Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

Ибряева Ольга Леонидовна

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ В АСУ ТП

Специальность 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка
информации, статистика

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук,
профессор А.Л. Шестаков

Челябинск - 2025

Оглавление

Введение

Актуальность темы исследования. Настоящая диссертационная работа посвящена задаче экспоненциального анализа, уже более 200 лет являющейся темой активных исследований [1]. Данная задача заключается в определении параметров суммы комплексных экспонент по ее отсчетам и охватывает огромный спектр приложений [2] от кинетики затухания флуоресценции [3] до моделирования сигналов напряжения с катушек кориолисового расходомера [4], поскольку в таком виде представляется и сумма действительных экспонент и сумма экспоненциально затухающих и незатухающих синусоид.

В отчете рабочей группы IEEE [5] о выявлении электромеханических режимов в энергосистемах метод Прони [6], точнее его усовершенствованные модификации [7], и метод матричных пучков (ММП) [8] отнесены в число основных методов в решении задачи экспоненциального анализа. Большой вклад в развитие и использование методов экспоненциального анализа внесли как отечественные ученые: Л.С. Казаринов [9; 10], Е.Д. Агафонов [11; 12], Ю.В. Кузнецов [13; 14], А.Б. Баев [15; 16], М.В. Балашков [17; 18], В.М. Богачев [19; 20], М.Д. Владимиров [21; 22], М.М. Немирович-Данченко [23; 24], Б.Г. Кухаренко [25], М.В. Вильде [26], так и зарубежные: Г. Прони [6], Е. Эремиан [27], Т.К. Саркар [8], Р. Шмидт [28], С.Л. Марпл [29] и др. До сих пор продолжают появляться новые методы [30], [31], [32] и совершенствоваться уже существующие [33], [34], [35].

Актуальными проблемами методов решения задачи экспоненциального анализа являются [1]: вопрос определения числа экспонент; выбор частоты дискретизации сигнала, приводящей к наименьшему усилению шума во входных данных; уменьшение вычислительных затрат и определение параметров потока случайно возникающих затухающих синусоид, когда полезный сигнал существует не всегда и время его начала не известно.

Решения вышеперечисленных проблем требуют реальные задачи промышленности. Все анализируемые сигналы неизбежно содержат шум, который усиливается при применении методов экспоненциального анализа. Коэффициентом усиления шума является число обусловленности матрицы, с которой приходится иметь дело при применении того или иного метода. Элементы этой матрицы, а значит и ее число обусловленности, зависят от частоты дискретизации сигнала [36]. Таким образом, необходимо исследовать вопрос выбора наилучшего значения частоты дискретизации сигнала, приводящего к наименьшему возможному числу обусловленности соответствующей матрицы.

При диагностике неисправности сломанных стрежней ротора асинхронного двигателя [37] нужно следить за параметрами сигнала тока в режиме скользящего окна и потому необходим метод экспоненциального анализа, требующий для данного режима меньших вычислительных затрат, чем существующие классические варианты. При обработке сигналов напряжения с катушек кориолисового расходомера приходиться анализировать два сигнала с одинаковыми частотами и разными амплитудами и фазами [4], поэтому необходим многоканальный метод экспоненциального анализа, учитывающий специфику данной задачи. Поскольку необходимо отслеживать значения параметров этих синусоид, то требуется и рекуррентная модификация такого многоканального метода, снижающая вычислительные затраты при работе в режиме скользящего окна.

Диагностика состояния фрезеровального станка требует анализа его сигналов вибрации [38], показывающего какие именно частоты присутствуют в сигнале в каждый момент времени. Классические методы предполагают известным время начала сигнала и не могут отличить его от шума, подстраивая сумму экспонент и под шумовой сигнал. По этой причине при обработке сигнала, представляющего собой последовательность случайно возникающих затухающих синусоид, будут найдены как истинные полюсы сигнала, так и полюсы, соответствующие шуму. Таким образом, требуется модификация методов экспоненциального анализа, пригодная для работы с такого рода сигналами.

В ряде реальных промышленных приложений [39], [40], [41], задача экспоненциального анализа не предполагает оценки параметров конкретных экспонент ввиду бесконечного числа составляющих, сложности спектра, сложностей со сбором данных и т.д. Как правило, в таких задачах нам нужно отслеживать состояние механизма, определять зарождение неисправности и ее тип. Для того, чтобы отследить изменения в спектральном составе сигнала при зарождении неисправности, чаще всего применяется подход на основе предварительного выделения информативных признаков из сигнала и/или его спектра и дальнейшего использования модели машинного обучения для определения класса дефекта [40], [41], [42]. В связи с этим актуальной для таких промышленных задач является разработка алгоритмов выделения информативных признаков, характеризующих состояние объекта. Большой вклад в решение данной задачи и разработку методов диагностики промышленного оборудования внесли такие российские ученые, как П.Г. Королев [43], А.С. Комшин [44], С.Н. Редников [45].

В различных отраслях современной промышленности сбор большого объема данных в реальном времени с промышленного оборудования и датчиков осуществляют автоматизированные системы управления технологическими процессами. Собранные данные можно использовать для определения неисправности оборудования [46], [47], характеризующейся изменением параметров экспоненциальной модели, например, сигналов вибрации. Однако существует проблема со сбором таких данных в агрессивных промышленных условиях и необходимость адаптации диагностической модели на основе показаний датчиков системы АСУ ТП под конкретные условия.

Таким образом, налицо противоречие между запросами промышленности и уровнем разработанности методов решения задачи экспоненциального анализа. Необходимы модификации существующих методов, решающие актуальные проблемы экспоненциального анализа и пригодные для реальных приложений.

Связь работы с крупными научными программами (проектами), темами. Диссертация выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания Минобрнауки России № FENU-2023-0010 «Фундаментальные основы обработки данных для автоматического контроля достоверности показаний средств измерений цифровой индустрии».

Результаты диссертации были получены в рамках государственной поддержки университетов «Приоритет-2030», а также при выполнении научно-исследовательской работы по проекту «Разработка комбинированных методов обработки смешанных данных для интеллектуальных систем мониторинга сложных промышленных систем» (РФФИ г. Челябинск, № 20-48-740031, 2020 г.).

Цель работы – модификация методов экспоненциального анализа для промышленных приложений и их использование для решения технических задач.

Задачи исследования:

1) Разработать модификацию метода Паде-Лапласа за счет устранения ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации Паде, а также явной формулы для вычисления коэффициентов Тейлора, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера.

2) Разработать алгоритм определения частоты дискретизации сигнала, дающей минимальное значение оценки числа обусловленности матрицы в методе Прони и наименьшее усиление шума в задачах технической диагностики состояния компонентов АСУ ТП.

3) Разработать модификацию метода Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем.

4) Разработать рекуррентный метод матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна, и на его основе разработать алгоритм обработки информации для диагностики неисправности стержней ротора асинхронного двигателя, а также алгоритм обработки информации, уменьшающий время обработки сигналов кориолисового расходомера.

5) Разработать многоканальный метод матричных пучков для оценки параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработать алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, а также алгоритм обработки информации для диагностики межвитковых замыканий асинхронного двигателя.

6) Разработать рекуррентный многоканальный метод матричных пучков для оценки в режиме скользящего окна параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработать алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера.

7) Разработать модификацию метода матричных пучков за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка.

8) Разработать алгоритмы выделения информативных признаков из бесконечной суммы комплексных экспонент с целью дальнейшей классификации

дефектов с помощью методов машинного обучения, и на их основе разработать алгоритмы обработки информации для диагностики неисправностей подшипников качения.

9) Разработать диагностическую модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент и алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката.

Объект исследования: методы экспоненциального анализа и промышленные приложения к оценке состояния технических систем.

Предметом исследования являются методы и алгоритмы обработки информации для решения задач экспоненциального анализа.

Методы исследования включают в себя методы линейной алгебры, вычислительной математики, математического моделирования, обработки сигналов, искусственного интеллекта.

Научная новизна:

1) Разработан новый алгоритм вычисления аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, не дающий ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации, новый метод вычисления коэффициентов Тейлора, основанный на замене сигнала его сглаживающим сплайном, получена модификация метода Паде-Лапласа, и на ее основе разработан новый алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера.

2) Впервые получена оценка числа обусловленности матрицы в методе Прони, разработан новый алгоритм определения частоты дискретизации сигнала, дающей минимальное значение этой оценки и наименьшее усиление шума в задачах технической диагностики состояния компонентов АСУ ТП.

3) Разработана модификация метода Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработан

новый алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем.

4) Разработан рекуррентный метод матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна, и на его основе разработан новый алгоритм обработки информации для диагностики неисправности стержней ротора асинхронного двигателя, а также новый алгоритм обработки информации, уменьшающий время обработки сигналов кориолисового расходомера.

5) Разработан многоканальный метод матричных пучков для оценки параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработан новый алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, а также новый алгоритм обработки информации для диагностики межвитковых замыканий асинхронного двигателя.

6) Разработан рекуррентный многоканальный метод матричных пучков для оценки в режиме скользящего окна параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработан новый алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера.

7) Разработана модификация метода матричных пучков за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработан новый алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка.

8) Разработаны алгоритмы выделения информативных признаков из бесконечной суммы комплексных экспонент с целью дальнейшей классификации дефектов с помощью методов машинного обучения, и на их основе разработаны новые алгоритмы обработки информации для диагностики неисправностей подшипников качения.

9) Разработана диагностическая модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент и новый алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, учитывающий накопление износа плит.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) Модифицированный метод Паде-Лапласа за счет нового алгоритма вычисления аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, не

дающим ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации и нового метода вычисления коэффициентов Тейлора за счет замены сигнала его сглаживающим сплайном, а также алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, дающий улучшение оценки частоты и фазы синусоиды, по сравнению с классическим методом Паде-Лапласа.

2) Алгоритм определения частоты дискретизации сигнала, основанный на оценках чисел обусловленности матриц систем, возникающих при экспоненциальном анализе методом Прони, и направленный на уменьшение усиления шума при обработке сигнала в задачах технической диагностики состояния компонентов АСУ ТП.

3) Модифицированный метод Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем.

4) Рекуррентный метод матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна, уменьшающий размерность матрицы на этапе вычисления сингулярного разложения, алгоритм обработки информации для диагностики неисправности стержней ротора асинхронного двигателя, и алгоритм обработки информации, уменьшающий время обработки сигналов кориолисового расходомера по сравнению с классическим методом матричных пучков.

5) Многоканальный метод матричных пучков, обрабатывающий несколько сигналов с одинаковыми полюсами, за счет построения расширенной матрицы, составленной из отсчетов сразу всех сигналов и алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, а также алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре, дающий существенно меньшую дисперсию оценок фаз сигналов и работающий значительно быстрее, чем классический метод матричных пучков.

6) Рекуррентный многоканальный метод матричных пучков, оценивающий в режиме скользящего окна параметры нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, работающий быстрее и точнее, чем классический ММП, и алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера.

7) Модифицированный метод матричных пучков на основе совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка.

8) Алгоритм выделения информативных признаков на основе мощности спектра в районе резонансных частот и спектра Гильберта и алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid CNN-MLP, дающей высокую точность в задаче классификации состояний подшипников. Алгоритм выделения информативных признаков на основе метода линейного предсказания и алгоритм обработки информации на основе полносвязной нейронной сети LPC-NN, превосходящий Hybrid CNN-MLP в условиях ограниченного набора данных в задаче диагностики неисправностей подшипников качения.

9) Диагностическая модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент и алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, учитывающий накопление износа плит, дающий высокую точность выявления случаев дефекта плит.

Соответствие паспорту специальности. Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» в следующих областях исследования (пунктах паспорта специальности):

1. Теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

2. Формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

3. Разработка критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта.

Достоверность результатов работы подтверждается корректностью применения методов, математическим моделированием, экспериментальной проверкой предложенных методов и алгоритмов на модельных и реальных данных, апробацией основных результатов диссертации на конференциях, а также их практическим внедрением.

Теоретическая значимость работы заключается в:

1) разработанном методе вычисления аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, не дающим дуплетов Фруассара и ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации Паде в методе Паде-Лапласа;

2) разработанном модифицированном методе Паде-Лапласа и основанном на нем алгоритме обработки информации, повышающим точность измерений кориолисового расходомера;

3) полученных оценках для чисел обусловленности матриц систем линейных уравнений в методе Прони;

4) разработанных модификациях метода Прони и матричных пучков для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид и основанных на них алгоритмах обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем и частот сигнала вибрации с фрезерного станка;

5) разработанных модификациях метода матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна, нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, в том числе в режиме скользящего окна и основанных на них алгоритмах обработки информации для диагностики неисправностей стержней ротора асинхронного двигателя; для определения межвитковых замыканий в статоре; повышающих точность измерений кориолисового расходомера, в том числе с двумя модами возбуждений; и уменьшающих время обработки сигналов кориолисового расходомера;

6) разработанных алгоритмах выделения информативных признаков из бесконечной суммы комплексных экспонент на основе мощности спектра в районе резонансных частот, спектра Гильберта, метода линейного предсказания и алгоритмов обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid LPC-NN и полносвязной нейронной сети LPC-NN для диагностики состояний подшипника;

7) разработанной диагностической модели на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент и алгоритма обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, учитывающий накопление износа плит за счет кумулятивной суммы ошибок автоэнкодера.

Практическая значимость работы заключается в

1) способах вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров (патенты [48; 49]), повышающие скорость и точность их измерений;

2) способе контроля электрических машин по сигнатурному анализу токового сигнала (патент [50]) для обнаружения дефекта сломанных стержней ротора асинхронного двигателя;

3) программном комплексе, реализующем рекуррентный метод матричных пучков (свидетельство о регистрации программы [51]), лежащем в основе алгоритмов обработки информации для диагностики состояния двигателя и повышения скорости обработки сигналов с кориолисовых расходомеров;

4) программе преобразования сигнала для обучения диагностической модели (свидетельство о регистрации программы [52]), использующейся для выделения информативных признаков на основе мощности спектра в районе резонансных частот и изображений спектров Гильберта;

5) программе обучения модели для диагностики промышленного оборудования (свидетельство о регистрации программы [53]), реализующей алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети со смешанным входом;

6) программе для обучения моделей градиентного бустинга, корректирующих ошибки измерения расхода и плотности кориолисового расходомера (свидетельство о регистрации программы [54]).

