

На правах рукописи



Лавров Семен Александрович

**РАЗРАБОТКА УСТОЙЧИВЫХ МЕТОДОВ  
РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ  
ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

Специальность 05.13.17 – Теоретические основы информатики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Снежинск – 2012

Работа выполнена в Снежинском физико-техническом институте – филиале федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (СФТИ НИЯУ МИФИ)

**Научный руководитель:** СИМОНОВ Евгений Николаевич  
доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры радиотехники филиала ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет) в г. Кыштыме

**Официальные оппоненты:** МОКЕЕВ Владимир Викторович  
доктор технических наук, старший научный сотрудник, заведующий кафедрой информационных систем ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет)

ТЕРЕЩЕНКО Сергей Андреевич  
доктор физико-математических наук, профессор кафедры биомедицинских систем ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Санкт-Петербургский Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (г. Санкт-Петербург)

Защита состоится «12» декабря 2012 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.18 при ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет) по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд. 1001 .

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Автореферат разослан «    » ноября 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



М.Л. Цымблер

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Рентгеновская компьютерная томография, как научное направление, сформировалась в конце 20-го столетия. За короткий период она стала одним из мощных методов в исследовании внутреннего состояния неоднородных объектов через их визуализацию.

Практическое применение компьютерная томография, в силу своих уникальных свойств по измерению и визуализации плотности в любой точке объема исследуемого объекта, нашла в различных областях науки и техники: в медицинских исследованиях (лучевая диагностика), в определении параметров внутреннего состояния физических и биологических объектов (диагностика плазмы, объемная конфигурация макромолекул и др.), в интроскопии технических устройств и систем (диагностика и контроль тепловыделяющих элементов атомных реакторов, лопаток турбин авиационных двигателей и др.).

Качество и скорость реконструкции распределения плотности в исследуемом объекте во многом зависит от используемого математического аппарата.

В настоящее время одной из актуальных задач в современной рентгеновской компьютерной томографии является совершенствование методов реконструкции томографического изображения, что приводит к повышению качества томографических изображений.

Трудность решения этой задачи заключается в том, что задача реконструкции распределения плотности является некорректной. Небольшие погрешности в измеряемых данных могут привести к большим погрешностям в реконструируемой функции. Физически это означает, что имея погрешности в измерении проекционных данных, в том числе, за счет погрешности дискретности отсчетов единичных детекторов рентгеновского излучения и единичных ракурсов облучения объекта исследования, реконструируемое изображение получается с артефактами, что и подтверждается на практике. Поэтому необходимо совершенствовать методы реконструкции.

На качество томографических изображений влияют факторы процесса их реконструкции. Одними из важных факторов являются качество проекционных данных (погрешность, шум), по которым проводится реконструкция изображения, и алгоритм реконструкции, который должен быть устойчивым к погрешностям и шумам проекционных данных.

Классические интегральные алгоритмы реконструкции томографического изображения, регуляризация которых основана на преобразовании Фурье, могут привести к погрешностям в изображении при зашумленных проекционных данных.

Причиной этих погрешностей может быть неточная фильтрация проекционных данных из-за фундаментального недостатка преобразования Фурье, базой которого являются гармонические функции, и которое может давать значительные погрешности при скачкообразных измерительных данных с детекторов (эффект Гиббса). Преобразование Фурье имеет и другой существенный недостаток, например, невозможность указать соответствие локальной частотной области сигнала его локальной временной (пространственной) области, что усложняет фильтрацию априори известной дефектной временной (пространственной) локальной области.

Вейвлет-преобразование не имеет вышеуказанных недостатков преобразования Фурье. В диссертации рассматриваются методы, позволяющие усовершен-

ствовать алгоритмы реконструкции томографического изображения с целью улучшения качества проекционных данных и изображений. В основе этих исследований лежит вейвлет-анализ одномерных и двумерных сигналов.

**Цель и задачи исследования.** Цель данной работы состояла в разработке методов, позволяющих повысить качество томографических изображений, для алгоритма реконструкции, основанного на интегральном методе, – методе свертки, обратном проецировании и вейвлет-фильтрации проекционных данных.

Для исследования алгоритма реконструкции с вейвлет-фильтрацией проекционных данных необходимо разработать на основании математической модели, описывающей физические процессы, происходящие при распространении рентгеновского излучения в исследуемом объекте, алгоритмы моделирования проекционных данных, а также исследовать методы ускорения процесса реконструкции.

Таким образом, для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработать алгоритм реконструкции томографического изображения с вейвлет-фильтрацией проекционных данных, повышающий устойчивость реконструкции и качество реконструируемого изображения.

2. Разработать алгоритмы, позволяющие проводить математическое моделирование проекционных данных при различных условиях сканирования объектов (веерного, параллельного).

3. Разработать методы ускорения процесса реконструкции томографического изображения на основе перегруппировки («перепакровки») веерных проекционных данных в параллельные.

4. Разработать программное обеспечение процесса реконструкции томографического изображения и моделирования проекционных данных с дружественным интерфейсом (создать эмулятор рентгеновского компьютерного томографа).

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

1. Разработан новый устойчивый интегральный алгоритм реконструкции томографического изображения с применением вейвлет-фильтрации проекционных данных, повышающий устойчивость реконструкции и качество реконструируемого изображения.

2. Предложен новый алгоритм моделирования проекционных данных для исследования устойчивости алгоритмов реконструкции томографического изображения.

