Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи

Костылева Елизавета Марковна

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ В МНОГОЭЛЕКТРОДНЫХ ДУГОВЫХ ПЕЧАХ

05.13.01. Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель -
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ
Логиновский Олег Витальевич

Челябинск – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ... 4
ГЛАВА 1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ В ПРОМЫШЛЕННЫХ АГРЕГАТАХ. ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И ТЕПЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ... 12
1.1. Использование электрических дуг постоянного и трехфазного переменного тока в промышленных агрегатах ... 12
1.2. Описание электрических, магнитных, силовых и гидродинамических процессов, протекающих в дугах постоянного тока ... 22
1.2.1. Основные характеристики дуги постоянного тока ... 23
1.2.2. Математические модели параметров дуги постоянного тока ... 30
1.3. Электрические, магнитные, силовые и гидродинамические процессы, протекающие в дугах переменного тока ... 35
1.3.1. Особенности дуги переменного тока ... 36
1.3.2. Математические модели характеристик дуги переменного тока ... 39
1.4. Математические модели формы электрических дуг и их поведение при их электромагнитном взаимодействии ... 45
1.5. Тепловое излучение дуг в условиях их горения в промышленных агрегатах ... 50
1.6. Цель и задачи работы ... 54
ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ДУГ ПОСТОЯННОГО И ТРЕХФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА И ПОВЕДЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ДУГУ ... 57
2.1. Основные уравнения и допущения, принимаемые при определении напряженности магнитного поля вблизи дуги постоянного тока ... 58
2.2. Напряженность магнитного поля вблизи дуги постоянного тока ... 58
2.3. Напряженность магнитного поля вблизи параллельно горящих электрических дуг трехфазного переменного тока ... 60
2.3.1. Напряженность магнитного поля для трех электродов бесконечной и конечной длины ... 61
2.3.2. Аналитическая зависимость напряженности магнитного поля вблизи трех бесконечных электродов, по которым протекает трехфазный ток ... 65
2.4. Определение основных электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу ... 69
2.4.1. Электромагнитные силы, действующей на дугу от токов, протекающих через жидкий металл ... 70
2.4.2. Электромагнитные силы, действующей на дугу от токов, протекающих через параллельные графитированные электроды и дуги ... 74
2.4.3. Электромагнитные силы взаимодействия дуги с собственным магнитным полем ... 77
2.5. Описание программных модулей для определения магнитных полей и основных электромагнитных сил ... 79
2.6. Результаты компьютерного моделирования магнитных полей и основных электромагнитных сил в трехфазной дуговой печи ... 82
2.6.1. Поведение напряженностей магнитных полей вблизи дуг постоянного и трехфазного переменного тока одинаковой мощности ... 83
2.6.2. Поведение вектора напряженности магнитного поля вблизи трех дуг трехфазного переменного тока ... 85

2.6.3. Исследование поведения векторов напряженностей магнитного поля посредством построения годографов 88
2.6.4. Результаты компьютерного моделирования основных электромагнитных сил 90
2.7. Выводы по второй главе 93
ГЛАВА 3. ФОРМА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПРИ ИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ 95
3.1. Математическая модель и выбор алгоритмов решения интегро-дифференциального уравнения электромагнитного взаимодействия двух параллельно горящих дуг постоянного тока 96
3.1.1. Математическая модель электромагнитного взаимодействия двух параллельно горящих дуг постоянного тока 96
3.1.2. Определение центробежной силы, возникающей при отклонении формы дуги от прямой линии 100
3.1.3. Постановка уравнения равновесия для оси столба дуги 104
3.1.4. Алгоритмы и численные методы решения интегро-дифференциального уравнения равновесия для оси столба дуги 104
3.2. Форма электрических дуг постоянного или трехфазного переменного тока, горящих между электродами и токоподводящей поверхностью 107
3.3. Программный модуль для определения формы электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии 114
3.4. Результаты компьютерного моделирования формы электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии 116
3.5. Выводы по третьей главе 126
ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ 128
4.1. Тепловое излучение от наклонной дуги на линию ее горизонтальной проекции 128
4.2. Определение теплового потока от наклонной дуги на произвольную горизонтальную площадку 131
4.3. Определение теплового потока от трех наклонных электрических дуг на произвольно расположенную горизонтальную площадку 134
4.4.Программный модуль для расчета теплового излучения от параллельно горящих электрических дуг 137
4.5. Результаты компьютерного моделирования теплового излучения 138
4.6. Комплекс компьютерных программ для системного изучения электромагнитного взаимодействия электрических дуг и их тепловых потоков излучения 142
4.7. Адекватность предлагаемых математической моделей и алгоритмов расчета формы электрических дуг 144
4.8. Выводы по четвертой главе 149
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 150
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 154
ПРИЛОЖЕНИЯ 170

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует множество промышленных агрегатов, работающих в черной, цветной металлургии и химической промышленности, в которых в качестве источников тепловой энергии используются электрические дуги. Это могут быть свободно горящие или обжатые электрические дуги постоянного и трехфазного переменного тока.

На электрическую дугу как легкоподвижный проводник с током существенное влияние оказывают внешние магнитные поля, возникающие от тока, протекающего через саму дугу, от других токов, проходящих: через параллельно горящие дуги, токоподводящие электроды к ним, через жидкий металл, шихту, токоподводы и пр. От рода тока, характера и интенсивности электромагнитных взаимодействий зависит форма дуги и ее динамическое поведение, которое в свою очередь существенно влияет на тепловую работу печи, износ электродов, огнеупорных керамических материалов и в целом – на технико-экономическую эффективность работы агрегатов. Знание характера сил, действующих на дугу, ее положения и поведения является важным при конструировании печей, повышения эффективности управления и автоматизации их работы. Экспериментальными и теоретическими исследованиями электрических дуг в разное время занимались отечественные М.Ф. Жуков., А.И. Леушин, Г.А. Сисоян, А.Н. Макаров, Н.Н. Рыкалин, Ю.М. Миронов, Н.И. Бортничук, М.М. Крутянский, В.С. Малиновский, С.М. Нехамин и зарубежные ученые A. K. Mandal, R. K. Dishwar, O. P Sinha, J. J. Jeong, T. Kim, S Kim, H.E. Weber, H.A. Stine., V.R. Watson и др. Однако многие вопросы, связанные с поведением дуг изучены недостаточно полно. В литературе представленные данные порой противоречивы, не достаточно полно проанализированы системные связи, возникающие с учетом особенностей функционирования дуговых металлургических агрегатов. Мало изучено поведение одиночной дуги при внешних магнитных полях при выборе тех или иных токоподводов в промышленном агрегате. Не до конца понятно, чем

определяется характер электромагнитного взаимодействия нескольких параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока, суммарные тепловые потоки от этих дуг на тепловоспринимающие поверхности и обрабатываемые материалы. Изучение этих практических важных вопросов на промышленных или опытных установках технически сложно, дорого и часто невозможно по многим другим самым различным причинам. Отсюда одним из подходов является систематизация и обобщение существующих знаний, создание на их основе специального математического, алгоритмического обеспечения, его реализация в виде компьютерных программ и дальнейшего анализа информации с использованием компьютерных методов ее обработки с целью использования в автоматизированных промышленных системах.

Целью работы является разработка моделей и алгоритмов для определения характеристик электрических дуг в многоэлектродных дуговых печах и создание на их основе специального математического и алгоритмического обеспечения, включающего анализ поведения магнитного поля вблизи электрических дуг, электромагнитных сил, действующих на них и влияющих на форму и поведение столбов дуг и позволяющего повышать эффективность управления динамикой нагрева обрабатываемого металла.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Выполнен анализ существующих моделей агрегатов, для работы которых используется электрическая дуга.
2. Созданы, модели и алгоритмы по определению:
   - напряженности магнитного поля вблизи отдельной дуги, а также параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока;
   - основных электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу в условиях параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока;

- формы среднего положения осей параллельно горящих электрических дуг постоянного или трехфазного переменного тока при их электромагнитном взаимодействии;
- теплового излучения, падающего на горизонтальную поверхность, от дуг трехфазного переменного тока с учетом их формы.

3. На основе разработанных моделей создано алгоритмическое и программное обеспечение для прогнозирования тепловосприятия ванны дуговой печи при разных режимах горения нескольких электрических дуг.
4. С использованием разработанного алгоритмического и программного обеспечения для действующих промышленных металлургических агрегатов, работающих на постоянном или трехфазном переменном токе, проведено исследование поведения: напряженности магнитного поля, локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дугу, формы осей столбов электрических дуг, их теплового излучения на горизонтальную поверхность привязки дуг.
5. Установлена адекватность модели излучения дуг на основе экспериментальных данных, полученных на промышленной дуговой печи.

Объектом исследования являются режимы функционирования многоэлектродных дуговых печей.

Предметом исследования является взаимодействие магнитных полей и основных электромагнитных сил в различных режимах функционирования многоэлектродных дуговых печей.

Методы исследования. При выполнении работы применялись методы вычислительной математики и теории алгоритмов. В теоретических исследованиях применялись методы векторной алгебры и аналитической геометрии. Созданное программное обеспечение основывалось на использовании известных методов численного интегрирования и поиска минимума функций многих переменных. Программное обеспечение, проведение компьютерного моделирования и проверка адекватности моделей осуществлялось с применением средств разработки приложений *Matlab* и пакета *MathCAD*.

Тематика работы. Содержание диссертации соответствует следующим пунктам области исследования Паспорта специальности ВАК РФ «05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность»:

п.2. Формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации.

п.4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации.

п.5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации.

п.12. Визуализация, трансформация и анализ информации на основе компьютерных методов обработки информации.

Научная новизна работы и теоретическая значимость

1. Систематизированы имеющиеся и разработаны новые модели для определения напряженности магнитного поля, основных локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дуги и тепловых потоков излучения на горизонтальную поверхность от горящих дуг постоянного или трехфазного переменного токов.
2. Впервые получена аналитическая формула и приближенный алгоритм расчета для определения напряженности магнитного поля вблизи нескольких электрических дуг постоянного или переменного токов, горящих на горизонтальную поверхность.
3. Для основных промышленных металлургических агрегатов с использованием компьютерного моделирования проведено исследование основных характеристик электромагнитного взаимодействия электрических дуг и их теплового излучения при горении на горизонтальную поверхность.
4. Впервые создан численный эмпирический алгоритм для нахождения формы осей столбов при электромагнитном взаимодействии двух или трех дуг, по которым протекают постоянные токи, текущие параллельно в одном или

противоположных направлениях, или трехфазные переменные токи при горении дуг на горизонтальную поверхность.

5. Получено распределение теплового потока по горизонтальной поверхности при привязке на нее трех электрических дуг трехфазного тока с учетом их электромагнитного взаимодействия.

Теоретическая значимость работы состоит в систематизации существующих математических моделей, в изучении существенных связей, влияющих на тепловое излучение дуг при обработке материалов в агрегатах электрометаллургии. Внесен вклад в понимание механизма электромагнитного взаимодействия трех дуг трехфазного переменного тока. Разработаны эмпирические алгоритмы нахождения формы осей столбов двух или трех электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии с точностью достаточной для промышленных систем управления. Предложен метод расчета тепловых потоков, падающих на горизонтальную поверхность от нескольких электрических дуг с учетом их поведения при электромагнитном взаимодействии.

Практическая значимость

Создано алгоритмическое и программное обеспечение, по нахождению в условиях работы промышленных агрегатов, работающих на постоянном или трехфазном переменном токе, электромагнитных сил, действующих на дуги и распределения теплового потока, падающего на горизонтальную поверхность, а также формы осей столбов параллельно горящих электрических дуг.

Полученное программное обеспечение может использоваться при проектировании многоэлектродных дуговых и плазменных металлургических печей для правильного выбора диаметра распада электродов и диаметра ванны жидкого металла. Предложенные алгоритмы позволяют совершенствовать существующие методы принятия решения по определению положения электрических дуг, в системах автоматизированного регулирования их тепловой работы. Знание тепловых потоков дает дополнительную возможность проводить более достоверную оценку динамики нагрева шихты и более качественно прогнозировать стойкость футеровки или теплосъем водоохлаждаемых панелей

вблизи горящих дуг при разных технологических режимах в агрегатах с несколькими параллельно горящими дугами. Разработанные модели, алгоритмы и программное обеспечение внедрены в практику работы ООО РМЗ «НИХАРД-СЕРВИС» (г. Златоуст).

Достоверность и обоснованность результатов работы базируется на использовании проверенных на практике моделей, а также сравнении полученных результатов с известными из научно-технической литературы экспериментальными данными и результатами экспериментальных исследований, выполненных автором на промышленной дуговой печи.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на XIV Международной конференции «Современные проблемы электрометаллургии стали» (г. Челябинск, 2010), научно-технической конференции «Актуальные проблемы современной науки, техники и образования» (г. Магнитогорск, 2011, 2014), Международной конференции «Информационные технологии и системы», (Челябинск, 2012, 2013, 2014, 2015), Международной научно-практической конференции «Теория и практика тепловых процессов в металлургии» (г. Екатеринбург, 2012), II Всероссийская научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (ТИМ’2013) с международным участием «Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве»(г. Екатеринбург, 2013), научной конференции аспирантов и докторантов Южно-Уральского государственного университета (национально-исследовательского университета) (г. Челябинск, 2018, 2019).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 33 работы [108-112, 114-125, 130, 131, 136, 137, 140-145,147-152], в том числе девять [111, 114, 119, 125, 141, 145,147-149] публикаций в изданиях, рекомендованных ВАК, три проиндексированы в международной базе SCOPUS [150, 151,152], получены две государственные регистрации на программу для ЭВМ [116, 136]. Из работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию включены только результаты, полученные ее автором.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из **152** наименований, изложенных на **173** страницах машинописного текста, включая **77** рисунков, **6** таблиц и **4** приложения.

На защиту выносятся следующие научные положения и результаты.

1. Результаты анализа используемых на практике, моделей и методов, описывающих электромагнитные и тепловые характеристики электрических дуг постоянного и переменного тока в промышленный агрегат, работающих в различных режимах.
2. Модели и алгоритмы для нахождения: напряженности магнитного поля вблизи трех дуг дуговой сталеплавильной печи (ДСП); локальных сил, действующих на элемент дуги и среднеинтегральных сил, действующих на дугу; формы осей столбов дуг в зависимости от их количества и рода используемого тока; распределения теплового потока по поверхности ванны при горении одной или трех дуг.
3. Методика обработки информации для определения среднего теплового потока излучения от нескольких параллельно горящих на горизонтальную поверхность дуг постоянного или переменного токов с учетом их формы.
4. Специальное программное обеспечение для определения: формы осей столбов нескольких параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока при их электромагнитном взаимодействии; распределения среднего теплового потока от нескольких параллельно горящих на горизонтальную поверхность электрических дуг постоянного или переменного токов при динамически меняющихся технологических условиях промышленной дуговой печи.
5. Полученные на основе компьютерного моделирования динамические нормированные поля напряженности магнитного поля вблизи трех дуг трехфазного переменного тока; годографы бегущего магнитного поля в разные моменты периода; положения локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дугу со стороны других токов;

положение осей столбов двух или трех, параллельно горящих на горизонтальную поверхность дуг постоянного или переменного токов в зависимости от относительного расстояния между ними; распределение тепловых потоков по поверхности ванны от нескольких параллельно горящих на горизонтальную поверхность наклонных дуг постоянного или трехфазного переменного токов в зависимости от их длины и расстояния между ними.

ГЛАВА 1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ В ПРОМЫШЛЕННЫХ АГРЕГАТАХ. ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И ТЕПЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Явление электрической дуги было открыто профессором Петербургской медико-хирургической академии Василием Владимировичем Петровым в 1803 году. Примерно в тоже время, в 1808 году, электрическую дугу наблюдали и зарубежные ученые Деви и Риттер. В ряде технических устройств, таких как высоковольтные и автоматические выключатели, контакторы, электрическая дуга является нежелательной и ее стараются избежать. Однако она широко используется: в технических устройствах, например, плазмотроны и электродуговые лампы; в различных технологиях, например, электросварки, обработки материалов в электропечах самого различного назначения. В промышленности дуговые печи уже используются более ста лет, и им принадлежит ведущая роль в выплавке различных металлов и сплавов. В России первые электропечи были созданы в 1888 году горным инженером Н.Г. Славяниновым. Дуга в них горела между электродами и расплавленным металлом. Сила тока через дугу не превышала 400 А, и производительность печи была около 30 кг стали в час [1]. В современных печах сила тока, протекающего через дугу, может быть до 80 кА, а производительность одного печного агрегата — до 360 тонн в час [2].

1.1. Использование электрических дуг постоянного и трехфазного переменного тока в промышленных агрегатах

В современной металлургии в печах для нагрева и плавления металла используется электрическая энергия. Выделение тепла происходит в нагреваемом материале или в непосредственной близости к поверхности металла в электрическом разряде, протекающем в газовой или паровой среде. В таком

разряде можно сосредоточить в сравнительно небольших объемах очень большие мощности до 180 МВт и получить довольно высокие температуры до 3000^0К [3]. Дуговые устройства могут применяться и для проведения высокотемпературных химических реакций в жидкой или газовой фазах, а также для подогрева газа. Для выплавки металлов удобна дуговая печь, так как высокая концентрация энергии позволяет быстро в зависимости от мощности трансформатора 1,1 до 6,0 часов проводить расплавление шихты. В камере дуговой печи возникают резкие температурные перепады, и поэтому в ней невозможно получить равномерное распределение температуры и достичь равномерного нагрева материалов и изделий, а также обеспечить точное регулирование температуры нагрева. Однако неравномерность нагрева не играет в вышеперечисленном роли, так как благодаря высокой теплопроводности и интенсивной конвекции в жидкой ванне или газовом потоке температура довольно быстро выравнивается [3].

По способу преобразования электрической энергии в тепловую существующие промышленные агрегаты можно подразделить на дуговые печи *прямого действия* и дуговые печи *косвенного действия*.

В дуговых печах косвенного действия (рисунок 1.1) дуга горит между электродами, а расплавляемому металлу тепло от дуги передается излучением, а иногда конвекцией и теплопроводностью. Дуга находится на некотором расстоянии от поверхности металла, поэтому угар и испарение металла намного меньше, чем в дуговых печах прямого действия. Поэтому в дуговых печах косвенного действия можно плавить металлы и сплавы с низкой температурой испарения, например, цветные металлы и сплавы, содержащие цинк – латуни [3–5]. Графитированные электроды расположены горизонтально или наклонно и плохо экранируют футеровку от излучения дуги. Более половины тепла, излучаемого дугой, сначала падает на стенки печи, и, далее излучение от них, попадает на расплавленный металл. Поэтому кладка таких печей находится в очень тяжелых условиях; и в них невозможно проводить процессы, требующие больших объемных мощностей и высоких температур. Электроды работают на

изгиб, что ограничивает их длину и максимальный диаметр, а, следовательно, размеры печи, ее рабочий ток и максимальную мощность.

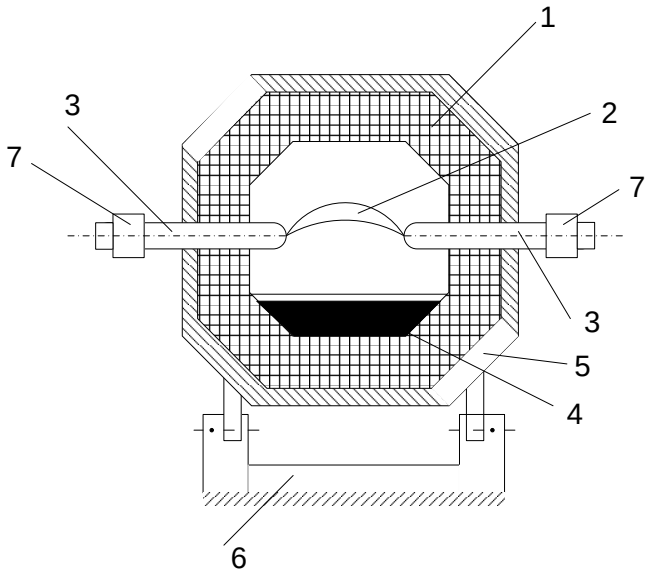


Рисунок 1.1 - Дуговая печь косвенного действия для плавления цветных металлов: 1 – корпус печи; 2 – электрическая дуга; 3 – электроды; 4 – переплавляемый материал; 5 – кожух; 6 – механизм наклона печи; 7 – электродные держатели [3]

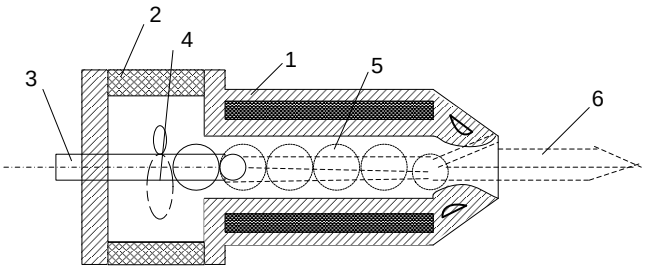


Рисунок 1.2 -Схема дугового плазмотрона: 1 - охлаждаемый водой корпус, 2 - изоляционная вставка, 3 – катод, 4 - впуск газа, 5 – дуга, 6 - струя плазмы [3]

К дуговым печам косвенного действия можно отнести дуговые плазменные печи и дуговые нагреватели газов. В этих установках дуга обтекается потоком газа. Полученная низкотемпературная плазма может быть использована для проведения химических или металлургических процессов. Обрабатываемый материал может вводиться и непосредственно в зону дуги (например, в установках для плазменного напыления). Генераторы плазмы (плазмотроны) выполняют со стержневыми трубчатыми или кольцевыми водоохлаждаемыми электродами. Они могут работать при различных давлениях газа в дуговой камере вплоть до грубого вакуума (выхлоп в вакуумную камеру) (рисунок 1.2.). Характерным является сжатие дуги по оси газового потока и ее газовая стабилизация, что обуславливает резкое увеличение температуры в канале дуги и в плазменной струе (до 10000-15000^{0}С и выше). В некоторых случаях стабилизация положения дуги осуществляется магнитным полем.

В дуговых печах прямого действия дуга горит между электродами и расплавляемым металлом, в непосредственной близости от поверхности металла, из-за чего происходит высокое испарение металлов, особенно оно велико для металлов с низкой температурой испарения [5]. Благодаря экранирующему действию электродов свод печи частично защищен от непосредственного излучения дуг, поэтому здесь допустимы большие объемные мощности, что позволяет проводить высокотемпературные процессы с высокой производительностью. Электроды в таких печах расположены вертикально, следовательно, они работают в основном на растяжение и лишь при наклоне печи -на изгиб. Поэтому здесь можно применять сравнительно длинные графитированные электроды большого поперечного сечения, допускающие значительные рабочие токи. В печах прямого действия могут использоваться одна или несколько дуг, которые горят между графитированными электродами и поверхностью метала или шихты. В таких печах могут использоваться дуги, работающие как на постоянном, так и на переменном трехфазном токе.

В настоящее время в России и за рубежом наиболее широко используются электродуговые печи постоянного тока (ДППТ) с одним графитированным и одним (реже с двумя) подовыми электродами (рисунок 1.3).

В металлургии применяются и электродуговые печи постоянного тока с двумя параллельно горящими дугами между графитированными электродами и поверхностью металла, например, двухэлектродная дуговая печь постоянного тока, разработанная фирмами IHI (*Ishikawajima – Harima Heavy Industries Ltd*., Япония) и ABB (Швейцария).Первая такая печь вместимостью 250 тонн, с мощностью трансформатора 100 МВА, производительностью 0,8 млн т/год введена в эксплуатацию на заводе фирмы *Tokyo Steel* в городе Уцуномия в 1996 году [6].

Печь оборудована двумя верхними графитовыми электродами и двумя подовыми электродами, выполненными из токопроводящих огнеупоров (рисунок 1.4.). За счет электромагнитных сил дуги отклоняют к центру печи, куда загружается шихта, что уменьшает тепловую нагрузку на боковые стены. Это

позволило не устанавливать стеновые водоохлаждаемые панели и снизить тепловые потери печи. Печь работает с большой массой расплава, оставшейся от предыдущей плавки (~110 т при массе плавки 140 т). Это обеспечивает постоянство условий работы печи, такие как температура металла, подводимая мощность, газовыделение, температура технологических газов.

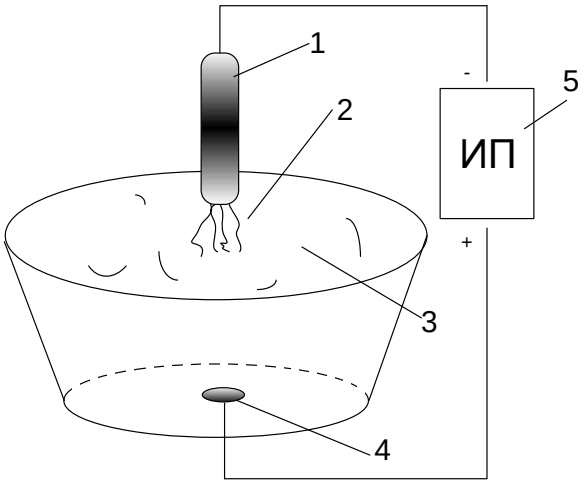


Рисунок 1.3 - Схема дуговой печи постоянного тока прямого действия с одним центральным подовым электродом: 1 – графитированный электрод, 2 – электрическая дуга, 3 – жидкая ванна; 4 – подовый электрод, 5 – источник питания постоянного тока

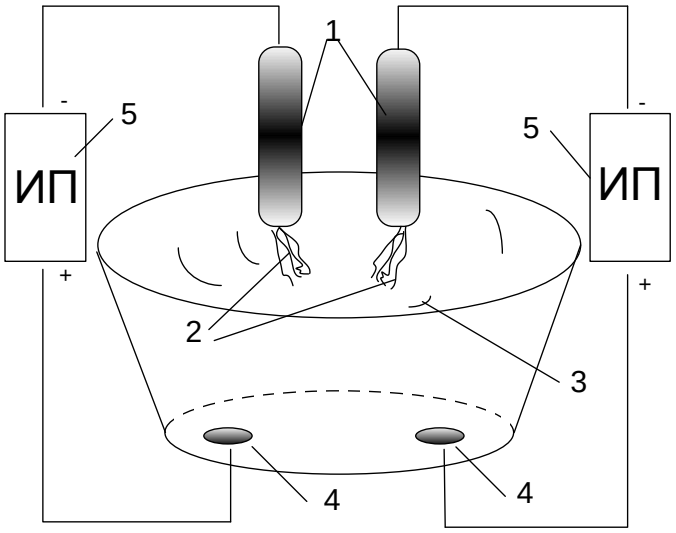


Рисунок 1.4 -Двухэлектродная дуговая печь постоянного тока: 1 – графитированный электрод, 2 – дуга, 3 – жидкая ванна; 4 – подовый электрод, 5 – источник питания[6]

Основные преимущества двухэлектродной дуговой печи постоянного тока: низкий расход электроэнергии 260 кВт-ч/т при расходе вдуваемого угля 25 кг/т и кислорода 33 $м^3$/т; уменьшение уровня шума на 15-20 дБ и снижение фликера на 50-60 % по сравнению с одноэлектродной дуговой печью постоянного тока; уменьшение пылевыделения; высокая доля времени плавки под током.

В 2010 году была введена в эксплуатацию печь постоянного тока с двумя графитированными и четырьмя подовыми электродами на заводе Тахара компании *TokioSteel* [2] (рисунок 1.5). Проектная производительность этой печи

360 т/ч. Вводимая мощность 175 МВт. Масса разливаемой плавки составляет 300 т, при жидком остатке 120 т. Такой высокий уровень остатка предусмотрен для более быстрого расплавления скрапа, непрерывно загружаемого в печь, согласно технологии *Consteel*. Дуги горят на металл, а скрап поступает в зону горения дуг. Диаметр графитированных электродов составляет 762 мм при рабочем токе 70 кА и напряжении 600 В.

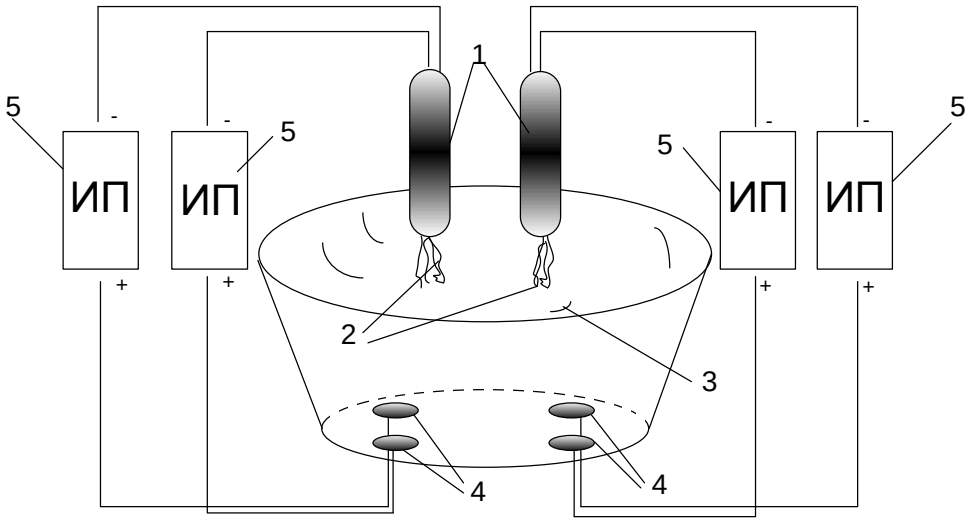


Рисунок 1.5 - Схема двух электродной дуговой печи постоянного тока с двумя сводовыми и четырьмя подовыми электродами:
1 – графитированный электрод, 2 – дуга, 3 – жидкая ванна; 4 – подовый электрод, 5 – источник питания [2]

Существуют дуговые печи постоянного тока с несколькими, наклоненными под углом 45^0 электродами, пропущенными через периферийную часть свода и с сочлененной со сводом шахтой, где происходит подогрев лома отходящими газами. Известна опытная печь *Comelt* постоянного тока с четырьмя графитированными электродами диаметром 250 мм и подовым анодом вместимостью 50 тонн (рисунок 1.6).

Каждая пара электродов питается через свой трансформатор мощностью 48 МВ·А. Дуги длиной 0,5−1,2 м горят по оси электродов, образуя в шихте полости длиной до 1,7 м. Плавку ведут под вспененным шлаком [6].

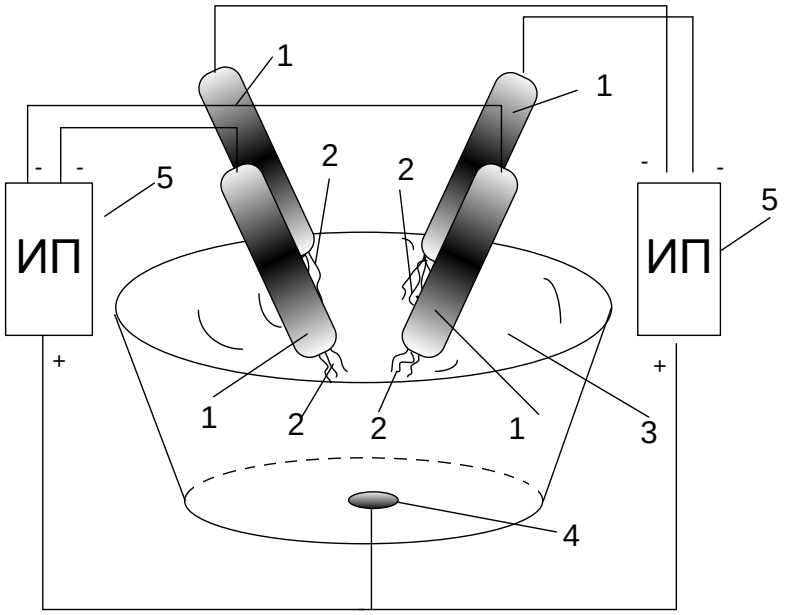


Рисунок 1.6 - Схема четырех электродной дуговой печи постоянного тока:
1 – графитированный электрод, 2 – дуга, 3 – жидкая ванна; 4 – подовый электрод,
5 – источник питания [6]

В промышленности используется множество дуговых печей, работающих на трехфазном переменном токе. Все они имеют, как минимум, три графитированных электрода, на которые подается трехфазное напряжение (рисунок 1.7). В этих печах рабочие дуги более короткие, чем в ДППТ. Длина дуг в зависимости от напряжения составляет 0,1 – 0,3 м. Колебание длины дуги вызывает пульсации величины силы тока, как в диапазоне низких, так и высоких частот. Работа печи с длинной дугой и ее высоким сопротивлением предпочтительна по причине меньших относительных колебаний ее длины, а, следовательно, и перепадов величины силы тока [7]. Оси электродов трехфазной печи находятся в вершинах равностороннего треугольника, диаметр распада центров электродов находится в определенном соотношении с диаметром рабочего пространства печи. Это связано с равномерностью тепловой нагрузки на обрабатываемую шихту и элементы конструкции печи. Если электроды окажутся слишком близко к боковым стенкам печи, то тепловое излучение от дуг приводит к повышенному разрушению футеровки, замедлению нагрева и плавления шихты в центральной части печи. При слишком малом диаметре распада электродов

ухудшается нагрев шихты у стенок и ослабляется средняя часть свода, находящаяся между электродными отверстиями.

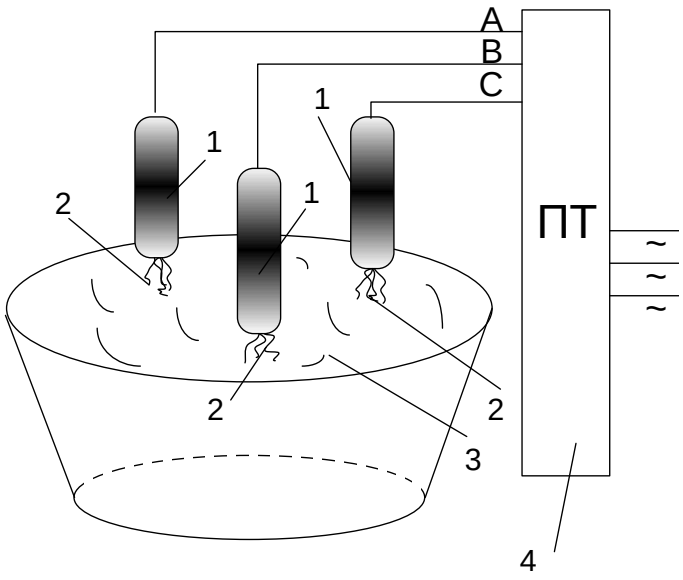


Рисунок 1.7 -Дуговая печь на трехфазном переменном токе:
1 – электрод, 2 – дуга, 3 – жидкая ванна; 4 – источник питания [3]

Плавка в дуговой электрической печи проходит под действием тепла от электрической дуги. В печи достигается высокая температура (в месте горения дуги – свыше 5000° С), которая вместе с восстановительной атмосферой, создаваемой при горении электрических дуг, позволяет выплавлять стали, легированные такими тугоплавкими металлами, как вольфрам, молибден, очищать металл от вредных примесей, выплавлять сталь заданного химического состава. Удельный расход электроэнергии в больших трехфазных дуговых печах составляет 500-600 кВт·ч/т.

Существуют дуговые печи прямого действия, в которых электрические дуги горят при низком давлении -вакуумные дуговые печи (ВДП). В них дуга постоянного тока горит в парах переплавляемого металла между вертикальным расходуемым электродом и жидкой ванной, из которой формируется качественный слиток. Камера печи, охлаждаемая водой, не имеет футеровки. ВДП позволяют проводить высокотемпературные процессы плавки тугоплавких металлов и их сплавов, для которых растворенные газы являются вредной примесью, например, титан вольфрам, тантал [3].

Вакуумные дуговые печи подразделяются на печи с не расходуемым водоохлаждаемым электродом, печи с расходуемым электродом и печи с двумя расходуемыми электродами (рисунок 1.8).

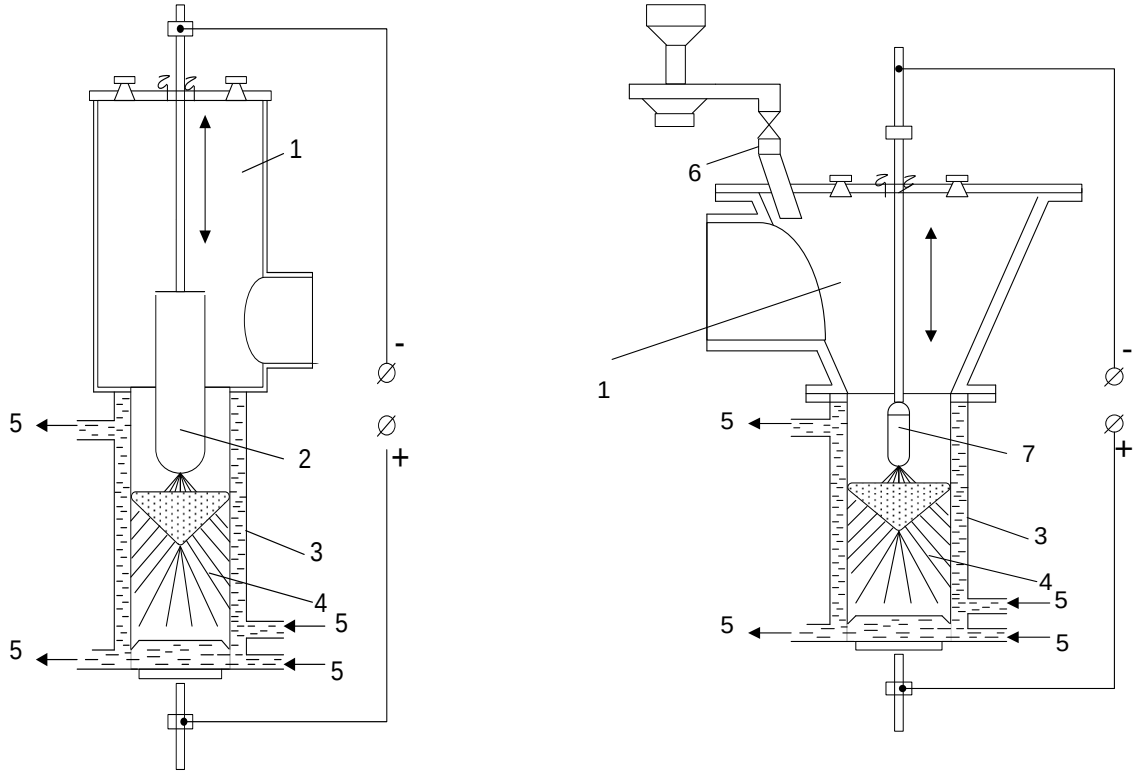


Рисунок 1.8 - Дуговая вакуумная печь а – с расходуемым электродом, б – с нерасходуемым электродом: 1 - вакуумная камера; 2 - расходуемый электрод; 3- кристаллизатор; 4 - наплавляемый слиток;5 – вода; 6 – питатель для подачи шихты; 7 – нерасходуемый электрод[8]

Важным достоинством вакуумно-дугового переплава является возможность создания постоянных условий рафинирования. Это обеспечивается постоянством: температурного режима, давления в зоне обработки жидкого металла и условий охлаждения и кристаллизации металла. С другой стороны, невозможно регулировать распределение тепла между электродом и ванной. Условия устойчивости горения дуги постоянного тока ограничивают пределы увеличения вакуума и пределы напряжения на дуге, а условия кристаллизации подводимую мощность и производительность печи. Давление в рабочей камере ВДП поддерживают в пределах 0,1 - 1 Па. Диаметр электрода обычно составляет от 50

до 500 мм, величина тока может достигать до 40 кА, длину дуги поддерживают сравнительно небольшой 20-50 мм [3].

К печам прямого действия следует также отнести плазменные печи, рудотермические и рудовосстановительные печи. Рудотермические печи (РТП) предназначены для переработки рудных материалов [9]. Основным направлением по их использованию является восстановление оксидов до элементов или карбидов. Причем металлы получаются в виде сплавов. Рудотермические печи используют для переплавки тугоплавких оксидов с целью получения заданного зернового состава продукта. Рудотермические установки подразделяются на печи сопротивления, печи с закрытой и с открытой дугой.

В печах сопротивления появление электрической дуги является нарушением технологического процесса. В рудотермических печах (РДП) с закрытой дугой, которая горит в газовой полости внутри расплавляемой шихты, включенной последовательно и параллельно с дугой (рисунок 1.9.) [3]. Кладка печи защищена от излучения дуг слоем непрореагировавшей шихты (гарнисажа), внутри которой и горят дуги. Поэтому можно проводить процессы с высокой рабочей температурой, характерной для восстановительных рудотермических процессов. Печи этого типа, как правило, не наклоняются (выпуск осуществляется через летку) поэтому электроды в них вертикальные, выполнены из менее прочного материала и сравнительно больших размеров, что позволяет работать на токе до 78 кА и на мощности единичного агрегата 72 МВ·А.

Процессы с открытой дугой в РДП характеризуются развитым дуговым разрядом, горящим между электродом и расплавом металла. Доля джоулевой энергии выделяющейся на сопротивление расплавленного металла ничтожно мала. Хотя по конструкции эти агрегаты могут значительно отличаться от сталеплавильных печей, по характеру режима и эксплуатационным особенностям они ближе всего к ДСП. К таким процессам относятся: производство безуглеродистого ферромарганца, безуглеродистого феррохрома, марганца, никеля, чугуна.

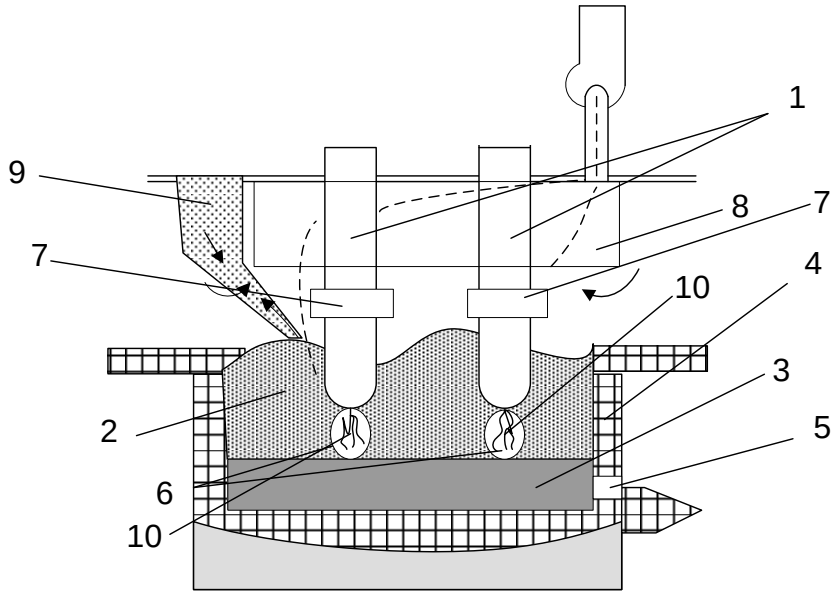


Рисунок 1.9 - Схема работы руднотермической дуговой печи с закрытой дугой: 1 - электрод; 2 - шихта в печи; 3 - расплав; 4 - футеровка печи; 5 - летка; 6 - газовая полость, в которой горит дуга; 7 - электрододержатель; 8 - вытяжной колпак; 9 – загрузка; 10 – дуга [3]

Наибольшее распространение в промышленности имеют трехфазные РТП с тремя или шестью электродами, расположенными в одну линию, запитанными от трех однофазных трансформаторов. Форма ванны таких печей может быть не только круглой, но и прямоугольной. Ток дуги в таких печах может быть до 170 кА, а длина дуги -0,5 м.

Таким образом, электрические дуги постоянного и трехфазного переменного тока используются во многих современных промышленных агрегатах. От типа используемых дуг, от особенностей процессов, происходящих в них, а также от поведения и взаимодействия дуг зависят тепловая работа печи, ее производительность, стойкость футеровки печи, качество выпускаемого материала.

1.2. Описание электрических, магнитных, силовых и гидродинамических процессов, протекающих в дугах постоянного тока

Электрическая дуга постоянного тока представляет собой сложный объект, который состоит из приэлектродных областей (прикатодной и прианодной),

столба дуги и окружающего его факела. Электротехнологические дуги можно разделить на свободно горящие и стабилизированные потоком газа — плазменные дуги. Столб дуги представляет собой газовую среду со значительной степенью ионизации и обладающую высокой электропроводностью. Вокруг столба дуги расположено облако раскаленных газов («факел»), температура которых недостаточна для протекания тока (рисунок 1.10).

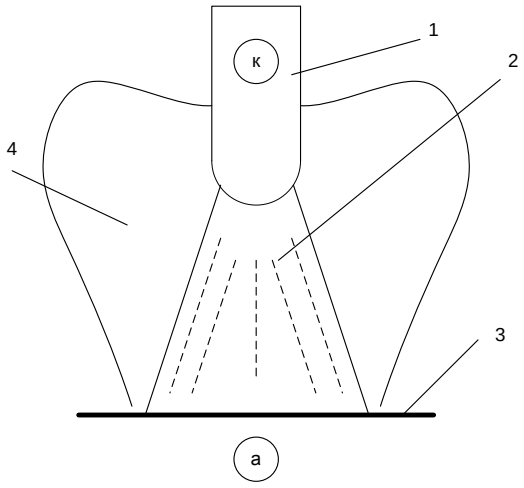


Рисунок 1.10- Строение электрической дуги: 1-катод, 2 - столб дуги, 3-анод, 4-факел дуги [10]

В сильноточных дугах при атмосферном давлении плазма дуги находится в термическом равновесии, т.е. температура всех ее частиц одинакова, а все свойства плазмы, такие как электропроводность, степень ионизации является однозначными функциями от температуры. Такая дуга называется *термической дугой*. Температура является важнейшей характеристикой дуги. Газ имеет неравномерную зависимость электропроводности от температуры. При температуре меньше T_0 газ практически не электропроводен, где T_0- среднее значение температуры, определяемое активной мощностью столба дуги

1.2.1. Основные характеристики дуги постоянного тока

Из-за особенностей процессов на электродах, дуга постоянного тока имеет форму, близкую к усеченному конусу, расширяющегося к аноду [10, 11]. При достаточно большой длине дуги усеченный конус плавно переход в цилиндр, диаметр которого увеличивается вблизи анода.

Форма и степень развития различных частей электрической дуги зависят от материала электродов, длины и тока дуги, температуры и других свойств окружающей среды [12,13]. Плотность тока на катоде, значительно выше, чем в столбе электрической дуги, из-за чего происходит стягивание линий тока около катода, и столб дуги приобретает конусообразную форму. Процессы на катоде зависят от материала электрода и его температуры. Дуги разделяются на дуги с «горячим» и «холодным» катодом. Катоды, выполненные, например, из вольфрама или графита, прогреваются до высокой температуры (~3000К), это обеспечивает высокую плотность термоэлектронной эмиссии и дуга привязана к одному месту катодной поверхности. При «холодных» катодах, например, для стали или чугуна, ток протекает через одно или несколько маленьких катодных пятен, которые беспорядочно перемещаются по поверхности катода [14-17].

На аноде и в его непосредственной близости ток переносится только электронами. В результате вблизи поверхности анода образуется область *отрицательного объемного заряда*, которая определяет появление анодного падения потенциала. На аноде существует диффузионная и геометрическая привязка дуги. Плотность тока на аноде примерно в три раза меньше плотности тока на катоде, в результате чего площадь анода значительно больше площади катода. При разрядке электронов на аноде они отдают аноду свою энергию, то есть дополнительно подогревают анод.

Положительные ионы создают около поверхности катода пространственный *нескомпенсированный положительный заряд*. Положительные ионы разряжаются на катоде и передают ему энергию для поддержания высокой температуры. Для повышения стабильности горения дуги необходимо принимать меры по теплоизоляции зоны разряда с тем, чтобы поддерживать требуемую степень ионизации газа в разрядном промежутке и улучшить условия эмиссии электронов катодом [18, 19].

Отличительной особенностью дугового разряда являются низкие приэлектродные падения потенциала, сравнимые с потенциалом ионизации газа в

промежутке [10]. Падение потенциала вблизи катода равно $U_k = (1 \div 2)U_u$, где $U_к$ – катодное падение напряжения, U_u –напряжение ионизации.

При длинной дуге основное падение напряжения приходится на столб дуги, то есть на него приходится основная трансформация энергии из электрической в тепловую. Температура характеризует внутреннюю среднюю энергию частиц, и чем больше эта энергия, тем выше температура. При устойчивом горении дуги температура всех частиц одинаковая и составляет несколько тысяч градусов [20-28].

Вольтамперная характеристика (ВАХ) описывает свойства дуги как приемника энергии [20]. Свободно горящая маломощная дуга постоянного тока имеет падающую статическую ВАХ по причине уменьшения продольного градиента напряжения *gradU* в столбе из-за усиления ионизации по мере роста силы тока$I_д$. В мощных дугах напряжение $U_д$ практически остается постоянным. Такая горизонтальная ВАХ соответствует уравнению $U_д = U_k + gradU \cdot l_{ст} + U_a$ [20], где U_a – анодное падение напряжения, $U_к$ – катодное падение напряжения, $l_{ст}$ –длина дуги. Длина дуги определяется по формуле $l_д \approx l_{ст} = (U_д - (U_к + U_a))/ gradU$ [20]. При сжатии дуги в плазматронах ПДП реализуется возрастающая ВАХ в результате повышения *gradU*по мере увеличения расхода плазмообразующего газа. В ДВП дуги, горящие в разреженных парах металлов, имеют слабовозрастающую ВАХ [20-28].

Устойчивое горение дуги обеспечивается согласованием ее ВАХ с ВАХ источника питания, чтобы напряжение, подведенное к электродам, было равно $U_д$ для заданной силы тока $I_д$ согласно ВАХ дуги. В случае применения источника питания постоянного напряжения внешняя ВАХ имеет вид линии, параллельной оси абсцисс. Для согласования такой внешней ВАХ с падающей ВАХ дуги необходимо снижение избыточного напряжения цепи на специальном активном сопротивлении, которое включается последовательно с дугой.

Вольтамперные характеристики дуги для токов от 200 А и выше в плазменно-дуговых печах с открытой дугой представляют собой слабовосходящие прямые линии с наклоном примерно 0,1 В/А.