Апробация работы. Научные положения и разработки автора, а также основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на следующих научно-технических и практических конференциях:

13-ой Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (DSPA-2011) (Москва, Россия, 2011),

35th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (Прага, Чехия, 2012),

14th IMEKO TC10 Workshop on Technical Diagnostics 2016: New Perspectives in Measurements, Tools and Techniques for Systems Reliability, Maintainability and Safety (Милан, Италия, 2016),

69-й научной конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и сотрудников Южно-Уральского государственного университета (Челябинск, Россия, 2017),

International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM (Санкт-Петербург, Россия, 2017),

2nd International Ural Conference on Measurements, UralCon, (Челябинск, Россия, 2017),

IEEE Industrial Cyber-Physical Systems, ICPS (Санкт-Петербург, Россия, 2018),

73-й научной конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и сотрудников Южно-Уральского государственного университета (Челябинск, Россия, 2021),

XXIII мировом конгрессе IMEKO – Измерение: запуск завтрашней умной революции (XXIII IMEKO World Congress «Measurement: sparking tomorrow's smart revolution» (Иокогама, Япония, 2021),

Всероссийской конференции молодых ученых «Математическое и информационное моделирование — 2022» (Тюмень, Россия, 2022),

Международной конференция IMEKO TC10 – Измерения для диагностики, оптимизации и контроля для поддержки устойчивости и отказоустойчивости (IMEKO TC10 Conference «Measurement for Diagnostics, Optimization and Control to Support Sustainability and Resilience» (Делфт, Нидерланды, 2023),

Всероссийской научной конференции с международным участием «Цифровая индустрия: состояние и перспективы развития 2023» (Челябинск, Россия, 2023), 33rd International Scientific Symposium Metrology and Metrology Assurance (Созополь, Болгария, 2023),

III Международной научно-практической конференции молодых ученых и специалистов «ЗА НАМИ БУДУЩЕЕ» (Санкт-Петербург, Россия, 2024).

Публикация результатов работы. По материалам диссертационной работы опубликовано 44 работы, в том числе 6 публикаций К2 [1; 55—59] в изданиях, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Российской Федерации, соответствующих специальности 2.3.1, 12 статей в базах Scopus (Q1, Q2, Q3), WoS, RSCI и zbMATH [34; 42; 60—69].

Получено 3 патента на изобретения [48—50], копии патентов представлены в приложениях В, Г, Д и 4 свидетельства на программы для ЭВМ [51—54], копии представлены в приложениях Е, Ж, И, К.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, девяти глав, заключения и списка литературы из 295 источников. Работа изложена на 287 страницах, включая 122 рисунка, 17 таблиц и 12 приложений.

Реализация результатов исследования. Полученные результаты диссертационной работы и патент на изобретение № 2707576 принят для внедрения в ООО Элметро Групп для вычисления разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров. Эффект от внедрения заключается в повышении точности определения разности фаз сигналов с катушек кориолисового расходомера при сохранении исходных характеристик измерительной системы, что позволяет повысить точность измерения расхода в условиях двухфазной среды.

Результаты диссертационной работы, в частности алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, внедрены в производственный процесс стана 2000 холодной прокатки ЛПЦ-11 ПАО ММК в виде специализированного программного модуля, интегрированного в существующую систему интеллектуального анализа и контроля состояния оборудования. Техническая реализация решения предусматривает сбор и обработку данных от датчиков диагностики технологического оборудования с последующим анализом параметров технологического процесса. Результаты работы алгоритмов визуализируются в интерфейсе операторской станции в виде графиков и трендов, отображающих динамику накопления повреждений оборудования. Применение разработанных методов и алгоритмов позволило достичь значимых производственных показателей. Внедрение решения способствует сокращению внеплановых простоев технологического оборудования (без учета периодов планового сервисного обслуживания) и повышению общей надежности работы прокатного стана.

Модификации методов экспоненциального анализа для оценки параметров сигналов в режиме скользящего окна, нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, представляют практический интерес для реализации в программно-аппаратном комплексе диагностики асинхронных электродвигателей, разрабатываемом НТЦ «Приводная техника». Использование данных результатов диссертационной работы позволит определять состояние обмотки статора и ротора асинхронного электродвигателя на основе сигналов тока и напряжения, что повысит надежность работы электромеханического оборудования и снизит расходы, связанные с внеплановыми ремонтами оборудования.

Автор выражает свою глубокую признательность за консультации и поддержку при написании работы своему научному консультанту, доктору технических наук, профессору, заслуженному работнику высшей школы РФ Шестакову Александру Леонидовичу.

Глава 1. Анализ предметной области исследования и постановка задачи

В этой главе описана классическая задача аппроксимации функции суммой экспонент. Представлены ее различные постановки, находящие свои многочисленные приложения. Указаны ограничения и проблемы задачи экспоненциального анализа, которые решаются в настоящей работе. Приведен анализ существующих методов решения данной задачи. Сформулирована цель и задачи диссертационной работы.

1.1 Задача экспоненциального анализа и существующие проблемы

Экспоненциальный анализ или аппроксимация суммой экспонент является темой активных исследований уже более 200 лет. Традиционно зарождение этой задачи связывают с бароном Гаспаром Рише де Прони, который в 1795 году пришел к выводу, что законы, определяющие расширение различных газов, могут быть представлены с помощью сумм затухающих экспонент [6]. Предложенный им метод подгонки экспоненциальной модели к измеренным эквидистантным значениям был позднее обобщен и на модели, состоящие из суммы синусоид [7; 70].

Как будет показано далее в этой главе, задача экспоненциального анализа, несмотря на свой «солидный» возраст, продолжает оставаться актуальной и находит множество приложений и по сей день [1; 2].

Задача экспоненциального анализа заключается в нахождении числа экспонент N и комплексных параметров A_j, λ_j модели:

$$f(t) = \sum_{j=1}^{N} A_j \, e^{\lambda_j t}, \tag{1.1}$$

по ее заданным дискретным отсчетам $f_k = f(t_k)$, $k = 1, \ldots, M$. Для подгонки экспоненциальной модели (1.1) с $2N$ параметрами A_j, λ_j используется $M \geqslant 2N$ значений f_k.

Модель (1.1) описывает сумму как действительных экспонент, так и затухающих синусоид:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{l} a_k e^{-\sigma_k t} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k), \tag{1.2}$$

поскольку одна синусоида соответствует двум комплексно-сопряженным экспонентам. Сумма вида (1.2) используется, например, в [71] для моделирования аудиосигналов, в [37] для моделирования отфильтрованного сигнала тока с двигателя. Сумма двух незатухающих синусоид в [4] моделирует сигналы напряжения с катушек кориолисового расходомера. Сумма действительных экспонент в работе [68] описывает процесс выделения газа из нелегированного аланата натрия при его деформации. Широкий класс функций, описываемых моделью (1.1) обуславливает ее многочисленные приложения в биомедицине [72], [73], инженерии [74], пищевой науке [75], нефтехимической промышленности [76] и во многих других областях [2; 77]. Причина такого широкого распространения модели (1.1) заключается в том, что она является решением большинства дифференциальных уравнений, моделирующих объекты и явления в прикладных исследованиях.

Естественным обобщением (1.1) для предельного случая бесконечного числа экспонент является модель:

$$f(t) = \int_0^\infty A(\lambda) e^{\lambda t} d\lambda \tag{1.3}$$

где $A(\lambda)$ – непрерывная функция («спектр»), которую нужно найти по известным значениям f_k. Модель (1.3) используется в спектроскопии [2; 78] и часто оказывается предпочтительнее модели (1.1). Например, в задаче моделирования кинетики затухания собственной флуоресценции сывороточного альбумина [3], модель (1.3), в отличии от (1.1), позволила проанализировать процессы изменения структуры и динамики макромолекулы при денатурации или нагревании.

Известно, что появление неисправности в двигателях, подшипниках и других вращающихся механизмах изменяет спектральную плотность снимаемых с них сигналов. На этом основано множество методов диагностики состояния промышленного оборудования. Так, например, в работах [42; 57; 67] предложены методы диагностики состояния подшипников качения на основе признаков выделенных из спектральной плотности сигналов вибрации. В работе [37] предложен метод диагностики асинхронного двигателя на основе рекуррентного метода матричных пучков, который отслеживает амплитуду дефектной гармоники в спектре сигнала тока. Дополнительной трудностью в [37] является близость дефектной гармоники к основной частоте питания в спектре сигнала тока. Аналогично, близкие значения экспоненциальных постоянных λ_j в модели (1.1) являются серьезной проблемой для их различения, и уже сам Прони отметил это как одно из фундаментальных ограничений задачи экспоненциального анализа. Как было показано позднее [2], существует предел максимальной разрешающей способности в задаче экспоненциального анализа. Это ограничение заложено в самой проблеме и усугубляется шумом.

В ряде приложений, например, при анализе сигналов вибрации с фрезерного станка (глава 7 данной диссертации), приходится иметь дело с последовательностью затухающих синусоид, возникающих в случайные моменты времени $\tau_s,\ s = 1,\ldots,M$:

$$S(t) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{s=1}^{M} A_k(\tau_s)e^{i\varphi_k(\tau_s)} \cdot \theta(t-\tau_s)\, e^{(\alpha_k + i\,2\pi f_k)(t-\tau_s)}, \tag{1.4}$$

где $\theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$ Частоты f_k и коэффициенты затухания α_k у синусоид одинаковы, а амплитуды $A_k(\tau_s)$ и фазы $\varphi_k(\tau_s)$ меняются.

Обработка сигнала вида (1.4) усложняется тем, что, помимо оценки частот и коэффициентов затухания, требуется фактически решить и задачу обнаружения полезного сигнала, так как он присутствует не всегда. Как будет показано в данной диссертационной работе, классические методы экспоненциального анализа не пригодны для такого вида сигналов, таким образом, возникает **проблема определения параметров сигнала (1.4), представляющего собой поток затухающих синусоид, возникающих в случайные моменты времени**.

Если задачи обнаружения сигнала не стоит и мы имеем задачу только определения параметров суммы экспонент вида (1.1), то и в этом случае существует ряд проблем, которые мы далее сформулируем.

Фактически при решении задачи (1.1) требуется минимизировать функцию

$$\sum_{k=1}^{M}\left(f(t_k) - \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t_k}\right)^2 \to \min_{A_j,\lambda_j}$$

от $2N$ переменных $A_j, \lambda_j, j = 1, \ldots, N$. Это можно сделать методом градиентного спуска. Основными недостатками такого метода являются высокие вычислительные затраты, проблема выбора начального приближения и застревание в локальном минимуме. К тому же разрешающая способность такого метода различить экспоненты с близкими постоянными времени не велика [2]. Более устойчивыми методами, с высокой разрешающей способностью, являются так называемые Прони-подобные (Prony-like) параметрические методы: Паде-Лапласа, матричных пучков и др. [2]. Здесь речь идет не о первоначальных вариантах методов, они не столь сильны, а о их усовершенствованных модификациях.

В отчете рабочей группы IEEE [5] о выявлении электромеханических режимов в энергосистемах методы Прони и матричных пучков отнесены в число основных методов в решении задачи экспоненциального анализа. Методы используют построение ганкелевой матрицы из отсчетов сигнала. В методе Прони формируется одна матрица Ганкеля и далее находятся ее собственные значения. В методе матричных пучков формируются две «сдвинутые» матрицы Ганкеля и решается проблема обобщенных собственных значений пучка этих матриц. В конечном счете, оба метода используют процедуру сингулярного разложения матрицы, дорогую с вычислительной точки зрения.

Проблема высоких вычислительных затрат приводит к невозможности оценки параметров сигнала в режиме реального времени, необходимой во многих приложениях. Для решения этой проблемы исследователями предлагаются различные варианты методов, например, рекуррентный метод Прони [33], рекуррентный и векторный метод матричных пучков [79], [63], [34].

При большом или бесконечном числе экспонент для модели (1.3) нахождение параметров A_j, λ_j требует еще больше вычислительных ресурсов и становится затруднительным в режиме реального времени. На помощь приходят методы машинного обучения, которые требуют один раз провести процедуру обучения модели на размеченных данных, после чего ее можно легко использовать в реальном времени для обработки новых данных.

Помимо проблемы вычислительных затрат, актуальной является **проблема некорректности задачи экспоненциального анализа и вопрос определения числа экспонент.**

Уравнение (1.3) для нахождения функции $A(\lambda)$ относится к интегральным уравнениям Фредгольма первого рода, решение которых представляет собой некорректно поставленную задачу [80]. Таким образом, решение задачи экспоненциального анализа может не существовать, быть не единственным и не устойчивым.

Ланцош в своем знаменитом примере [81] приблизил сумму трех экспонент $y(t) = 0.0951e^{-t} + 0.8607e^{-3t} + 1.5576e^{-5t}$ по ее 24 равноотстоящим отсчетам суммой двух экспонент $f(t) = 2.202e^{-4.45t} + 0.305e^{-1.58t}$. На рисунке 1.1 построены графики $y(t), f(t)$ на промежутке от 0 до 1.5 часов. Отличие между значениями $y(t), f(t)$ начинается в третьем знаке после запятой и вполне «укладывается» в шум эксперимента. Однако число экспонент и их параметры у данных функций сильно отличаются.

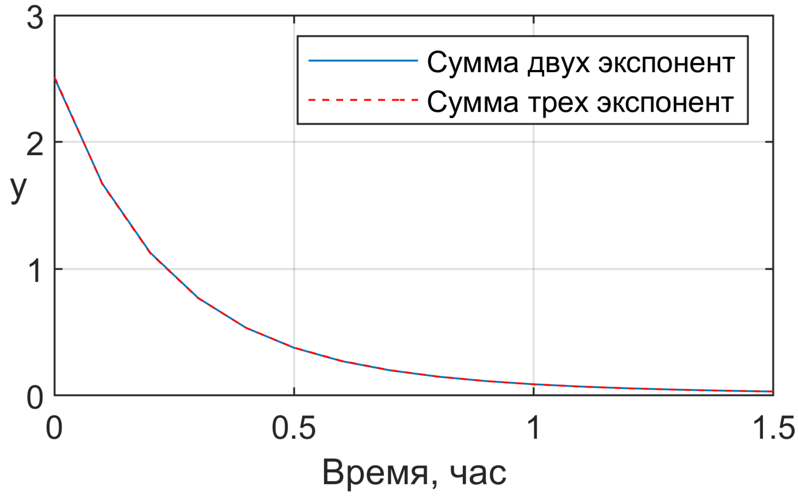


Рисунок 1.1 — Графики «неразличимых» функций Ланцоша на промежутке от 0 до 1.5 часов

Сразу отметим, что проблема Ланцоша с «неразличимыми» функциями решается увеличением интервала наблюдения (рис. 1.2). По этой причине при анализе суммы затухающих экспонент рекомендуется брать интервал до полного затухания функции.

Во многих случаях решить проблему плохой обусловленности задачи экспоненциального анализа и найти нужное решение из нескольких возможных удается за счет дополнительной информации о сигнале, например, числе экспонент. Часто удается оценить это число, используя различные приемы (построение последовательности аппроксимаций Паде в методе Паде-Лапласа [82; 83], сингулярное разложение в методе Прони [29; 60], методе матричных пучков [8; 84]), которые могут рассматриваться как регуляризация этой плохо обусловленной задачи.