3. Разработан алгоритм, позволяющий ускорить процесс реконструкции томографического изображения в два раза без потери устойчивости (качества изображения), основанный на перегруппировке проекционных данных из веерной геометрии в параллельную.

4. На основе разработанного метода повышения устойчивости реконструкции томографического изображения с применением вейвлет-фильтрации создано новое программное обеспечение (реконструктор томографического изображения), с помощью которого можно проводить моделирование проекционных данных, исследование по устойчивости алгоритмов реконструкции и эксперименты в области рентгеновской компьютерной томографии. Реконструктор может быть интегрирован в существующие программные системы, применяемые для решения практических задач в реальных рентгеновских компьютерных томографических комплексах.

**Теоретическая ценность работы.** Исследования в данной работе показали улучшение качества томографических изображений, путем применения алгоритма реконструкции, основанного на методе свертки, обратном проецировании и вейвлет-фильтрации шумов проекционных данных и изображений.

Научные результаты работы нашли применение в производственной деятельности научно–производственного объединения ЗАО «Тестрон».

Применение разработанного реконструктора томографического изображения позволило существенно повысить быстродействие процесса реконструкции методом перегруппировки веерных проекционных данных в параллельные и повысить точность реконструкции за счет вейвлет-фильтрации исходных данных.

Использование разработанного программного обеспечения, реализующего описанные методы, позволило провести ряд модельных экспериментов, обеспечило повышение скорости и точности восстановления структуры объектов.

При проведении исследований в томографической системе для проверки трубопроводов и сварных соединений разработанное программное обеспечение позволило провести сравнение характеристик различных алгоритмов реконструкции и обеспечить наглядную визуализацию результатов.

Разработан эмулятор рентгеновского компьютерного томографа. Эмулятор представляет собой программный комплекс, позволяющий моделировать проекционные данные, а также проводить реконструкцию томографических изображений по модельным и реальным проекционным данным.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы, разработанные методы, алгоритмы и результаты вычислительных экспериментов докладывались автором на следующих конференциях: международной научно-практической конференции «Снежинск и Наука – 2009. Современные проблемы атомной науки и техники», всероссийской научной конференции «Научная сессия НИЯУ МИФИ – 2011».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 10 печатных работ, причем работы [1-4] опубликованы в журналах, включенных ВАК в перечень журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [10]. В совместных работах научному руководителю Е.Н. Симонову принадлежит постановка задачи, С.А. Лаврову принадлежат полученные результаты.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Объем диссертации составляет 122 страницы, объем библиографии – 79 наименований.

## Содержание работы

**Во введении** приводится обоснование актуальности темы, формулируются цель и задачи исследований, отмечается научная новизна и практическая ценность работы.

**В первой главе, «Аналитический обзор реконструкции изображений в рентгеновской компьютерной томографии»,** состоящей из трех разделов, проводится аналитический обзор интегральных методов реконструкции томографиче-

ских изображений. Рассмотрены основные принципы получения информации о структуре исследуемого объекта в рентгеновской компьютерной томографии. Приводится описание геометрий сканирования, а также преобразования Радона, как основы получения проекционных данных. Описан вывод формулы обращения преобразования Радона, которая используется для реконструкции изображений в рентгеновской компьютерной томографии по моделируемым и реальным проекционным данным. Приведено описание кратномасштабного анализа теории вейвлетов, а также обзор методов реконструкции томографического изображения.

В первом разделе вводится понятие проекционных данных и описываются различные геометрии сканирования: параллельная, веерная, конусная. Приведены принципы сканирования объектов и сбора проекционных данных в разных геометриях.

Рассмотрена связь между преобразованием Радона и законом ослабления излучения Бугера – Ламберта – Бера, как основа вычисления проекционных данных (см. рис. 1).

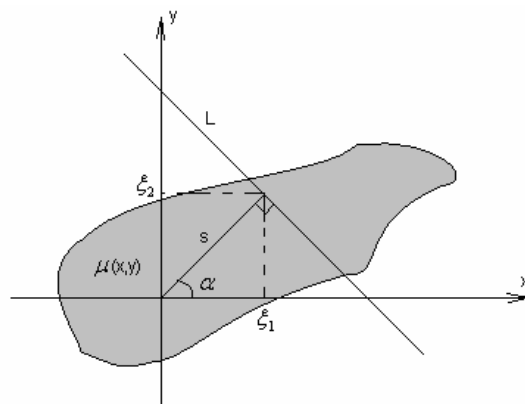


Рис. 1. Геометрическое представление

В рентгеновской компьютерной томографии преобразование Радона – это интеграл от функции  $\mu(x,y)$ , характеризующий линейный коэффициент ослабления излучения веществом, вдоль прямой  $L$ , перпендикулярной единичному вектору  $\{\cos \alpha, \sin \alpha\}$  и с кратчайшим расстоянием до центра координат равным  $s$ . Тогда реконструкция изображения сводится к восстановлению функции  $\mu(x,y)$ :

$$x = s \cos \alpha - l \sin \alpha, \quad y = s \sin \alpha + l \cos \alpha,$$

$$q(s, \alpha) = \int_L \mu(s \cos \alpha - l \sin \alpha, s \sin \alpha + l \cos \alpha) dl,$$

где  $q(s, \alpha)$  – проекционные данные.

Приведен обзор методов устойчивого решения обратной задачи рентгеновской компьютерной томографии: метод двумерной фильтрации, метод преобразования Фурье, метод свертки и обратного проецирования, метод регуляризации Тихонова. Также приведен вывод формулы обращения преобразования Радона:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty g(s'-s) q(s, \alpha) ds d\alpha, \quad g(s) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^\infty |w| e^{iws} dw, \quad (1)$$

где  $s' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$ .