Напряженность магнитного поля в дуге постоянного тока можно очень упрощенно представить как напряженность от прямолинейного проводника радиуса *r*по которому проходит ток *I*, причем считаем, что плотность тока в проводнике постоянная. На расстоянии *x*от оси проводника радиуса $r_д$ напряженность магнитного поля *H*при $x<r_д$ находится как $\oint \vec{H}d\vec{l} = H \cdot 2\pi x = I \cdot x / 2\pi r_д^2$, отсюда $H = I \cdot x / 2\pi r_д^2$, а для точек, лежащих вне проводника, как $H = I / 2\pi x$ [29]. Поведение напряженности магнитного поля *H* для точек внутри и вне проводника неодинаковое. Поле максимально на внешней поверхности дуги и линейно уменьшается в направлении к ее оси (рисунок 1.11).

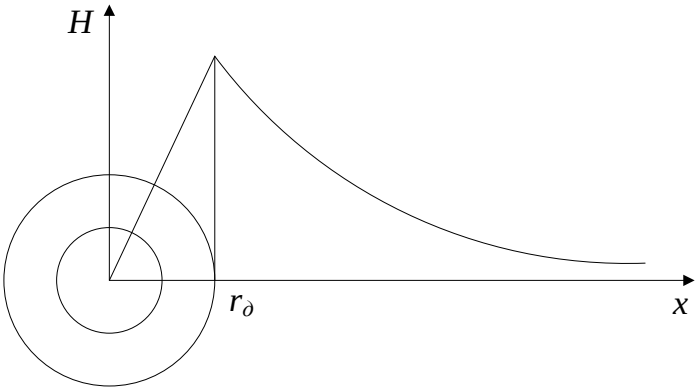


Рисунок 1.11-Качественный вид функции напряженности магнитного поля от расстояния до оси дуги [29]

В результате взаимодействия тока с собственным магнитным полем возникают объемные электромагнитные (пондермоторные) силы плотностью *f,* направленные к оси дуги перпендикулярно векторам плотности тока *j* и напряженности магнитного поля $\vec{f} = \mu_0 \vec{j} \times \vec{H}$, под действием этих сил столб плазмы дуги сжимается, создавая поле давлений *P* [9]. Эффект стягивания столба дуги (пинч-эффект) описывается давлением сжатия $f_{сж} = \mu_0 \left(\frac{I_д}{2\pi r_д} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{r_д^2} \right)$, Па, где μ_0- магнитная постоянная, $I_д$-сила тока дуги, $r_д$ - радиус дуги,*r* – текущий радиус

по сечению столба. Из этой формулы следует, что на поверхности столба дуги сжимающее давление равно нулю, а с приближением к оси растет по параболическому закону и достигает максимального значения на оси дуги [10, 30-32].

Сила сжимающего эффекта, действующая радиально, характеризует стремление заряженных частиц к круговому движению, что в совокупности с дрейфом вызывает их движение по винтовой линии. Это эффект значительно зависит от силы тока, из-за чего в мощных дугах ДППТ столб дуги может иметь вид спирали. Дрейфовые скорости электронов и ионов противоположны, но сила F для любой частицы оказывается направленной к центру дуги (рисунок 1.12). Таким образом, вследствие пинч-эффекта собственное магнитное поле, взаимодействуя с током, стабилизирует и сжимает дугу [10, 30-32].

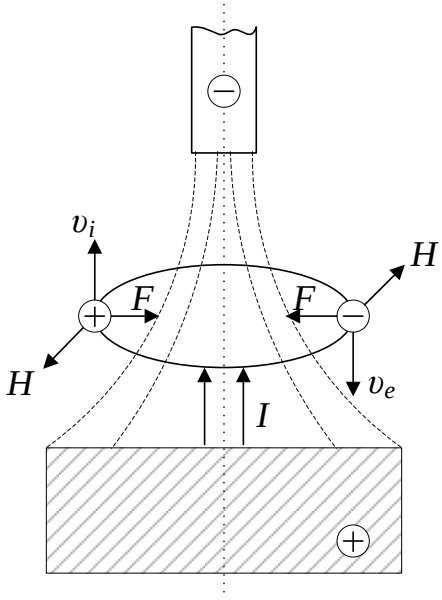


Рисунок 1.12- Действие сил на заряженные частицы (электроны и ионы) [10]

Поскольку электромагнитная сила давления, обусловленная сжимающим эффектом, аналогична гидростатическому давлению в среде ионизированного газа столба дуги, поэтому сила действует не только радиально, но и в аксиальном направлении, вызывая осевое движение газа в столбе и, тем самым воздействует на электродные пятна дуги. В мощных ДППТ и ДСП такая сила дуги может

деформировать зеркало ванны жидкого металла и формировать вогнутый мениск. Величина осевой силы равна [10, 20, 29]

$$F = \int_0^{r_д} f_{сж} \cdot 2\pi r dr = \frac{\mu_0 I_д^2}{8\pi} = 5 \cdot 10^{-8} I_д^2.$$

Этот эффект усиливается при прямой полярности дуги, из-за большей площади анодного пятна, когда возникает дополнительная осевая сила, направленная от меньшего сечения к большему $f_{к-а} = 5 \cdot 10^{-8} I_{lд}^2 \ln\left(\frac{r_к}{r_a}\right)$, где r_a - радиус большего сечения $r_к$ - радиус меньшего сечения.

При воздействии внешнего магнитного поля, дуга может отклоняться от своего первоначального положения. При этом происходит изменение поведения линий магнитного поля внутри дуги. Они концентрируются на стороне, обращенной к центру кривизны, и более разрежены на противоположной стороне. Это приводит к возникновению выпрямляющей электромагнитной силы как результат взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем (сила препятствует искривлению дуги).

Конусная форма дуги с расширением к аноду вызывает движение газа от катода в сторону анода. Участок дуги у катода действует подобно электромагнитному насосу, засасывая газ из окружающей среды и, прогоняя его через столб по направлению к аноду (рисунок 1.13). С увеличением силы тока интенсивность газовых потоков в дуге увеличивается, так как плотность объемных сил пропорциональна квадрату силы стока. Газовый поток дуги направлен нормально к поверхности расплава. П. Шоек [33] предложил использовать для расчета распределения скорости потока $v_д = \left(2\frac{P_0}{\rho}\right)^{0,5}$, $v_s = v_д\left(1 - \frac{P}{P_0}\right)^{0,5}$, где $v_д$ и v_s – скорости потока на достаточно большом удалении от анода и на наружной границе пограничного слоя, P_0 и P – давление в центральной точке и на расстоянии r от нее соответственно, ρ - плотность газа на

наружной границе пограничного слоя. По данным П. Шоека давление в центральной точке анода уменьшается с уменьшением силы тока и удлинением дуги. Скорость газового потока не превышает 0,1 – 0,2 скорости звука, что позволяет рассматривать поток дугового газа как течение несжимаемой жидкости. Движение плазмы газа дуги имеет ламинарный характер.

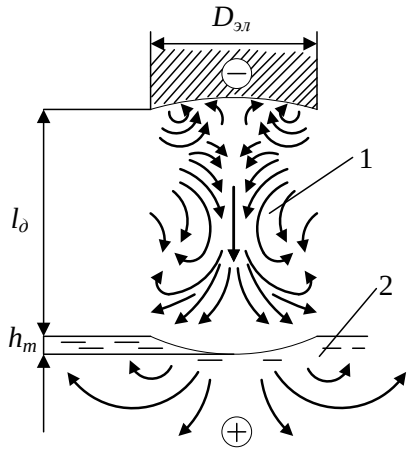


Рисунок.1.13- Схема конвективных потоков: 1 - в столбе дуги; 2 -в ванне жидкого металла [34]

Электрические дуги условно делятся на короткие, средние и длинные. Это условное деление связано не с геометрическими размерами дуг, а со степенью влияния процессов, протекающих на катоде и аноде. В коротких дугах, в отличие от длинных, эти процессы взаимосвязаны. Длина свободной дуги не равна расстоянию между концом электрода и поверхностью, а всегда большего него. Одним из важнейших качественных различий дуг разной длины является их высокая чувствительность к отклоняющим электромагнитным силам. В частности, колебания короткой дуги значительно интенсивнее, чем длинной, так как отклоняющие электромагнитные силы являются функцией квадрата тока.

Мощность дуги определяется произведением величин напряжения и силы протекающего через нее тока. Близость электрода к поверхности металла приводит к увеличению тока дуги при относительно низком напряжении. Небольшой подъем электрода при определенном напряжении уменьшает ток дуги, а при заданном токе увеличивает напряжение между электродом и ванной.

Для горения дуги большое значение имеют такие свойства материала электродов, как работа выхода электронов, температура плавления и кипения, теплопроводность, наличие окисленных плен. Важную роль играют свойства газа в столбе дуги: потенциал ионизации и возбуждения, эффективное сечение атомов по отношению к медленным электронам, теплопроводность и излучательная способность. Кроме того, большое влияние на дугу оказывает состояние внешней окружающей среды, прежде всего ее температура, давление и движение среды относительно дуги.

Таким образом, характеристики дуги постоянного тока зависят от множества факторов и прежде всего, от свойств плазмообразующего газа и электродов, условий горения дуги (ток и длина между электродами), условий теплообмена и поведения внешней среды.

1.2.2. Математические модели параметров дуги постоянного тока

При расчете печей важным является расчет параметров дуги, в том числе и вольтамперной характеристики и теплопередачи от столба дуги к металлу и стенкам рабочего пространства печи [11, 35-37].

Из литературы известны математические модели электрической дуги постоянного тока. Если свойства газа, в атмосфере которого горит дуга, являются известными функциями температуры и давления, то параметры столба термически равновесной электрической дуги определяется решением системы уравнений, основными из которых являются уравнения энергии и движения газа [11]

$$\sigma E^2 + \Phi = W + \rho C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \rho C_p u \; grad\, T - div\left(\lambda \; grad\, T\right), \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial \tau} + \rho u \; grad\, u &= \rho g - grad\, p + \mu_a J \times H + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\mu_в \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} + grad\, u_i\right)\right) - \frac{2}{3} grad\left(\mu_в \; div\; u\right) \end{aligned} \tag{1.2},$$

где σ –удельная электрическая проводимость $Ом^{-1}·м^{-1}$, E –напряженность электрического поля В/м, $Ф$– диссипация энергии за счет трения $Дж/(м^3·с)$, W – энергия, отводимая от единицы объема газа излучением $Дж/(м^3·с)$, ρ –плотность газа $кг/м^3$, C_p –удельная изобарная теплоемкость Дж/(кг·К), T – температура газа К, u –скорость движения газа м/с, τ– время с, λ –коэффициент теплопроводности Вт/(м·К), g –ускорение силы тяжести $м/с^2$, p – давление газа Па, μ_a –абсолютная магнитная проницаемость В·с/(А·м), J – плотность тока $А/м^2$, H –напряженность магнитного поля А/м, $\mu_в$ -коэффициент динамической вязкости Па·с, i=1, 2, 3.

Первые два члена уравнения (1.1) отражают поступление энергии в дугу за счет джоулева тепловыделения и сил трения, остальные – вынос энергии из столба излучением, конвекцией и теплопроводностью. Члены в левой части (1.2) отражают влияние сил инерции. Правые члены этого уравнения учитывают последовательно влияние гравитационных сил, сил внутреннего давления, пондеромоторных сил и сил вязкости. При записи (1.2) для краткости использовался метод скользящих индексов. При этом независимые переменные обозначены не различными наименованиями, а различными индексами. В общем случае, чтобы замкнуть систему, к уравнениям (1.1) и (1.2) добавляются уравнения электромагнитного поля Максвелла, уравнение неразрывности и переноса тепла посредством излучения.

Из-за математических трудностей указанная система в общем случае не решена даже с использованием современных суперкомпьютеров [35-37]. Существующие методы расчета дуги основаны на различных упрощениях, позволяющих, как правило, избежать совместного решения всех исходных уравнений [35-37].

В работах [38-41] было доказано, что удовлетворительное согласие между полученными в результате расчета и эксперимента параметрами дуги, горящими в плазменной печи при атмосферном давлении с относительно большим током свыше 300 А, может быть достигнуто при условии, что уравнение энергии

решается с учетом конвекции, излучения, конусной формы столба дуги и взаимного влияния электрических и газодинамических параметров дуги.

Изменение длины межэлектродного промежутка сопровождается соответствующим увеличением или сокращением участка столба, примыкающего к аноду. Форма и размеры остальной части столба при этом не меняются. Рост тока дуги приводит к увеличению длины конусного (начального) участка столба.

Температура на оси дуги и напряженность электрического поля максимальны у катода и на начальном участке столба снижаются по направлению к аноду. В цилиндрической части столба эти параметры приближаются к некоторым предельным значениям.

Радиус дуги r_o на начальном участке растет в направлении от катода к аноду от значения $r_к$ у катода до значения r_0 в цилиндрической части столба. Условия термического равновесия реализуются в дуге при давлениях выше 10^4 Па. При этом давление электромагнитных сил в столбе оказывается на два порядка меньше, поэтому газ в дуге можно считать несжимаемым, а скорость его движения – значительно меньшей, чем скорость звука. Учитывая, что диссипация энергии в столбе за счет сил трения мала (по сравнению с джоулевой теплотой), ею можно пренебречь. Можно считать, что свойства газа являются функциями только температуры, а давление рассматривать в качества параметра.

Экспериментальные исследования течения газа во внешней зоне столба свидетельствуют о ярко выраженном там турбулентном характере движения [42]. Однако, в работах [35, 37] было обнаружено, что скорость газа в дуге u_z и его расход через проводящую область столба определяются током дуги и не зависят от скорости окружающей среды. Расход газа в дуге определяется производительностью электромагнитного насоса, которому можно уподобить дугу, тогда квазитвердая стенка должна пропускать в единицу времени из окружающей среды в дугу лишь такое количество газа, которое способен прокачать электромагнитный насос.

Радиальная составляющая скорости газа в столбе $u_r << u_z$ осевой составляющей скорости движения газа u_z поэтому будем считать, что во всем объеме столба, кроме области, примыкающей к катоду $u_r \approx 0$. В области, находящейся на очень малом расстоянии z от катода, где $z << r_0$, $u_r >> u_z$ и $u_z \approx 0$. В этой зоне катод не позволяет газу из внешней среды входить в дугу в направлении оси, протяженность этой зоны можно полагать соизмеримой с участком у катода, где термическое равновесие отсутствует, поэтому расчет параметров среды здесь носит формальный характер, независимо от того, как движется газ [11, 35-37].

Локальный расход газа ρu_z в проводящей зоне столба изменяется в относительно узком диапазоне, поэтому во всем объеме столба можно принять $\rho u_z = K = const$. Гравитационные силы вблизи дуги на два порядка меньше сил вязкости, поэтому ими можно пренебречь. При высоких температурах газа в столбе на процесс теплообмена существенное влияние оказывает теплопроводность, конвекция и излучение. Поскольку газ в дуге движется параллельно ее оси, можно считать, что теплопроводностью в осевом направлении по сравнению с конвекцией можно пренебречь. При решении уравнения энергии $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} >> \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$, поэтому $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx 0$ [11, 35-37].

На границе столба и окружающей среды в области температур 6000-7000^{0}К коэффициент теплопроводности газа λ снижается на порядок по сравнению со значениями, которые он имеет на оси. При таких условиях процесс теплопередачи от столба через поверхность $r = r_o$ в окружающую среду будет определяться конвекцией, а теплопроводностью можно пренебречь [11, 35-37].

Отношение C_p / λ, диапазон изменения которого при температурах дуги относительно узок, принимается во всем объеме столба постоянным. Так как силы вязкости в проводящей зоне столба дуги играют относительно малую роль, при решении уравнения движения считаем коэффициент динамической вязкости $\mu_в$ во

всем объеме дуги постоянным и равным его значению на оси дуги при $z \to \infty$. В уравнении движения примем $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} >> \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, так что $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \approx 0$ [11, 35-37].

Таким образом, столб дуги с газодинамической точки зрения можно рассматривать в качестве полого стержня с пористой стенкой, омываемого снаружи продольным турбулентным потоком газа. Газ, проходящий через стенку внутрь стержня, движется ламинарное вдоль его оси.

С учетом принятых допущений уравнение (1.1) существенно упрощается и принимает следующий вид

$$\sigma(T)E^2 = W(T) + \rho u_z C_p \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad (1.3)$$

По заданной модели с учетом приведенных выше допущений, авторами были рассчитаны некоторые локальные и интегральные характеристики дуги, например, ток дуги, радиус дуги, излучение дуги и форма дуги [11].

Мироновым Ю.М. в работах [10, 32] рассмотрена математическая модель, описывающая процессы в столбе дуги. Были приняты допущения, в частности, что энергия движения значительно меньше джоулева тепловыделения $\rho\upsilon^2 << \gamma E^2$, где ρ - плотность плазмы кг/м^3, υ - скорость м/с, γ - удельная электропроводность Ом$^{-1}$·м$^{-1}$, E - напряженность электрического поля в столбе дуги В/м. Получены следующие уравнения:

- непрерывности заряда $\nabla n_e = 0$;
- уравнение движения

$$\frac{d\rho\upsilon}{d\tau} = grad\ p - F_{вязк} - \rho_i E, \qquad (1.4)$$

где p - давление Па, $F_{вязк}$ - сила вязкости, Н; ρ_i -плотность ионов А/м^2;

- уравнение сплошности среды

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \nabla\upsilon = 0; \qquad (1.5)$$

- закон Ома в дифференциальной форме

$$j = \gamma E; \tag{1.6}$$

- уравнение баланса энергии

$$\frac{d\rho h}{d\tau} = \gamma E^2 - \rho \cdot \upsilon \cdot gradh + \lambda \cdot gradT - \sigma_{изл}, \tag{1.7}$$

где ρh-единичная энтальпия столба, Дж/м^3; λ- коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); $\sigma_{изл}$-энергия излучения единичным объемом плазмы в единицу времени, Дж/(м^3·с). Все коэффициенты в этих уравнениях являются однозначной функцией температуры. Однако решение системы (1.4)-(1.7) не было доведено до конкретных результатов.

Тепловое состояние дуги и ее геометрические размеры зависят от характера взаимодействия дуги с окружающим пространством [10,32]. Ю.М. Мироновым было установлено, что в стационарном режиме горения дуги с заданной длиной $l_д$ каждому значению мощности столба дуги соответствует свой радиус дуги, и при изменении тока дуги ее диаметр меняется так, что линейная плотность тока дуги остается постоянной.

А. М. Кручининым предложена теплообменная модель электрической дуги [41, 43-46], позволяющая рассчитать температурные профили цилиндрической части столба для дуги постоянного тока до 100 кА, а также ВАХ дуги с учетом ее зависимости от длины пространственной линии тока в столбе дуги. Траектория линии тока дуги в процессе плавки быстро изменяется в широких пределах [47], что необходимо учитывать при практическом использовании этой модели [37].

1.3. Электрические, магнитные, силовые и гидродинамические процессы, протекающие в дугах переменного тока

Особенностью электрической дуги переменного тока, в частности дуги горящей в трехфазных дуговых печах, является непрерывное изменение ее формы, размеров, электромагнитных сил и параметров излучения.

1.3.1. Особенности дуги переменного тока

Электрическая дуга переменного тока в силу нелинейности вольтамперной характеристики дугового разряда искажает синусоидальную форму кривой тока, вследствие чего в цепи возникают высшие гармонические колебания тока, усиливающие поверхностный эффект и эффект близости в проводниках и снижающие электротехнические показатели токоподводов.

При горении дуги переменного тока возникает шум в виде ударной волны при повторном ее зажигании вследствие изменения полярности электродов в момент электрического пробоя межэлектродного промежутка. При этом 0,003% электрической мощности преобразуется в шум. Вблизи работающей ДСП, особенно в период расплавления металлошихты, звуковое давление достигает 110-120 дБ и выше. Увеличение номинальной мощности электропечных трансформаторов мощных и сверхмощных печей связано с необходимостью повышения вторичного напряжения и силы тока. При ограничении вторичного линейного напряжения по условиям электробезопасности величиной 1000 В повышение силы тока ухудшает электротехнические показатели ДСП. Существует также проблема, связанная с графитированными электродами. Современная технология производства не позволяет получить электроды с диаметром более 610 мм при допустимой плотности тока 35 А/см^2, что соответствует максимальной силе тока 100 кА. Это ограничивает дальнейшее увеличение мощности ДСП без изменения числа электродов. При работе ДСП на токах 50—100кА необходимо обеспечить защиту обслуживающего персонала и металлоконструкций от воздействия переменных магнитных полей большой напряженности. Электромагнитные процессы в трехфазных ДСП сопровождаются частыми и резкими изменениями тока, напряжения и мощности вызывают выдувание электрических дуг из-под электродов, ослабляя направленность лучистого теплообмена и ухудшая стойкость футеровки.

Подводимое к электрической дуге переменного тока напряжение можно посчитать по формуле $u = U_{\max} \sin(\omega \tau)$, где U_{max} – амплитуда напряжения, u– значение напряжения, ω– угловая частота, τ – время. Известно, что дуга переменного тока начинает гореть только в тот момент, когда мгновенное напряжение достигнет определенной величины, т.е. дуга переменного тока горит с перерывами и ее напряжение измеряется по кривым, значительно отличающимся от синусоиды, поэтому коэффициент мощности дуги переменного тока всегда меньше единицы[29]. Дуга переменного тока имеет особые условия протекания электрофизических процессов. В течение каждого периода дважды меняется полярность электродов, и изменяются условия эмиссионных процессов. В течение каждого периода напряжение на электродах дважды может оказаться меньше напряжения зажигания дуги, в результате чего происходит прерывистое горение дуги. В течение каждого полупериода сила тока меняется от нуля и до максимального значения и снова до нуля, что создает нестабильность тепловых и ионизационных процессов в столбе дуги. В столбе дуги, несмотря на колебания температуры, в течение полупериода тока, сохраняется квазистационарное тепловое состояние столба, обеспечивающее его высокую теплопроводность.

При прохождении тока через ноль и погасании дуги, проводящий канал не пропадает, а существует достаточно длительно время [10, 29-32]. При зажигании дуги сначала появляется отрицательное, а затем и положительное пламя, которое встречается в середине промежутка. По мере роста мгновенного значения тока, положительное пламя отступает к аноду, но дуга чаще всего горит не на анод, а на плазму вблизи анода, которая анодной струей как бы поднята над положительным электродом. Чем меньше теплопроводность, тем больше тепловая инерция материала и тем медленнее охлаждается раскаленный катод в момент погасания дуги переменного тока. После зажигания дуги катодное и анодное пятна появляются в том месте, где в конце предыдущего полупериода находить анодное и катодное пятна соответственно. Через $(8\text{-}12)\cdot 10^{-4}$ секунды они могут перейти на новое место, но разогретый участок на месте старого пятна существует длительное время(2-3 периода). При уменьшении мгновенного значения тока

после амплитудного значения отрицательное пламя как бы укорачивается, у анода расширяется ионизированное облако, которое продолжает существовать после погасания дуги.

Процессы в электропечи протекают при весьма высоких температурах, не только электродов, но и всего пространства, в котором возникают газовые разряды. Дуга горит между электродом и поверхностью металлического расплава. Печные дуги относятся к дугам, горящим в металлических парах, а не в газах [46-52].

Характерной особенностью динамических ВАХ электротехнологических установок работающих на переменном токе является их несимметрия по полупериодам. В полупериод, когда катодом является металл напряжение дуги значительно выше, чем в полупериод, когда катодом является графитированный электрод. Несимметричность ВАХ приводит к появлению «вентильного эффекта» - появлению постоянной составляющей напряжения обратной полярности. Есть различие тепловых условий привязки дуги на электроде и на металле из-за того, что средняя температура графитированного электрода существенно выше, чем на поверхности металла.

Мощная дуга переменного тока по своей геометрии близка к дуге постоянного тока, но столб дуги непрерывно меняет очертания с двойной частотой. Дуга переменного тока обычно имеет форму усеченного конуса, площадь привязки дуги на ванне в полтора два раза превышает площадь пятна на электроде. При увеличении тока дуги это соотношение несколько уменьшается. При увеличении напряжения или тока площадь каждого пятна растет. Диаметр дуги также зависит и от межэлектродного промежутка. При его увеличении при постоянном напряжении, дуга заглубляется в металл, при этом увеличивается ток дуги и ее диаметр, а форма становится ближе к цилиндрической, чем к конической. При уменьшении размера промежутка ток и диаметр дуги уменьшаются, а дуга приобретает форму близкую к конической.

Изменение с двойной частотой мощности вызывает соответствующее изменение температуры дуги, которая также изменяется с двойной частотой.

Амплитуда колебаний температуры меньше амплитуды колебаний мощности, а кривая температуры сдвинута относительно кривой мощности на угол ψ, что подтверждается экспериментально [53, 54] (рисунок 1.14).

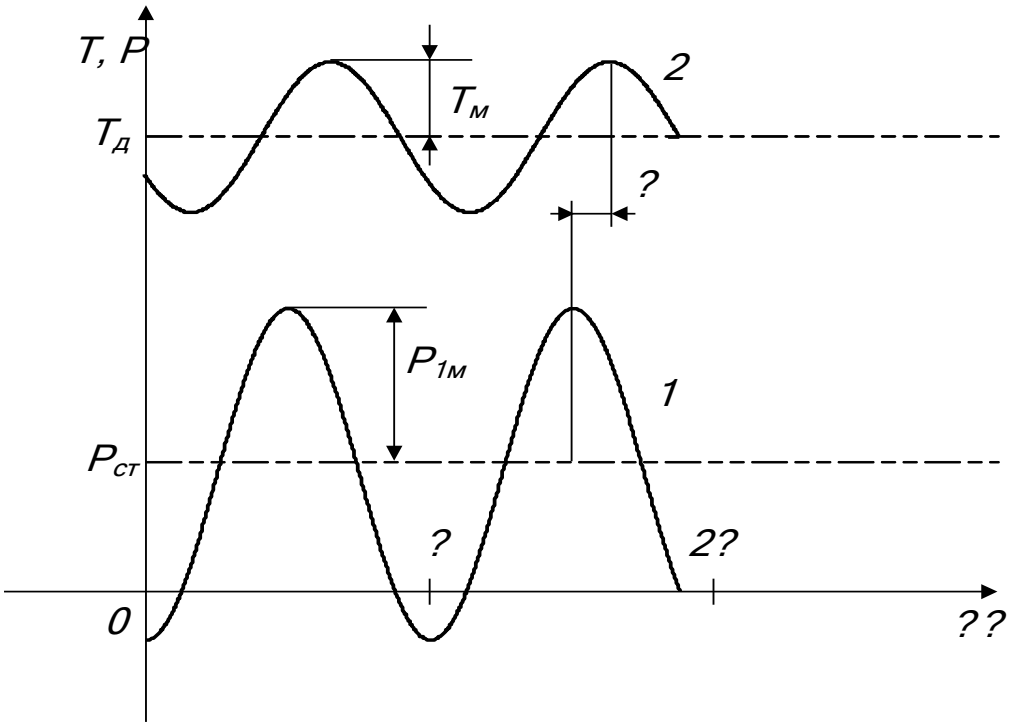


Рисунок 1.14- Изменение 1 - мгновенной мощности;
2 - температуры дуги [10]

При протекании переменного синусоидального тока $i = \sqrt{2} I \sin(\omega\tau)$ сила давления, сжимающая дугу *f*, изменятся с двойной частотой $f = \mu_0 \frac{I^2}{4\pi^2 R_д^2}\left(1 - \frac{r^2}{r_д^2}\right)(1 - \cos(2\omega\tau))$. Также с двойной частотой флуктуирует и радиус столба дуги, что хорошо просматривается при скоростной киносъемке [53]. Среднее значение этой силы определяется действующим значением переменного тока.

1.3.2. Математические модели характеристик дуги переменного тока

В работе [54] показано, что при известном градиенте электрического потенциала на дуге можно определить напряжение на ней. Это позволяет рассчитывать электрический режим, с другой стороны длина дуги является

геометрической характеристикой, позволяющей рассчитывать теплообмен в рабочем пространстве печи. Действующее напряжение дуги в зависимости от ее длины lвыражается как$U_д = \alpha + \beta \cdot l, \alpha$ - анодно-катодное падение напряжения, β - градиент напряжения в столбе дуги. Для описания динамической ВАХ дуги используется следующее дифференциальное уравнение [55]

$$\frac{\theta}{g(\tau)}\frac{dg(\tau)}{d\tau} = \frac{i^2(\tau)}{g^2(\tau)U_g^2} - 1, \tag{1.7}$$

где θ - постоянная времени дуги, $i(\tau)$и $g(\tau)$ - ток и проводимость дуги.

При использовании выражения для $U_д$ с заданной длиной дуги l уравнение (1.7) для симметричной трехфазной печи примет следующий вид [55]:

$$\begin{cases} ir + xdi/d\tau + i/g + u_0 = U_m \sin(\omega\tau), \\ \dfrac{\theta}{g(\tau)}\dfrac{dg(\tau)}{d\tau} = \dfrac{i^2}{g^2(\alpha+\beta l)^2} - 1, \\ u_0 = -i\left(g^{-1}(\omega\tau) + g^{-1}\left(\omega\tau - \dfrac{2\pi}{3}\right) + g^{-1}\left(\omega\tau - \dfrac{4\pi}{3}\right)\right), \end{cases} \tag{1.8}$$

гдеr, x - активное и реактивное сопротивление фазы электрического контура без дуги, U_m - амплитуда фазного напряжения, ω - угловая частота.

Решение системы (1.8) позволяет определить действующий ток дуги $I_д$ и активную мощность дуги как функциюl.

$$I_д(l) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(\tau)d\tau}\;\; P_д(l) = \frac{1}{T}\int_0^T i^2(\tau)g^{-1}(t)dt,$$

где *T*-период.

В работе [56] показано, что термическая плазма, возникающая при горении дугового разряда в плавильных установках, определяется давлением и температурой. Давление, теплопроводность, электропроводность обычно считаются изотропными функциями, диэлектрическая и магнитная проницаемость среды равными единице. Вдали от электродов суммарный электрический заряд в любом объеме столба принимается равным нулю Столб

дуги удобно считать однородным, аксиально-симметричным в осевом направлении. На основе особенностей горения сильноточных дуг создана одномерная аксиально-симметричная магнитогидродинамическая модель, которая включает электромагнитную, тепловую и газодинамическую группы уравнений. Граничные условия $S = \int_0^r \rho(r^n, \tau) r^n dr^n$, где ρ - плотность, *r*-радиус, τ – время. В лагранжевых массовых координатах безразмерные уравнения одномерной МГД задачи имеют вид:

- газодинамическая группа:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{\partial}{\partial s}(r\upsilon),$$

$$\upsilon = \frac{\partial r}{\partial \tau},$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial \tau} = -r\frac{\partial p}{\partial s} - \frac{1}{2r}\frac{\partial}{\partial s}(rH)^2.$$

- тепловая группа:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = -p\frac{\partial}{\partial s}(r\upsilon) + \frac{jE}{\rho} + \frac{\partial}{\partial s}\left(r^2\rho\lambda\frac{\partial T}{\partial s}\right) - \frac{4c\chi_p}{\rho}T^4. \qquad (1.9)$$

.

- электромагнитная группа:

$$j = \sigma E = \rho\frac{\partial}{\partial s}(rH),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{H}{r\rho}\right) = \frac{\partial E}{\partial s},$$

где υ - радиальная скорость газа, *H*, *E* – напряженность магнитного и электрического поля, ε - внутренняя энергия, *j*- плотность тока, *c* – постоянная Стефана-Больцмана, χ_p - планковский средний коэффициент поглощения излучения. Система дифференциальных уравнений (1.9) замыкается уравнениями состояния $\rho = \rho(p,T)$, $\varepsilon = \varepsilon(p,T)$ и зависимостями транспортных коэффициентов от температуры и давления $\lambda = \lambda(p,T)$, $\sigma = \sigma(p,T)$, $\chi_p = \chi_p(p,T)$. Для аксиально-симметричных задач граничные условия на оси симметрии стандартные.

На правой границе они приняты с учетом особенностей печи: для однофазной (ВДП), правой границей является стенка рабочей камеры, для трехфазной ДСП – цилиндрическая поверхность, с радиусом, равным радиусу электрода. Температура газа на правой границе задается равной в первом случае стенке камеры, во втором – температуре металла или шлака. Скорость газа в радиальном направлении приравнена в первом случае нулю из-за непроницаемости стенки, а во втором на правой границе задается постоянное давление, равное атмосферному.

Правые граничные условия для электромагнитной группы задаются следующим образом. Из уравнения индукции в интегральной форме

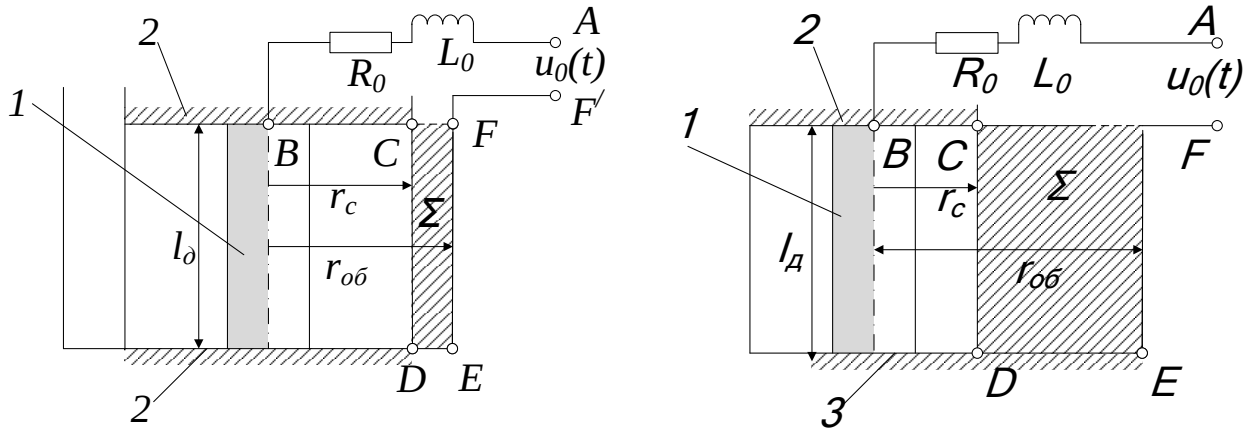
$$\oint E dl = -\frac{d\Phi}{d\tau}, \qquad (1.10)$$

где $\Phi = \int \vec{H} \cdot \vec{n}\, d\Sigma$ - магнитный поток через поверхность Σ, натянутую на замкнутый контур C, $\vec{n}$ - вектор вторичной нормали к поверхности Σ.

В качестве контура C в первом случае берется контур *ABCDEFF*, проходящий по вторичному токоподводу печи *AB*, верхнему электроду *BC*, внутренней стенке камеры *CD*, нижнему электроду *DE*, обратным проводам коаксиального токоподвода *EF*, обратному проводу короткой сети FF'(рисунок 1.15, а).

Во втором случае в качестве контура C берется контур *ABCDEF*, проходящий по вторичному токоподводу одной фазы печи *AB*, электроду *BC*, правой границе *CD*, металлу *DE* и нулевому проводу *EF*, совпадающему с осью симметрии печи (рисунок 1.15, б).

В трехфазной печи взаимодействие дуг не рассматривается, а рассматривается только симметричный электропечной контур, поэтому падение напряжения на нулевом проводе будет равно нулю, а напряжение холостого хода, напряжению короткой сети.



а б

Рисунок 1.15- Схема цепи: а - однофазной электродуговой установки; б - одной из фаз симметричного трехфазного электропечного контура 1- столб дуги; 2- электрод; 3- металл [56]

Поскольку магнитное поле вне плазменного шнура с током $I(\tau)$ на расстоянии r от оси описывается формулой $H(r,\tau)=2I(\tau)/r$, магнитный поток, сосредоточенный в заштрихованной области

$$\Phi = 2l_д I(\tau)\ln\frac{r_{об}}{r_c}. \qquad (1.11)$$

С учетом (1.10) и (1.11) можно получить граничные условия для уравнений электромагнитной группы. Задание таких законов поведения дуги в виде системы дифференциальных уравнений, а также выбор начальных и граничных условий, термодинамических функций и транспортных коэффициентов позволяет полностью определить модель дуги. По данной модели отличие расчетного и экспериментально определенного радиуса при одинаковом падении напряжения на дуге не превышает 10 процентов, а расчетное падение напряжения всегда меньше, а ток больше. В результате моделирования, выявлено влияние на параметры дуги основного управляющего воздействия длины этой дуги [55]. Установлено, что для коротких дуг падение напряжения и сопротивление дуги зависят линейно от длины, а температура практически не зависит. Для длинных дуг это предположение нарушается.

В [56] рассматривается расчет теплофизических характеристик, в частности энтальпии дуги и мощности потерь энергии от проводимости рассматриваемой дуги, в рамках цилиндрической модели дуги и сводится к определению при заданном радиусе канала мощности потерь энергии и проводимости дуги. Эти зависимости применимы для расчета реальных дуг с одним и тем же составом газа. Каждому значению мощности потерь эквивалента цилиндрическая дуга, так как приосевая область дуги остается ламинарной даже в случае интенсивного обдува газом. Турбулентная зона, обусловленная движением газа дуги, остается на периферии столба. Ламинарная область отличается относительной устойчивостью. Поэтому ограничиваются ламинарной областью и представляют дугу как цилиндрическую. Радиус этой области экспериментально определить сложно, поэтому его рассчитывают с учетом статической ВАХ исследуемой дуги и условия подобия цилиндрических дуг, при этом излучением дуги пренебрегают. При заданном значении осевой температуры и изменении радиуса мощность потерь остается постоянной, а ток пропорционален радиусу. Из ВАХ для заданной мощности потери энергии определяют ток.

В работе [56] рассмотрена модель дуги переменного тока, горящей в канале, включающая в себя аналитическое уравнение энергии с учетом излучения, конвекции и конусной формы начального участка столба дуги. Используются все допущения, которые приведены в работе [11], и учитывается особенности использования переменного тока. Установлено что, в различных точках по длине дугового столба моменты возникновения максимальных и минимальных температур наступают не одновременно с моментами соответствующих экстремальных значений тока дуги, а с некоторым переменным по оси дуги сдвигом во времени. Этот сдвиг обусловлен нагревом газа в дуге. Показан волновой характер теплопроводности и напряженности электрического поля.

1.4. Математические модели формы электрических дуг и их поведение при их электромагнитном взаимодействии

Известно, что в дуговой печи постоянного тока ток дуги взаимодействует с внешними магнитными полями, создаваемыми различными участками токоподвода [10, 30-32].

На рисунке 1.16 изображена схема токоподвода к дуговой печи постоянного тока. Она состоит из основного электрода, горизонтального участка токоподвода протяженностьюb, двух вертикальных участков cи $a=a_1+a_2$и межэлектродного промежутка $l_д$ с электрической дугой. Ток в дуге взаимодействует с магнитными полями, создаваемыми всеми участками токоподвода [10]. Значения сил, которые действуют на единицу длины дуги, зависят от геометрических параметров печи и токоподводов. При отклонении дуги от вертикального положения возникает сила $F_д = \frac{\mu_0 I^2 l_д}{8\pi x}$, препятствующая отклонению, где x–горизонтальная координата отклонения дуги от вертикали [10].

Суммарная сила отклонения имеет вид [10]:

$$F_{откл} = \frac{\mu_0 I^2 l_д}{4\pi}\left(\frac{a+y}{(b+x)\sqrt{(a+y)^2+(b+x)^2}} + \frac{c-(a+y)}{(b+x)\sqrt{(b+x)^2+(c-(a+y))^2}}\right) +$$

$$+ \frac{a+y}{x\sqrt{(a+y)^2+x^2}} - \frac{a_1+y}{x\sqrt{(a_1+y)^2+x^2}} + \frac{b+x}{(a+y)\sqrt{(a+y)^2+(b+x)^2}} -$$

где

$$- \frac{x}{(a+y)\sqrt{(a+y)^2+x^2}},$$

y– вертикальная координата отклонения дуги от вертикали.

Геометрию столба дуги определяет баланс сил $F_{откл} = F_д$ из решения которого можно найти профиль дуги и ее максимальное отклонение. В работе [10], показано, что сильнее всего отклонение дуги зависит от ее длины.

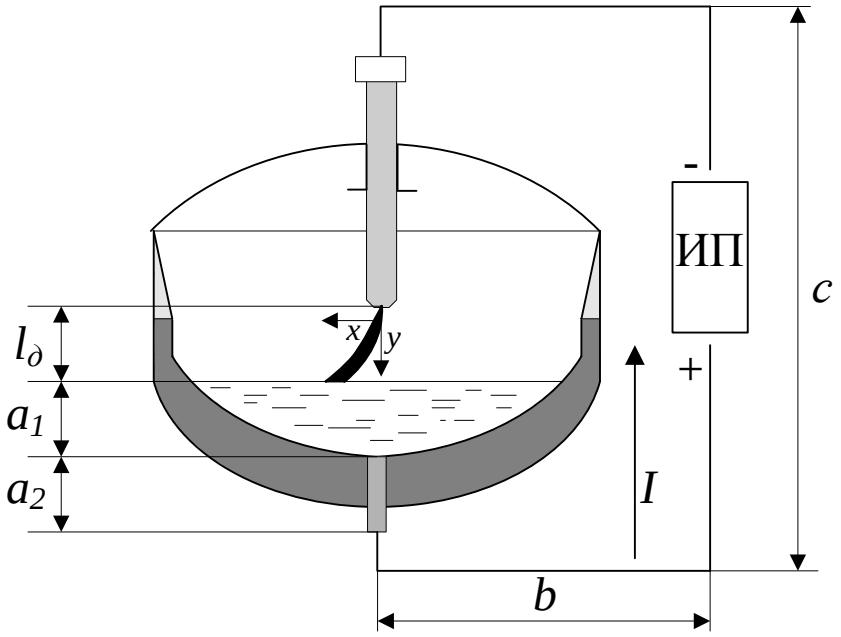


Рисунок 1.16-Схематическая модель токоподвода в ДППТ [10]

В трехэлектродных печах постоянного тока дуги в результате электромагнитного взаимодействия между собой стягиваются к центру печи, при этом электромагнитное поле, создаваемое участками токоподвода, отклоняет столб каждой дуги в сторону, противоположную токоподводу. На рисунке 1.17 показаны профили осей дуг постоянного тока в трехэлектродной печи [10].

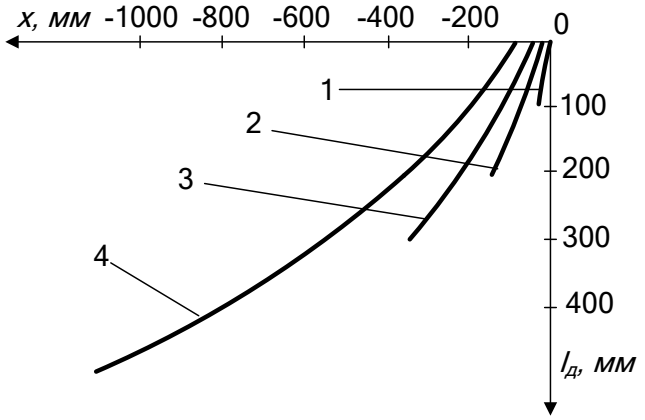


Рисунок 1.17- Профили дуг в трехэлектродной ДППТ на разных расстояниях между электродами: 1 – 500мм; 2 –300 мм; 3- 200мм; 4 – 100 мм [10]

На рисунке 1.18 приведены результаты расчетов максимального отклонения дуги в различные моменты времени для ДСП-12 для длин дуг $l_{д1}$=100 мм и $l_{д2}$=200

мм и диаметре электрода 350 мм. Видно, что наибольшее максимальное отклонение дуги происходит в момент времени $\omega t = 90^0$.

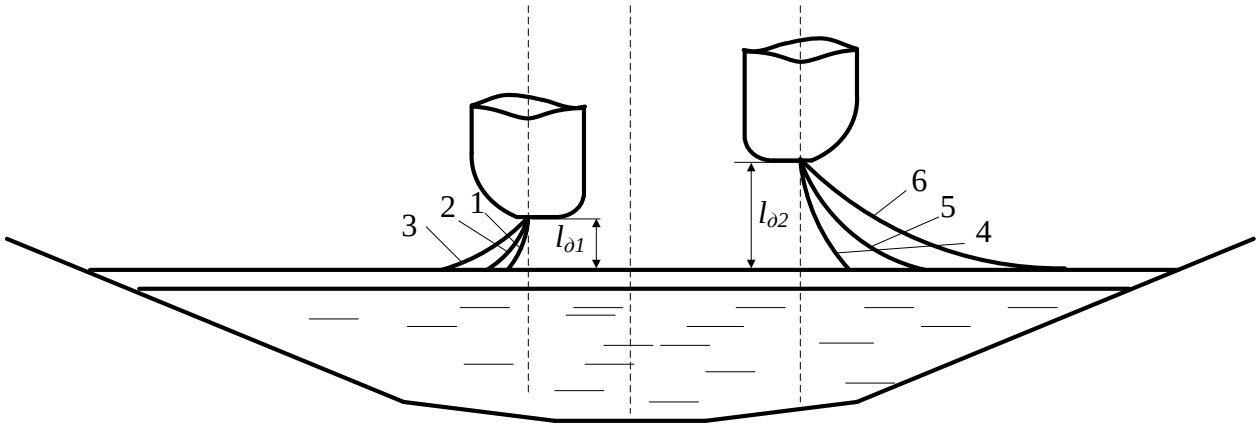


Рисунок 1.18- Максимальные отклонения дуги *x*в моменты времени для длин дуг $l_{д1}$=100 мм и $l_{д2}$=200 мм в моменты времени:1 - $\omega t = 30^0$, x=27мм; 2 - $\omega t = 60^0$, x=49 мм; 3 - $\omega t = 90^0$, x=107мм; 4 - $\omega t = 30^0$, x=88 мм; 5 - $\omega t = 60^0$, x=154 мм; 6 - $\omega t = 90^0$, x=332 мм [10]

Отклонение дуги в сторону, обратную токоподводу имеет неприятные последствия для работы печи в период жидкого металла, так как создаются локальные зоны перегрева металла и футеровки с ее повышенный износ. В результате этого, мощные дуговые печи постоянного тока всегда имеют водоохлаждаемую футеровку стен. Анализ сил, действующих на дугу, показывает, что особенно сильно на отклонение дуги оказывает влияние ее длина. Поэтому уменьшение длины дуги в период жидкого металла обеспечивает снижение ее горизонтального отклонения [1, 10, 32,35, 58-76].

В ДСП трехфазного переменного тока горение дуги имеет ряд особенностей. Дуга во времени непрерывно меняет свою конфигурацию, отклоняясь от вертикального положения в сторону футеровки. Этот эффект возникает из-за взаимодействия силы, вызванной взаимодействием тока дуги с собственным магнитным полем дуги и силы, создаваемой электромагнитным полем от тока, протекающего в жидкой ванне.

При появлении тока в момент времени $\tau = \tau_1$ под воздействием электромагнитной силы F_1, (рисунок 1.19) направленной по оси проводника, дуга загорается на оси электрода. Электромагнитная сила F_1 вызвана эффектом

«сжатия», который возникает из-за взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем. Электромагнитное поле, создаваемое током, протекающим по жидкой ванне, воздействует на столб дуги электромагнитной силой F_2, вызывая его выдувание. По мере роста тока электромагнитная сила F_2 растет быстрее электромагнитной силы F_1, и при $F_2 > F_1$ под воздействием электромагнитной силы F_2 дуга перемещается со скоростью десятки метров в секунду к краю электрода, причем диаметр столба дуги непрерывно увеличивается. Дуга продолжает перемещаться по поверхности металла, до тех пор, пока F_1 не уравновесит F_2. В моменты времени $\tau_2 - \tau_4$ дуга принимает положения, соответствующие рисунку 1.19, б-д.

Это явление движения и отклонение столба дуги приводит к выдуванию дуги в сторону футеровки. При уменьшении тока наступает возможность выполнения $F_1 > F_2$, при котором столб возвращается в первоначальное положение, совпадающее с осью электрода. Как и для дуг постоянного тока, наибольшее влияние на максимальное отклонение дуги оказывает ее длина.

Форма дуги рассчитывается согласно модели дуги плавильного плазмотрона. Продольный поток газа от катода к аноду, образующийся внутри столба дуги, при искривлении столба в результате стягивания дуг создает центробежные силы, стремящиеся распрямить столб. При искривлении столба возникают выпрямляющие силы, обусловленные собственным магнитным полем дуги. Равенство электромагнитных и центробежных сил определяет форму оси столба дуги [11, 37, 41, 77-83].

