряжений, полученных из блоков 3 и 4, используя МНС.

В блоке 6 рассчитывается ВБР на глубине  $z_{SHmin}$ ,  $z_i$  и выбирается минимальное значение. Выводятся результаты расчетов: ВБР зубчатого колеса, графики ФПР эквивалентных и допускаемых глубинных напряжений.

Расчет по блок-схеме (рис. 4.13) выполняется для одного зубчатого колеса, поэтому для зубчатой передачи необходимо выполнить расчет отдельно по шестерни и колесу.

По разработанной методике (рис. 4.13) выполнен расчет ВБР по критерию ГКВ для зубчатого колеса (таблица 4.3).

Таблица 4.3 – Параметры зубчатой передачи

Параметр	Значение
Модуль, мм	10,5
Число зубьев	12
Приведенный радиус кривизны, мм	94,605
Угол наклона зубьев, град	0
Эквивалентное число циклов нагружения	$1,13238 \cdot 10^8$
Материал	12ХН3А
Поверхностное упрочнение	цементация с автомат. регулированием
Твердость поверхности зуба, HV	600
Твердость сердцевины, HV	320
Эффективная твердость, HV	550
Общая толщина упрочненного слоя, мм	2
Эффект. толщина упроч. слоя, мм	1,007

Модуль упругости, МПа	$2,15 \cdot 10^5$
Коэффициент Пуассона	0,3

Напряжения получены для выборки крутящего момента при номинальном значении  $5 \text{ кН} \cdot \text{м}$  и функции плотности  $\beta$ -распределения ( $a=6$ ,  $b=2$ ), что соответствует тяжелому режиму работы зубчатой передачи [51].

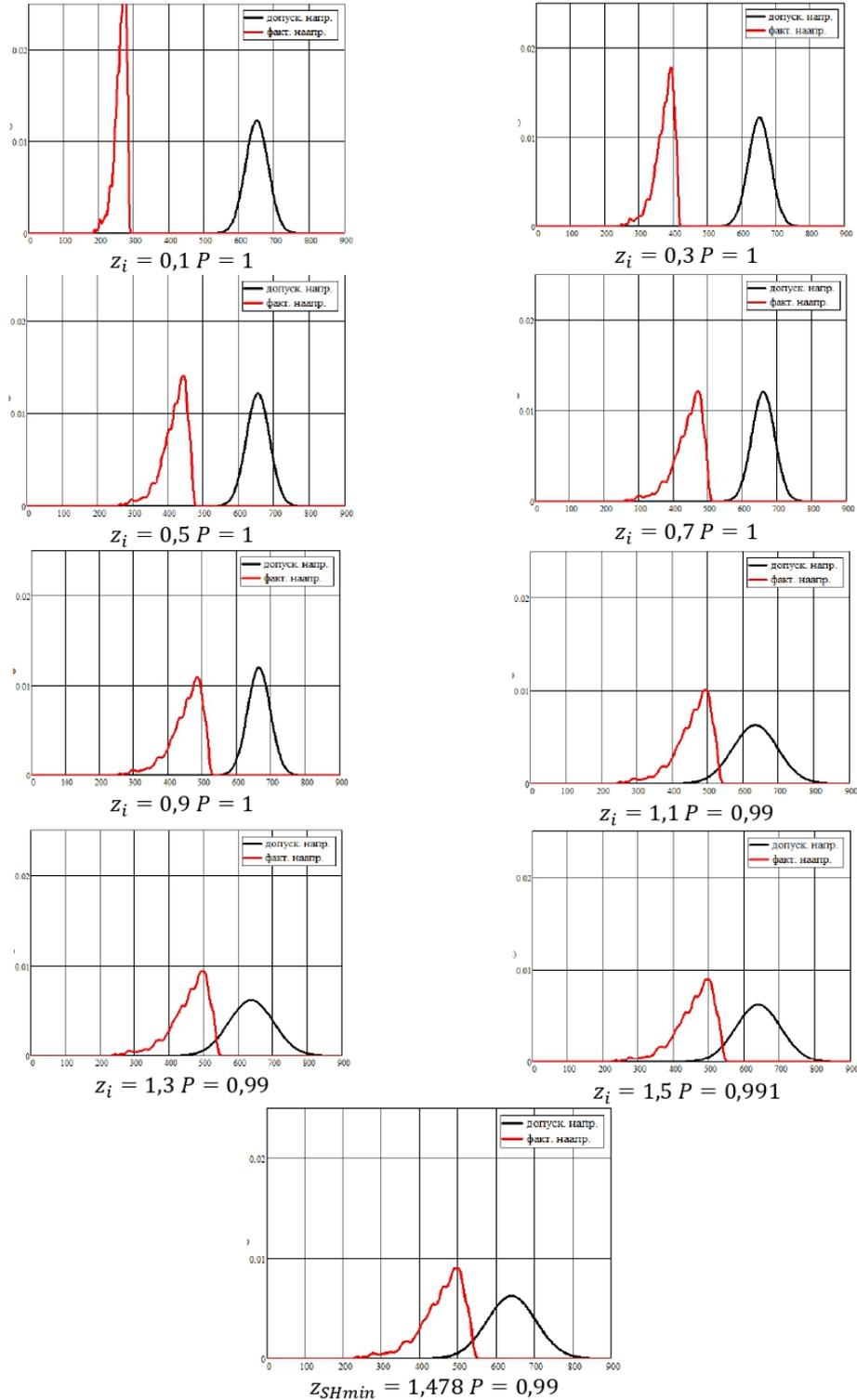


Рисунок 4.14 – Результаты вычислений ВБР по критерию ГКВ

На рис. 4.14 получены ВБР для дискретного значения координаты  $z_i$  по глубине упрочненного слоя. Наиболее вероятные значения отказа по глубинной контактной усталости на уровне 1,3-1,5 мм. В результате расчета ВБР по критерию ГКВ равна 0,990.

Для этой же передачи (таблица 4.3) рассчитаны ВБР по контактной и изгибной выносливости. ВБР по критерию контактной выносливости составила 0,981, по критерию изгибной выносливости – 0,999, что позволяет сделать вывод об отказе зубчатого колеса в результате питтинга поверхности как о наиболее вероятном событии.

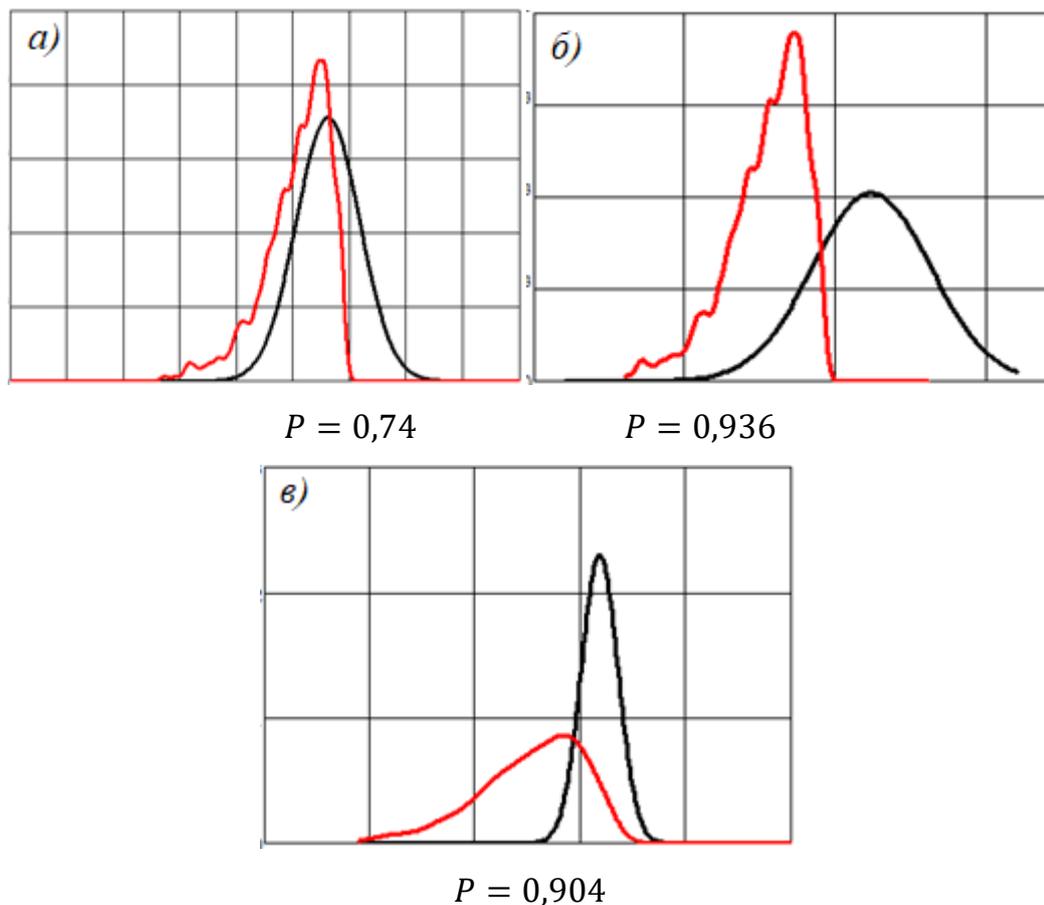


Рисунок 4.15 – ВБР зубчатой передачи при 6 кН · м по критерию:

а) ГКВ; б) КВ; в) ИВ

На рис. 4.15 представлен расчет ВБР для того же зубчатого колеса, но при номинальном крутящем моменте 6 кН · м. В результате ВБР по критерию КВ составила 0,936 (рис. 4.15б), по критерию ИВ – 0,904 (рис. 4.15в), по критерию ГКВ – 0,74 (рис. 4.15а). Из этого следует, что при увеличении крутящего момента возможность отказа из-за поверхностного выкрашивания становится наименее

вероятным, а глубинное контактное разрушение наиболее вероятным, что делает ГКВ лимитирующим фактором работоспособности для рассчитываемого зубчатого колеса [103].

### Выводы

1. Рассмотрены различные функции изменения твердости по глубине упрочненного слоя при различной химико-термической обработке. На основе выполненной оценки точности функций твердости в разработанной методике расчета ВБР приняты уравнения: для цементованных зубьев – уравнение М. МакАлденера (погрешность не более 1,1%), а для нитроцементованных зубьев – уравнение В. И. Короткина (погрешность не более 2,3%).

2. Выполнен анализ существующих методик расчета ГКН зубчатых передач в результате которого были определены основные используемые теоретические направления: теория Геста-Мора, критерий ДангВана, критерий Лебедева-Писаренко, методика ISO 6336-4.

3. По доступным экспериментальным данным выполнена верификация расчетных методик ГКН зубчатых передач. Наиболее корректные результаты демонстрируют методики, основанные на критерии ДангВана и критерии Лебедева-Писаренко. Для разрабатываемой методики расчета ВБР использован критерий Лебедева-Писаренко.

4. Разработана методика расчета ВБР поверхностно-упрочненных зубчатых цилиндрических передач по критерию ГКВ.

5. Выполненный расчет по разработанной методике позволил выявить тот факт, что ГКВ может являться лимитирующим фактором работоспособности зубчатой передачи.

## 5 Верификация усовершенствованного подхода к расчету вероятности безотказной работы цилиндрических передач

Верификацию усовершенствованного подхода [60,105,106,107] подтвердим, выполнив расчет зубчатых передач, отказ которых известен в доступной научно-технической литературе. Если подход работает верно, то результаты расчетов покажут наиболее вероятным тот отказ передачи, который наблюдается на практике. Чтобы верификация подхода была всесторонней, расчет выполним для трех передач, у каждой из которых наблюдается один из отказов: усталостная поломка зуба (ИВ), питтинг (КВ), и отслаивание упрочненного слоя (ГКВ).

### 5.1 Верхний привод буровой установки: поломка зуба

В [14] представлены исследования по режиму нагружения деталей и узлов системы верхнего привода буровой установки. Согласно полученным в [14] данным, в редукторе ПВГ-2000Р (рис. 5.1) системы верхнего привода буровой установки наблюдается отказ по усталостной поломке зуба цилиндрической косозубой передачи (в 18 из 20 исследуемых редукторах отказ по усталостной поломке зуба, остальные два отказ из-за среза зуба). Также в [14] было установлено, что редуктор эксплуатируется при тяжелом режиме нагружения.

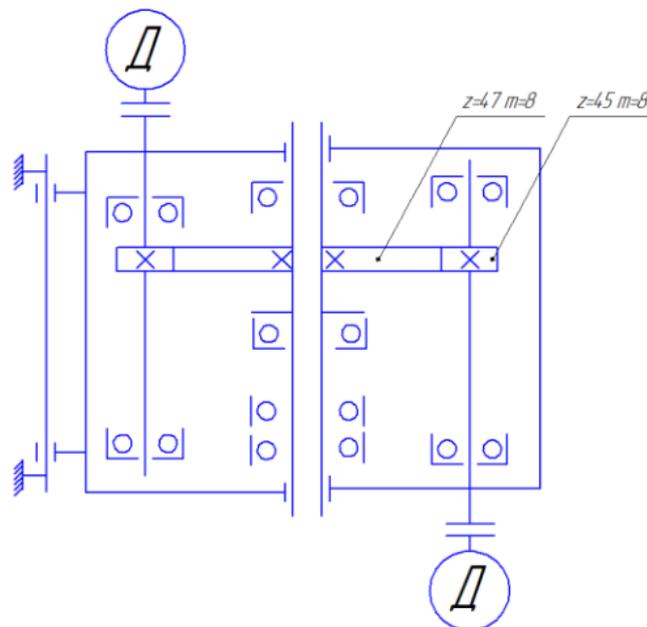


Рисунок 5.1 – Кинематическая схема редуктора ПВГ-2000Р[14]

Для выполнения расчета были определены геометрические характеристики валов редуктора по [108] и приняты радиально-упорные подшипники 46228 и

46238 (ГОСТ 831-75). По ГОСТ 21354-87 была определена эффективная глубина упрочненного слоя. Смазочным материалом принято промышленное масло ИТП-200, подобранное по рекомендациям [108]. Остальные исходные данные были взяты из [14].

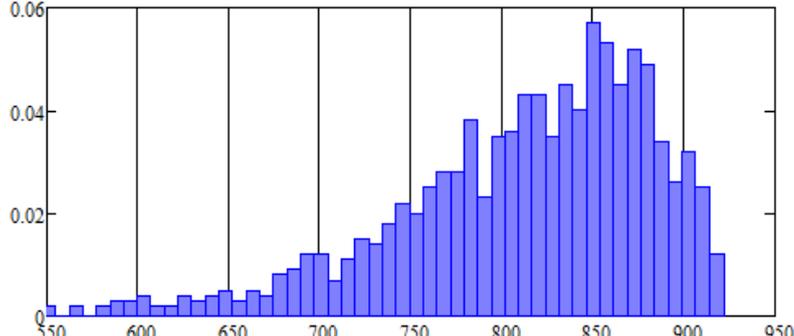
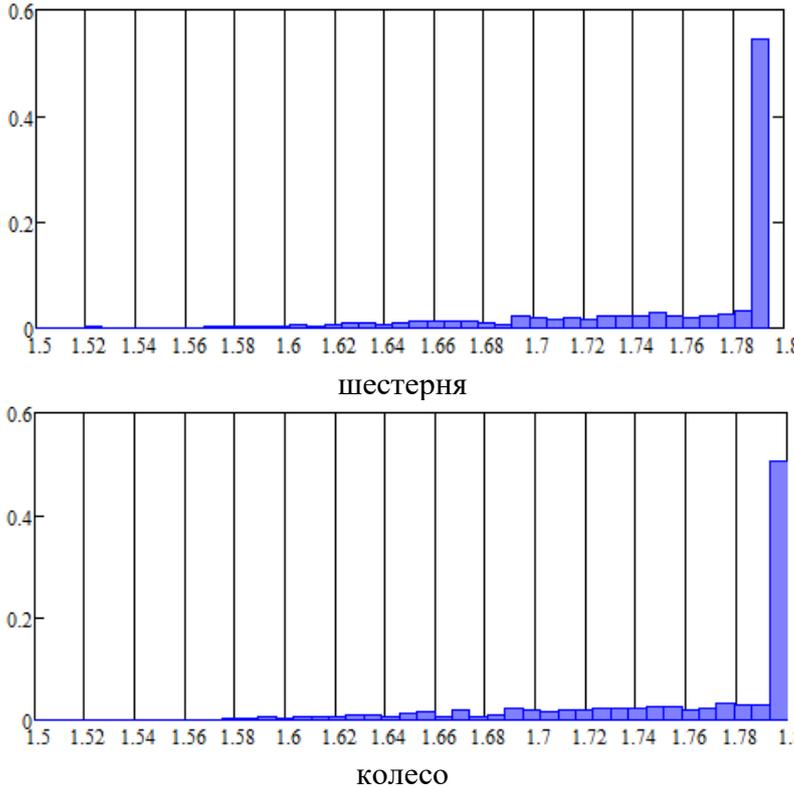
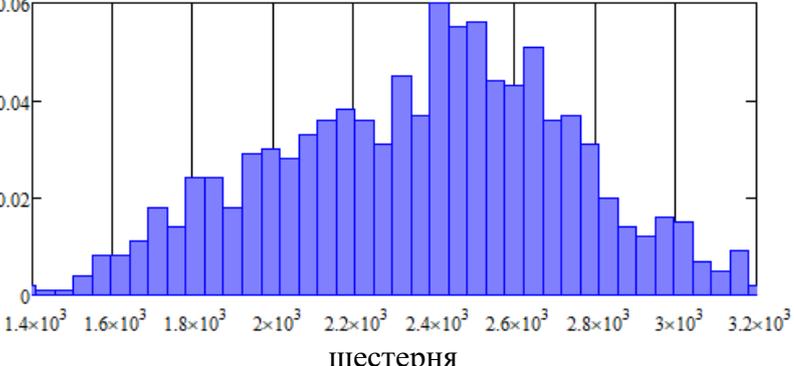
В таблице 5.1 представлены результаты расчетов зубчатой передачи редуктора ПВГ-2000Р. ФПР случайной величины во всех расчетах предела выносливости приняты по нормальному закону, согласно рекомендациям [2].