Поскольку второй интеграл расходится, то для обеспечения сходимости вводят предельную частоту  $w_{np}$ . Существует и другой подход, основанный на оконном преобразовании Фурье. Теорема о центральном сечении говорит, что при

реконструкции изображения по проекциям не следует ожидать, что метод (1) даст лучшую оценку функции  $\mu(x, y)$ , чем ее аппроксимация  $\tilde{\mu}(x, y)$  с ограниченной шириной спектра. Формулы (1) представимы в следующем виде:

$$\tilde{\mu}(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(s'-s) q(s, \alpha) ds d\alpha, \quad \tilde{g}(s) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |w| K(w) e^{iws} dw \quad (2)$$

где  $K(w)$  – функция окна.

В отличие от предыдущего случая, здесь происходит свертка исходных проекций  $q(s, \alpha)$  с функцией  $\tilde{g}(s)$  со своим фильтрующим окном  $K(w)$ . При различном выборе фильтрующих окон получаются различные сворачивающие функции. Выбор фильтрующей функции во многом определяет качество реконструируемого изображения.

Во втором разделе рассматриваются вейвлеты, как основа разработки фильтров проекционных данных и изображений. Приводится описание дискретного вейвлет-преобразования, двумерного дискретного вейвлет-преобразования, стационарного дискретного вейвлет-преобразования.

В третьем разделе приведен обзор методов решения задачи рентгеновской компьютерной томографии.

Таким образом, для проведения анализа качества реконструкций томографических изображений достаточно рассмотреть параллельную и веерную геометрии сканирования, потому что они являются базовыми для остальных. Преобразование Радона позволяет разработать различные подходы моделирования проекционных данных для исследования методов решения обратной задачи рентгеновской компьютерной томографии (восстановление томографического изображения).

Среди рассмотренных методов реконструкции томографического изображения наибольшее распространение получили метод свертки и обратного проецирования с фильтрующими окнами и метод регуляризации Тихонова. Однако, при наличии значительных погрешностей в проекционных данных применение данных методов может быть недостаточно для получения качественных изображений, и требуется разработка других методов, повышающих устойчивость реконструкции изображения.

**Во второй главе, «Исследование процессов моделирования проекционных данных и реконструкции изображений в рентгеновской компьютерной томографии»,** рассматриваются аналитический и дискретный подходы моделирования проекционных данных. Приводятся алгоритмы вычисления проекционных данных в рентгеновской компьютерной томографии, необходимых для проведения анализа качества реконструированных изображений с использованием новых разработанных методов и без них.

Описаны формулы реконструкции изображений для параллельной геометрии сканирования и приведен вывод формулы реконструкции для веерной геометрии сканирования.

Для отработки алгоритмов реконструкции и методов, повышающих качество изображений, необходимо моделировать тестовые изображения и соответствующие им проекционные данные. В первом разделе рассмотрены два подхода моделирования проекционных данных: аналитический и дискретный. Когда рентгеновский луч проходит через элементы области объекта, то он теряет свою интенсивность пропорционально произведению линейного коэффициента ослабления

излучения  $\mu$  для материала, отображенного в данном пикселе, на длину отрезка, пройденного лучом через этот пиксель. Тогда

$$q = \sum_i \mu_i l_i,$$

где  $\mu_i$  – линейный коэффициент ослабления, соответствующий  $i$ -му пикселю,  $l_i$  – длина отрезка, пройденного лучом в  $i$ -м пикселе.

UML – диаграмма деятельности вычисления проекционных данных для параллельной и веерной геометрий сканирования будет иметь вид, представленный на рис. 2.