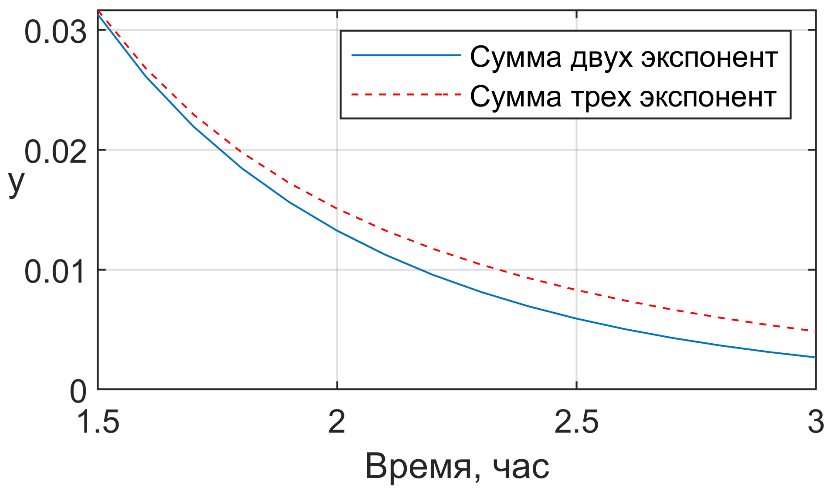


Рисунок 1.2 — Графики «неразличимых» функций Ланцоша при дальнейшем наблюдении на промежутке от 1.5 до 3 часов

При увеличении интервала наблюдения в задаче экспоненциального анализа достигается улучшение разрешающей способности. В примере Ланцоша с «неразличимыми» функциями стоит продолжить наблюдение на большем промежутке времени, когда они полностью затухнут, и разница между ними становится очевидна.

Отметим, что важно не только количество точек (отсчетов сигнала), по которым будут восстанавливаться параметры, но и то, как они расположены. Например, в [85] показано, что выбор эквидистантных отсчетов затухающей экспоненты по логарифмическому масштабу более целесообразен, чем по линейному. В случае хорошо обусловленных задач, чем больше точек данных берется на кривой, тем точнее ее можно «подогнать». При экспоненциальном анализе это не всегда так. Процедура дискретизации представляет собой своего рода фильтр нижних частот. В соответствии с теоремой Котельникова будут оцифрованы только гармоники с частотой ниже половины частоты дискретизации. При увеличении частоты дискретизации мы увеличиваем содержание связанных с шумом высокочастотных компонентов в спектре, тем самым делая проблему еще более некорректной. В конечном итоге увеличение количества точек данных приводит к увеличению времени вычислений и, возможно, даже к ухудшению разрешения. В связи с этим особую важность имеет **проблема выбора частоты дискретизации сигнала** при его экспоненциальном анализе.

Несмотря на более чем двухсотлетнюю историю задачи экспоненциального анализа, проблемы определения числа экспонент, выбора оптимальной частоты дискретизации сигнала, уменьшения вычислительных затрат и определения параметров потока (1.4) случайной последовательности затухающих синусоид остаются актуальными и будут рассмотрены в настоящей диссертационной работе.

Решение указанных проблем открывает возможности для новых приложений методов экспоненциального анализа в промышленности: обработка сигналов с кориолисовых расходомеров, анализ сигнала ударной реакции вала в задаче диагностики подшипников качения, отслеживание постепенной деградации стержня ротора асинхронного двигателя, определение межвитковых замыканий в статоре двигателя, повышение точности измерений кориолисового расходомера, в том числе расходомера с двумя модами возбуждения – вот далеко не полный перечень задач, ожидающих решения проблем задачи экспоненциального анализа, которые будут представлены в настоящей диссертации.

Перейдем к обзору существующих методов и решений задачи экспоненциального анализа и ее проблем.

1.2 Обзор литературы

Существует множество методов решения задачи экспоненциального анализа [2]. Некоторые из них уже устарели, так как появились еще во времена, когда не было компьютеров и сильно уступают современным методам. Это, например, метод графического анализа (peeling method) [86], широко использовавшийся в 1960х годах.

Если параметры λ_i не сильно близки, то можно рассматривать выражение $f(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{\lambda_i t}$ при больших t как одну самую медленную экспоненту $f(t) = A_n e^{\lambda_n t}$. Тогда

$$\ln f(t) = \ln \sum_{i=1}^{n} A_i e^{\lambda_i t} \approx \ln A_n e^{\lambda_n t} = \ln(A_n) - \lambda_n t.$$

Отсюда следует, что параметры A_n, λ_n можно определить, построив $f(t)$ в логарифмическом масштабе и аппроксимировав ее «хвост» прямой линией. Далее компоненту $A_n e^{\lambda_n t}$ можно вычесть из сигнала $f(t)$ и повторить процедуру для следующей компоненты. Согласно [86], [87], можно таким образом найти параметры трех компонент.

Со временем данный метод эволюционировал в нелинейный метод наименьших квадратов, который заключается в минимизации функции

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{N} \left[f(t_j) - f_0(t_j, \mathbf{p})\right]^2,$$

$$f_0(t_j,p) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-\lambda_i t} + B$$

от $2n+1$ переменной p_i: амплитуд $A_1, \ldots, A_n$ постоянных затухания $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ и свободного члена B. Здесь n – число экспонент, N – число отсчетов сигнала $f(t)$. Для подбора параметров p_i, минимизирующих χ^2, применяется как простой решетчатый поиск [88], так и методы градиентного спуска и его модификации [89], [90], [91], [92].

Нелинейный метод наименьших квадратов до сих пор широко используется для решения задачи экспоненциального анализа [93],[94]. В случае моноэкспоненциального сигнала алгоритм наименьших квадратов сводится к алгебраическому уравнению, которое может быть решено напрямую [95]. Однако, подгонке с помощью метода наименьших квадратов присущи следующие недостатки: 1) необходимо задавать начальные приближения для значений неизвестных параметров, 2) если начальное приближение выбрано неудачно, итерационный процесс может разойтись или застрять в локальном минимуме [96; 97]. Невысокая надежность метода отмечена также в [98].

В случае моноэкспоненциального анализа можно легко найти параметр λ с помощью дифференцирования:

$$f(t) = Ae^{-\lambda t}, \quad f'(t) = -A\lambda e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\frac{f'(t)}{f(t)}. \tag{1.5}$$

Такой прием можно обобщить и на случай суммы нескольких экспонент [2]. Однако этот метод не используется на практике из-за неустойчивости процедуры численного дифференцирования зашумленного сигнала. Для частичного решения данной проблемы был предложен метод модулирующих функций [99], использованный, например, в [100] для анализа кривых флуоресценции. Метод не позволяет найти амплитуды экспонент и также не получил широкого распространения.

В работе Титтельбаха-Хельмриха [101] вместо дифференцирования в (1.5) используется операция интегрирования, которая также позволяет найти параметр λ:

$$f(t) = Ae^{-\lambda t}, \quad g(t) = \int_t^\infty f(t)dt = \frac{A}{\lambda}e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{f(t)}{g(t)}.$$

Метод допускает обобщение на случай суммы нескольких экспонент, однако является чувствительным к шумам в случае трех и более экспонент [102]. Возможно по этой причине, метод также не получил дальнейшего распространения. Похожие недостатки можно отметить и у метода моментов, предложенного в [103].

Все перечисленные методы требуют указания числа экспонент. Для подбора его оптимального значения, часто используется следующий прием [104; 105]: рассматривается различное число экспонент и оценивается ошибка между истинными $f(t_k)$ и модельными значениями отсчетов сигнала. Далее выбирается число N экспонент модели, дающей наилучшую «подгонку» под экспериментальные данные:

$$N = \arg\min_n \sum_k \left(f_k - \sum_{j=1}^n A_{j,n} e^{\lambda_{j,n} t_k} \right)^2 .$$

Здесь $A_{j,n}$, $\lambda_{j,n}$ – найденные параметры суммы из n экспонент. Описанный метод требует больших вычислительных затрат, т.к. подразумевает построение нескольких моделей и выбора наилучшей. Современные методы экспоненциального анализа предлагают менее затратные способы определения числа экспонент. В случае, например, модифицированного метода Прони, для этого используется сингулярное разложение матрицы [7], а в случае метода Паде-Лапласа – алгоритм вычисления аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени [83].

В основе метода Паде-Лапласа лежит идея приближения рациональной функцией (аппроксимацией Паде [106]) преобразования Лапласа. Предпосылки к созданию этого метода появились еще в работах [107—109], где предлагалось искать сходящуюся последовательность рациональных аппроксимаций функции $f(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\lambda_i t}$, далее аналитически вычислять преобразования Лапласа этих рациональных функций и его предел. Методы не получили такого широкого распространения, как метод Йерамиана [27], который предложил использовать рациональную аппроксимацию не самого сигнала $f(t)$, а его преобразования Лапласа.

Для $f(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{\lambda_i t}$ преобразование Лапласа является рациональной дробью со степенями числителя и знаменателя равными $N-1$, N, соответственно:

$$L[f](p) = \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{p - \lambda_j}. \tag{1.6}$$

Хорошо известно [106], что аппроксимация Паде типа $(N-1, N)$ в этом случае будет совпадать с $L[f](p)$. Полюсы этой аппроксимации дадут оценки для λ_j, а параметры A_j могут быть далее найдены, как вычеты в соответствующих точках. Для нахождения аппроксимации Паде необходимы коэффициенты разложения в ряд Тейлора функции (1.6), которые можно найти приближенно. Подробно метод Паде-Лапласа, его ограничения и проблемы описаны в параграфе 2.1 данной диссертационной работы.

При определении числа экспонент в методе Паде-Лапласа возникает проблема появления так называемых дуплетов Фруассара. Из-за вычислительных погрешностей и неединственности знаменателя аппроксимации Паде лишние нули и полюсы аппроксимаций не совпадают и не сокращаются. Это приводит к появлению ложных полюсов сигнала, которые нужно каким-то образом выявлять. В нашей работе [62] предложен алгоритм нахождения аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, тем самым устранена причина появления дуплетов, связанная с неединственностью знаменателя аппроксимации Паде. Экспериментально показано, что предложенный алгоритм дает меньшую дисперсию ошибки в определении истинных полюсов сигнала, чем классический метод Паде-Лаласа. Также модифицированный метод Паде-Лапласа применен к отслеживанию частоты синусоидального сигнала с измерительной катушки кориолисова расходомера [58]. При этом, для увеличения точности оценки частоты, используется завышенный порядок аппроксимации Паде и предложенный метод сам определяет число экспонент и их параметры.

В работе [110], где предложен комплекс программ G-Maple, реализующий метод Паде-Лапласа, автор говорит о встроенной возможности в его программе и необходимости попробовать несколько разных значений частоты дискретизации, поскольку ее значение влияет на точность вычисления коэффициентов ряда Тейлора в методе Паде-Лапласа. Возможность передискретизации сигнала в [110] появляется за счет использования сплайнов, интерполирующих исходные отсчеты сигнала. Имея непрерывную функцию – сплайн, можно выбрать ее отсчеты с любой другой частотой дискретизации. В работе [111] мы получили явную формулу для коэффициентов Тейлора через коэффициенты кубического сплайна. Это позволило уменьшить погрешность определения коэффициентов ряда Тейлора в методе Паде-Лапласа примерно в 4 раза.

Метод Прони, предложенный в 1795 году [6], является, пожалуй, наиболее известным из параметрических методов экспоненциального анализа. Его различные модификации и Прони-подобные (Prony-like) методы широко и успешно используются в настоящее время. Классический метод Прони описан в настоящей диссертационной работе в параграфе 3.1 и для нахождения $2n$ параметров $A_1, \ldots, A_n$, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ суммы $f(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{\lambda_i t}$ требует $2n$ отсчетов сигнала $f(t_0), \ldots, f(t_{2n-1})$ и решения системы линейных уравнений с матрицей, составленной из этих отсчетов.

Классический метод Прони является чрезвычайно чувствительным к шуму и практически не используется. Ряд авторов [112; 113] предложили модификации метода, использующие для определения параметров число отсчетов большее, чем $2n$. Эти модификации, как и сам метод Прони, не обеспечивают удовлетворительных результатов при значительном уровне аддитивного шума. Улучшению работы методов в этом случае способствует завышение истинного порядка n экспонент [114—116] и дальнейший учет взаимно обратных нулей так называемых полиномов линейного предсказания вперед и назад [7], соответствующих полезному сигналу.

Как отмечают исследователи [116; 117], большое влияние на точность работы метода Прони в условиях шумов оказывает частота дискретизации сигнала. В работе [36] нами было показано, что значение частоты дискретизации сигнала влияет на число обусловленности матрицы в методе Прони, использующейся для нахождения параметров сигналов и, как следствие, на точность определения этих параметров, поскольку число обусловленности матрицы фактически является коэффициентом усиления шума. Этот результат приведен в параграфе 3.2 диссертационной работы. В статье [118] мы предложили алгоритм нахождения частоты дискретизации в методе Прони, дающий минимальное значение оценки числа обусловленности матрицы, и уже успешно примененным другими исследователями в ряде работ [119—122]. Разработанный алгоритм также представлен в настоящей диссертации.

Метод Прони положил начало целой серии так называемых Прони-подобных методов – Писаренко [123], матричных пучков [8], ESPRIT [124], MUSIC [28]), тесно связанных между собой [97; 125]. По заключению исследователей [97], все эти методы «обеспечивают очень точные оценки частоты сигнала, с небольшими различиями в их производительности. Более того, вычислительные нагрузки, связанные с этими методами, довольно схожи. Следовательно, выбор одного из них – это, по сути, дело вкуса».

Метод Паде - z-преобразования, являющийся модификацией метода Паде-Лапласа, тоже можно отнести к Прони-подобным методам. Рассмотрим z-преобразование $Z[f_k] = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k}$ дискретного сигнала $f_k = f(t_k) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{\lambda_i t_k}$, которое в данном случае будет равно:

$$Z[f_k] = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i z}{z - e^{\lambda_i T}},$$

где T – период дискретизации сигнала. Степень многочленов в числителе и знаменателе равна N, поэтому, аналогично тому, как это делалось в методе Паде-Лапласа, построим для $Z[f_k]$ аппроксимацию Паде типа (N,N). Для построения аппроксимации также требуется найти коэффициенты c_r разложения в ряд Тейлора функции $Z[f_k] = \sum_{r=0}^{\infty} c_r (z - z_0)^r$ в точке z_0, являющейся параметром метода. Как показано в [126], при выборе $z_0 = \infty$ метод Паде-z-преобразования совпадает с методом Прони. Выбор такого z_0 (Prony choice) является очень «заманчивым», т.к. в этом случае коэффициенты c_r ряда Тейлора совпадают со значениями сигнала f_k и нет необходимости в их приближенном вычислении.