В работе [59] показано, что все электродинамические силы имеют четкую математическую интерпретацию. На дугу первой фазы действуют электромагнитные силы со стороны двух проводников других фаз, со стороны токов, протекающих в жидкой ванне, аксиальная электродинамическая сила, возникающая при взаимодействии дуги с собственным магнитным полем. Данная модель исследована в частном случае для агрегата комплексной обработки стали с печным трансформатором 32 МВА. В результате моделирования получены

мгновенные электромагнитные силы для режима с одинаковыми токами по фазам (рисунок 1.20)

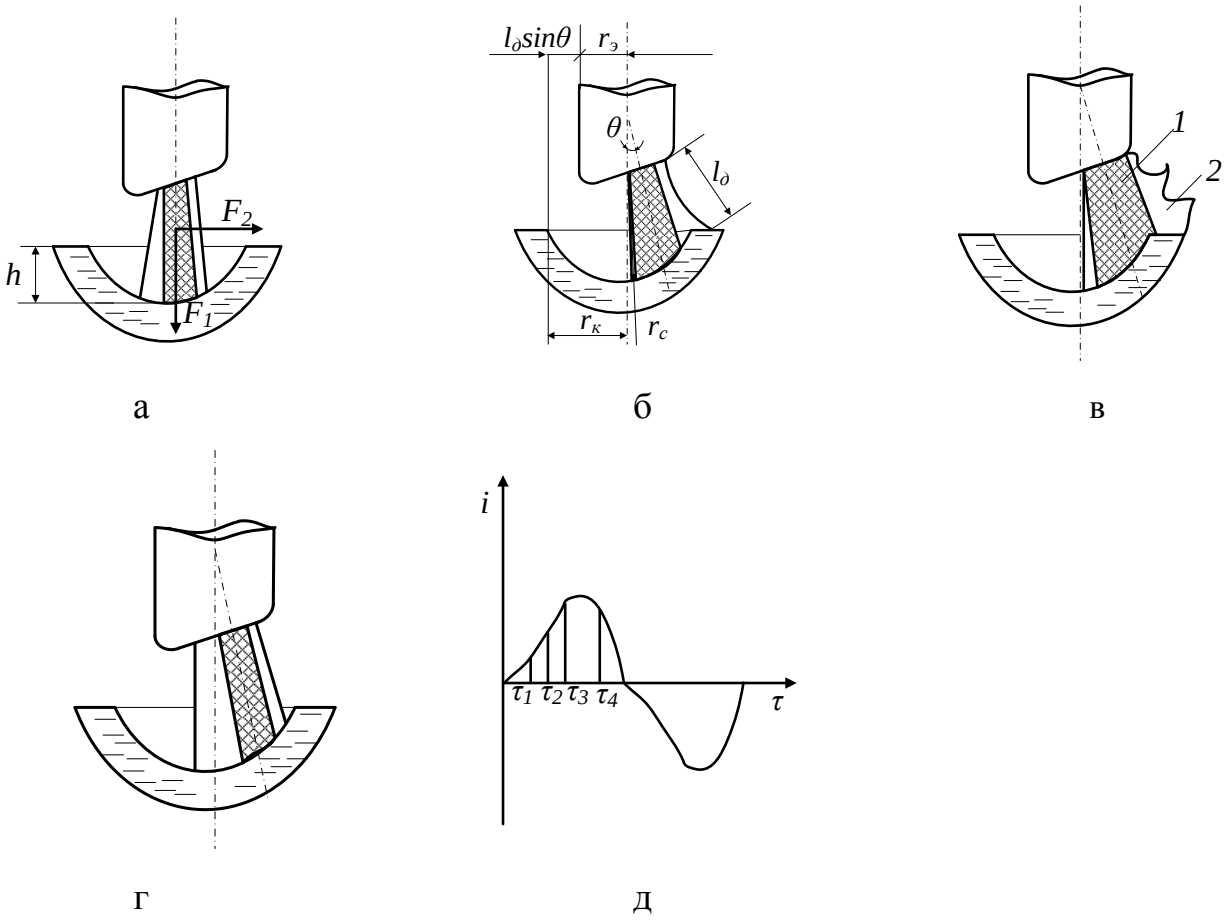


Рисунок 1.19- Изменение формы и положения дуги в течение полупериода протекания тока: 1- столб дуги; 2- пламя дуги; а, б, в, г - форма дуги в моменты времени соответственно τ_1 τ_2 τ_3 τ_4; д- кривая изменения мгновенного значения тока дуги [7, 10, 72, 78]

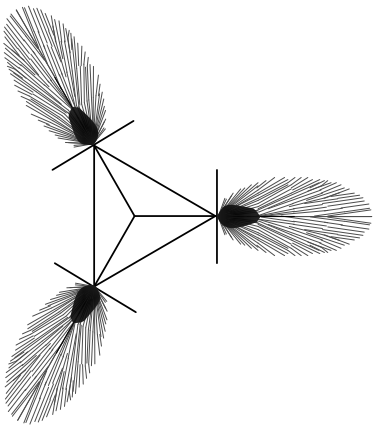


Рисунок 1.20- Электродинамические мгновенные силы, действующие на дуги (вид сверху) [59]

1.5. Тепловое излучение дуг в условиях их горения в промышленных агрегатах

Температура дуги зависит от состава плазмообразующего газа, вводимой мощности, характера теплопередачи в столбе дуги и характера теплообмена с окружающим пространством и электродами. Температура дуги максимальна на оси столба дуги и уменьшается по мере отдаления от оси. Это уменьшение связано с теплопередачей от оси к поверхности столба дуги и далее в окружающую среду. Распределение плотности потоков излучения по поверхностям стен, своду печи и обрабатываемому металлу зависит от электрических и геометрических параметров дуг. Рациональные с точки зрения электрических параметров режимы работы ДСП могут оказаться нерациональными по теплообмену в рабочем пространстве. Несогласованность электрических и тепловых режимов особенно сказывается на работе высокомощных крупнотоннажных печей, что приводит к неодновременному протеканию электротехнологического процесса под электродами фаз, появлению горячих пятен на футеровке печи [84-91].

Основное количество тепла, определяющее весь технологический режим плавки, выделяется в печи электрическими дугами [29]. Другие источники тепла, например, экзотермические реакции, процесс сгорания электродов маломощны, поэтому ими обычно пренебрегают. В электрической дуге мощность сконцентрирована в относительно небольшом объеме при очень высокой температуре. Поэтому дугу, учитывая ее небольшой объем относительно всего объема рабочего пространства печи, *можно принять* за точечный источник излучения. В этом случае расчет излучения единицы поверхности производят по формуле $q = \frac{P_д \cos\alpha}{4\pi r^2}$, где $P_д$ - мощность дуги, r - расстояние от центра сферы до радиуса площадки, α - угол между направлением радиуса и нормалью к излучаемой площадке.

В мощной дуге только 10-15% мощности выделяется торцом электрода, а остальные 90-85% приходятся на сам столб дуги. Интенсивность излучения единицы поверхности ванны от торца электрода непосредственно излучающего свою энергию на зеркало ванны выражается формулой $q_1 = \frac{0{,}1P_д h}{4\pi r_1^3}$, $\cos(\alpha_1) = \frac{h}{r_1}$,где h - высота электрода над ванной, r_1 - расстояние от торца электрода до единицы поверхности зеркала ванны, $P_д$ - мощность дуги. Остальные 90% мощности дуги распространяются по всем направлениям. Излучение на ванну составляет $q_2 = \frac{0{,}9P_д h_2}{4\pi r_2^3}$, $\cos(\alpha_2) = \frac{h_2}{r_2}$, h_2 - половина высоты электрода над ванной (центр излучающей сферы), r_2 - расстояние от центра излучающей сферы до зеркала ванны. По [29] около 90% излучаемой столбом тепловой энергии распределяется на круг, радиус которого равен двойной высоте столба. Площадь горячей зоны под электродами приблизительно выражается формулой $F = \frac{\pi}{4}(D_{эл} + 4h)^2$, где $D_{эл}$ - диаметр электрода. Под каждым электродом имеется горячая зона, нагреваемая дугой. Температура в каждой из этих зон значительно выше температуры остальной поверхности ванны расплавленного металла. Круг, описываемый вокруг горячих зон, приближенно рассматривается как общая горячая зона диаметром $D_{о.з.}$. Площадь и диаметр горячей зоны находятся в прямой зависимости от диаметра распада электродов. Горячая зона излучает значительное количество тепла на кладку печи. Значительная часть тепла, излучаемого дугой на зеркало ванны, отражается на кладку. Кладка отражает и излучает получаемое ею от дуги и горячей зоны тепло на остальную поверхность ванны [92-94].

Таким образом, несмотря на непосредственную близость дуг к ванне, последняя на большей своей поверхности, нагревается не за счет прямого излучения дуг, а за счет большой тепловой емкости кладки. Передача тепла металлу осуществляется постепенно от дуг к внешней поверхности ванны.

Н.В. Окороков, исходя из того, что мощность в печной дуге сконцентрирована в относительно небольшом объеме предположил рассматривать дугу как точечный источник излучения и использовать для определения теплового потока излучения дуги формулу *Кеплера* (рисунок 1.21)

$$q = \frac{0{,}9P_д \cos(\varphi_2)}{4\pi r^2},$$

где φ_2 -угол между направлением излучения и нормалью к расчетной площадке, r - расстояние от дуги до расчетной площадки.

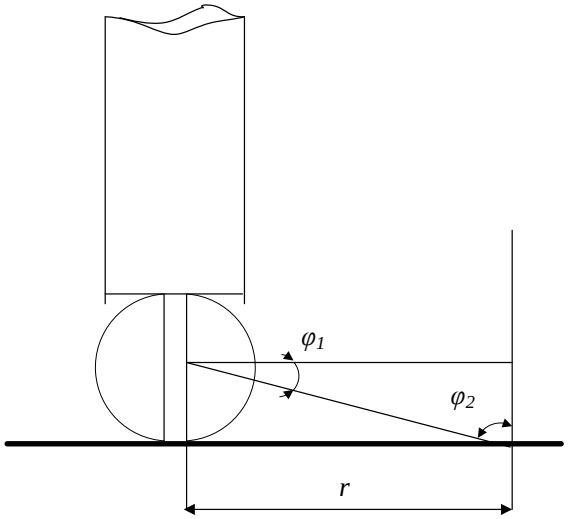


Рисунок 1.21 - К расчету плотности потока излучения от дуги [72, 95]

Н.В. Окороков исходил из того, что дуга является точечным источником излучения, так как расстояния до расчетных точек многократно превосходят длину дуги. Он использует допущение о дуге, как об источнике бесконечно малых размеров шарообразной формы. Фотографирование дуги, ее киносъемка, проведенные многими исследователи показывает, что электрическая дуга имеет форму, приближающуюся к цилиндрической [66, 95-98].

В работах А.Н. Макарова и соавторов [66, 69, 70, 72, 99] была предложена модель дуги как излучающего цилиндра, и разработана методика расчета теплообмена излучением в ДСП трехфазного тока, в ДППТ и плазменно-дуговых сталеплавильных печах постоянного тока. Там же была предложена схема теплообмена в рабочем пространстве печи с короткими и длинными дугами,

расчет потоков излучения на свод и футеровку печи. Получена формула, которая позволяет рассчитывать локальную плотность теплового потока

$$q_{ПД} = \frac{0{,}9P_Д \cos(\alpha)\cos(\beta)l_{\text{отк}}}{\pi^2 r^2 l_{\text{Д}}},$$

где $P_Д$ - мощность дуги, α - угол между нормалью к оси дуги и направлением излучения, β - угол между нормалью к площадке в точке A и направлением излучения и r -расстояние от дуги до точки A, $l_Д$ -длина дуги, $l_{отк}$ -излучающая часть дуги (рисунок 1.22).

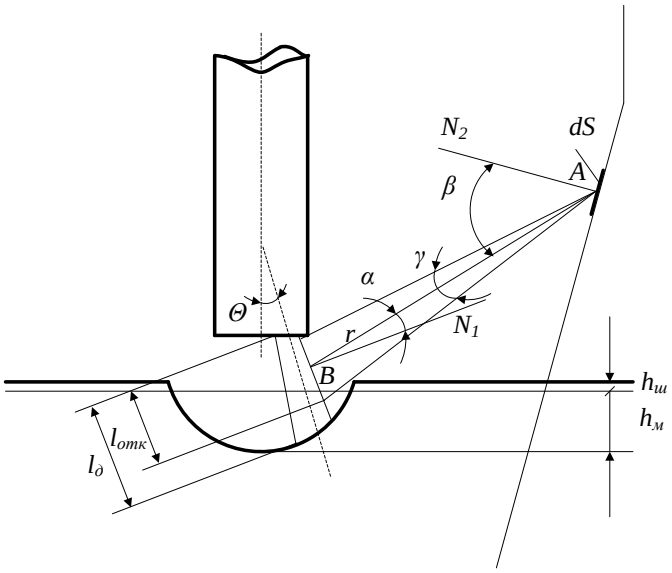


Рисунок 1.22-К расчету локальной плотности теплового потока в случае экранирования дуги электродом, шлаком и металлом[72]

Правильность этой формулы была подтверждена экспериментальными исследованиями В.Д. Смоляренко и Р.И. Спелицина [100-104]. Также А.Н. Макаровым [69] была получена формула для расчета плотности теплового потока, падающего в точку A, расположенную на ванне металла $q = \frac{\alpha_{изл} P_Д \sin^2(\beta)}{\pi^2 r l_{\text{Д}}}$, где $\alpha_{изл}$ - коэффициент излучения дуги, β - угол между нормальную N_2 к площадке dS и направлением теплового излучения.

В качестве примера с использованием этой зависимости на рисунке 1.23приведено распределение изорад потоков излучения по ванне металла электропечи ДСП-100-НЗА.

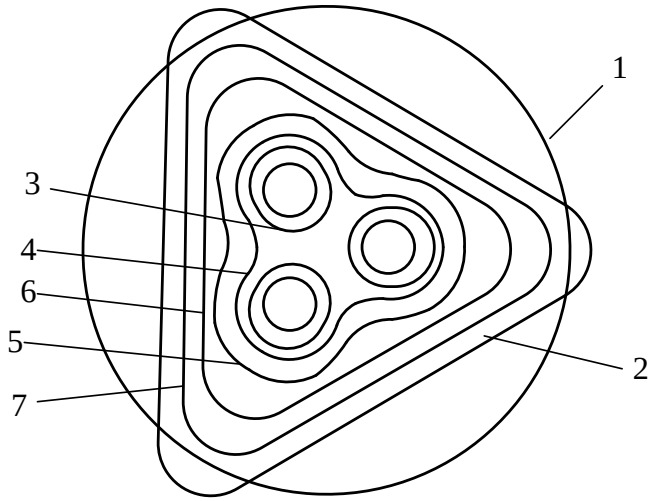


Рисунок 1.23- Распределение изорад плотностей излучений дуг по поверхности ванны: 1- цилиндрическая ДСП; 2- ДСП в виде трехгранной усеченной пирамиды; 3 - 1200 КВт/м^2; 4 - 690 КВт/м^2; 5-175 КВт/м^2; 6 –80 КВт/м^2; 6 - 20 КВт/м^2[69]

1.6. Цель и задачи работы

На основе проведенного литературного обзора установлено, что существует множество промышленных агрегатов самого разного назначения, использующих электрические дуги постоянного и трехфазного переменного тока, работающие при атмосферном и пониженном давлении. Показано, что знание поведения электрических дуг необходимо при конструировании новых, реконструкции существующих дуговых печей и автоматизации их работы.

Литературный обзор показал, что не всегда факторы, от которых зависит работа электрической дуги, можно воспроизвести на натурном эксперименте, так как он достаточно сложен, небезопасен и дорог, поэтому очень важным является изучение свойств и поведение дуги методами математического и компьютерного моделирования.

В ряде работ авторами разработаны различные математические модели электрических дуг, описывающих их электрические, электромагнитные и силовые

характеристики, а также поведение и форму электрических дуг, тепловое воздействие дуг на обрабатываемый материал и окружающее пространство печей.

Проведенный литературный анализ также показал, что нет детального анализа поведения и роли отдельных электромагнитных сил и совместного их интегрального действия на электрическую дугу и локального на отдельные ее элементы. Нет моделей, позволяющих определять тепловое излучение от дуг постоянного и трехфазного переменного токав зависимости от расположения и геометрии электродов и формы дуг. Также не описаны алгоритмы формы горящих электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии при параллельных токоподводах (как наиболее распространенных) в многоэлектродных металлургических агрегатах, работающих на постоянном и трехфазном переменном токе.

Для развития теории дуговых процессов важно знать мгновенные локальные и среднеинтегральные электромагнитные силы, действующие на элементы дуги алгоритмы расчета формы параллельно горящих электрических дуг. Для современной электрометаллургической практики важными остаются методы расчета теплового излучения от дуг постоянного и трехфазного переменного тока.

Целью работы является разработка специального математического и алгоритмического обеспечения, включающего анализ поведения магнитного поля вблизи электрических дуг, электромагнитных сил, действующих на них и влияющих на форму и поведение столбов дуг и позволяющего повышать эффективность управления динамикой нагрева обрабатываемого материала в многоэлектродных дуговых металлургических печах.

Основные задачи исследования

1. Выполнить анализ существующих моделей агрегатов, для работы которых используется электрическая дуга.
2. Создать, обобщая существующие модели и алгоритмы по определению:
   2.1. напряженности магнитного поля вблизи отдельной дуги, а также параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока.

2.2. основных электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу в условиях параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока.

2.3. формы осей параллельно горящих электрических дуг постоянного или трехфазного переменного тока при их электромагнитном взаимодействии.

2.4. теплового излучения, падающего на горизонтальную поверхность, от дуг трехфазного переменного тока с учетом их формы.

3. На основе разработанных моделей создать алгоритмическое и программное обеспечение для прогнозирования тепловосприятия ванны при разных режимах горения нескольких электрических дуг.
4. С использованием созданного алгоритмического и программного обеспечения для действующих промышленных металлургических агрегатов, работающих на постоянном или трехфазном переменном токе, провести исследование поведения: напряженности магнитного поля, локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дугу, формы осей столбов электрических дуг, их теплового излучения на горизонтальную поверхность привязки дуг.

ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ДУГ ПОСТОЯННОГО И ТРЕХФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА И ПОВЕДЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ДУГУ

Электромагнитные поля, создаваемые промышленными токами до 100 кА в различных металлургических агрегатах, воздействуют на приборы и человека, влияют на поведение электрических дуг и течение расплава, а значит на его перемешивание и процессы тепломассообмена. Кроме этого, взаимодействие магнитного поля с током дуги является одной из причин возникновения резких и сильных звуковых колебаний и пульсаций самого тока.

Магнитные поля, генерируемые вблизи промышленных печей как постоянного, так и переменного токов, изучены недостаточно полно. Например, в работе [29] говорится о том, что в трехфазных печах магнитное поле локализовано вблизи агрегата, а печи постоянного тока генерируют магнитные поля на большом удалении от печи. Это в общем-то правильно, но недостаточно для понимания причин и факторов от которых зависит интенсивность и распределение магнитных полей.

Большое влияние на электрическую дугу оказывает ряд электромагнитных сил: со стороны токов, протекающих между дугами через жидкий металл; токов, протекающих через графитированные электроды и другие дуги, кроме этого, при взаимодействии дуги с собственным магнитным полем возникают силы сжатия дуги (пинч-эффект) и выпрямляющие ее при изгибе.

Перечисленные электромагнитные силы изучались многими отечественными и зарубежными исследователями, например [1, 3, 5, 18, 19, 29, 94, 105, 106], однако, в работах этих и других авторов не были рассмотрены модели, учитывающие одновременное воздействие на дугу нескольких факторов.

В данной главе рассмотрены математические модели распределения напряженности магнитного поля вблизи электрических дуг постоянного и трехфазного переменного токов, а также математической модели для расчета

основных электромагнитных локальных и среднеинтегральных сил, действующих на дугу. При помощи компьютерного моделирования проведено исследование поведения магнитных полей вблизи электрической дуги (или дуг), а также основных электромагнитных сил, действующих на дугу постоянного тока и сил на поведение электрических дуг в условиях трехфазной дуговой печи.

2.1. Основные уравнения и допущения, принимаемые при определении напряженности магнитного поля вблизи дуги постоянного тока

В общем виде электромагнитное поле описывается следующими уравнениями Максвелла [107]:

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau},\ div\,\vec{D} = q_e,\ div\,\vec{B} = 0,$$

$$rot\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau} + \vec{j}, \qquad (2.1)$$

где $\frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}$, $\vec{j}$ - токи смещения и проводимости соответственно; q_e - объемная плотность зарядов; $\vec{H}$, $\vec{E}$ - напряженности магнитного и электрического полей; $\vec{B}$, $\vec{D}$ - индукции магнитного и электрического полей.

При создании математической модели поведения магнитного поля вблизи дуги постоянного тока был принят ряд допущений: свободные заряды отсутствуют $q_e = 0$; изменение индукции магнитного и силового полей $\partial \vec{D}/\partial \tau = \partial \vec{B}/\partial \tau = 0$ во времени незначительно, что ими можно пренебречь.

2.2. Напряженность магнитного поля вблизи дуги постоянного тока

Предположим, что дуга представляет собой цилиндрический проводник радиуса $r_э$ и длиной L, причем в эту длину может входить и длина токоподводящего электрода, например, токоподводящего графитированного

электрода [1, 7, 61, 62].Рассмотрено магнитное поле на расстоянии от проводника существенно меньшем, чем его длина, но большем, чем его радиус $r_э$. Это позволяет определять магнитное поле как от проводника бесконечной длины, что естественно дает несколько завышенное значение модуля $\vec{H}$.

С использованием этих допущений уравнение (2.1) примет вид

$$\oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = \sum_k I_k\,, \tag{2.2}$$

где $\sum_k I_k$ -алгебраическая сумма токов, протекающих через цилиндрический проводник. Получена напряженность магнитного поля на расстоянии $r>r_э$от оси $H_\infty = \int_0^\pi \frac{I\sin(\alpha)d\alpha}{4\pi}$, где I — ток, протекающий по проводнику, α— угол, от точки до проводника. В результате интегрирования имеем:

$$H_\infty = \frac{I}{2\pi r}. \tag{2.3}$$

Видно, что напряженность магнитного поля вблизи проводника с током обратно пропорционально расстоянию до его оси.

Рассмотрено магнитное поле в точке A, расположенной на расстоянии $r>r_э$ от электрода, имеющего конечную длину L, по которому протекает ток I(рисунок. 2.1). В этом случае напряженность магнитного поля определяется по формуле $H_L = \frac{I}{4\pi r}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right)$ [10, 108]. Подставляя значения косинусов, получим

$$H_L(r,\ z) = \frac{I}{4\pi r}\left(\frac{L-z}{\sqrt{r^2+(L-z)^2}} + \frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}\right). \tag{2.4}$$

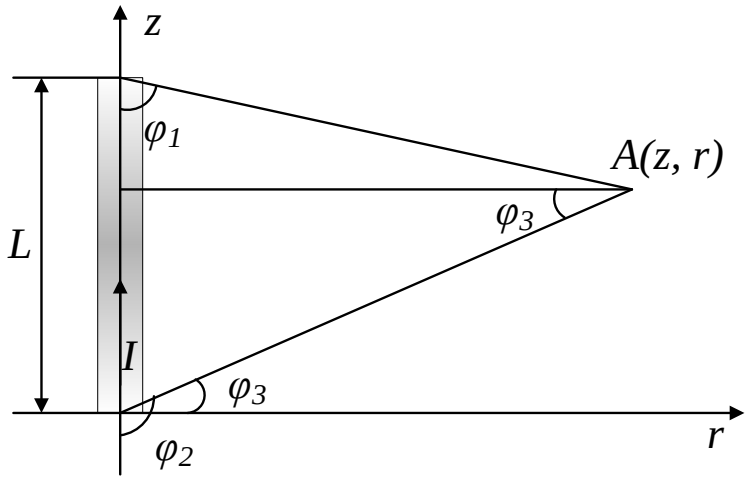


Рисунок. 2.1- Расчет магнитного поля от конечного проводника с током длины L

В качестве геометрического масштаба введена величина L и, обозначив $z' = z/L$, $r' = r/L$, получено выражение, определяющее отношение магнитных полей при конечном и бесконечном проводниках соответственно

$$\eta(r,\ z) = \frac{H_L}{H_\infty} = \frac{1}{2}\left(\frac{L-z}{\sqrt{r^2 + (L-z)^2}} + \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right), \tag{2.5}$$

$$\eta(r',\ z') = \frac{H_L}{H_\infty} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-z'}{\sqrt{r'^2 + (1-z')^2}} + \frac{z'}{\sqrt{r'^2 + z'^2}} \right). \tag{2.6}$$

2.3. Напряженность магнитного поля вблизи параллельно горящих электрических дуг трехфазного переменного тока

Было предположено, что электрические дуги трехфазного переменного тока представляют собой три цилиндрических электрода радиуса $r_э$ и длиной L, причем в эту длину может входить и длина токоподводящих электродов, например графитированных электродов трехфазной дуговой печи. Электроды в дуговой печи расположены под углом 120^0 друг к другу в вершинах равностороннего треугольника. $D_p = 2r_p$, где D_p— диаметр распада электродов, то есть диаметр окружности, на которой расположены оси электродов, r_p — радиус окружности, на которой расположены оси электродов. Учитываются магнитные поля только от токов, протекающих через цилиндрические электроды, по которым протекают

переменные синусоидальные токи $i_j = i_0 \sin(2\pi\nu\tau + \varphi_j)$[18],где τ - время, i_0 - амплитуда тока, $\nu = 50$ Гц, $\varphi_j = 2\pi(j-1)/3$; j=1, 2, 3.

Картина напряженности магнитного поля меняется во времени. Считалось, что для мгновенных значений токов в электродах образуемые ими магнитные поля будут стационарными. Было принято, что для токов промышленной частоты индуцированные токи, по сравнению с токами проводимости, малы [107], свободные заряды отсутствуют $q_e = 0$, поэтому токами смещения $\partial\vec{D}/\partial\tau$ можно пренебречь, то есть поле является квазистационарным. В этом случае выражение (2.2) можно применить и для переменного тока. Поле, созданное током, проходящим через j - электрод в точке A на расстоянии a_j от оси электрода описывается уравнением

$$\oint_L H_j dl = I_j . \qquad (2.7)$$

В качестве контура L целесообразно выбрать окружность радиуса a_i. Ввиду симметрии поле H_φ имеет одинаковую абсолютную величину во всех точках этой окружности, поэтому криволинейный интеграл (2.7) можно записать как $2\pi a_j H_j = I_j$, откуда поле в точке A

$$H_j = \frac{i_0 \sin(2\pi\nu t + \varphi_j)}{2\pi a_j} . \qquad (2.8)$$

2.3.1. Напряженность магнитного поля для трех электродов бесконечной и конечной длины

Для нахождения результирующего поля в произвольной точке пространства Aот токов, проходящих через три параллельных электрода, используется принцип суперпозиции магнитных полей. Для этого находятся векторы напряженности магнитных полей, вызываемых токами в каждом электроде, а затем находим результирующую сумму векторов.

За положительное направление тока принимается его движение снизу вверх, а вектора напряженности — против хода часовой стрелки.

Выбрана полярная система координат относительно центра распада электродов. Центры первого, второго и третьего электрода имеют координаты $C_1(r_p,0)$, $C_2\left(r_p, \frac{2\pi}{3}\right)$ и $C_3\left(r_p, \frac{4\pi}{3}\right)$ соответственно. Необходимо определить напряженность магнитного поля в произвольной точке $A(r,\phi)$.Схематическое расположение графитированных электродов и точки A представлено на рисунке2.2.

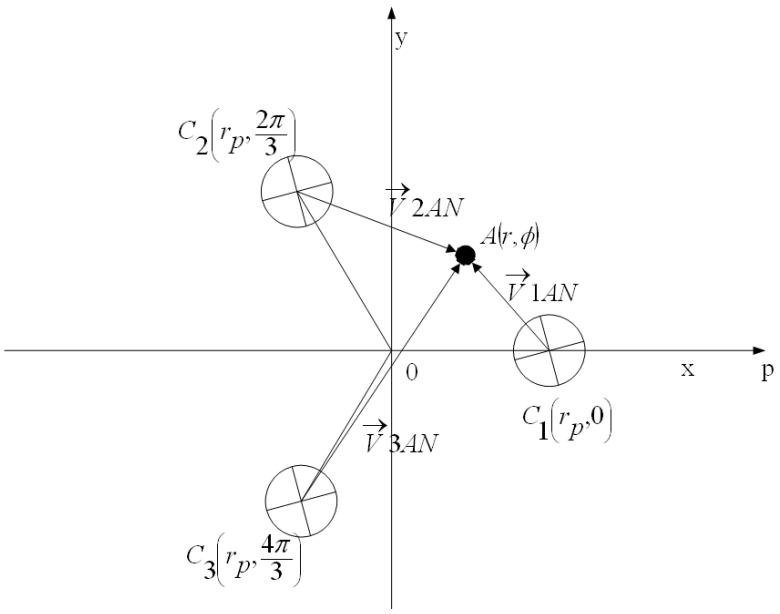


Рисунок2.2- Выбор полярной и декартовой системы координат и расположение векторов, нормальных к направлению векторов напряженности

Для удобства нахождения суммы векторов перейдем в декартову систему координат. Направление оси OX выбрано совпадающим с направлением полярной оси (ϕ=0). В декартовой системе координаты центров электродов и точки A будут выражены следующим образом [108-112]:

$$C_1(r_p,\,0)=C_1(x_{C1},\,y_{C1}),$$

$$C_2\left(-\frac{r_p}{2},\,\frac{r_p\cdot\sqrt{3}}{2}\right)=C_2(x_{C2},\,y_{C2}), \qquad (2.9)$$

$$C_3\left(-\frac{r_p}{2},\ -\frac{r_p\cdot\sqrt{3}}{2}\right)=C_3\left(x_{C3},\ y_{C3}\right),$$

$$C_A\left(r\cos\varphi,\ \ r\sin\varphi\right)=C_A\left(x_{CA},\ \ y_{CA}\right).$$

Векторы перпендикулярные направлениям векторов напряженности в точке *A* и их координаты определяем по формуле

$$\vec{V}_{ANj}=\vec{V}_{ANj}\left(x_{CA}-x_{Cj},\ y_{CA}-y_{Cj}\right), \tag{2.10}$$

где *j*=1, 2, 3.

Для нахождения координат векторов совпадающих с направлением напряженности магнитного поля в точке *A* следует поменять местами координаты векторов $\vec{V}_{ANj}$ и у одной из этих координат поменять знак. Так как положительное направление вектора напряженности определяется по направлению против хода часовой стрелки, то с противоположным знаком берется абсцисса. Векторы, коллинеарные векторам напряженности в точке *A* представлены на рисунке. 2.3. и их координаты находятся по формуле:

$$\vec{V}_{Aj}=\left(-y_{CA}+y_{Cj},\ x_{CA}-x_{Cj}\right) \tag{2.11}$$

и соответственно координаты единичных векторов, совпадающих по направлению с напряженностями магнитного поля от поля *j* электрода в точке*A*:

$$\vec{V}_{Aj}\ e\partial=\vec{V}_{Aj}\ e\partial\left(\frac{-y_{CA}+y_{Cj}}{\sqrt{\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)^2+\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2}},\ \frac{x_{CA}-x_{Cj}}{\sqrt{\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)^2+\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2}}\right) \tag{2.12}$$

Координаты векторов напряженности в точке *A* определяются по формуле:

$$\vec{H}_{Aj}=\vec{H}_{Aj}\left(\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)\cdot b,\ \left(x_{ACA}-x_{Cj}\right)\cdot b\right), \tag{2.13}$$

где *j*=1, 2, 3 - номер электрода, $b=\dfrac{I_0\cdot\sin\left(2\pi\nu t+\varphi_j\right)}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\left(\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)^2+\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2\right)\cdot a_j}}$.

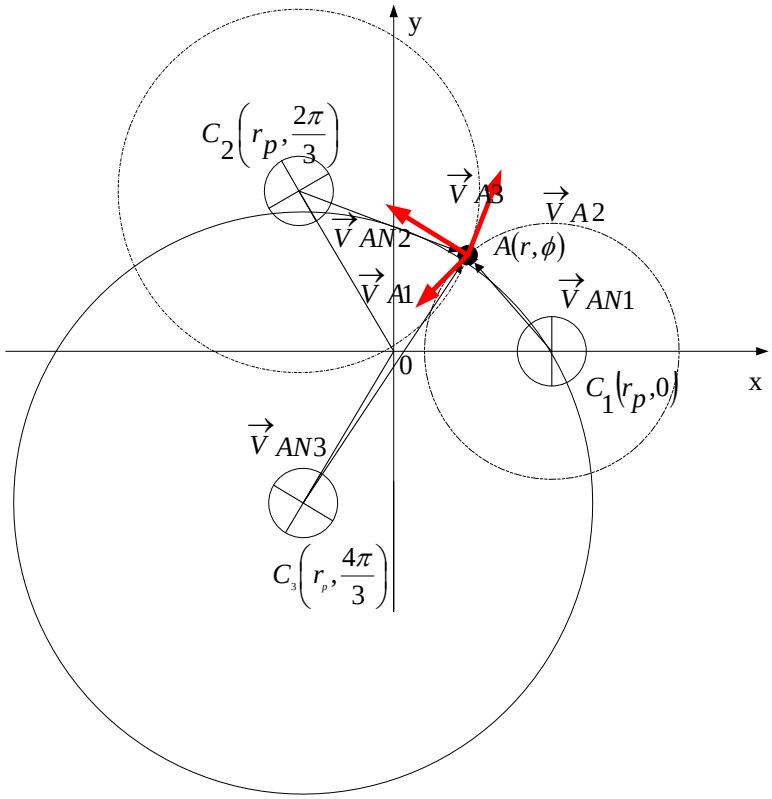


Рисунок. 2.3- Расположение векторов, сонаправленных векторам напряженности магнитного поля

Так как $\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)^2+\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2=\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2+\left(y_{CA}-y_{Cj}\right)^2=a_j{}^2$, то получаем выражение для нахождения координат векторов напряженности в точкеA:

$$\vec{H}_{Aj}=\vec{H}_{Aj}\left(\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)\cdot d,\left(x_{ACA}-x_{Cj}\right)\cdot d\right), \tag{2.14}$$

где $d=\dfrac{I_0\cdot\sin\left(2\pi\nu t+\varphi_j\right)}{2\cdot\pi\cdot\left(\left(-y_{CA}+y_{Cj}\right)^2+\left(x_{CA}-x_{Cj}\right)^2\right)}$

Результирующая напряженность магнитного поля в точке A от действия трех токов, проходящих через графитированные электроды

$$\vec{H}_A=\vec{H}_A\left(x_{H1}+x_{H2}+x_{H3},y_{H1}+y_{H2}+y_{H3}\right). \tag{2.15}$$

Для электродов конечной длины L результирующую напряженность магнитного поля находится по формуле

$$\vec{H}_{LA}=\vec{H}_{LA}\left(x_{LH1}+x_{LH2}+x_{LH3},y_{LH1}+y_{LH2}+y_{LH3}\right)$$

где $x_{LHj}=\eta\cdot x_{Hj}, y_{LHj}=\eta\cdot y_{Hj}$. Величина η определяется по формуле (2.5).

2.3.2. Аналитическая зависимость напряженности магнитного поля вблизи трех бесконечных электродов, по которым протекает трехфазный ток

Используя выражения (2.14) и (2.15), получим аналитические зависимости для определения проекций напряженности магнитного поля в точке *A*, расположенной между тремя электродами по которым протекает трехфазный ток (рисунок 2.3).

Векторы напряженностей магнитного поля в точке *A* от тока первого электрода

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_1\left(\left(-r\sin(\psi)\right)\cdot d_1,\ \left(r\cos(\psi)-r_p\right)\cdot d_1\right), \tag{2.16}$$

где $d_1 = \dfrac{I_0\cdot\sin(2\pi\nu\tau)}{2\pi\left(\left(r\cos(\psi)-r_p\right)^2+\left(r\sin(\psi)\right)^2\right)}$ от тока второго электрода

$$\vec{H}_2 = \vec{H}_2\left(\left(-r\sin(\psi)+r_p\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cdot d_2,\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cdot d_2\right), \tag{2.17}$$

где $d_2 = \dfrac{I_0\cdot\sin\left(2\pi\nu\tau+\dfrac{2\pi}{3}\right)}{2\pi\left(\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)^2+\left(r\sin(\psi)-r_p\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)\right)^2\right)}$ от тока третьего электрода

$$\vec{H}_3 = \vec{H}_3\left(\left(-r\sin(\psi)+r_p\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)\cdot d_3,\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)\cdot d_3\right), \tag{2.18}$$

где $d_3 = \dfrac{I_0\cdot\sin\left(2\pi\nu\tau+\dfrac{4\pi}{3}\right)}{2\pi\left(\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)\right)^2+\left(r\sin(\psi)-r_p\sin\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)\right)^2\right)}$.

Для нахождения проекций результирующей напряженности магнитного поля складываются соответствующие проекции полей, создаваемые тремя параллельными токами. Исходя из симметрии расположения электродов относительно выбранной системы координат, сначала складываются выражения (2.17) и (2.18), а затем получившееся выражение с выражением (2.16).

Прежде чем складывать, необходимо преобразовать знаменатели выражений (2.16) - (2.18) (без учета множителя 2π), получим:

знаменатель (2.16)

$$\left(r\cos(\psi)-r_p\right)^2+\left(r\sin(\psi)\right)^2=$$
$$=r^2+r_p^2+rr_p\cos(\psi)-3rr_p\cos(\psi)'$$

знаменатель (2.17)

$$\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)^2+\left(r\sin(\psi)-r_p\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)^2=$$
$$=r^2+r_p^2+rr_p\cos(\psi)-\sqrt{3}\cdot rr_p\sin(\psi),$$

знаменатель (2.18)

$$\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)^2+\left(r\sin(\psi)-r_p\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)^2=$$
$$=r^2+r_p^2+rr_p\cos(\psi)+\sqrt{3}\cdot rr_p\sin(\psi).$$

Обозначив $w=2\pi vt$, $f=r^2+r_p^2+rr_p\cos(\psi)$, $e=\sqrt{3}\cdot r\cdot r_p\sin(\psi)$, $d=3rr_p\cos(\psi)$ получены знаменатели выражений:

(2.16)$(f-d)$; (2.17)$(f-e)$; (2.18)$(f+e)$.

Общий знаменатель: $(f-d)(f^2-e^2)$. Подставляя *f*, *e*, *d* получен знаменатель (без 2π):

$$r^6+2r^3r_p^3\cos(\psi)\left(4\sin^2(\psi)-1\right)+r_p^6. \qquad (2.19)$$

Далее найдены числители проекций результирующего магнитного поля на оси *OX* и *OY*.

Для оси *OX* складываем числители (2.17) и (2.18)

(координата *X* без I_0 и 2π), получаем:

$$(f-e)\left(\sin\left(w+\frac{4\pi}{3}\right)\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r_p-r\sin(\psi)\right)+$$
$$+(f+e)\left(\sin\left(w+\frac{2\pi}{3}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r_p-r\sin(\psi)\right)= \qquad (2.20)$$

$$=\frac{\sqrt{3}fr_p\sin(w)}{4}+\frac{fr\sin(\psi)\sin(w)}{2}+\frac{3fr_p\cos(w)}{4}+\frac{\sqrt{3}fr\sin(\psi)\cos(w)}{2}-$$
$$-\frac{\sqrt{3}er_p\sin(w)}{4}-\frac{er\sin(\psi)\sin(w)}{2}-\frac{3er_p\cos(w)}{4}-\frac{\sqrt{3}er\sin(\psi)\cos(w)}{2}-$$
$$-\frac{\sqrt{3}fr_p\sin(w)}{4}+\frac{fr\sin(\psi)\sin(w)}{2}+\frac{3fr_p\cos(w)}{4}-\frac{\sqrt{3}fr\sin(\psi)\cos(w)}{2}-$$
$$-\frac{\sqrt{3}er_p\sin(w)}{4}+\frac{er\sin(\psi)\sin(w)}{2}+\frac{3er_p\cos(w)}{4}-\frac{\sqrt{3}er\sin(\psi)\cos(w)}{2}$$

Добавляем к (2.20) числитель (2.16)(координата X) и в результате получено:

$$-r\sin(w)\sin(\psi)\left(f^2-e^2\right)+(f-d)$$
$$\left(fr\sin(\psi)\sin(w)+1{,}5fr_p\cos(w)-\frac{\sqrt{3}}{2}er_p\sin(w)-\sqrt{3}er\sin(\psi)\cos(w)\right)=$$
$$=-f^2r\sin(w)\sin(\psi)+e^2r\sin(w)\sin(\psi)+f^2r\sin(w)\sin(\psi)+$$
$$1{,}5f^2r_p\cos(w)-\frac{\sqrt{3}}{2}fr_pe\sin(w)-\sqrt{3}efr\sin(\psi)\cos(w)-$$
$$-dfr\sin(\psi)\sin(w)--1{,}5dfr_p\cos(w)+\frac{\sqrt{3}}{2}der_p\sin(w)+$$
$$\sqrt{3}der\sin(\psi)\cos(w)=e^2r\sin(w)\sin(\psi)+1{,}5f^2r_p\cos(w)- \qquad (2.21)$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2}fr_pe\sin(w)-\sqrt{3}efr\sin(\psi)\cos(w)-dfr\sin(\psi)\sin(w)-$$
$$-1{,}5dfr_p\cos(w)+\frac{\sqrt{3}}{2}der_p\sin(w)+\sqrt{3}der\sin(\psi)\cos(w)$$

Подставив в (2.21) d, e, f ,получен числитель проекции OX напряженности магнитного поля

$$
\begin{aligned}
&-3r^4 r_p\left(\sin(\psi)\sin(\psi+w)-0{,}5\cos(w)\right)\\
&+3r^3 r_p^2\left(\sin(\psi)\sin(2\psi-w)-0{,}5\cos(\psi-w)\right)-\\
&-1{,}5rr_p^4\cos(\psi-w)+1{,}5r_p^5\cos(w)
\end{aligned}
\tag{2.22}
$$

Для оси *OY* просуммированы числители (2.17) и (2.18) (координата *Y*безI_0 и 2π), получено:

$$
\begin{aligned}
&\left(\sin\left(w+\frac{2\pi}{3}\right)\right)\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)(f+e)+\\
&+\left(\sin\left(w+\frac{4\pi}{3}\right)\right)\left(r\cos(\psi)-r_p\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)(f-e)=\\
&=-\frac{fr_p\sin(w)}{2}+\frac{\sqrt{3}er_p\cos(w)}{2}-fr\sin(w)\cos(\psi)+\\
&+\sqrt{3}er\cos(\psi)\cos(w)
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

Добавив к (2.23) числитель (2.16) (координата Y) и в результате получено:

$$
\begin{aligned}
&\left(r\cos(\psi)-r_p\right)\sin(w)\left(f^2-e^2\right)+(f-d)\cdot\\
&\cdot\left(-\frac{fr_p\sin(w)}{2}+\frac{\sqrt{3}er_p\cos(w)}{2}-fr\sin(w)\cos(\psi)+\sqrt{3}er\cos(\psi)\cos(w)\right)=\\
&=f^2r\cos(\psi)\sin(w)-e^2r\cos(\psi)\sin(w)-f^2r_p\sin(w)+e^2r_p\sin(w)-\\
&\frac{f^2r_p\sin(w)}{2}+\frac{\sqrt{3}fer_p\cos(w)}{2}-f^2r\sin(w)\cos(\psi)+\\
&\sqrt{3}efr\cos(\psi)\cos(w)+\frac{dfr_p\sin(w)}{2}-\frac{\sqrt{3}der_p\cos(w)}{2}+\\
&+dfr\sin(w)\cos(\psi)-\sqrt{3}der\cos(\psi)\cos(w)=\\
&=-e^2r\cos(\psi)\sin(w)+e^2r_p\sin(w)-\frac{3f^2r_p\sin(w)}{2}\\
&+\frac{\sqrt{3}fer_p\cos(w)}{2}+\sqrt{3}efr\cos(\psi)\cos(w)+\frac{dfr_p\sin(w)}{2}-\\
&-\frac{\sqrt{3}der_p\cos(w)}{2}+dfr\sin(w)\cos(\psi)-\sqrt{3}der\cos(\psi)\cos(w)
\end{aligned}
\tag{2.24}
$$

Подставим в (2.24) d, e, f. Получим числитель проекции *OY* напряженности магнитного поля

$$3r^4 r_p(\sin(\psi + w)\cos(\psi) - 0{,}5\sin(w)) -$$
$$3r^3 r_p^2(\sin(2\psi)\cos(\psi - w) - 0{,}5\sin(\psi + w)) \qquad (2.25)$$
$$+1{,}5rr_p^4 \sin(\psi - w) - 1{,}5r_p^5 \sin(w).$$

Окончательные формулы для результирующих проекций напряженности магнитного поля

$$H_x = h(-3r_*^4(\sin(\psi)\sin(\psi + t) - 0{,}5\cos(t)) +$$
$$+3r_*^3(\sin(\psi)\sin(2\psi - t) - 0{,}5\cos(\psi - t)) - \qquad (2.26)$$
$$-1{,}5r_*\cos(\psi - t) + 1{,}5\cos(t))$$

$$H_y = h(3r_*^4(\cos(\psi)\sin(\psi + t) - 0{,}5\sin(t)) -$$
$$-3r_*^3(\sin(2\psi)\sin(\psi - t) - 0{,}5\sin(\psi + t)) + \qquad (2.27)$$
$$+1{,}5r_*\sin(\psi - t) - 1{,}5\sin(t))$$

где $h = \dfrac{I_0}{2\pi r_p\left(r_*^6 + 2r_*^3\cos\psi\left(4\sin^2\psi - 1\right) + 1\right)}$, $t = 2\pi\nu\tau$, $r_* = \dfrac{r}{r_p}$.

Таким образом, получена аналитическая зависимость (2.26)-(2.27), описывающая проекции результирующего вектора напряженности магнитного поля в произвольной точке, расположенной вблизи трех параллельных проводников трехфазного тока, проходящих через вершины равностороннего треугольника.

2.4. Определение основных электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу

Поведение и влияние основных электромагнитных сил на электрическую дугу рассматривалось как отечественными, так и зарубежными исследователями. Одной из первых работ в этом направлении является монография немецкого инженера И. Вочке, который определил силу сжатия дуги посредством пинч-эффекта и силу, действующую на металл, в трехфазной дуговой печи со стороны тока дуги, назвав ее угловой силой. В частности, он установил, что наибольшее ее

значение достигается в зонах привязки дуги на расплав [18]. А.В. Егоров получил зависимость средней электромагнитной силы $F_м$ взаимодействия дуги с полем тока, протекающего через жидкий металл перпендикулярно току дуги, и зависимость средней силы $F_д$ взаимодействия дуги с током, протекающим через соседнюю дугу и параллельный графитированный электрод [20]. Им было также показано, что $F_д$ составляет 2-5% от $F_м$ и снижается с уменьшением длины дуги.

В работах [1, 7, 74] было показано, что в трехфазной печи при изменении полярности тока возникают две различные формы дуги, которые ведут себя по-разному. При их усреднении во времени было установлено, что дуги отклоняются от вертикали на угол θ=45-65^0. Ю.М. Миронов рассмотрел силы, действующие на электрическую дугу в дуговой печи постоянного тока, от горизонтального и вертикального участков токоподвода. Им получены зависимости для определения средних сил на дугу у поверхности металла (максимальное значение) и у конца вертикального электрода (минимальное значение), и приведено значение угла отклонения дуги от зеркала ванны $\chi = 90^0 - \theta = 25^0 - 45^0$[10].

При рассмотрении этих и других работ осталось не совсем понятным, на основании каких допущений получены зависимости для расчета некоторых электромагнитных сил, нет детального анализа поведения и роли отдельных составляющих сил, воздействующих на дугу в условиях трехфазной печи переменного тока в зависимости от расположения и геометрии электродов, токов, длин дуг и прочих параметров. Однако, для электрометаллургической теории и практики важно знать методы расчета как локальных электромагнитных сил, действующих на элементы дуги, так и среднеинтегральных сил, действующих на дугу.

2.4.1. Электромагнитные силы, действующей на дугу от токов, протекающих через жидкий металл

Рассмотрена электромагнитная сила, действующая на столб дуги, от токов, протекающих через жидкий металл, в трехфазной дуговой печи переменного тока.

Было предположено, что оси дуг горят перпендикулярно поверхности металлической ванны (оси их совпадают с осями электродов), действующее значение линейных токов одинаковое. Электрическая ось токопроводящего слоя между дугами расположена на глубине Δ от поверхности металла [20]. Для жидкой стали эту величину можно принять примерно равной половине глубине проникновения электромагнитного поля промышленной частоты в металл $\Delta \approx \Delta_0$ =3,2-3,6 см, где $\Delta_0 = \sqrt{\rho/(\pi\mu_0\nu)}$, ρ- удельное электросопротивление жидкой стали; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (В с)/(А м)- магнитная постоянная; ν=50 Гц - промышленная частота[20].

Рассмотрена электромагнитная сила, действующая на ток дуги i_0 со стороны тока, протекающего через металл от другой дуги i_1(рисунок 2.4). Для этого найдена напряженность магнитного поля в точке *A*, находящейся на дуге длиной $l_д$, создаваемого прямым горизонтальным отрезком провода *CB* длиной l, через который протекает ток i_1. Ее можно определить как [10]

$$H = \frac{i_1}{4\pi(\Delta + z)}\left(\cos(\alpha) - \cos(\alpha_0)\right). \qquad (2.28)$$

Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости *ABC* (рисунок 2.4). Подставляя $\alpha_0 = \pi/2$ и $\cos(\alpha) = \frac{l}{\sqrt{l^2 + (\Delta + z)^2}}$, получим

$$H = \frac{i_1}{4\pi(\Delta + z)} \frac{l}{\sqrt{l^2 + (\Delta + z)^2}}. \qquad (2.29)$$

Сила, действующая на элемент дуги dl в точке *A*, совпадает с направлением тока i_1, и модуль ее определяется как $d\vec{F} = \mu_0 i_0 \vec{dl} \times \vec{H}$. Локальная электромагнитная сила, действующая на единицу длины дуги

$$\frac{dF}{dl} = f_м = \frac{i_1 i_0 \mu_0}{4\pi(\Delta + z)} \frac{l}{\sqrt{l^2 + (\Delta + z)^2}}. \qquad (2.30)$$

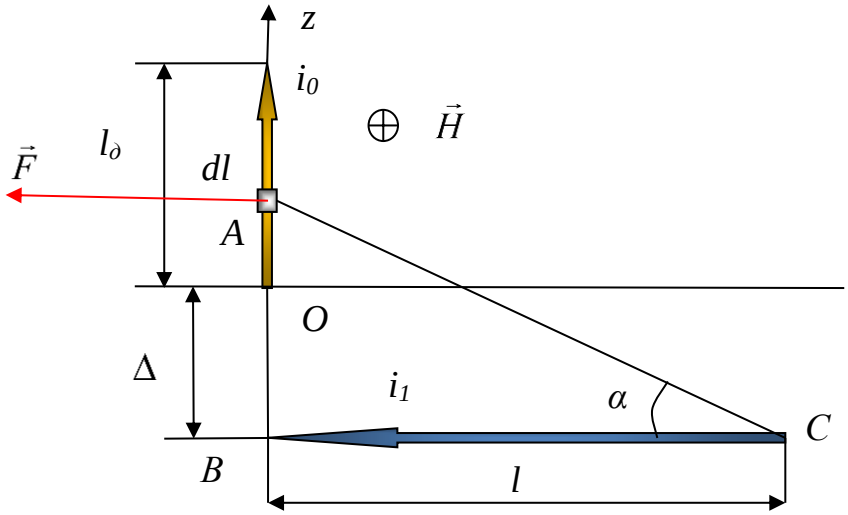


Рисунок 2.4 - К расчету напряженности магнитного поля и электромагнитной силы на проводник со стороны перпендикулярного проводника конечной длины

Эта формула совпадает с зависимостью, полученной Ю.М. Мироновым [10]. Полная сила, действующая на проводник $l_д$

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_0 l}{4\pi} \int_0^{l_д} \frac{1}{(\Delta + z)\sqrt{l^2 + (\Delta + z)^2}} dz . \qquad (2.31)$$

Интеграл в этом выражении можно взять по частям, получим

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_0}{4\pi} \ln \left[\frac{(\sqrt{l^2 + \Delta^2} + l)(\Delta + l_д)}{\Delta(\sqrt{(l_д + \Delta)^2 + l^2} + l)} \right]. \qquad (2.32)$$

Найдем токи, протекающие через жидкий металл в трехфазной дуговой печи переменного тока. Считаем, что в электрической схеме замещения три фазы приемника имеют одинаковые фазные сопротивления $Z_{AB}=Z_{BC}=Z_{CA}$, которые соединены по схеме «треугольник». Тогда, независимо от характера нагрузки, напряжение на каждой фазе приемника равно линейному напряжению $U_л=U_ф$, но фазные и линейные токи не равны между собой [113].