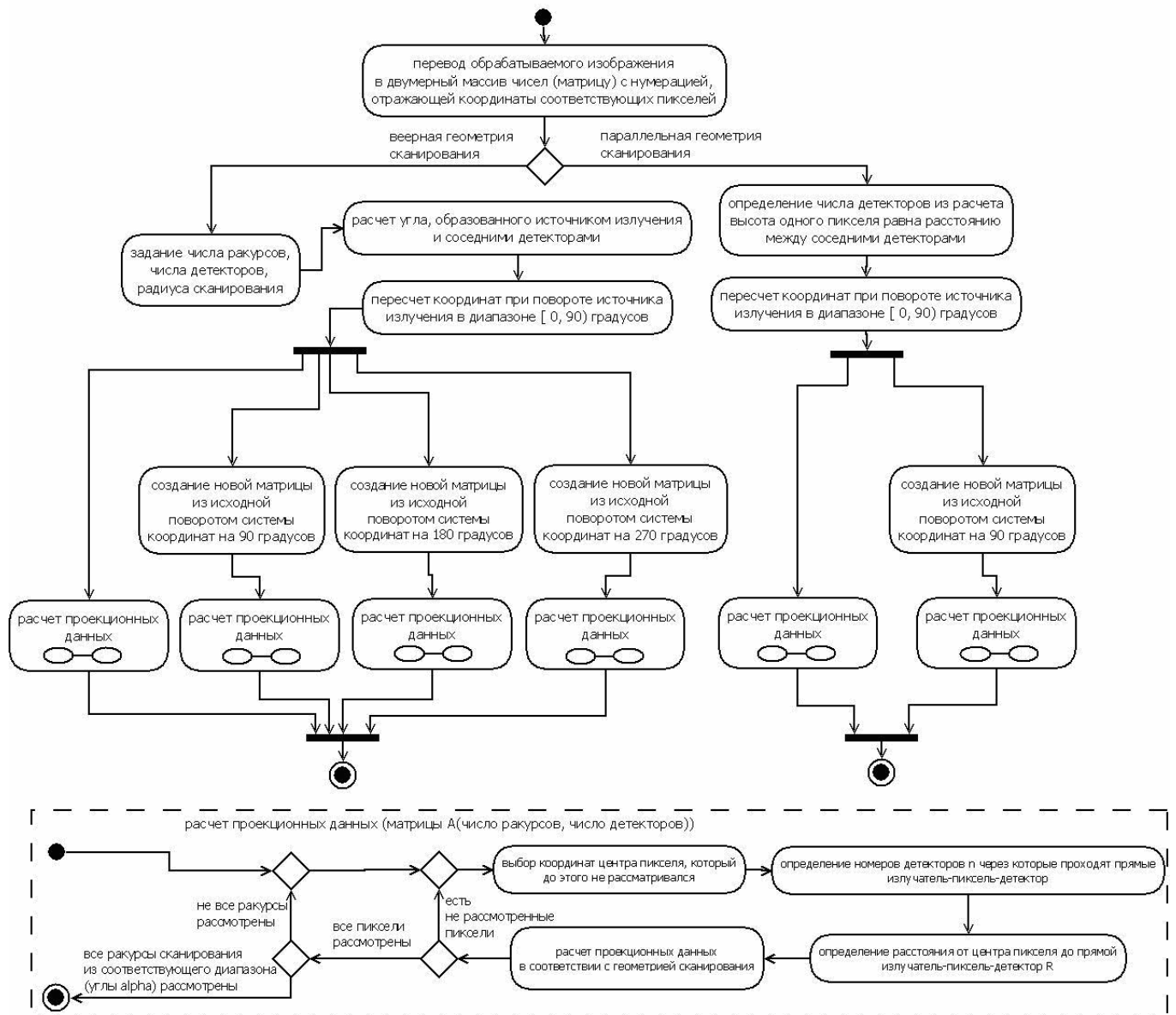


Рис. 2. UML – диаграмма деятельности вычисления проекционных данных

Задача реконструкции изображения по томографическим проекционным данным является некорректной задачей, так как малые погрешности в проекционных данных могут привести к большим погрешностям при реконструкции. Проекционные данные, получаемые с реальных томографов, всегда содержат шумовые составляющие.



Во втором разделе описана формула реконструкции томографического изображения для параллельной геометрии сканирования, а также ее дискретное представление.

В третьем разделе приведен вывод формулы реконструкции томографического изображения для веерной геометрии сканирования, а также ее дискретное представление.

Таким образом, приведенные алгоритмы моделирования проекционных данных позволяют проводить численные эксперименты, необходимые для достижения цели диссертационной работы, а также проверку работоспособности алгоритмов реконструкции.

Уменьшение времени получения изображений из проекционных данных является важной и необходимой задачей. Для ускорения процесса реконструкции применяется перегруппировка веерных проекционных данных в параллельные.

**В третьей главе, «Анализ влияния процесса ускорения реконструкции в рентгеновской компьютерной томографии»,** рассматривается метод перегруппировки, уменьшающий время реконструкции томографического изображения в два раза. Приводятся результаты анализа уровня ошибки реконструкций, полученных для веерной геометрии сканирования и параллельной геометрии после перегруппировки при различном числе детекторов и ракурсов.

В первом разделе описан метод перегруппировки. Количество отсчетов детектора, ракурса и матрицу проекционных данных для веерной геометрии обозначим соответственно через  $N_2, M_2$  и  $A_2$ , для параллельной геометрии соответственно –  $N_1, M_1$  и  $A_1$ .

Перегруппировка переводит матрицу  $A_2(D \cdot \sin(i \cdot \Delta\gamma), i \cdot \Delta\gamma + j \cdot \Delta\beta)$ ,  $-\frac{N_2-1}{2} \leq i \leq \frac{N_2-1}{2}$ ,  $1 \leq j \leq M_2$  в матрицу  $A_1(k \cdot \Delta\ell, c \cdot \Delta\theta)$ ,  $-\frac{N_1-1}{2} \leq k \leq \frac{N_1-1}{2}$ ,  $1 \leq c \leq M_1$ .

Для получения матрицы  $A_1$  нужно провести интерполяцию, например, линейную. Интерполируя набор веерных данных  $A_2(D \cdot \sin(i \cdot \Delta\gamma), i \cdot \Delta\gamma + j \cdot \Delta\beta)$  по значениям  $i \cdot \Delta\gamma + j \cdot \Delta\beta$ , получают наборы параллельных, но не эквидистантных проекционных данных  $A(D \cdot \sin(i \cdot \Delta\gamma), c \cdot \Delta\theta)$ . Проведя вторую интерполяцию  $A(D \cdot \sin(i \cdot \Delta\gamma), c \cdot \Delta\theta)$  по значениям  $D \cdot \sin(i \cdot \Delta\gamma)$ , получают матрицу  $A_1(k \cdot \Delta\ell, c \cdot \Delta\theta)$ <sup>1</sup>. На рис. 3 приведена UML – диаграмма деятельности процесса реконструкции изображения с использованием перегруппировки.