Метод Прони и подобные ему методы многократно сравнивались в различных публикациях. Так, например, в [127] авторы применили метод Прони и метод матричных пучков для анализа электрических сигналов и отметили большую точность последнего. Метод матричных пучков превзошел метод Прони и по результатам работ [128; 129], в статье [130] отмечено его превосходство по точности и меньшим вычислительным затратам над методом ESPRIT, а в работе [131] над методом MUSIC. По этой причине именно методу матричных пучков уделено большое внимание в данной диссертационной работе.

В основу метода матричных пучков положен следующий факт, обусловивший его название. Рассматривается пучок матриц $A - \lambda B$, где A, B – матрицы специального вида, составленные из отсчетов сигнала. Оказывается, что собственными значениями этого пучка матриц, т.е. числами λ, для которых $\det(A - \lambda B) = 0$, будут полюсы сигнала $z = e^{\lambda_k T}$. Подробно метод описан в параграфе 4.1 данной диссертационной работы.

Нами был разработан ряд модификаций метода матричных пучков. Рекуррентный метод матричных пучков [79] позволяет отслеживать параметры сигнала в режиме скользящего окна. Когда новый отсчет данных попадает в окно наблюдения, матрица данных изменяется незначительно, и для нахождения сингулярного разложения (SVD) новой матрицы применяется эффективная процедура [132], требующая нахождения SVD матрицы более низкого ранга. Таким образом, в рекуррентном методе матричных пучков сингулярное разложение новой матрицы данных реализуется на каждом шаге не напрямую, а на основе сингулярного разложения старой матрицы. Данная модификация позволяет значительно сократить время вычислений.

В статье [63] нами предложен векторный (или многоканальный) метод матричных пучков, способный оценивать параметры сразу нескольких входных сигналов с одинаковыми полюсами. Метод уменьшает время вычислений и дисперсию оценок параметров по сравнению с классическим методом матричных пучков. Рекуррентный векторный метод матричных пучков [34] является комбинацией двух вышеупомянутых модификаций и позволяет эффективно отслеживать параметры нескольких сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна. Все эти модификации будут подробно описаны далее в диссертации.

В последнее время, в связи с развитием искусственного интеллекта, для определения параметров суммы синусоид при анализе сигналов в энергосистемах были предложены модели на основе нейронных сетей [133—136] и адаптивного линейного нейрона (ADALINE) [137; 138]. Эволюционные алгоритмы также нашли свое применение в оценке параметров суммы синусоид: метод роя частиц был использован в работе [139], генетический алгоритм в статьях [140; 141]. Из недостатков таких подходов можно отметить проблемы со сходимостью, разными масштабами изменений амплитуды и фазы и большими вычислительными затратами, особенно в случае оценки параметров нескольких частотных компонентов [138; 142; 143]. Отметим также работы, предлагающие гибридные модели как на основе нейронных сетей, эволюционных вычислений, нечеткой логики [144—148], так и других моделей машинного обучения, например, метода ближайших соседей в [149], опорных векторов в [150] и деревьев решений в [151].

Практически все вышеуказанные методы на основе искусственного интеллекта разработаны для обнаружения частотных компонентов и оценки их параметров в энергосистемах. Ожидается, что формы волн напряжения и тока в системе питания переменного тока будут синусоидальными с постоянной амплитудой и частотой. Однако почти все компоненты электростанции обладают нежелательным свойством вносить искажения в систему питания переменного тока, изменяя форму сигнала [142]. На практике, напряжение и токи обладают набором так называемых гармоник – синусоидальных волн различной амплитуды и фазы с частотами, которые являются целыми кратными основной частоты. В сигналах также могут присутствовать определенные частотные компоненты, называемые интергармониками, которые не являются целыми кратными основной составляющей. Все эти гармоники и интергармоники оказывают большое влияние на эффективность работы и надежность энергосистемы, нагрузок и защитных реле [152; 153]. Точная оценка гармоник в искаженном сигнале тока/напряжения энергосистемы имеет важное значение для эффективного проектирования фильтров для их подавления, поэтому разработка алгоритмов оценки их параметров чрезвычайно актуальна (к примеру, обзорная статья [153] по приложениям искусственного интеллекта для гармонического анализа в энергосистемах содержит ссылки на 252 статьи). Однако рассматриваемые в данном случае сигналы являются частным случаем модели вида (1.1), представляющим собой сумму незатухающих синусоид и требуют специальной доработки при переносе на сумму экспоненциально затухающих синусоидальных сигналов [154]. Кроме того, помимо некоторого предварительного знания о гармониках, подбора параметров моделей, количества слоев и нейронов, системы искусственного интеллекта требуют комплексного набора данных, который охватывает все условия эксплуатации [155].

Описанные выше методы предназначены для оценки параметров модели (1.1) в случае конечного и, как правило, небольшого числа слагаемых N. С ростом N увеличиваются вычислительные затраты и уменьшается точность определения параметров модели [36]. В ряде приложений можно выделить из сигнала составляющую с интересующим нас частотным диапазоном, тем самым, уменьшив значение N, и воспользоваться каким-либо из описанных ранее методов оценки параметров этих составляющих. Например, хорошо известно, что при зарождении неисправности стержней ротора асинхронного двигателя в спектре сигнала тока рядом с частотой питания появляются дополнительные составляющие. Амплитуда этих составляющих прямо пропорциональна степени развития дефекта и может служить показателем этой неисправности. Таким образом, для диагностики данного дефекта может использоваться, например, рекуррентный метод матричных пучков, отслеживающий значение амплитуды такой дополнительной составляющей. Данное решение приведено в параграфе 4.5, а также опубликовано в [37].

Реальные сигналы в практических приложениях характеризуются большим числом составляющих. Например, в работах [67], [156] анализируются сигналы вибрации подшипников качения с целью диагностики их состояния. Показано, что такие сигналы имеют «богатый» спектр и искать параметры всех гармонических составляющих, а также отслеживать их изменения в реальном времени невозможно. Подробно этот вопрос рассматривается также в главе 8 этой диссертационной работы. В данном случае приходится иметь дело с моделью вида (1.3) бесконечной суммы комплексных экспонент, а не с моделью (1.1). Определить параметры такой бесконечной суммы не представляется возможным, однако можно отследить их изменение, вызванное появлением какой-либо неисправности. Похожая ситуация часто наблюдается в реальных промышленных приложениях: сложную спектральную структуру имеют и сигналы вибрации с планетарного редуктора [39], компрессора [40], центробежного насоса [41].

Для того, чтобы отследить изменения в спектральном составе сигнала при зарождении неисправности, чаще всего применяется подход на основе предварительного выделения информативных признаков из сигнала и/или его спектра и дальнейшего использования модели машинного обучения для определения класса дефекта. Например, в [40] из сигнала вибрации выделены различные статистические признаки, коэффициенты авторегрессионной модели, выбраны наиболее информативные с помощью дерева решений и далее обучена простая модель ближайших соседей, которая достигла 100% точности классификации. В работе [41] для выделения признаков использованы вейвлет-преобразование и преобразование Стоквелла, далее изображения подаются на вход сверточных автоэнкодеров для выделения информативных признаков, которые в свою очередь служат входом для классификатора на основе нейронной сети. В нашей работе [42] предложена гибридная нейросетевая модель диагностики неисправностей подшипников, обрабатывающая одновременно входные данные разного типа – изображения спектров Гильберта сигналов вибрации и числовые векторы признаков. За счет такого учета разнородных данных получена эффективная модель, способная работать в нестационарных условиях.

Все подобные модели обеспечивают хорошую точность и адаптивность, но требуют большого набора данных, снятых во всех возможных режимах работы, больших вычислительных затрат для выделения признаков и обучения. Однако на практике объем данных о неисправностях относительно невелик, поэтому сложную модель с хорошим обобщением и высокой точностью трудно обучить. В последнее время все чаще говорят о необходимости альтернативных, более простых и ориентированных на приложения методов [157—159]. По этой причине в данной диссертационной работе предложен простой и эффективный подход к выделению информативных признаков из спектров сигналов вибрации с подшипника, для дальнейшего обучения простой нейронной сети. Метод дал 100% точность в задаче определения состояния подшипника на наборе данных IMS [160], а также показал, что практически не уступает по точности мощным современным моделям [69].

1.3 Постановка цели и задач исследования

Как показывает проведенный анализ литературы, задача экспоненциального анализа, несмотря на свою почти двухсотлетнюю историю, остается актуальной. До сих пор продолжают появляться новые методы и совершенствоваться уже существующие. Большую популярность и эффективность демонстрируют метод Паде-Лапласа, Прони и метод матричных пучков, которые и являются основным предметом исследования в данной работе.

Актуальными проблемами методов решения задачи экспоненциального анализа являются: вопрос определения числа экспонент; выбор частоты дискретизации сигнала, приводящей к наименьшему усилению шума во входных данных; уменьшение вычислительных затрат и определение параметров потока случайно возникающих затухающих синусоид.

Для решения проблемы определения числа экспонент в методе Прони и методе матричных пучков используется сингулярное разложение матриц. В случае незначительного шума сингулярные числа, отвечающие полезному сигналу, значительно больше чисел, соответствующих шумовым компонентам, что и дает возможность определить число экспонент. В методе Паде-Лапласа для этой же цели используется прием построения последовательности аппроксимаций Паде. При достаточно большом порядке они будут иметь стабильные полюсы, соответствующие полюсам сигнала и ложные нестабильные полюсы с соответствующими близкими им нулями числителя (дуплеты Фруассара). Можно выделить две причины появления дуплетов: погрешности вычислений и неединственность знаменателя аппроксимации Паде. И если с первой причиной трудно что-то сделать, то для устранения второй необходимо разработать алгоритм нахождения знаменателя аппроксимации Паде минимальной степени.

Проблема выбора оптимальной частоты дискретизации актуальна для всех рассматриваемых методов, поскольку все они направлены на решение некорректной задачи экспоненциального анализа. Как уже сказано ранее, при увеличении частоты дискретизации мы увеличиваем содержание связанных с шумом высокочастотных компонентов в спектре, тем самым делая задачу еще более некорректной. Достаточно рассмотреть вопрос определения оптимальной частоты дискретизации на примере одного из методов, поскольку, как мы видели, все Прони-подобные методы связаны между собой. Для этой цели больше всего подходит метод Прони. Для нахождения полюсов сигнала в методе Прони требуется решить систему линейных уравнений, матрица которой составлена из отсчетов сигнала и определяет точность нахождения его полюсов. В методе матричных пучков следовало бы рассматривать пучок из двух матриц, составленных из отсчетов сигнала. Метод Паде-Лапласа тоже не очень подходит для этой цели, т.к. матрица, использующаяся в нем для нахождения полюсов сигнала, составлена не из его отсчетов, а из приближенно найденных коэффициентов Тейлора преобразования Лапласа интересующего нас сигнала. По этим причинам вопрос выбора оптимальной частоты дискретизации в настоящей диссертационной работе решается на основе метода Прони. Необходимо оценить число обусловленности матрицы, определяющей точность нахождения полюсов сигнала в методе Прони и найти оптимальную частоту дискретизации, дающую минимальное значение этой оценки числа обусловленности.

Проблема уменьшения вычислительных затрат наиболее актуальна для методов матричных пучков и Прони, использующих дорогую с вычислительной точки зрения процедуру сингулярного разложения матриц. Эти матрицы составлены из отсчетов сигнала и при отслеживании его параметров в режиме скользящего окна меняются незначительно. Возникает разумная необходимость не вычислять заново сингулярное разложение соответствующих матриц, а воспользоваться уже найденным разложением очень похожей матрицы на предыдущем шаге. В статье [33] разработан рекуррентный метод Прони, позволяющий отслеживать параметры сигнала в режиме скользящего окна, не находя заново сингулярное разложение для каждого окна. Также для метода Прони еще в 1999 году была предложена так называемая многоканальная модификация [161] на случай набора сигналов с одинаковыми полюсами, которая уменьшает время вычислений и дисперсию оценки параметров по сравнению с одноканальным методом Прони, примененным для каждого сигнала отдельно. Таким образом, для метода Прони существуют модификации, отчасти решающие проблему высоких вычислительных затрат. Создание аналогичных модификаций для метода матричных пучков является одной из задач данной работы. Требуется разработать рекуррентный метод матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна. Требуется разработать многоканальный метод матричных пучков для оценки параметров сразу нескольких сигналов с одинаковыми полюсами. Наконец, на случай отслеживания параметров такого набора сигналов в режиме скользящего окна необходим рекуррентный векторный метод матричных пучков, являющийся синтезом двух предыдущих модификаций.

Классические параметрические методы предполагают известным время начала сигнала и не могут отличить его от шума, подстраивая сумму экспонент и под чисто шумовой сигнал. По этой причине при обработке сигнала (1.4), представляющего собой последовательность случайно возникающих затухающих синусоид, будут найдены как истинные полюсы сигнала, так и полюсы, соответствующие шуму. Сигналы такого вида являются откликом системы на входное воздействие в виде случайной последовательности δ-импульсов и встречаются при анализе сигналов с датчика давления [162], с вала при ударном воздействии, с фрезерных станков (§3.7, §7.3 настоящей диссертации) и т.д. Улучшить точность определения параметров таких сигналов можно за счет учета оценки не только полюсов z сигнала, но и обратных z^{-1} к ним. Для истинных полюсов эти значения будут расположены во взаимно обратных точках вдоль некоторого общего радиуса, в то время как для шума они будут преимущественно оставаться внутри единичной окружности [7]. Этот факт и позволит отделить истинные полюсы сигнала от ложных, а заодно и определить истинное число полюсов. Таким образом, требуется разработать модификацию классического метода Прони и метода матричных пучков на основе совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним.

В ряде реальных промышленных приложений задача экспоненциального анализа не предполагает оценки параметров конкретных экспонент ввиду бесконечного числа составляющих, сложности спектра, сложностей со сбором данных и т.д. В настоящей диссертации примеры таких задач рассмотрены в главах 8 и 9. Как правило, в таких задачах нам нужно отслеживать состояние механизма, определять зарождение неисправности и ее тип. Из физических соображений или данных измерений известно, что каждому возможному состоянию соответствует свой набор параметров модели (1.3) комплексных экспонент, но найти эти параметры по ряду причин не представляется возможным. Например, изменение состояния планетарного редуктора [39], компрессора [40], центробежного насоса [41], фрезерного станка (§7.3) приводит к сложным изменениям в их сигналах вибрации, для обнаружения которых параметрические Прони-подобные методы не применимы. Подробно эту проблему описывает глава 8 диссертации. Поскольку нам фактически не нужны значения параметров модели (1.3), а нужно определить тип дефекта или состояния оборудования, на помощь приходят модели машинного обучения. Успех работы таких моделей зависит от набора данных и информативности входных признаков, характеризующих состояние объекта. Итак, для работы с сигналами вида (1.3) бесконечной суммы комплексных экспонент требуется разработать приемы выделения информативных признаков с целью дальнейшей классификации на основе методов машинного обучения.