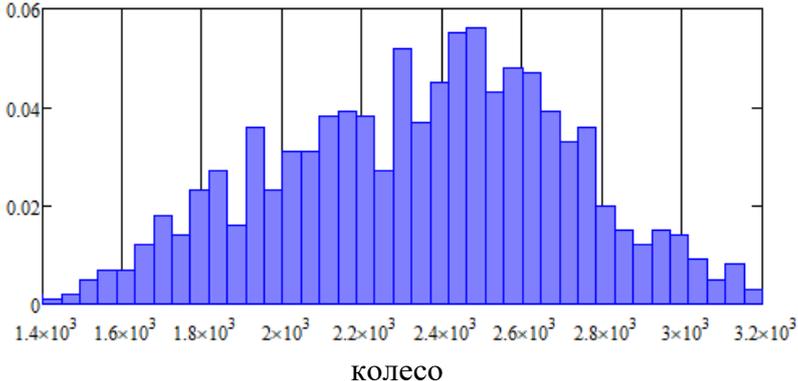
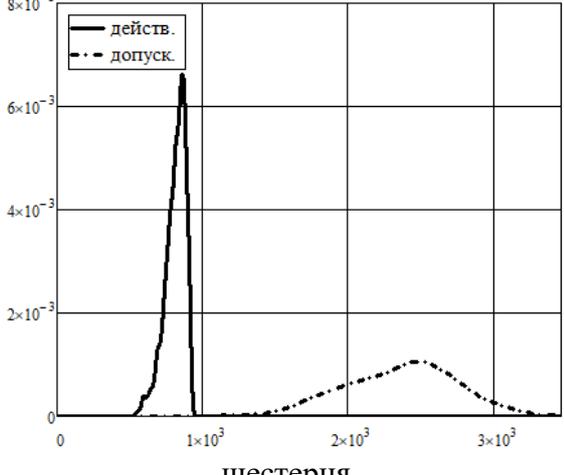
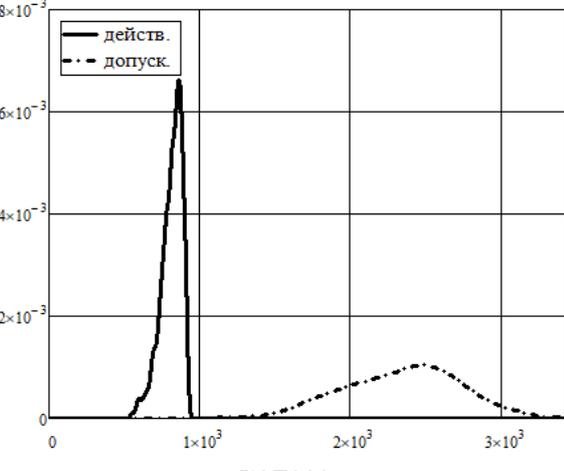
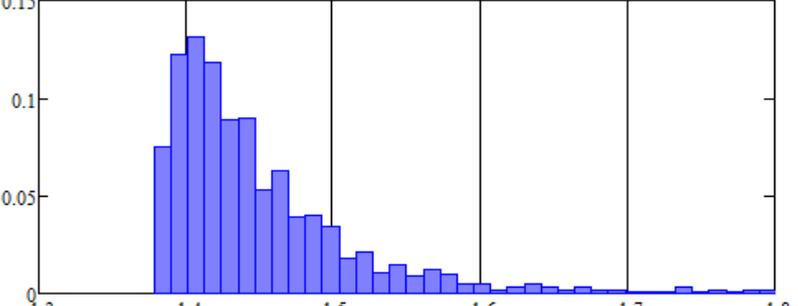
Таблица 5.1 – Результаты расчетов передачи редуктора ПВГ-2000Р

Параметр	Шестерня	Колесо
<b>Геометрические параметры</b>		
Число зубьев	45	47
Модуль, мм	8	
Коэффициент смещения	0	0
Угол профиля рейки, град	20	
Ширина венца, мм	130	120
Угол наклона зубьев, град	11,43	
Коэф. высоты головки зуба	1	
Коэф. радиального зазора	0,25	
Коэф. р-а переходн. кривой	0,38	
<b>Материал и характеристики упрочненного слоя</b>		
Марка стали	-	-
Тип ХТО	нитроцементация	нитроцементация
Модуль упругости, МПа	210000	210000
Коэффициент Пуассона	0,3	0,3
Предел КВ, МПа	1334	1311
Толщина финиш. обраб., мм	0	0
$Z_{eff}$ , мм	0,6	0,6
Толщина упроч. слоя, мм	1	1
$H_{max}$ , HV	695	670
Твердость поверхности, HV	695	670
$H_{eff}$ , HV	610	610
Твердость сердцевины, HV	471	458
<b>Качество передачи</b>		
Степень точности	7	7
Шероховатость зуба, мкм	2	2
<b>Условия эксплуатации</b>		
Ном. крутящий момент, Н·м	20000	-
Частота вращения, об/мин	60	-
Ресурс передачи, час	1000	
Вязкость масла (40°), мм <sup>2</sup> /с	420	
<b>Расчет геометрических параметров зубчатой передачи</b>		
Угол зацепления, рад	20,372	
Межосевое расстояние, мм	375,446	

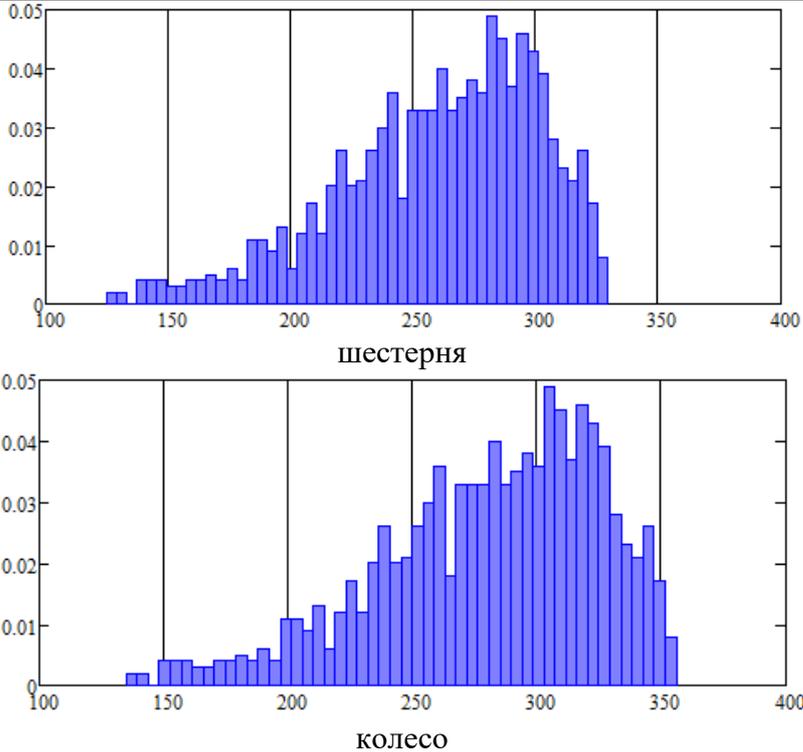
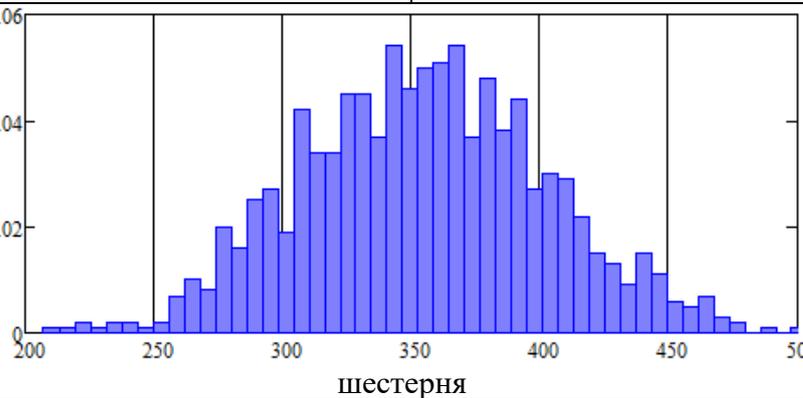
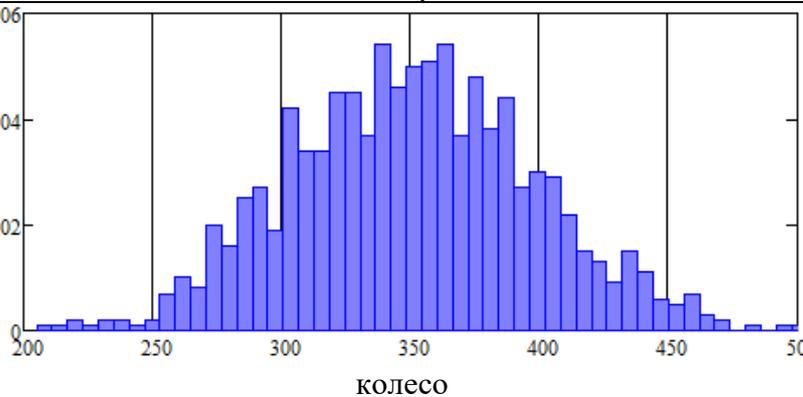
Делительный диаметр, мм	367,284	383,608
Диаметр вершин зубьев, мм	398,176	414,5
Диаметр впадин зубьев, мм	347,284	363,608
Коэф. торцового перекрытия	1,69	
Коэф. суммар. перекрытия	2,636	
Ширина зуба, мм	16,438	16,475
Радиус кривизны переходной кривой, мм	3,653	3,632
<b>Расчет погрешностей зубчатых колес</b>		
$F_{\beta}$ , мкм	28	28
$F_{\alpha T}$ , мкм	24	24
$f_{pb}$ , мкм	16	16
<b>Расчет кинематических характеристик</b>		
Окруж. скорость, м/с	1,154	
Окружное усилие, Н		
<b>Расчет ВБР по критерию КВ</b>		
Жесткость зуба, Н/(мм·мкм)	15,83972	
Силовой перекосяк, мкм		
$f_{kz}$ , мкм	14	
Коэф. нагрузки		
Произвед. коэф. $Z_H, Z_E, Z_{\epsilon}$	364,649	

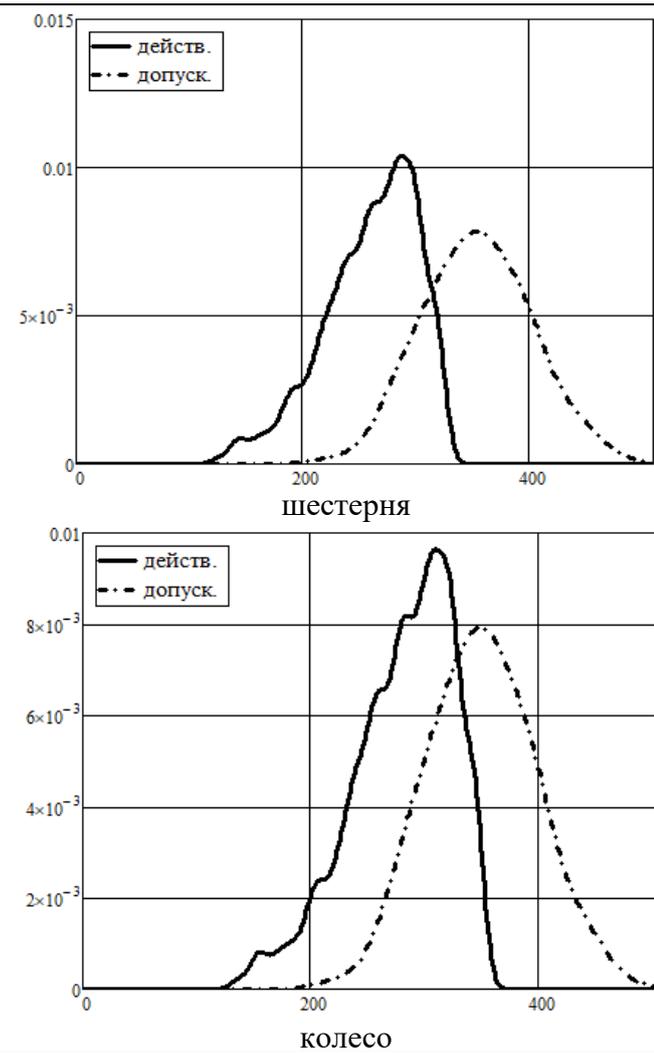
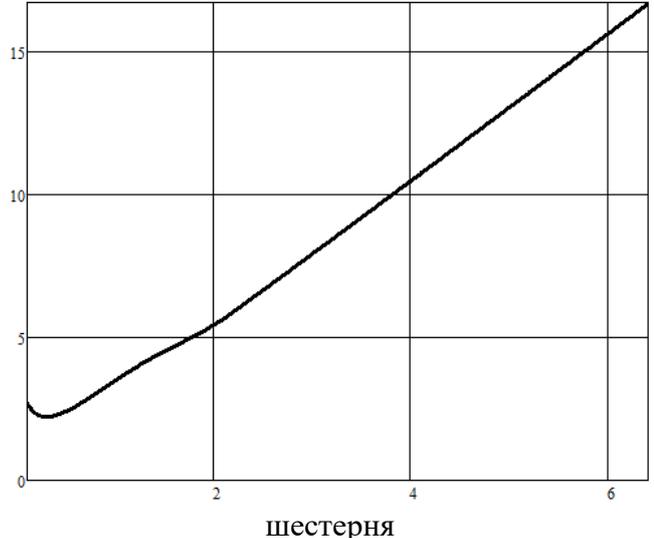
Продолжение таблицы 5.1

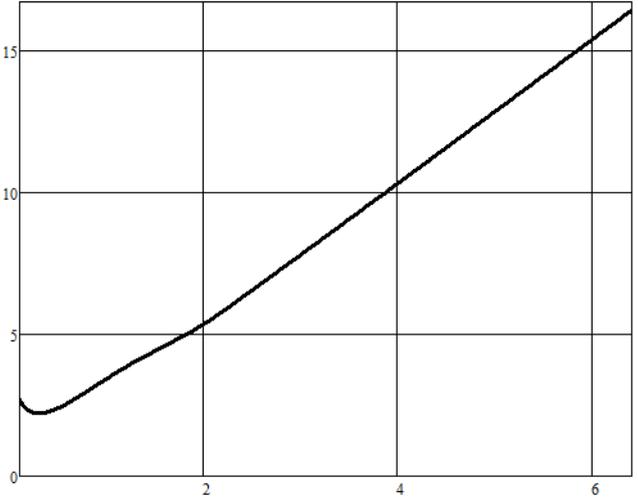
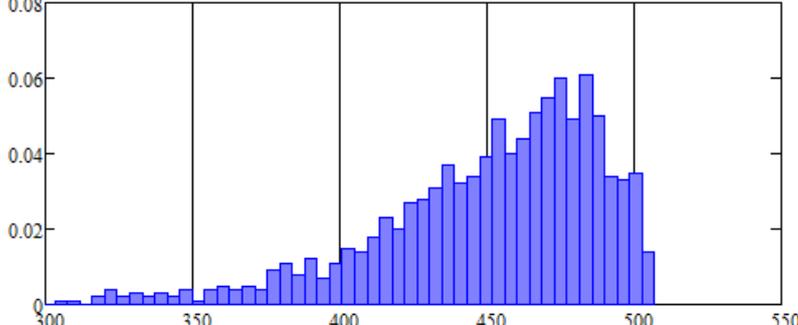
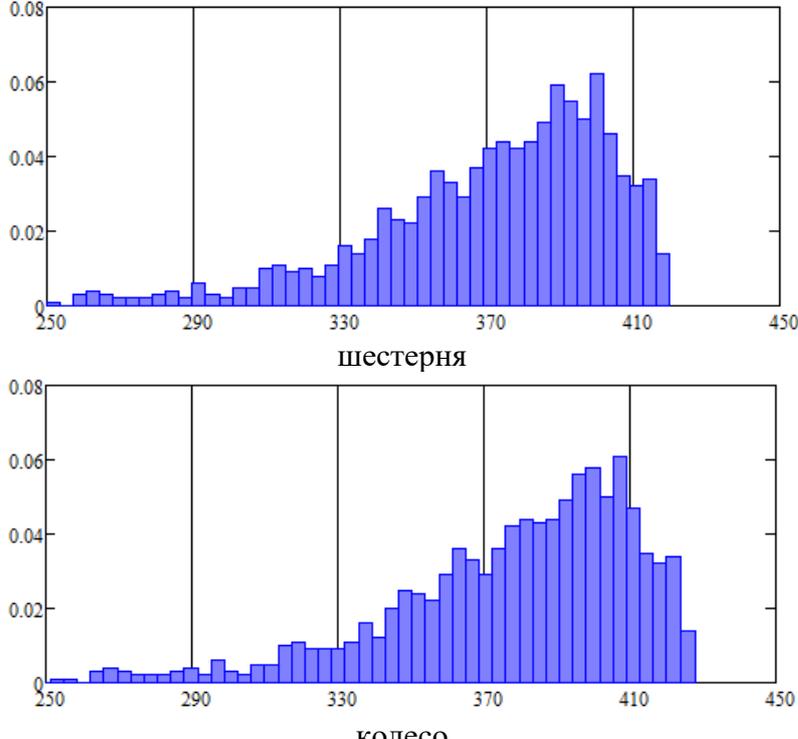
<p>Фактические КН, МПа</p>		
<p>Число циклов нагружения</p>	<p><math>3,6 \cdot 10^6</math></p>	<p><math>3,45 \cdot 10^6 \cdot 2</math> (дважды в зацеплении)</p>
<p>Коэф. долговечности</p>		
<p>Произв. коэфф.: <math>Z_R, Z_V, Z_L, Z_X</math></p>	<p>1,0127</p>	<p>1,0127</p>
<p>Допускаемые КН, МПа</p>		

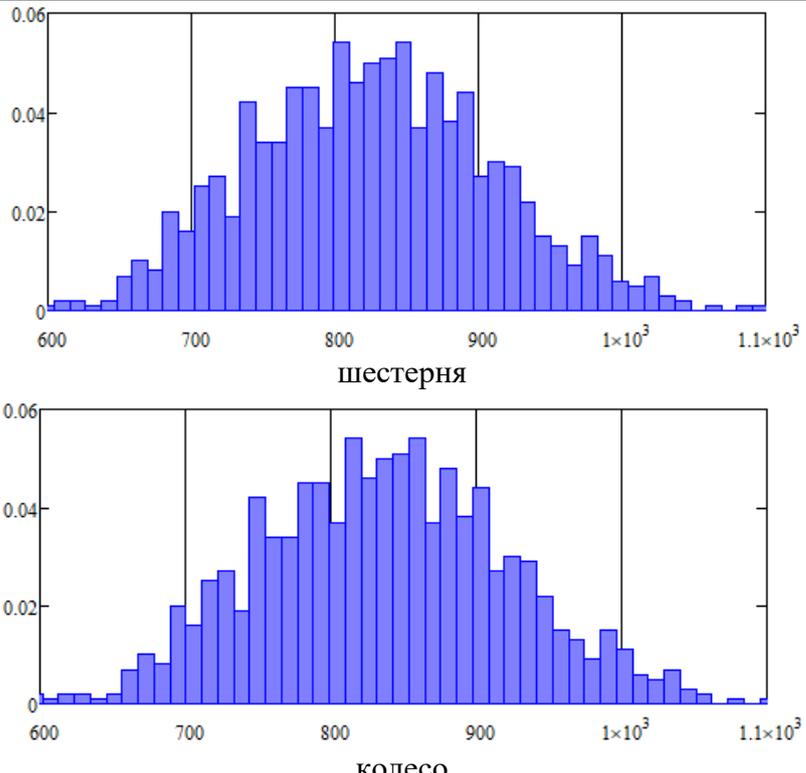
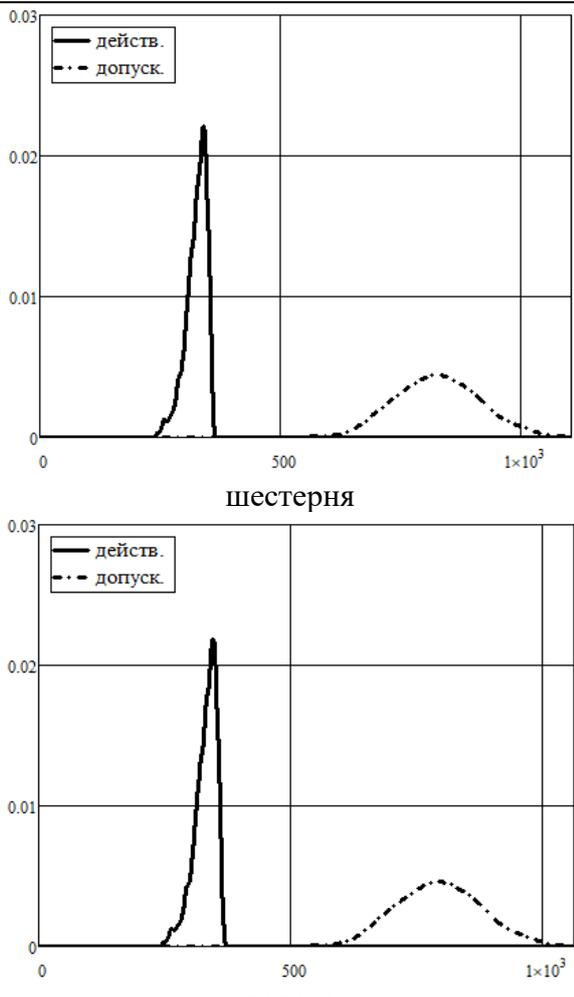
<p>Допускаемые КН, МПа</p>	 <p style="text-align: center;">колесо</p>	
<p>ФПР действующих и допускаемых КН</p>	 <p style="text-align: center;">шестерня</p>	
	 <p style="text-align: center;">колесо</p>	
<p>ВБР, %</p>	<p>100</p>	<p>100</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ИВ</b></p>		
<p>Коэф. нагрузки</p>		
<p>Произв.скоэф. <math>Y_{FS}, Y_{\beta}, Y_{\epsilon}</math></p>	<p>2,296</p>	<p>2,289</p>

Продолжение таблицы 5.1

<p>Действующие ИН, МПа</p>		
<p>Предел ИВ, МПа</p>	<p>354,7</p>	<p>350,57</p>
<p>Коэф. долговечности</p>	<p>1,012</p>	<p>1</p>
<p>Допускаемые ИН, МПа</p>		
<p>Допускаемые ИН, МПа</p>		

<p>ФПР действующих и допускаемых ИН</p>		
<p>ВБР, %</p>	<p>93,208</p>	<p>85,013</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ГКВ</b></p>		
<p>Произв.коэф. <math>K_1, K_2, K_4</math></p>	<p>2,1</p>	<p>2,1</p>
<p>Параметр дефектности</p>	<p>0,75</p>	<p>0,75</p>
<p>Коэф.долговечности</p>	<p>1,052</p>	<p>1,055</p>
<p>Коэф. запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>		

<p>Коэф. запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>		
<p>Расчетная координата z, мм</p>	<p>0,304</p>	<p>0,304</p>
<p>Интенсивность напряжений, МПа</p>		
<p>Параметр пластичности</p>	<p>0,791</p>	<p>0,809</p>
<p>Эн, МПа</p>		

<p>Допускаемые глубинные напряжения, МПа</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>	
<p>ФПР действующих и допускаемых ЭН</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>	
<p>ВБР, %</p>	<p>100</p>	<p>100</p>

Результаты расчетов показывают, что наиболее вероятным отказом зубчатой цилиндрической нитроцементованной передачи редуктора ПВГ-2000Р является усталостная поломка зуба колеса (85,013%), что соответствует опытным данным эксплуатации [14]. ВБР по питтингу и глубинному выкрашиванию не наблюдается.