При заданном напряжении и сопротивлении фаз нагрузки фазные токи можно определить как: $i_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} = I \sin(\omega\tau)$, $i_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}} = I \sin(\omega\tau - \frac{2\pi}{3})$,

$i_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}} = I\sin(\omega\tau + \frac{2\pi}{3})$, где I - амплитудное значение фазного тока. Соответственно линейные токи: $i_1 = i_A = i_{AB} - i_{CA}$; $i_2 = i_C = i_{CA} - i_{BC}$ $i_3 = i_B = i_{BC} - i_{AB}$. Сила тока, проходящего через фазу A $i_A = i_1 = i_{AB} - i_{CA} = I\sqrt{3}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$.

Рассмотрена электромагнитная сила, действующая на ток дуги $i_1 = i_A$ со стороны трех фазных токов i_{AB}, i_{BC}, i_{CA}, протекающих через металл. Результирующая сила есть векторная сумма трех сил F_{AB}, F_{BC}, F_{CA}, модуль каждой из которых зависит от среднего значения произведения токов [114-118]:

$$\frac{1}{T}\int_0^T i_{AB} i_A d\tau = \frac{\sqrt{3}}{4} I^2, \qquad \frac{1}{T}\int_0^T i_{CA} i_A d\tau = -\frac{\sqrt{3}}{4} I^2, \qquad \frac{1}{T}\int_0^T i_{BC} i_A d\tau = 0.$$

Данные выражения говорят о том, что на дугу фазы A действуют только силы со стороны фазных токов i_{AB} и i_{CA}. Направление сил $\vec{F}_{AB}$, $\vec{F}_{CA}$ и их равнодействующая $\vec{F}_{\text{м1}}$, а также направления подобных сил на дуги других фаз показаны на рисунке 2.5. Модуль равнодействующей силы пропорционален $\sqrt{3}I^2/4$. С учетом действующего значения линейного тока $I_{\text{дл}} = \sqrt{3}I/\sqrt{2}$, получено среднеинтегральное значение силы, действующей на дугу

$$F_{\text{м}} = \frac{\mu_0 I_{\text{дл}}^2}{8\sqrt{3}\pi} \ln\left[\frac{\left(\sqrt{l^2 + \Delta^2} + l\right)\left(\Delta + l_{\text{д}}\right)}{\Delta\left(\sqrt{(l_{\text{д}} + \Delta)^2 + l^2} + l\right)}\right]. \qquad (2.33)$$

и локальное среднее значение электромагнитной силы, действующей на единицу длины дуги

$$f_{\text{м}}(z) = \frac{\mu_0 I_{\text{дл}}^2}{8\sqrt{3}\pi} \frac{1}{(\Delta + z)} \frac{l}{\sqrt{l^2 + (\Delta + z)^2}} \qquad (2.34)$$

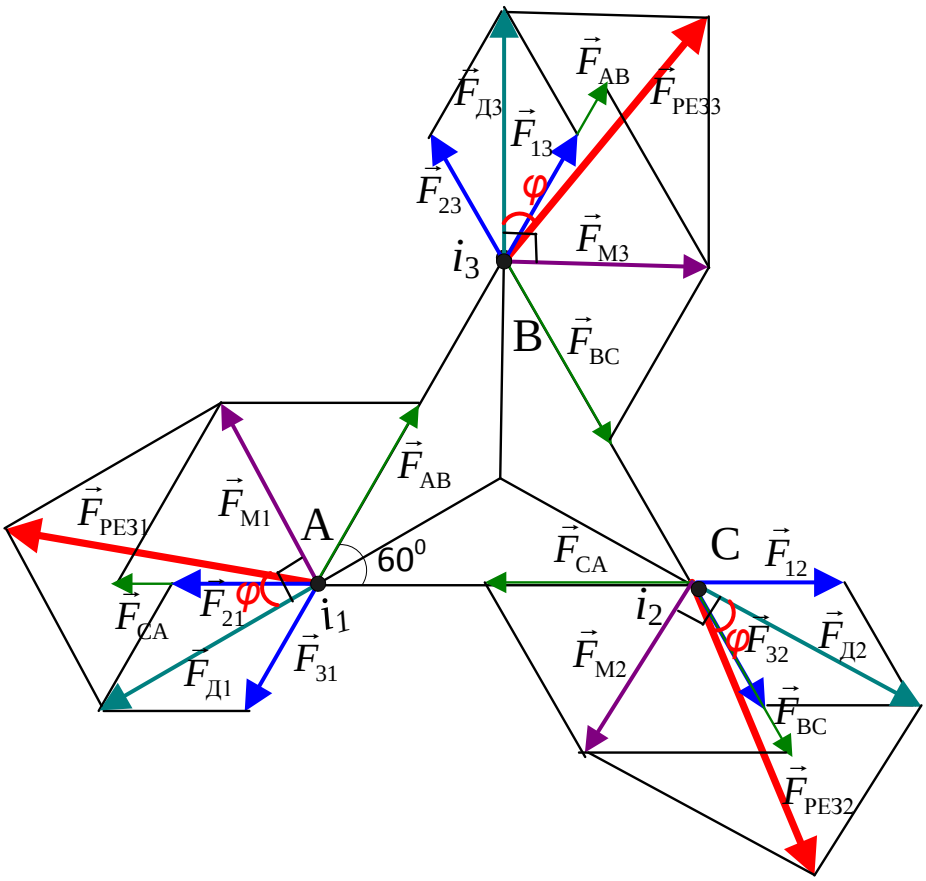


Рисунок - 2.5.Направления среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на электрические дуги в трехфазной печи:
$\vec{F}_{мi}$ - силы со стороны токов, протекающих между дугами через жидкий металл;
$\vec{F}_{дi}$ - силы со стороны токов, протекающих через дуги и графитированные электроды; $\vec{F}_{РЕЗi}$ - результирующие силы

Формула (2.33) совпадает с аналогичной формулой, полученной в работе [20] с точностью до коэффициента перед логарифмом.

2.4.2. Электромагнитные силы, действующей на дугу от токов, протекающих через параллельные графитированные электроды и дуги

Рассмотрена вторая электромагнитная сила, действующая на столб дуги — сила электромагнитного взаимодействия с другими параллельными дугами и токами, протекающими через графитированные электроды. Она действует на ток

дуги i_0 со стороны другого тока i_1, протекающего по графитированному электроду длиной $l_{эд}$ и дуге длиной $l_д$ (рисунок 2.6).

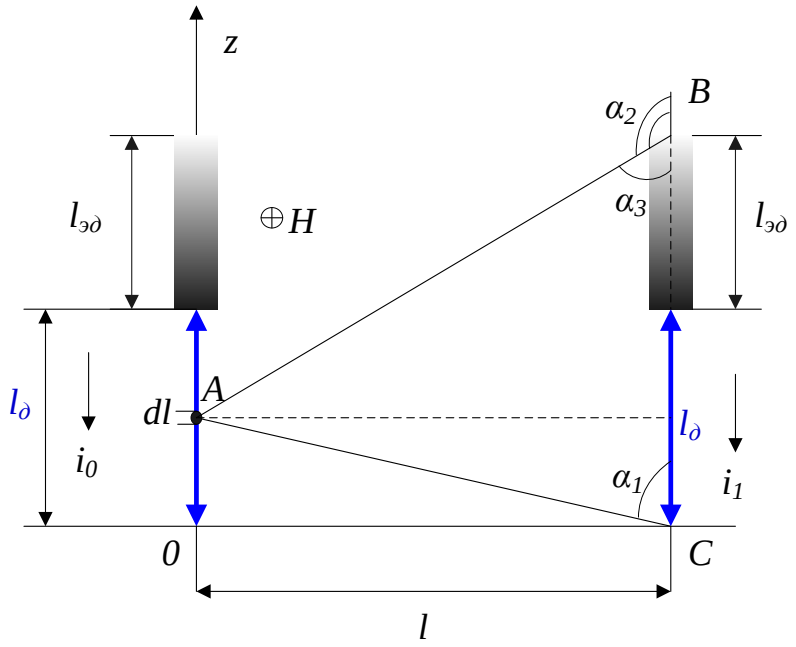


Рисунок-2.6. К расчету напряженности магнитного поля и электромагнитной силы на проводник со стороны параллельного проводника конечной длины

Найдем напряженность магнитного поля в точке *A*, находящейся на дуге, создаваемого прямым вертикальным отрезком провода *BC* длиной $l_д + l_{эд}$, через который протекает ток i_1. Вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости *ABC*. Подставляя в формулу (2.28) $\cos(\alpha_1) = \frac{z}{\sqrt{l^2 + z^2}}$,

$\cos(\alpha_2) = \cos(\pi - \alpha_3) = -\cos(\alpha_3) = -\frac{l_д + l_{эд} - z}{\sqrt{l^2 + (l_д + l_{эд} - z)^2}}$, получим

$$H = \frac{i_1}{4\pi l}\left(\frac{z}{\sqrt{l^2 + z^2}} + \frac{l_д + l_{эд} - z}{\sqrt{l^2 + (l_д + l_{эд} - z)^2}}\right).$$

Сила, действующая на элемент дуги *dl* в точке *A*, перпендикулярна направлению тока i_1 и модуль ее определяется как $d\vec{F} = \mu_0 i_0 d\vec{l} \times \vec{H}$. Локальная электромагнитная сила, действующая на единицу длины дуги

$\frac{dF}{dl} = f_д = \frac{i_1 i_0 \mu_0}{4\pi l}\left(\frac{z}{\sqrt{l^2+z^2}} + \frac{l_д + l_{эд} - z}{\sqrt{l^2+(l_д + l_{эд} - z)^2}}\right)$ и суммарная сила, действующая на проводник $l_д$

$$F_д = \frac{\mu_0 i_1 i_0}{4\pi l}\int_0^{l_д}\left(\frac{z}{\sqrt{l^2+z^2}} + \frac{l_д + l_{эд} - z}{\sqrt{l^2+(l_д + l_{эд} - z)^2}}\right)dz.$$

Найдем силу взаимодействия одной из дуг трехфазной дуговой печи переменного тока с двумя другими дугами. Токи, протекающие по дугам $i_1 = I\sin(\omega t),\ i_2 = I\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right),\ i_3 = I\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$, где *I*- амплитудное значение линейного тока. Среднеинтегральные силы взаимодействия первого и второго токов по периоду F_{12} и первого и третьего токов по периоду F_{13} пропорциональны $\frac{1}{T}\int_0^T i_1 i_2 dt = -\frac{I^2}{2}$ и $\frac{1}{T}\int_0^T i_1 i_3 dt = -\frac{I^2}{2}$ соответственно. Силы F_{12} и F_{13} направлены под углом 60^0, поэтому векторная сумма этих сил *F* пропорциональна $\frac{\sqrt{3}I^2}{2}$. Таким образом, можно получить среднюю результирующую силу на дугу с учетом действующего значения линейного тока $I_{дл} = I/\sqrt{2}$

$$F_д = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I_{дл}^2}{4\pi l}\left(\sqrt{l^2+l_д^2} - l - \sqrt{l^2+l_{эд}^2} + \sqrt{l^2+\left(l_д + l_{эд}\right)^2}\right) \qquad (2.35)$$

и локальную электромагнитную силу, действующую на единицу длины дуги

$$f_д(z) = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I_{дл}^2}{4\pi l}\left(\frac{z}{\sqrt{l^2+z^2}} + \frac{l_д + l_{эд} - z}{\sqrt{l^2+(l_д + l_{эд} - z)^2}}\right). \qquad (2.36)$$

Формула (2.36) совпадает с полученной в работе [20] с точностью до коэффициента перед скобкой и знаков сложения и вычитания.

Из рисунка 2.5 видно, что векторы $\vec{F}_м$ и $\vec{F}_д$ расположены под прямым углом, поэтому модуль равнодействующей силы $F_{РЕЗ} = \sqrt{F_м^2 + F_д^2}$. Она направлена под углом φ к прямой, проходящей через центр распада электродов и ось электрода.

2.4.3. Электромагнитные силы взаимодействия дуги с собственным магнитным полем

При отклонении формы дуги от прямой линии возникает третья электромагнитная сила $\vec{F}_c$ взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем, которая старается выпрямить дугу. Эта сила вместе с центробежной компенсирует сумму сил $\vec{F}_{\text{м}} + \vec{F}_{\text{д}}$ и во многом определяет средний угол отклонения θ и среднюю форму дуги. Подробно алгоритм расчета формы дуг был рассмотрен в работе [119]. На основе него создана компьютерная программа, позволяющая находить среднюю форму оси столба дуги по заданным геометрическим и технологическим параметрам горения дуг [120]. В алгоритме программы учитывается действие центробежной силы потока газа на форму оси столба дуги. Однако, эта сила не электромагнитной природы, поэтому ее рассмотрение мы опустим.

В работах [120-125] показано, что в первом приближении форму дуги можно описать параболой $y = a \cdot x^2 / l_{\partial}^2$ (рисунок 2.7), где a - горизонтальное отклонение дуги от вертикальной оси, l_{∂} — длина дуги.

Напряженность магнитного поля в точке A от тока i, проходящего через элемент dl_2, находим по формуле Био-Савара-Лапласа $d\vec{H} = \dfrac{i \cdot d\vec{l}_2 \times \vec{r}}{4\pi r^3}$, где,

$$\vec{r} = \vec{r}\left(x_0 - x,\ y_0 - y\right) d\vec{l}_2 = d\vec{l}_2 \left(dx, \frac{2axdx}{l_{\partial}^2} \right), |\vec{r}| = r = \left|B\vec{A}\right| = \sqrt{\left(x_0 - x\right)^2 + \left(\left|y_0 - y\right| + \bar{y}_0\right)^2} .$$

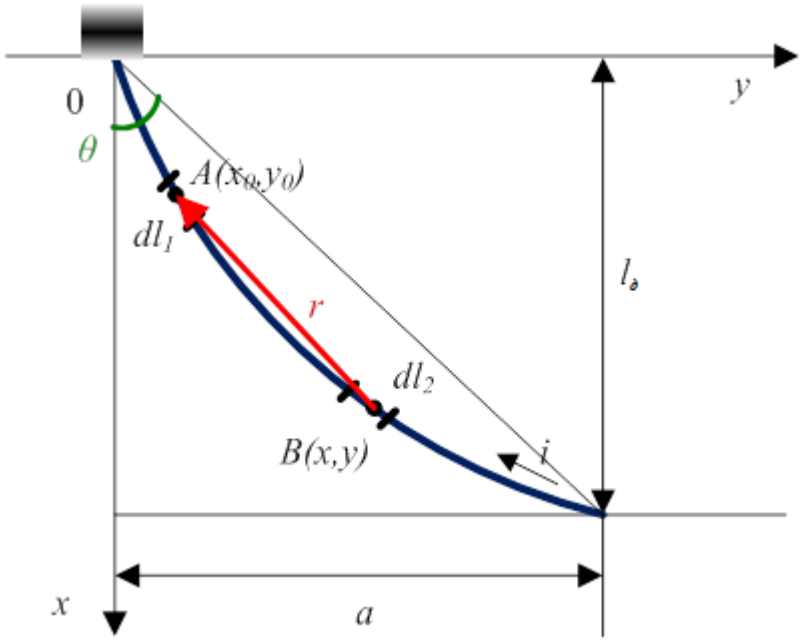


Рисунок 2.7 - К расчету силы взаимодействия дуги с собственным магнитным полем

Среднее геометрическое расстояние $\bar{y}_0$ площади сечения дуги в ее цилиндрической части от самой себя $\bar{y}_0 = 0{,}778 \cdot r_0$, где r_0 — радиус дуги в цилиндрической части столба. Распишем векторное произведение

$$d\vec{l}_2 \times d\vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & \dfrac{2ax}{l_д^2}dx & 0 \\ x_0 - x & y_0 - y & 0 \end{vmatrix} = \vec{k}\left(y_0 - y - \frac{2ax(x_0 - x)}{l_д^2} \right)dx = \vec{k} \cdot \frac{a}{l_д^2}(x_0 - x)^2 dx .$$

$$dH = \frac{ia(x_0 - x)^2}{4\pi l_д^2 r^3}dx .$$

Полную напряженность магнитного поля в точке A от тока всей дуги получаем интегрированием

$$H = \frac{ia}{4\pi l_д^2}\int_0^{l_д} \frac{(x_0 - x)^2}{\left((x_0 - x)^2 + \left(\dfrac{a}{l_д^2}\left|x_0^2 - x^2\right| + \bar{y}_0 \right)^2 \right)^{3/2}}dx .$$

Элементарная сила, действующая на элемент тока дуги dl_1, находится в плоскости yOz, направлена перпендикулярно $d\vec{l}_1$, а ее модуль равен

$dF = i\mu_0 dl_1 \times H$. Направление элемента дуги dl_1 определяется вектором $dl_1 = \left(1,\ \frac{2ax_0}{l_\partial^2}\right)dx_0$. Проекции сил, действующих на всю дугу $i = I_{\text{дл}}$

$$F_x = \frac{I_{\text{дл}}^2 a\mu_0}{4\pi l_\partial^2}\int_0^{l_\partial}\int_0^{l_\partial}\frac{2ax_0}{l_\partial^2}\frac{(x_0 - x)^2\,dx}{\left((x_0 - x)^2 + \left(\frac{a}{l_\partial^2}\left|x^2{}_0 - x^2\right| + \bar{y}_0\right)^2\right)^{3/2}}dx_0\,; \tag{2.37}$$

$$F_y = \frac{I_{\text{дл}}^2 a\mu_0}{4\pi l_\partial^2}\int_0^{l_\partial}\int_0^{l_\partial}\frac{(x_0 - x)^2\,dx}{\left((x_0 - x)^2 + \left(\frac{a}{l_\partial^2}\left|x_0^2 - x^2\right| + \bar{y}_0\right)^2\right)^{3/2}}dx_0\,. \tag{2.38}$$

Полная сила, отклоняющая дугу от вертикали $F_c = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$. К сожалению, интегралы, стоящие в выражениях (2.37)-(2.38), можно определить только численно.

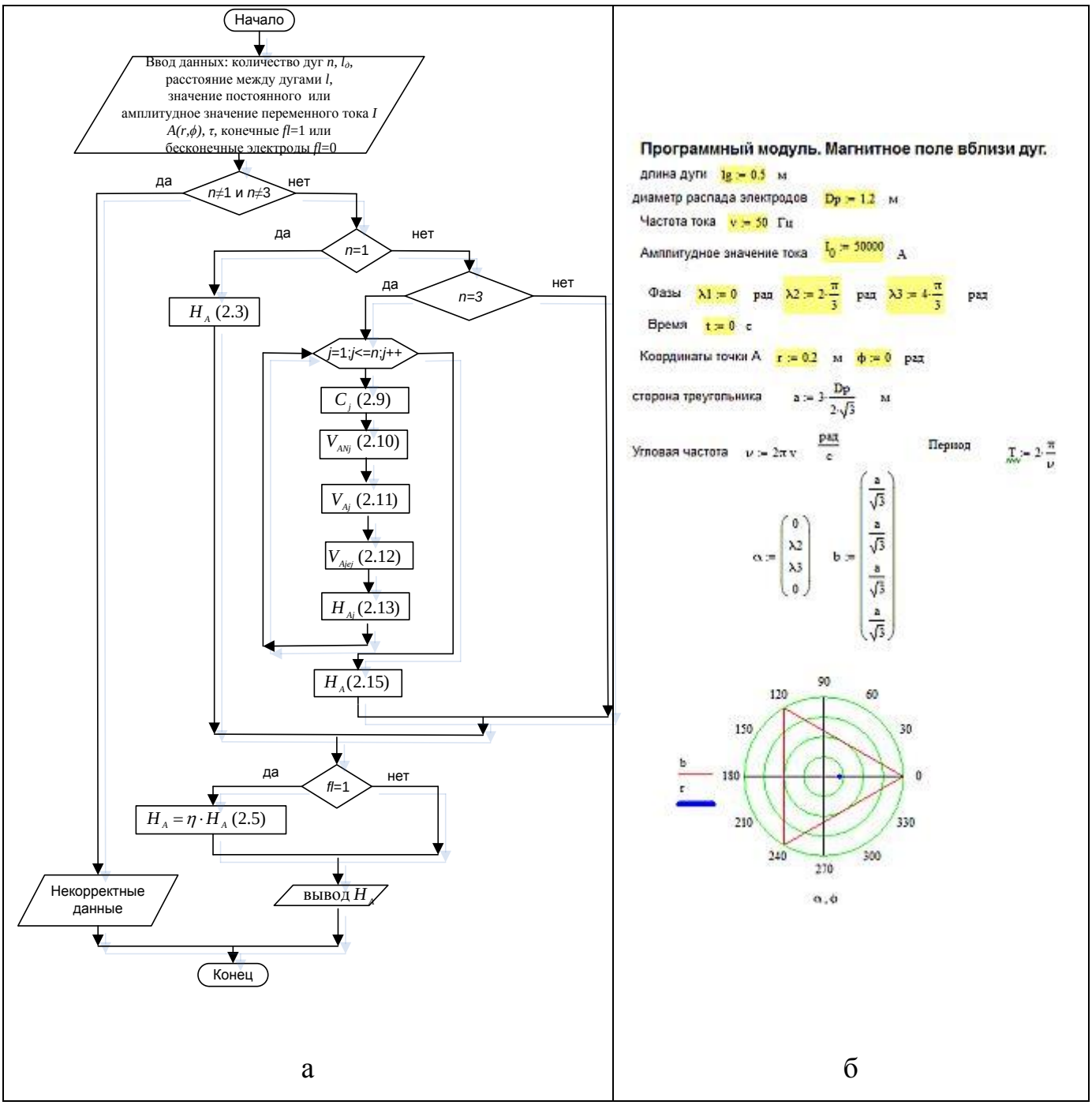
Четвертая сила сжимает дугу в радиальном направлении посредством пинч-эффекта. Интегральное значение этой силы рассчитано во многих работах, например [74] и ее можно записать как

$$F_{\text{п}} = \frac{\mu_0 I_{\text{дл}}^2}{8\pi}. \tag{2.39}$$

2.5. Описание программных модулей для определения магнитных полей и основных электромагнитных сил

На основе разработанной математической модели (2.26)-(2.27)создан программный модуль в среде разработки и моделирования *Mathcad* [116]. Алгоритм расчета напряженности магнитного поля приведен на рис 2.8, а. Создан программный модуль, главное окно с исходными данными приведено на рисунке 2.8, б. Программа позволяет рассчитывать напряженность магнитного поля вблизи одного или трех параллельных проводников бесконечной или

конечной длины, по которым протекают постоянный или трехфазный переменный ток.



а б

Рисунок 2.8 –Алгоритм расчета напряженности магнитного поля (а)и главное окно программного модуля «*Магнитное поле вблизи дуг*»(б)

На основе разработанной математической модели (2.9)-(2.15) создан алгоритм расчета основных электромагнитных сил, действующих на дугу (рисунок 2.9). С его использованием в среде разработки и моделирования *Matlab*

получен программный модуль «*Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи*» (свид. о гос. рег. №2016618499).

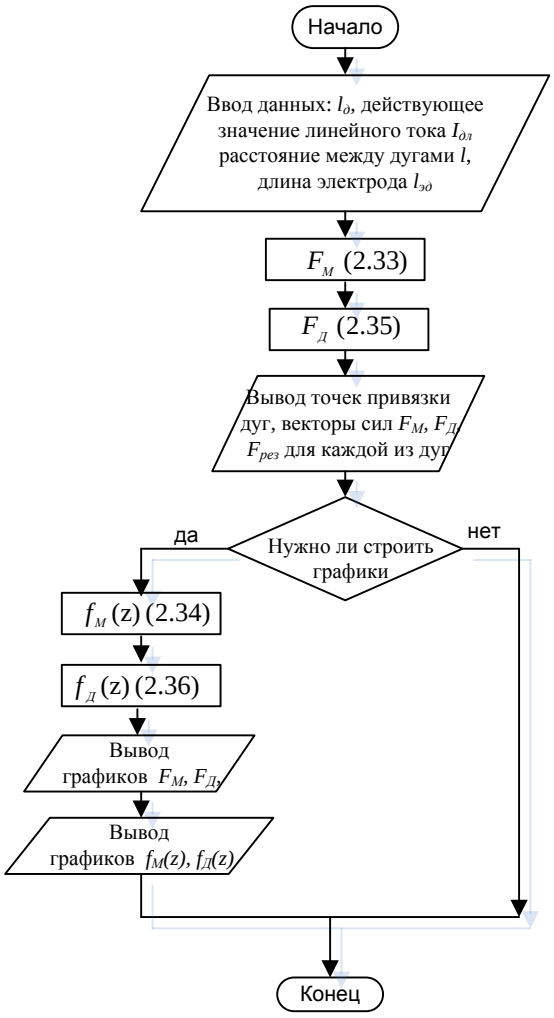
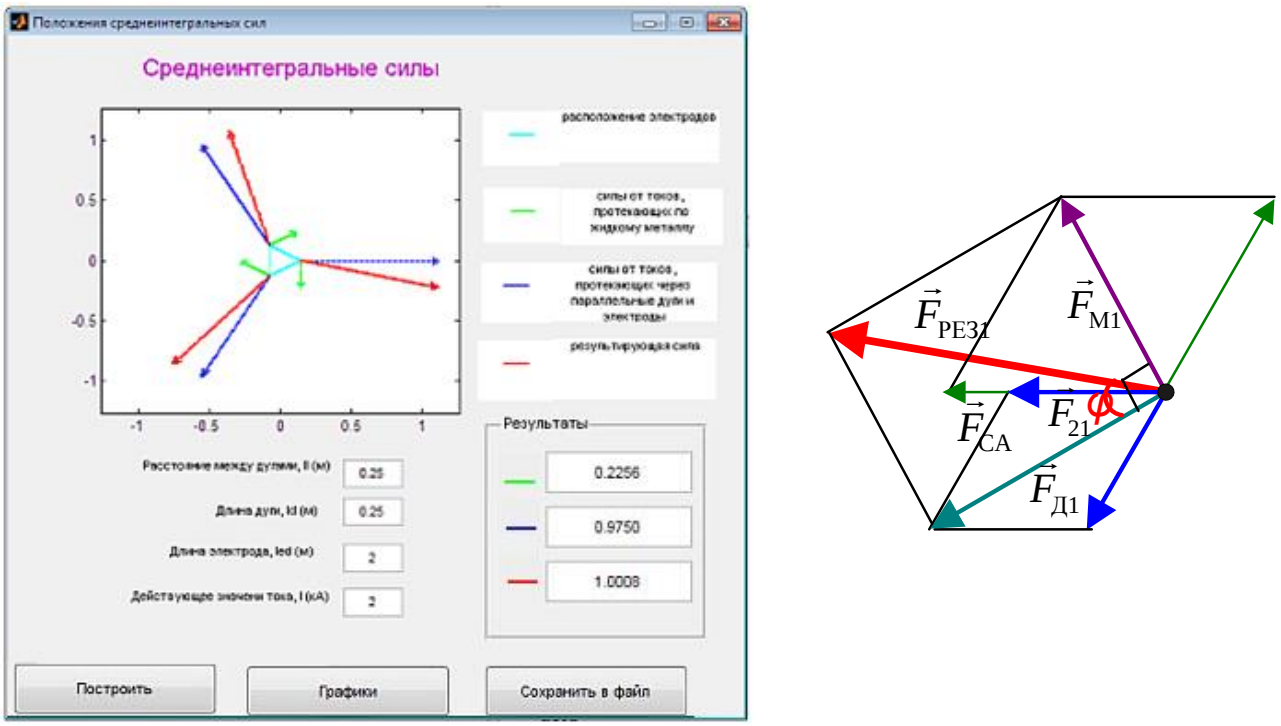


Рисунок 2.9 –Алгоритм расчета основных электромагнитных сил в программном модуле «*Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи*»

Главное окно программы приведено на рисунке 2.10. Исходными данными для нее являются: расстояние между дугами l_d, длина дуги, длина электрода, действующее значение тока. Все они проходят проверку на корректность ввода. Далее рассчитываются значения среднеинтегральных сил, действующих дугу от токов, протекающих по жидкому металлу и от токов, протекающих через другие дуги и электроды. Значения этих сил по модулю одинаковы для всех дуг и различаются только направлениями. С использованием методов аналитической геометрии проводится визуализация расположения электродов, векторов $\vec{F}_М$, $\vec{F}_Д$

и среднеинтегральных электромагнитных сил, причем длина векторов пропорциональна длине рассчитанных модулей сил. Также в программе имеется возможность получения данных в графическом виде. При нажатии на кнопку «Графики» на экране появляется рабочее окно (рисунок 2.11) на котором показывается зависимость значения локальной силы, деленной на квадрат тока $f / I_{дл}^2$ по длине дуги z и зависимость среднеинтегральной силы $F / I_{дл}^2$ от безразмерного расстояния между дугами $l/l_д$.



а б

Рисунок 2.10 - Главное окно программного модуля «Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи» (а) и пример моделирования основных векторов среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дугу (б)

Все исходные и полученные расчетные данные можно сохранить в виде файла, нажав на кнопку «Сохранить в файл».

2.6. Результаты компьютерного моделирования магнитных полей и основных электромагнитных сил в трехфазной дуговой печи

С помощью программного модуля «*Магнитное поле вблизи дуг*» были построены векторные поля напряженности магнитного поля вблизи

графитированных электродов трехфазной дуговой печи и проведены численные исследования, в ходе которых установлены закономерности поведения магнитных полей. Кроме того, из полученных аналитических формул (2.26)-(2.27), описывающих проекции магнитного поля по координатам видно, что напряженность магнитного поля переменного тока убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до центра распада электродов.

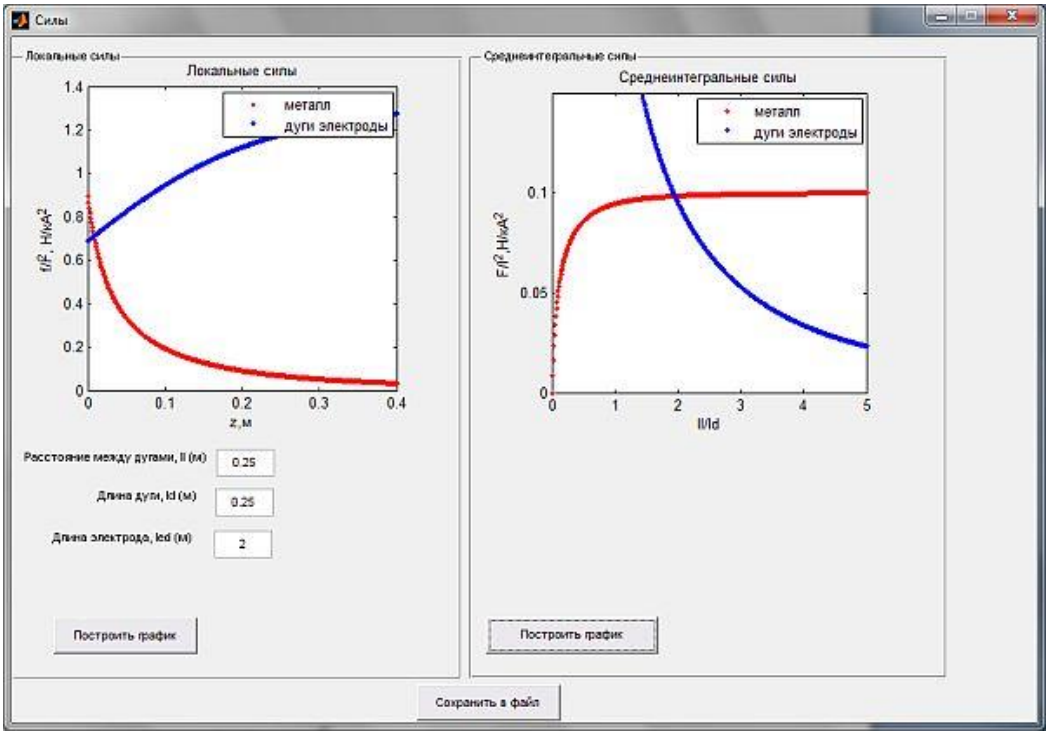


Рисунок 2.11- Рабочее окно программного модуля «Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи» для вывода графиков локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил

2.6.1. Поведение напряженностей магнитных полей вблизи дуг постоянного и трехфазного переменного тока одинаковой мощности

Проведено сравнение напряженностей магнитных полей вблизи электрических дуг трехфазного переменного и постоянного токов. Расчет проведен для технологических условий ДСП-180 ОАО «ММК» и аналогичной дуговой печи постоянного тока такой же полезной мощности. Для ДСП при действующем напряжении 500 В фазный ток составил 50 кА, полезная мощность $P = 3IU\cos\varphi \approx 79$ МВт ($\text{при}\cos\varphi = 0{,}75$). Для дуговой печи постоянного тока напряжение на дуге составило 1000 В при токе 79 кА.

На рисунке 2.12 показаны зависимости напряженности магнитных полей от безразмерного расстояния для электродов конечной (L=4 м) и бесконечной длины. Для случая конечных электродов (рисунок. 2.4, б) получены регрессионные зависимости напряженности магнитных полей для печей постоянного $H_L = 32{,}989 \Big/ \left(\frac{r}{L}\right)^{1{,}2381}$ и трехфазного $H_L = 19{,}794 \Big/ \left(\frac{r}{L}\right)^{1{,}6768}$ токов.

В таблице 2.1 приведено безразмерные расстояния на котором генерируемые дуговыми печами постоянного и переменного трехфазного тока поля сравнимы с напряженностью магнитного поля Земли $H_з \approx 35$ А/м. Из рисунка 2.12, таблицы 2.1 и приведенных выше регрессионных зависимостей можно заключить, что амплитуда напряженности магнитного поля вблизи трехфазной печи меньше и падает быстрее, чем напряженность поля вблизи печи такой же мощности постоянного тока.

На рисунке 2.13 показано соотношение напряженности магнитного поля от проводника конечной длины к напряженности магнитного поля от проводника бесконечной длины $H_L = H_\infty$.Видно, что при расстоянии от магнитного поля меньшем длины электрода $r \le L$ отношение H_L / H_∞ близко к единице и быстро убывает при $r > L$.

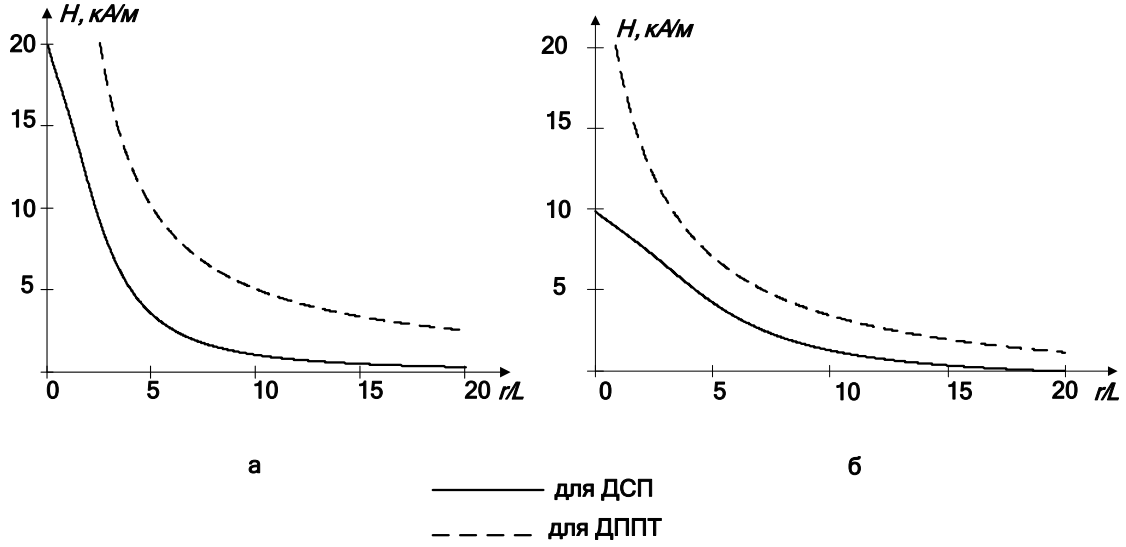


Рисунок 2.12- Напряженности магнитного поля от безразмерного расстояния для печей постоянного и переменного токов полезной мощностью 79 МВт:

а – при электродах бесконечной длины; б - при электродах длиной L=4 м (z=0, D_p=1200 мм)

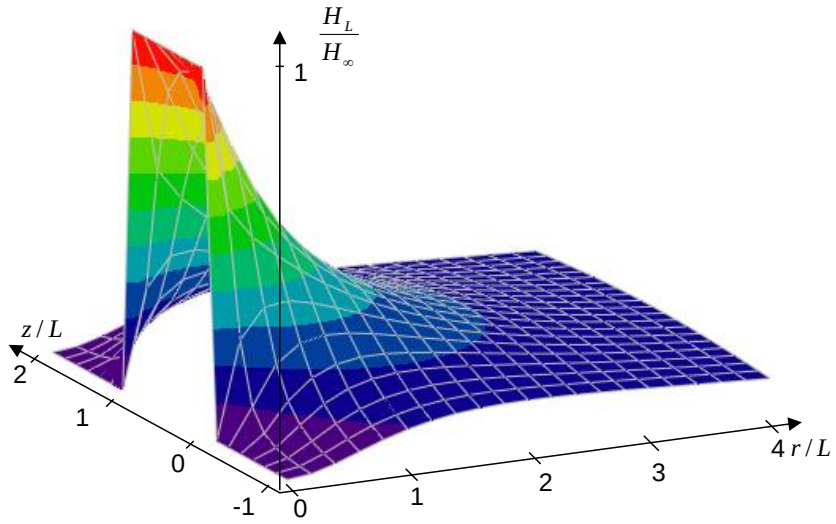


Рисунок. 2.13. Соотношение магнитного поля вблизи проводника конечной длины к магнитному полю, созданному проводником бесконечной длины

Таблица 2.1 -Безразмерное расстояние r/r_p на котором магнитного поле сравнимо с напряженностью магнитного поля Земли $H_з$ при полезной мощности печи 79 МВт

	Постоянный ток	Трехфазный ток
Электроды бесконечной длины	583	23
Электроды конечной длины	43	13

2.6.2. Поведение вектора напряженности магнитного поля вблизи трех дуг трехфазного переменного тока

При помощи разработанного программного модуля «*Магнитное поле вблизи дуг*» были построены нормированные векторные поля напряженности магнитного поля в различные моменты времени для условий ДСП-180 ОАО «ММК». Так для момента времени τ=0 и моментов времени $\tau=n\cdot T/2$, где n–целое число, магнитное поле вблизи первого электрода отсутствует. В последующие же моменты времени оно начинает появляться и постепенно увеличиваться, принимает максимальное

значение в моменты времени $\tau=T/4+n\cdot T/2$, после чего оно постепенно начинает уменьшаться и к моменту времени $\tau=T/2+n\cdot T/2$ пропадает. Аналогично ведут себя напряженности магнитных полей возле второго и третьего электродов, возле которых поле отсутствует в моменты времени $\tau=T/6+n\cdot T/2$ и $\tau=T/3+n\cdot T/2$ и максимально $\tau=5T/12+n\cdot T/2$ и $\tau=7T/12+n\cdot T/2$ соответственно. Таким образом, имеет место бегущее магнитное поле вблизи расположения графитированных электродов. На рисунке 2.14 показаны нормированные векторные поля напряженности магнитного поля в районе расположения графитированных электродов в моменты времени $T/7$ и $T/5$.

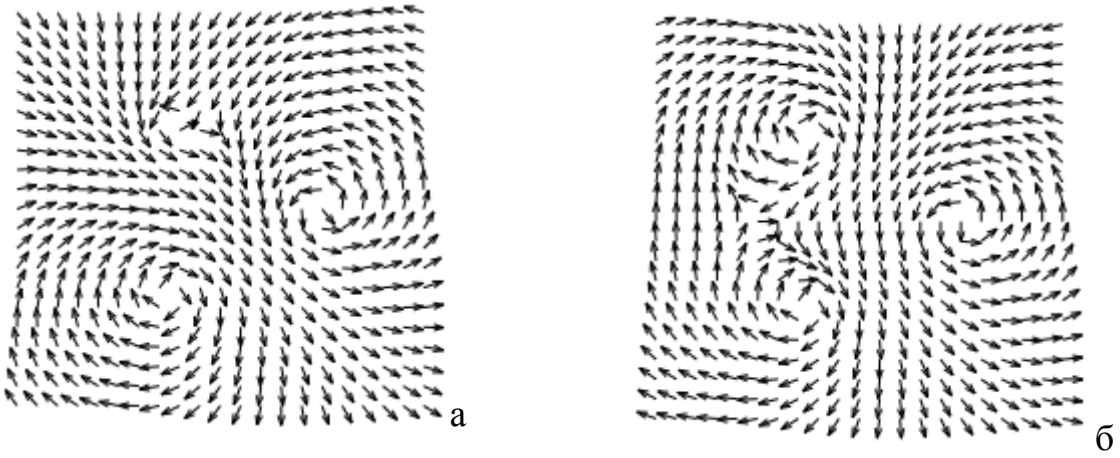
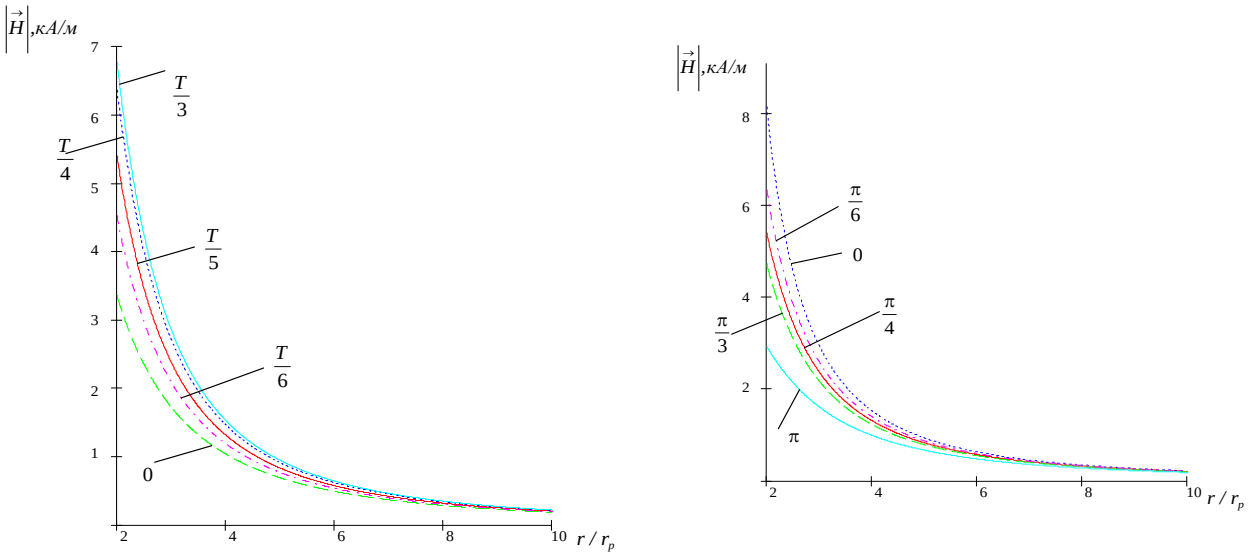


Рисунок 2.14-Нормированные векторные поля напряженности магнитного поля: а- для момента времени $\tau=T/7$; б –для момента времени $\tau=T/5$

На рисунке 2.15,а показаны графики изменения напряженности магнитного поля в точке A с полярными координатами (r,ψ),расположенной между тремя электродами по которым протекает трехфазный ток, при значении угла $\psi=\pi/4$ в разные моменты времени. На рисунке 2.15,б приведено изменение напряженности магнитного поля для момента времени $\tau=T/5$ при различных значениях угла ψ .Представленные рисунки показывают, что изменение напряженности магнитного поля близко к обратно пропорциональной зависимости квадрату расстояния, что соответствует полученному аналитическому решению.

На рисунке 2.16 показана зависимость максимального значения напряженности по периоду от расстояния до центра электродов (при $\psi=\pi/4$).



а б

Рисунок 2.15- График изменения напряженности магнитного поля в зависимости от безразмерного расстояния до центра электродов:
а - в разные моменты времени (при ψ=π/4); б - при различных значениях угла ψ (для момента времени $t=T/5$)

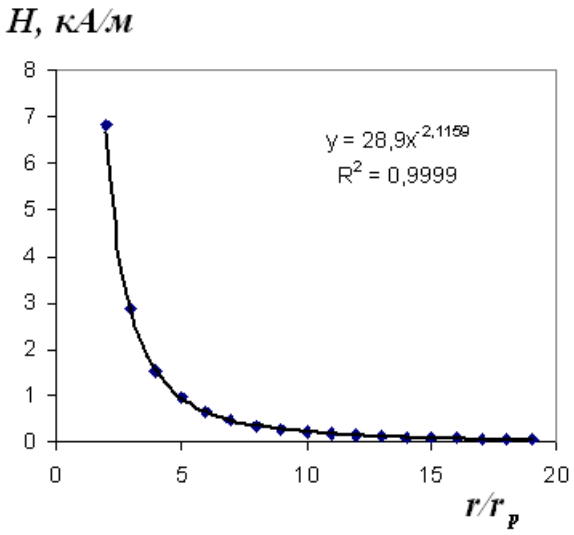


Рисунок 2.16-График изменения максимальной напряженности магнитного поля по периоду в зависимости от расстояния до центра электродов (при $\psi=\pi/4$)

Видно, что изменение максимальной напряженности магнитного поля по периоду близка к зависимости убывания обратно пропорционально квадрату расстояния, что близко к аналитическому решению.

Были получены следующие регрессионные зависимости максимального значения напряженности магнитного поля по периоду от расстояния до центра

электродов: при ψ=0, $y = 33{,}59/x^{2{,}1758}$, при ψ=π/4, $y = 28{,}9/x^{2{,}1159}$, при ψ=π/2, $y = 30{,}56/x^{2{,}1382}$. Обработка для разных ψ показала, что напряженность магнитного поля близка к зависимости убывания обратно пропорционально квадрату расстояния.

2.6.3. Исследование поведения векторов напряженностей магнитного поля посредством построения годографов

По результатам работы разработанного программного модуля «*Магнитное поле вблизи дуг*» были построены годографы векторов напряженности магнитного поля в точке $A(r,\psi)$. В результате моделирования было установлено, что в зависимости от координаты r поведение напряженности магнитного поля подразделяется на два типа:

1. Для точек *A*, имеющих полярную координату $r<r_p$, годограф вектора напряженности магнитного поля имеет вид эллипса с направлением движения по ходу часовой стрелки. При смещении точки *A* по окружности против часовой стрелки, максимальное мгновенное значение вектора напряженности магнитного поля поворачивается по ходу часовой стрелки (рисунок 2.17). Следует отметить, что для точки *A*, расположенной в начале координат, годограф вектора напряженности магнитного поля в точке *A* имеет вид окружности, конец вектора перемещается по направлению движения часовой стрелки;
2. Для точек *A*, расположенных за пределами электродов (имеющих полярную координату $r>r_p$), годограф вектора напряженности в точке *A* имеет вид эллипса, с направлением движения против хода часовой стрелки. При смещении точки по окружности против хода часовой стрелки, максимальное мгновенное значение вектора напряженности магнитного поля может изменять направление поворота (рисунок 2.18).

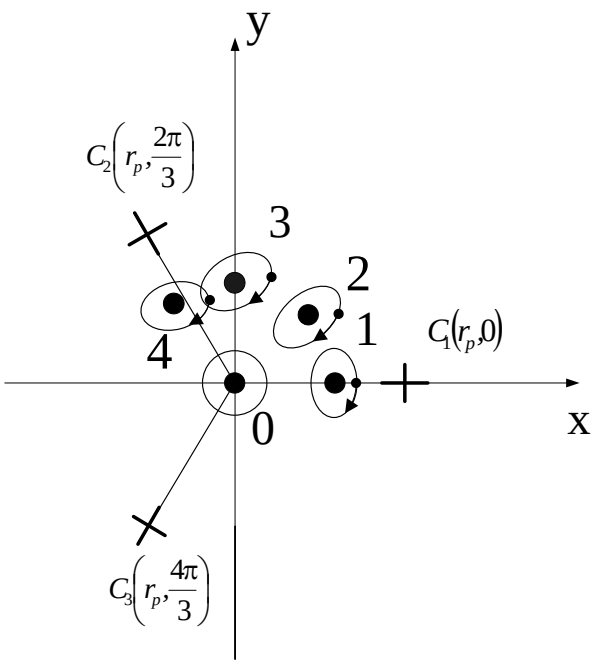


Рисунок 2.17- Годографы векторов напряженности магнитного поля в точках, расположенных внутри диаметра распада электродов $r<r_p$ (точками обозначено положение векторов в момент времени $\tau=0$)

Полученные результаты моделирования магнитного поля подтверждаются известными экспериментальными данными. Если поместить магнитную стрелку в центре симметрии у электродов над сводом трехфазной печи переменного тока (ДСП), то магнитная стрелка вначале совершает сильные колебательные движения около среднего положения, а затем начинает вращаться [3]. Экспериментально найдено и теоретически установлено, что поле вращается со скоростью $n=60v/3=1000$ об/мин. Это подтверждает, что в районе электродов наблюдается бегущее магнитное поле.