Для получения оценок качества реконструируемых изображений во втором разделе вводятся нормированная абсолютная средняя мера различия ( $err_1$ ) и средняя квадратичная ошибка реконструкции ( $err_2$ ).

$$err_1 = \frac{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} |t_{i,j} - h_{i,j}|}{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} |t_{i,j}|}; \quad err_2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} (t_{i,j} - h_{i,j})^2}{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi} (t_{i,j})^2} \right)^{1/2},$$

<sup>1</sup> Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии. Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 352 с.

где  $t_{i,j}$  и  $h_{i,j}$  – плотности  $i$ -го элиза в  $j$ -ой строке матриц для первой и второй реконструкций (матрицы изображений имеют размер  $\xi \times \xi$ ).

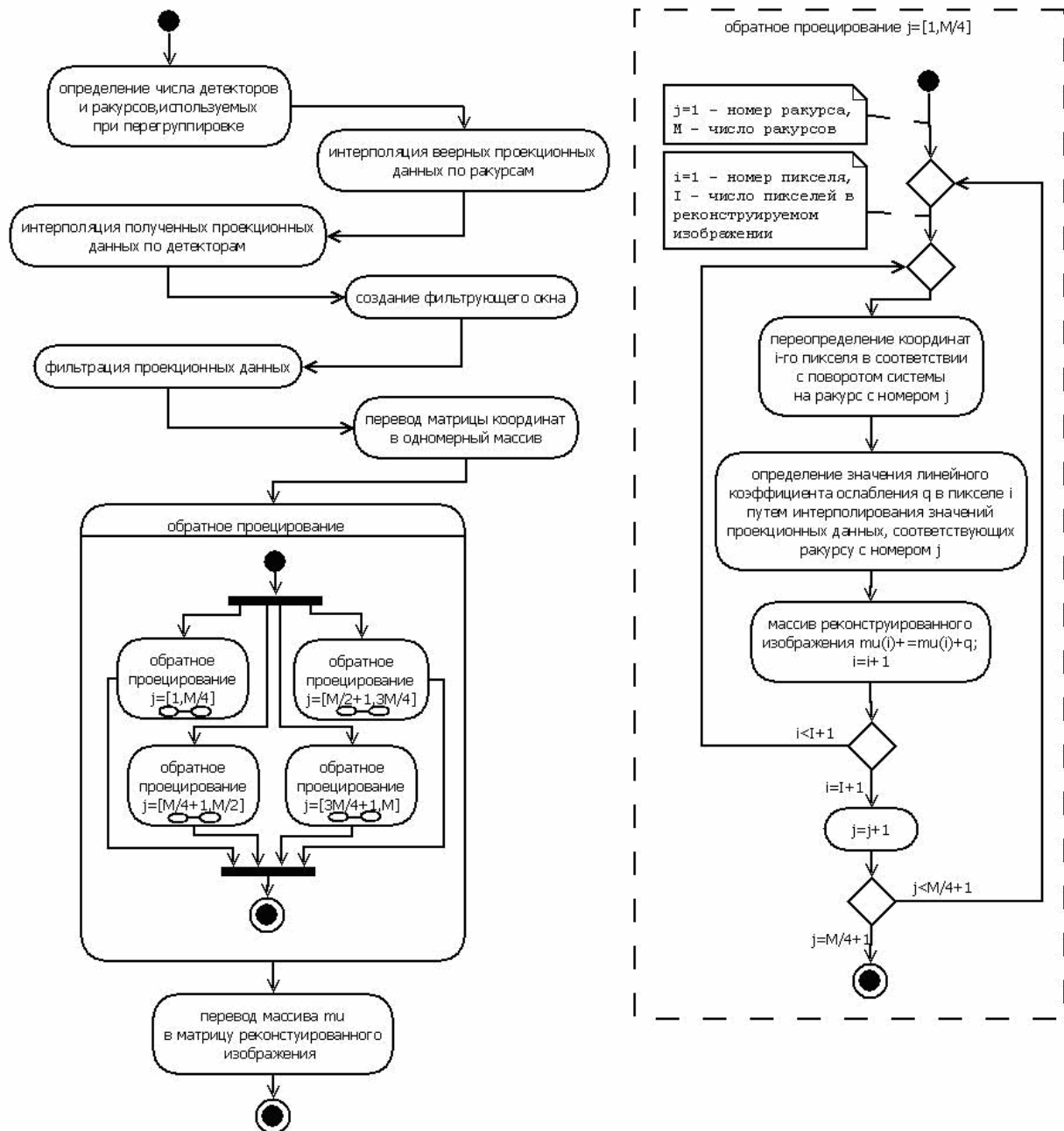


Рис. 3. UML – диаграмма деятельности процесса реконструкции

В третьем разделе рассмотрен анализ уровня ошибки при перегруппировке. Получены численные результаты для высококонтрастных и низкоконтрастных изображений при различных параметрах перегруппировки.

Перегруппировка верных проекционных данных в параллельные используется для сведения к минимуму количества данных, необходимых для реконструкции изображения, и тем самым уменьшает время реконструкции изображения. Но реконструированные изображения для верной геометрии и параллельной (после перегруппировки) не имеют абсолютного сходства.