В различных отраслях современной промышленности для мониторинга, автоматизации и управления производством широко используются автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУ ТП). Они, в частности, осуществляют сбор огромного объема данных в реальном времени с промышленного оборудования и датчиков. Например, на «Стане-2000» в цехе ЛПЦ-11 ПАО ММК установленная система АСУ ТП только с одной клети стана ежеминутно собирает свыше 100 показаний: толщина полосы на входе и выходе из клети, усилия прокатки со стороны оператора и привода, скорость на входе и выходе из клети, перемещения верхнего и нижнего гидроцилиндров, зазор между валками и т.д. Данные АСУ ТП можно использовать для диагностики состояния оборудования [46], [47], однако существует ряд проблем, вызванных спецификой задачи: 1) большой объем высокоразмерных данных требует отбора признаков для исключения нерелевантных переменных, 2) необходима адаптация модели диагностики под конкретные условия.

В главе 9 рассматривается задача диагностики состояния плит системы осевой сдвижки валков клети металлопрокатного стана. Показано, что зарождение и развитие трещин в таких плитах характеризуется изменениями в спектральном составе сигналов вибрации, т.е. мы по-прежнему имеем дело с задачей экспоненциального анализа и изменением параметров модели (1.3). Однако, в отличии от главы 8, в данной задаче существует проблема с регулярным сбором показаний датчика вибрации и необходимо разработать модель диагностики плиты на основе не снятых с нее сигналов вибрации, а «косвенных» показаний датчиков системы АСУ ТП. Итак, требуется разработать диагностическую модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент.

Целью работы является модификация методов экспоненциального анализа для промышленных приложений и их использование для решения технических задач.

Для достижения указанной цели требуется решить следующие **задачи**.

1) Разработать модификацию метода Паде-Лапласа за счет устранения ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации Паде, а также явной формулы для вычисления коэффициентов Тейлора, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера.

2) Разработать алгоритм определения частоты дискретизации сигнала, дающей минимальное значение оценки числа обусловленности матрицы в методе Прони и наименьшее усиление шума в задачах технической диагностики состояния компонентов АСУ ТП.

3) Разработать модификацию метода Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем.

4) Разработать рекуррентный метод матричных пучков для оценки параметров сигнала в режиме скользящего окна, и на его основе разработать алгоритм обработки информации для диагностики неисправности стержней ро-

тора асинхронного двигателя, а также алгоритм обработки информации для уменьшения времени обработки сигналов кориолисового расходомера.

5) Разработать многоканальный метод матричных пучков для оценки параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработать алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера, а также алгоритм обработки информации для диагностики межвитковых замыканий асинхронного двигателя.

6) Разработать рекуррентный многоканальный метод матричных пучков для оценки в режиме скользящего окна параметров нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, и на его основе разработать алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера.

7) Разработать модификацию метода матричных пучков за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид, и на ее основе разработать алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка.

8) Разработать алгоритмы выделения информативных признаков из бесконечной суммы комплексных экспонент с целью дальнейшей классификации дефектов с помощью методов машинного обучения, и на их основе разработать алгоритмы обработки информации для диагностики неисправностей подшипников качения.

9) Разработать диагностическую модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент и алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката.

Глава 2. Модификация метода Паде-Лапласа и приложение к анализу сигналов кориолисового расходомера

В данной главе приводится описание классического метода Паде-Лапласа и проблем, связанных с его практическим применением. Основную трудность представляет наличие дуплетов Фруассара, затрудняющих нахождение истинных полюсов сигнала и их числа, а также ошибки приближенного вычисления коэффициентов Тейлора, влияющие на точность нахождения полюсов. Для решения первой из указанных проблем в этой главе предложен метод нахождения аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени, не приводящий к появлению дуплетов Фруассара, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации. Вторая проблема решена за счет построения сглаживающего сплайна по отсчетам сигнала, и получения явной формулы для дальнейшего точного вычисления коэффициентов Тейлора. В завершении главы рассматривается пример применения метода Паде-Лапласа к анализу сигналов с кориолисового расходомера. Показано, что данный метод после наших модификаций может использоваться для отслеживания частоты сигналов расходомера в режиме скользящего окна.

2.1 Описание метода Паде-Лапласа

Метод Паде-Лапласа предназначен для нахождения $2N$ комплексных параметров A_j, λ_j функции

$$f(t) = \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t} \tag{2.1}$$

и основан на построении преобразования Лапласа для этой функции и его аналитического продолжения с помощью аппроксимаций Паде. Число экспонент N не предполагается известным заранее.

Под преобразованием Лапласа для функции $f(t)$ мы, как и принято, понимаем следующую функцию:

$$L[f](p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt.$$

Найдем преобразование Лапласа функции $e^{\lambda t}$. Ясно, что интеграл

$$L[e^{\lambda t}](p) = \int\limits_0^\infty e^{\lambda t} e^{-pt} dt = \frac{1}{\lambda - p}\ e^{(\lambda - p)t}\Big|_0^\infty = \frac{1}{p - \lambda}$$

сходится при $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \lambda$ и является аналитической функцией от p в этой полуплоскости. Тогда $L[e^{\lambda t}](p)$ может быть аналитически продолжена на всю плоскость, за исключением точки $p = \lambda$. Далее под преобразованием Лапласа мы понимаем уже продолженную функцию.

Аналогично, преобразование Лапласа для $f(t) = \sum\limits_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t}$ будет равно

$$L[f](p) = \int\limits_0^\infty e^{-pt} \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t} dt = \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{p - \lambda_j}.$$

Интеграл для $L[f](p)$ сходится в области $\operatorname{Re} p > \sup_j \operatorname{Re} \lambda_j$. Аналитическое продолжение на всю плоскость будет осуществлено с помощью аппроксимаций Паде.

Пусть $L[f](p)$ – аналитическая функция в окрестности некоторой точки p_0. Тогда в окрестности этой точки $L[f](p)$ может быть представлена рядом Тейлора:

$$L[f](p) = \sum_{r=0}^{\infty} c_r (p - p_0)^r, \tag{2.2}$$

где коэффициенты ряда $c_r = \frac{1}{r!} L^{(r)}[f](p_0)$. В силу свойств преобразования Лапласа, они также могут быть записаны в виде:

$$c_r = \frac{1}{r!} \int\limits_0^\infty (-t)^r f(t) e^{-p_0 t} dt. \tag{2.3}$$

Построим по коэффициентам c_r для $L[f](p)$ аппроксимацию Паде $\pi_{N-1,N}$ типа $N-1, N$:

$$\pi_{N-1,N}(p) = \frac{D_{N-1,N}(p)}{B_{N-1,N}(p)} = \frac{\sum\limits_{k=0}^{N-1} d_k (p - p_0)^k}{\sum\limits_{k=0}^{N} b_k (p - p_0)^k},\ b_0 = 1,$$

разложение в ряд Тейлора которой совпадает с разложением аппроксимируемой функции $L[f](p)$ в той же точке до степени $2N - 1$ включительно:

$$\sum_{r=0}^{\infty} c_r(p-p_0)^r = \frac{\sum\limits_{k=0}^{N-1} d_k(p-p_0)^k}{\sum\limits_{k=0}^{N} b_k(p-p_0)^k} + O(p-p_0)^{2N}. \tag{2.4}$$

Коэффициенты d_k, b_k находятся из решения системы линейных уравнений, вытекающей из (2.4).

Выбранный тип аппроксимации не случаен. Дело в том, что $L[f](p)$ является рациональной дробью со степенью знаменателя, равной N. Степень числителя при условии $\sum\limits_{j=0}^{N} A_j \neq 0$ равна $N-1$. Это условие выполняется, поскольку $\sum\limits_{j=0}^{N} A_j = f(0)$, а $f(0)$ мы всегда можем выбрать ненулевым («отодвинув »время начала сигнала).

Из теории аппроксимаций Паде известно [106], что, поскольку аппроксимируемая функция является рациональной дробью со степенями числителя и знаменателя $N-1, N$, соответственно, то аппроксимация Паде $\pi_{N-1,N}$ будет с ней совпадать: $\pi_{N-1,N}(p) = L[f](p)$.

Полюсы аппроксимации Паде позволяют таким образом найти полюсы λ_j функции $L[f](p)$. Коэффициенты A_j (амплитуды соответствующих экспонент) также могут быть найдены как вычет функции: $A_j = \operatorname{Res} \pi_{N-1,N}(p)|_{p=\lambda_j}$.

Заметим, что найти A_j, λ_j описанным выше способом, т.е. построив аппроксимацию $\pi_{N-1,N}$, удается при известном числе экспонент N.

Если N неизвестно, следует рассмотреть последовательность аппроксимаций $\pi_{n-1,n}$, где $n = 2{,}3,\ldots$. Дело в том, что в данном случае мы имеем так называемый сингулярный блок в таблице Паде для рациональной дроби [106]. Не только аппроксимация $\pi_{N-1,N}(p)$ совпадает с $L[f](p)$, но и следующие аппроксимации

$$\pi_{N,N+1}(p) = \pi_{N+1,N+2}(p) = \pi_{N+2,N+3}(p) = \ldots = L[f](p)$$

также равны аппроксимируемой функции.

Множество полюсов таких аппроксимаций для $n > N$ будет состоять из точек λ_j, $j = 1,\ldots,N$ и «лишних» точек ν_j, $j = N+1,\ldots,n$. Точки ν_j являются общими корнями числителя и знаменателя аппроксимации $\pi_{n-1,n}$ и по этой причине аппроксимация $\pi_{n-1,n}$ (после сокращения в числителе и знаменателе общих множителей $p - \nu_j$) оказывается равной $\pi_{N-1,N}$.

Однако на практике «лишнему» корню ν_j знаменателя будет соответствовать лишь примерно равный ему корень числителя $\nu_j + \varepsilon$. Такая пара корней носит название дуплетов Фруассара (Froissart doublets) [163]. Амплитуда A_j, соответствующая такому корню будет равна:

$$A_j = Res\, \pi_{n-1,n}|_{p=\nu_j} = \frac{D_{n-1,n}(\nu_j)}{B'_{n-1,n}(\nu_j)} \tag{2.5}$$

и, поскольку ν_j близко к корню числителя $\nu_j + \varepsilon$, то $A_j \approx 0$.

Таким образом, «лишним» полюсам ν_j соответствует малая амплитуда A_j. Кроме того, при переходе от $\pi_{n-1,n}$ к $\pi_{n,n+1}$ эти полюсы сильно меняются, а λ_j остаются почти без изменения. Эти два факта и дают возможность найти значения и число N устойчивых полюсов.

В статье [82] отмечено также, что в реальных условиях из-за наличия шума и погрешностей численных вычислений устойчивые полюса могут появится не сразу для $n \geqslant N$, а лишь начиная с некоторого $n = N' > N$.

Изложенный способ нахождения параметров A_j, λ_j и числа экспонент N, основанный на построении последовательности аппроксимаций Паде и устойчивости полюсов сигнала, является наиболее употребляемым на практике.

Другой способ можно найти, например, в [164]. Авторы предлагают подобрать порядок аппроксимации Паде, значения которой меньше всего отличаются от соответствующих значений отсчетов сигнала, т.е. искать N из условия:

$$N = \arg\min_n \sum_{k=0}^{K-1} \left(f_k - \sum_{j=1}^{n} A_{j,n} e^{\lambda_{j,n} k \triangle t} \right)^2 .$$

Здесь $f_k = f(k\triangle t)$, $k = 0, 1, \ldots, K-1$, K – число значений функции $f(t)$ в моменты времени $t_k = k\triangle t$, а $A_{j,n}$, $\lambda_{j,n}$ – характеристики суммы экспонент, найденные по аппроксимации $\pi_{n-1,n}$. Этот способ не получил большого распространения, возможно потому, что при его использовании не понятно, попали ли мы в сингулярный блок таблицы Паде.

Описанный метод Паде-Лапласа имеет единственный параметр p_0. Теоретически метод должен работать для любого значения этого параметра. Но по причине влияния p_0 на точность численного вычисления коэффициентов c_r в формулах (2.3) и большой «чувствительности» аппроксимаций Паде к точности c_r, на практике наблюдается некая оптимальная область, из которой следует выбирать значения p_0. Считается, что это область таких значений p_0, для которых коэффициенты c_r примерно одинаковы по величине.

Нетрудно проверить, что

$$\frac{c_r}{c_{r+1}} \to \lambda - p_0, \quad r \to \infty,$$

где λ – ближайший к p_0 полюс. Ясно, что если $\lambda - p_0 = 1$, то будет наблюдаться желаемое поведение c_r, но λ нам заранее не известно.

Авторы статьи [82] предложили следующий способ отыскания оптимального значения p_0. Начиная с любого $p_{0,initial}$, и, вычисляя далее

$$p_r = \frac{c_r}{c_{r+1}} + p_{0,initial} + 1, \quad r = 1{,}2{,}3, \dots,$$

найдем $p_{0,optimal} = \lim\limits_{r\to\infty} p_r$, лежащее на расстоянии 1 от ближайшего к нему полюса λ_j.

Большую важность имеет выбор метода численного интегрирования для приближенного вычисления коэффициентов c_r в формулах (2.3), поскольку точность их нахождения существенно влияет на точность дальнейшего нахождения аппроксимации Паде. На практике используются формула трапеций и квадратурная формула Гаусса-Лагерра:

$$\int_0^\infty x^\alpha e^{-x} f(x)dx \approx \sum_{j=0}^{N} w_j^{(\alpha)} f\left(x_j^{(\alpha)}\right),$$

где $\left\{x_j^{(\alpha)}\right\}_{j=0}^{N}$ – нули многочлена Лагерра $L_{N+1}^{(\alpha)}$ (узлы квадратурной формулы).

Трудными вопросами являются точный подсчет узлов и весов квадратурной формулы, предварительное устранение шума путем, например, сглаживания сигнала и его интерполирование для вычисления значения подынтегральной функции в узлах интерполяционной формулы. Для решения этих вопросов разумно построить сглаживающий сплайн для сигнала, заданного своими отсчетами, и вычислить явно коэффициенты ряда Тейлора для этого сплайна. В этом случае мы по прежнему имеем ошибки интерполяции, но избавляемся от ошибок численного интегрирования.

Итак, в результате изучения и анализа метода Паде-Лапласа выявлены две его основные проблемы и необходимость модификации метода. Во-первых, проблема дуплетов Фруассара требует разработки алгоритма вычисления аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени, что сделано в параграфе 2.2. Во-вторых, требуется разработать метод точного нахождения коэффициентов Тейлора по сглаживающему сплайну сигнала. Этому посвящен параграф 2.3.

2.2 Новый алгоритм вычисления аппроксимации Паде и устранение ложных дуплетов Фруассара

Аппроксимации Паде – локально наилучшие рациональные аппроксимации заданного степенного ряда. Они находят многочисленные применения в различных задачах математической физики, механики и прикладной математики. Краткий обзор методов вычисления аппроксимаций Паде можно найти в [106]. В пакете Maple реализованы два алгоритма вычисления аппроксимаций Паде – «быстрый» алгоритм Кабая и Чоя [165] и алгоритм Геддеса [166]. В Matlab процедура pade находит лишь диагональные аппроксимации Паде функции e^{-st} по имеющимся в данном случае явным формулам [167].