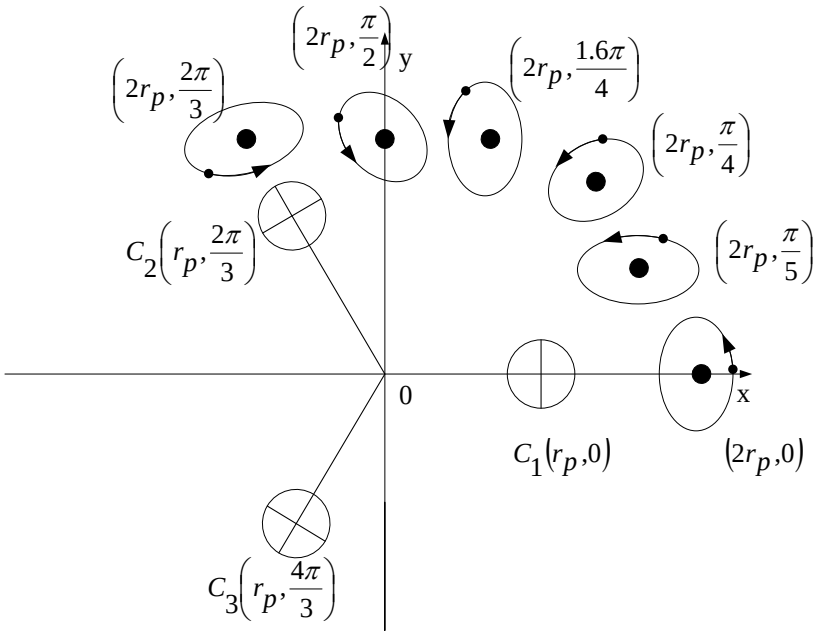


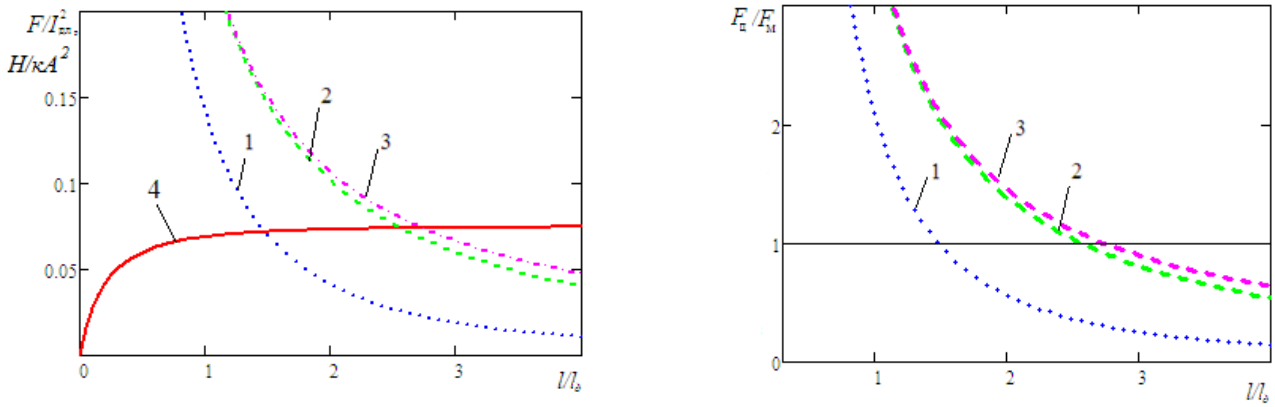
Рисунок 2.18- Годограф вектора напряженности магнитного поля за пределами диаметра распада электродов ($r>r_p$)
(точками обозначено положение векторов в момент времени $\tau=0$)

Необходимо отметить, что реальные токи в ДСП имеют несинусоидальную и несимметричную форму и могут содержать не только высшие, но и мультигармонические и даже дробные составляющие [5]. Частоты гармоник могут быть существенно выше промышленной частоты. Все это, конечно, оказывает влияние на поведение магнитного поля и вносит коррективы в полученные закономерности.

2.6.4. Результаты компьютерного моделирования основных электромагнитных сил

Все рассмотренные электромагнитные силы пропорциональны квадрату действующего значения тока, поэтому для анализа характера зависимостей сил от длины дуги удобно выбирать комплекс $F/I_{дл}^2$. С помощью модуля «*Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи*» проведено моделирование. По результатам моделирования на рисунке 2.19, а показаны графики зависимости $F_д/I_{дл}^2$ от безразмерного расстояния между дугами

при разных безразмерных длинах электрода. Величина $F_д / I_{дл}^2$ находится в пределах от 0,1 до 0,2 Н/кА^2 при $l / l_д \approx 1$, убывает с увеличением расстояния между дугами по закону близкому к обратной пропорциональности и существенно зависит от безразмерной длины электрода $l_{эд} / l_д$ в диапазоне от 0 до 5. На этом же рисунке приведена зависимость $F_м / I_{дл}^2$ от безразмерного расстояния между дугами, величина $F_м / I_{дл}^2$ находится в пределах от 0 до 0,08 Н/кА^2. Видно, что с увеличением расстояния между дугами от 0 до $l_д$, сила $F_м$ резко возрастает от 0 до некоторого значения и далее увеличивается очень незначительно. На рисунке 2.19, б показаны зависимости соотношения сил $F_д/F_м$от безразмерного расстояния между дугами. Видно, что при относительном расстоянии между дугами менее 1,5 – 2,5 более существенной оказывается сила$F_д$, чем$F_м$.



а б

Рисунок2.19- Зависимости электромагнитных сил, деленных на квадрат тока $F_д / I_{дл}^2$ (линии 1-3); $F_м / I_{дл}^2$ (линия 4) (а) и соотношения сил $F_д/F_м$(б) от безразмерного расстояния между дугами при безразмерной длине электрода: 1 -$l_{эд} / l_д$=0; 2 -$l_{эд} / l_д$=5; 3 -$l_{эд} / l_д$ =20

Направление результирующей средней силы $\left|\vec{F}_{рез}\right|$ определяется углом φ, который зависит от соотношения модулей сил $\left|\vec{F}_1\right|$ и $\left|\vec{F}_д\right|$.На рисунке 2.20 показано поведение угла φ в зависимости от безразмерного расстояния между дугами при разных безразмерных длинах электрода в трехфазной дуговой печи. Видно, что

дуги могут существенно отклоняться в сторону от прямой, соединяющей центр распада электродов и ось электрода. Например, для печи, имеющей среднюю длину дуги 0,2 м и расстояние между электродами 0,6 м, угол φ может иметь значение 45^0- 60^0.

На рисунке 2.21 представлена зависимость выпрямляющей силы, деленной на квадрат тока $F_c / I_{дл}^2$ от безразмерного отклонения дуги от вертикальной оси. Видно, что при отклонении дуги θ=0-45^0 ($a/l_д$=0-1) сила F_c в зависимости от длины дуги имеет максимальное значение при $a/l_д$=0,1-0,4. Средняя выпрямляющая дугу сила $\vec{F}_c$ по величине сопоставима с силами $\vec{F}_м$ и $\vec{F}_д$.

Сила, сжимающая дугу, деленная на квадрат тока имеет относительно большое значение 0,05 $Н/кА^2$, то есть ее значение сравнимо с остальными тремя силами, однако она не оказывает существенного влияния на отклонение оси столба дуги от вертикали.

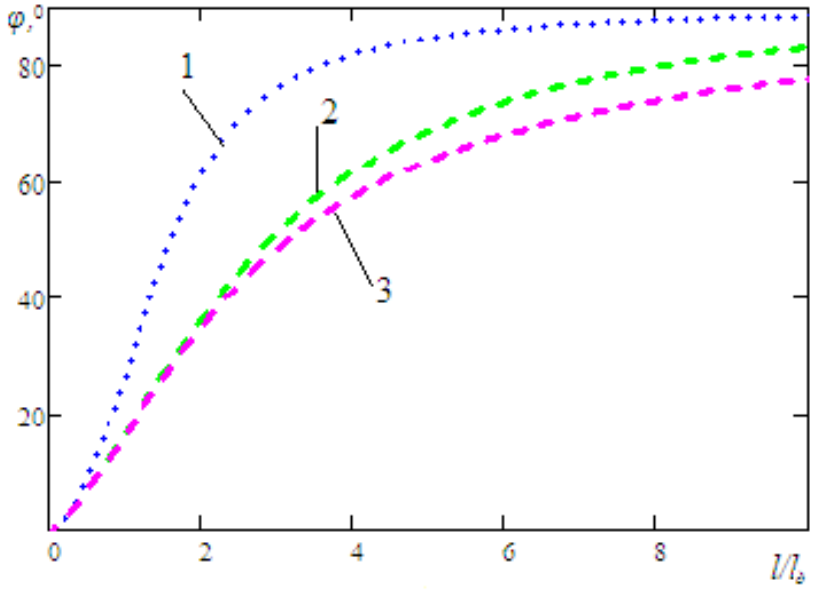


Рисунок 2.20- Зависимость угла φ между средним значением результирующей силы и прямой, проходящей через центр распада электродов и ось электрода, от безразмерного расстояния между дугами при безразмерной длине электрода:
1 - $l_{эд} / l_д$=0; 2 - $l_{эд} / l_д$=5; 3 - $l_{эд} / l_д$ =20

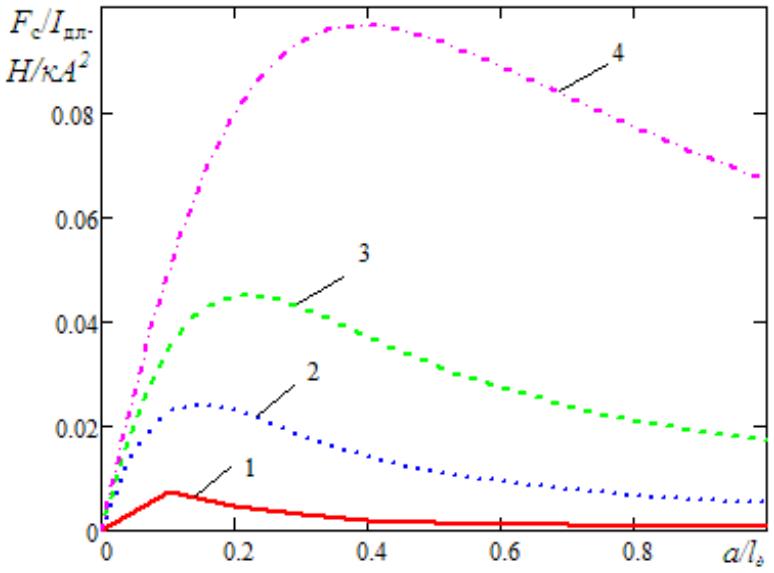


Рисунок 2.21- Зависимость выпрямляющей силы, деленной на квадрат тока, от безразмерного отклонения дуги от вертикальной оси при длине дуги $l_д$ 1: -0,1 м; 2 -0,2 м; 3- 0,3 м; 4 - 0,5 м

2.7. Выводы по второй главе

1. Получены математические модели для определения напряженности магнитного поля вблизи графитированных электродов конечной и бесконечной длины применительно к дуговой печи постоянного и трехфазного переменного тока, в том числе аналитическая модель для определения напряженности магнитного поля вблизи графитированных электродов бесконечной длины постоянного и трехфазного переменного тока.
2. По предложенным математическим моделям разработан программный модуль «*Магнитное поле вблизи дуг*», позволяющий определять магнитные поля вблизи одного или трех электродов бесконечной или конечной длины, по которым протекают постоянный или трехфазный переменный ток.
3. Посредством компьютерного моделирования получено, что значение модуля напряженности магнитного поля вблизи вертикальной дуги постоянного тока обратно пропорциональна расстоянию от ее оси, а для трех дуг трехфазного переменного тока действующее значение модуля напряженности магнитного поля обратно пропорционально квадрату расстояния от центра распада электродов. Установлено, что вблизи трех дуг трехфазного переменного тока наблюдается бегущее магнитное поле.

4. Предложена модель для определения основных электромагнитных сил, действующих на дугу при ее взаимодействии с дугами постоянного и трехфазного переменного тока. Модель учитывает действие на дугу основных электромагнитных сил: со стороны токов, протекающих через жидкий металл; от токов, проходящих через параллельно горящие дуги и электроды; от тока самой дуги.
5. По предложенной математической модели разработан программный модуль «*Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи*», позволяющий определять основные электромагнитные силы, действующие на дуги и представлять векторы этих сил и равнодействующую в виде наглядных диаграмм.
6. Посредством компьютерного моделирования проанализировано поведение векторов локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил вблизи трех дуг трехфазного переменного тока в зависимости от геометрических характеристик дуг, оценено влияние на эти векторы токов, протекающих через дуги и через жидкий металл.
7. Установлено, что результирующая среднеинтегральная сила может отклоняться в сторону от прямой, соединяющей центр распада электродов и ось электрода, на угол 45 -65^0. Выявлено, что при расстоянии между дугами менее 1,5-2,5 длины дуги, наибольшее влияние на среднее отклонение электрической дуги от вертикали и форму дуг в трехфазной дуговой печи оказывает сила электромагнитного взаимодействия между дугами, а при больших расстояниях - значительное влияние на форму дуги оказывает сила взаимодействия дуги с токами, протекающими через жидкий металл.
8. Показано, что полученные с помощью математического и компьютерного моделирования результаты не противоречат существующим теоретическим моделям, экспериментальным результатам и существенно дополняют их для случаев горения параллельных дуг постоянного и трехфазного переменного тока.

ГЛАВА 3. ФОРМА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПРИ ИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В настоящее время, в металлургической промышленности используется множество различных печей, в которых источником тепла служат электрические дуги постоянного или трехфазного переменного тока промышленной частоты. Эти печи могут использовать несколько одновременно горящих дуг и отличаться количеством электродов и родом используемого тока. Так в дуговых и плазменных печах источниками тепла могут являться две или три дуги постоянного тока. В ДСП, рудотермических и рудовосстановительных печах питаемых трехфазным током одновременно могут гореть три и даже шесть дуг.

Столб электрической дуги представляет собой легкоподвижный и деформируемый под воздействием магнитных полей проводник. Форма дуг и взаимодействие между ними оказывают существенное влияние на характер движения металла и шлака, влияет на тепловую работу печи, протекание в ней основных технологических процессов, стойкость футеровки и расходуемых электродов.

Также влияют на процессы движения металла и шлака электромагнитные поля и центробежные силы [1, 3, 5, 18, 19, 29, 95]. Существенным фактором является длина дуг. Большая длина дуг приводит к их заметному электромагнитному взаимодействию.

При переменном токе происходит отталкивание дуг. При постоянном токе дуги стягиваются к центру, и при определенных условиях анодные пятна дуг сливаются. Это слияние ухудшает стабилизацию горения дуг. При проектировании печи необходимо учитывать силы электродинамического взаимодействия, определяющиеся током, длиной дуг и расстоянием между ними. Конструкция токоподводов к плазмотронам и подовому электроду должна обеспечивать уменьшение воздействия электромагнитных сил на столб дуги.

3.1. Математическая модель и выбор алгоритмов решения интегро-дифференциального уравнения электромагнитного взаимодействия двух параллельно горящих дуг постоянного тока

Простейшим случаем электромагнитного взаимодействия двух дуг является их горение между параллельными катодами и токоподводящей поверхностью. Характер взаимодействия дуг зависит от рода протекающих токов, для постоянных токов текущих в одном направлении дуги стягиваются к центру (рисунок 3.1, а), а при токах, имеющих противоположное направление, происходит взаимное отталкивание дуг (рисунок. 3.1, б). При конструировании различных дуговых и плазменных печей необходимо учитывать форму дуг, зависящую как от условий их горения и теплообмена, так и от электромагнитных сил, которые определяются величиной протекающих токов, длиной дуг, расстоянием между ними и конструкцией токоподводов.

Первоначально рассматривается взаимодействие двух дуг в печи постоянного тока. Рассматриваем два электрода. Между электродами и проводящей поверхностью горят две дуги постоянного тока i_1 и i_2.

3.1.1. Математическая модель электромагнитного взаимодействия двух параллельно горящих дуг постоянного тока

Взаимодействие двух дуг рассчитывается согласно модели дуги плавильного плазмотрона [11]. Считаем, что дуги горят параллельно, определено начальное положение дуги, учитываются только электромагнитные силы, возникающие при взаимодействии дуг, а электромагнитные силы от токов, протекающих через жидкий металл по сравнению с ними малы, поэтому учитываться не будут. Продольный поток газа от катода к аноду, образующийся внутри столба дуги, при искривлении столба в результате стягивания дуг создает центробежные силы, стремящиеся распрямить столб. При искривлении столба возникают выпрямляющие силы, обусловленные собственным магнитным полем

дуги. Равенство электромагнитных и центробежных сил определяет форму оси столба дуги, которая определяется функцией $y(\xi)$.

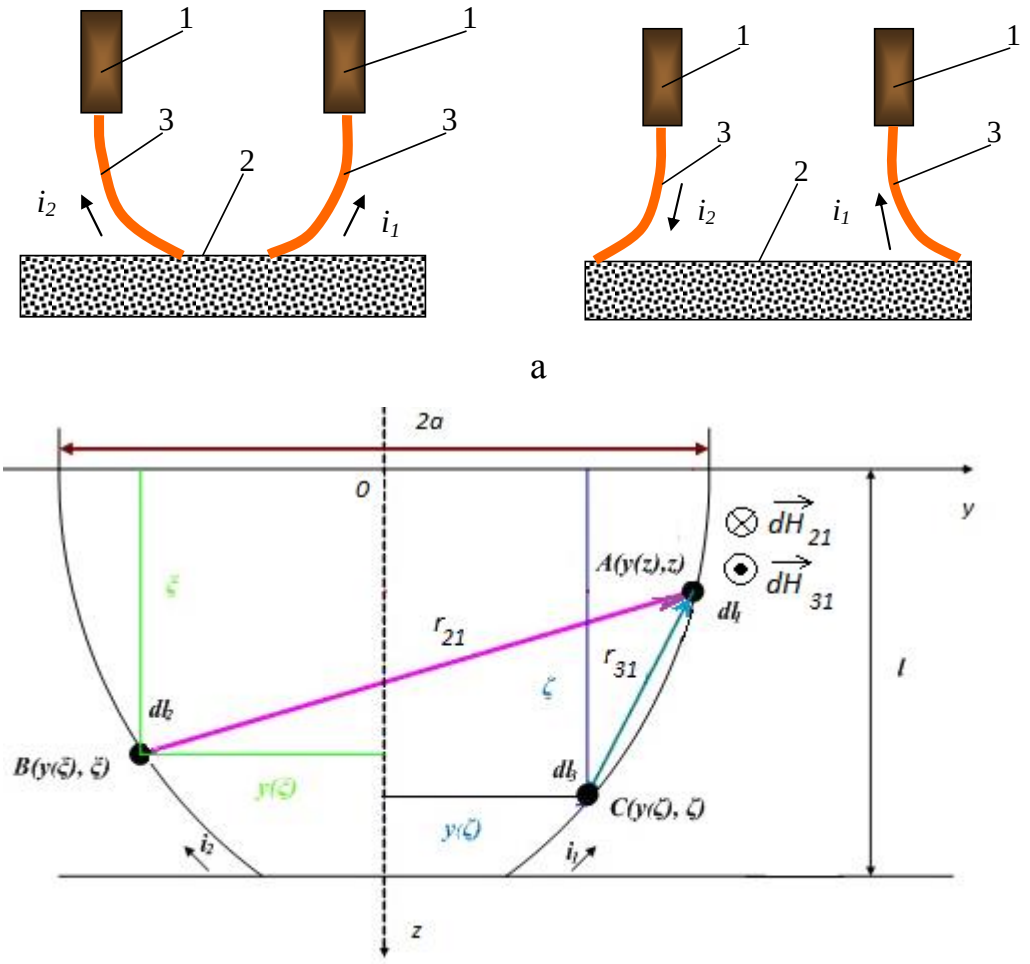


Рисунок 3.1- Схема взаимодействия двух дуг постоянного тока:
а— протекающих в одном направлении; б—протекающих в разных направлениях; 1- электрод; 2 - токоподводящая поверхность;
3- электрические дуги; в— основные размеры, используемые в математической модели взаимодействия дуг

Введем систему координат (рисунок. 3.1, в), центр которой расположен по вертикали на расстоянии *l* от токопроводящей поверхности, а по горизонтали — симметрично относительно осей центров электродов, на расстоянии*a* от каждой.

Произвольная точка *A* на оси первой дуги имеет координаты (*z*, *y*(*z*)), а произвольная точка на второй дуге *B*-$(\xi,\ y(\xi))$. Расстояние между этими точками

обозначим r_{21}. Точка С на оси первой дуги имеет координаты $(\zeta,\ y(\zeta))$, а расстояние AC обозначим r_{31}.

Напряженность магнитного поля, создаваемого в точке A от тока i_2, протекающего в линейном элементе dl_2 определяем по закону Био-Савара-Лапласа в дифференциальной форме $d\vec{H}_{21} = \frac{i_2 d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{21}}{4\pi r_{21}^3}$ [107].

Направление вектора $d\vec{H}_{21}$ перпендикулярно плоскости Ozy или расположено вдоль оси Ox. Распишем координаты векторов: $\vec{r}_{21}(\xi - z,\ -y(\xi) - y(z))$, $\vec{dl}_2\left(\frac{dy(\xi)}{d\xi},\ 1\right)d\xi$, тогда вектор $\vec{dl}_2 \times \vec{r}_{21}$ имеет вид $\left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z))\right)d\xi$, расстояние $\left|A\vec{B}\right| = |\vec{r}_{21}| = \left((\xi - z)^2 + (-y(\xi) - y(z))^2\right)^{1/2}$. Модуль вектора $\left|d\vec{H}_{21}\right| = \frac{i_2}{4\pi r_{21}^3}\left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z))\right)d\xi$.

Элементарная сила, действующая на ток, протекающий через элемент $d\vec{l}_1$ под действием магнитного поля $d\vec{H}_{21}$, равна $d\vec{F}_{21} = \mu_0 i_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{H}_{21}$. Вектор $d\vec{F}_{21}$ находится в плоскости Ozy и перпендикулярен $d\vec{l}_1$, его модуль равен

$$dF_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z))\right)d\xi}{4\pi\left(\left(|y(\xi)| + y(z)\right)^2 + (\xi - z)^2\right)^{3/2}} dl_1 \qquad (3.1)$$

Проекции силы $d\vec{F}_{21}$ равны:

на ось Oy $\vec{dF}_{21Y} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z))\right)d\xi}{4\pi\left(\left(|y(\xi)| + y(z)\right)^2 + (\xi - z)^2\right)^{3/2}} dz$,

на ось Oz $\vec{dF}_{21Z} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2 \left(\dfrac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z)) \right) d\xi}{4\pi \left((|y(\xi)| + y(z))^2 + (\xi - z)^2 \right)^{3/2}} dy(z).$

Напряженность магнитного поля, создаваемого в точке A от тока i_1, протекающего в линейном элементе dl_3, равна $dH_{31} = \dfrac{i_1 d\vec{l}_3 \times \vec{r}_{31}}{4\pi r_{31}^3}$.

Сила, действующая на ток, протекающий через элемент dl_1 под действием магнитного поля dH_{31}, равна $dF_{31} = \dfrac{\mu_0 i_1^2 dl_1 d\vec{l}_3 \times \vec{r}_{31}}{4\pi r_{31}^3}$.

Распишем координаты векторов: $r_{31}(\zeta - z,\ y(\zeta) - y(z))$, $dl_3 \left(\dfrac{dy(\zeta)}{d\zeta}, 1 \right) d\xi$, тогда вектор $dl_3 \times r_{31}$ имеет вид $\left(\dfrac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\zeta - z) - (y(\zeta) - y(z)) \right) d\zeta$, а расстояние $|AB| = |\vec{r}_{21}| = = \left((\zeta - z)^2 + (y(\zeta) - y(z))^2 \right)^{1/2}$.

Элементарная сила равна

$$dF_{31} = \frac{\mu_0 i_1^2 \left(\dfrac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\xi - z) - (y(\zeta) - y(z)) \right) d\zeta}{4\pi \left((y(\zeta) + y(z))^2 + (\xi - z)^2 \right)^{3/2}} dl_1. \qquad (3.2)$$

Проекции этой силы равны:

на ось Oy $\vec{dF}_{31Y} = \dfrac{\mu_0 i_1^2 \left(\dfrac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\zeta - z) - (y(\zeta) - y(z)) \right) d\zeta}{4\pi \left((y(\zeta) + y(z))^2 + (\xi - z)^2 \right)^{3/2}} dz,$

на ось Oz $\vec{dF}_{31Z} = \dfrac{\mu_0 i_1^2 \left(\dfrac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\zeta - z) - (y(\zeta) - y(z)) \right) d\zeta}{4\pi \left((y(\zeta) + y(z) + y_0)^2 + (\xi - z)^2 + y_0^2 \right)^{3/2}} dy(z),$

где $y_0 = 0{,}778 \cdot r_0$ — среднее геометрическое расстояние площади сечения дуги в ее цилиндрической части от самой себя (см. рисунок 3.2), которое определяется как $\ln(y_0) = \dfrac{1}{S^2} \iint_S \ln(r) dS_1 dS_2$ [126]. Учитывая, что $dS_1 = r_1 d\varphi_1 r_1$ и $dS_2 = r_2 d\varphi_2 r_2$, имеем

$$\ln(y_0) = \frac{1}{r_0^2 \pi^2} \int_0^{2\pi r_0} \int_0^{2\pi r_0} \ln\left[r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\right] r_1 r_2 dr_1 dr_2 .$$

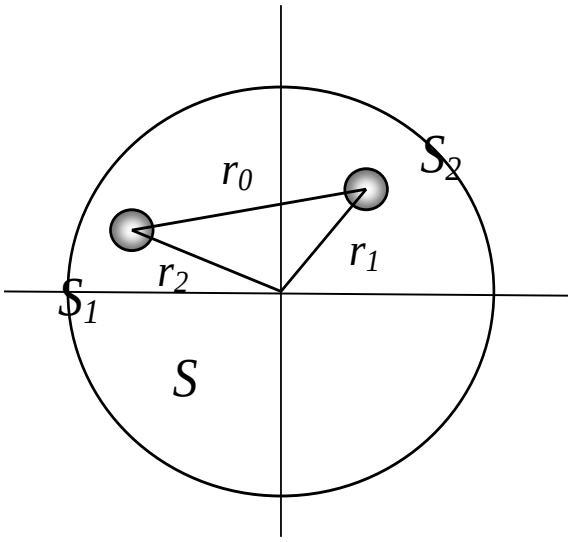


Рисунок 3.2 - К расчету среднего геометрического расстояния [126]

Полная электромагнитная сила, действующая на элемент dl_1, равна:

$$dF_1 = \int_{z_0}^{l} F_{21} - F_{31}, \tag{3.3}$$

где, z_0 — расстояние от начального сечения дуги, r_0 — радиус дуги в цилиндрической части столба, l — расстояние между началом координат и плоскостью анода. Выражение (3.3) справедливо при постоянном радиусе дуги $r_д = r_0$ и при равномерном распределении плотности тока по сечению столба. Ошибка, вызванная этими допущениями, невелика, так как начальный участок дуги и ее радиус составляют незначительную часть от ее общей длины.

3.1.2. Определение центробежной силы, возникающей при отклонении формы дуги от прямой линии

Сила dF_1 уравновешивается центробежной силой, обусловленной потоком плазмы, текущей вдоль оси столба дуги. На элемент массы dm столба дуги

действует центробежная сила $dF_ц = \frac{u^2}{R_{кр}} dm$, где $R_{кр}$ - радиус кривизны оси столба, u- скорость газа, движущегося по касательной к радиусу кривизны.

Предполагая, что в единице объема dV плотность постоянна, получим

$$dm = \rho \cdot dV = \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{r_д} \rho r \cdot dr \cdot d\varphi \right) \cdot dl_1. \qquad (3.4)$$

Вектор $d\vec{F}_ц$ находится в плоскости yOz, перпендикулярен $d\vec{l}_1$ и его направление совпадает с вектором $d\vec{F}_{31}$. Принимая, что распределение параметров в дуге осеосимметричное, модуль центробежной силы равен

$$\left| d\vec{F}_ц \right| = \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_д} u_z^2 \frac{\rho}{R_{кр}} r \cdot dr \right) dl_1 = \left(\frac{2\pi}{R_{кр}} \int_0^{r_д} \rho u^2 r dr \right) dl_1. \qquad (3.5)$$

Считая, что во всем объеме столба дуги локальный и интегральный расходы газа через поперечное сечение дуги определяются как $\rho u = const = K$ и $G = \pi r_0^2 \rho u$ соответственно. Плотность и скорость газа по радиусу дуги [11]:

$$\rho = \rho_0 \Big/ J_0\left(\gamma_1 \frac{r}{r_д} \right), \qquad u = u_0 J_0\left(\gamma_1 \frac{r}{r_0} \right),$$

где γ_1=2,405 — первый корень функции Бесселя нулевого порядка первого рода; ρ_0, u_0- плотность и скорость газа на оси дуги соответственно. Безразмерный радиус дуги выражается как

$$f(z) = \frac{r_д}{r_0} = \left[1 - \exp\left(- \frac{2(A_0 r_0^2 + \gamma_1^2)}{r_0^2 \rho u \dfrac{C_p}{\lambda}} (z + z_0) \right) \right]^{1/2}, \qquad (3.6)$$

$$z_0 = - \frac{r_0^2 \rho u \dfrac{C_p}{\lambda}}{2\left(A_0 r_0^2 + \gamma_1^2\right)} \ln\left(1 - \left(\frac{r_k}{r_0} \right)^2 \right), \qquad (3.7)$$

где λ, c_p, ρ, $\mu_в$ — коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости, плотности и динамической вязкости газа соответственно, σ — удельная электрическая проводимость газа, W—энергия, отводимая от единицы объема газа

излучением. Функции W и σ от температуры T описываются как $W(S)$ и$\sigma(S)$ соответственно, где $S(T)=\int_0^T \lambda dT$. $\rho u=\sqrt{\frac{\gamma_1\mu_0\rho_{00}I^2\ln\left(\frac{1}{r_{k*}^2}\right)}{16\pi^2 J_1(\gamma_1)r_0^2}}$ локальный расход газа, $r_{k*}=\frac{r_k}{r_0}=\frac{1{,}07}{2{,}3826}$, $r_k=\sqrt{\frac{I}{\pi\cdot J_k}}$ радиус дуги на катоде; J_k - плотность тока на катоде.

Тепловой поток определяется по критериальному уравнению $q=3\lambda(g\beta_0)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{\mu_B}{\rho}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{\mathrm{Pr}}\cdot(\Delta T)^{\frac{4}{3}}$ [11], где g — ускорение свободного падения, $\mathrm{Pr}=\frac{c_p\cdot\mu_B}{\lambda}$ — число Прандтля β_0 — коэффициент объемного расширения, находится для $\Delta T=T_1-T_\infty$, T_1 — температура при которой σ составляет 0,5% от проводимости при максимальной температуре. Теплофизические свойства газа для нахождения теплового потока берутся для температуры $T_{\text{ср}}=0{,}5(T_1+T_\infty)$.

Ток, проходящий через дугу, определяется как $I=\frac{2\pi J_1(\gamma_1)}{\gamma_1}\mathrm{r}_0B^{0,5}\left(A_0r_0^2+\gamma_1^2\right)^{0,5}\cdot(S_{00}-S_1)$ [11], где S_{00} — характеристики газа на оси дуги при $z=\infty$; $r_0=\gamma_1J_1(\gamma_1)\tilde{\mathrm{S}}_{00}/q$ - радиус дуги в ее цилиндрической части; $S_1=5$ Вт/см — интегральная теплопроводность при которой σ составляет 0,5% от проводимости при максимальной температуре; $J_1(\gamma_1)=0{,}519$ — функция Бесселя первого порядка первого рода, $\gamma_1=2{,}405$ — первый корень этой функции; $\mathrm{A}_0=\frac{2\int_0^{S_0}WdS}{(S_0-S_1)^2}$, $\mathrm{B}=\frac{2\int_0^{S_0}\sigma dS}{(S_0-S_1)^2}$; S_0 — значение функции S на оси дуги.

Если пренебречь силами вязкости [11], предполагая, что скорость на оси определяется только силами инерции, тогда

$$u_0(z)=\frac{\gamma_1\mu_0i_1^2}{8\pi^2J_1(\gamma_1)Kr_0^2}F(z), \qquad (3.8)$$

$$\text{где } F(z)=\frac{1}{2f^2(z)}\ln\left(\frac{f^2(z)}{r_{к*}^2}\right),$$

$$r_{к*}=\frac{r_к}{r_0}=f(0). \qquad (3.9)$$

Радиус пятна дуги на катоде $r_к(i)=\sqrt{i/(\pi J)}$, где i- ток дуги, $J=2500$ А/см^2 - плотность тока аргоновой дуги на катоде. Радиус цилиндрической части дуги в зависимости от тока хорошо аппроксимируется степенной зависимостью (R^2=0,999) [11]

$$r_0(i)=0{,}1498\cdot i^{0{,}3218}.$$

С использованием уравнений (3.6) - (3.7) и свойств газа форму аргоновой дуги приближенно можно определить как

$$f(z)=\left[1-\exp\left(-0{,}146(z+z_0)\right)\right]^{1/2},\ z_0=-6{,}865\cdot\ln\left(1-\left(\frac{r_k}{r_0}\right)^2\right).$$

из уравнения (3.5) с учетом (3.9) и равенства $\int_0^{r_д} J_0\left(\gamma_1\frac{r}{r_д}\right)rdr=\frac{r_д^2\cdot J_1(\gamma_1)}{\gamma_1}$, получено

$$dF_ц=\left(\frac{2\pi(\rho u)^2}{R_{кр}}\int_0^{r_д}\frac{1}{\rho}rdr\right)dl_1=\left(\frac{\mu_0 i_1^2 f^2(z)}{4\pi\cdot R_{кр}}\cdot F(z)\right)dl_1.$$

Подставляя выражение центробежной силы $R_{кр}=\frac{\left(1+(dy/dz)^2\right)^{3/2}}{\left|d^2y/dz^2\right|}$, имеем

$$dF_ц=\left(\frac{\mu_0 i_1^2 f^2(z)\cdot F(z)}{4\pi\left(1+(dy/dz)^2\right)^{3/2}}\left|\frac{d^2y}{dz^2}\right|\right)dl_1=\left(\frac{\mu_0 i^2\beta(z)}{4\pi\left(1+(dy/dz)^2\right)^{3/2}}\left|\frac{d^2y}{dz^2}\right|\right)dl_1. \qquad (3.10),$$

где $\beta(z)=\ln\left(\frac{f^2(z)}{f^2(0)}\right)/\left(2f^2(z)\right).$

3.1.3. Постановка уравнения равновесия для оси столба дуги

Исходя из равенства электромагнитной и центробежной силы, получаем уравнение равновесия для оси столба дуги

$$dF_{21} - dF_{31} - dF_{\text{ц}} = 0. \tag{3.11}$$

Подставляя в уравнение (3.11) выражения (3.1), (3.2) и (3.10) получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение для нахождения формы оси столба дуги:

$$\begin{aligned}
&\frac{i_2}{i_1}\int_0^l \frac{\left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (-y(\xi) - y(z))\right)}{\left((|y(\xi)| + y(z))^2 + (\xi - z)^2\right)^{3/2}} d\xi - \\
&- \int_0^l \frac{\left(\frac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\xi - z) - (y(\zeta) - y(z))\right)}{\left((y(\zeta) + y(z))^2 + (\xi - z)^2 + y_0^2\right)^{3/2}} d\zeta - \\
&- \frac{\mu_0 \beta(z)}{4\pi\left(1 + (dy/dz)^2\right)^{3/2}} \left|\frac{d^2 y}{dz^2}\right| = 0.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Аналогично для произвольной точки, расположенной на противоположной дуге, имеем $dF_{21} - dF_{2\text{ц}}$=0. Получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} dF_{11} - dF_{1\text{ц}} = 0; \\ dF_{21} - dF_{2\text{ц}} = 0. \end{cases} \tag{3.13}$$

с граничными условиями $y_1\big|_{z1=0} = a$, $\left.\frac{dy_1}{dz}\right|_{z=0} = \alpha_1$, $y_2\big|_{z2=0} = -a$, $\left.\frac{dy_2}{dz}\right|_{z2=0} = \alpha_2$.

3.1.4. Алгоритмы и численные методы решения интегро-дифференциального уравнения равновесия для оси столба дуги

Уравнение (3.12) относится к классу интегро-дифференциальных уравнений. Свойства таких уравнений и методы их решения рассмотрены в трудах [127—129]. В отдельных частных случаях найдены аналитические

решения, но в общем случае, они могут быть решены только приближенно. Численное решение получается в результате итерационного процесса, точные оценки погрешности получены не для всех случаев. При численных расчетах в качестве критерия для завершения итерационного процесса применяется малое различие результатов, полученных на последовательных шагах процесса. Задача сводится к нахождению функции, которая с приемлемой точностью удовлетворяет уравнению (3.12). Решение затрудняется тем, что оно нелинейное, так как искомая функция входит в знаменатель правой части и в дифференциальном уравнении имеется модуль.

Для решения подобных интегро-дифференциальных уравнений обычно используются приближенные итерационные алгоритмы, например, метод **Пикара** [129]. Однако его численная реализация показала, что для задачи (3.12) полученный итерационный процесс является расходящимся. Для нахождения приближенного решения предложены и реализованы три эмпирических алгоритма.

По ***первому алгоритму*** предполагалось, что $i_1 = i_2$, поэтому дуги имеют одинаковую форму (зеркально симметричны относительно оси *Oz*), а неизвестная функция $y(z) = -y(\xi)$положения оси первой дуги имеет форму параболы $y(z) = a_1 z^2 + b_1 z + c_1 = \varphi_0$. Для решения задачи Коши добавлены начальные условия

$$y(0) = a, \qquad \left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=0} = \alpha, \tag{3.14}$$

где α - тангенс угла наклона оси дуги в начальном ее сечении.

Используя эти условия, имеем $c_1 = a$, $b_1 = \alpha$, следовательно, неизвестным остается коэффициент a_1, который определялся путем решения нелинейного уравнения (3.12) при разных *z*, усредняя полученные значения, находили искомый коэффициент a_1 [130].

По ***второму алгоритму*** также рассматривался случай одинаковых токов $i_1 = i_2$, в отличие от предыдущего алгоритма искомая функция имеет вид

полинома n степени $y(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+a_3z^3+\ldots+a_nz^n$ [131]. Неизвестные коэффициенты a_2, a_3, $\ldots a_n$ находились как минимум функции нескольких переменных

$$\varphi_1(a_2,a_3,\ldots)=\int_0^l \Phi^2 dz=\min, \tag{3.15}$$

или

$$\varphi_2(a_2,a_3,\ldots)=\int_0^l |\Phi| dz=\min, \tag{3.16}$$

где Φ— левая часть уравнения (3.12).

Третий алгоритм описывает нахождение формы осей двух дуг, при разных токах, проходящих через них ($i_1 \neq i_2$). В этом случае для нахождения двух неизвестных функций решалась система двух дифференциальных уравнений (3.13), записанных для каждой дуги, с граничными условиями:

$$y_1(0)=a, \qquad \left.\frac{dy_1}{dz}\right|_{z=0}=\alpha_1, \qquad y_2(0)=-a, \left.\frac{dy_2}{dz}\right|_{z2=0}=\alpha_2.$$

Для получения приближенного решения было предположено, что искомые функции формы осей столбов дуг имеют вид $y_j(z)=a_{0j}z+a_{1j}z+a_{2j}z^2+a_{3j}z^3+\ldots a_{nj}^n$, где$j$=1, 2 — номер дуги. Из начальных условий, принимая $\alpha_1=\alpha_2$=0, имеем $a_{11}=a_{12}=0$ $a_{01}=a_{02}=0$. Подлежащие нахождению коэффициенты искомых многочленов $a_{2j}, a_{3j}\ldots a_{nj}$, находились как минимум функции нескольких переменных [119]. Так как система двух дифференциальных уравнений не является совместной, минимизируется невязка следующего вида

$$\varphi_3=\int_0^l \left(\Phi_1^2+\Phi_2^2\right) dz=\min, \tag{3.17}$$

где Φ_1, Φ_2 — левые части уравнения (3.8), записанные для первой и второй дуги соответственно.

Путем численных исследований для нахождения коэффициентов полинома наиболее подходящим оказался метод Левенберга-Марквардта. С помощью него решается задача нелинейной минимизации суммы наименьших квадратов.

Функция, которую необходимо минимизировать, выглядит следующим образом $f(x)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} r_j^2(x)$. где $x=(x_1,\ x_2,..x_n)$-вектор, r_j -невязка, n-количество коэффициентов полинома, m– количество точек, в которых находится невязка, $m \geq n$.Функция f представляется вектором невязки вида функция $r(x)=(r_1(x), r_2(x)..r_m(x))$. Функцию fможно переписать как $f(x)=\frac{1}{2}\|r(x)\|^2$, а ее производные представить с помощью матрицы Якоби $J(x)=\frac{\partial r_j}{\partial x_i}$, $1 \leq j \leq m$, $1 \leq i \leq n$. Рассматривается линейный случай, когда каждая функция r_j линейна. Здесь якобиан равен константе, r можно представить как гиперплоскость в пространстве, а $f(x)=\frac{1}{2}\|J(x)+r(0)\|^2$. Тогда градиент функции $\nabla f(x)=J^T(Jx+r)$ и $\nabla^2 f(x)=J^T J$. Решая задачу минимума $\nabla f(x)=0$ получим $x_{\min}=-(J^T J)^{-1} J^T r$, т.е. решение системы нормальных уравнений $(J^T J)x=-J^T r$ [127—129].

3.2. Форма электрических дуг постоянного или трехфазного переменного тока, горящих между электродами и токоподводящей поверхностью

Рассмотрим электромагнитное *взаимодействие двух дуг*, через которые протекают постоянные или переменные токи.

1. Характер взаимодействия двух дуг, через которые протекают постоянные токи I_1, I_2, представлен на рисунке 3.3. Вектор электромагнитной силы $d\vec{F}_{1-2}$, действующей на элемент дуги $d\vec{l}_1$ со стороны второй дуги, находится в плоскости *yOz*. Он перпендикулярен $d\vec{l}_1$, и для случая однонаправленных токов имеет направление, показанное на рисунке 3.3.а, а для случая противоположно направленных токов - направление, показанное на рисунке 3.3.б, а его модуль [120]

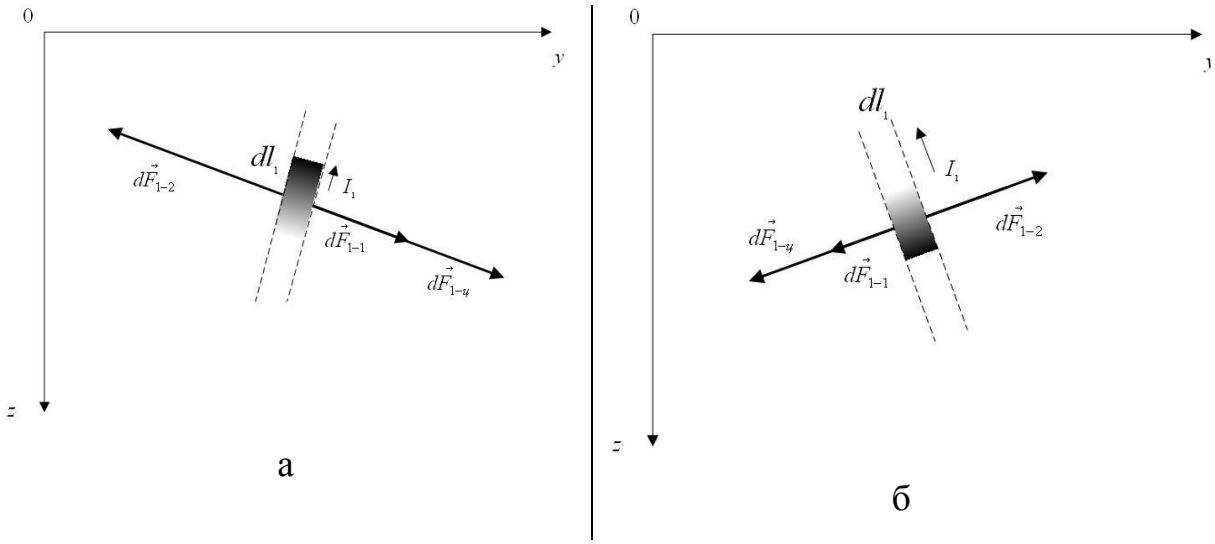


Рисунок 3.3- Электромагнитное взаимодействие элементов двух дуг, через которые протекают: а — однонаправленные постоянные токи; б — противоположно направленные постоянные или переменные токи со сдвигом фаз $2\pi/3$

$$\left|d\vec{F}_{1-2}\right| = \chi I_1 I_2 \cdot d\vec{l}_1,$$

где
$$\chi = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^l \left(\frac{\frac{dy(\xi)}{d\xi}(\xi - z) - (y(\xi) - y(z))}{r_{21}^3} \right) d\xi .$$

При однонаправленных постоянных токах (I_1I_2>0) дуги притягиваются, в противном случае (I_1I_2<0)-отталкиваются. Если токи не меняются, то при отклонении дуги от положения равновесия возникают силы, стремящиеся ее вернуть в исходное состояние, поэтому электрическая дуга имеет определенную фиксированную форму, напоминающую геометрическую дугу.

2. Электромагнитное взаимодействие двух дуг, через которые протекают гармонические токи со сдвигом фаз $2\pi/3$: $i_1 = i_{01}\sin\frac{2\pi}{T}\tau$ и $i_2 = i_{02}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\tau \pm \frac{2\pi}{3}\right)$,где T- период колебаний тока; i_{01}, i_{02}— амплитудные значения токов. При рассмотренном сдвиге фаз $2\pi/3$ дуги испытывают сложный колебательный

процесс, но средняя действующая сила приводит к их отталкиванию друг от друга.

В этом случае на каждый элемент дуги действует электромагнитная сила, вектор которой находится в плоскости *yOz*, он перпендикулярен $d\vec{l}_1$ и имеет направление, показанное на рисунке 3.3. б. Характерной особенностью электромагнитного взаимодействия электрических дуг переменного тока является непрерывность изменения формы и размеров дуги за счет воздействия знакопеременной периодической силы с периодом *T*/2 (рисунок 3.4), ее мгновенное значение $d\vec{F}_{1-2} = \chi i_1 i_2 \cdot d\,\vec{l}_1$.

Дуги, как легкоподвижные элементы совершают колебательное движение с частотой $2/T$ вокруг положения определяемого среднеинтегральным значением силы за период

$$d\tilde{F}_{1-2} = \chi dl_1 \frac{1}{T}\int_0^T i_1 i_2 d\tau = -\frac{i_{01} i_{02}}{4}\chi dl_1 = -0{,}5 \cdot i_{д1} i_{д2} \chi dl_1, \qquad (3.18)$$

где $i_{д1}, i_{д2}$ — действующие значения токов.

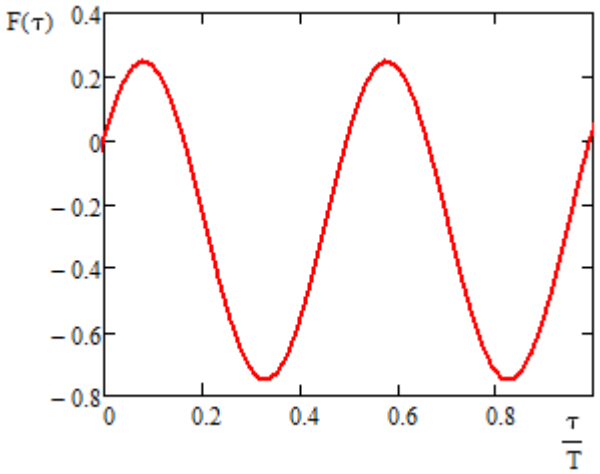
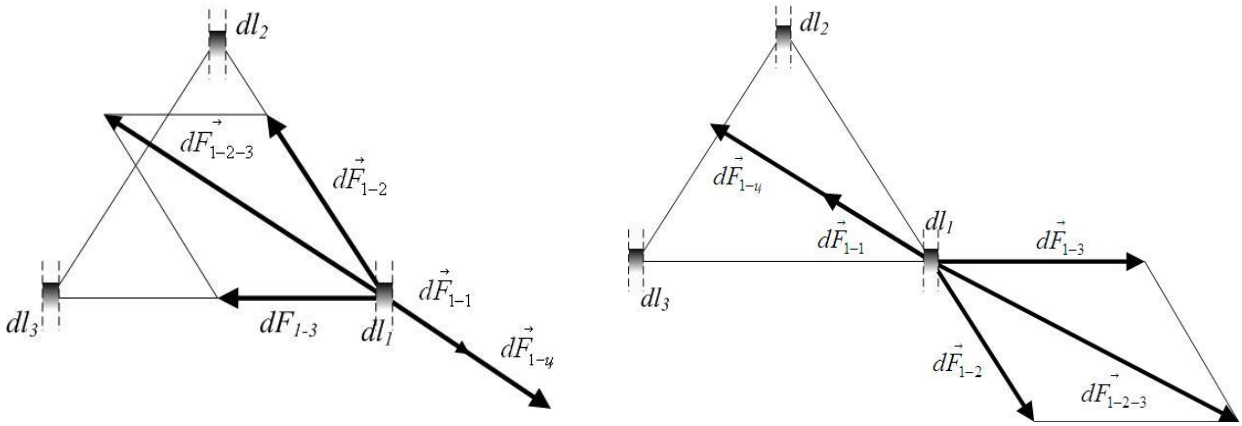


Рисунок 3.4- Мгновенное значение электромагнитной силы парного взаимодействия дуг за период

Сравнивая выражения (3.10) и (3.11) видно, что две дуги, через которые протекают переменные токи с действующими значениями $i_{д1}$, $i_{д2}$, испытывают такое же среднее электромагнитное взаимодействие как две дуги, через которые

протекают постоянные токи $I_1 = i_{д1}$, $I_2 = i_{д2}$ противоположного направления с коэффициентом пропорциональности k_1=0,5.

Рассмотрим электромагнитное *взаимодействие трех дуг*, через которые протекают постоянные или переменные токи, причем вертикальные электроды, к которым привязаны дуги, образуют в плане равносторонний треугольник со стороной $L = 0{,}5D\sqrt{3}$, где D – диаметр распада электродов.