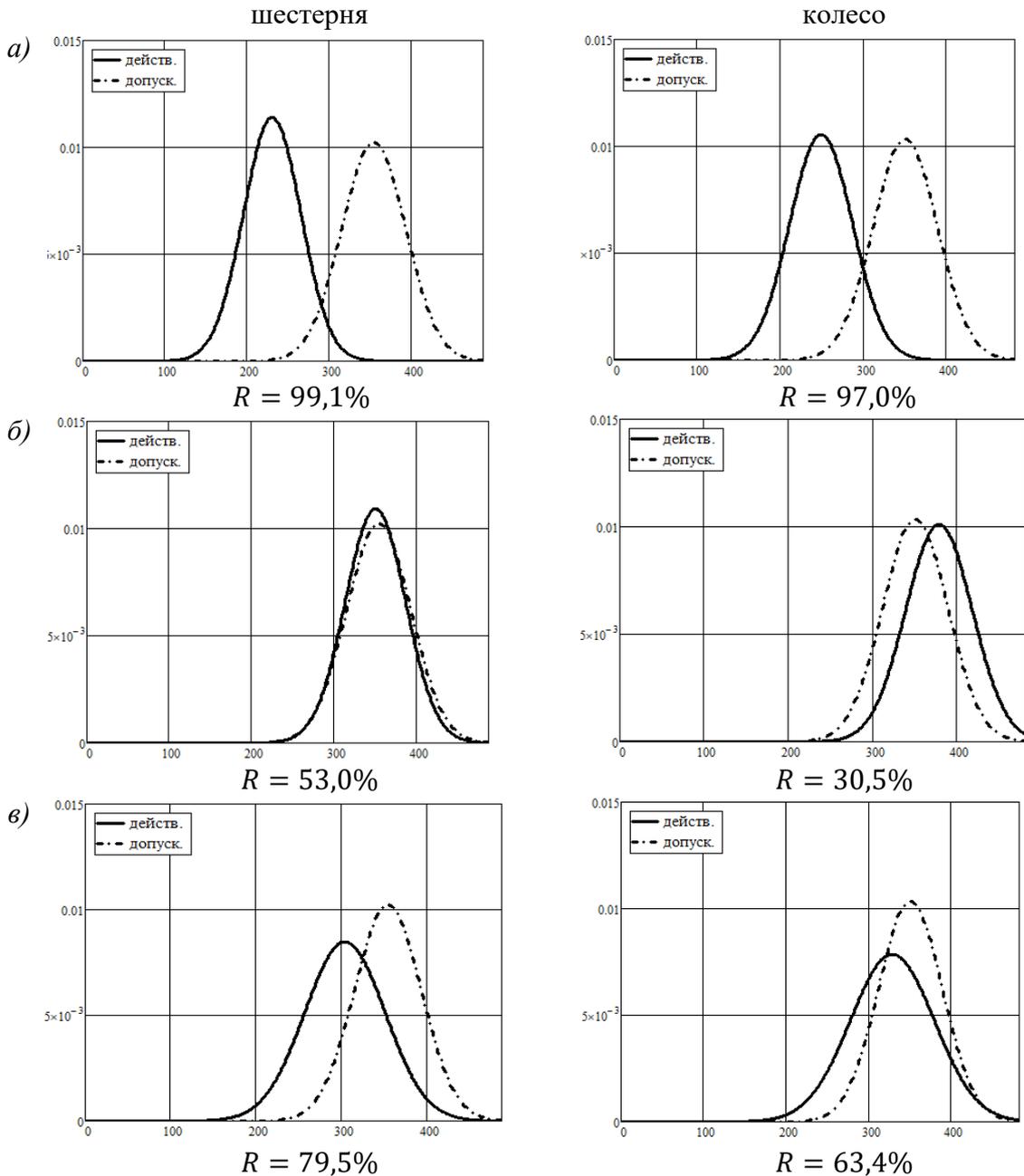


Рисунок 5.2 – Расчет ВБР зубчатой цилиндрической передачи по критерию ИВ (классический подход):

а) силовой перекося  $f_{kE} = 0$  мкм; б) силовой перекося  $f_{kE} = 10$  мкм; в) силовой перекося  $f_{kE}$  – выборка значений

На рис. 5.2 представлен расчет ВБР по критерию ИВ для этой же передачи, но по классическому подходу [2,8] для различных вариантов силового перекося

$f_{kE}$ . Как видно из результатов (рис. 5.2), при расчете передачи по классическому подходу (ФПР представлены нормальным распределением), если не учитывать  $f_{kE}$  (рис. 5.2а), ВБР колеса составляет 97,0%. При постоянном значении  $f_{kE} = 10$  мкм (рис. 3б) передача становится не пригодной для эксплуатации в заданных условиях. Переменное значение  $f_{kE}$  (рис. 3в) повышает ВБР передачи более чем на 25%. Полученные результаты подтверждают необходимость корректного учета силового перекося  $f_{kE}$ .

## 5.2 Редуктор механизма хода ЭКГ-5А: питтинг

Исследование [32] посвящено технологиям упрочнения тяжело нагруженных зубчатых колес. В [32] указывается, что у зубчатых передач редуктора механизма хода (рис. 5.3) ЭКГ-5А наблюдается обширный питтинг уже через три месяца эксплуатации экскаватора, что позволяет использовать передачи редуктора механизма хода для верификации разработанного подхода.

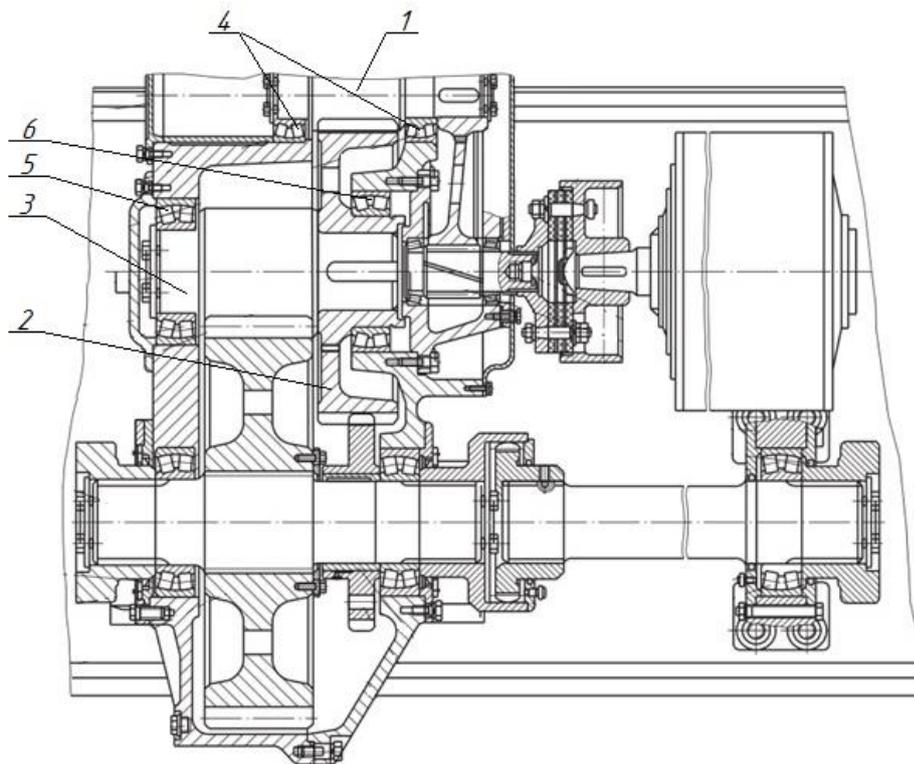


Рисунок 5.3 – Сборочный чертеж редуктора механизма хода экскаватора ЭКГ-5А:  
1 – вал-шестерня; 2 – колесо; 3 – вал колеса; 4 – подшипник 3618; 5 – подшипник  
3634; 6 – подшипник 3640

Расчет (Таблица 5.2) был выполнен для второй ступени редуктора (рис. 5.3).

Исходные данные передачи были определены по [32,109], точность передачи выбрана по рекомендациям [108]. В качестве смазочного материала в редукторе используется промышленное масло И-30А [109]. Закон нагружения был принят для карьерных машин согласно рекомендациям [13].

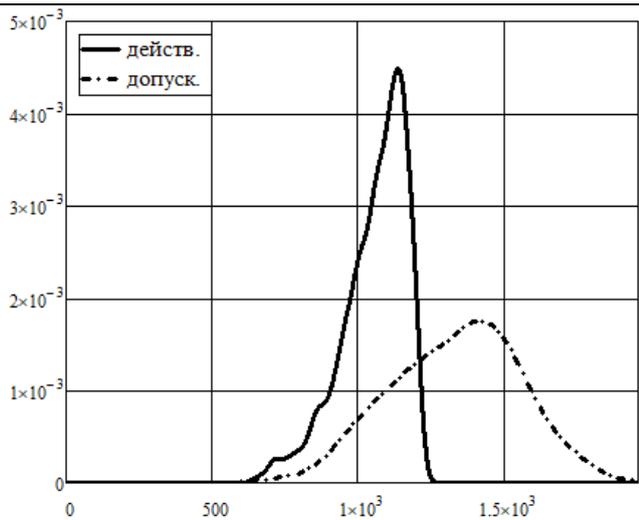
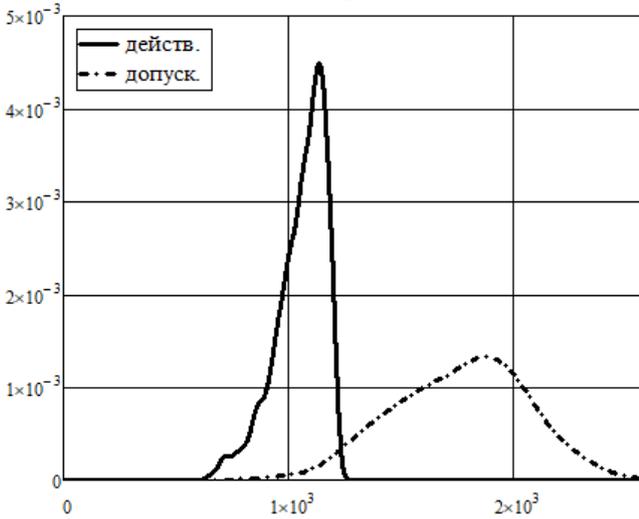
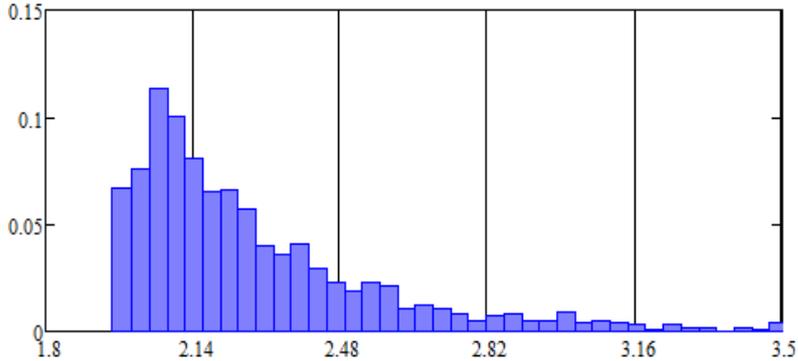
Таблица 5.2 – Результаты расчетов 2-й ступени редуктора механизма хода

Параметр	Шестерня	Колесо
<b>Геометрические параметры</b>		
Число зубьев	11	59
Модуль, мм		10
Коэффициент смещения	0	0
Угол профиля рейки, град		20
Ширина венца, мм	170	160
Угол наклона зубьев, град		0
Коэф. высоты головки зуба		1,0
Коэф. радиального зазора		0,25
Коэф. р-а переходн. кривой		0,38
<b>Материал и характеристики упрочненного слоя</b>		
Марка стали	20Х2Н4А	20Х2Н4А
Тип ХТО	цементация	цементация
Модуль упругости, МПа	210000	210000
Коэффициент Пуассона	0,3	0,3
Предел КВ, МПа	1310	1310
Толщина финиш. обраб., мм	0	0
$Z_{eff}$ , мм	0,8	0,8
Толщина упроч. слоя, мм	1,6	1,6
$H_{max}$ , НV	670	670
Твердость поверхности, НV	670	670
$H_{eff}$ , НV	550	550
Твердость сердцевины, НV	408	408
<b>Качество передачи</b>		
Степень точности	8	8
Шероховатость зуба, мкм	2	2
<b>Условия эксплуатации</b>		
Ном. крутящий момент, Н·м	3239	-
Частота вращения, об/мин	151,456	-
Ресурс передачи, час		5000
Вязкость масла (40°), мм <sup>2</sup> /с		45
<b>Расчет геометрических параметров зубчатой передачи</b>		
Угол зацепления, рад		20
Межосевое расстояние, мм		350
Делительный диаметр, мм	110	590
Диаметр вершин зубьев, мм	130	610
Диаметр впадин зубьев, мм	85	565
Коэф. торцового перекрытия		1,589
Коэф. сумм. перекрытия		1,589
Ширина зуба, мм	17,3	20,762
Р-с переход. кривой, мм	5,097	4,177

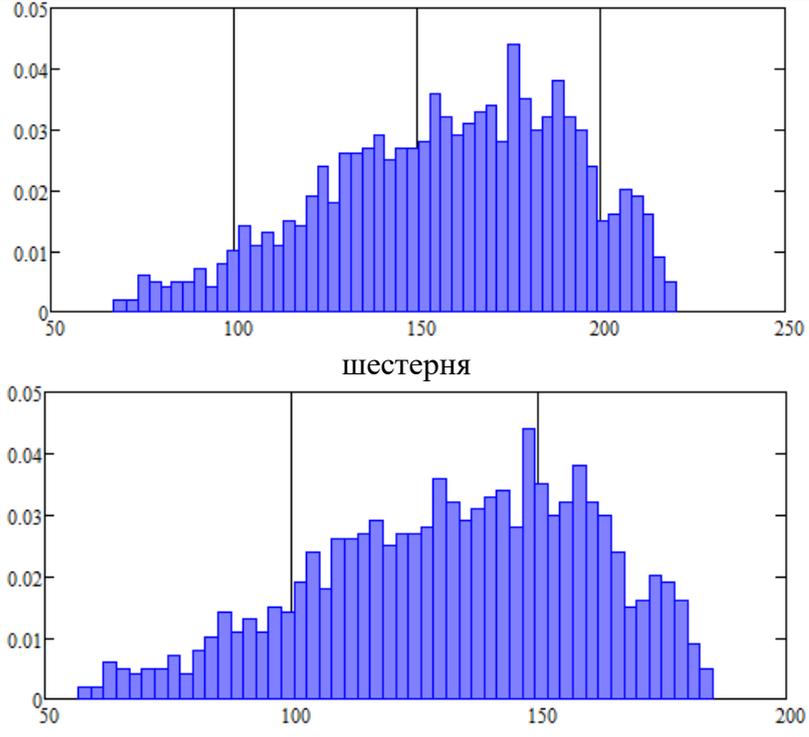
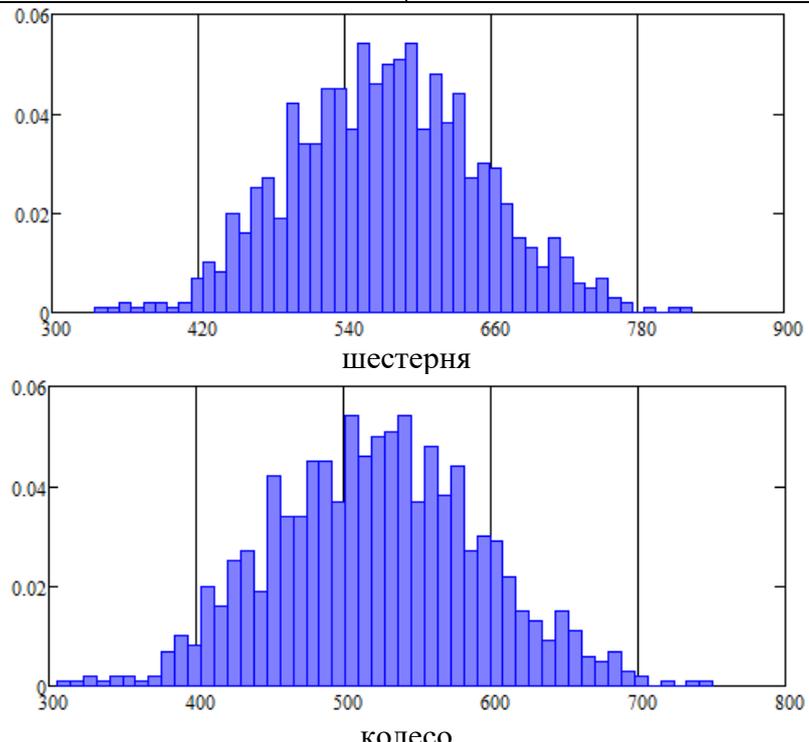
Расчет погрешностей зубчатых колес		
$F_{\beta}$ , МКМ	40	42
$F_{\alpha T}$ , МКМ	38	38
$f_{pb}$ , МКМ	25	26
Расчет кинематических характеристик		
Окружная скорость, м/с	0,873	
Окружное усилие, Н		
Расчет ВБР по критерию КВ		
Жесткость зуба, Н/(мм·МКМ)	13,69058	
Силовой перекосяк, МКМ		
$f_{kZ}$ , МКМ, МКМ	20,5	
Коэф. нагрузки		
Фактические КН, МПа		