Аппроксимации Паде могут быть определены в любой конечной и бесконечно удаленной точке. Дадим определение аппроксимаций Паде в нуле.

Аппроксимацией Паде типа (n,m) для ряда $c(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ называется рациональная функция $\pi_{n,m}(z) = \frac{P_{n,m}(z)}{Q_{n,m}(z)}$ такая, что многочлены $P_{n,m}(z)$, $Q_{n,m}(z)$ удовлетворяют условиям:

1. $Q_{n,m}(z) \not\equiv 0$, степень многочлена $Q_{n,m}(z)$ не превосходит m,
2. Степень многочлена $P_{n,m}(z)$ не превосходит n,
3. $c(z)Q_{n,m}(z) - P_{n,m}(z) = O(z^{n+m+1})$, $z \to 0$.

Из этого определения следует, что вектор, составленный из коэффициентов знаменателя $Q_{n,m}(z)$, принадлежит ядру теплицевой матрицы

$$T_{n+1} = \begin{pmatrix} c_{n+1} & c_n & \dots & c_{n-m+1} \\ c_{n+2} & c_{n+1} & \dots & c_{n-m+2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n+m} & c_{n+m-1} & \dots & c_n \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

Ясно, что ядро этой матрицы размером $m \times (m+1)$ всегда ненулевое. С помощью найденного знаменателя $Q_{n,m}(z)$ легко находится числитель $P_{n,m}(z)$. Таким образом, аппроксимация Паде всегда существует. Так как ранг матрицы T_{n+1} может быть меньше m, многочлен $Q_{n,m}(z)$, а значит и $P_{n,m}(z)$, находится, вообще говоря, не единственным образом.

В работе [168] показано, что множество всех знаменателей аппроксимации Паде допускает параметризацию $Q_{n,m}(z) = q(z)Q_1(z)$, где $q(z)$ – произвольный многочлен степени не выше $n - \mu_1$ и μ_1, $Q_1(z)$ – так называемые первый существенный индекс и первый существенный многочлен последовательности

c_{n-m+1}, $c_{n-m+2}, \ldots, c_{n+m}$. Таким образом, из всех многочленов $Q_{n,m}(z)$ первый существенный многочлен $Q_1(z)$ имеет минимальную степень.

Множество всех числителей аппроксимации Паде также допускает параметризацию вида $P_{n,m}(z) = q(z)P_1(z)$, где $P_1(z)$ – числитель аппроксимации, соответствующий знаменателю $Q_1(z)$. Корнями многочлена $q(z)$ являются общие ненулевые корни числителя $P_{n,m}(z)$ и знаменателя $Q_{n,m}(z)$ аппроксимации Паде, которые в условиях неточных вычислений и дают дуплеты Фруассара.

Рассмотрим пример появления дуплетов Фруассара при нахождении аппроксимаций Паде с помощью математического пакета Maple.

Пример 2.1. Найдем аппроксимацию Паде $\pi_{4,5}(f)$ типа (4,5) функции $f(z) = \frac{(z-3{,}001)(z+1{,}9999)}{(z^2+1)(z+4{,}0001)}$ в точке $z = 0$.

В рассматриваемом случае ядро матрицы (2.6) неодномерно, и найденные знаменатель и числитель аппроксимации Паде имеют «лишние» нули (они выделены жирным шрифтом).

$$padef{:}= pade\left(\frac{(z-3{,}001)(z+1{,}9999)}{(z^2+1)(z+4{,}0001)}, z = 0, [4, 5]\right);$$

$$\frac{-1{,}500387465-0{,}3753104091z-0{,}4121913908z^2-0{,}08614086896z^3+0{,}1068576988z^4}{1{,}000000000+0{,}3333333332z+1{,}448275862z^2+0{,}4401910336z^3+0{,}4482758628z^4+0{,}1068577004z^5}$$

$$factor(denom(padef),\ complex);\ factor(numer(padef),\ complex);$$

$$0{,}1068577004(z+4{,}000100004)(z+\mathbf{0{,}09748654036}+\mathbf{1{,}526433054\ I})$$
$$(z+\mathbf{0{,}09748654036}\ \mathbf{-}\ \mathbf{1{,}526433054\ I})(z+1{,}000000001I)(z-1{,}000000001I)$$

$$0{,}1068576988(z+1{,}999900006)(z+\mathbf{0{,}09748653975}+\mathbf{1{,}526433060\ I})$$
$$(z+\mathbf{0{,}09748653975}\ \mathbf{-}\ \mathbf{1{,}526433060\ I})(z-3{,}001000018).$$

Найденная с помощью Maple аппроксимация $\pi_{4,5}(f)$ не совпала с $f(z)$, у числителя и знаменателя аппроксимации появились близкие нули – дуплеты Фруассара. Из неодномерного ядра матрицы T_{n+1} (2.6) (случайно) был выбран знаменатель не совпадающий со знаменателем рациональной дроби $f(z)$. Отметим, что похожая картина наблюдается и при попытке решить эту же задачу с помощью системы Mathematica [61]. Этого можно избежать, если сразу находить знаменатель аппроксимации Паде, не содержащий «лишних» нулей. Именно на таком выборе знаменателя и основан предложенный в этом параграфе алгоритм вычисления аппроксимации Паде. Для того, чтобы в дальнейшем иметь возможность анализировать сигналы с помощью метода Паде – Лапласа, этот алгоритм был реализован в системе Matlab (рис. 2.1). Процедура возвращает коэффициенты (в порядке убывания степеней) числителя P и знаменателя Q аппроксимации Паде.

```matlab
function [P,Q] = mypade(f, z, n, m, a)

% Процедура для вычисления аппроксимации Паде типа (n,m)
% со знаменателем минимальной степени для функции f(z) в точке z=a.
%
% Выход: Числитель P и знаменатель Q (векторы их коэффициентов при z-a)

% 1.Вычислим коэффициенты Тейлора c_0,...,c_{n+m} функции f(z) в точке z=a.
%Coef=taylor(f,n+m+1,a); C=sym2poly(Coef); c=C(n+m+1:-1:1);
Coef=taylor(f, z, a, 'Order', n+m+1); C=sym2poly(Coef); c=C(n+m+1:-1:1);

% 2. Составим теплицеву матрицу T_n.
Tn=zeros(m+1,m);
for i=1:m+1
    for j=1:m
        if i-j+n+1>0
            Tn(i,j)=c(i-j+n+1);
        end
    end
end

% 3. Определим ранг rank T_m и индекс mu_1.
r=rank(Tn);  mu1=n-m+r;

% 4. Составим матрицу T_{mu_1+1}.
T=zeros(n+m-mu1, m-n+mu1+1);
for i=1:n+m-mu1
    for j=1:m-n+mu1+1
        if i-j+mu1+2>0
            T(i,j)=c(i-j+mu1+2);
        end
    end
end

% 5. Найдем одномерное ядро T_{mu_1+1}$.
Q=null(T);        % знаменатель Q

% 6. Найдем числитель P
P=zeros(n+1,1);
for k=1:n+1
    for j=1:r+1
        if k-j+1>0
            P(k,1)=P(k,1)+c(k-j+1)*Q(j,1);
        end
    end
end

% Выход
P=P(n+1:-1:1); Q=Q(r+1:-1:1);
```

Рисунок 2.1 — Листинг программы в Matlab для нахождения аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени

Алгоритм нахождения аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени.

Вход: Коэффициенты $c_0, \dots, c_{n+m}$ разложения в ряд Тейлора аппроксимируемой функции $f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k(z-a)^k$ в точке $z = a$.

Выход: Аппроксимация Паде $\pi_{n,m}(z) = \frac{P_1(z)}{Q_1(z)}$ со знаменателем минимальной степени.

1. Составляем теплицеву матрицу $T_n = \|c_{i-j+n}\|_{\substack{i=1,\dots,m+1,\\ j=1,\dots,m,}}$ (здесь $c_k = 0$, если $k < 0$).

2. Находим ранг r матрицы T_n и индекс $\mu_1 = n - m + r$.

3. Составляем теплицеву матрицу $T_{\mu_1+1} = \|c_{i-j+\mu_1+1}\|_{\substack{i=1,\dots,n+m-\mu_1,\\ j=1,\dots,m-n+\mu_1+1.}}$

4. Находим вектор $G = (g_0, g_1, \dots, g_{m-n+\mu_1})$ из одномерного ядра матрицы T_{μ_1+1}. Он содержит коэффициенты знаменателя аппроксимации Паде, имеющего минимальную степень. Сам знаменатель аппроксимации Паде имеет вид: $Q_1(z) = \sum\limits_{k=0}^{m-n+\mu_1} g_k(z-a)^k$.

5. Составляем матрицу $M = \|c_{i-j}\|_{\substack{i=1,\dots,n+1,\\ j=1,\dots,r+1,}}$, необходимую для нахождения числителя аппроксимации Паде. Находим вектор $(p_0, \dots, p_n)^T = M \cdot G$ и числитель аппроксимации Паде $P_1(z) = \sum\limits_{k=0}^{n} p_k(z-a)^k$.

Конец.

Приведем пример обращения к написанной нами в Matlab процедуре `mypade(f,z,n,m,a)`, которая позволяет по указанному выше алгоритму найти аппроксимацию Паде типа (n, m) функции $f(z)$ в точке $z = a$.

Пример 2.2. Найдем с помощью `mypade` аппроксимацию $\pi_{4,5}(f)$ типа (4,5) функции $f(z) = \frac{(z-3{,}001)(z+1{,}9999)}{(z^2+1)(z+4{,}0001)}$ в точке $z = 0$. Вектора P и Q содержат коэффициенты числителя и знаменателя аппроксимации. Выведем нули знаменателя с помощью команды `roots(Q)`.

Как можно видеть, нулями знаменателя аппроксимации $\pi_{4,5}(f)$ являются полюсы функции $f(z)$: $-4.001, \pm i$. Напомним, что при нахождении $\pi_{4,5}(f)$ с помощью пакета Maple в примере 2.1 появлялись дуплеты Фруассара. Однако сейчас, при использовании предложенного алгоритма, были найдены только истинные полюсы функции, дуплетов Фруассара не наблюдается.

```
>> syms z
f=((z-3.001)*(z+1.9999))/((z^2+1)*(z+4.001));
[P,Q] = mypade(f,z,4,5,0);
roots(Q)

ans =

  -4.0010 + 0.0000i
   0.0000 + 1.0000i
   0.0000 - 1.0000i
```

Рисунок 2.2 — Код в Matlab для нахождения аппроксимации Паде $\pi_{4,5}(f)$

Больше примеров применений алгоритма и обсуждение вычислительных вопросов содержатся в нашей статье [61]. Результаты этого параграфа также опубликованы в [169], [62], [83].

2.3 Явные формулы для коэффициентов Тейлора и алгоритм модифицированного метода Паде-Лапласа

В этом параграфе предложен новый метод вычисления коэффициентов Тейлора в методе Паде-Лапласа, основанный на замене сигнала $y = f(t)$ в интегралах (2.3), определяющих коэффициенты Тейлора, его сглаживающим кубическим сплайном. Это позволяет осуществлять интегрирование аналитически и избежать численных ошибок интегрирования.

Пусть даны n точек $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \ldots, (t_n, y_n)$.

Функция $S(t)$ называется кубическим сплайном, если существуют $n-1$ многочленов $S_i(t)$ третьей степени с коэффициентами a_i, b_i, c_i, d_i, которые удовлетворяют следующим свойствам:

1. $S(t) = S_i(t) = a_i + b_i(t-t_i) + c_i(t-t_i)^2 + d_i(t-t_i)^3$, для $t \in (t_i, t_{i+1})$, $i = 1, \ldots, n-1$.
2. $S(t_i) = y_i$, $i = 1, \ldots, n$.
3. $S_i(t_{i+1}) = S_{i+1}(t_{i+1})$, $i = 1, \ldots, n-2$.
4. $S_i'(t_{i+1}) = S_{i+1}'(t_{i+1})$, $i = 1, \ldots, n-2$.
5. $S_i''(t_{i+1}) = S_{i+1}''(t_{i+1})$, $i = 1, \ldots, n-2$.

Свойство 1 означает, что $S(t)$ – кусочно-кубическая функция. Свойство 2 утверждает, что она интерполирует заданный набор точек данных. Свойства 3 и 4 требуют, чтобы сплайн был гладкой непрерывной функцией. Свойство 5 означает, что вторая производная данной функции также непрерывна.

Условия интерполяции точек данных дают n уравнений, каждое из свойств 3, 4 и 5 дают еще $n-2$ уравнений. Следовательно, мы имеем $n + 3\,(n - 2) = 4n-6$ условий для $4(n-1)$ коэффициентов сплайна.

Мы можем получать различные кубические сплайны в зависимости от того, как используем два дополнительных условия. Возможны, например, такие варианты:

1. $S_1''(t_1) = S_{n-1}''(t_n) = 0$ (натуральный сплайн),
2. $S_1'(t_1) = A$, $S_{n-1}'(t_n) = B$ (обобщение натурального сплайна),
3. $S_1'''(t_2) = S_2'''(t_2)$, $S_{n-2}'''(t_{n-2}) = S_{n-1}'''(t_{n-2})$ (the not-a-knot spline).

Последнее условие означает, что в соседних с краями точках непрерывной является ещё и третья производная. Обычно библиотеки при построении сплайна по умолчанию строят именно not-a-knot сплайн, если им не указать граничные условия.

Часто значения функции возмущены ошибками измерения. Интерполирование таких зашумленных данных приводит к нежелательным колебаниям. Стандартный подход в таких случаях состоит в минимизации взвешенной суммы квадратов ошибок интерполяции в комбинации с квадратом интеграла от второй производной для контроля гладкости.

Функция $S(t)$ называется сглаживающим кубическим сплайном, если она:

1. Является кубическим полиномом $S(t) = S_i(t) = a_i + b_i(t-t_i) + c_i(t-t_i)^2 + d_i(t-t_i)^3$ на каждом частичном отрезке (t_i, t_{i+1}), $i = 1, \ldots, n-1$.
2. Имеет непрерывную вторую производную на (t_1, t_n).
3. Минимизирует значение:

$$L = p\sum_{i=1}^{n} w_i(y_i - S(t_i))^2 + (1-p)\int_{t_1}^{t_n} \left(S''(t)\right)^2 dt$$

где w_i – заданные числа (веса). Сглаживающий параметр $p \in [0{,}1]$ отражает относительную важность, которую мы даем противоречащими друг другу задачам – сплайн должен оставаться близким к данным, с одной стороны, и быть достаточно гладкой кривой, с другой стороны.