Перегруппировка может быть использована для сокращения времени реконструкции томографического изображения. Но при этом необходимо установить

оптимальные параметры перегруппировки (число детекторов, число ракурсов), которые следует применять для уменьшения уровня ошибки между реконструированным изображением в веерной геометрии и в параллельной – после перегруппировки проекционных данных. Проведенные исследования показали, что с увеличением числа ракурсов (при веерной геометрии сканирования и параллельной (после перегруппировки) использовалось 512 детекторов и 600 ракурсов), уровень ошибки реконструкции изображений для веерной геометрии и параллельной после перегруппировки уменьшается, как для высококонтрастных, так и для низкоконтрастных объектов (до 0,01). Количественный анализ указывает на существование областей (например для низкоконтрастной модели, число ракурсов в перегруппировке 120), в которых уровень ошибки реконструкции уменьшается с уменьшением числа детекторов (число детекторов 256 – ошибка 0,039, для 512 детекторов – 0,042). Существует переходная область (для низкоконтрастной модели диапазон детекторов от 256 до 1024 и число ракурсов от 165 до 480), в которой с увеличением или уменьшением числа детекторов, при неизменном числе ракурсов, уровень ошибки реконструкции увеличивается (например, для 190 ракурсов 512 детекторов – ошибка 0,023, 256 детекторов – 0,025, 1024 детектора – 0,025). Если число ракурсов увеличено (находится за переходной областью), тогда следует увеличить и число детекторов в перегруппировке. Если число ракурсов существенно уменьшено (находится перед переходной областью), тогда следует уменьшить и число детекторов в перегруппировке.

В таблице 1 представлено сравнение по времени реконструкции (в секундах) томографического изображения для различного разрешения, числа ракурсов и числа детекторов без использования перегруппировки проекционных данных и с ней.

Таблица 1 – Сравнение по времени реконструкции

разрешение	число детекторов-ракурсов (400-400)		число детекторов-ракурсов (512-400)		число детекторов-ракурсов (512-600)	
	без перегруп., с.	с перегруп., с.	без перегруп., с.	с перегруп., с.	без перегруп., с.	с перегруп., с.
169x169	5	1	7	2	12	2
256x256	8	2	11	3	20	5
400x400	18	6	22	7	35	11
512x512	30	9	34	12	44	14

Рассмотренные методы реконструкции томографического изображения могут быть недостаточными для повышения качества изображения, в особенности, когда проекционные данные являются достаточно зашумленными (влияние ошибок измерений электронной системы сбора данных, технических и физических факторов сканирующей системы, источника излучения томографического комплекса). Требуется дополнительные подходы, обеспечивающие повышение качества реконструируемых изображений.

**В четвертой главе, «Улучшение качества реконструкции в рентгеновской компьютерной томографии с применением вейвлет-фильтрации»,** рассматривается использование кратномасштабного анализа теории вейвлетов как инструмента фильтрации проекционных данных и с целью повышения устойчивости

алгоритмов реконструкции. Приводятся способы выбора порога и типы пороговой обработки. Вводится метод вейвлет-фильтрации для пороговой обработки с перепадом. Доказывается теорема об уменьшении или не изменении нормированной абсолютной средней меры различия и средней квадратичной ошибки реконструкции с использованием вейвлет-фильтрации для пороговой обработки с перепадом для корректного выбора значения порога, применяемой в алгоритме очистки проекционных данных от шума. Проводится анализ влияния шумов на алгоритмы реконструкции томографических изображений с использованием вейвлет-фильтрации.

Также здесь рассмотрена оценка применения вейвлет-фильтрации проекционных данных и реконструированных изображений, проведен численный анализ с помощью компьютерного моделирования, и показано влияние на погрешность различных вариаций методов вейвлет-фильтрации.

В первом разделе описывается способ наложения аддитивного белого гауссовского шума на проекционные данные.

Во втором разделе рассматривается применение кратномасштабного анализа в теории вейвлетов для фильтрации проекционных данных и изображений. Считаем, что шум содержится в высокочастотных компонентах, т.е. находится в коэффициентах вейвлет-преобразования, отвечающих за более малые масштабы ( $d$ ). Тогда фильтрация сводится к приравниванию нулю коэффициентов  $d$  ниже заданного значения (порога)<sup>1</sup>.

Таким образом, алгоритм вейвлет-фильтрации проекционных данных сводится к следующим шагам:

1. Проведение вейвлет-преобразования проекционных данных. Например, с использованием стационарного дискретного вейвлет-преобразования;
2. Задание порога для коэффициентов вейвлет-преобразования  $d$  в соответствии с их уровнем;
3. Проведение пороговой обработки;
4. Восстановление проекционных данных по измененным коэффициентам.

Например, используя обратное стационарное дискретное вейвлет-преобразование.

В этом разделе описана предложенная автором обработка данных, основанная на синтезе жесткой пороговой обработки и равномерном квантовании, – пороговая обработка с перепадом.

Доказана теорема о применимости вейвлет-фильтрации проекционных данных для пороговой обработки с перепадом при реконструкции томографического изображения.

**Теорема.** Пусть для выбранного порогового значения  $T$  выполняются следующие условия:  $\exists \mathcal{G}_1 \in \mathbf{Z}, \mathcal{G}_2 \in \mathbf{Z}$ , такие что для  $\forall r_1 \in \mathcal{G}_1, \forall r_2 \in \mathcal{G}_2$  и уровня разложения  $j$ :  $d_{j,r_1} = 0, \tilde{d}_{j,r_1} \leq T, \tilde{d}_{j,r_2} > T,$

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{k \in \mathbf{Z}} (a_{j_n,k} - \tilde{a}_{j_n,k}) \varphi_{j_n,k}(\gamma_\varphi, \beta_b) + \sum_{j \in J, k \in \mathbf{Z}} (d_{j,k} - \tilde{d}_{j,k}) \psi_{j,k}(\gamma_\varphi, \beta_b) \right| = \\ & = \left| \sum_{k \in \mathbf{Z}} (a_{j_n,k} - \tilde{a}_{j_n,k}) \varphi_{j_n,k}(\gamma_\varphi, \beta_b) + \sum_{j \in J, k \in \mathcal{G}_2} (d_{j,k} - \tilde{d}_{j,k}) \psi_{j,k}(\gamma_\varphi, \beta_b) \right| + \left| \sum_{j \in J, k \in \mathcal{G}_1} \tilde{d}_{j,k} \psi_{j,k}(\gamma_\varphi, \beta_b) \right|, \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Штарк Г.-Г. Применение вейвлетов для ЦОС. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2007. С.110-111.