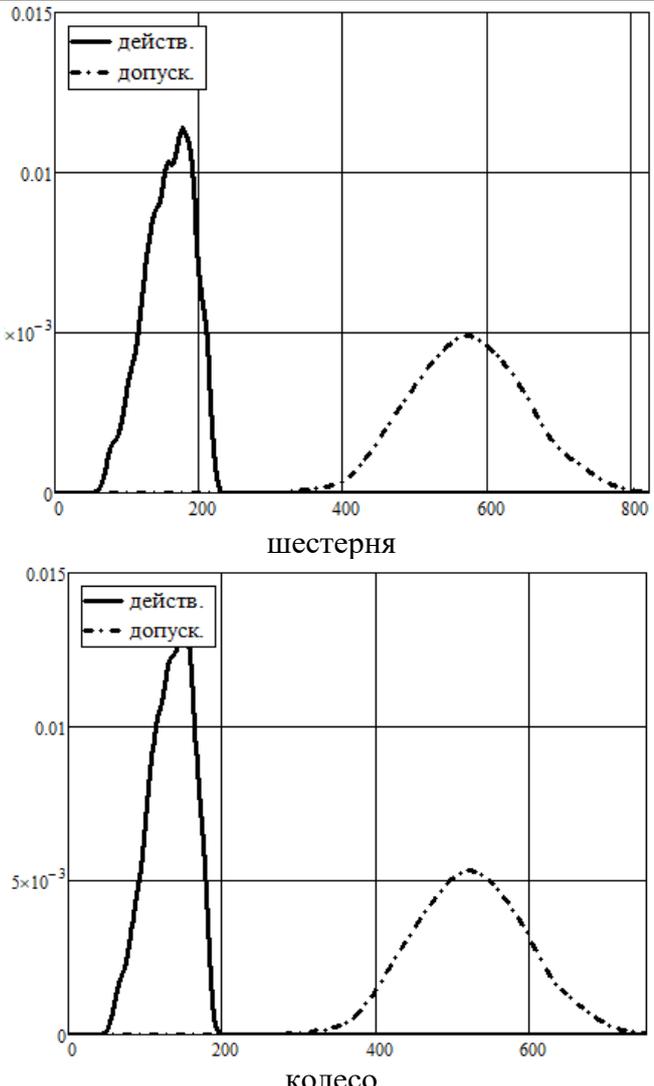
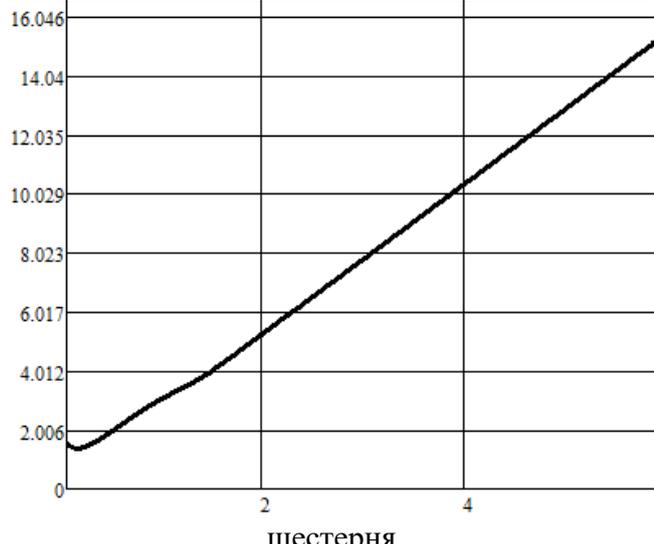
Продолжение таблицы 5.2

Произв. коэф. $Z_H, Z_E, Z_\epsilon$	428,564	
Число циклов нагружения	$4,544 \cdot 10^7$	$8,471 \cdot 10^6$
Коэф. долговечности		
Коэф. долговечности		
Произв. коэфф.: $Z_R, Z_V, Z_L, Z_X$	0,8845	0,8845
Допускаемые КН, МПа		

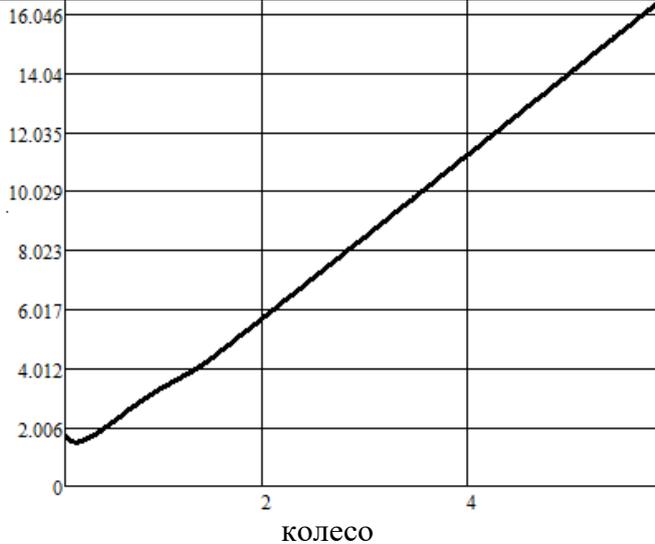
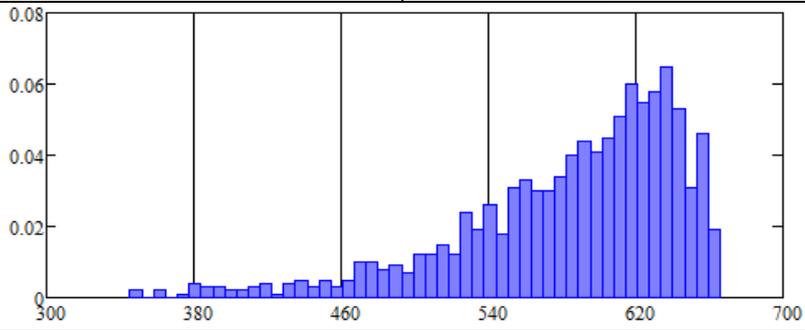
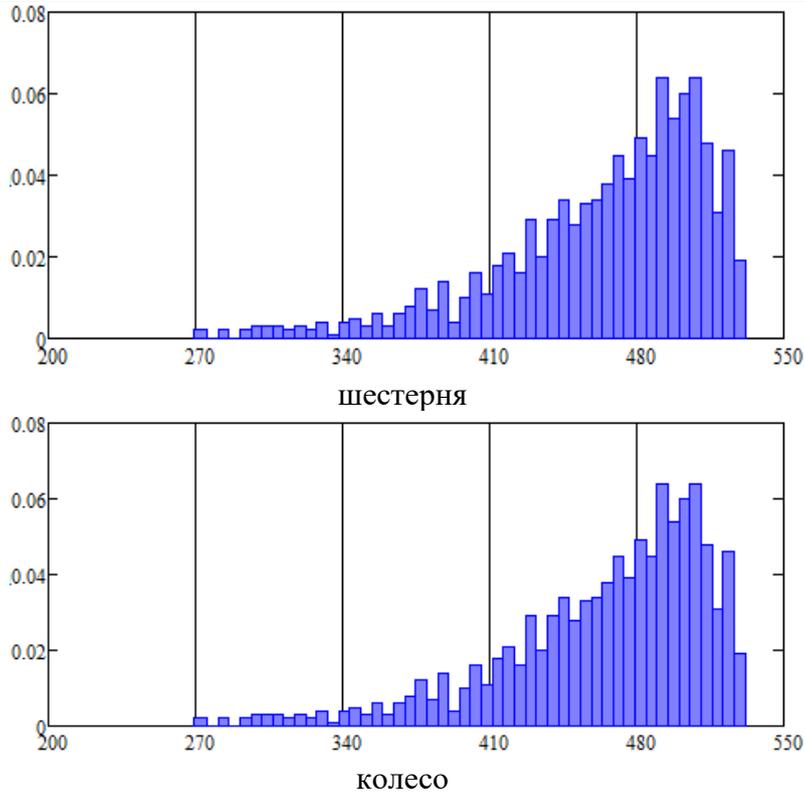
<p>ФПР действующих и допускаемых КН</p>	 <p>шестерня</p>	 <p>колесо</p>
<p>ВБР, %</p>	<p>85,525</p>	<p>98,634</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ИВ</b></p>		
<p>Коэф. нагрузки</p>		
<p>Произв. коэф. <math>Y_{FS}, Y_{\beta}, Y_{\epsilon}</math></p>	<p>3,285</p>	<p>2,598</p>

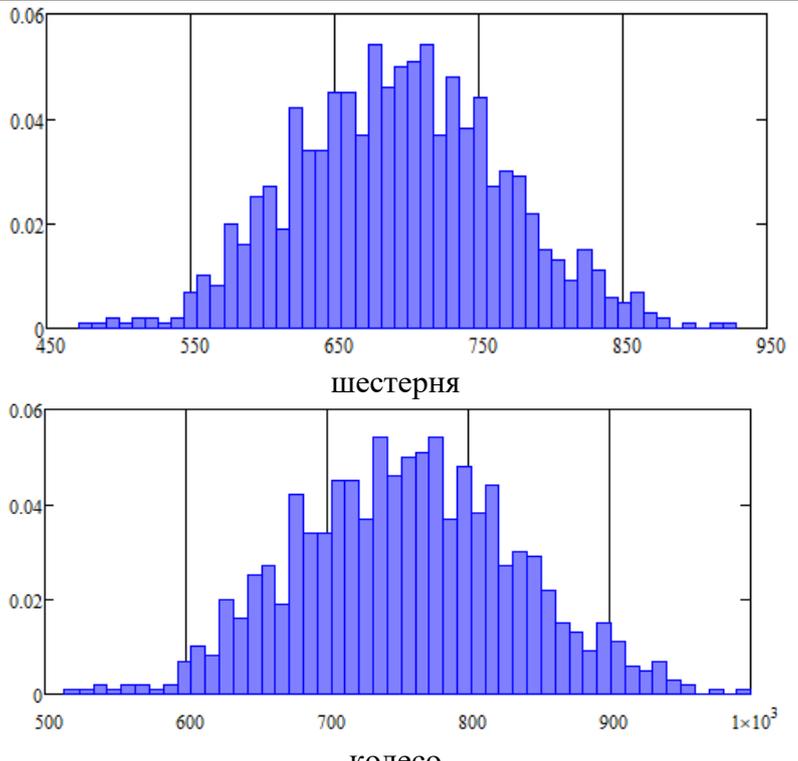
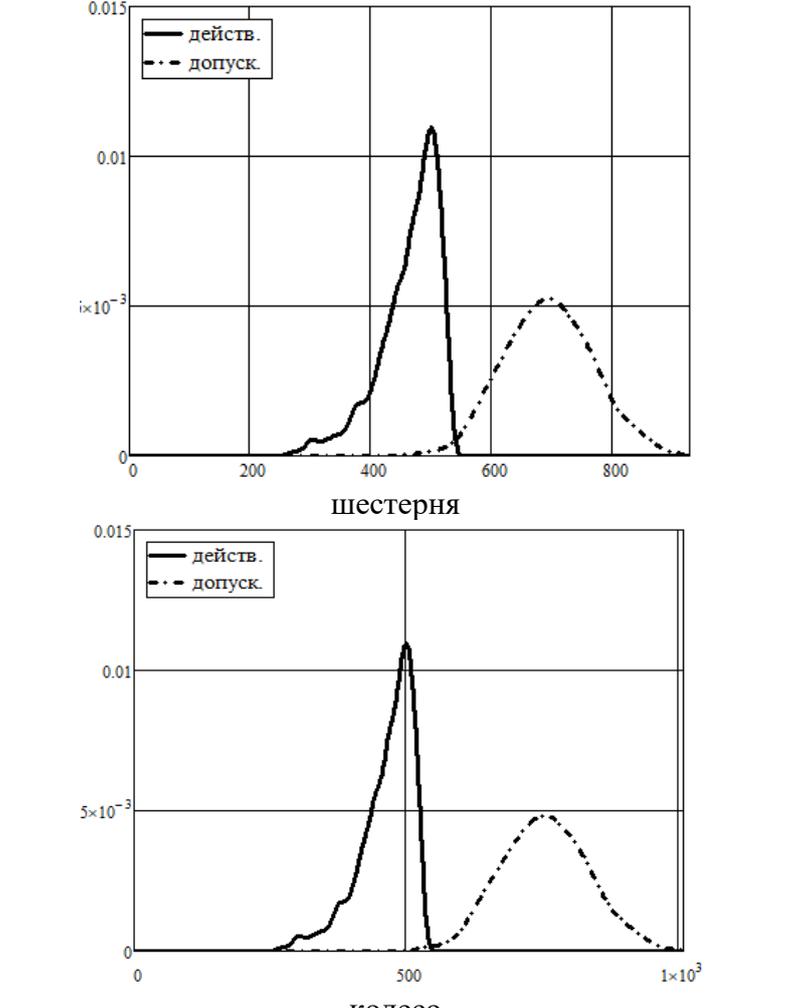
Продолжение таблицы 5.2

<p>Действующие ИН, МПа</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>	
<p>Предел ИН зуба, МПа</p>	<p>574,0</p>	<p>522,7</p>
<p>Коэф. долговечности</p>	<p>1</p>	<p>1</p>
<p>Допускаемые ИН, МПа</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>	

<p>ФПР действующих и допускаемых ИН</p>		
<p>ВБР, %</p>	<p>100,00</p>	<p>100,00</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ГКВ</b></p>		
<p>Произв. коэф. <math>K_1, K_2, K_4</math></p>	<p>2,1</p>	<p>2,1</p>
<p>Параметр дефектности</p>	<p>0,75</p>	<p>0,75</p>
<p>Коэф. долговечности</p>		
<p>Коэффициент запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>		

Продолжение таблицы 5.2

<p>Коэффициент запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>		
<p>Расчетная координата z, мм</p>	<p>0,187</p>	<p>0,187</p>
<p>Интенсивность напряжений, МПа</p>		
<p>Параметр пластичности</p>	<p>0,765</p>	<p>0,765</p>
<p>ЭН, МПа</p>		

<p>Допускаемые ЭН, МПа</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>
<p>ФПР действующих и допускаемых ЭН</p>	 <p>шестерня</p> <p>колесо</p>
<p>ВБР, %</p>	<p>99,736</p> <p>99,762</p>

Результаты расчетов показывают, что наиболее вероятным отказом зубчатой цилиндрической цементованной передачи редуктора механизма хода экскаватора ЭКГ-5А (2-я ступень) является питтинг рабочей поверхности шестерни (85,525%), что соответствует опытным данным эксплуатации.

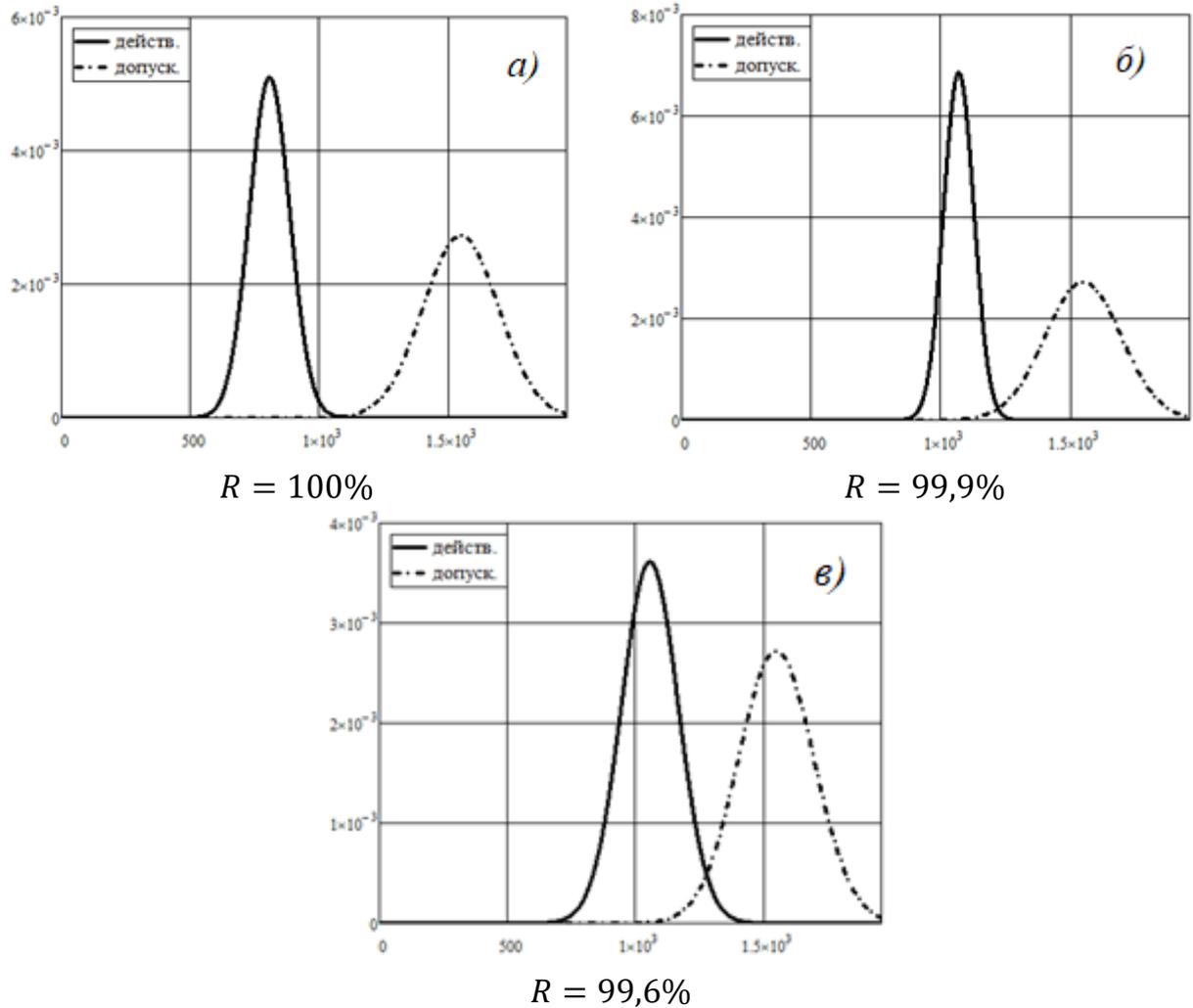


Рисунок 5.4 – Расчет ВБР зубчатой цилиндрической передачи по критерию КВ (классический подход):

а) силовой перекося  $f_{kE} = 0$  мкм; б) силовой перекося  $f_{kE} = 38$  мкм; в) о силовой перекося  $f_{kE}$  – выборка значений

На рис. 5.4 представлен расчет ВБР по критерию КВ для этой же передачи но по классическому подходу [2,8] при силовом перекося  $f_{kE} = 0$  мкм (рис. 5.4а), при силовом перекося  $f_{kE} = 38$  мкм (рис. 5.4б), при переменном значении силового перекося  $f_{kE}$ , функционально связанного с величиной передаваемой нагрузки (рис. 5.4в).

Как видно из результатов (рис. 5.4), при расчете передачи по классическому подходу (ФПР для допускаемых КН восстанавливается для среднего значения

допускаемых КН по шестерне и колесу) вероятность отказа по критерию КН практически отсутствует, что также подтверждает необходимость совершенствования существующей методики.

### 5.3 Зубчатая передача коробки передач трактора К-700: отслаивание упрочненного слоя

В [111] решается проблема отслаивания упрочненного слоя зуба зубчатой передачи (рис. 5.5), передающей крутящий момент от грузового к раздаточному валу в коробке передач трактора «Кировец» (К-700).