а б

Рисунок 3.5- Схема электромагнитного взаимодействия элемента тока $d\vec{l}_1$ с элементами токов двух других дуг, расположенных в вершинах равностороннего треугольника, через все элементы протекают:
а — однонаправленные постоянные токи; б — постоянные токи, причем ток через элемент $d\vec{l}_1$ направлен в противоположную сторону двум другим, либо переменные токи со сдвигом фаз $2\pi/3$

3. Рассмотрим электромагнитное взаимодействие трех дуг постоянного тока, причем токи имеют одинаковое направление и величину ($I_1 I_2 > 0$, $I_2 I_3 > 0$, $I_1 = I_2 = I_3 = I$). В этом случае на элемент дуги действуют две силы $d\vec{F}_{1-2}$, $d\vec{F}_{1-3}$, направление которых показано на рисунке. 3.5.а. Результирующая сила $d\vec{F}_{1-2-3}$ перпендикулярна элементу $d\vec{l}_1$, и направлена к центру распада электродов, а ее модуль равен $\left|d\vec{F}_{1\text{-}2\text{-}3}\right| = \sqrt{dF_{1-2}^2 + dF_{1-3}^2 + 2dF_{1\text{-}2}dF_{1-3}\cos(\pi/3)}$.Модули значений силы dF_{1-2} и dF_{1-3} равны и определяются уравнением (3.18), поэтому

$$dF_{1\text{-}2\text{-}3} = \sqrt{3}dF_{1-2} = \sqrt{3}\cdot\chi I^2\cdot dl_1. \qquad (3.19)$$

Три дуги, через которые протекают постоянные токи, проявляют такое же электромагнитное взаимодействие как между двумя дугами, через которые протекают постоянные сонаправленные токи с коэффициентом пропорциональности $k_1=\sqrt{3}$.

4. Рассмотрим случай электромагнитного взаимодействия трех дуг с одинаковыми постоянными токами, причем ток первой дуги направлен в противоположную сторону двум другим токам. На элемент первой дуги действуют две отталкивающиеся силы $d\vec{F}_{1-2}, d\vec{F}_{1-3}$ (рисунок 3.5.б.). Результирующая сила $d\vec{F}_{1-2-3}$ перпендикулярна элементу $d\vec{l}_1$ и направлена от центра распада электродов, а ее модуль равен $dF_{1\text{-}2\text{-}3}=\sqrt{3}\chi I^2\cdot dl_1$.

На элемент второй и третьей дуги действует сила перпендикулярно элементу $d\vec{l}_1$ и направленная по касательной к окружности с центром распада электродов, а ее модуль равен $dF_{2\text{-}1\text{-}3}=\sqrt{3}\chi I^2\cdot dl_1$

Электромагнитное взаимодействие на дугу постоянного тока, от двух других дуг через которые протекают постоянные токи в противоположную сторону, такое же, как между двумя дугами, через которые протекают постоянные противоположно направленные токи с коэффициентом пропорциональности равным $k_1=\sqrt{3}$.

5.Электромагнитное взаимодействие трех дуг, через которые протекают гармонические токи со сдвигом фаз $2\pi/3: i_1=i_{01}\sin\frac{2\pi}{T}\tau$, $i_2=i_{02}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\tau+\frac{2\pi}{3}\right)$ и $i_3=i_{03}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\tau-\frac{2\pi}{3}\right)$,где i_{01}, i_{02}, i_{03} — амплитудные значения токов[125].Рассмотрим случай, когда действующее значение токов одинаковое $i_{д1}=i_{д2}=i_{д3}=i_д$.

При электромагнитном взаимодействии трех переменных токов на элемент $d\vec{l}_1$ действуют две силы отталкивания $dF_{1\text{-}2}=\chi\cdot i_1 i_2 dl_1$, $dF_{1\text{-}3}=\chi\cdot i_1 i_3 dl_1$ направление которых показано на рисунке 3.5, б. Направление результирующей силы $d\vec{F}_{1-2-3}$

меняется с течением времени и совпадает с вектором $d\vec{F}_{1-2}+d\vec{F}_{1-3}$. Годограф силы воздействия на элемент дуги показан на рисунке 3.6. Модуль результирующей силы равен

$$dF_{1\text{-}2\text{-}3}=\sqrt{3}dF_{1-2}=\sqrt{3}F_0\left|\sin\frac{2\pi}{T}\tau\right|\cdot dl_1,\ \text{где}\ F_0=\frac{\chi\cdot i_д^2}{2}. \qquad (3.20)$$

Так как мгновенные значения силы $d\vec{F}_{1-2-3}$ непрерывно меняются в течение каждого полупериода, то изменяются по величине и направлению действующие на элемент дуги электродинамические усилия [132-135]. Найдем среднеинтегральную силу за полпериода, определяющую среднее положение дуги

$$d\tilde{F}_{1-2-3}=-\frac{2i_д^2}{T}\cdot\frac{\chi\sqrt{3}}{2}\int_0^{\frac{T}{2}}\sin(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\tau)d\tau\cdot dl_1=-\frac{\sqrt{3}}{\pi}i_д^2\cdot dl_1\approx -0{,}551\cdot i_д^2\cdot dl_1. \qquad (3.21)$$

Эта сила направлена от центра распада электродов.

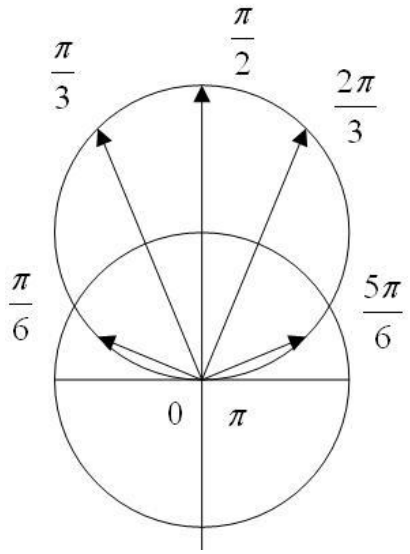


Рисунок 3.6 - Изменение направления и величины усилий, воздействующих на элемент дуги, от двух других переменных токов в течение одного полупериода

Три дуги, через которые протекают переменные токи с действующим значением тока $i_д$, проявляют такое же электромагнитное взаимодействие как две дуги, через которые протекают постоянные противоположно направленные токи с коэффициентом пропорциональности равным $k_1=\sqrt{3}/\pi$.

Рассмотрим электромагнитное взаимодействие на элемент дуги $d\vec{l}_1$ постоянного тока со стороны тока самой дуги. Вектор $d\vec{F}_{1-1}$ находится в плоскости *yOz*, перпендикулярен $d\vec{l}_1$ и противоположно направлен вектору $d\vec{F}_{1-2}$(см. рисунок3.3, б), а его модуль [114]

$$\left|d\vec{F}_{1-1}\right| = \frac{\mu_0 I_1^2}{4\pi}\int_0^l \frac{\left(\frac{dy(\zeta)}{d\zeta}(\zeta - z) - (y(\zeta) - y(z))\right)}{r_{31}^3} d\zeta \cdot dl_1 = \chi_1 I_1^2 \cdot dl_1 . \qquad (3.22)$$

При электромагнитном взаимодействии гармонического тока $i_1 = i_{01}\sin\left(\frac{2\pi}{T}\tau + \varphi\right)$ с самим собой, среднеинтегральное значение силы

$$dF_{1-1} = \frac{\chi_1}{\mathrm{T}}\int_0^T i_1^2 d\tau = \frac{\chi_1 i_{01}^2}{T}\int_0^T \left(\sin\frac{2\pi}{T}\tau + \varphi\right)^2 d\tau \cdot dl_1 = \frac{\chi_1 i_{01}^2}{2}\cdot dl_1 = \chi_1 i_{\partial 1}^2 \cdot dl_1 .$$

Видно, что электромагнитное взаимодействие постоянного тока с самим собой такое же, как переменного с таким же действующим значением.

В общем случае, уравнение (3.1) равновесия элемента столба дуги при его электромагнитном взаимодействии с одной или двумя дугами постоянного или переменного токов можно записать как

$$k_1 d\vec{F}_{1-2} + d\vec{F}_{1-1} + d\vec{F}_{1-ц} = 0 . \qquad (3.23)$$

Значения коэффициента k_1 и характер электромагнитного взаимодействия при различных случаях сведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1- Коэффициент k_1в уравнении (3.23) при электромагнитном взаимодействии дуг постоянного или переменного токов

Токи	k_1	Характер электромагнитного взаимодействия дуг
Взаимодействие двух дуг		
Постоянные токи, текущие в одном направлении	1	притягиваются
Постоянные токи, текущие в разных направлениях	1	отталкиваются
Переменные токи со сдвигом фаз	1	притягиваются

$\varphi = 0$		
Переменные токи со сдвигом фаз $\varphi = 2\pi/3$	0,5	отталкиваются
Взаимодействие трех дуг (электроды образуют равносторонний треугольник)		
Постоянные токи, текущие в одном направлении	$\sqrt{3}$	Притягиваются к центру распада электродов
Постоянные токи, ток первый первой дуги имеет противоположное направление второму и третьему току	$\sqrt{3}$	Первый ток отталкивается от центра распада электродов; второй и третий-направлены по касательной к окружности с центром распада электродов
Переменный трехфазный ток	$\frac{\sqrt{3}}{\pi}$	Отталкиваются от центра распада электродов

3.3. Программный модуль для определения формы электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии

На основе разработанных математических моделей (3.1-3.23)в среде разработки и моделирования *Matlab* создан программный модуль «*Форма осей электрических дуг*». Один из основных алгоритмов расчета положения электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии показан на рисунке. 3.7 (реализация третьего алгоритма расчета (3.23)).

Созданный программный модуль позволяет рассчитывать и визуализировать форму осей двух или трех дуг постоянного или трехфазного переменного токов при их электромагнитном взаимодействии (свид. о госуд. рег. №2016618499).

Главное окно программы показано на рисунке 3.8. Исходными данными являются: расстояние между дугами l, длина дуги $l_д$, токи первой и второй дуг, степень полинома m, при помощи которого аппроксимируется форма дуги, род тока, участвующего во взаимодействии дуг. Далее с учетом физических свойств плазмообразующего газа и свойств окружающей среды, находятся коэффициенты полинома для построения формы оси столба дуги.

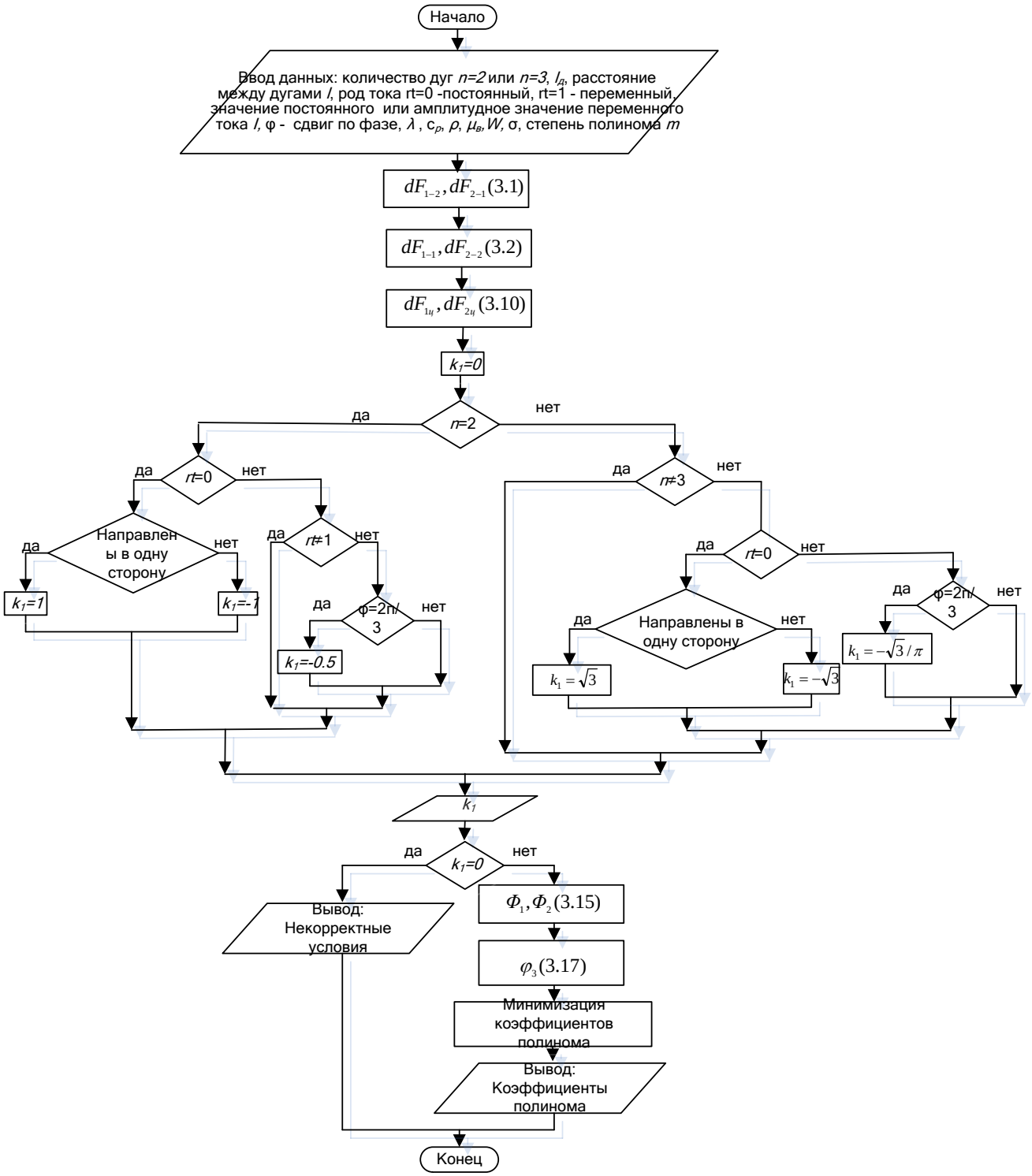


Рисунок 3.7 – Алгоритм расчета положения электрических дуг в программном модуле «*Взаимодействие дуг*» с использованием третьего алгоритма (нахождение формы осей двух дуг, при разных токах, проходящих через них)

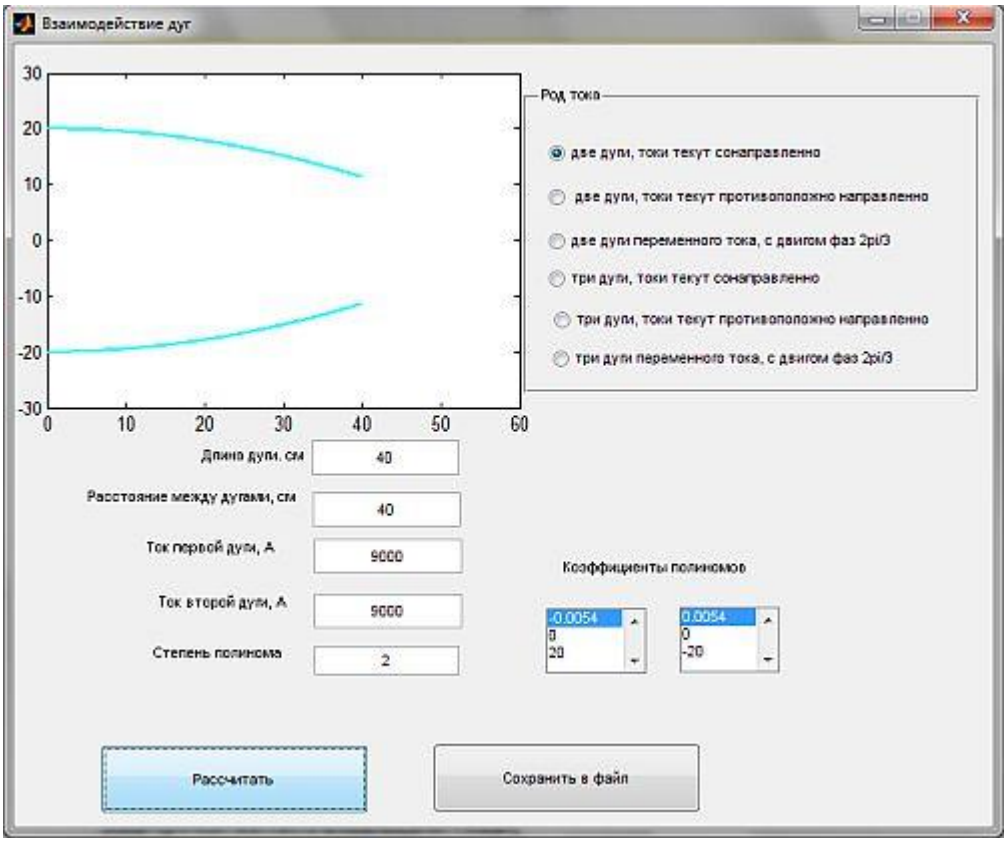


Рисунок 3.8- Рабочее окно программного модуля «*Взаимодействие дуг*» для расчета и построения формы осей столбов дуг

Программа строит график формы осей столбов дуг $y(z)$ в сантиметрах и выводит два списка коэффициентов, начиная со старшего члена полинома.

3.4. Результаты компьютерного моделирования формы электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии

По результатам работы программного модуля на рисунке. 3.9 приведен пример моделирования отклонения двух аргоновых дуг длиной l=40 см от нормали. Дуги имеют следующие параметры: ток I=9 кА; r_0=2,84 см; ρu=1,16 $\frac{\text{г}}{\text{см}^2\text{с}}$; $\frac{r_k}{r_0}$=0,378. Из рисунка видно, что при увеличении расстояния между электродами a дуги все меньше искривляются из-за ослабления электромагнитного взаимодействия между ними.

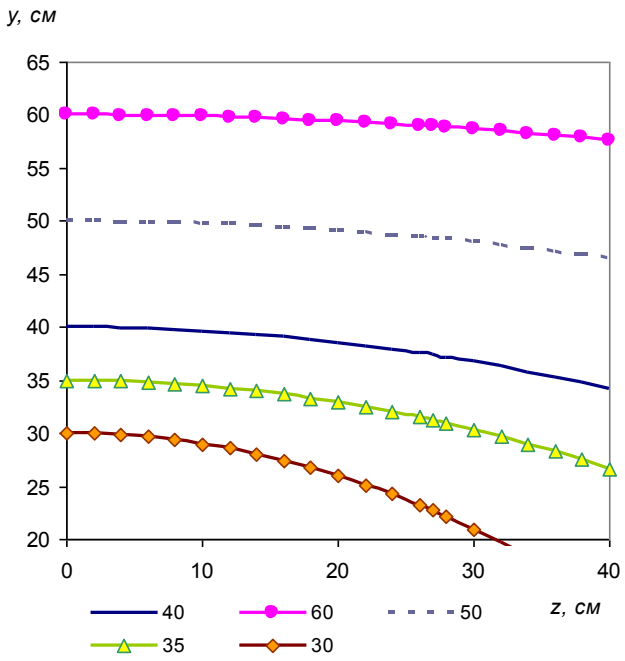


Рисунок3.9- Зависимость отклонения электрической дуги от нормали по координате z при взаимодействии двух вертикальных дуг постоянного тока при различных расстояниях между ними

При моделировании взаимодействия дуг с одинаковыми токами было установлено, что их форма практически не зависит от силы тока, но существенно зависит от количества электродов, расстояния между ними и рода тока. Например, снижение расстояния между электродами в два раза (с 40 см до 20 см) приводит к уменьшению минимального расстояния между дугами практически в 3 раза. Это качественно соответствует результатам, полученным в работе [11].

По второму и третьему алгоритмам, предложенным в работах [118, 130,131, 137], для решения уравнения (3.12), создан программный модуль "*Взаимодействие дуг*"[136]. Он позволяет определять форму осей столбов двух или трех взаимодействующих электрических дуг постоянного или трехфазного переменного токов, горящих между электродами и токоподводящей поверхностью. В качестве исходных данных задаются теплофизические свойства плазмообразующего газа, геометрические размеры и параметры токов дуг. В процессе работы программного модуля выдаются значения промежуточных минимума функций и результирующие коэффициенты полиномов, описывающих форму дуг.

На рисунке 3.10 показано положение оси столба дуги, рассчитанное по второму алгоритму с использованием полиномов второй степени при разных расстояниях между дугами. Данный расчет хорошо согласуется с результатами моделирования, полученными по первому алгоритму [118, 125]. Из рисунка 3.8 видно, что с увеличением расстояния между электродами из-за ослабления электромагнитного взаимодействия дуги испытывают все меньшее отклонение от оси катода.

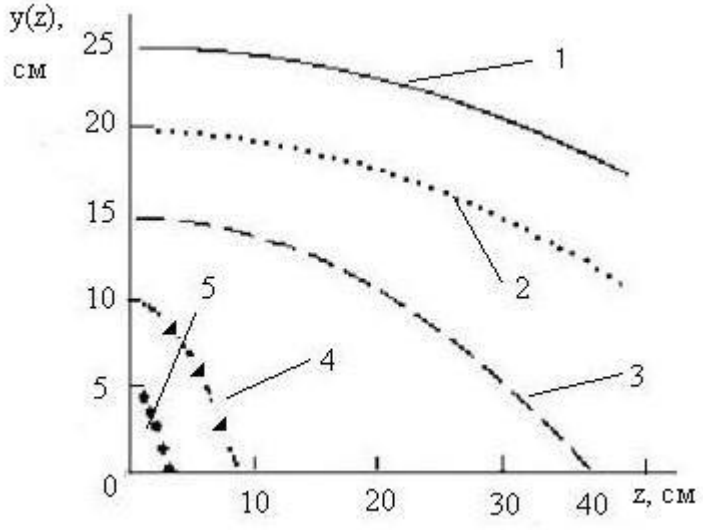


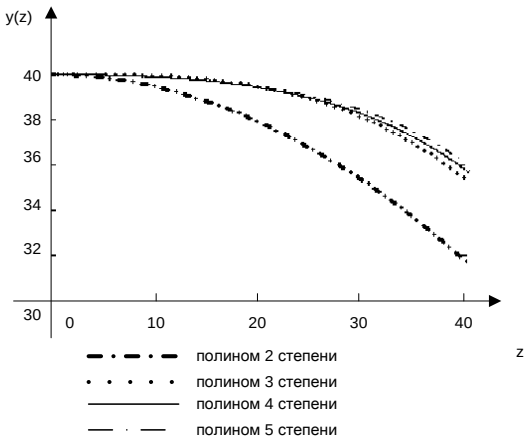
Рисунок 3.10- Положение оси дуги при взаимодействии двух токов i_1=i_2=9 кА при l=40 см и разных расстояниях между дугами:
1 — 50 см,$y(z)$=-0,0047z^2+25;
2 — 40 см,$y(z)$=-0,0058z^2+20; 3 — 30см,$y(z)$=-0,011z^2+15;
4 — 20 см,$y(z)$=-0,13z^2+10;5— 10 см,$y(z)$=-0,48z^2+5

Также по второму алгоритму было приведено моделирование отклонения двух аргоновых дуг длиной l=40 см от нормали, половина расстояния между которыми a=20 см. Дуги имеют следующие параметры: ток I=9 кА; r_0=2,84 см; ρu=1,16 $\frac{\text{г}}{\text{см}^2\text{с}}$; r_k/r_0=0,378. В таблице 3.2 приведены полученные уравнения и значения невязок, при α=0 для φ_0 и φ_1, φ_2 с использованием полиномов разной степени.

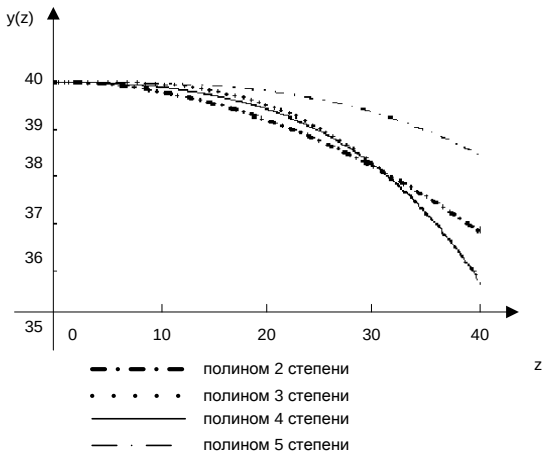
Таблица 3.2- Вид уравнений с использованием полиномов разной степени и значения невязок для функций φ_0 и φ_1, φ_2

Степень полинома	Полином для функций φ_0 и φ_1, φ_2	Значение невязки
φ_0		
2	$y(z) = -0.362 \cdot z^2 + a$	—
φ_1		
2	$y(z) = -5.363 \cdot 10^{-3} \cdot z^2 + a$	$1{,}799 \times 10^{-3}$
3	$y(z) = -8.047 \cdot 10^{-5} \cdot z^3 + 2.5 \cdot 10^{-4} \cdot z^2 + a$	$2{,}248 \times 10^{-3}$
4	$y(z) = -10^{-6} \cdot z^4 - 1.069 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 - 10^{-3} \cdot z^2 + a$	$3{,}031 \times 10^{-3}$
5	$y(z) = -10^{-8} z^5 - 5.073 \cdot 10^{-7} \cdot z^4 - 2.01 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 - 10^{-3} \cdot z^2 + a$	$4{,}041 \times 10^{-3}$
φ_2		
2	$y(z) = -2 \cdot 10^{-3} \cdot z^2 + a$	0,53
3	$y(z) = -7.258 \cdot 10^{-5} \cdot z^3 + 2.5 \cdot 10^{-4} \cdot z^2 + a$	0,251
4	$y(z) = -9.884 \cdot 10^{-7} \cdot z^4 - 2.067 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 - 10^{-3} \cdot z^2 + a$	0,308
5	$y(z) = -5 \cdot 10^{-9} z^5 - 6.2 \cdot 10^{-7} \cdot z^4 - 1.5 \cdot 10^{-6} \cdot z^3 - 2.5 \cdot 10^{-4} \cdot z^2 + a$	0,33

На рисунках 3.11 и 3.12 показана форма дуги с использованием функции φ_0 и уравнений (3.15) и (3.16) с помощью полиномов разной степени. Видно, что использование в качестве целевой функции (3.15) или (3.16) дает схожий результат.

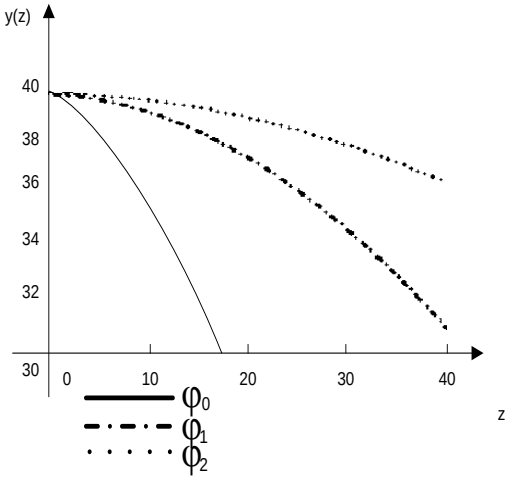


а

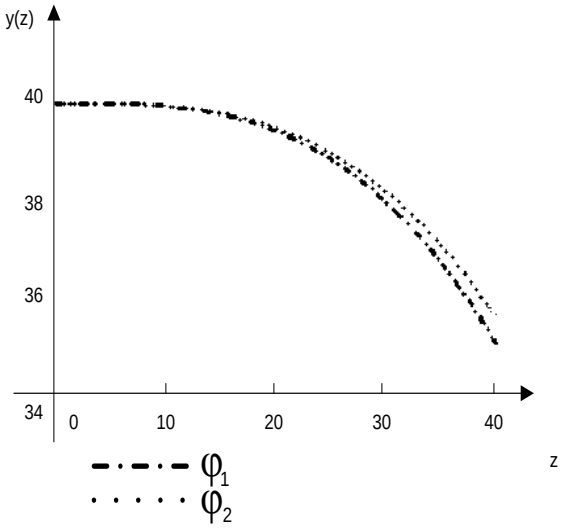


б

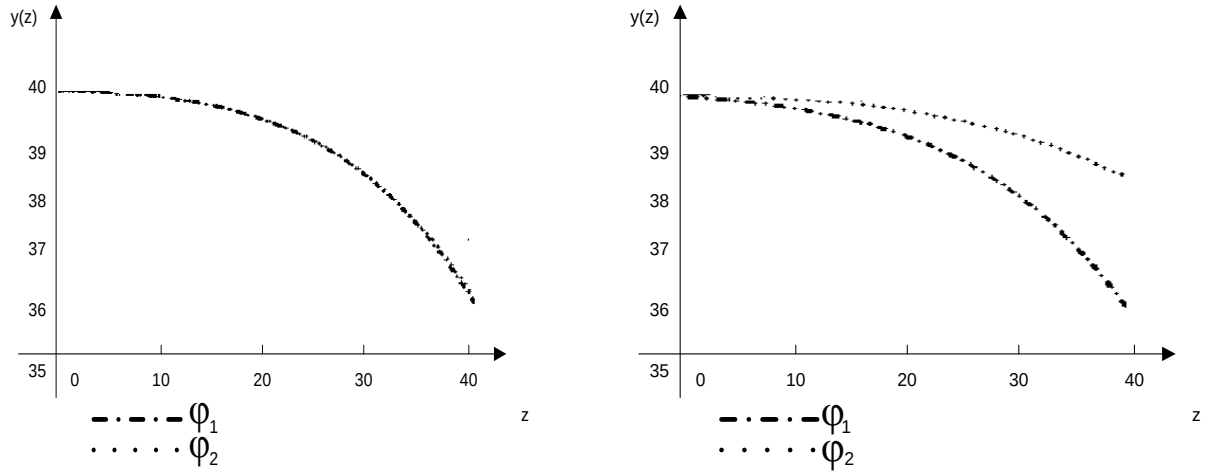
Рисунок 3.11- Положение оси электрической аргоновой дуги с помощью полиномов разной степени с использованием: а — уравнения (3.11); б — уравнения (3.12)



а



б



в г

Рисунок 3.12- Положение оси электрической аргоновой дуги для φ_0 и φ_1, φ_2 с использованием полиномов: а — второй; б — третьей; в — четвертой; г — пятой степени

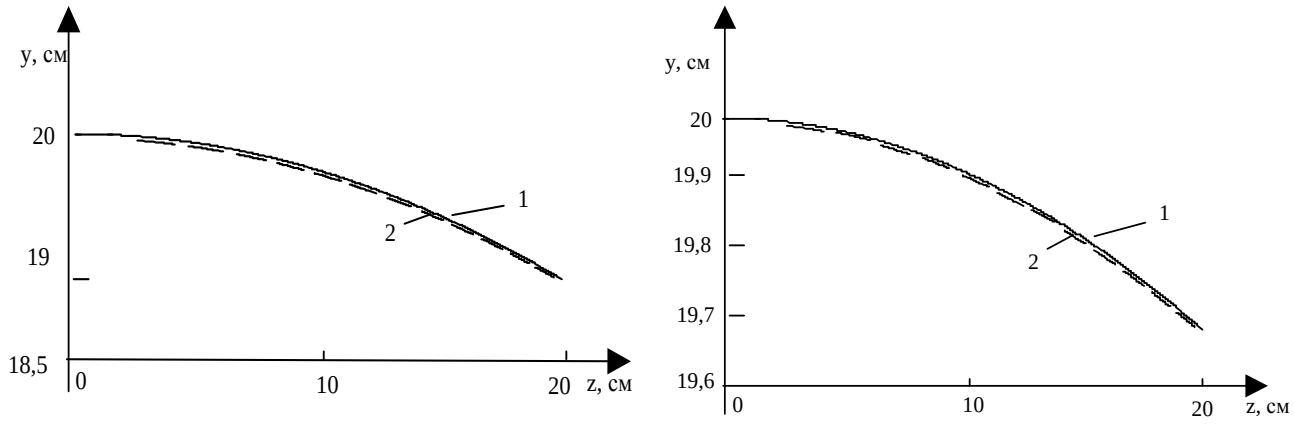
По третьему алгоритму проведено моделирование для двух аргоновых дуг (при, T_1=6500^0 К, T_∞=1300^0 С) при котором неизвестные функции формы осей столбов дуг описывались полиномами второй, третьей и четвертой степени. Для этих уравнений были просчитаны коэффициенты a_{ij} и невязки Φ_i (табл. 3.3).

Таблица 3.3 -Значения невязок при разных значениях токов для разных степеней аппроксимирующих полиномов

Токи дуг, кА		Невязка		
i_1	i_2	2-я степень	3-я степень	4-я степень
1	5	0,003	0,001	1,09
1	10	0,0169	0,0078	5,94
2	4	0,0015	0,000157	0,000147
2	9	0,03085	0,0119	0,012
4	4	0,0072	0,002469	0,002471
4	9	0,07427	0,01973	0,0207
5	5	0,012	0,0032	21
5	10	0,15	0,03	79
9	9	0,1174	0,01728	0,0139
10	10	0,37	0,049	306

С увеличением степени полинома невязка сначала падает, а потом начинает расти либо незначительно снижаться. На основании проведенного моделирования было установлено, что уравнение дуги целесообразно описывать полиномами *второй* или *третьей* степени.

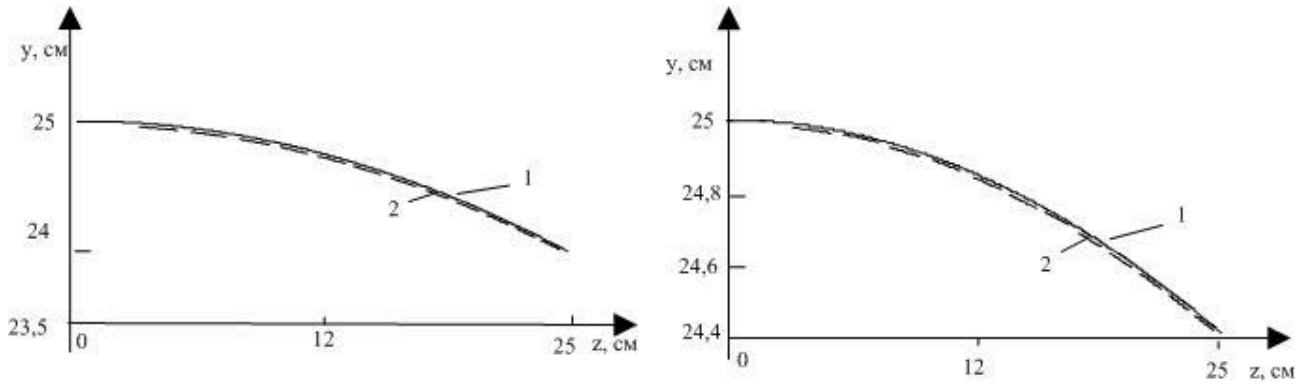
На рисунке 3.13 приведены положения оси столба дуги при a=20 см, l=40 см для первого тока i_1=10 кА при вторых токах i_2=5 кА $y(z) = -6{,}0571 \cdot 10^{-6} z^3 - 2{,}59428 \cdot 10^{-3} z^2 + 20$ $y(z) = -2{,}84 \cdot 10^{-3} z^2 + 20$; и i_2=1 кА $y(z) = -4{,}5292 \cdot 10^{-7} z^3 - 8{,}551 \cdot 10^{-4} z^2 + 20$ $y(z) = -8{,}7807 \cdot 10^{-4} z^2 + 20$.



а б

Рисунок 3.13- Положение оси дуги с током i_1=10 кА для уравнений: 1 - полином второй степени, 2 - полином третьей степени, при ее электромагнитном взаимодействии с дугой: а – i_2=5 кА; б – i_2=1 кА

Аналогично, на рисунке 3.14 приведены положения оси столба дуги при половине расстояния между дугами a=25 см, длине дуги L=50 см для первого тока i_1=9 кА при вторых токах i_2=4 кА $y(z) = -2{,}742 \cdot 10^{-6} z^3 - 1{,}654 \cdot 10^{-3} z^2 + 25$; $y(z) = -1{,}76 \cdot 10^{-3} z^2 + 25$) и$i_2$=2 кА $y(z) = 4{,}0557 \cdot 10^{-7} z^3 - 8{,}467 \cdot 10^{-4} z^2 + 25$ $y(z) = -8{,}356 \cdot 10^{-4} z^2 + 25$. Из рисунков видно, что кривые третьей и второй степени практически совпадают.



а б

Рисунок 3.14- Положение оси дуги с током i_1=9 кА для уравнений, описывающихся полиномом: 1 - второй степени, 2 - третьей степени, при ее электромагнитном взаимодействии с дугой: а – i_2=4 кА; б – i_2=2 кА

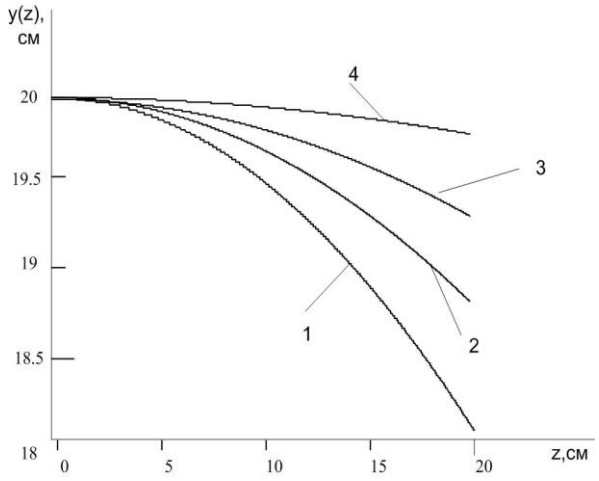
Проведено моделирование при котором неизвестные функции формы осей столбов дуг описывались параболами $y_i(z) = a + a_{2i}z^2$. В таблице 3.4 приведены полученные коэффициенты a_{2i} умноженные на 10^3 при разных токах аргоновых дуг. Из нее видно, что она обладает симметрией относительно главной диагонали.

Таблица 3.4 -Коэффициенты при второй степени уравнений a_{21} и a_{22} определяющие положение оси столбов параллельно горящих аргоновых дуг в зависимости от токов дуг. Расстояние между дугами 40 см, длина дуг 40см

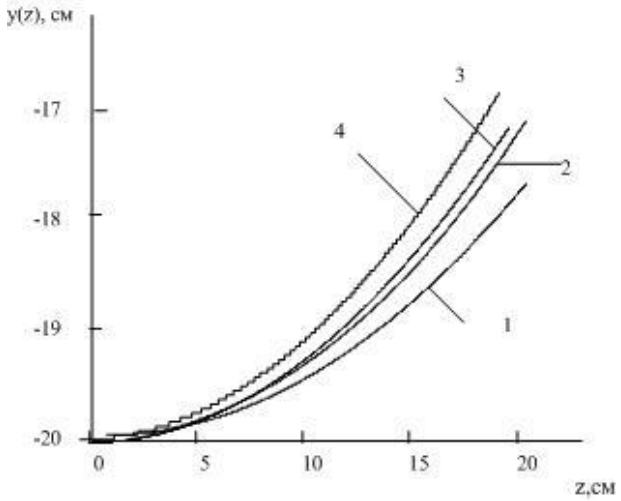
Токи дуг, кА. i_1 / i_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-3.69 3.69	-6.69 2.07	-7.20 1.35	-6.79 1.10	-6.23 -0.88	-5.64 0.748	-5.64 0.646	-4.45 0.568	-3.87 0.50	-3.87 0.45
2	-2.07 6.69	-4.13 4.13	-5.78 2.79	-6.83 2.31	-7.07 1.92	-6.99 1.64	-6.77 1.43	-6.49 1.27	-6.18 1.13	-5.85 1.02
3	-1.41 7.18	-2.88 5.75	-4.31 4.31	-5.60 3.51	-6.45 2.96	-6.54 -2.50	-6.72 2.21	-6.74 199	-6.7 1.79	-6.53 161
4	-1.09 6.77	-2.31 6.83	-3.40 5.41	-4.63 4.63	-5.62 3.94	-6.30 3.43	-6.68 3.04	-6.86 2.72	-6.91 2.46	-6.87 2.23
5	-0.88	-1.91	-2.92	-3.93	-4.88	-5.67	-6.23	-6.58	-6.77	-6.87

	6.23	7.06	6.41	5.62	4.88	4.30	3.83	3.45	3.12	2.85
6	-0.74 5.64	-1.62 6.99	-2.51 6.74	-3.41 6.30	-4.29 5.67	-5.09 5.09	-5.73 4.53	-6.20 4.15	-6.15 3.78	-6.70 3.46
7	-0.64 5.06	1.41 6.78	2.23 7.11	3.02 6.69	3.82 6.23	4.58 5.73	-5.25 5.22	5.78 4.8	6.17 4.40	6.45 4.05
8	-0.56 4.45	-1.25 6.51	-1.97 7.00	-2.70 6.89	-3.43 6.59	-4.14 6.20	-4.8 5.78	-5.36 5.36	-5.81 4.96	-6.14 4.96
9	-0.50 3.87	-1.12 6.21	-1.77 6.82	-2.43 6.95	3.10 6.80	-3.76 6.53	-4.39 6.18	-4.96 -5.8	-5.43 5.43	-5.82 5.08
10	-0.45 3.3	-1.01 5	-1.16 6.77	-2.21 6.93	-2.83 6.89	-3.44 6.72	-4.04 6.46	-4.59 6.15	-5.07 5.82	-5.48 5.48

На рисунке 3.15 показаны положения осей столбов дуг при a=20 см, l=40 см для фиксированного тока первой дуги i_1 при разных токах второй дуги i_2 меньших или равных i_1. Из рисунка видно, что в этих условиях первая дуга ведет себя как относительно более инерционный объект, то есть ее максимальное отклонение от оси катода меньше чем у второй дуги. С увеличением суммы токов i_1+i_2 расстояние между дугами уменьшается, что соответствует физике их взаимодействия.



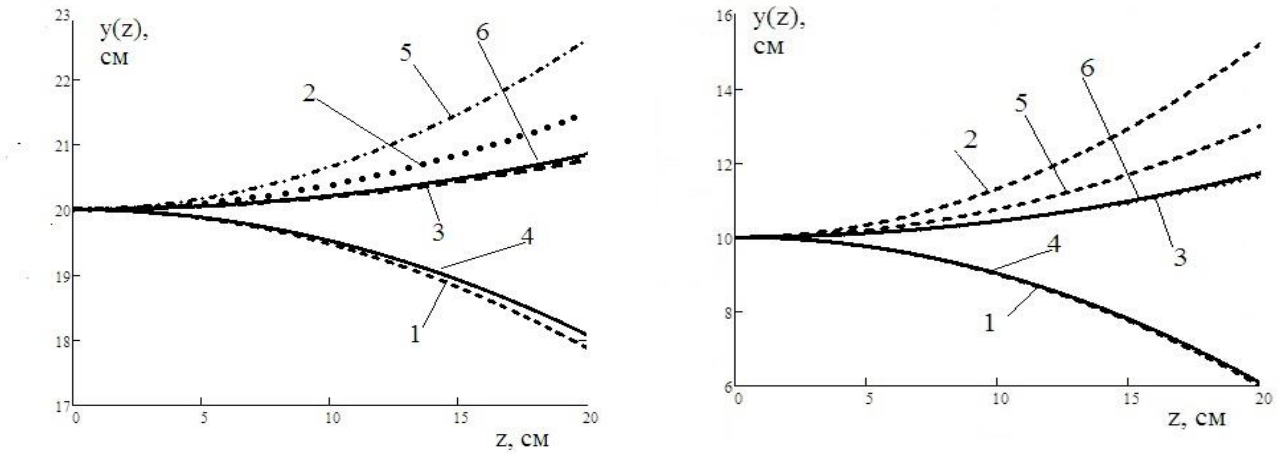
А



б

Рисунок 3.15- Положение осей дуг полученное с использованием полиномов третьей степени при их электромагнитном взаимодействии для
а —первой дуги i_1=10 кА; б —второй дуги через которую протекает ток:
1 – i_2=10 кА; 2 – i_2=5 кА; 3 – i_2=3 кА; 4 – i_2=1 кА

На рисунке 3.16 показана форма оси столбов дуги при взаимодействии двух и трех дуг постоянного и переменного токов при одинаковом значении постоянных и действующих токов 9 кА. При расчетах для аппроксимации формы дуги использовались полиномы третьей степени. Из рисунка 3.16 видно, что дуги, по которым протекают сонаправленные постоянные или переменные токи притягиваются или отталкиваются соответственно, причем, чем меньше расстояние между электродами, тем сильнее, причем их форма слабо зависит от количества электродов. Дуги, по которым протекают противоположно направленные постоянные токи — отталкиваются, и чем меньше расстояние между электродами, тем более значительно, причем форма дуг определяется и количеством электродов.



А б

Рисунок 3.16- Форма оси столба дуги при взаимодействии двух дуг, по которым протекают: 1 — постоянные токи, текущие в одном направлении; 2 — постоянные токи, текущие в разных направлениях; 3 —переменные токи, сдвиг фаз между которыми $2\pi/3$. Форма оси столба дуги при взаимодействии трех дуг, по которым протекают: 4 —постоянные токи, текущие в одном направлении; 5— постоянные токи, причем один из которых имеет противоположное направление; 6 —переменные токи, сдвиг фаз между которыми $2\pi/3$. Значения постоянных и действующих токов - 9 кА; расстояние между электродами: а — 40 см; б — 20 см

3.5. Выводы по третьей главе

1. Разработана математическая модель по определению формы дуг, дополняющая существующую постановку Бортничука Н.И, Крутянского М.М., обобщающая ее на случаи взаимодействия нескольких дуг, по которым протекают постоянные или переменные токи.
2. Для решения уравнения равновесия оси столба дуги был разработан эмпирический численный метод, основанный на полиномиальной аппроксимации решения и поиске коэффициентов полинома по методу Левенберга -Марквардта.
3. Предложены три алгоритма приближенного решения интегро-дифференциального уравнения для расчетов формы оси столба каждой дуги.
   - По первому алгоритму определялась форма двух дуг постоянного тока, через которые протекают одинаковые сонаправленные токи. Предполагалось, что неизвестная функция положения оси дуги имеет форму параболы.
   - По второму алгоритму определялась форма двух дуг постоянного тока, через которые протекают одинаковые сонаправленные при этом предполагалось, что неизвестная функция положения оси дуги имеет форму полинома заданной степени. Подлежащие нахождению искомые коэффициенты многочленов находились как минимум функции нескольких переменных.
   - По третьему алгоритму предполагалось, что токи, протекающие через дуги, разные и форма оси столба каждой дуги описывается при помощи своего полинома заданной степени.
4. Создан программный модуль *«Взаимодействие дуг»*, позволяющий рассчитывать приближенную форму осей двух или трех параллельно горящих электрических дуг постоянного или трехфазного переменного токов с использованием разработанных алгоритмов.
5. Проведено моделирование положения осей аргоновых дуг для случая

взаимодействия двух дуг и для трех, расположенных в вершинах равностороннего треугольника, дуг, горящих между электродами и токоподводящей поверхностью. По предложенным трем алгоритмам получены не противоречащие друг другу результаты численного расчета. Установлено, что форму дуги с достаточной практики точностью можно описать полиномами 2-3 степени.

6. В результате моделирования установлено, что дуги, по которым протекают сонаправленные постоянные или переменные токи притягиваются или отталкиваются соответственно, причем, чем меньше расстояние между электродами, тем сильнее, причем их форма слабо зависит от количества параллельно горящих дуг. Дуги, по которым протекают противоположно направленные постоянные токи — отталкиваются, и чем меньше расстояние между электродами, тем более значительно, причем форма дуг определяется и количеством электродов. При моделировании взаимодействия дуг, через которые протекают одинаковые токи, было показано, что их форма практически не зависит от силы тока, но существенно зависит от количества электродов, расстояния между ними и рода тока.
7. Установлено, что при взаимодействии двух дуг с разными токами, плазменный столб с большим током ведет себя как относительно более инерционный объект. Его максимальное отклонение по горизонтали относительно небольшое по сравнению с отклонением дуги, через которую протекает меньший ток.
8. Созданные алгоритмы и программный модуль могут быть использованы при конструировании многоэлектродных дуговых или плазменных печей для определения положения электрических дуг, в системах автоматизированного регулирования их тепловой работы, для оценки стойкости футеровки вблизи горящих дуг при разных технологических режимах горения дуг.

ГЛАВА 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В дуговой сталеплавильной печи (ДСП) трансформация электрической энергии в тепловую происходит в разрядном промежутке между торцами электродов и металлом. Электрическая цепь на этом промежутке замыкается электрической дугой. За счет электромагнитного взаимодействия электрических токов, протекающих по графитированным электродам и в поверхностных слоях расплава, происходит выдувание дуги от центра печи. Средний угол наклона столба дуги θ по отношению к нормали зеркала ванны колеблется для ДСП различной мощности и емкости в пределах 45^0-65^0 [1].

Рассматривается модель падающего теплового потока от электрической дуги, расположенной под углом к тепловоспринимающей поверхности, на линию, образованную пересечением поверхности ванны и перпендикулярной ей плоскости, проходящей через ось дуги.