Для повышения точности вычисления коэффициентов Тейлора в методе Паде-Лапласа мы заменим в формулах (2.3) подынтегральную функцию (сигнал) его сглаживающим сплайном [111]. Тогда интегралы можно будет вычислить явно, тем самым устранив ошибку численного интегрирования.

Интерполирование сглаживающим сплайном также позволит уменьшить нежелательные колебания зашумленных данных. Перед тем, как получить формулу для коэффициентов Тейлора через значения сглаживающего сплайна для сигнала, сформулируем следующее утверждение.

Утверждение. Пусть $S(t)$ – многочлен третьей степени и $P(t) = t^r S(t)$, где $r = 0, 1, 2, \ldots$. Пусть p_0 не равняется 0. Тогда

$$\frac{P(t)}{p_0} + \frac{P'(t)}{p_0^2} + \frac{P''(t)}{p_0^3} + \ldots + \frac{P^{(r+3)}(t)}{p_0^{r+4}} =$$
$$= r! \sum_{k=0}^{r} \left(\frac{S(t)}{p_0} + \frac{(k+1)S'(t)}{p_0^2} + \frac{(k+2)(k+1)S''(t)}{2p_0^3} + \right. \tag{2.7}$$
$$\left. + \frac{(k+3))(k+2)(k+1)S'''(t)}{6p_0^4} \right) \cdot \frac{x^{r-k}}{(r-k)!p_0^k}.$$

Утверждение проверяется непосредственным вычислением производных с использованием формулы $(t^r)^{(k)} = \frac{r!}{(r-k)!} t^{r-k}$.

Теперь мы можем перейти к основному результату данного параграфа.

Пусть $S(t)$ – кубический сплайн или сглаживающий кубический сплайн для $f(t)$. Заменим $f(t)$ на $S(t)$ в формулах (2.3) для коэффициентов Тейлора c_r, $r = 0, 1, \ldots$.

$$c_r = \frac{(-1)^r}{r!} \int_0^\infty t^r f(t) e^{-p_0 t} dt \approx \frac{(-1)^r}{r!} \int_0^\infty t^r S(t) e^{-p_0 t} dt.$$

Используя определение сплайна, получим

$$\frac{(-1)^r}{r!} \int_0^\infty t^r S(t) e^{-p_0 t} dt = \frac{(-1)^r}{r!} \sum_{i=1}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} t^r S_i(t) e^{-p_0 t} dt.$$

Обозначим $P_i(t) = t^r S_i(t)$ – многочлен степени $r + 3$.

Тогда $\frac{(-1)^r}{r!} \sum\limits_{i=1}^{n-1} \int\limits_{t_i}^{t_{i+1}} t^r S_i(t) e^{-p_0 t} dt =$

$$= \frac{(-1)^{r+1}}{r!} \sum_{i=1}^{n-1} e^{-p_0 t} \left(\frac{P_i(t)}{p_0} + \frac{P_i'(t)}{p_0^2} + \cdots + \frac{P_i^{(r+3)}(t)}{p_0^{r+4}} \right) \Bigg|_{t_i}^{t_{i+1}}.$$

Делая подстановку, используя (2.7) и вводя обозначения $t_n - t_{n-1} = h_{n-1}$, получим следующие **явные формулы для коэффициентов Тейлора:**

$$c_r \approx \frac{(-1)^r}{r!}\int\limits_0^\infty t^r S(t) e^{-p_0 t} dt = (-1)^{r+1}\left\{ e^{-p_0 t_n}\sum_{k=0}^{r}\left(\frac{y_n}{p_0}+\right.\right.$$

$$+\frac{(k+1)(b_{n-1}+2c_{n-1}h_{n-1}+3d_{n-1}h_{n-1}^2)}{p_0^2}+\frac{(k+2)(k+1)(c_{n-1}+3d_{n-1}h_{n-1})}{p_0^3}+$$

$$+\left.\frac{(k+3)(k+2)(k+1)d_{n-1}}{p_0^4}\right)\frac{t_n^{r-k}}{(r-k)!p_0^k} - e^{-p_0 t_1}\sum_{k=0}^{r}\left(\frac{y_1}{p_0}+\frac{(k+1)b_1}{p_0^2}+\right. \tag{2.8}$$

$$+\left.\frac{(k+2)(k+1)c_1}{p_0^3}+\frac{(k+3)(k+2)(k+1)d_1}{p_0^4}\right)\frac{t_1^{r-k}}{(r-k)!p_0^k}+$$

$$\left.+\sum_{i=2}^{n-1} e^{-p_0 t_i}(d_{i-1}-d_i)\sum_{k=0}^{r}\frac{(k+3)(k+2)(k+1)t_i^{r-k}}{(r-k)!p_0^{k+4}}\right\}.$$

Всюду выше предполагалось $p_0 \neq 0$. Легко проверить, что при $p_0 = 0$ коэффициенты могут быть вычислены по следующим формулам:

$$c_r = \frac{(-1)^r}{r!}\int\limits_0^\infty t^r f(t) dt \approx \frac{(-1)^r}{r!}\int\limits_0^\infty t^r S(t) dt =$$

$$= (-1)^r \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{k=0}^{r}\frac{x_i^{r-k}h_i^{k+1}}{(r-k)!k!}\left(\frac{y_i}{k+1}+\frac{b_i h_i}{k+2}+\frac{c_i h_i^2}{k+3}+\frac{d_i h_i^3}{k+4}\right).$$

Использование формул (2.8) при вычислении коэффициентов Тейлора в методе Паде-Лапласа дает более точный результат, чем традиционные способы [111]. В этом случае интегралы вычисляются точно и мы имеем дело только с ошибкой интерполяции зашумленного сигнала его сглаживающим сплайном. Остальные же методы помимо этой ошибки содержат также и ошибки численного интегрирования.

В ходе параграфов 2.2, 2.3 были решены две основные проблемы метода Паде-Лапласа – предложен алгоритм вычисления аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени, решающий проблему появления ложных полюсов, вызванных неединственностью знаменателя аппроксимации, и получена явная формула для вычисления коэффициентов Тейлора на основе кубического сглаживающего сплайна для увеличения точности их вычисления в условиях шумов. На основе этих решений, предложим

Алгоритм модифицированного метода Паде-Лапласа:

Вход: Сигнал $f(t) = \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t}$, p_0 – параметр метода.

Выход: $A_j,\ \lambda_j,\ N$.

1. Для функции $f(t)$ строим сглаживающий сплайн $S(t)$ из многочленов $S_i(t) = a_i + b_i(t-t_i) + c_i(t-t_i)^2 + d_i(t-t_i)^3$, на (t_i, t_{i+1}), $i = 1,\ldots,n-1$.

2. Вычисляем коэффициенты c_r ряда Тейлора функции $L[f](p)$ в точке p_0 по сглаживающему сплайну сигнала и формулам (2.8):

$$c_r \approx \frac{(-1)^r}{r!}\int\limits_0^\infty t^r S(t)e^{-p_0 t}dt = (-1)^{r+1}\left\{e^{-p_0 t_n}\sum_{k=0}^{r}\left(\frac{y_n}{p_0}+\right.\right.$$

$$+\frac{(k+1)(b_{n-1}+2c_{n-1}h_{n-1}+3d_{n-1}h_{n-1}^2)}{p_0^2}+\frac{(k+2)(k+1)(c_{n-1}+3d_{n-1}h_{n-1})}{p_0^3}+$$

$$\left.+\frac{(k+3)(k+2)(k+1)d_{n-1}}{p_0^4}\right)\frac{t_n^{r-k}}{(r-k)!p_0^k}-e^{-p_0 t_1}\sum_{k=0}^{r}\left(\frac{y_1}{p_0}+\frac{(k+1)b_1}{p_0^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{(k+2)(k+1)c_1}{p_0^3}+\frac{(k+3)(k+2)(k+1)d_1}{p_0^4}\right)\frac{t_1^{r-k}}{(r-k)!p_0^k}+$$

$$\left.+\sum_{i=2}^{n-1}e^{-p_0 t_i}(d_{i-1}-d_i)\sum_{k=0}^{r}\frac{(k+3)(k+2)(k+1)t_i^{r-k}}{(r-k)!p_0^{k+4}}\right\}.$$

Здесь $y_1 = f(t_1), y_n = f(t_n)$.

3. Строим аппроксимацию Паде в точке p_0 по найденным коэффициентам Тейлора и алгоритму, предложенному в параграфе 2.2 для нахождения аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени, не дающим дуплетов Фруассара. Степень знаменателя дает оценку для числа N экспонент.

4. Находим полюсы и вычеты аппроксимации Паде, которые и дают оценку параметров $\lambda_j,\ A_j,\ j = 1,\ldots,N$, сигнала.

Конец.

Далее будут рассмотрены практические применения этого метода к анализу модельных и реальных сигналов с кориолисового расходомера.

2.4 Принцип действия кориолисового расходомера

Кориолисовые массовые расходомеры широко применяются в промышленности для измерений массового расхода и плотности текущей среды в реальном времени. Конструкция первых кориолисовых расходомеров использовала одну прямую расходомерную трубку [170]. Такие расходомеры меньше загрязняются, однако сильно подвержены внешним вибрациям. Добавление второй трубки делает расходомер независимым от внешних нагрузок и вибраций. Наконец, U-образные длинные трубки изгибаются лучше прямых коротких и посылают более мощный сигнал [171]. По этим причинам, подавляющее большинство современных кориолисовых расходомеров имеют две изогнутые трубки с разделителем потока.

Принцип их действия основан на колебательном движении трубок, по которым движется среда. Измеряемая среда, поступающая в расходомер, разделяется на равные половины, протекающие через каждую из его трубок. Движение задающей катушки (рис. 2.3) приводит к тому, что трубки расходомера колеблются вверх-вниз в противоположном направлении друг к другу.

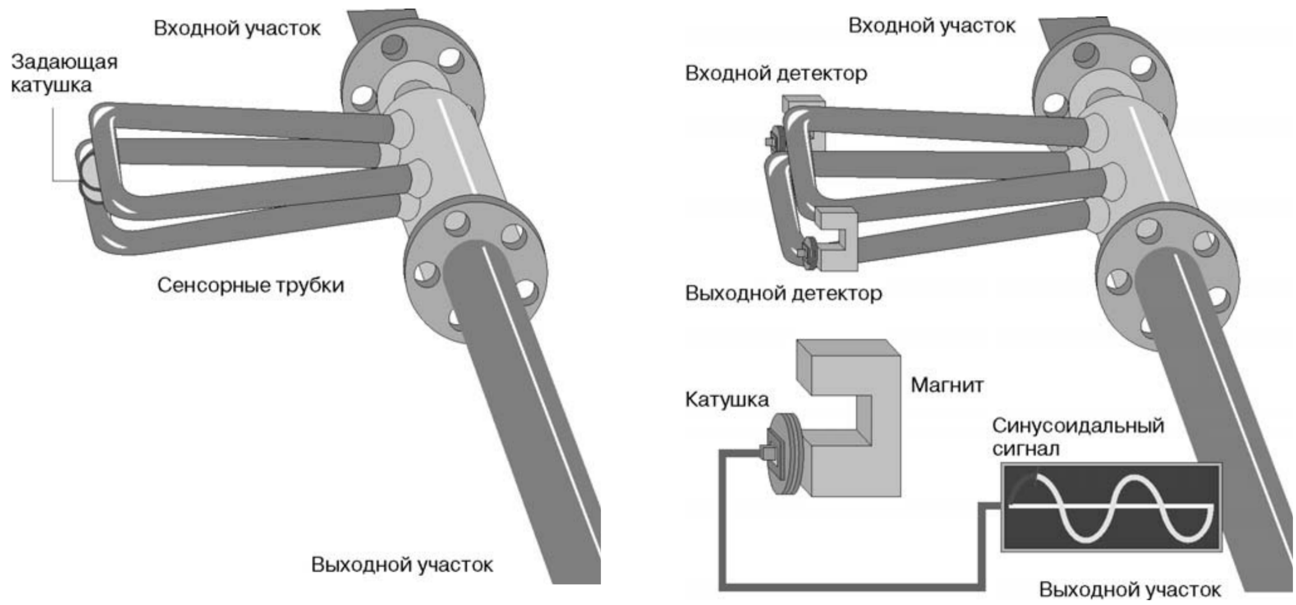


Рисунок 2.3 — К устройству расходомера

На трубках расходомера установлены магниты и катушки-соленоиды. Катушки смонтированы на одной трубке, магниты на другой. Каждая катушка движется внутри однородного магнитного поля постоянного магнита. Сгенерированное напряжение от каждой катушки детектора имеет форму синусоидальной волны. Когда расход отсутствует, синусоидальные сигналы, поступающие с детекторов, находятся в одной фазе.

При движении измеряемой среды возникает сила Кориолиса, направленная против движения трубки, приданного ей задающей катушкой. Когда трубка движется вверх во время половины ее собственного цикла, то для жидкости, поступающей внутрь, сила Кориолиса направлена вниз. Как только жидкость проходит изгиб трубки, направление силы меняется на противоположное. Таким образом, во входной половине трубки сила, действующая со стороны жидкости, препятствует смещению трубки, а в выходной способствует. Это приводит к изгибу трубки. В результате изгиба на катушках генерируются сигналы, не совпадающие по фазе, так как сигнал с входного детектора запаздывает по отношению к сигналу с выходного детектора (рис. 2.4). Разница во времени между сигналами ΔT прямо пропорциональна массовому расходу.

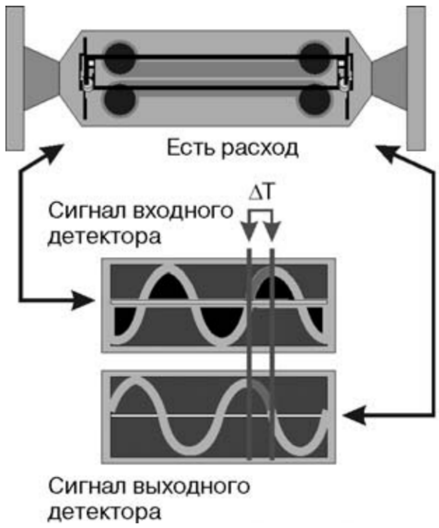


Рисунок 2.4 — Временное запаздывание при наличии среды

Частота колебаний трубок зависит от их геометрии, материала, конструкции и массы. Масса состоит из двух частей: массы самих трубок и массы измеряемой среды в трубках. Все перечисленные выше значения для любого отдельно взятого расходомера являются постоянными, за исключением массы измеряемой среды, равной ее плотности умноженной на объем. Поскольку длина и диаметр контрольного участка также не изменяются, то частота колебаний трубок зависит только от одной величины – плотности среды.

Зависимость частоты от плотности калибруется на заводе, в процессе изготовления прибора. На основе данных по калибровке частота колебаний, измеренная в ходе работы, переводится в плотность измеряемой среды.