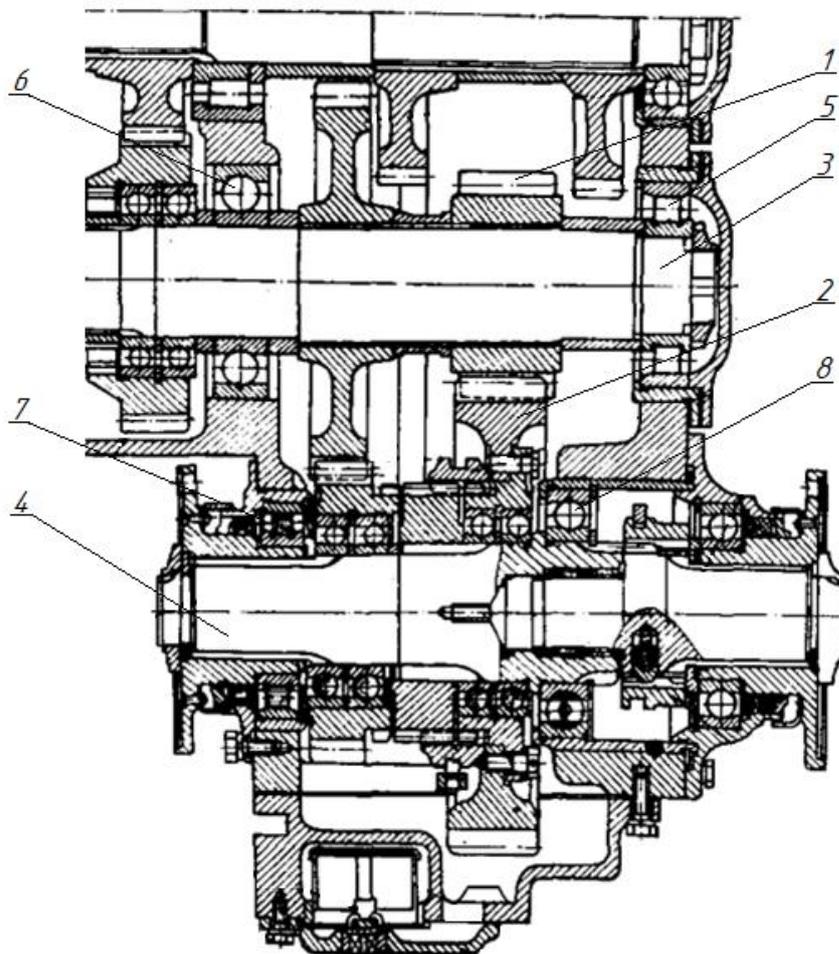


Рисунок 5.5 – Зубчатая передача коробки передач трактора К-700 (передача мощности от грузового вала к раздаточному валу) [105]:

1 – шестерня; 2 – колесо; 3 – вал шестерни; 4 – вал колеса; 5 – подшипник 2312КМ;  
6 – подшипник 316; 7 – подшипник 2316; 8 – подшипник 218

Исходные данные для расчета передачи были взяты из [110,111]. В качестве смазочного материала в трансмиссиях тракторов К-700 рекомендуется применять трансмиссионное масло ТСП-50 [111]. Точность передачи в исходных данных не

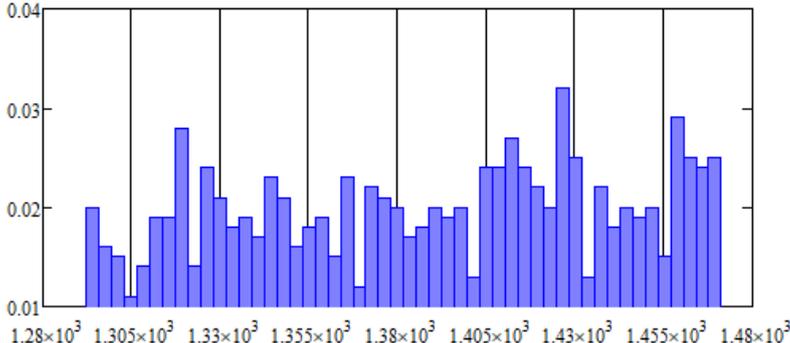
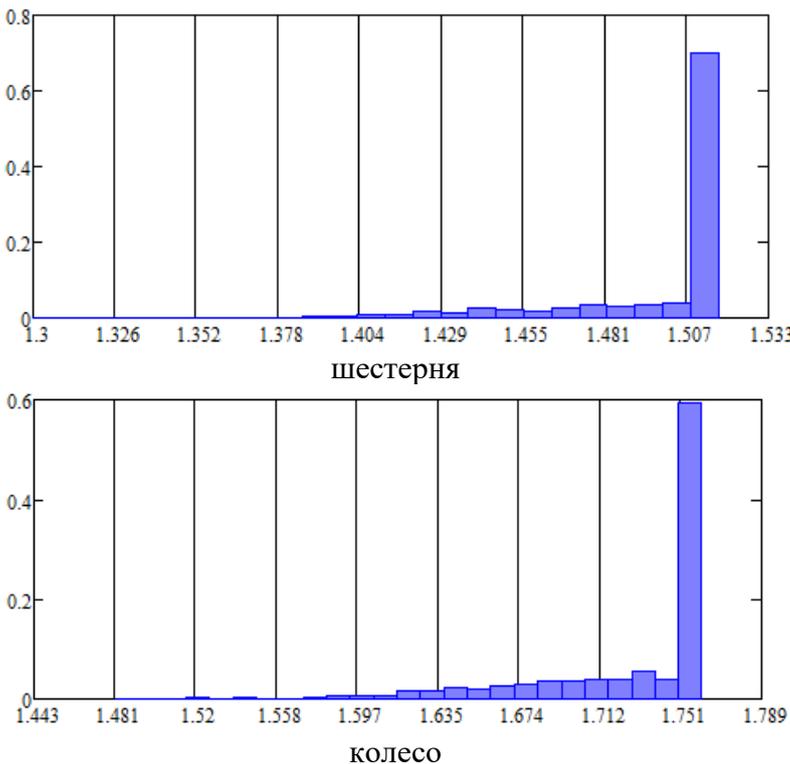
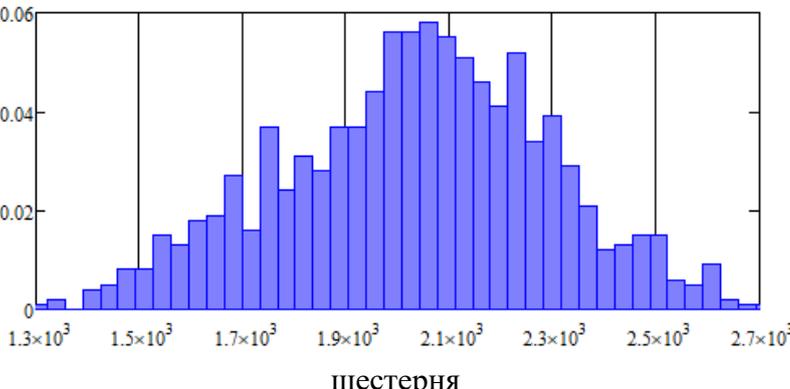
указана, т. к. в [110] представлены фактические отклонения зубьев колес, измеренные перед испытаниями.

Глубинное усталостное выкрашивание возникало при стендовых испытаниях коробки передач на стенде с замкнутым электрическим контуром, поэтому принят равновероятный режим нагружения передачи.

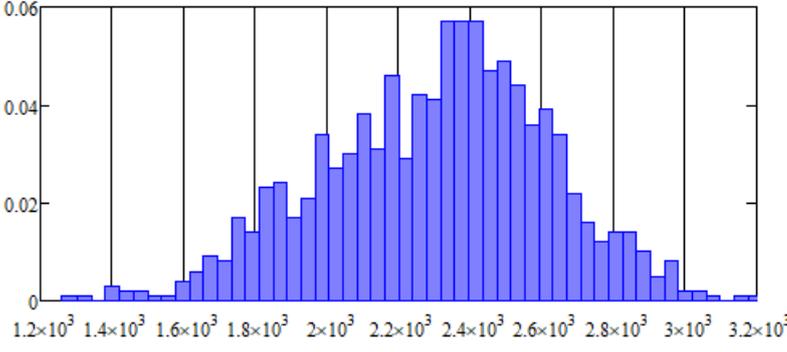
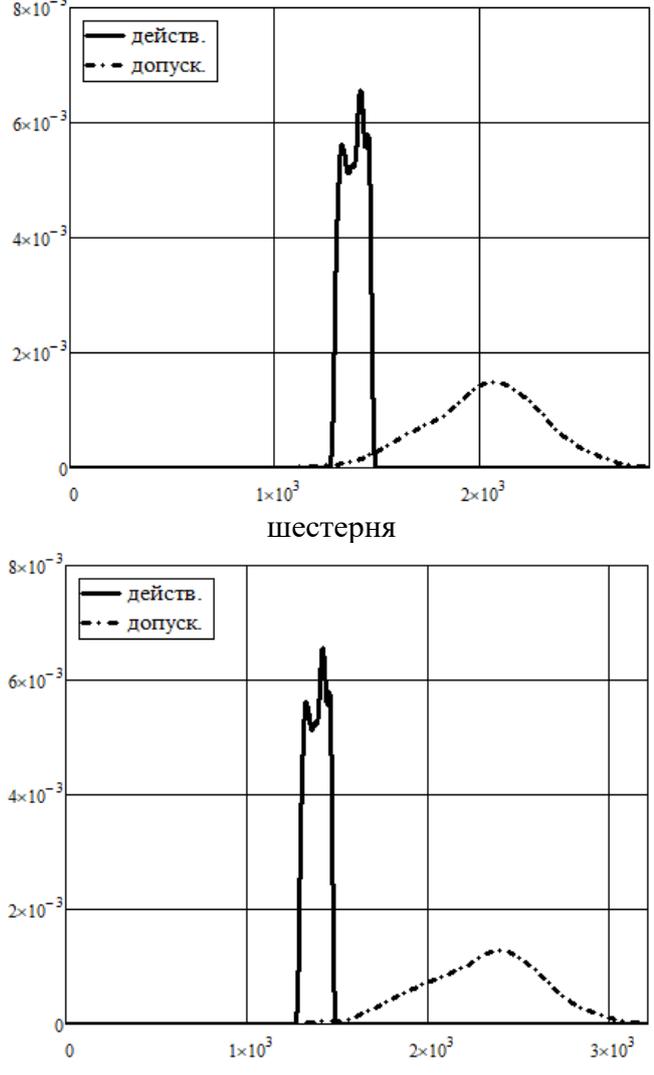
Таблица 5.3 – Результаты расчетов зубчатой передачи коробки передач трактора К-700

Параметр	Шестерня	Колесо
<b>Геометрические параметры</b>		
Число зубьев	18	18
Модуль, мм	6	
Коэффициент смещения	0,7	0,41
Угол профиля рейки, град	20	
Ширина венца, мм	90	85
Угол наклона зубьев, град	0	
Коэф. высоты головки зуба	1,0	
Коэф. радиального зазора	0,25	
Коэф. р-а переходн. кривой	0,38	
<b>Материал и характеристики упрочненного слоя</b>		
Марка стали		
Тип ХТО	нитроцементация	нитроцементация
Модуль упругости, МПа	210000	210000
Коэффициент Пуассона	0,3	0,3
Предел КВ, МПа	1386	1340
Толщина финиш. обраб., мм	0	0
$z_{eff}$ , мм	0,718	0,718
Толщина упроч. слоя, мм	1,2	1,2
$H_{max}$ , HV	750	700
Твердость поверхности, HV	750	750
$H_{eff}$ , HV	540	523
Твердость сердцевины, HV	360	360
<b>Качество передачи</b>		
Степень точности	-	-
Шероховатость зуба, мкм	2	2
<b>Условия эксплуатации</b>		
Ном. крутящий момент, Н·м	3550	-
Частота вращения, об/мин	855	-
Ресурс передачи, час	192	
Вязкость масла (40°), мм <sup>2</sup> /с	300	
<b>Расчет геометрических параметров зубчатой передачи</b>		
Угол зацепления, рад	24,449	
Межосевое расстояние, мм	192	
Делительный диаметр, мм	108	264
Диаметр вершин зубьев, мм	127,1	279,6

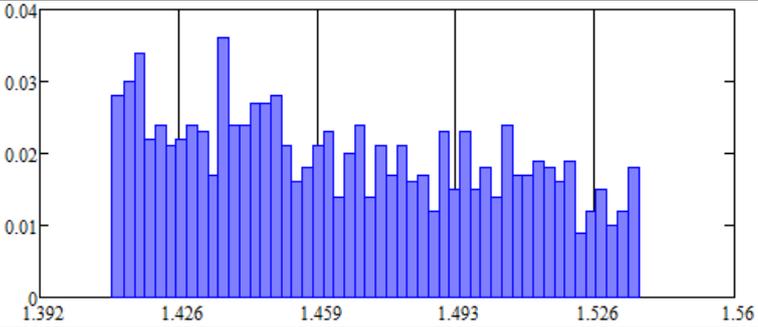
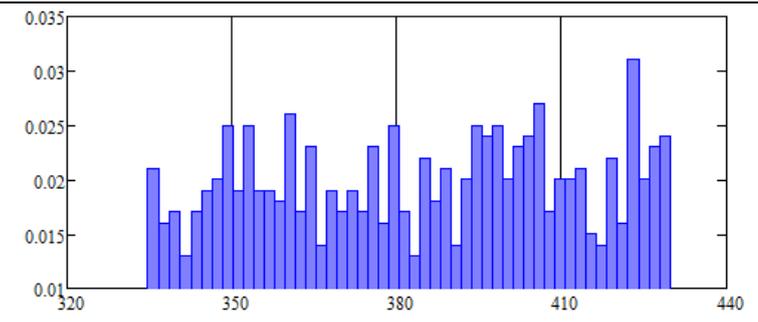
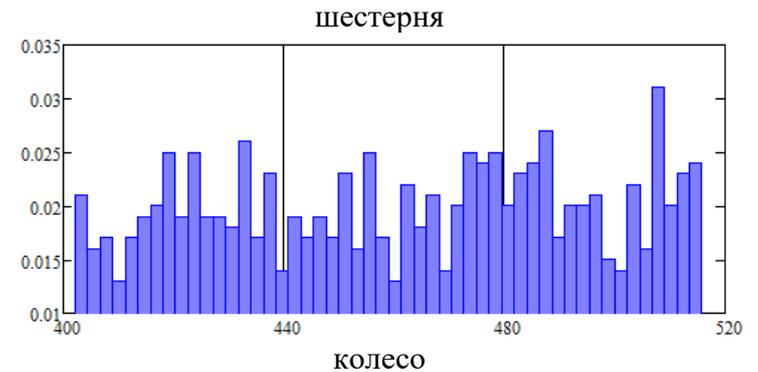
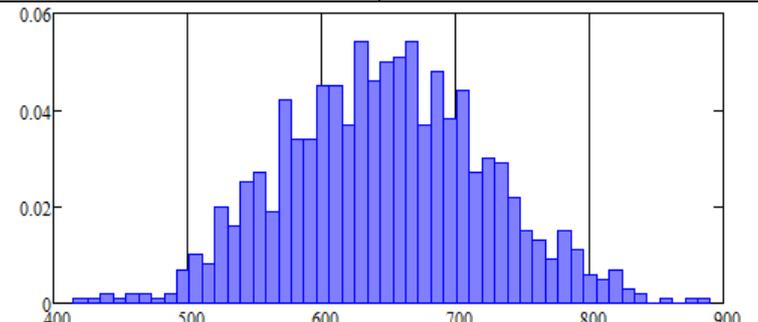
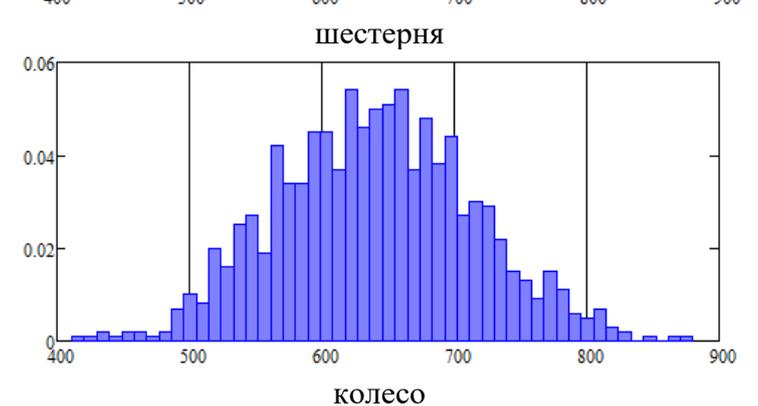
Диаметр впадин зубьев, мм	101,4	253,92
Коэф. торцового перекрытия	1,313	
Коэф. сум. перекрытия	1,313	
Ширина зуба, мм	13,107	12,829
Р-с переходной кривой, мм	2,298	2,334
<b>Расчет погрешностей зубчатых колес</b>		
$F_{\beta}$ , мкм	40	60
$F_{\alpha T}$ , мкм	45	60
$f_{pb}$ , мкм	40	50
<b>Расчет кинематических характеристик</b>		
Окружная скорость, м/с	4,83491	
Окружное усилие, Н		
<b>Расчет ВБР по критерию КВ</b>		
Жесткость зуба, Н/(мм·мкм)	13,69058	
Силовой перекосяк, мкм		
$f_{kz}$ , мкм	25	
Коэф. нагрузки		
Произв. коэф. $Z_H, Z_E, Z_{\epsilon}$	404,833	

<p>Фактические КН, МПа</p>		
<p>Число циклов нагружения</p>	<p><math>9,85 \cdot 10^6</math></p>	<p><math>4,029 \cdot 10^6</math></p>
<p>Коэф. долговечности</p>		
<p>Произв. коэфф.: <math>Z_R, Z_V, Z_L, Z_X</math></p>	<p>0,8645</p>	<p>0,8645</p>
<p>Допускаемые КН, МПа</p>		

Продолжение таблицы 5.3

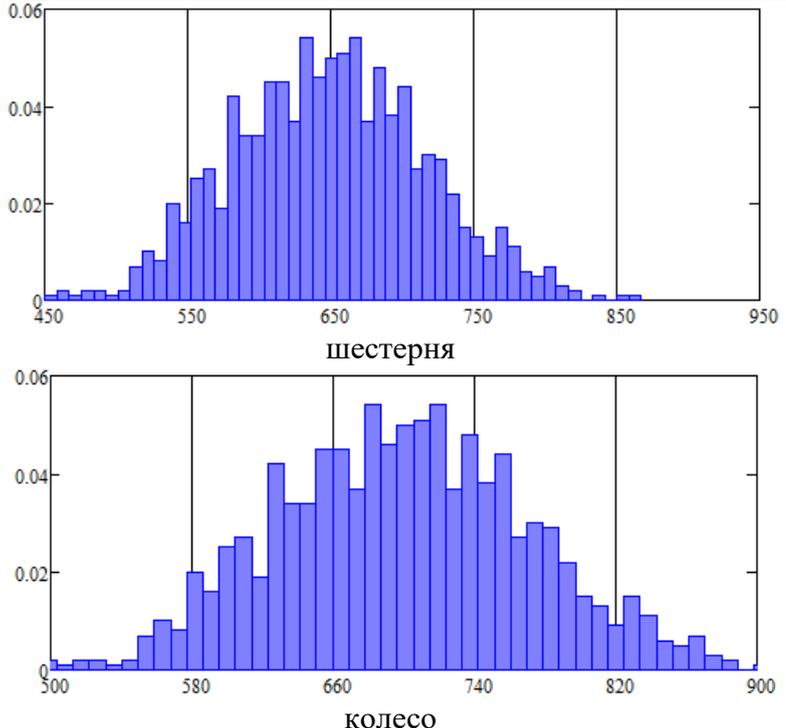
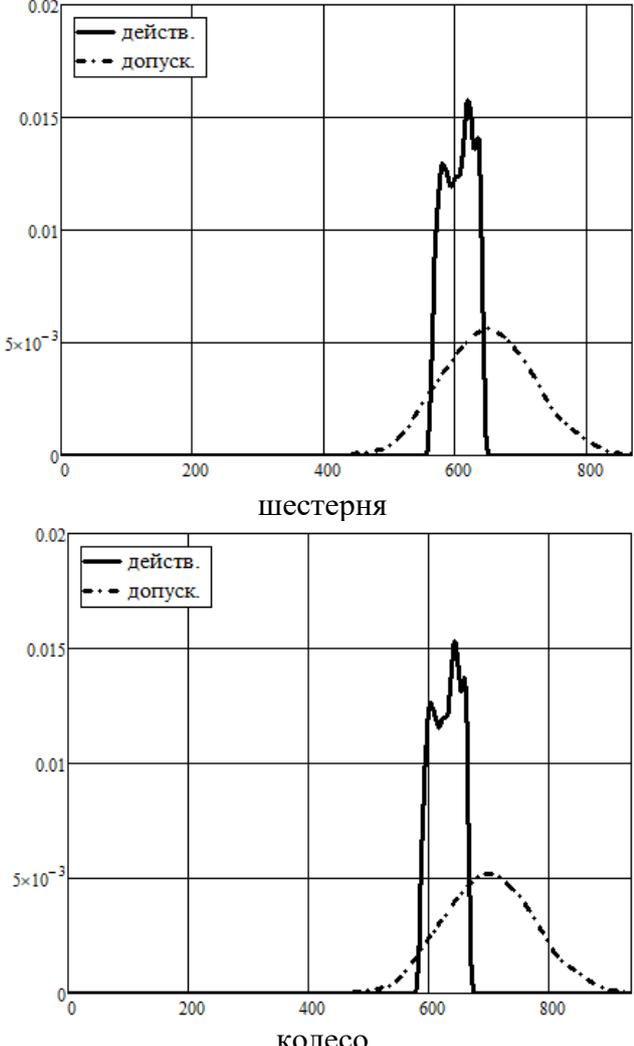
<p>Допускаемые КН, МПа</p>	 <p style="text-align: center;">КОЛЕСО</p>	
<p>ФПР действующих и допускаемых КН</p>	 <p style="text-align: center;">шестерня</p> <p style="text-align: center;">КОЛЕСО</p>	
<p>ВБР, %</p>	<p>98,410</p>	<p>99,575</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ИВ</b></p>		
<p>Произв. коэф. <math>Y_{FS}, Y_{\beta}, Y_{\epsilon}</math></p>	<p>2,503</p>	<p>2,840</p>