4.1. Тепловое излучение от наклонной дуги на линию ее горизонтальной проекции

Рассмотрим модель теплового излучения на поверхность расплава от дуги, имеющей наклон относительно нормали к поверхности. На рисунке4.1показаны основные геометрические характеристики при горении электрической дуги длинойl_∂ между графитированным электродом и расплавом. Угол θ образован лучом OB, являющимся нормалью к тепловоспринимающей поверхности и лучом OA, являющимся осью электрической дуги. Введем прямоугольную систему координат xOz, где ось z совпадает с осью дуги, а ось x находится в плоскости AOB.Интенсивность облучения некой площадки поверхности посредством точечного цилиндрического излучателя мощностью dP можно определить [7]

$$dq = K_э \frac{dP \cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi^2 R^2}, \qquad (4.1)$$

где $R = |AC|$ – расстояние от источника излучения до центра площадки, $K_э$ – поправочный экспериментальный коэффициент, учитывающий долю мощности дуги, идущую на излучение, φ_1 – угол между нормалью к оси дуги и направлением излучения, φ_2 – угол между нормалью к поверхности ванны и направлением излучения. Рассмотрим тепловой поток облучения, падающий от источника излучения *dq* на площадку *dS* (см. рисунок4.1). Видно, что

$$\cos\varphi_1 = \frac{x}{R},\ \cos\varphi_2 = \frac{h}{R} = \frac{z \cdot \cos\theta}{R}, h = |OB|, R = \sqrt{x^2 + \left(z + x \cdot tg\theta\right)^2}$$

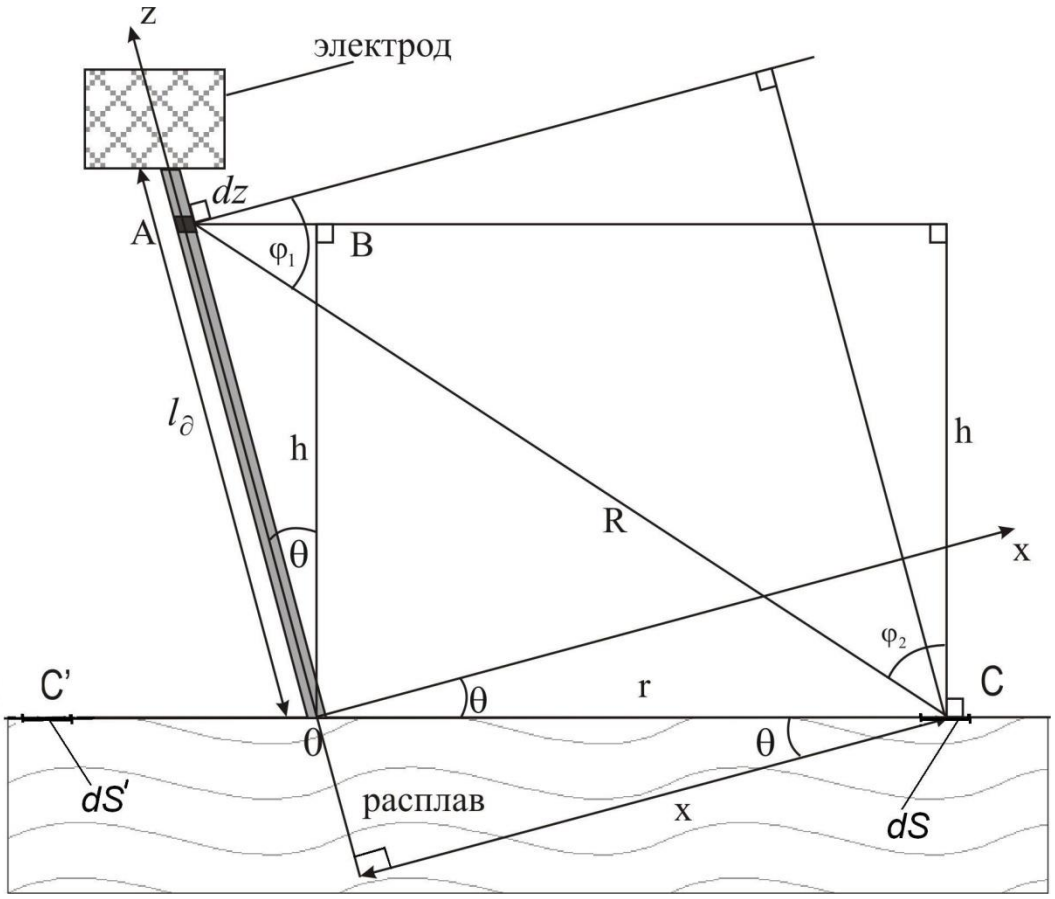


Рисунок 4.1 - К расчету плотности теплового излучения дуги на площадку *dS*

Заменяя $x = r \cdot \cos\theta$, получим

$$R = \sqrt{r^2 + 2r \cdot z \cdot \sin\theta + z^2}\ . \qquad (4.2)$$

Считаем, что полная мощность излучения P дуги равномерно распределена по ее длине, поэтому в малом элементе объема дуги $dV_д = \pi r_0^2 dz$ выделяется мощность $dP = Pdz/l_д$.

С учетом этих соотношений, интегрируя (4.1), получим тепловой поток в точке C от излучения всей дуги:

$$q_{изл} = \frac{K_э \cdot P}{\pi^2 \cdot l_д} \int_0^{l_д} \frac{z \cdot x \cdot \cos\theta}{\left(x^2 + \left(z + x \cdot tg\theta\right)^2\right)^2} dz,$$

$$q_{изл}(x,\theta) = \frac{K_э \cdot P \cdot \cos\theta}{2\pi^2 \cdot l_д x} \left[tg\theta \cdot \theta + 1 - \right.$$

$$\left. - \frac{l_д \cdot x \cdot tg\theta + x^2 + x^2 \cdot tg^2\theta + \left(tg\theta \cdot x^2 + tg\theta \cdot l_д^2 + 2 \cdot tg^2\theta \cdot l_д \cdot x + tg^3\theta \cdot x^2\right) \cdot arctg\left(\frac{l_д + x \cdot tg\theta}{x}\right)}{\left(x^2 + l_д^2 + 2 \cdot l_д \cdot x \cdot tg\theta + x^2 tg^2\theta\right)} \right].$$

Приведем полученную зависимость теплового потока от расстояния вдоль луча OC (в направлении r)

$$q_{изл}(r,\theta) = \frac{K_э \cdot P}{2\pi^2 \cdot l_д r} \left[tg\theta \cdot \theta + 1 - \frac{A+B}{C} \right], \qquad (4.3)$$

где $A = l_д \cdot r \cdot \sin\theta + r^2$,

$$B = \left(r^2 \cos\theta \sin\theta + l_д^2 \cdot tg\theta + 2 \cdot l_д \cdot r \cdot tg\theta \cdot \sin\theta + r^2 \cdot tg\theta \cdot \sin^2\theta\right) \times$$

$$\times arctg\left(\frac{l_д}{r \cdot \cos\theta} + tg\theta\right),$$

$$C = r^2 + 2 \cdot l_д \cdot r \cdot \sin\theta + l_д^2 \quad .$$

Значение теплового потока можно выразить в зависимости от безразмерного расстояния $r' = r/l_д$

$$q_{изл}(r',\theta) = \frac{K_э \cdot P}{2\pi^2 \cdot l_д^2 r'} \left[tg\theta \cdot \theta + 1 - \frac{A'+B'}{C'} \right], \qquad (4.4)$$

где $A' = r' \cdot \sin\theta + r'^2$,

$$B' = \left(r'^2 \cos\theta \sin\theta + tg\theta + 2 \cdot r' \cdot tg\theta \cdot \sin\theta + r'^2 \cdot tg\theta \cdot \sin^2\theta\right) \cdot arctg\left(\frac{1}{r' \cdot \cos\theta} + tg\theta\right),$$

$$C' = r'^2 + 2r' \sin\theta + 1.$$

Рассмотрим тепловой поток облучения, падающий от источника *dq*в точку C'(см. рисунок 4.1).Все рассуждения по определению теплового потока остаются без изменения за исключением того, что расстояние *R* будет определяться как $R = \sqrt{r^2 - 2r \cdot z \cdot \sin\theta + z^2}$. Так как функция sinθ нечетная, поэтому -sinθ=sin(-θ), следовательно, для площадки dS', расположенной на отрезке OC', имеем такое же решение (4.3) - (4.4), как для отрезка *OC*, если подставить $\theta<0$.

Необходимо отметить, что выражение (4.3) после несложных преобразований переходит в формулу, полученную в работах [7, 138] для дуги, ось которой совпадает с нормалью ($\theta=0$)

$$q_{изл}(r) = \frac{K_э P l_д}{2\pi^2 r\left(l_д^2 + r^2\right)}. \qquad (4.5)$$

4.2. Определение теплового потока от наклонной дуги на произвольную горизонтальную площадку

Рассмотрим теперь модель теплового потока на произвольно расположенную площадку *dS* находящуюся на поверхности ванны от электрической дуги, расположенной под углом к ней [139-144].

Введем декартову систему координат *Oxyz*, причем плоскость *Oxy* совпадает с поверхностью ванны, а начало координат *O* является пересечением оси дуги *OA*и поверхности ванны (рисунок 4.2). Ось электрической дуги находится в плоскости *Oxz*. Положение площадки *dS* задается ее расстоянием *r*от точки *O*и углом ψ. Вектор $\vec{k}$ перпендикулярен площадке *dS*, а вектор $\vec{n}$ лежит в плоскости *AOC* и перпендикулярен прямой *OA*.

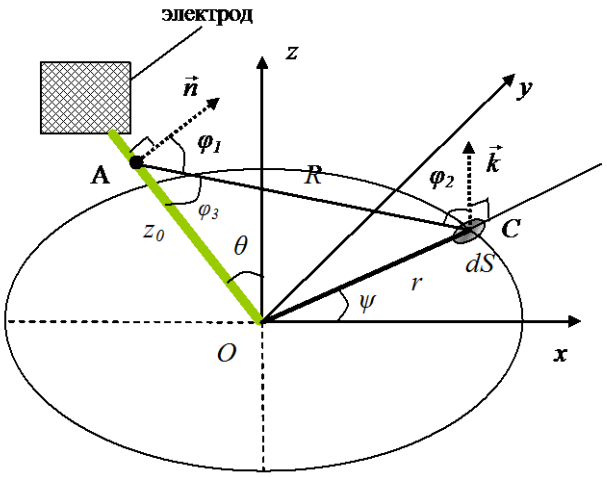


Рисунок 4.2- К расчету плотности теплового излучения дуги на площадку *dS*

В выбранной декартовой системе имеем координаты точек:

$C(r\cos\psi,\ r\sin\psi,\ 0)$; $A(-z_0 \sin\theta;\ 0;\ z_0 \cos\theta)$.

Для определения углов φ_1и φ_2 используем векторную алгебру. Напишем координаты основных векторов:

$$\vec{R} = A\vec{C} = \left(r \cdot \cos\psi + z_0 \cdot \sin\theta;\ r \cdot \sin\psi;\ -z_0 \cdot \cos\theta\right);$$

$$C\vec{A} = \left(-r \cdot \cos\psi - z_0 \cdot \sin\theta;\ -r \cdot \sin\psi;\ z_0 \cdot \cos\theta\right);$$

$$O\vec{A} = \left(-z_0 \sin\theta;\ 0;\ z_0 \cos\theta\right);\ A\vec{O} = \left(z_0 \sin\theta;\ 0;\ -z_0 \cos\theta\right);$$

$$\vec{k} = (0;\ 0;\ 1).$$

Найдем расстояние от источника излучения до центра *dS*

$R = \left|\vec{R}\right| = \sqrt{\left(r\cos\psi + z_0 \sin\theta\right)^2 + \left(r\sin\psi\right)^2 + \left(z_0 \cos\theta\right)^2}$, упрощая, получим

$$R = \sqrt{r^2 + 2 \cdot r \cdot z_0 \cdot \cos\psi \cdot \sin\theta + z_0^2} \qquad (4.6)$$

При ψ =0 получим выражение (4.2).

Найдем косинусы углов

$$\cos\varphi_2 = \frac{\vec{k} \cdot C\vec{A}}{\left|\vec{k}\right| \cdot \left|C\vec{A}\right|} = \frac{z_0 \cdot \cos\theta}{R}. \qquad (4.7)$$

$$\sin\varphi_1 = \cos\varphi_3 = \frac{A\vec{C} \cdot A\vec{O}}{\left|A\vec{C}\right| \cdot \left|A\vec{O}\right|} = \frac{r \cdot \cos\psi \cdot \sin\theta + z_0}{R}.$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{1}{R}\sqrt{R^2 - (r\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta + z_0)^2}\,.$$

Подставляем в это выражение значение R^2, получим

$$\cos\varphi_1 = \frac{1}{R}\sqrt{r^2 + 2\cdot r\cdot z_0\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta + z_0{}^2 - (r\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta + z_0)^2} =$$

$$= \frac{1}{R}\left(r^2 + 2\cdot r\cdot z_0\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta + z_0{}^2 - (r\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta)^2 - 2\cdot r\cdot z_0\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta - z_0^2\right)^{0,5}$$

Окончательно имеем

$$\cos\varphi_1 = \frac{r}{R}\sqrt{1-\cos^2\psi\cdot\sin^2\theta}\,. \qquad (4.8)$$

При ψ =0 получим $\cos\varphi_1 = \frac{r}{R}\cos\theta$.

С учетом соотношений (4.6 -4.8), интегрируя, получим тепловой поток в точке C от излучения всей дуги:

$$q_{изл} = \frac{K_э\cdot P\cdot r\cdot\sqrt{1-\cos^2\psi\cdot\sin^2\theta}}{\pi^2\cdot l_д}\int_0^{l_д}\frac{z_0}{\left(r^2 + 2\cdot r\cdot z_0\cdot\cos\psi\cdot\sin\theta + z_0{}^2\right)^2}dz_0,$$

$$q_{изл}(r,A) = \frac{K_э\cdot P\cdot\sqrt{1-A^2}}{2\pi^2\cdot l_д\cdot r}\left[\frac{-B + A\cdot arcth\left(\frac{A}{B}\right)}{B^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{B\cdot r(l_д A + r) - A(r^2 + 2A\cdot r\cdot l_д + l_д{}^2)arcth\left(\frac{l_д + rA}{rB}\right)}{B^3(r^2 + 2A\cdot r\cdot l_д + l_д{}^2)}\right], \qquad (4.9)$$

где $A = \cos\psi\cdot\sin\theta$; $\quad B = \sqrt{A^2 - 1}$.

Значение теплового потока можно выразить в зависимости от безразмерного расстояния $r' = r/l_д$

$$q_{изл}(r',A)=\frac{K_э\cdot P\cdot\sqrt{1-A^2}}{2\pi^2\cdot l^2_{\partial}\cdot r'}\left[\frac{-B+A\cdot arcth\left(\frac{A}{B}\right)}{B^3}+\right.$$

$$\left.+\frac{B\cdot r'(A+r')-A(r'^2+2A\cdot r'+1)\cdot arcth\left(\frac{1+r'A}{r'B}\right)}{B^3(r'^2+2A\cdot r'+1)}\right], \qquad (4.10)$$

При θ=0 имеем A=0, B=i получаем $q_{изл}(r')=\frac{K_э P}{2\pi^2 l^2_{\partial}\cdot r'(1+r'^2)}$, что совпадает для безразмерного расстояния r' с выражением (4.5), полученным Макаровым А.Н. [68].

Зная распределение теплового потока по поверхности (4.9), можно посредством численного интегрирования определить долю мощности η, падающую на круг радиуса R, центром которого является место привязки дуги

$$\eta=\frac{1}{PK_э}\int_0^R\int_0^{2\pi} r\cdot q_{изл}(r,\psi,\theta)\cdot d\psi dr\,. \qquad (4.11)$$

Доля мощности, падающая на плоскую поверхность, растет с увеличением угла наклона дуги θ и радиуса $R'=R/l_{\partial}$, но не превышает 0,5 (рисунок 4.3). Можно утверждать, что с увеличением θ возрастает излучение от дуги и на графитированный электрод. Понятно, что реальная дуга, заглубляясь в жидкость, образует мениск, что, несомненно, повышает теплоусвоение жидкой ванны расплава.

4.3. Определение теплового потока от трех наклонных электрических дуг на произвольно расположенную горизонтальную площадку

В ряде металлургических агрегатов используют трехфазный ток для горения трех дуг. В этом случае ток, протекает по трем параллельным графитированным электродам от одного электрода к другому, вследствие этого возникает электродинамическое усилие и эффект выдувания дуги из-под

электрода. Наиболее вероятная ось дуги располагается под некоторым углом к оси графитированного электрода.

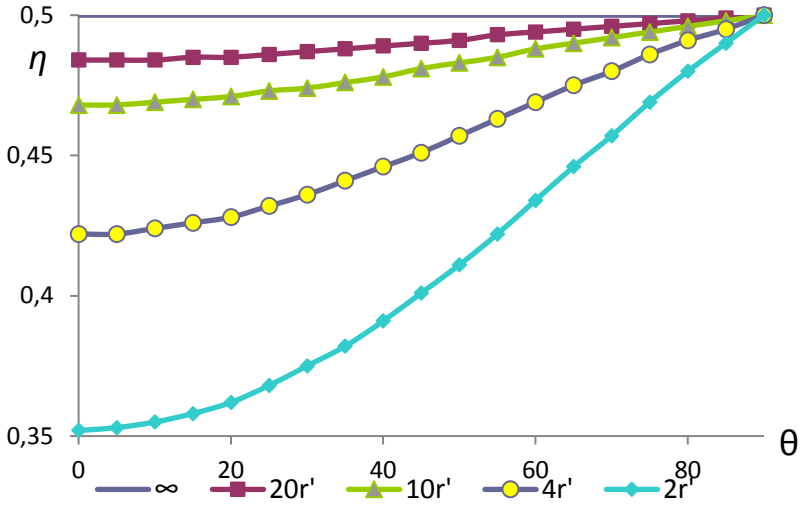


Рисунок4.3 -Доля мощности, падающая на круг радиуса *R*, центром которого является место привязки дуги, от угла ее наклона

Тепловой поток от трех одновременно горящих наклонных электрических дуг длиной l_∂, на произвольно расположенную площадку, находящуюся на поверхности ванны находим по принципу суперпозиции, как сумму тепловых потоков падающих в данную точку от трех дуг.

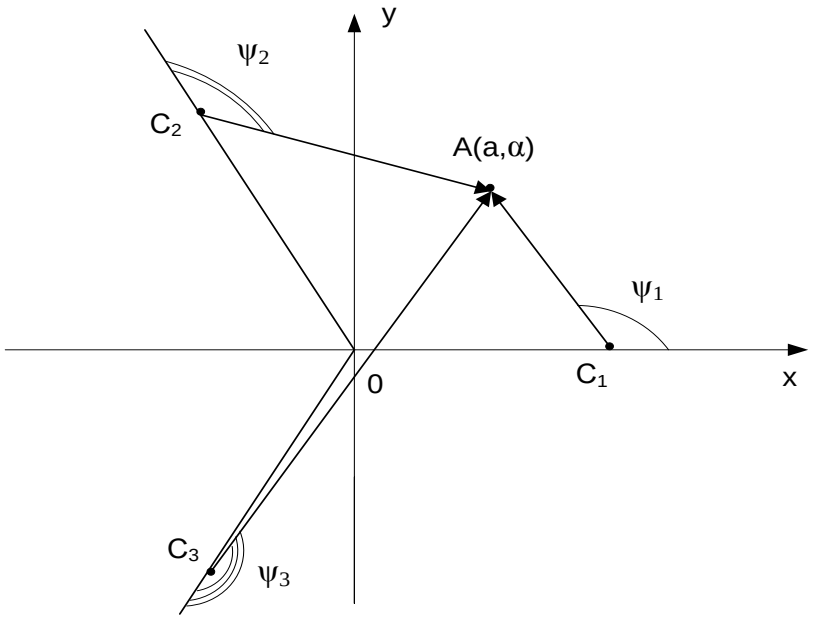


Рисунок4.4-К расчету плотности теплового излучения на элементарную площадку *dS*, расположенную вблизи точки *A* от трех наклонных дуг

Рассмотрим декартову систему координат *Oxyz*, началом которой является центр распада электродов (рисунок. 4.4). Плоскость *Oxy* совпадает с поверхностью ванны, ось *Ox* проходит через центр первого электрода, а ось электрической дуги находится в плоскости *Oxz*. Тогда центры привязки дуг с учетом их отклонения от нормали имеют следующие координаты:

$$C_1\left(\frac{D_p}{2}+l_o\sin(\theta);0\right),$$

$$C_2\left(-\frac{D_p+2l_o\sin(\theta)}{4};\frac{\sqrt{3}\left(D_p+2l_o\sin(\theta)\right)}{4}\right), \qquad (4.12)$$

$$C_3\left(-\frac{D_p+2l_o\sin(\theta)}{4};-\frac{\sqrt{3}\left(D_p+2l_o\sin(\theta)\right)}{4}\right),$$

где D_p- диаметр распада электродов.

Находим тепловой поток в точке $A\left(a\cdot\cos\alpha, a\cdot\sin\alpha\right)$, которая является центром площадки *dS*. Координаты векторов, проходящих через центры привязки дуг и точку *A*, имеют координаты $C_iA_i=\left(C_{ix}-A_x, C_{iy}-A_y\right)$, а их длина $r_i=\left|C_i\vec{A}_i\right|$, где *i*-1, 2, 3.

Определим углы ψ_i, показанные на рисунке 4.3

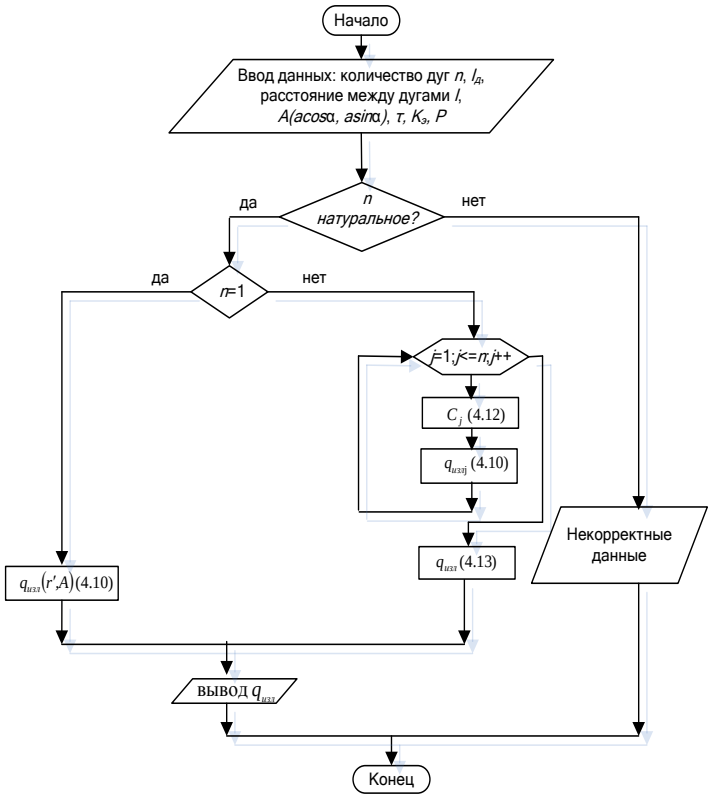
$$\cos\psi_i=\frac{O\vec{C}_i\cdot C_i\vec{A}}{\left|O\vec{C}_i\right|\cdot\left|C_i\vec{A}\right|}.$$

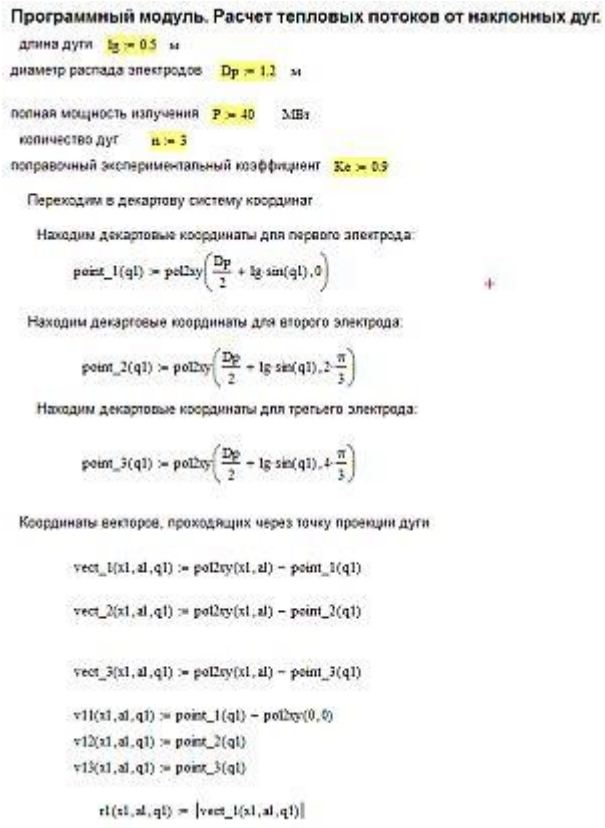
Знаяr_i и $\cos\psi_i$, запишем суммарный тепловой поток, падающий на элементарную площадку как сумму тепловых потоков, от каждой из дуг [141]

$$q_{изл}(a,\ \alpha,\ \theta)=\sum_{i=1}^{3}q_{i\,изл}(r_i,\psi_i,\theta). \qquad (4.13)$$

4.4.Программный модуль для расчета теплового излучения от параллельно горящих электрических дуг

С использованием созданной математической модели (4.10)-(4.13) в среде *MathCAD* разработан программный модуль «*Расчет тепловых потоков от наклонных дуг*», позволяющий рассчитывать и визуализировать тепловые потоки, падающие на горизонтальную поверхность, вблизи горения трех наклонных электрических дуг. В качестве входных параметров задаются расстояние между дугами, амплитудное значение тока, координаты точек, в которых ищется и визуализируется тепловой поток. Схема программного модуля и его главное окно представлены на рисунке 4.5.





а б

Рисунок 4.5 – Схема (а) и главное окно (б)программного модуля «*Расчет тепловых потоков от наклонных дуг*» для определения теплового потока

4.5. Результаты компьютерного моделирования теплового излучения

С использованием модели (4.5) и программного модуля «*Расчет тепловых потоков от наклонных дуг*» был проанализирован тепловой поток $q_{изл}(r',\theta)$ от дуги, воздействующий на расплав. Считаем, что мощность, выделяемая на электрических дугах в ДСП, определяется как $P_0 = S \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U \cdot I$, где $\cos\varphi$ – коэффициент мощности электропечной установки в эксплуатационном режиме, *U, I*– действующие значения напряжения и тока дуги соответственно. В ДСП-180 ОАО «ММК» при максимальной полной мощности *S*=150 МВА и $\cos\varphi$=0,8 получим мощность на одной дуге $P \approx 40$ МВт при *U*=570 В и токе *I*=70 кА. Для условий ДСП длину дуги определяем по следующей формуле $l_д = \dfrac{(U - U_a - U_k)}{b}$, где $U_a + U_k \approx 17$ В - сумма падений анодного и катодного напряжений, *b* – градиент потенциала в столбе дуги [72]. Принимая *b*=1,6 В/мм получим $l_д$=0,5 м. При этих условиях на рисунке 4.6 показаны зависимости теплового излучения дуги от безразмерного расстояния при разных углах наклона дуги θ($K_э$=0,9). Видно, что $q_{изл}$ несколько раз больше в направлении наклона OC' (при θ<0) (см. рисунок 4.1), чем в противоположном направлении *OC* (θ>0). Было установлено, что при θ<0 и *r*=const тепловой поток в зависимости от угла наклона дуги имеет экстремальный характер (рисунок 4.7), причем положение максимального значения $q_{изл}$ зависит от $r' = r/l_д$.

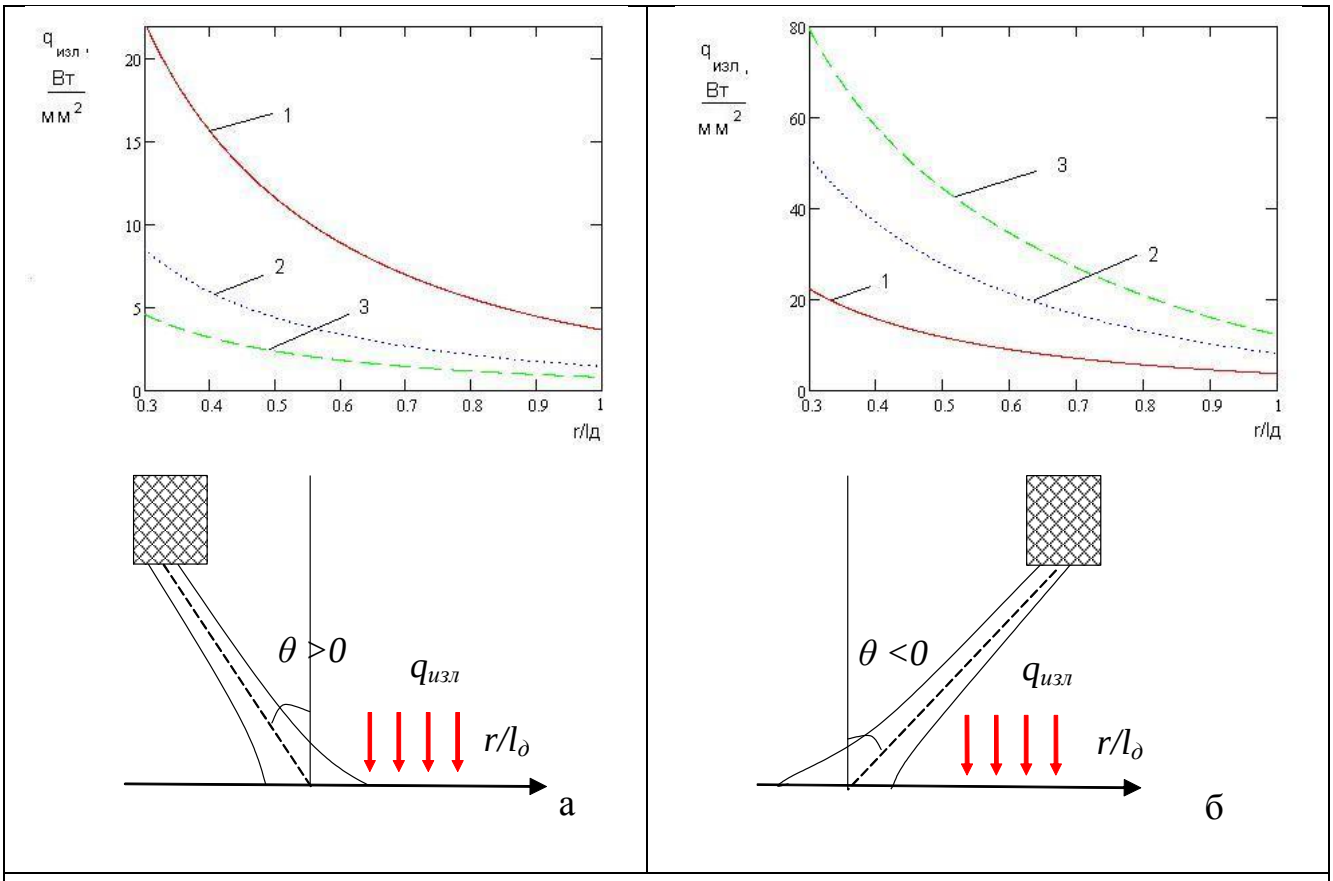


Рисунок 4.6- Зависимость теплового излучения дуги от безразмерного расстояния при разных углах наклона дуги: а–1– $\theta = 0^0$, 2– $\theta = 30^0$, 3– $\theta = 45^0$; б–1– $\theta = 0^0$, 2– $\theta = -30^0$, 3– $\theta = -45^0$

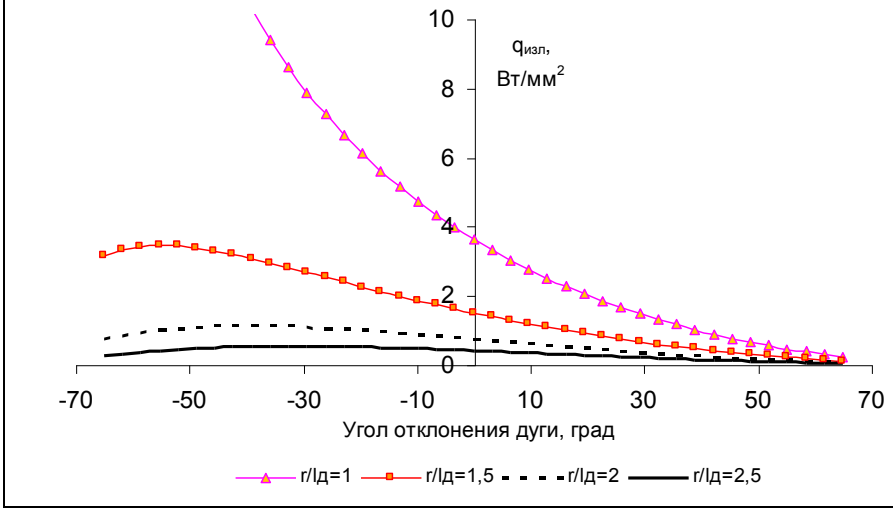


Рисунок 4.7-Зависимость теплового излучения дуги от угла ее наклона θ на разных расстояниях от точки ее привязки на расплав

При рассмотренных выше условиях по модели (4.10) на рисунке. 4.8 показаны зависимости теплового излучения дуги в зависимости от угловой координаты ψ, определяющей расположение площадки dS при разных углах наклона дуги θ. Видно наличие плоскости зеркальной симметрии Oxz, минимальное значение теплового потока $q_{изл}$ наблюдается при $\psi = 0^0$, а

максимальное – вблизи ψ =180^0. При ψ =90^0 и 270^{0}тепловой поток не зависит от угла наклона дуги, это является следствием того, что при этих θ величина $A = \cos\psi \cdot \sin\theta = 0$.

С увеличением расстояния от точки привязки дуги на расплав тепловой поток резко убывает и практически не зависит от ψ при $r/l\partial$>5 (рисунок. 4.9).

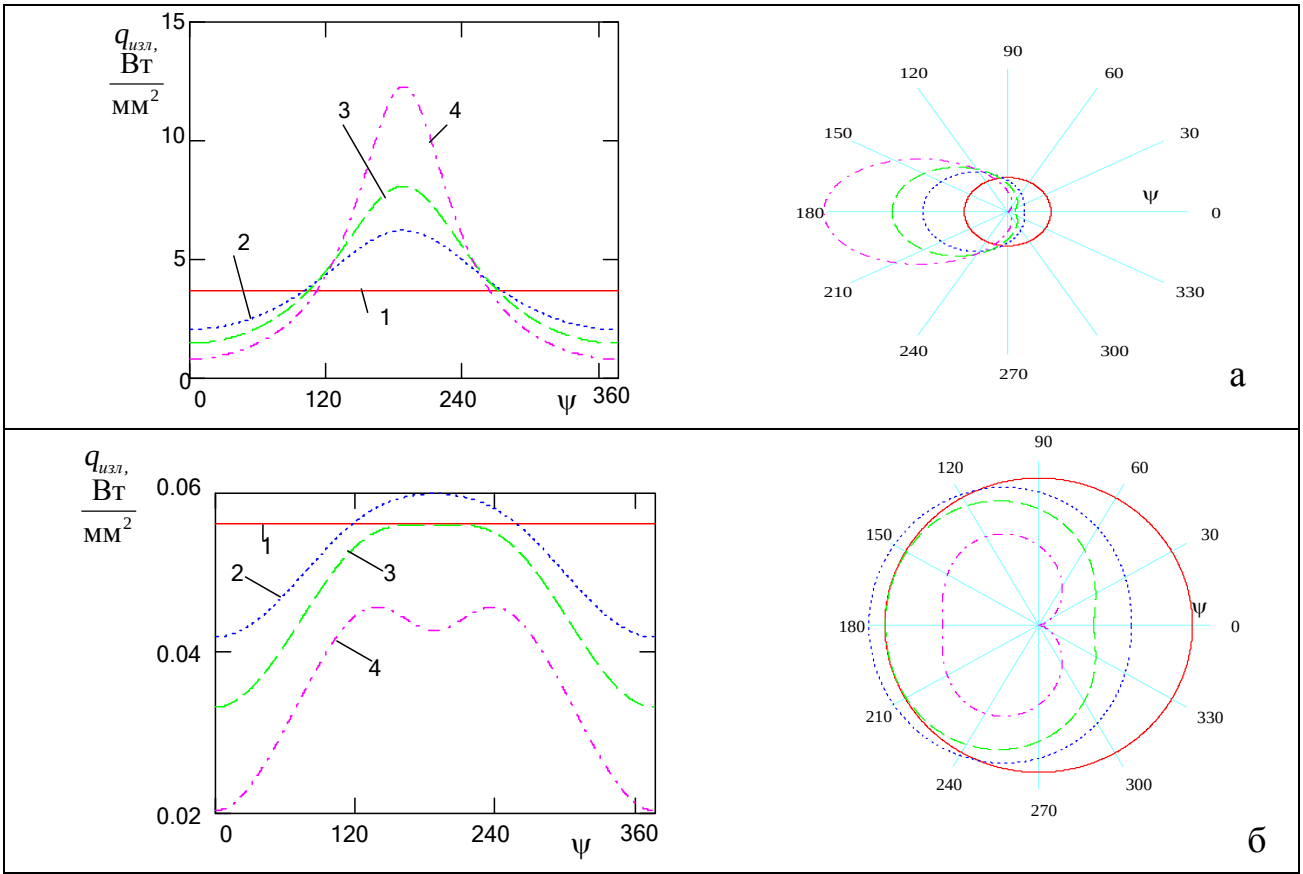


Рисунок 4.8- Тепловой поток вдоль азимутальной координаты на разных расстояниях от точки привязки дуги: а – $r/l\partial$=1; б – $r/l\partial$=5. Угол наклона дуги: 1 -θ=0^0; 2 -θ=20^0; 3 -θ=30^0; 4 -θ=45^0

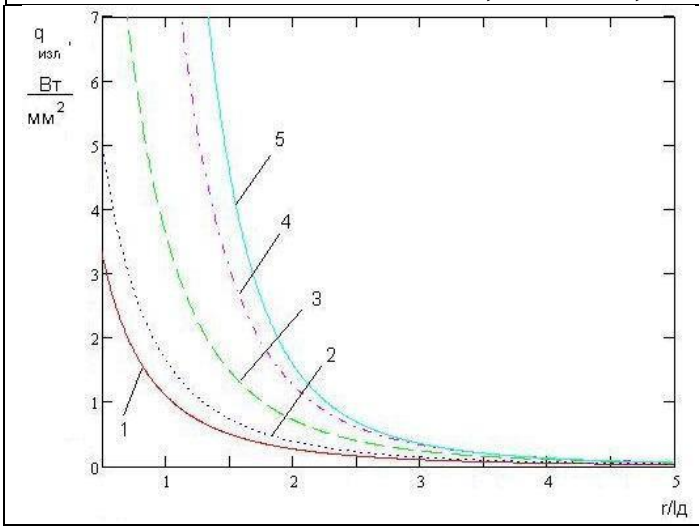
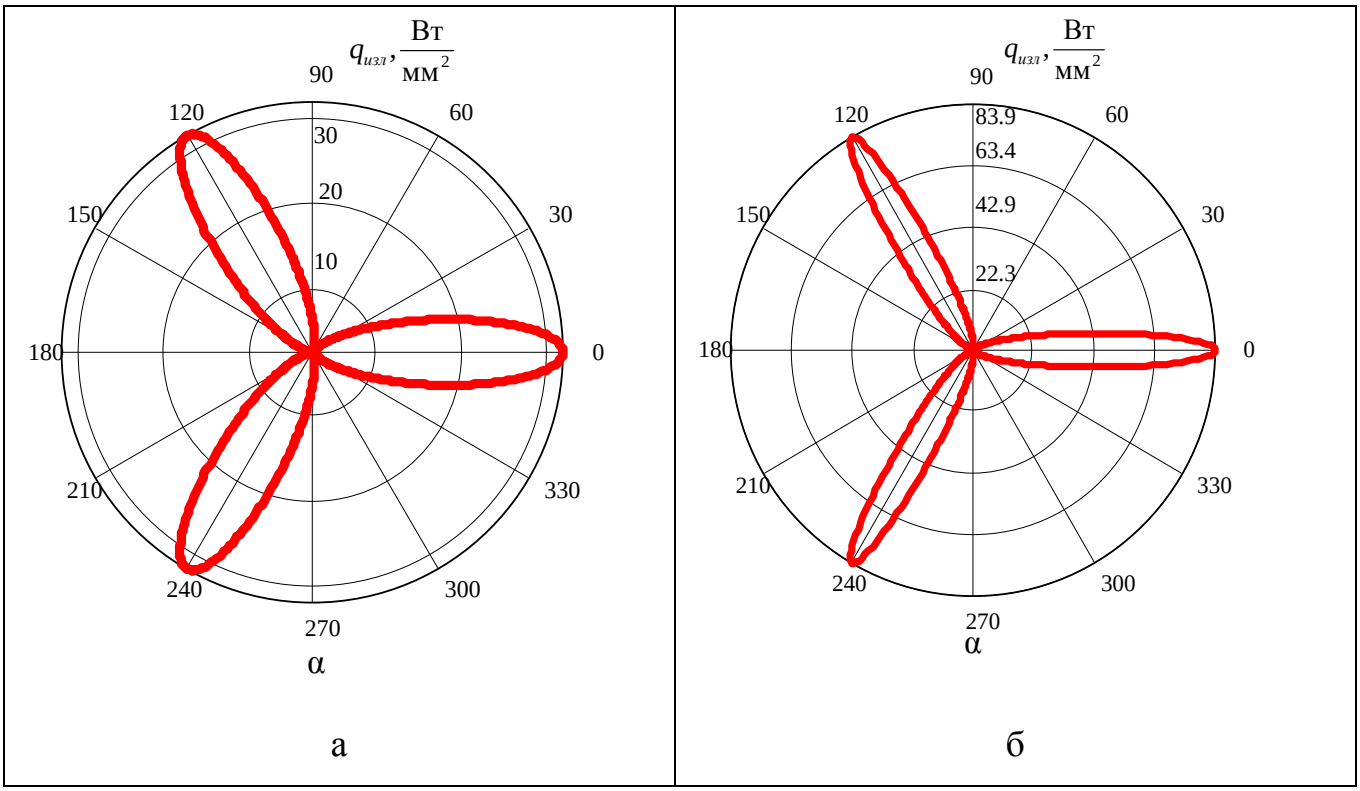


Рисунок 4.9- Зависимость теплового излучения дуги при угле наклона θ=45^{0}от безразмерного расстояния в разных направлениях по поверхности ванны: 1– ψ=0^0; 2– ψ=45^0; 3– ψ=90^0; 4– ψ=135^0; 5– ψ=180^0

С использованием созданной математической модели (4.12) и описанных выше условий был проанализирован тепловой поток излучения от дуги, воздействующий на расплав. На рисунке 4.10 показано распределение теплового потока по азимутальной координате при разном расстоянии от центра распада электродов. Наибольший тепловой поток наблюдается под дугами на расстоянии, расположенном между половиной диаметра распада электродов и точками привязки дуг на горизонтальную поверхность (рисунок 4.10, б).Внутри диаметра распада электродов он ниже (рисунок 4.10, а), и сильно снижается при удалении от точек привязки дуг на горизонтальную поверхность от центра распада электродов (рисунок 4.10, в, г.). При движении по азимутальной координате минимальный тепловой поток наблюдается между электродами в направлениях α=60^0, 180^0 и 300^0. Наибольший тепловой поток при движении по азимутальной координате внутри диаметра распада электродов ($r<D_p/2$) отмечается в направлениях их осей(рисунок 4.10.а-б), а вне распада электродов ($r>D_p/2$) в направлениях, смещенных от осей электродов на ±15^0(рисунок 4.10.в-г).



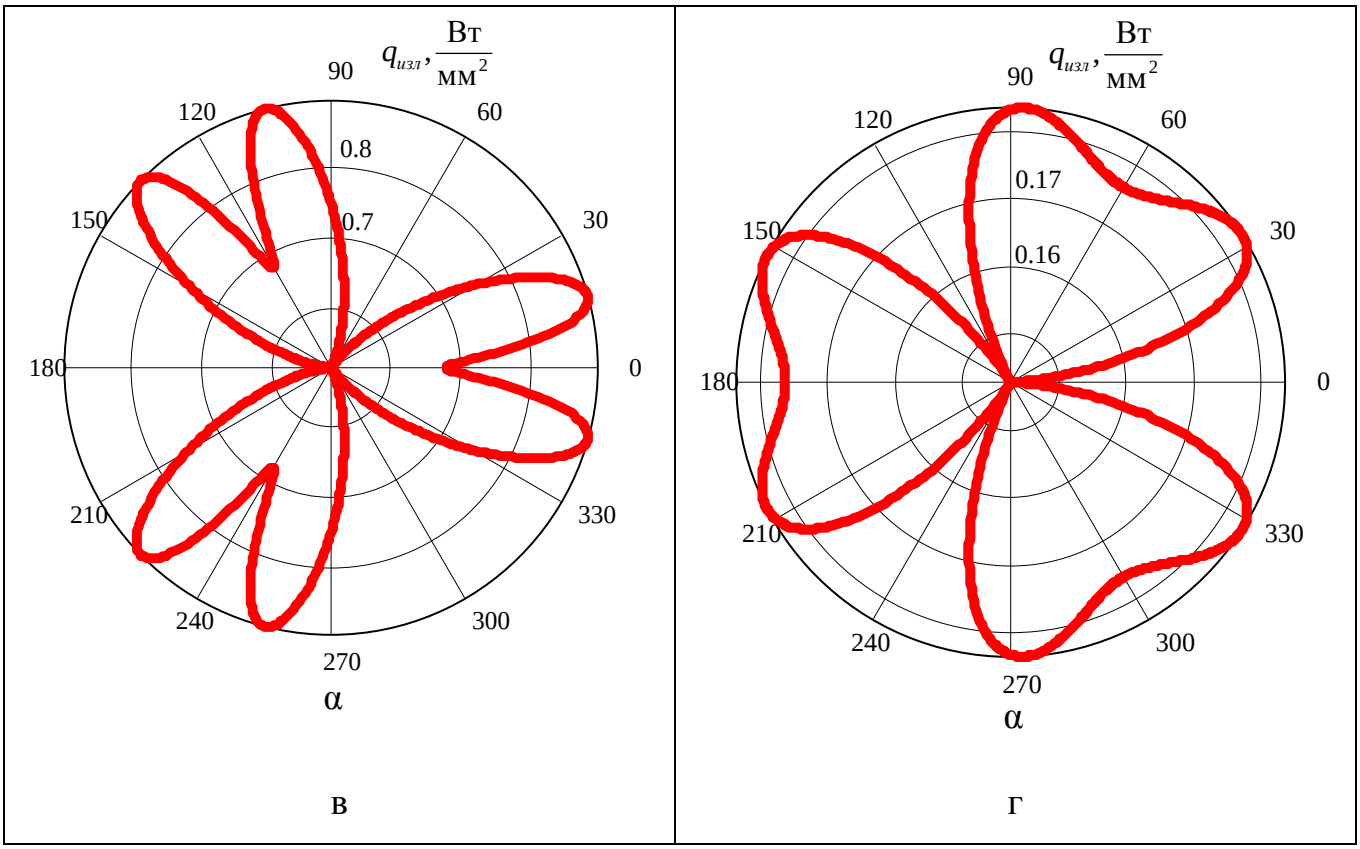


Рисунок 4.10- Распределение теплового потока по азимутальной координате на расстоянии от центра распада электродов: а-*r*=0,4 м; б -*r*=0,8 м; в-*r*=1,4 м;г-*r*=2 м

4.6. Комплекс компьютерных программ для системного изучения электромагнитного взаимодействия электрических дуг и их тепловых потоков излучения

На основе разработанных математических моделей разработан комплекс компьютерных программ [145], состоящий из четырех модулей и позволяющий определять основные параметры электрических дуг трехфазного переменного тока. Структурная схема комплекса программ, отображающее взаимодействие модулей, представлена на рисунке 4.11.

Комплекс программ позволяет рассчитать напряженности магнитных полей, определить и визуализировать среднеинтегральные электромагнитные силы, действующие на дуги, и локальные силы, действующие на элементы дуги: от токов, протекающих через жидкий металл и от токов, проходящих через параллельно горящие дуги и графитированные электроды. Один из модулей позволяет рассчитать и визуализировать формы осей столбов дуг в зависимости

от их количества и рода тока. Также представлен модуль для определения и визуализации теплового потока, падающего на горизонтальную поверхность от трех горящих наклонных электрических дуг вдоль азимутальной координаты.

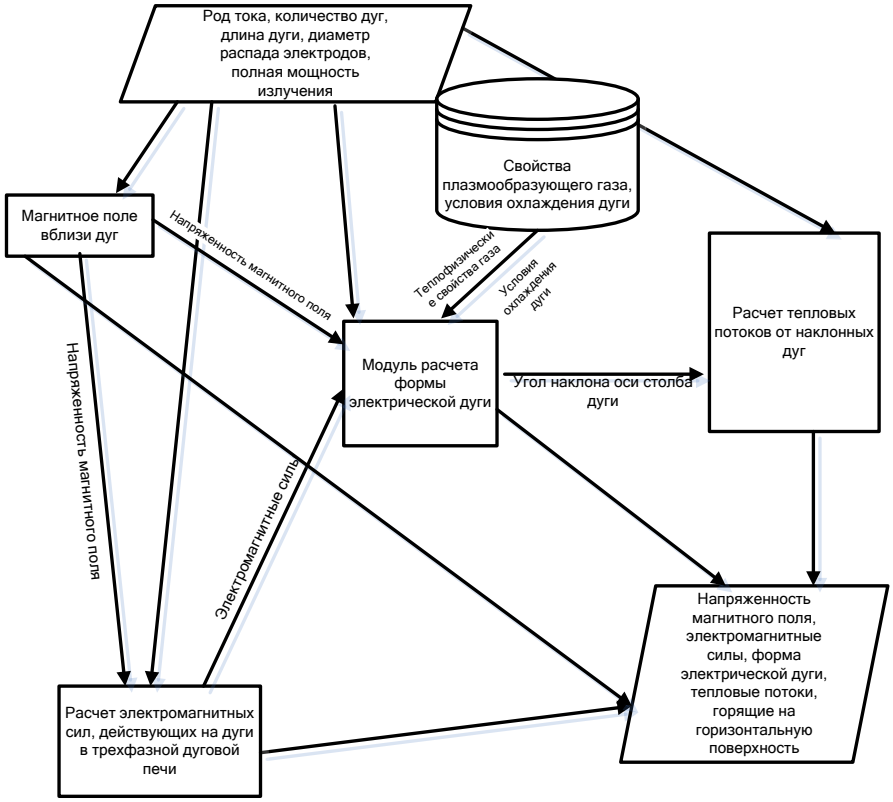


Рисунок 4.11–Комплекс программ, его структура и информационное взаимодействие программных модулей

Разработанный комплекс компьютерных программ может использоваться при:

1) расчете магнитных полей вблизи нескольких параллельно горящих электрических дуг, основных электромагнитных сил, действующих на дугу, а также для определения формы электрических дуг и тепловых потоков, падающих при горении нескольких наклонных дуг на горизонтальную поверхность.

2) при конструировании и проектировании многоэлектродных дуговых или плазменных печей, в системах автоматизированного регулирования их тепловой работы, для оценки стойкости футеровки печи вблизи горящих дуг при разных технологических режимах.

3)для определения воздействия электромагнитных и тепловых полей на приборы и человека находящихся вблизи дуговых агрегатов постоянного и трехфазного переменного токов.

4.7. Адекватность предлагаемых математической моделей и алгоритмов расчета формы электрических дуг

Влияние электрических дуг на стойкость футеровки изучали многие авторы, в частности А.Н. Макаров [1]. Им были изучены распределения температур и результирующих потоков излучения на водоохлаждаемые панели для ДСП-100 . Расположение электродов фаз и водохлаждаемых панелей в рабочем пространстве печи показано на рисунке 4.12.