$b=1, \dots, M_2$ ,  $\varphi = 1, \dots, N_2$ , ( $M_2$  – число отсчетов ракурсов,  $N_2$  – число отсчетов детекторов),  $a, d$  – коэффициенты вейвлет-преобразования,  $\varphi$  – масштабирующая функция,  $\psi$  – вейвлет. Тогда применение предложенной вейвлет-фильтрации проекционных данных для пороговой обработки с перепадом для значения порога  $T$  уменьшает или не изменяет нормированную абсолютную среднюю меру различия и среднюю квадратичную ошибку реконструируемого распределения линейных коэффициентов ослабления, т.е.  $err_1(\mu, \mu^*) \leq err_1(\mu, \tilde{\mu})$ ,  $err_2(\mu, \mu^*) \leq err_2(\mu, \tilde{\mu})$ , где  $\mu, \tilde{\mu}, \mu^*$  – реконструируемые распределения линейных коэффициентов ослабления для проекционных данных без шума, зашумленных проекционных данных и вейвлет-фильтрованных проекционных данных для пороговой обработки с перепадом.

В третьем разделе описана количественная оценка соотношения между устойчивостью метода реконструкции и разрешающей способностью ( $err_3$ )<sup>1</sup>.

$$err_3 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{\xi} \sum_{j=1}^{\xi-1} |t_{i,j} - t_{i,j+1}| + \sum_{i=1}^{\xi-1} \sum_{j=1}^{\xi} |t_{i,j} - t_{i+1,j}|}{2\xi(\xi-1)(\max_{i,j} t_{i,j} - \min_{i,j} t_{i,j})},$$

где  $t_{i,j}$  и  $h_{i,j}$  – плотности  $i$ -го элиза в  $j$ -ой строке матриц для первой и второй реконструкций (матрицы изображений имеют размер  $\xi \times \xi$ ).

Эта оценка отражает следующее: чем выше ее значение, тем больше устойчивость и меньше разрешающая способность метода реконструкции, и наоборот, чем ниже ее значение, тем ниже устойчивость и больше разрешающая способность метода реконструкции.

В четвертом разделе приведены результаты вычислительных экспериментов (погрешность реконструкции), подтверждающие эффективность предложенного метода вейвлет-фильтрации. Реконструкция проводилась по методу обратного проецирования с фильтрацией сверткой. Для метода регуляризации – усечения частот, в качестве оконных функций использовались следующие: прямоугольное, гауссовское, Хэмминга, Ханна, Шеппа – Логана, также использовался метод регуляризации Тихонова. Кроме этого была проведена вейвлет-фильтрация для пороговой обработки с перепадом как для отдельных ракурсов (1Dwf), так и для всей матрицы проекционных данных (2Dwf), двумерная вейвлет-фильтрация для жесткой пороговой обработки полученной реконструкции (2Dwfr). При анализе использовался вейвлет Хаара и Добеши. Уровень разложения равнялся трем. Реконструкция изображения проводилась при отсутствии погрешностей в проекционных данных, а также с 5 и 10 % гауссовским шумом.

В этом разделе также приведены зависимости полученных оценок для гауссовского окна, метода регуляризации Тихонова (для различных параметров регуляризации).

В таблице 2 приведены оценки реконструкции по проекционным данным с 5 % гауссовским шумом без вейвлет-фильтрации и с ней. При этом была проведена вейвлет-фильтрация для пороговой обработки с перепадом как для отдельных ракурсов (1Dwf), так и для всей матрицы проекционных данных (2Dwf), двумерная

<sup>1</sup> Shchekotin D., Sizikov V. Enhancement of tomographic image quality by means of a regularization method // Proc. Int. Topical Meeting on Optical Sensing and Artificial Vision. Saint Petersburg, 2004. Vol. 1. P. 370-375.

вейвлет-фильтрация для жесткой пороговой обработки полученной реконструкции (2Dwfr).

Таблица 2 – Оценка реконструкции изображения по проекционным данным с 5% шумом

методы	оценка	название окна			
		прямоугольное	Хэмминга	Ханна	Шеппа – Логана
нет	$err_1$	0,5733	0,3492	0,335	0,5117
	$err_2$	0,5428	0,3795	0,3711	0,4921
	$err_3$	0,8907	0,9508	0,9546	0,9079
1Dwf	$err_1$	0,383	0,2379	0,2329	0,3368
	$err_2$	0,3976	0,3185	0,319	0,3634
	$err_3$	0,9352	0,969	0,9709	0,9459
2Dwf 2Dwfr	$err_1$	0,2281	0,1782	0,1813	0,2085
	$err_2$	0,298	0,2995	0,3051	0,2913
	$err_3$	0,9723	0,9795	0,9802	0,975

В результате проведенных исследований установлено следующее: проведение вейвлет-фильтрации проекционных данных снижает нормированную абсолютную среднюю меру различия при реконструкции томографического изображения, снижает среднюю квадратичную ошибку реконструкции, увеличивает устойчивость метода реконструкции на 2-4%.