Продолжение таблицы 5.3

<p>Коэффициент нагрузки</p>		
<p>Действующие ИН, МПа</p>	<p style="text-align: center;">шестерня</p>  <p style="text-align: center;">колесо</p> 	
<p>Предел ИН зуба, МПа</p>	647,5	640,1
<p>Коэф. долговечности</p>	1	1
<p>Допускаемые ИН, МПа</p>	<p style="text-align: center;">шестерня</p>  <p style="text-align: center;">колесо</p> 	

<p>ФПР действующих и допускаемых ИН</p>	<p>шестерня</p> <p>колесо</p>	
<p>ВБР, %</p>	<p>99,956</p>	<p>98,629</p>
<p><b>Расчет ВБР по критерию ГКВ</b></p>		
<p>Произв. коэф. <math>K_1, K_2, K_4</math></p>	<p>1,796</p>	<p>1,796</p>
<p>Параметр дефектности</p>	<p>0,7</p>	<p>0,7</p>
<p>Коэф. долговечности</p>	<p>1,001</p>	<p>1</p>
<p>Коэф. запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>	<p>шестерня</p>	

<p>Коэф. запаса глубинной прочности по глубине зуба</p>		
<p>Расчетная координата z, мм</p>	<p>0,2</p>	<p>0,2</p>
<p>Интенсивность напряжений, МПа</p>		
<p>Параметр пластичности</p>	<p>0,753</p>	<p>0,788</p>
<p>Эн, МПа</p>		

<p>Допускаемые ЭН, МПа</p>		
<p>ФПР ЭН и допускаемых ЭН</p>		
<p>ВБР, %</p>	<p>72,500</p>	<p>81,660</p>

Результаты расчетов показывают наиболее вероятным отказ нитроцементованной зубчатой передачи вследствие глубинного усталостного разрушения шестерни (72,500%), что соответствует опытным данным. Зубчатое колесо также подвергнуто высокой вероятности глубинного усталостного разрушения (81,660%).

На рис. 5.6 и 5.7 представлены ФПР действующих и допускаемых ЭН на глубине  $z=0,98$ .

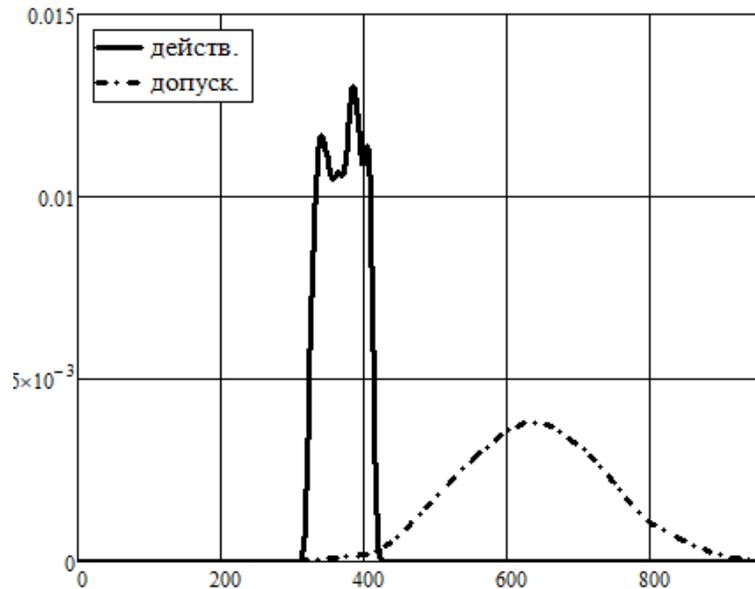


Рисунок 5.6 – ВБР шестерни по критерию ГКВ: 99,512%

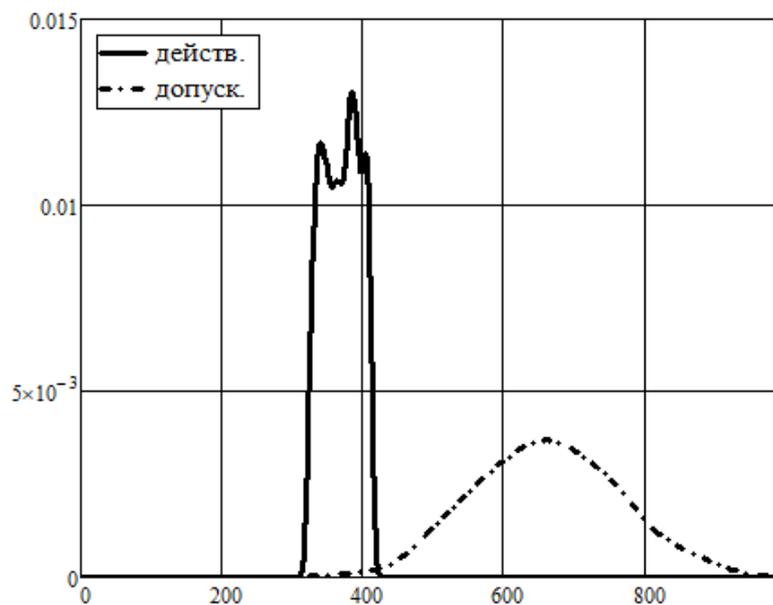


Рисунок 5.7 – ВБР шестерни по критерию ГКВ 99,670%

По полученным графикам запаса глубинной прочности зуба (Таблица 5.3) видно, что на глубине  $z=0,98$  находится вторая зона риска как у шестерни, так и у

колеса. Вторая зона риска находится за эффективной толщиной упрочненного слоя, где разброс значений твердости может достигать 150 HV [35]. Поэтому закон распределения случайной величины допускаемых ЭН имеет большой коэффициент вариации после эффективной толщины упрочненного слоя, ввиду чего и была определена ВБР во второй зоне риска.

### Выводы

1. Выполнен расчет ВБР нитроцементованной зубчатой цилиндрической передачи редуктора ПВГ-2000Р. Результаты расчетов показывают, что наиболее вероятным отказом является усталостная поломка зуба колеса (85,013%), что соответствует опытным данным.

2. На примере расчета ВБР нитроцементованной зубчатой цилиндрической передачи редуктора ПВГ-2000Р подтверждена необходимость учета силового перекоса, заданного выборкой, функционально связанной с величиной передаваемого крутящего момента.

3. Выполнен расчет ВБР цементованной зубчатой цилиндрической передачи редуктора механизма хода экскаватора ЭКГ-5А (2-я ступень). Результаты расчетов показывают, что наиболее вероятным отказом является питтинг рабочей поверхности шестерни (85,525%), что соответствует опытным данным.

4. На примере расчета цементованной зубчатой цилиндрической передачи редуктора механизма хода экскаватора ЭКГ-5А (2-я ступень) выявлено, что результаты расчетов ВБР по критерию КВ при принятии среднего значения допускаемых КН шестерни и колеса для восстановления ФПР допускаемых КН (классический подход) могут давать не корректные результаты.

5. Выполнен расчет ВБР нитроцементованной зубчатой цилиндрической передачи коробки передач трактора К-700. Результаты расчетов показывают, что наиболее вероятным является отказ вследствие глубинного усталостного разрушения шестерни (72,500%), что соответствует опытным данным.

6. Результаты верификации подтвердили корректность усовершенствованного подхода к расчету ВБР по различным критериям работоспособности цилиндрических передач с поверхностно-упрочненными зубьями.

## Заключение

В процессе выполненного диссертационного исследования получены следующие результаты:

1. В результате анализа критериев работоспособности поверхностно-упрочненных цилиндрических передач впервые было предложено выполнять вероятностную оценку надежности по шести критериям: поломка зубьев шестерни и колеса, потеря контактной прочности поверхности зубьев шестерни и колеса, потеря глубинной контактной прочности поверхности зубьев шестерни и колеса.

2. Улучшена методика расчета ВБР зубчатых цилиндрических передач по критерию КВ, которая в отличие от существующих методик, учитывает случайный характер силового перекоса в зацеплении при эксплуатации передачи, что позволяет более корректно оценить надежность зубчатых цилиндрических передач.

3. Улучшена методика расчета ВБР зубчатых цилиндрических передач по критерию ИВ, которая отличается от существующих методик тем, что:

- позволяет рассчитывать предел ИВ по параметрам упрочненного слоя;
- учитывает случайный характер силового перекоса в зацеплении при эксплуатации передачи.

Отличия повышают точность расчета надежности поверхностно-упрочненных зубчатых цилиндрических передач и делают методику пригодной для расчета передач с любыми параметрами упрочненного слоя.

4. Выявлено, что на результаты расчетов ВБР по критерию КВ и ИВ влияет не только закон распределения передаваемого крутящего момента, но и закон распределения коэффициента концентрации КН и ИН, функционально связанный с передаваемой нагрузкой и углом перекоса в зацеплении, являющейся суммой двух случайных величин: технологического угла перекоса в зацеплении, и угла перекоса в зацеплении, вызванного деформацией элементов передачи от воздействия передаваемой нагрузки (силового перекоса).

5. Разработана методика расчета ВБР поверхностно-упрочненных зубчатых колес по критерию ГКВ. В результате впервые была оценена ВБР зубчатой цилиндрической передачи по критерию ГКВ. Отличительные особенности разработанной методики:

- учитываются различие характеристик разброса твердости по глубине упрочненного зуба слоя;
- применение аппарата параметрической статистики позволяет оценивать надежность зубчатой передачи не зависимо от закона распределения КН в зацеплении при эксплуатации передачи.

6. Разработан единый программный комплекс «Проверочный расчет цилиндрических передач» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2022660757) по созданным методикам расчета ВБР по различным критериям, который используется в учебном процессе кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности» Тюменского индустриального университета. Кроме того, созданные методики применены при оценке прочностной надежности передач приводов машин на предприятии.

7. Выполненная верификация программного комплекса «Проверочный расчет цилиндрических передач» по данным отказов поверхностно-упрочненных цилиндрических передач, подтвердила достоверность результатов расчетов по разработанным методикам.

**Перечень сокращений**

ВБР	Вероятность безотказной работы
ГКН	Глубинные контактные напряжения
ГКВ	Глубинная контактная выносливость
ИВ	Изгибная выносливость
ИН	Изгибные напряжения
КВ	Контактная выносливость
КН	Контактные напряжения
МКЭ	Метод конечных элементов
МНС	Методы непараметрической статистики
ФПР	Функция плотности распределения
ЭН	Эквивалентные напряжения
CAD	Computer-aided design
CAE	Computer-aided engineering

### Список литературы

1. Острейковский В. А. Теория надежности : учебник для ВУЗов / В. А. Острейковский. – Изд. 2-е, испр.. – Москва : Высш. шк., 2008. – 464 с. – ISBN 978-5-06-005954-0. – Текст : электронный.
2. Решетов, Д. Н. Надежность машин: учебн. пособие для машиностр. спец. вузов / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев; под ред. Д. Н. Решетова. – Москва: Высш. шк., 1988. – 238 с. – Текст : непосредственный.
3. Болотин, В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В. В. Болотин. – Москва : Машиностроение, 1984. – 312 с. – Текст : непосредственный.
4. Капур, К. Надежность и проектирование систем : пер. с англ. / К. Капур, Л. Ламберсон.– Москва : Мир, 1980. – 604 с. – Текст : непосредственный.
5. Когаев, В. П. Прочность и износостойкость деталей машин: учеб. пособие / В. П. Когаев, Ю. Н. Дроздов. – Москва : Высш.шк., 1991. – 319 с. – Текст : непосредственный.
6. Почтенный, Е. К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости машин / Е. К. Почтенный. – Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с. – Текст : непосредственный.
7. Серенсен, С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, В.М. Шнейдерович. – Москва : Машиностроение, 1975. – 488 с. – Текст : непосредственный.
8. Снесарев, Г. А. Расчет редукторов на надежность / Г. А. Снесарев. – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 1982. – №4. – С. 39-43.
9. Снесарев, Г. А. Расчет редукторов на надежность / Г. А. Снесарев. – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 1982. – №7. – С.45-48.
10. Cherniavsky, O. F. Stability of the low-cycle deformation of structures / O. F. Cherniavsky. – Текст : электронный // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 150. – С. 117-120.
11. Naugen, E. B. Probabilistic mechanical design / E. B. Naugen. – The university of Arizona, Tuscon, Arizona, 1974. – Текст : электронный.
12. Сызранцева, К. В. Совершенствование методологии оценки нагруженности и надежности деталей машин на основе учета особенностей их эксплуатационного деформирования : специальность 05.02.02 «Машиноведение,

системы приводов и детали машин» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Сызранцева Ксения Владимировна. – Тюмень, 2018. – 281 с. – Текст : непосредственный.

13. Руденко, С. П. Контактная усталость зубчатых колес трансмиссий энергонасыщенных машин / С. П. Руденко, А. Л. Валько. – Минск : "Белорусская наука", 2014. – 127 с. – ISBN 978-985-08-1694-8. – Текст : электронный.

14. Лобачев, А. А. Исследование нагруженности элементов редуктора системы верхнего привода : специальность 05.02.02 «Машиноведение, системы приводов и детали машин» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Лобачев Александр Александрович. – Санкт-Петербург, 2017. – 166 с. – Текст : электронный.

15. Вулгаков, Э. Б. Авиационные зубчатые передачи и редукторы : Справочник / Э. Б. Вулгаков. – Москва : Машиностроение, 1981, – 347 с. – Текст : непосредственный.

16. Заблонский, К. И. Зубчатые передачи / К. И. Заблонский // Киев : Техніка, 1976. – 208 с. – Текст : непосредственный.

17. Кудрявцев, В. Н. Детали машин / В. Н. Кудрявцев // Ленинград: Машиностроение, 1980. – 464 с. – Текст : непосредственный.

18. Гавриленко, В. А. Зубчатые передачи в машиностроении / В. А. Гавриленко. – Москва : Машгиз, 1962. – 531 с. – Текст : непосредственный.

19. Петрусевич, А. И. Контактная прочность деталей машин / А. И. Петрусевич. – Москва : Машиностроение, 1969. – 64 с. – Текст : непосредственный.

20. Часовников, Л. Д. Передачи зацеплением (зубчатые и червячные) / Л. Д. Часовников. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – Москва : Машгиз., 1969. – 486 с. – Текст : непосредственный.

21. Гинзбург, Е. Г. Зубчатые передачи: Справочник / Е. Г. Гинзбург, Н. Ф. Голованов, Н. Б. Фирун, Н. Т. Халебский; под общ. ред. Е.Г.Гинзбурга. – [2-е изд.] – Ленинград : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. – 416 с. – Текст : непосредственный.

22. Проектирование механических передач: учебно-справочное пособие для вузов / С. А. Чернавский, Г. А. Снесарев, Б. С. Козинцов [и др.]. – [5-е изд.,

перераб. и доп.]. – Москва: Машиностроение, 1984. – 560 с. : ил. – Текст : непосредственный.

23. Тескер, Е. И. Современные методы расчета и повышения несущей способности поверхностно-упрочненных зубчатых передач трансмиссий и приводов / Е. И. Тескер. – Москва : Машиностроение, 2011. – 434 с. – Текст : непосредственный.

24. Голофаст, С. Л. Диагностика работоспособности передач Новикова датчиками деформаций интегрального типа / С. Л. Голофаст. – Новосибирск: Наука, 2004. – 163 с. – Текст : непосредственный.

25. Lang, O. The dimensioning of complex steel members in the range of endurance strength and fatigue life / O. Lang. – Текст : электронный // Z. FuerWerkst. – 1979. – №10. – С. 24–29.

26. MackAldener, M. Tooth Interior Fatigue Fracture – computational and material aspects / M. MackAldener, M. Olsson. – Текст : электронный // International Journal of Fatigue. – 2001. – №23. – С. 329–340.

27. Короткин, В. И. Зубчатые передачи Новикова. Достижения и развитие. / В. И. Короткин, Н. П. Онишков, Ю. Д. Харитонов. – Москва : Изд-во «Машиностроение-1», 2007. – 384 с. – Текст : электронный.

28. Короткин, В. И. К оценке глубинной контактной выносливости эвольвентных зубчатых передач с поверхностно упрочненными зубьями / В. И. Короткин, Н. П. Онишков. – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 2008. – №5. – С. 9-14.

29. Онишков, Н. П. К оценке контактно-усталостной долговечности химико-термоупрочненных зубчатых колес / В. И. Короткин, Н. П. Онишков. – Текст : непосредственный // Вестник ДонГТУ. – 2017. – №3(90). – С. 5-13.

30. Гальпер, Р. Р. Редукторы энергетических машин / Р. Р. Гальпер. – Ленинград : Машиностроение. 1986. 125 с. – Текст : непосредственный.

31. Лебедев, С. Ю. Анализ методик расчета глубинной контактной выносливости / С. Ю. Лебедев // Омский научный вестник. – 2022. – № 2(182). – С. 43-47. – DOI 10.25206/1813-8225-2022-182-43-47. – Текст : непосредственный.

32. Большакова, М. Ю. Исследование влияния состава и структуры упрочненного поверхностного слоя на долговечность тяжело нагруженных

зубчатых колес : специальность 05.16.09: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Большакова Марина Юрьевна. – Пермь, 2011. – 151 с. – Текст : электронный.

33. Sharma, V. A. Parey. Gearbox fault diagnosis using RMS based probability density function and entropy measures for fluctuating speed conditions / V. Sharma, A. Parey. – Текст : электронный // Structural Health Monitoring. – 2016. – С. 1-14.

34. Решетов, Д. Н. Работоспособность и надежность деталей машин: учебное пособие / Д. Н. Решетов. – Москва : Высшая школа, 1974. – 206 с. – Текст : непосредственный.

35. РТМ 24.090.25-76. Краны грузоподъемные. Расчет вероятности безотказной работы элементов. – Москва : ВНИИПТмаш, 1976. – 37 с. – Текст : электронный.

36. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность / – Москва : Изд-во стандартов, 1988. – 125 с. – Текст : электронный.

37. Ognjanovic, M. Design for Reliability Based Methodology for Automotive Gearbox Load Capacity Identification / M. Ognjanovic, M. Milutinovic. – Текст : электронный // Journal of Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 59 (5), – P. 311-322.

38. Dynamic analysis of the drive train of a wind turbine based upon the measured load spectrum / C. Zhu, Sh. Chen, H. Liu, [и др.]. – Текст : электронный // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2014. – Vol. 28 (6). – С. 2033-2040. – DOI: 10.1007/s12206-014-0403-0.

39. Сызранцев, В. Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики / В. Н. Сызранцев, Я. П. Невелев, С. Л. Голофаст. – Новосибирск : Наука, 2008. – 216 с. – Текст : непосредственный.

40. Kendall, D. G. Some problems in the theory of queues / D. G. Kendall. – Текст : непосредственный // Journ. Roy. Stat. Soc.– 1951. – Vol. 13. – P. 151–185.