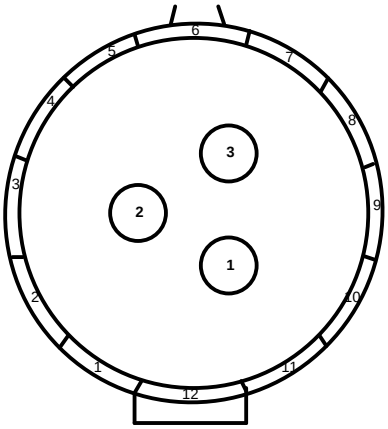


Рисунок 4.12–Расположение водоохлаждаемых панелей по периметру стен печи ДСП-100 [1]

На рисунке 4.13 показано распределение плотностей потоков излучения по периметру стен. Как видно из рисунка 4.13, максимальные тепловые потоки приходятся на водоохлаждаемые панели, расположенные напротив дуг, но не точно напротив центра третьей, седьмой и одиннадцатой водохлаждаемой панели, а слегка смещено в сторону четвертой, восьмой и двенадцатой соответственно, что соответствует направлению результирующей электромагнитной силы (рисунок 2.5).На рисунке 4.14 приведен износ огнеупорной футеровки в шахтной печи после 150 плавок напротив «горячей» и «холодной» зоны. Видно, что напротив «горячей» зоны В, произошло существенное выгорание футеровки.

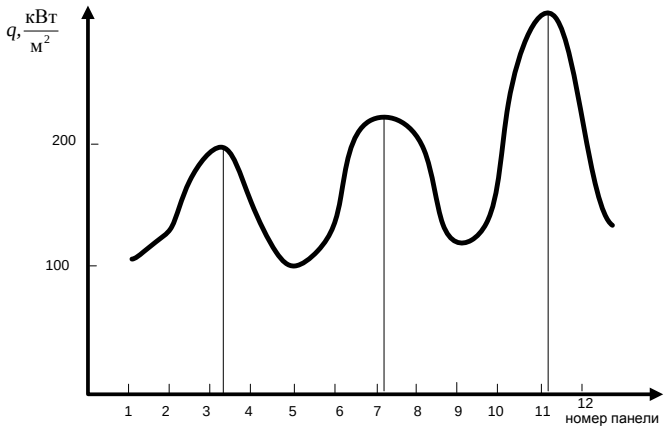


Рисунок 4.13- Распределение плотностей потоков излучения по периметру стен [1]

Рисунок 4.14- Износ огнеупорной футеровки в шахтной печи [146]

Адекватность предлагаемой модели излучения дуг при их электромагнитном взаимодействии проводилась при помощи данных, полученных на промышленной дуговой шахтной печи ШП-2 ПАО «Северсталь» номинальной вместимостью печи по металлошихте 150 т, диаметром распада электродов 1100 мм и диаметром электродов 610 мм.

Косвенное влияние интенсивности излучения электрических дуг на тепловосприятие стенки печи определялась по температуре воды, выходящей из боковых водоохлаждаемых панелей, расположенных. Для анализа были рассмотрены результаты измерений температуры охлаждающей воды, проходящей через 21 панель за 4 суток. Результаты суточных измерений были записаны через каждые 30 секунд в 24 файлах. Для их просмотра и обработки использовалась программа *IBA Analyzer*. Из полученного многомерного массива данных с объемом выборки около 11520 измерений были убраны грубые ошибки,

далее были получены усредненные температуры для каждой панели. На рисунке 4.15 показан полученный график зависимости значения средней температуры от номера панели в том порядке, в котором они расположены вдоль азимутальной координаты в печи.

Из рисунка видно, что максимальные температуры наблюдаются не напротив линии соединяющие центр распада электродов и их оси, а немного отклонены от нее по азимутальной координате. Это отклонение подтверждает тот факт, что равнодействующая электромагнитная сила к данной линии направлена под углом φ, как это показано на рисунке 4.14 [147–152]. Полученное распределение температур от номера панели вдоль азимутальной координаты не является симметричным, так как в шахтной печи на тепловосприятие боковых стен оказывают влияние газовые горелки и кислородные инжекторы.

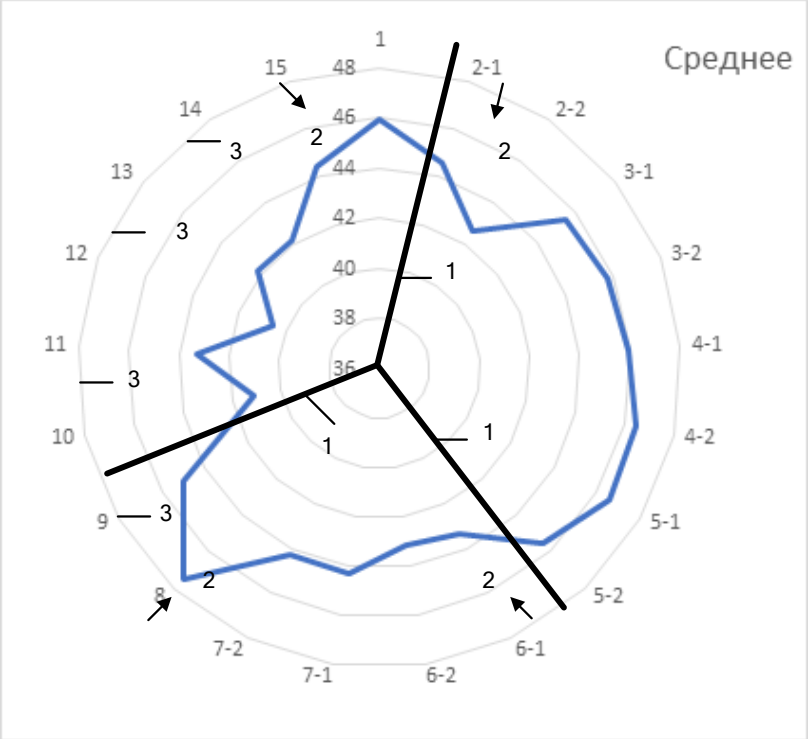


Рисунок 4.15- Распределение средней температуры охлаждающей воды в зависимости от номера панели:1- прямые, соединяющие оси электродов с центром диаметра распада электродов, 2– газовые горелки RCB, 3– кислородные инжекторы

Экспериментальное отклонение столба дуги от вертикального положения было рассмотрено во многих работах, например [1, 3, 10, 30-32, 60, 63]. В этих и

других источниках указывается, что средний угол наклона столба дуги θ по отношению к нормали зеркала ванны колеблется для ДСП, где горят три дуги трехфазного тока различной мощности и емкости в пределах 45^0-65^0.

Сравним результаты моделирования со средним углом наклона столба дуги θ. Для этого рассчитаем угол наклона для одной из параллельно горящих дуг по которым протекают одинаковые постоянные токи. Считаем, что дуга проходит по всему электроду, возьмем длину электрода 2м, а расстояние от конца электрода до зеркала ванны 40 см. Таким образом, будем определять средний угол наклона столба дуги при ее длине 240 см.

При помощи разработанного программного модуля найдем уравнение оси столба дуги в виде полинома второй степени. Уравнение имеет вид $y(z) = 0{,}00268 \cdot z^2 + 20$. Для того, чтобы найти угол между дугой и нормалью зеркала ванны найдем касательную в точке ее касания с горизонтальной поверхностью $y_k(z) = 1{,}286(z - 240) + 174{,}368$.

На рисунке 4.16 приведены форма оси столба дуги и касательная к ней в точке z=240 см. Найдем угол из определения тангенса угла наклона $\frac{y_k(240) - y_k(0)}{240 - 0} = 1{,}283$. Таким образом, угол наклона составляет 52^0, что очень близко к известным экспериментальным данным.

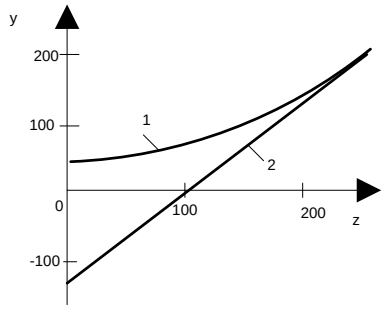


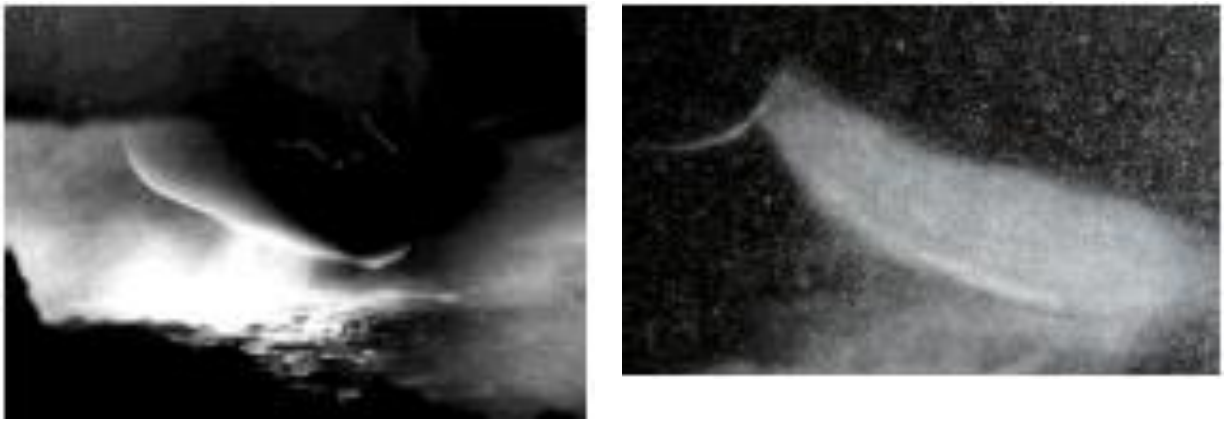
Рисунок 4.16- Форма оси столба дуги (линия 1) и касательная к ней (линия 2) в точке z=240

В таблице 4.1 приведены значения длины дуги и соответствующий ей угол наклона к нормали зеркала ванны. Из нее видно, что с увеличением длины дуги увеличивается и угол наклона к нормали зеркала ванны.

Таблица 4.1 - Результаты моделирования угла наклона дуги к нормали зеркала ванны от ее длины

Длина дуги, см	**Угол наклона к нормали зеркала ванны**
140	38^0
190	45^0
240	52^0
290	57^0
340	62^0
440	69^0

В работах Миронова Ю.М. [30, 32]показано, что наиболее существенно на отклонение дуги влияет ее длина, при относительно малой длине дуги отклонение дуги незначительное, а при ее увеличении наблюдается значительное выдувание столба из-под электрода (рисунок 4.17).



а б

Рисунок 4.17-Дуга переменного тока в ДСП при «короткой» (а) и «длинной» (б) дуге [10, 30, 32]

Таким образом, данные результаты подтверждают адекватность предлагаемых алгоритмов и численных методов по определению формы дуг при их электромагнитном взаимодействии.

4.8. Выводы по четвертой главе

1. Впервые создана математическая модель теплового потока излучения на горизонтальную поверхность от нескольких наклонных электрических дуг. На основе математической модели разработан программный модуль «*Расчет тепловых потоков от наклонных дуг»*, позволяющий рассчитывать и визуализировать тепловые потоки, падающие на горизонтальную поверхность от одной и трех наклонных электрических дуг.

2. В результате компьютерного моделирования установлено:

- в распределении тепловых потоков имеет место зеркальная симметрия относительно плоскости, проходящей через ось дуги и перпендикулярной поверхности ванны;
- при отклонении электрической дуги от нормали к поверхности ванны падающий тепловой поток перестает быть осесимметричным. Минимальное значение теплового потока наблюдается при $\psi=0^0$, а максимальное – вблизи $\psi=180^0$, в направлениях$\psi=90^0$ и $\psi=270^0$ тепловой поток не зависит от угла наклона дуги θ;
- с увеличением расстояния от точки привязки дуги на расплав тепловой поток резко убывает и практически не зависит от азимутального направления при $r/l_\partial>5$;
- при горении трех электрических дуг минимальный тепловой поток наблюдается в направлениях между электродами, а наибольший -вблизи их осей.

3. Созданный программный модуль можно использовать при конструировании электродуговых печей косвенного и прямого действия, в частности, для определения динамики нагрева металла и шлака, влияние угла наклона дуг на теплоусвоение ванны и износ футеровки, а также для автоматизации поддержания тепловых режимов при работе дуговых печей самого различного назначения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполнен анализ используемых на практике, моделей и методов, описывающих электромагнитные и тепловые характеристики электрических дуг постоянного и переменного тока в промышленный агрегат, работающих в различных режимах. В том числе: модели формы электрической дуги и поведения дуг при их электромагнитном взаимодействии, модели теплового излучения дуг в условиях горения в промышленных агрегатах и др.

2. Предложена математическая модель и алгоритмы расчета по определению напряженности магнитного поля вблизи нескольких параллельно горящих дуг постоянного или трехфазного переменного тока. Получена аналитическая зависимость напряженности магнитного поля в условия горения дуг трехфазного переменного тока. По результатам моделирования установлено, что значение модуля напряженности магнитного поля вблизи вертикальной дуги постоянного тока обратно пропорционально расстоянию от ее оси, а для трех дуг трехфазного переменного тока действующее значение модуля напряженности магнитного поля обратно пропорционально квадрату расстояния от центра распада электродов. Показано, что вблизи трех дуг трехфазного переменного тока наблюдается бегущее магнитное поле.

3. Систематизированы существующие и разработаны оригинальные математические модели и алгоритмы расчета основных электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу при горении нескольких параллельных дуг постоянного или трехфазного переменного тока. Установлено, что результирующая среднеинтегральная электромагнитная сила, действующая на дугу, находится в горизонтальной плоскости и отклоняется в сторону от прямой, соединяющей центр распада электродов и ось электрода. В реальных электродуговых установках этот угол может составлять $45\text{-}65^0$. Выявлено, что при расстоянии между дугами менее 2,5 длины участка параллельно текущих токов, существенное влияние на среднее отклонение дуги от вертикали и форму дуг в трехфазной дуговой печи оказывает сила взаимодействия между токами,

протекающими через параллельные дуги, а при больших расстояниях - сила взаимодействия дуги с токами, протекающими через жидкий металл.

4. Разработаны эмпирические алгоритмы расчета формы параллельно горящих электрических дуг постоянного или трехфазного переменного тока при их электромагнитном взаимодействии. Для уравнения равновесия оси столба дуги, появляющегося при решении интегро-дифференциального уравнения, впервые были предложены алгоритмы, основанные на полиномиальной аппроксимации решения, позволяющий получить результаты с достаточной для инженерных расчетов точностью. При моделировании взаимодействия дуг с одинаковыми токами установлено, что форма осей дуг практически не зависит от силы тока, но на нее существенно влияет количество параллельно горящих дуг, расстояние между ними и род тока. Установлено, что при взаимодействии двух дуг с разными токами, плазменный столб с большим током ведет себя как относительно более инерционный объект. Его максимальное отклонение по горизонтали относительно небольшое по сравнению с отклонением дуги, через которую протекает меньший ток.

5. Разработаны алгоритмы расчета теплового потока, падающего на горизонтальную поверхность жидкой ванны от наклонной электрической дуги. На основе проведенного анализа металлургических агрегатов, содержащих несколько дуг, предлагается методика определения потока излучения от нескольких одновременно горящих электрических дуг заданной формы на горизонтальную поверхность. В результате проведенного экспериментального исследования моделей и алгоритмов обработки информации в системе установлено, что при отклонении электрической дуги от нормали к поверхности ванны падающий тепловой поток перестает быть осесимметричным; в распределении тепловых потоков по горизонтальной поверхности имеет место зеркальная симметрия относительно плоскости, проходящей через ось дуги, перпендикулярной поверхности ванны. Минимальное значение теплового потока наблюдается на площадке, расположенной на поверхности ванны под углом 0^0 к полярной оси, а максимальное – под углом 180^0. В направлениях 90^0 и 270^0 тепловой поток не

зависит от угла между нормалью к поверхности ванны и направлением излучения; с увеличением расстояния от точки привязки дуги на расплав тепловой поток резко убывает и при расстоянии более 5 длин дуги практически не зависит от азимутального направления. При горении трех электрических дуг минимальный тепловой поток наблюдается в направлениях между электродами, а наибольший - вблизи их осей.

6. Разработано программное обеспечение, позволяющее определять магнитные поля вблизи электрических дуг, горящих на горизонтальную поверхность, находить величину и направление среднеинтегральных сил, форму дуг и тепловой поток, падающий на горизонтальную поверхность в зависимости от количества дуг, расстояния между ними, их расположения и рода тока. Разработано специальное математическое, алгоритмическое и программное обеспечение позволяющее принимать решения об эффективной теплоотдаче излучения дуг к шихте в зависимости от наклона дуг, определяемое геометрией печи и токоподводов, а также протекающих токов.

7. Методика обработки информации для определения среднего теплового потока излучения от нескольких параллельно горящих на горизонтальную поверхность дуг постоянного или переменного токов с учетом их формы. Предложенные в рамках диссертационного исследования алгоритмы и программное обеспечение внедрены в систему автоматизированного регулирования и прогнозирования тепловой работы металлургических многоэлектродных агрегатов, для повышения достоверности оценки тепловосприятия шихты и износа керамической футеровки печи.

8. Результаты моделирования и созданное программное обеспечение можно использовать при проектировании новых и реконструкции имеющихся многоэлектродных дуговых промышленных агрегатов, а также для определения воздействия электромагнитных полей и теплового излучения электрических дуг на приборы и человека. Специальное программное обеспечение может быть встроено в систему автоматизированного регулирования и прогнозирования тепловой работы металлургических агрегатов, для повышения достоверности

оценки тепловосприятия шихты, износа футеровки печи при разных технологических режимах горения дуг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макаров А.Н. Теплообмен в дуговых сталеплавильных печах. Тверь: ТГТУ, 1998. − 184 с.
2. Тосио Адати, Романо Селлан. Сверхмощная 420-тонная электродуговая печь компании Tokyo Steel, Япония // Металлургическое производство и технология. – 2012. - №2. – С. 8-17.
3. Свенчанский А.Д., Жердев И.Д., Кручинин А.М. и др. Электрические промышленные печи: Дуговые печи и установки специального нагрева: Учебник для ВУЗов. — 2 изд., перераб. и доп . — М.: Энергоиздат, 1981.- 296 с.
4. Кузьменко А.Г., Фролов Ю.Ф., Поздняков М.А., Лебедев В.А., Саутин С.Д. Дуговые сталеплавильные печи: состояние, проблемы // Электрометаллургия. - №3. – 2011.- С. 2-7.
5. Еднерал Ф.П. Электрометаллургия стали и ферросплавов. М.:Металлургия, 1977. – 488с.
6. Рябов А.В., Чуманов И.В., Шишимиров М.В. Современные способы выплавки стали в дуговых печах: Учебное пособие. М: Теплотехник, 2007. - 192 с.
7. Макаров А.Н., Свенчанский А.Д. Оптимальные тепловые режимы дуговых сталеплавильных печей. М. Энергоатомиздат, 1992. − 96с.
8. Поволоцкий Д.Я., Рощин В.Е., Рысс М.А., Строганов А.И., Ярцев М.А. Электрометаллургия стали и ферросплавов. — Учебник для вузов. Изд. 2-е, переработ. и доп. — М.: Металлургия. - 1984. –568с.
9. Богданов, С.П. Расчет руднотермических печей: методические указания– СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2011.- 38 с.
10. Миронов Ю.М. Электрическая дуга в электротехнологических установках: монография. - Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та. – 2013. – 290 с.
11. Бортничук Н.И, Крутянский М.М. Плазменно-дуговые плавильные печи. – М.: Энергоиздат, 1981. – 120 с.

12. Mandal, A. K., Dishwar, R. K., & Sinha, O. P. (2018). Design, Fabrication, and Characterization of an Indigenously Fabricated Prototype Transferred Arc Plasma Furnace. IEEE Transactions on Plasma Science, 46(5), 1793–1799.
13. Kim, K., Jeong, J. J., Kim, T., & Kim, S. W. (2014). Estimation of electrode consumption using mast position in electric arc furnace. 2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014).
14. Арменский С.В., Холоднов В.А. Математическая модель дуги в руднотермической печи // Химия и химическая технология. – 2004. - №47(3). – С. 108-111.
15. Разживин А.В., Субботин О.В. Математическое моделирование электрических параметров восстановительного периода плавки в дуговой сталеплавильной печи. // Изв. тульского госуд. университета. Техн. науки.- 2013. - №10. – С. 313-321.
16. Урюков Б.А. Теория идеальной электрической дуги в коаксиальном плазмотроне с сильным осевым магнитным полем при наличии потока газа // Журнал прикладной математики и технической физики. - 1969. - №1.- С. 139-143.
17. Кесаев И.Г. Катодные процессы электрической дуги. М.: Наука, 1968. 244 с.
18. Вочке И. Электрическая плавильная печь: Пер. с нем. / Под ред. А.Н. Соколова. - Ленинград; М: Онти. Глав. ред. лит-ры по черной металлургии, 1936. - 540 с.
19. Галкин М.Ф., Кроль Ю.С. Кибернетические методы анализа электроплавки стали. М.: Металлургия, 1971. - 304 с.
20. Егоров А.В. Электроплавильные печи черной металлургии. Учебник для вузов. М.: Металлургия, 1985. 280с.
21. Рубцов В.П., Елизаров В.А. Анализ гармонического состава кривой фазного тока для оценки распределения мощности в тигле рудно-термической печи // Электрометаллургия. - №3.- 2011.- С. 11-19.

22. Минеев Р.В., Коробов А.И., Минеев А.Р. Динамическое симметрирование режимов работы дуговых электропечей // Электрометаллургия. – 2011.- №6. – С. 34-38.
23. Пентегов И.В. Математическая модель столба динамической электрической дуги // Автоматическая сварка. – 1976. - №6. – С. 8-12.
24. А.П. Степанов, Ю.В. Сотокина. Дискретная структура катодного пятна и токопроводящего канала электрической дуги // Вестник науки Сибири. – 2012. - №2 (3). – С. 128-134.
25. Коротеев А.С., Костылев А.М., Коба В.В. Ломовцев М.А., Кунцевалов В.А., Челознов Б.В. Генераторы низкотемпературной плазмы. – М.: Наука. - 1969. - 128 с.
26. Андерсон Дж. Э. Явления переноса в термической плазме. - М.: Энергия,1972. - 152 с.
27. Левченко И.А., Миронова А.Н., Ананьин Ю.П. Исследование плазмы высокоточной угольной дуги при различных видах питающего напряжения// Специальные вопросы электротермии. Чебоксары: Изд. ЧувГУ.1975. вып.3.
28. Ерохин А.А. Закономерности плазменно-дугового легирования и рафинирования металлов. - М.: Наука, 1984. – 186 с.
29. Леушин А.И. Дуга горения. М.: Металлургия, 1973. − 240 с.
30. Миронов Ю.М., Михадаров Д.Г. Влияние межэлектродного промежутка на отклонение столба дуги// Вестник ЧГУ. – 2009. - №2. - С. 139-142.
31. Миронов Ю.М. Характеристики электрической дуги переменного тока // Электрометаллургия. – 2011. - №8. – С. 38-43.
32. Д.Г. Михадаров, Ю.М. Миронов. Особенности электродинамических явлений в дуговой сталеплавильной печи постоянного тока с расщепленными электродами // Вестник Чувашского университета. - 2006, №2. – С. 243-250
33. Шоек П.А. Современные проблемы теплообмена. М.: Энергия, 1966, С. 110-139.
34. Егоров А.В., Моржин А.Ф. Дуговые сталеплавильные печи постоянного тока // М.: «Черметинформация», 1992, 23 с.

35. Нехамин С.М., Крутянский М.М., Елизаров К.А., Филиппов А.К. Электродуговые агрегаты постоянного тока // Электрометаллургия. – 2005. - №11. - С. 2–4.
36. Нехамин С.М., Мулин С.В., Легович Ю.С., Киссельман М.А., Кураев Е.Т. Автоматизация вакуумного дугового переплава с использованием персональных компьютеров // Сталь. – 2000. - № 10. - С.62 - 66.
37. Нехамин С.М., Лунин А.Г., Крутянский М.М., Филиппов А.К. Дуговые плавильные агрегаты постоянного тока / // Новые огнеупоры. – 2004. - №11. - С. 13.
38. Koller A. Zur Theorie des Warmestrompotetials in anges-tromten Lichtbogen.-Z// Nuturforsch, 1966, Bd 21 a. H. 5. P.505-510.
39. Weber H.E. Constricted arc column qrowth // Proc. Heat Transfered and Fluid Mechanics Institute. – 1964. - P. 245-250.
40. Крутянский М.М. Параметры столба электрической дуги в безграничном потоке газа // Труды IV Всесоюзной конференции по физике и генераторам низкотемпературной плазмы. Алма-Ата: КазПИ, 1970. - С.318-322.
41. Кручинин А. М. Физические основы теплообменной модели электрической дуги в электротехнологии // Электротехнологии в первом десятилетии XXI века. - М.: ИД МЭИ, 2013. - С. 55 – 77.
42. Stine H.A., Watson V.R. The theoretical enthalpy distribution of air in steady flow along the axis of a direct current arc // IEEE Trans. Nucl. Sci., 1964. - №1. P. 35.
43. Кручинин А.М. Теплообменная модель дуги дуговой печи постоянного тока. Часть I // Электрометаллургия. – 2012. – №3. – С. 38-44
44. Кручинин А.М. Теплообменная модель дуги дуговой печи постоянного тока. Часть II // Электрометаллургия. – 2012. - №4 .- С. 39-47
45. Кручинин А.М. Теплообменная модель дуги дуговой печи постоянного тока. Часть III //Электрометаллургия. – 2012. - №5. – С. 35-43
46. Кручинин А.М., Пешехонов В.И., Лазуткин Ю.В., Светогорова Е.А. Расчет постоянной времени дуги на цифровых ЭВМ // Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сб.

науч. Трудов.НИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 46 – 49.

47. Bowman B., Kruger K. Arc furnace physics. Dusseldorf. Stahleisen communications, 2009. - 245 p

48. Черненко А.Н. Обобщенная модель печной и сварочной дуги // Вектор науки ТГУ. - №3(17). – 2011. – С. 68-70.

49. Свенчанский А.Д, Цуканов В.В. Модель дуги при расчете динамических процессов в цепях ДСП // Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. М.: ВНИИЭТО. -1983.- С. 41-44.

50. Чуйко Н.М., Хитрик С.И. Зависимость между напряжением и длиной дуги переменного тока // ДОМЕЗ, 1939, №9.

51. Дрогин В.И., Гордиенко В.А., Курлыкин В.Н., Пирогов Н.А. Исследование электродинамических параметров мощной дуги сталеплавильной печи // Электротехника. – 1984. - № 2. - С. 13-15.

52. Воробьев В. П. Параметры электропечной дуги переменного тока // Исследование в области промышленного электронагрева. – (Труды /ВНИИЭТО). - М. – 1976; вып. 8. - С. 73 – 77.

53. Буткевич Г.В. Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. М.: Энергия. -1973.- 260 с.

54. Игнатов И.И., Хаисон А.В. Выбор оптимального режима работы ДСП на основе моделирования электрического и теплового процессов. // Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сб. науч. Трудов.НИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 29 – 34.

55. Хаисон А.В. Модель электромагнитного контура дуговой сталеплавильной печи. – Оптимизация конструкций и режимов работы электротермического оборудования. - М.: Энергоиздат, 1982, С. 93-98.

56. Казаков О.А., Фарнасов Г.А. Исследование на модели процессов тепло-массопереноса в мощной электрической дуге// Математическое моделирование и расчетдуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сб. науч. Трудов.НИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 34 – 41.

57. Кручинин А.М., Пешехонов В.И., Данилов В.Н., Рязанова Е.С., Светогорова Е.А. Расчет на ЭВМ динамики дуги переменного тока.// Математическое моделирование и расчетдуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сб. науч. Трудов НИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 44 – 46.
58. Крутянский М.М. Энергетические параметры дуги переменного тока. // Математическое моделирование и расчетдуговых и плазменных сталеплавильных печей. Сб. науч. Трудов.НИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - С. 56 – 66.
59. ЕвсееваН.В., Лазуко Л.А., ЧеркасоваЮ.Б, ХасановС.У. Исследование электродинамических сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой сталеплавильной печи // Вестник ЮУрГУ. -2011.- №34. – С. 69-74.
60. Макаров А.Н., Соколов А.Ю., Луговой Ю.А. Повышение КПД дуг путем устранения их электромагнитного выдувания в электросталеплавильных печах. Часть I. Влияние электромагнитного выдувания и высоты шлака на КПД дуг в ДСП // Электрометаллургия. - №4. – 2011. – С. 12-18.
61. Макаров А.Н.Расчет излучения дуги заглубленного плазмотрона в плазменно-дуговой печи // Известия вузов. Черная металлургия. – 1994.- № 6. - С. 14–16.
62. Макаров А.Н. Формирование плавильной зоны в плазменно-дуговых и дуговых сталеплавильных печах трехфазного и постоянного токов // Известия Высших учебных заведений. Черная Металлургия. – 1996. - №10. – С. 54-57.
63. Сисоян Г.А. Электрическая дуга в электрической печи. М.: Металлургия, 1971. - 304 с.
64. Лесков Г.И. Электрическая сварочная дуга. М.: Машиностроение, 1970. - 335 с.
65. Спелицин Р.Н. Исследование заглубления электрической дуги в условиях высокомощных дуговых сталеплавильных печей // Электротермия. – 1975.- № 121. – С. 160.
66. Cassie A.M. A new theory of arc rupture and circuit severity// CIORE/1939. – Vol.102. - P. 1-105.
67. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М.:

Иностранная литература, 1961. - 370с.

68. Макаров А.Н, Шимко М.Б., Зуйков Р.М. Теплообмен в одно - и четырехэлектродных дуговых печах постоянного и переменного тока // Электрометаллургия. – 2006. - №8. – С. 12-15.

69. Евстратов В.Г., Киселев А.Д., Зинуров И.Ю., Шакиров З.Х.,Маменко Ю.Ф., Шумаков А.М., Гиндуллин М.Т. Особенности тепловой работы электропечи ДСП-120 Consteel на Ашинском металлургическом заводе // Электрометаллургия. – 2012. - №8.- С. 2-7.

70. Макаров А.Н. Закономерности, сопровождающие горение электрической дуги и факела в металлургических печах Часть II // Электрометаллургия. – 2012.-№8. – С. 28-36.

71. Цаплин А.И. Теплофизика в металлургии: учеб. пособие - Пермь: Изд-во Перм. гос. тех. ун-та, 2008. - 230с.

72. Макаров А.Н. Законы теплообмена электрической дуги и факела в металлургических печах и энергетических установках - Тверь: ТвГТУ, 2012. - 164с.

73. Меркер Э.Э., Кочетов А.И., Харламов Д.А. Энергосбережение при выплавке стали в дуговых печах: учеб. пособие — Старый Оскол: ТНТ, 2009. — 296 с.

74. Никольский Л.Е., Смоляренко В.Д., Кузнецов Л.Н., Тепловая работа дуговых сталеплавильных печей. М.: Металлургия, 1981. − 320 с.

75. Кожухов А.А., Ткачев А.С., Мельников Е.Н. Экспериментальное изучение влияния полого (трубчатого) электрода на характер горения электрической дуги в дуговой сталеплавильной печи // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2015. - №3. - С. 66-69

76. Ткачев А.С., Кожухов А.А., Меркер Э.Э. Оценка коэффициента использования тепла электрических дуг при использовании различных типов электродов на современных дуговых сталеплавильных печах // Известия высших учебных заведений, Черная металлургия. – 2012. - №11. - С. 14-17

77. Ткачев А.С., Кожухов А.А., Меркер Э.Э. Исследования облученности стен дуговой сталеплавильной печи с применением электродов различной

конструкции. — Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2012. - №9. - С. 17-20

78. Макаров А.Н., Соколов А.Ю. Электрические, геометрические, тепловые параметры дуг, горящих в парах металлов// Электрометаллургия. – 2009. -№11. – С. 19-24.

79. Крутянский М.М., Малиновский В.С. Энергетические и газодинамическиепараметры стационарной электрическойдуги в плазменной печи // Исследования в области промышленногоэлектронагрева: Сб. тр. / ВНИИЭТО. - 1979. - С. 125-134.

80. Кручинин А.М. Расчет динамических систем с электрической дугой: Учебное пособие. М.:МЭИ. -1988. 68 с.

81. Ячиков И.М. О.И. Карандаева, Т.П. Ларина. Моделирование электровихревых течений в ванне электродуговой печи постоянного тока. - Магниогорск: ГОУ ВПО МГТУ. - 2008. - 234 с.

82. Molder, H., Jarvik, J., Vaimann, T., & Gordon, R. (2012). Multi-electrode arc furnace technology with improved metal processing capability using current driven mixing. 2012 11th International Conference on Environment and Electrical Engineering.

83. Васенко И.П., Лебсак Е.В.. Влияние электрического и магнитного полей на форму дуги и положение зоны ее горения в подогревателе коаксиального типа // Ученые записки ЦАГИ. – 2000. - №3-4. – С. 104-118.

84. Кувалдин А.Б. Компьютерное моделирование при изучении и расчете индукционных установок // Электрометаллургия. - №1. – 2011. – С. 37-45.

85. Елизаров В.А. Разработка тепловой модели рудно-термической печи и закрытой дугой//Электрометаллургия. – 2011.- №10. – С. 32-40.

86. Рогожина И.Д., Нохрина О.И. Конструкции и проектирование дуговых печей: учеб пособие. - Сиб. гос. индустр. ун-т. — Новокузнецк,: Изд. центр СибГИУ. – 2011. – 311 с.

87. Михеев М.А. Основы теплопередачи, издание второе заново переработанное. М.: Госэнергоиздат. - 1949.- 396 с.

88.В. Дембовский. Плазменная металлургия, Прага, СНТЛ. Пер. с чешского. М.: Металлургия, 1981. - 280 с.

89.Фомин А.В. Построение имитационной модели дуговой сталеплавильной печи // Изв. тульского госуд. университета. Техн. науки. - 2009. - № 3. - С. 315 – 321.

90.Самохвалов Г.В, Черныш Г.И. Электрические печи черной металлургии. М.:Металлургия, 1984. 232с.

91.Цишевский В.П. Дуговые электропечиспециальной металлургии. М.: Изд-во МЭИ, 1981. - 87 с.

92.Игнатов И.И. Математические модели теплообмена в ДСП//Математическое моделирование и расчет дуговых и плазменных сталеплавильных печей: Сб.тр./ВНИИЭТО. 1983. - С. 3-14.

93.Зиннуров И.Ю., Гудим Ю.А., Галян В.С. и др. Дуговые печи постоянного тока в современном электросталеплавильном производстве // Электрометаллургия. – 2005. - № 10. – С. 3-12.

94.Венявкина Е. А. Моделирование тепловой работы дуговой печи постояного тока // Математическое моделирование и расчеты ЭТО. Сб. науч.трудов. ВНИИЭТО. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - С. 15 – 20.

95.Окороков Н.В. Электроплавильные печи черной металлургии. М.: Металлургиздат, 1950. - 563 с.

96.Егоров А.В. Расчет мощности и параметров электроплавильных печей: Учеб пособие для вузов. М.: МИСИС, 2000. - 272 с.

97.Кручинин А.М. К вопросу проектирования электрического режима дуговой сталеплавильной печи на основе теплообменной модели дуги // Электрометаллургия. - №7. – 2010.– С. 2-8.

98.Mayr O. Beitrage zur Theorie des statischen und des dinamischen Lichtbogens // Arch/ fur Elektr, 1943. – Vol 12. – P. 588-608.

99.Макаров А.Н. Закономерности, сопровождающие горение электрической дуги и факела в металлургических печах Часть. 1 // Электрометаллургия. – 2012. - №7. – С. 22-31.

100. Кузнецов Л.Н, Спелицин Р.И. Современные представления о мощной электрической дуге в сталеплавильных печах// Электротех. промышленность. Сер. Электротермия. - 1982. - №2. - С. 8-10.

101. Спелицин Р.И. Исследование заглубления электрической дуги в жидкую ванну в условиях высокомощных дуговых сталеплавильных печей// Электротех. промышленность. Сер. Электротермия. – 1975. - №12. - С. 10-11.

102. Спелицин Р.Н. Исследование заглубления электрической дуги в условиях высокомощных дуговых сталеплавильных печей // Электротермия. – 1975.- № 121. – С. 160.

103. Смоляренко В.Д., Шадрич Н.И., Моржин А.Ф., Трейзон З.Л., Спелицин Р.И., Попов А.Н. Влияние мощности дуг на тепловую работу футеровки // Исследование в области промышленного электронагрева: Сб.тр. /ВНИИЭТО. - 1974. -С.94-98

104. Спелицин Р.И., Пирогов Н.А., Смоляренко В.Д. Влияние электрических режимов работы высокомощных ДСП на заглубление дуги в жидкую ванну // Производство электростали: Сб.тр./НИИМ. -1977.-С. 46-50

105. Brusa, E. G. M., & Morsut, S. (2015). Design and Structural Optimization of the Electric Arc Furnace Through a Mechatronic-Integrated Modeling Activity. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 20(3), 1099–1107.

106. Kiyoumarsi, A., Nazari, A., Ataei, M., Beheshti, H. K., & Karimi, H. (2009). Three dimensional analysis of an AC electric arc furnace. 2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics.

107. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982. − 620 с.

108. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Характер магнитного поля вблизи графитированных электродов ДСП //Современные проблемы электрометаллургии стали: материалы XIV Международной конференции/под редакцией В.Е. Рощина – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. - Ч. 2. – С. 148-154.

109. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Характер магнитного поля вблизи

графитированных электродов ДСП. Актуальные проблемы современной науки, техники и образования: материалы 69-ой научно-технической конференции. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2011.- Т.2. С. 13-15.

110. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Моделирование магнитного поля вблизи графитированных электродов ДСП // Приложение математики в экономических и технических исследованиях. Вып. 3:сб. научных трудов под ред. М.В. Бушмановой. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. Гос. техн. ун- та им. Г.И. Носова, 2011. - С. 41-46.

111. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Анализ поведения магнитного поля вблизи электродов дуговых печей посредством математического моделирования // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия .- 2011, №1. - С. 18-20.

112. Костылева Е.М. Математическое моделирование напряженности электромагнитного поля, создаваемого дуговыми сталеплавильными печами трехфазного переменного тока // Автоматизированные технологии и производства. 2016. № 3 (13). С. 56-59.

113. Общая электротехника. Под. ред. В.С. Пантюшина. М.: Высш. школа, 1970. -568 с.

114. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Поведение основных электромагнитных сил, действующих на дугу в трехфазной дуговой печи // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2015. - №7. - С. 479-485.

115. Вдовин К.Н., Ячиков И.М., Костылева Е.М. Анализ основных элекромагнитных сил, действующих на дугу в трехфазной дуговой печи // Теория и технология металлургического производства. - 2014. - № 2 (15). -С. 70-76.

116. Ячиков И.М., Костылева Е.М., Храмшин В.Р. Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи // Свидетельство о государственной регистрации программы №2016618499 от 01 августа 2016.

117. Ячиков И.М., Костылева Е.М Математическое моделирование локальных и среднеинтегральных сил, действующих на дугу в трехфазной дуговой печи // Информационные технологии и системы Труды Четвертой Международной научной конференции. Ответственные редакторы: Ю.С. Попков, А.В. Мельников, 2015. - С. 64-69.

118. Костылева Е.М. Математическое моделирование поведения электромагнитных сил, действующих на электрическую дугу // Евразийский союз ученых (ЕСУ). Ежемесячный научный журнал, 2016, №31 – Ч 1. – С. 56 – 58.

119. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Математическое моделирование формы дуг при их электромагнитном взаимодействии. Сообщение 1. Форма двух дуг постоянного тока, горящих между катодами и токоподводящей поверхностью // Известия высших учебных заведений, Черная металлургия.2014. - №1. - С. 59-64

120. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Алгоритм расчета формы двух дуг при их электромагнитном взаимодействии // Информационные технологии и системы: материалы Второй междунар. конф. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2013. – С. 74–77.

121. Ячиков И.М., Костылева Е.М., Хромых Ю.Ю. Разработка алгоритма нахождения положения электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии в многоэлектродных дуговых печах // Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве: сборник докладов II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (ТИМ’2013) с международным участием (Екатеринбург, 28-29 марта 2013 г.).— Екатеринбург: УрФУ, 2013. - С 281-284.

122. Ячиков И.М., Костылева Е.М., Леонов С.Ю. Моделирование формы двух параллельно горящих дуг при их электромагнитном взаимодействии // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах.-2012.-№2.-С. 83-87.

123. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Математическая модель и алгоритмы расчета положения трех электрических дуг, горящих между параллельными электродами и токоподводящей поверхностью // Информационные технологии и системы: материалы Третьей междунар. конф. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2014. – С. 52–55.

124. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Алгоритмы расчета положения трех дуг, горящих между параллельными электродами и токоподводящей поверхностью // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования: материалы 72 международной научно-технической конференции / под ред. В.М. Колокольцева. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014. – С. 172–176.

125. Ячиков И.М. Костылева Е.М. Математическое моделирование формы дуг при их электромагнитном взаимодействии. Сообщение 2 // Известия вузов. Черная металлургия. – 2014. - №5. – С. 56-61.

126. Сарапулов Ф.Н. Расчет параметров цепей электротехнологических установок: учеб. пособие. - Екатеринбург: УГТУ, 1999. - 83 с.

127. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Элементы современной теории функционально – дифференциальных уравнений. Методы и приложения. - М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 304 с

128. Дмитриев С.С., Кузнецов Е.Б. Численное решение систем интегродифференциально-алгебраических уравнений с запаздывающим аргументом // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – № 3. – С. 430–444.

129. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Высш.шк., 2001. – 383 с.

130. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Положение электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии в многоэлектродных дуговых печах // Информационные технологии и системы: материалы Первой междунар. конф. Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2012. - С. 36-38.

131. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Приближенный алгоритм нахождения положения электрических дуг при их электромагнитном взаимодействии в многоэлектродных дуговых печах // Теория и практика тепловых процессов в металлургии: сборник докладов международной научно-практической конференции. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. – С. 423–426.

132. Казанов Ю.К.. Анализ динамических воздействий на электроды дуговых сталеплавильных печей // Сталь. – 2000. - №11. – С. 54-56.

133. Пиптюк В.П., Крикент И.В., Самохвалов С.Е., Греков С.В., Кабаков Д.Ю. Оценка величины и влияния электромагнитных сил в ванне установки ковш–печь переменного тока // Известия высших учебных заведений.Черная металлургия. – 2014. - №9. - С. 40-44.

134. Бикеев Р.А., Чередниченко В.С., Кузьмин М.Г. Электромагнитные и тепловые процессы в рабочем пространстве сверхмощных дуговых сталеплавильных печей. Часть 1 // Электрометаллургия. – 2013. - № 8. - С. 24 - 30.

135. Бикеев Р. А., Чередниченко В. С., Кузьмин М. Г. Электромагнитные и тепловые процессы в рабочем пространстве сверхмощных дуговых сталеплавильных печей. Часть 2 // Электрометаллургия, 2013, № 9. - С. 34 -40

136. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Взаимодействие дуг // Свидетельство о государственной регистрации программы №2013619388 от 03 октября 2013.

137. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Моделирование формы дуг постоянного тока при их электромагнитном взаимодействии // межрегион. сб. науч. тр. /под ред. В.М. Колокольцева. Вып.11. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та. С. 195-201.

138. Ячиков И.М., Портнова И.В. Взаимодействие колеблющейся дуги с поверхностью расплава// Наука и технологии. Том 1. Труды XXIV Российской школы по проблемам науки и технологий, посвященной 80-летию со дня рождения академика В.П. Макеева. М.: 2004. –С. 224–230

139. Ячиков И.М., Бердников А.В. Особенности поведения теплового потока излучения электрической дуги при отклонении ее оси от нормали к поверхности расплава // Современные проблемы электрометаллургии стали.

Материалы XIV Международной конференции. Часть 2. Челябинск: Изд. Центр ЮУрГУ. – 2010.- С. 154-158.

140. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Тепловой поток излучения электрической дуги при отклонении ее оси от нормали к поверхности расплава. Научные труды международной заочной конференции, посвященной 15-летию со дня создания Регионального отделения Академии Инженерных Наук им. А.М. Прохорова, «Инженерная поддержка инновации и модернизации» 1-10 декабря 2010 г. Выпуск 1. Екатеринбург: ИВТОБ, 2010. - С 94-97

141. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М., Модель распределения теплового потока от излучения электрической дуги, расположенной под углом к плоской тепловоспринимающей поверхности // Известия вузов. Черная металлургия. -2011.- №7.-С. 25-29.

142. Ячиков И.М. Зарецкая Е.М. Модель распределения теплового потока от излучения электрической дуги, расположенной под углом к плоской тепловоспринимающей поверхности // Инновационные материалы и технологии в машиностроительном производстве: материалы Всероссийской научно-практической конференции (11-12 марта 2011г.); отв. ред. А.А. Веселовский. –Орск: Издательство ОГТИ, 2011. - С. 206-209.

143. Ячиков И.М., Зарецкая Е.М. Модель теплового потока, падающего на поверхность металла от дуг в ДСП // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах : междунар. сб. науч. трудов. — Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2011. - Ч. I. С. 161-167.

144. Костылева Е.М. Математическое моделирование поведения теплового потока, падающего на расплав, в трехфазной дуговой печи // Символ науки. 2016. № 11-3 (23). С. 98-101.

145. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Комплекс программ для определения параметров электрических дуг трехфазного переменного тока, горящих на горизонтальную поверхность. Программные продукты и системы, 2017, №3, С 537-545

146. NikolaevA.A. (IEEE Member), TulupovP.G., Zarutskaya Zh.N. Features of Electric Mode Control in Shaft Electric Arc Furnaces and Electric Arc Furnaces Equipped with the Consteel System. Automated Electrical Drive and Mechatronics Dept.

147. O.V. Loginovsky O.B,., E.M. Kostyleva. , I.M. Yachikov Optimization of the lining wear coefficient on the basis of control of three phase-current electric arcs characteristics // Bulletin of the South Ural state University. Series: Computer technologies, automatic control, radio electronics. -2020. Vol/20. – no/ 3 - p 129-134

148. Ячиков И.М., Костылева Е.М. Характеристики электрических дуг трехфазного тока, горящих на горизонтальную поверхность при их электромагнитном взаимодействии // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. -2020. Т20. - №2 - С 125-137

149. Ячиков И.М., Костылева Е.М., Портнова И.В. Динамика электромагнитных сил, отклоняющих дуги от вертикали в трехфазной дуговой печи// Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2020. – Т 63.-№1. - С. 27-33

150. Electromagnetic Force Dynamics Deflecting Arcs from Verticals in a Three-Phase Electric Arc Furnace Yachikov, I.M., Kostyleva, E.M., Portnova, I.V. 2020Steel in Translation 50(1), c. 6-10

151. Yachikov I.M., Kostyleva E.M. Electromagnetic forces on the arc in a three-phase arc furnace. SteelinTranslation. 2015. Т. 45. № 7. p. 467-472. DOI: 10.3103/S0967091215070141.

152. Yachikov I.M., Zaretskaya E.M. Radiant heat flux from an electric arc inclined to the plane of the receiving surface.Steel in Translation. 2011. Т. 41. № 7.p. 550-554. DOI: 10.3103/S0967091211070151.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2013619388

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2013619388

Взаимодействие дуг

Правообладатель: ***Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова» (RU)***

Авторы: ***Ячиков Игорь Михайлович (RU),***
Костылева Елизавета Марковна (RU)

Заявка № **2013617049**
Дата поступления **05 августа 2013 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ ***03 октября 2013 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов

235/ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016618499

Расчет электромагнитных сил, действующих на дуги в трехфазной дуговой печи

Правообладатель: ***Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова» (RU)***

Авторы: ***Ячиков Игорь Михайлович (RU), Костылева Елизавета Марковна (RU), Храмшин Вадим Рифхатович (RU)***

Заявка № **2016616103**

Дата поступления **14 июня 2016 г.**

Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ ***01 августа 2016 г.***

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

УТВЕРЖДАЮ
генеральный директор
ООО РМЗ НИХАРД-СЕРВИС
Порсев М.А.
« 04 сентября » 2020 г

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук *Костылевой Елизаветы Марковны* на тему «Модели и алгоритмы для определения характеристик электрических дуг в многоэлектродных дуговых печах»

Комиссия в составе

1 Стрелиной И.М.

2 Шестовой И.И.

3 Абрамовой А.А.

рассмотрев результаты диссертационного исследования Е.М. Костылевой на тему «Модели и алгоритмы для определения характеристик электрических дуг в многоэлектродных дуговых печах» (специальность 05.13.01 - Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность) и их внедрение в практику ООО РМЗ НИХАРД-СЕРВИС), комиссия отмечает:

1. Практическую значимость созданного программного обеспечения для его использования при определении ряда важных характеристик промышленных агрегатов с несколькими электрическими дугами, работающих на постоянном или трехфазном переменном токе: среднеинтегрального вектора электромагнитных сил, действующих на дугу, формы осей столбов горящих электрических дуг и распределения теплового потока излучения, падающего на горизонтальную поверхность с учетом геометрии дуг.

2. На основе компьютерного моделирования проведено исследование поведения локальных и среднеинтегральных электромагнитных сил, действующих на дугу, формы осей столбов электрических дуг, их теплового излучения на горизонтальную поверхность привязки дуг применительно к геометрии и технологии плавки в печи ДСП-12 Получены новые результаты по определению средних углов отклонения дуг от вертикали, тепловые потоки и скорости плавления шихты при разных технологических режимах работы печи.
3. Предложена новая методика для определения коэффициента износа футеровки (КИФ) с учетом среднего угла наклона дуг, для более точного расчета износа керамической футеровки печи, расположенной вблизи электрических дуг.

Комиссия считает, что предложенные Костылевой Е.М. в рамках диссертационного исследования алгоритмы и программное обеспечение может быть встроено в систему автоматизированного регулирования и прогнозирования тепловой работы металлургических многоэлектродных агрегатов, для повышения достоверности оценки тепловосприятия шихты и износа керамической футеровки печи.

Согласовано:

Начальник производства /Стрелина И.М./

Инженер-технолог /Шестова И.И. /

Инженер-конструктор / Абрамова А.А./