Также в этом разделе приведено сравнение результатов реконструкций, полученных с использованием собственного программного обеспечения и других программ, а именно программы «Tomography» и подпрограммы, входящей в пакет «Matlab». Результаты приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение результатов, полученных с помощью разных программ

уровень шума, %	Реконструктор			Tomography			Matlab		
	$err_1$	$err_2$	$err_3$	$err_1$	$err_2$	$err_3$	$err_1$	$err_2$	$err_3$
0	0,041	0,043	0,968	0,134	0,134	0,963	0,102	0,103	0,971
1	0,118	0,1293	0,977	0,272	0,275	0,936	0,167	0,171	0,951
2	0,139	0,146	0,974	0,365	0,365	0,915	0,240	0,273	0,965
5	0,208	0,210	0,959	0,496	0,498	0,881	0,331	0,348	0,952
10	0,401	0,401	0,918	0,556	0,554	0,871	0,431	0,447	0,933
12	0,412	0,411	0,921	0,587	0,582	0,864	0,587	0,604	0,920

Результаты проведенных исследований нашли практическое применение в разработке программного обеспечения, позволяющего проводить эксперименты в области рентгеновской компьютерной томографии (разработан эмулятор рентгеновского компьютерного томографа). Кроме этого, проведенные работы в ЗАО «Гестрон» позволяют сделать вывод о том, что научные результаты диссертационной работы могут быть использованы в рентгеновских компьютерных томографах

промышленного назначения (имеется акт о внедрении реконструктора томографического изображения).

Алгоритм реконструкции томографического изображения для ускорения восстановления в настоящее время переводится на многопроцессорную графическую платформу параллельных вычислений NVIDIA CUDA. Время реконструкции для объемных изображений рентгеновской компьютерной томографии (обрабатываются сотни томограмм 2D, 3D, 4D) уменьшается в 40–50 раз относительно типовых однопроцессорных ПЭВМ.

**В заключении** суммируются результаты диссертационной работы.

### **Основные результаты диссертационной работы**

На защиту выносятся следующие новые научные результаты:

1. Интегральный алгоритм реконструкции томографического изображения с применением вейвлет-фильтрации проекционных данных, повышающий устойчивость реконструкции и качество реконструируемого изображения.

2. Алгоритмы моделирования проекционных данных в параллельной и веерной геометрии пучков рентгеновского излучения для исследования устойчивости алгоритмов реконструкции томографического изображения.

3. Алгоритм, позволяющий ускорить процесс реконструкции томографического изображения в два раза без потери устойчивости (качества изображения), основанный на перегруппировке проекционных данных из веерной геометрии в параллельную.

4. Программное обеспечение реконструктора томографического изображения для параллельного и веерного пучков рентгеновского излучения, однослойного, многослойного и спирального сканирования с применением вейвлет-фильтрации, позволяющего проводить моделирование проекционных данных, исследование устойчивости алгоритмов реконструкции и эксперименты в области рентгеновской компьютерной томографии.

### **Публикации по теме диссертации**

*Статьи, опубликованные в журналах из списка ВАК*

1. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Влияние «перепаковки» проекций пучка излучения из веерной геометрии в параллельную на качество томографических изображений // ВАНТ: Математическое моделирование физических процессов, 2009. Вып. 4. – С. 78-84.
2. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Алгоритм преобразования проекционных данных веерной геометрии в параллельную при реконструкции томографических изображений // Медицинская техника, 2010. № 3. С. 41-47.
3. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Реконструкция томографических изображений методом обратного проецирования с использованием вейвлет-фильтрации проекционных данных // Медицинская физика, 2011. № 1. С. 59-68.
4. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Реконструкция и анализ томографических изображений для веерной геометрии и преобразования в геометрию параллельного пучка // Медицинская физика, 2009. № 1. С. 66-73.

*Другие публикации*

5. Lavrov S.A., Simonov E.N. Effect of regrouping of projecting data from fan to parallel geometry in reconstruction of tomographic images // Biomedical Engineering, 2010. Vol. 44, № 3. P. 114-120.
6. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Влияние параметров «перепакровки» проекционных данных веерной геометрии в параллельную при реконструкции томографических изображений: Сборник научных трудов. Международная науч.-практ. конф. «Снежинск и Наука – 2009. Современные проблемы атомной науки и техники», 2009. С. 56-66.
7. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Реконструкция томографических изображений с использованием вейвлет-фильтрации и обратного проецирования // Всероссийская научная конференция: Научная сессия НИЯУ МИФИ 2011: Аннотации докладов, 2011. С. 50.
8. Лавров С.А. Повышение устойчивости алгоритмов реконструкции томографических изображений: Материалы международной заочной науч.-практ. конф. «Инновации в науке», 2012. Часть 1. С. 10-21.
9. Лавров С.А. Дискретный подход моделирования проекционных данных для параллельной геометрии сканирования в рентгеновской томографии: Материалы региональной науч.-практ. конф. «Молодежь и наука», 2012. Т. 1. С. 24-31.

*Свидетельство о регистрации программы*

10. Лавров С.А., Симонов Е.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы реконструкции томографических изображений для ЭВМ «Реконструктор» № 2011612631 от 31.03.2011.

Подписано в печать 7 ноября 2012 г.  
Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 1,2.  
Тираж 100 экз.

Типография ОАО «Радий»  
456830, г. Касли, ул. Свердлова, 83