41. Гуревич, Д. Ф. Расчет и конструирование трубопроводной арматуры / Д. Ф. Гуревич. – Москва; Ленинград : Машиностроение, 1964. – 832 с. – Текст : непосредственный.

42. Wilcoxon, F. Individual comparisons by ranking methods / F. Wilcoxon. – Текст : непосредственный // Biometrics. – 1945. – Vol. 1. – P. 80–83.

43. Богданов, Дж. Вероятностные модели накопления повреждений. Пер. с англ / Дж. Богданов, Ф. Козин. – Москва : Мир, 1989. – 344 с. – Текст : непосредственный.
44. Махутов, Н. А. Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов / Н. А. Махутов, В. Н. Пермяков. – Новосибирск : Наука, 2005. – 516 с. – Текст : непосредственный.
45. Симахин, В. А. Непараметрическая статистика: учебное пособие / В. А. Симахин. – Курган : Изд-во Курган. ун-та, 2004. – Ч. 1: Теория оценок. – 207 с. – Текст : непосредственный.
46. Степнов, М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний / М. Н. Степнов. – Москва : Машиностроение, 1985. – 232 с. – Текст : непосредственный.
47. Белобородов, А. В. Оценка надежности трубопроводной арматуры / А. В. Белобородов. – Текст : электронный // ANSYS Solution. – 2006. – №1. – С. 4-6.
48. ISO 6336-2:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 2: Calculation of surface durability (pitting). – Switzerland : ISO, 2019. – 36 p. – Текст : электронный.
49. ANSI/AGMA 2101-D04. Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. – AGMA, 2004. – 56 p. – Текст : электронный.
50. Сызранцева, К.В. Расчет прочностной надежности деталей машин при случайном характере внешних нагрузок / К. В. Сызранцева. – Тюмень : ТюмГНГУ, 2011. – 92 с. – Текст : непосредственный.
51. Руководство Р.007-2004. Расчет зубчатых передач на прочность. – Москва : Российский речной регистр, 2005. – 91 с.
52. ISO 6336-1:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors. – Switzerland: ISO, 2019. – 109 p. – Текст : электронный.
53. ANSI/AGMA 2015-1-A01. Accuracy Classification System – Tangential Measurements for Cylindrical Gears. – Virginia : AGMA, 2002. – 44 p. – Текст : электронный.

54. ГОСТ ISO 1328-1-2017. Передачи зубчатые цилиндрические. Система ISO. Классификация допусков на боковые поверхности зубьев. – Москва : Стандартинформ, 2018. – 48 с. – Текст : электронный.

55. Babichev, D. T. Calculation of tooth profile radiuses of curvature into line of contact parameters / D. T. Babichev, D. A. Babichev, S. Y. Lebedev. – Текст : непосредственный // The 10<sup>th</sup> ISMIDE (KOD 2018). –2018.

56. Babichev, D. T. Theoretical fundamentals of spur and helical gear synthesis based on assignment of meshing lines at face section / D. T. Babichev, S. Y. Lebedev, D. A. Babichev. – Текст : непосредственный // International Review of Mechanical Engineering (IREME). – 2018. – Vol. 12. – №9. – P. 762-770.

57. ISO 6336-5:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 5: Strength and quality of materials / – Switzerland : ISO, 2019. – 52 p. . – Текст : электронный.

58. ISO 6336-30:2017 Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 30: Calculation examples for the application of ISO 6336 part 1,2,3,5 / – Switzerland : ISO, 2017. – 68 p. – Текст : электронный.

59. Анурьев, В. И. Справочник конструктора-машиностроителя: В 3 т. Т. 3 / Анурьев В.И. – 8-е изд. – М.: Машиностроение, 2001. – 677 с. – Текст : непосредственный.

60. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022660757 РФ. Проверочный расчет цилиндрических передач : № 2022619410 ::опубл. 08.06.2022 / В. Н. Сызранцев, С. Ю. Лебедев, К. В. Сызранцева; ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет». – Текст : непосредственный.

61. Сызранцев В. Н. Синтез зацеплений цилиндрических передач с локализованным контактом : специальность 05.02.18 «Теория механизмов и машин» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Владимир Николаевич Сызранцев. – Курган, 1989. – 429 с. – Текст : непосредственный.

62. Tsai, S.-J. A computerized approach for loaded tooth contact analysis of planetary gear drives considering relevant deformations / S.-J. Tsai, S.-Y. Ye. – Текст : электронный // Mechanism and Machine Theory. – 2018. – Т. 122. – P. 252-278.

63. О методах оценки несущей способности цилиндрических зубчатых передач / В. Н. Кудрявцев, Д. Н. Решетов, И. С. Кузьмин, А. Л. Филипенков. – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 1989. – №9. – С. 29-36.

64. Тимошенко, С. П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений / С. П. Тимошенко ; [пер с англ. Контовта В. И.]. – Москва: ГИТТЛ, 1957. – 537 с. – Текст : электронный.

65. ISO 6336-3:2019. Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 3: Calculation of tooth bending strength. – Switzerland : ISO, 2019. – 52 p. – Текст : электронный.

66. AGMA 908-B89. Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth. – Virginia : AGMA, 2020. – 79 p. – Текст : электронный.

67. Брагин, В. В. Показатели изгибной прочности и жёсткости зубьев цилиндрических прямозубых колёс / В. В. Брагин, Д. Н. Решетов, Н. Н. Маурин – Текст : непосредственный // Вестник машиностроения. – 1987. - № 11. – С. 29-31.

68. Тимофеев, Б. П. Влияние распределения нагрузки по длине контактных линий на величину максимального напряжения / Б. П. Тимофеев, А. И. Кириченко. – Текст : электронный // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2006. – № 31. – С. 255-258.

69. Антонов, А. В. Расчет изгибных и контактных напряжений зубчатых колес с несимметричным профилем зуба методом конечных элементов / А. В. Антонов, Г. А. Гладышев. – Текст : электронный // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2008. – № 48. – С. 160-167.

70. Дорофеев, В. Л. Результаты приложения теории аналитических функций к высокоточному расчёту напряжённо-деформированного состояния зубьев зубчатых передач / В. Л. Дорофеев. – Текст : электронный // Известия МГТУ МАМИ. – 2015. – Т. 4. – № 3(25). – С. 78-83.

71. Смагулова, А. С. Расчет зубчатых передач с применением конечно-элементного анализа в рамках пакета ANSYS WB / А. С. Смагулова, А. М. Кияшова. – Текст : электронный // Наука и техника Казахстана. – 2018. – № 3. – С. 39-47.

72. Шелковой, А. Н. Обеспечение эксплуатационных свойств закаленных зубчатых колес / А. Н. Шелковой, А. А. Ключко, М. И. Гасанов – Текст : электронный // Вестник современных технологий. – 2017. – № 4(8). – С. 61-70.

73. Плешанова, Ю. А. Моделирование остаточных напряжений в деталях машин : специальность 05.02.02 «Машиноведение, системы приводов и детали машин» : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Плешанова Юлия Андреевна. – Санкт-Петербург, 2016. – 22 с. – Текст : электронный.

74. Фуентес, А. IGD: оптимальный инструмент для современного проектирования зубчатых передач / А. Фуентес, И. Гонзалес-Перез, Ф. Санчес-Марин, Д. Исерте. – Текст : электронный // Теория и практика зубчатых передач. – Ижевск: ФГБОУ ВПО "ИжГТУ имени М.Т. Калашникова". – 2014. – С. 186-192.

75. Sadek, S. New models for prediction of high cycle fatigue failure based on highly loaded regions / S. Sadek, M. Olsson. – Текст : электронный // International Journal of Fatigue. – 2014. – №66. – С. 101–110.

76. Weibull, W. A statistical theory of the strength of materials / W. Weibull. – Текст : электронный // Ingeniers Vetenskaps Akademien. – 1939. – № 151. – С. 1-45.

77. Olsson, E. Fatigue of gears in the finite life regime — Experiments and probabilistic modelling / E. Olsson, A. Olander, M. Öberg. – Текст : электронный // Engineering Failure Analysis. – 2016. – № 62. – С. 276-286.

78. Numerical methods for determining stress intensity factors vs crack depth in gear tooth roots / S. Pehan, T.K. Hellen, J. Flaskaer, S. Glodez. – Текст : электронный // International Journal of Fatigue. – 1997. – №19 (10). – С. 677-685.

79. Castillo, E. A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage / E. Castillo, A. Fernandez-Canteli. – Netherlands : Springer, 2009. – Текст : электронный.

80. Karlén, K. A probabilistic model for the entire (HCF) domain based on equivalent stress – simulations and experiments / K. Karlén, M. Olsson. – Текст : электронный // International Journal of Fatigue. – 2012. – № 36 (1). – С. 9–17.

81. Influence of the Defect Size on the Tooth Root Load Carrying Capacity / C. Brecher, C. Löpenhaus, J. Brimmers, J. Henser. – Текст : электронный // GEAR TECHNOLOGY. – 2017. – № November/December. – С. 92-100.

82. Беляев, М. С. Способ испытаний и расчетное определение предела выносливости для горизонтального участка кривой усталости / М. С. Беляев, М. А. Горбовец, Т. И. Комарова. – Текст : электронный // Авиационные материалы и технологии. – 2012. – № 3(24). – С. 50-55.

83. Филипович, С. И. Оценка циклоустойкости поверхностно-упрочненных зубьев / С. И. Филипович, В. С. Кравчук, А. М. Литвинов. – Текст : электронный // Детали машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1989. – Вып.48. – С.30-34.

84. Редукторы энергетических машин: справочник / [под ред. Державца Ю. Л.]. – Ленинград : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 232 с. – Текст : электронный.

85. Study on the gear fatigue behavior considering the effect of residual stress based on the continuum damage approach / H. He, H. Liu, C. Zhu, J. Tang. – Текст : электронный // Engineering Failure Analysis. – 2019. – №104. – С. 531–544.

86. Baydu, C. Comparison of Tooth Interior Fatigue Fracture Load Capacity to Standardized Gear Failure Modes / C. Baydu, R. Patel, P. Langlois. – Текст : электронный // Gear solutions. – 2017. – P. 47-57.

87. Effect of Surface Hardening Technique and Case Depth on Rolling Contact Fatigue Behavior of Alloy Steels / L. Xie, D. Palmer, F. Otto, [и др.]. – Текст : электронный // Tribology Transactions. – 2015. – №58. – С. 215-224.

88. Dang Van, K. On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application / K. Dang Van, B. Griveau, O. Message. – Текст : электронный // Biaxial and Multiaxial Fatigue. – 1989. – EGF 3. – С. 459–478.

89. Baydu, C. Analysis of Tooth Interior Fatigue Fracture Using Boundary Conditions from an Efficient and Accurate LTCA / C. Baydu, P. Langlois. – Текст : электронный // Gear solutions. – 2016. – P. 33-39.

90. Findley, W. N. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending / W. N. Findley. – Текст : электронный // Engineering for Industry. – November. – 1959.

91. ISO/TS 6336-4. Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears – Part. 4: Calculation of Tooth Flank Fracture Load Capacity. – ISO: Geneva, Switzerland, 2019. – 36 с. – Текст : электронный.

92. Tooth flank fracture—basic principles and calculation model for a sub-surface-initiated fatigue failure mode of case-hardened gears / I. Boiadjiev, J. Witzig, T. Tobie, K. Stahl. – Текст : электронный // Proc. of the Intern.Gear Confer. – 2014. – P. 26–28.

93. Effects of the case hardening properties on the contact fatigue of a wind turbine gear pair / L. Heli, L. Huaiju, Ph. Bocher, [и др.]. – Текст : электронный // International Journal of Mechanical Sciences. – 2018. – №4. – С. 3-24.

94. Evaluation of contact fatigue risk of a carburized gear considering gradients of mechanical properties / W. Wang, H. Liu, C. Zhu, J. Tang, Ch. Jiang. – Текст : электронный // Friction. – 2020. – №8(6). – С. 1039-1050.

95. Писаренко, Г. С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев. – Академия наук Украинской ССР: институт проблем прочности. – Киев: Изд-во «Наукова думка», 1976. – 415 с. – Текст : электронный

96. Старовойтов, Э. И. Соппротивление материалов: Учебник для вузов / Э. И. Старовойтов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 384 с. – Текст : электронный.

97. Lang, O. R. Berechnung und Auslegung induktivrand schichtgehärteter Bauteile / O. R. Lang. – Darmstadt : AWT-Tagung «Induktives Randschichthärten», 1988. – Текст : электронный.

98. Thomas, J. Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hart-feinbearbeiteten Kegelrädern. Doctoral Thesis / J. Thomas. – München : TU, 1998. – Текст : электронный.

99. Bending strength of carburized C42OH spur gear teeth / T. Tobe, M. Kato, K. Inoue, N. Takatsu., I. Morita. – Текст : электронный // JSME. – 1986. – С. 273–280.

100. Study on Tooth Interior Fatigue Fracture Failure of Wind Turbine Gears / В. Houyi, С. Zhu, Zh. Ye, [и др.]. – Текст : электронный // Metals. – 2020. – С. 1-18.

101. Лебедев, С. Ю. Оценка точности функций твердости упрочненного слоя рабочих поверхностей зубчатых передач / С. Ю. Лебедев, В. Н. Сызранцев, М. Н. Михайлова. – Текст : электронный // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2022. – Т. 25. – № 2. – С. 14-22. – DOI 10.22213/2413-1172-2022-2-14-22.

102. Лебедев, С. Ю. Анализ методик расчета зубчатых цилиндрических передач на глубинную контактную прочность / С. Ю. Лебедев. – Текст : электронный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2021. – № 3. – С. 90-97.

103. Лебедев, С. Ю. Вероятность безотказной работы зубчатых цилиндрических передач: глубинная контактная выносливость / С. Ю. Лебедев, В. Н. Сызранцев. – Текст : непосредственный // Вестник ЮУРГУ. Серия: Машиностроение. – 2022. – Т. 22. – № 2. – С. 20-32. – DOI 10.14529/engin220202.

104. Сызранцев, В. Н. Совершенствование методики расчета безотказной работы зубчатых цилиндрических передач по сопротивлению глубинным контактными напряжениям / В. Н. Сызранцев, С. Ю. Лебедев. – Текст : непосредственный // Автомобилестроение: проектирование, конструирование, расчет и технологии ремонта и производства : Материалы V Всерос. научно-практ. конф., – Ижевск: ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2021. – С. 404-409.

105. Lebedev, S.Yu. Probability estimate of the strength reliability of toothed wheel gear / S. Yu. Lebedev, V. N. Syzrantsev – Текст : электронный // Procedia Engineering. – 2023. (В печати).

106. Лебедев, С. Ю. К расчету вероятности безотказной работы зубчатых цилиндрических передач / С. Ю. Лебедев, В. Н. Сызранцев. – Текст : непосредственный // DReMS. – 2022. – № 3. – С. 13-24.

107. 10. Лебедев, С. Ю. Развитие методики проверочного расчета зубчатых цилиндрических передач / С. Ю. Лебедев, В. Н. Сызранцев. – Текст : электронный // Научная территория: технологии и инновации : мат. Межд. научно-практ. конф. Том II. – Тюмень: ТИУ, 2022. – С. 90-95.

108. Курмаз, Л. В. Детали машин. Проектирование : справочное учебно-методическое пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. – Москва : Издательство "Высшая Школа", 2004. – 300 с. – Текст : непосредственный.

109. Экскаваторы для открытых горных работ: отраслевой каталог. – Москва : НИИ информации и технико-экономических исследований по тяжелому и транспортному машиностроению, 1983. – 130 с. – Текст : электронный.

110. Зубарев, Н. И. Оптимизация качественных параметров зацепления зубчатой передачи / Н. И. Зубарев, М. П. Игдалов. – Текст : электронный // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1989. – №2. – С. 41-42.

111. Трактор «Кировец» К-700: учебник / М. Г. Пантюхин, Л. И. Безверхний, Н. А. Березин, [и др.]. – Санкт-Петербург : «Колос», 1976. – с. 304. – Текст : электронный.

## Приложение А

Исходные данные и предварительный расчет параметров передачи (Блок №1)

Таблица А.1 – Исходные данные методики проверочного расчета зубчатой передачи

Параметр	Шестерня	Колесо
Геометрические параметры		
Число зубьев	$z_1$	$z_2$
Модуль, мм	$m$	
Коэф. смещения	$x_1$	$x_2$
Угол профиля рейки, град	$\alpha$	
Ширина венца, мм	$b_1$	$b_2$
Угол наклона зубьев, град	$\beta$	
Коэф. высоты головки зуба	$h_a^*$	
Коэф. радиального зазора	$c^*$	
Коэф. радиуса кривизны переход. кривой	$\rho_f^*$	
Материал и характеристики упрочненного слоя		
Марка стали	-	-
Тип химико-термической обработки	-	-
Модуль упругости, МПа	$E_1$	$E_2$
Коэффициент Пуассона	$\nu_1$	$\nu_2$
Предел контактной выносливости, МПа	$\sigma_{Hlim1}$	$\sigma_{Hlim2}$
Толщина финишной обработки зуба, мм	$z_{max1}$	$z_{max2}$
Толщина эффект. упрочненного слоя, мм	$z_{eff1}$	$z_{eff2}$
Толщина упрочненного слоя, мм	$\delta_{c1}$	$\delta_{c2}$
Макс. твердость упрочненного слоя, HV	$H_{max1}$	$H_{max2}$
Твердость поверхности, HV	$H_{\Pi 1}$	$H_{\Pi 2}$
Эффект. твердость упрочнен. слоя, HV	$H_{eff1}$	$H_{eff2}$
Твердость сердцевины, HV	$H_{C1}$	$H_{C2}$
Качество передачи		
Степень точности (по ГОСТ ISO 1328-1)	$A_1$	$A_2$
Шероховатость раб. поверхности, мкм	$Ra_1$	$Ra_2$
Условия эксплуатации		
Крутящий момент на валу шестерни, Н·м	$T_1$	-
Частота вращения шестерни, об/мин	$n_1$	-
Ресурс передачи, час	$L_h$	
Вязкость масла при 40°, мм <sup>2</sup> /с	$\nu_{40}$	

### А.1 Расчет геометрических параметров зубчатой передачи

Коэффициент суммарного смещения:

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2. \quad (\text{A. 1})$$

Угол профиля зуба, рад:

$$\alpha_t = \text{atan} \left( \frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)} \right). \quad (\text{A. 2})$$

Угол зацепления, рад:

$$\text{inv}(\alpha_w) = \frac{2x_{\Sigma} \tan(\alpha_t)}{z_1 + z_2} + \tan(\alpha_t) - \alpha_t. \quad (\text{A. 3})$$

Межосевое расстояние, мм:

$$a_w = \frac{(z_1 + z_2)m \cos(\alpha_t)}{2 \cos(\alpha_w) \cos(\beta)}. \quad (\text{A. 4})$$

Делительный диаметр, мм:

$$d = \frac{zm}{\cos(\beta)}. \quad (\text{A. 5})$$

Основной диаметр, мм:

$$d_b = d \cos(\alpha_t). \quad (\text{A. 6})$$

Делительное межосевое расстояние, мм:

$$a = \frac{(z_1 + z_2)m}{2}. \quad (\text{A. 7})$$

Коэффициент воспринимаемого смещения:

$$y = \frac{a_w - a}{m}. \quad (\text{A. 8})$$

Коэффициент уравнительного смещения:

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y. \quad (\text{A. 9})$$

Диаметр вершин зубьев, мм:

$$d_a = d + 2m(h_a^* + x - \Delta y). \quad (\text{A. 10})$$

Диаметр впадин зубьев, мм:

$$d_f = d - 2m(h_a^* + c^* - x). \quad (\text{A. 11})$$

Коэффициент торцового перекрытия:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1 \tan\left(\arccos\left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}}\right)\right) + z_2 \tan\left(\arccos\left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}}\right)\right) - (z_1 + z_2)\tan(\alpha_w)}{2\pi}. \quad (\text{A. 12})$$

Коэффициент осевого перекрытия:

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b_1 \sin(\beta)}{\pi m}. \quad (\text{A. 13})$$

Коэффициент суммарного перекрытия:

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}. \quad (\text{A. 14})$$

Основной угол наклона, рад:

$$\beta_b = \arcsin(\sin(\beta) \cos(\alpha)). \quad (\text{A. 15})$$

Передачное отношение:

$$u = z_1/z_2. \quad (\text{A. 16})$$

Длина хорды зуба по делительной окружности, мм:

$$s_w = 0,5d \sin\left(\frac{\pi}{z}\right). \quad (\text{A. 17})$$

Высота зуба, мм:

$$h_t = 0,5(d_f - d_a). \quad (\text{A. 18})$$

Ширина зуба в опасном сечении, мм:

$$s_{Fn} = \left[ z_n \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \sqrt{3} \left( \frac{G}{\cos(\theta)} - \rho_f^* \right) \right] m; \quad (\text{A. 19})$$

$$\theta - 2 \frac{G}{z_n} \tan(\theta) + H = 0; \quad (\text{A. 20})$$

$$G = \rho_f^* - h_a^* + x; \quad (\text{A. 21})$$

$$H = \frac{2}{z_n} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{E}{m} \right) - \frac{\pi}{3}; \quad (\text{A. 22})$$

$$E = \frac{\pi}{4} m - h_a^* m \tan(\alpha) - (1 - \sin(\alpha)) \frac{\rho_f^* m}{\cos(\alpha)}. \quad (\text{A. 23})$$

Радиус кривизны переходной кривой, мм:

$$\rho_F = m \left[ \rho_f^* + \frac{2G^2}{\cos(\theta) (z_n \cos^2(\theta) - 2G)} \right]. \quad (\text{A. 24})$$

Полуширина площадки контакта, мм:

$$b_H = \sqrt{4\sigma_H^2 \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^2 \rho_\Sigma^2}. \quad (\text{A. 25})$$

#### А.2 Конвертация единиц твердости

Конвертация един твердости по Бринеллю в единицы твердости по Виккерсу:

$$HV = 0,0017HB^2 + 0,0192HB + 141,75. \quad (\text{A. 26})$$

Конвертация един твердости по Роквеллу в единицы твердости по Виккерсу:

$$HV = 0,3139HRC^2 - 12,047HRC + 345,13. \quad (\text{A. 27})$$

#### А.3 Расчет погрешностей зубчатых колес

Допуск на погрешность наклона направления зуба, мкм:

$$f_{H\beta} = (0,05\sqrt{d} + 0,35\sqrt{b_w} + 4)(\sqrt{2})^{A-5}. \quad (\text{A. 28})$$

Допуск на погрешность формы направления зуба, мкм:

$$f_{f\beta} = (0,07\sqrt{d} + 0,45\sqrt{b_w} + 4)(\sqrt{2})^{A-5}. \quad (\text{A. 29})$$

Допуск на общую погрешность направления зуба, мкм:

$$F_\beta = \sqrt{f_{H\beta}^2 + f_{f\beta}^2}. \quad (\text{A. 30})$$

Допуск на погрешность наклона профиля зуба, мкм:

$$f_{H\alpha} = (0,001\sqrt{d} + 0,4m + 4)(\sqrt{2})^{A-5}. \quad (\text{A. 31})$$

Допуск на погрешность формы профиля зуба, мкм:

$$f_{fT} = (0,55m + 5)(\sqrt{2})^{A-5}. \quad (\text{A. 32})$$

Допуск на общую погрешность профиля зуба, мкм:

$$F_{\alpha T} = \sqrt{f_{H\alpha}^2 + f_{fT}^2}. \quad (\text{A. 33})$$

Погрешность шага зацепления, мкм:

$$f_{pb} = (0,0001\sqrt{d} + 0,4m + 5)(\sqrt{2})^{A-5}. \quad (\text{A. 34})$$

#### А.4 Расчет кинематических характеристик

Окружное усилие, Н:

$$F_t = \frac{2000T_1}{d_1}. \quad (\text{A. 35})$$

## Приложение Б

### Отклонение контактных линий при упругой деформация элементов передачи (силовой перекося)

#### Б.1 Расчет усилий в зацеплении

Радиальное усилие, Н:

$$F_r = \frac{F_t \tan(\alpha_w)}{\cos(\beta)}. \quad (\text{Б. 1})$$

Осевое усилие, Н:

$$F_a = F_t \tan(\beta). \quad (\text{Б. 2})$$

Осевой момент, Н·м:

$$M_a = 0,5d_w F_a. \quad (\text{Б. 3})$$

#### Б.2 Расчет деформаций подшипников и корпуса

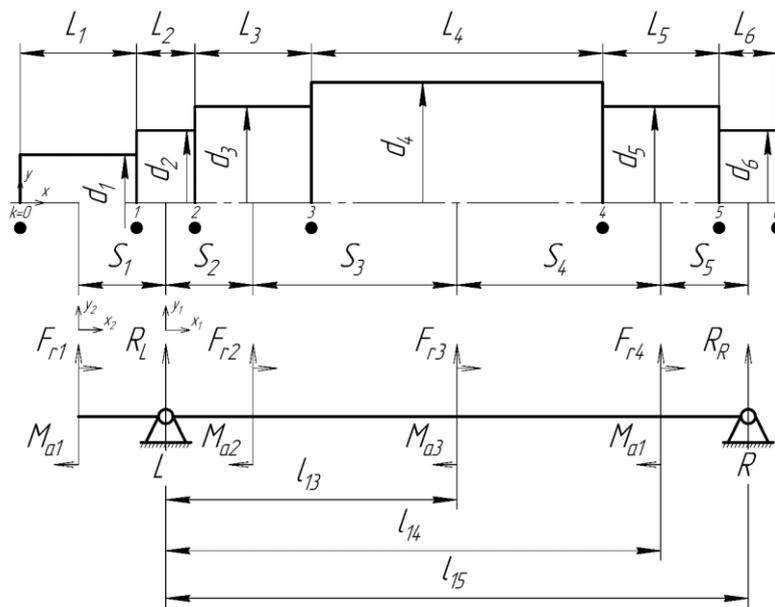


Рисунок Б.1 – Расчетная схема вала

Расчет реакций опор, Н:

$$R_L = - \frac{F_{r4} S_5 + M_{a4} + F_{r3} (S_5 + S_4) + M_{a3} + F_{r2} (S_5 + S_4 + S_3)}{l_{15}} + \frac{M_{a2} + F_{r1} (l_{15} + S_1) + M_{a1}}{l_{15}}; \quad (\text{Б. 4})$$

$$R_R = \frac{F_{r1} S_1 + M_{a1} - F_{r2} S_2 + M_{a2} - F_{r3} (l_{13}) + M_{a3} - F_{r4} (l_{14}) + M_{a4}}{l_{15}}. \quad (\text{Б. 5})$$

Деформация подшипника, мкм:

- шарикоподшипник

$$\delta_{\Pi} = 280 \cdot 10^{-2} \sqrt[3]{\frac{R^2 \cdot 0,1}{d_{\text{TK}} n_{\text{TK}}^2 \cos^2(\beta_{\Pi})}} \cdot \text{sign}(R); \quad (\text{Б. 6})$$

- роликотподшипник

$$\delta_{\Pi} = 56 \cdot 10^{-3} \frac{|R|}{n_{\text{TK}} l_{\text{P}} \cos(\beta_{\Pi})} \log\left(\frac{7,6 \cdot 10^5 d_{\text{TK}} l_{\text{P}} n_{\text{TK}} \cos(\beta_{\Pi})}{|R|}\right) \cdot \text{sign}(R), \quad (\text{Б. 7})$$

где  $d_{\text{TK}}$  – диаметр тела качения, мм;  $n_{\text{TK}}$  – число тел качения;  $\beta_{\Pi}$  – угол контакта (шарикотподшипник) или угол конуса (роликотподшипник), град;  $l_{\text{P}}$  – длина ролика, мм;  $R$  – реакция опоры, Н;  $\text{sign}(R)$  – знак (+/-) значения реакции опоры.

Деформация наружного кольца подшипника, мкм:

$$\delta_{\text{K}} = \frac{10R}{B_{\Pi} D_{\Pi}} \text{sign}(R), \quad (\text{Б. 8})$$

где  $B_{\Pi}$  – ширина наружного кольца подшипника, мм;  $D_{\Pi}$  – диаметр наружного кольца подшипника, мм.

Суммарная деформация в подшипнике, мкм:

$$\delta_{\Sigma\Pi} = \delta_{\Pi} + \delta_{\text{K}} + \Delta_{\Pi}, \quad (\text{Б. 9})$$

где  $\Delta_{\Pi}$  – радиальный зазор в подшипнике качения, мкм.

$$\Delta_{\Pi} = 2\Delta_{\text{OC}} \tan(\beta_{\Pi}), \quad (\text{Б. 10})$$

где  $\Delta_{\text{OC}}$  – осевая игра вала регулируемых радиально-упорных подшипников, мкм.

Деформация корпуса передачи, мкм:

$$\delta_{\text{K}} = 0,25\delta_{\Sigma\Pi}. \quad (\text{Б. 11})$$

### Б.3 Расчет деформации вала

Уравнение деформации вала между опорами, м:

$$y_1(x_1) = \frac{\frac{R_L x_1^3}{6} + \frac{F_{r2}(x_1 - S_2)^3}{6} + \frac{M_{a2}(x_1 - S_2)^2}{2} + \frac{F_{r3}(x_1 - l_{13})^3}{6}}{10^6 \cdot EJ(x)} + \frac{\frac{M_{a3}(x_1 - l_{13})^2}{2} + \frac{F_{r4}(x_1 - l_{14})^3}{6} + \frac{M_{a4}(x_1 - l_{14})^2}{2} + x_1 C_1 + D_1}{10^6 \cdot EJ(x_1)}. \quad (\text{Б. 12})$$

где  $E$  – модуль упругости вала, Н/м<sup>2</sup>;  $J(x)$  – функция момента инерции вала, м<sup>4</sup>;  $C_1$ ,  $D_1$  – постоянные интегрирования.

Функция момента инерции вала:

$$J(x) = \frac{\pi D^4(x)}{64}, \quad (\text{Б. 13})$$

где  $D(x)$  – функция диаметра вала, м.

Постоянная интегрирования  $D_1$  определяется решением уравнения:

$$y_1(0) = \delta_{\Sigma\Pi}(R_L) + \delta_{\text{K}}(R_L), \quad (\text{Б. 14})$$

где  $\delta_{\Sigma\Pi}(R_L)$ ,  $\delta_K(R_L)$  – деформация подшипника и корпуса в опоре L, м.

Постоянная интегрирования  $C_1$  определяется решением уравнения:

$$y_1(l_{15}) = \delta_{\Sigma\Pi}(R_R) + \delta_K(R_R), \quad (\text{Б. 15})$$

где  $\delta_{\Sigma\Pi}(R_R)$ ,  $\delta_K(R_R)$  – деформация подшипника и корпуса в опоре R, м.

Уравнение деформации консольной части вала, м:

$$y_2(x_2) = \frac{\frac{Fr_1 x_2^3}{6} + \frac{Ma_1 x_2^2}{2} + x_2 C_2 + D_2}{10^6 \cdot EJ(x)}. \quad (\text{Б. 16})$$

Постоянная интегрирования  $C_2$  определяется решением уравнения:

$$\theta_2(S_1) = \theta_1(0), \quad (\text{Б. 17})$$

где  $\theta_2(S_1)$  – угол поворота консольной части вала под нагрузкой по уравнению  $\theta_2(x)$ , рад;  $\theta_1(0)$  – угол поворота оси вала между опорами под нагрузкой по уравнению  $\theta_1(x)$ , рад:

$$\begin{aligned} \theta_1(x_1) = & \frac{\frac{R_L x_1^2}{3} + \frac{Fr_2(x_1 - S_2)^2}{3} + Ma_2(x_1 - S_2) + \frac{Fr_3(x_1 - l_{13})^2}{3}}{10^6 \cdot EJ(x_1)} + \\ & + \frac{Ma_3(x_1 - l_{13}) + \frac{Fr_4(x_1 - l_{14})^2}{3} + Ma_4(x_1 - l_{14}) + C_1}{10^6 \cdot EJ(x_1)}. \end{aligned} \quad (\text{Б. 18})$$

$$\theta_2(x_2) = \frac{\frac{Fr_1 x_2^2}{3} + Ma_1 x_2 + C_2}{10^6 \cdot EJ(x_2)}. \quad (\text{Б. 19})$$

Постоянная интегрирования  $D_2$  определяется решением уравнения:

$$y_2(S_1) = \delta_{\Sigma\Pi}(R_L) + \delta_K(R_L). \quad (\text{Б. 20})$$

#### Б.4 Отклонение контактных линий

Отклонение контактных линий в результате деформаций элементов передачи определяется как разность деформаций валов в точках k и k+1, которые являются границами шейки вала под ступицу колеса. При этом учитывается деформация кручения шестерни при передаче крутящего момента  $\delta_{u_i}$ . Расчет осуществляется по формулам:

$$f_{kE} = y_{u_i}^k + \delta_{u_i}^k - y_k^k - y_{u_i}^{k+1} + \delta_{u_i}^{k+1} - y_k^{k+1}; \quad (\text{Б. 21})$$

$$\delta_{u_i} = \sin\left(\frac{0,5T_1 b_{w1}}{10^6 \cdot G_v J_p}\right) b_{w1}, \quad (\text{Б. 22})$$

где  $G_v$  – модуль сдвига вала, Н/м<sup>2</sup>;  $J_p$  – полярный момент вала, м<sup>4</sup>.

$$J_p = \frac{d_{w1}^4 \pi \cdot 10^{-12}}{32}. \quad (\text{Б. 23})$$

При подводе крутящего момента со стороны опоры L вала шестерни  $\delta_{u_i}^k$  принимается равным 0, при подводе крутящего момента со стороны опоры R –  $\delta_{u_i}^{k+1}$  принимается равным 0.

## Приложение В. Восстановление функции плотности распределения случайной величины методами непараметрической статистики (метод Парзена-Розенблатта)

Процедура расчета информационного функционала

```

J(σ, h) :=
d ← 0
N ← длина(σ)
for s ∈ 1..N
  V_s ← (σ_s - min(σ)) / (max(σ) - min(σ))
V1 ← sort(V)
for i ∈ 1..N
  p ← 0
  for j ∈ 1..N-1
    p ← p + e^(-((V1_i - V1_j)^2 / h)^2 / 2) / sqrt(2 * pi) if V1_i ≠ V1_j
  d ← d + ln(1 / ((N-1) * h) * p) if p ≠ 0
c ← d / N
    
```

σ - выборка случайной величины

	1
1	522.915
2	1.05·10 <sup>3</sup>
3	239.64
4	569.52
5	1.112·10 <sup>3</sup>
6	968.385
7	893.01
8	1.149·10 <sup>3</sup>
9	624.765
10	1.198·10 <sup>3</sup>
11	1.158·10 <sup>3</sup>
12	460.77
13	1.247·10 <sup>3</sup>
14	542.19
15	669.51
16	...

Процедура определения параметра "размытости" (действительные единицы)

```

h(σ, h_opt) :=
N ← длина(σ)
j ← 1..N
for i ∈ 1..N
  V_i ← (σ_i - min(σ)) / (max(σ) - min(σ))
V1 ← sort(V)
DNσ ← 1 / (N-2) * sum_{k=1}^N (σ_k - 1/N * sum_{j=2}^N σ_j)^2
DNv ← 1 / (N-2) * sum_{k=1}^N (V1_k - 1/N * sum_{j=2}^N V1_j)^2
hNσ ← sqrt(DNσ * N) * (1/5)
hNv ← sqrt(DNv * N) * (1/5)
h ← h_opt * (hNσ / hNv)
h
    
```

Функция плотности распределения случайной величины σ

Поиск оптимального значения параметра "размытости" (относительные единицы)

**h\_opt\_min := 0**    **Δh\_opt := 0.005**    **n\_h\_opt := 10**

$l := 1..n\_h\_opt$      $h\_opt\_l_1 := h\_opt\_min + \Delta h\_opt \cdot l$

$J\_σ_1 := J(σ, h\_opt\_l_1)$     точка := match(max(J\_σ), J\_σ)

$h\_Nopt := h\_opt\_l_1(\text{точка}_2) = 0.03$     оптимальное значение параметра "размытости"

$h\_σ := h(σ, h\_Nopt) = 42.403$     параметр "размытости" в действительных единицах

$N := \text{length}(σ)$

$$f_σ(t) := \frac{1}{N \cdot h_σ} \cdot \sum_{j=1}^N \frac{e^{-\left[\frac{(t-\sigma_j)^2}{h_σ}\right]^2 / 2}}{\sqrt{2 \cdot \pi}}$$

## Приложение Г

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022660757

## Проверочный расчет цилиндрических передач

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тюменский индустриальный университет» (ТИУ) (RU)**

Авторы: **Сызранцев Владимир Николаевич (RU), Лебедев Сергей Юрьевич (RU), Сызранцева Ксения Владимировна (RU)**



Заявка № 2022619410

Дата поступления 24 мая 2022 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 08 июня 2022 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

## Приложение Д



**ООО Фирма  
«СТЭК»**

ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ

Юр. адрес: 640007, Курган, пр-кт Машиностроителей, д. 20А, стр.1, оф. 105  
ИНН 4501001740, КПП 450101001  
Расчётный счёт № 40702810123020006682  
Филиал «Центральный» Банка ВТБ (ПАО) г. Москва  
БИК Банка 044525411  
К/с 30101810145250000411  
E-mail: ctek45@yandex.ru

ОКПО 20948215  
ОКТМО 37701000001  
ОКВЭД 33.12  
СОАТО 1137401000  
СООГУ 07774  
ОКОПФ 65  
ОКФС 16

"22" сентября 2022 г.  
Исх. № 184

## Справка

об использовании результатов теоретических исследований  
Лебедева Сергея Юрьевича, отраженных в его диссертационной работе  
на тему «Совершенствование методов расчета прочностной надежности  
поверхностно-упрочненных цилиндрических передач»

Представленная в диссертации методика оценки работоспособности поверхностно упрочненных колес цилиндрических передач на основе расчета вероятности отказа по различным критериям прочности: разрушения боковых поверхностей зубьев (питтинг) шестерни и колеса, поломки зуба шестерни и колеса, глубинного контактного разрушения (отслаивание упрочненного слоя) шестерни и колеса, использована в рамках обратного инжиниринга для проектирования и конструкторско-технологической обработки колес экспериментальных цилиндрических передач приводов различных образцов техники. Использование разработанной методики проверочного расчета позволяет определить срок службы передачи, запас прочности, вероятность безотказной работы с учетом фактического закона изменения передаваемого крутящего момента и наиболее вероятной причины выхода передачи из строя.

Директор ООО Фирма «СТЭК»  Ю.Г. Денисов



## Приложение Е



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тюменский индустриальный университет»  
(ТИУ)

Институт геологии и нефтегазодобычи

ул. Мельникайте 70, Тюмень, 625000

Телефон: (3452) 28-30-10, E-mail: ign@tyuiu.ru; http://www.tyuiu.ru  
ОКПО 02069349; ОГРН 1027200811483; ИНН/КПП 7202028202/720301001

### СПРАВКА

об использовании результатов кандидатской диссертации старшего  
преподавателя Лебедева С.Ю. в учебном процессе  
Тюменского индустриального университета

Разработанная С.Ю.Лебедевым программа проверочного расчета надежности цилиндрических передач по различным критериям прочности в условиях их работы при крутящем моменте, закон которого восстановлен методами непараметрической статистики (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022660757), используется в учебном процессе при чтении дисциплин:

*бакалавриата направления 21.03.01 «Нефтегазовое дело», профиль «Эксплуатация и обслуживание технологических объектов нефтегазового производства»,*

*магистратуры направления 21.04.01 «Нефтегазовое дело», профиль «Диагностика технического состояния и надежности нефтегазового оборудования»*

1. Расчет и конструирование бурового оборудования.

2. Оценка прочностной надежности объектов нефтегазового комплекса на основе методов непараметрической статистики.

Директор Института геологии и нефтегазодобычи  
Тюменского индустриального университета  
к.т.н., доцент

А.Л.Портнягин