Итак, показания кориолисового расходомера рассчитываются на основе определения частоты и разности фаз синусоидальных сигналов напряжения, снятых с измерительных катушек расходомера. По этой причине указанные параметры должны быть рассчитаны как можно точнее. Несмотря на множество уже существующих подходов к определению параметров синусоидальных сигналов [172], разработка новых методов по-прежнему актуальна из-за значительного искажения синусоид и усложнения задачи оценки их параметров при наличии многофазной среды.

На рисунке 2.5 приведен типичный вид сигнала, снятого с одной из катушек расходомера. Видно, что он представляет собой практически чистую синусоиду. Однако при наличии в жидкости около 15 % воздуха этот сигнал искажается и принимает вид представленный на рисунке 2.6. При дальнейшем увеличении содержания воздуха искажения будут еще больше.

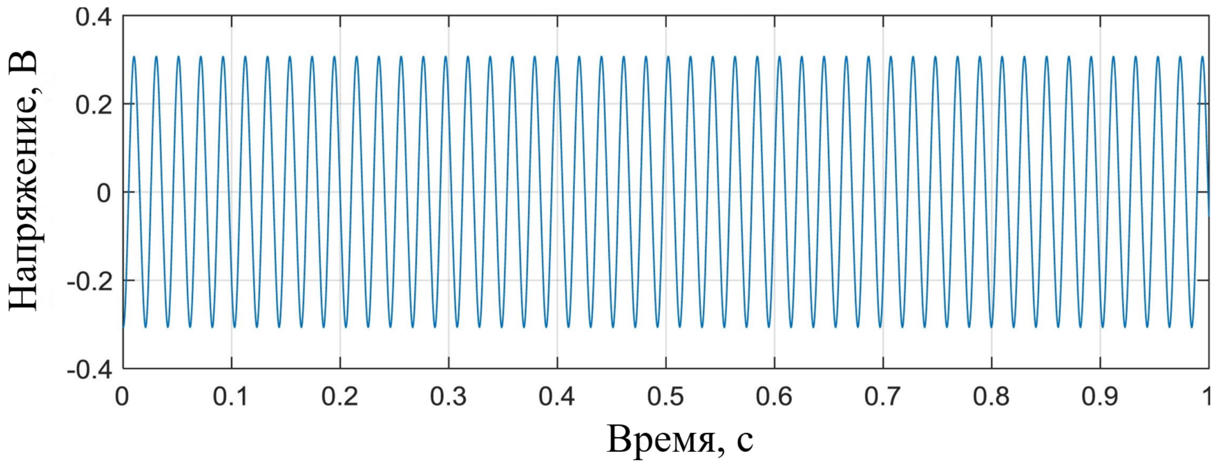


Рисунок 2.5 — Сигнал с катушки расходомера в однофазной среде

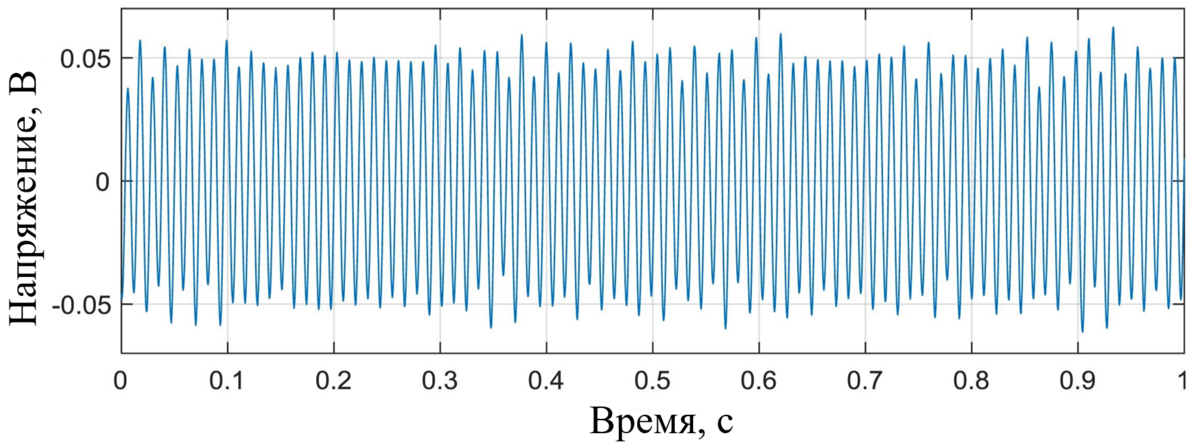


Рисунок 2.6 — Сигнал с катушки расходомера в двухфазной среде

Таким образом, методы оценки параметров сигналов расходомера должны определять их параметры как можно точнее и быть устойчивыми к шуму и возможным искажениям сигнала. Такой устойчивостью не обладает, например, широко распространенный метод перехода через нуль. Метод Паде-Лапласа ранее не использовался для нахождения параметров синусоидальных сигналов с катушек расходомера, возможно, из-за наличия проблем, о которых шла речь ранее в этой главе. В следующем параграфе мы применим модифицированный метод Паде-Лапласа для анализа сигналов с расходомера.

2.5 Анализ сигналов кориолисового расходомера и алгоритм обработки информации для повышения точности их измерений

В этом параграфе мы сначала рассмотрим модельный пример и покажем, что для более точного определения параметров сигнала иногда следует завысить порядок аппроксимаций Паде. В случае классического метода Паде-Лапласа это вызвало бы появление дуплетов Фруассара. Мы же применим модифицированный метод Паде-Лапласа сначала для модельного случая, а потом и к реальным сигналам расходомера.

Пример 2.3. Рассмотрим модельный сигнал

$$s_n(t) = s(t) + n(t) = \cos(2\pi \cdot 200t) + n(t),\ t = 0, \ldots, L,$$

дискретизированный с частотой 1000 Гц. В качестве отсчетов шума $n(t)$ возьмем значения нормальной случайной величины. Для определения отношения сигнал/шум используем формулу:

$$SNR = 10 \lg \frac{P_{signal}}{P_{noise}}, \tag{2.9}$$

где $P_{signal} = \frac{1}{L}\int_0^L s^2(t)dt$ – мощность сигнала $s(t)$, P_{noise} – мощность шума $n(t)$. Длительность сигнала $L = 0.02$ секунды. Образцы сигналов с разным уровнем шума приведены на рисунке 2.7.

Применим метод Паде-Лапласа для определения частоты данного сигнала. Для чистоты эксперимента, проведем его по 1000 раз для разных реализаций шума, усредним полученные результаты и найдем их разброс. Также сравним методы вычисления коэффициентов ряда Тейлора по формуле трапеций и по явным формулам (2.8), использующим сплайн.

В данном случае преобразованием Лапласа сигнала $s_n(t)$ является рациональная дробь со степенью числителя, равной единице и степенью знаменателя, равной двум, поэтому достаточно построить аппроксимацию Паде типа $(1, 2)$. Мы, тем не менее, исследуем вопрос зависимости точности определения частоты сигнала от порядка аппроксимации Паде типа $(N-1, N)$, рассмотрев случаи $N = 2, \ldots, 30$.

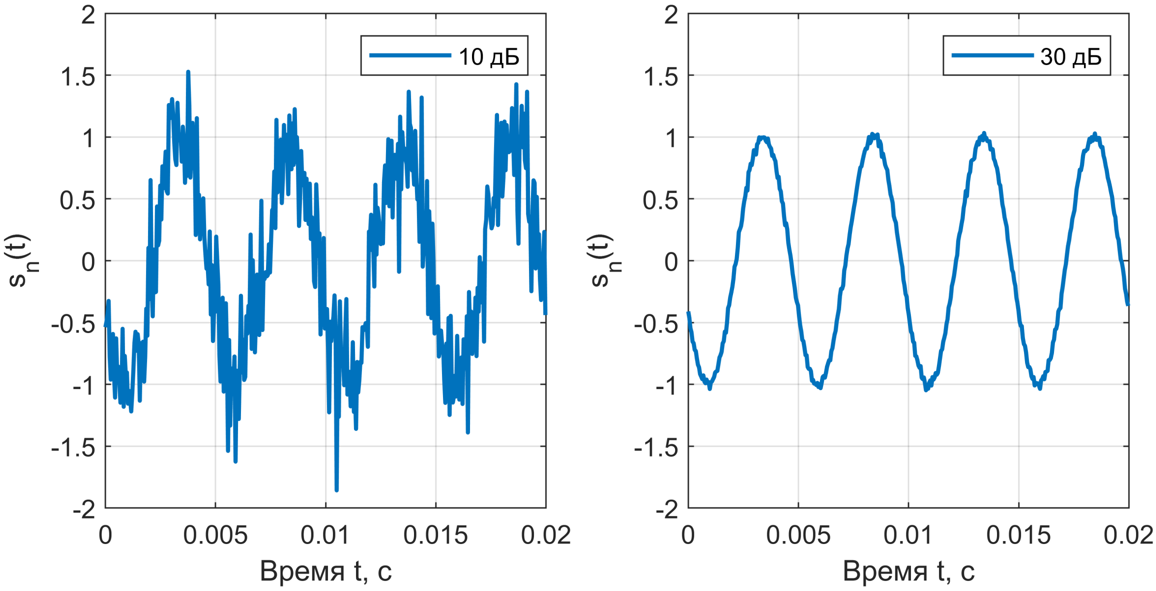


Рисунок 2.7 — Зашумленные синусоиды с $SNR = 10$ и 30 дБ

На рисунке 2.8 представлены средние значения найденной частоты в серии из 1000 экспериментов для значений $SNR = 10$ и 30 дБ. По оси абсцисс отложена степень N знаменателя аппроксимации Паде типа $(N-1, N)$. Для вычисления коэффициентов ряда Тейлора был использован метод трапеций. Видно, что среднее значение частоты отклоняется от истинного значения 200 Гц тем больше, чем больше уровень шума. Наибольшим это отклонение является как раз для $N = 2$, что говорит о неоптимальности типа (1,2) аппроксимации Паде. При использовании аппроксимаций Паде типа $(N-1, N)$, с $N = 3, \ldots, 30$ мы получаем лучшее среднее значение найденной частоты, чем при $N = 2$.

Как показано в нашей статье [58], при использовании классического метода Паде-Лапласа завышенный порядок вызывает появление дуплетов Фруассара. Мы используем алгоритм вычисления аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, чтобы избежать этой проблемы.

На рисунке 2.9 представлены средние значения найденной частоты при использовании формул (2.8) со сплайном для вычисления коэффициентов ряда Тейлора в методе Паде-Лапласа. Отметим, что в данном случае $N = 2$ напротив дает лучшее среднее значение оценки частоты.

Отклонение найденного среднего значения частоты от ее истинного значения при $N \geqslant 5$ составляет не более 8 Гц и 0.5 Гц для методов трапеций и сплайнов, соответственно, при $SNR = 30$ дБ, а также не более 19 Гц и 1.7 Гц для методов трапеций и сплайнов, соответственно, при $SNR = 10$ дБ. Таким

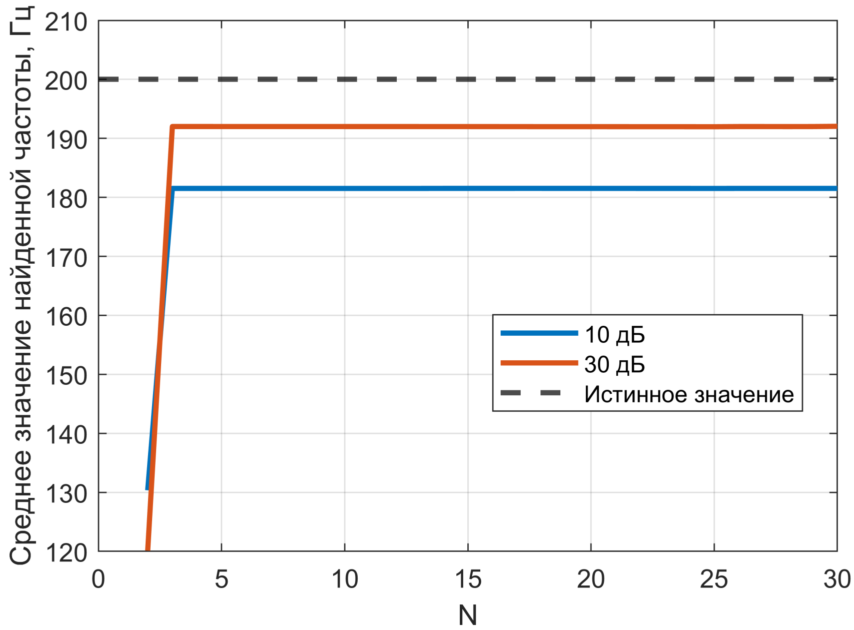


Рисунок 2.8 — Среднее значение найденной частоты сигнала при использовании метода трапеций

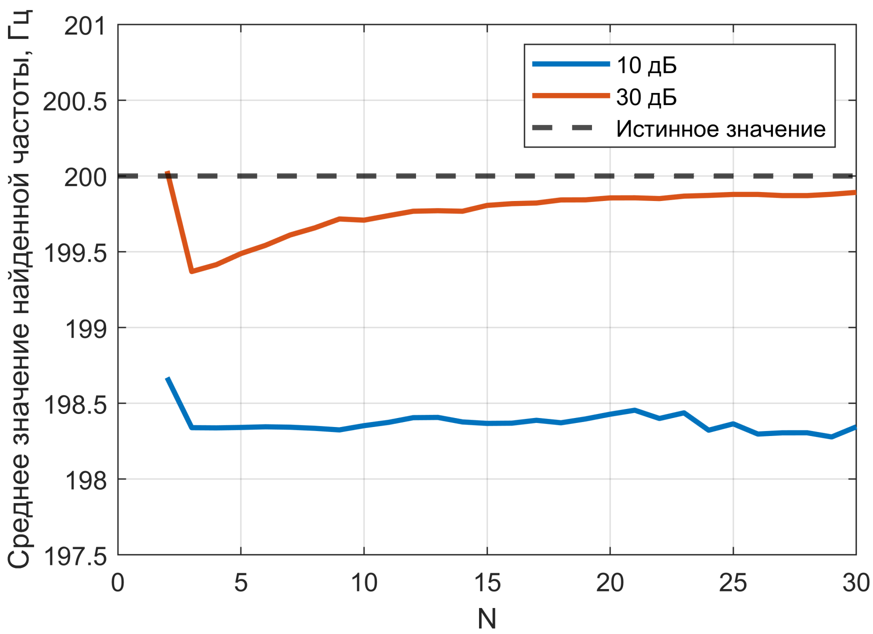


Рисунок 2.9 — Среднее значение найденной частоты сигнала при использовании сплайнов

образом, использование сплайнов и формул (2.8) действительно предпочтительнее в методе Паде-Лапласа, нежели классическая формула трапеций.

На рисунке 2.10 построены среднеквадратичные отклонения оценок частоты и фазы для случая $SNR = 30$ дБ и двух способов нахождения коэффициентов ряда Тейлора. Вновь видно, что метод со сплайнами превосходит метод трапеций и дает более точные оценки при том же уровне шума.

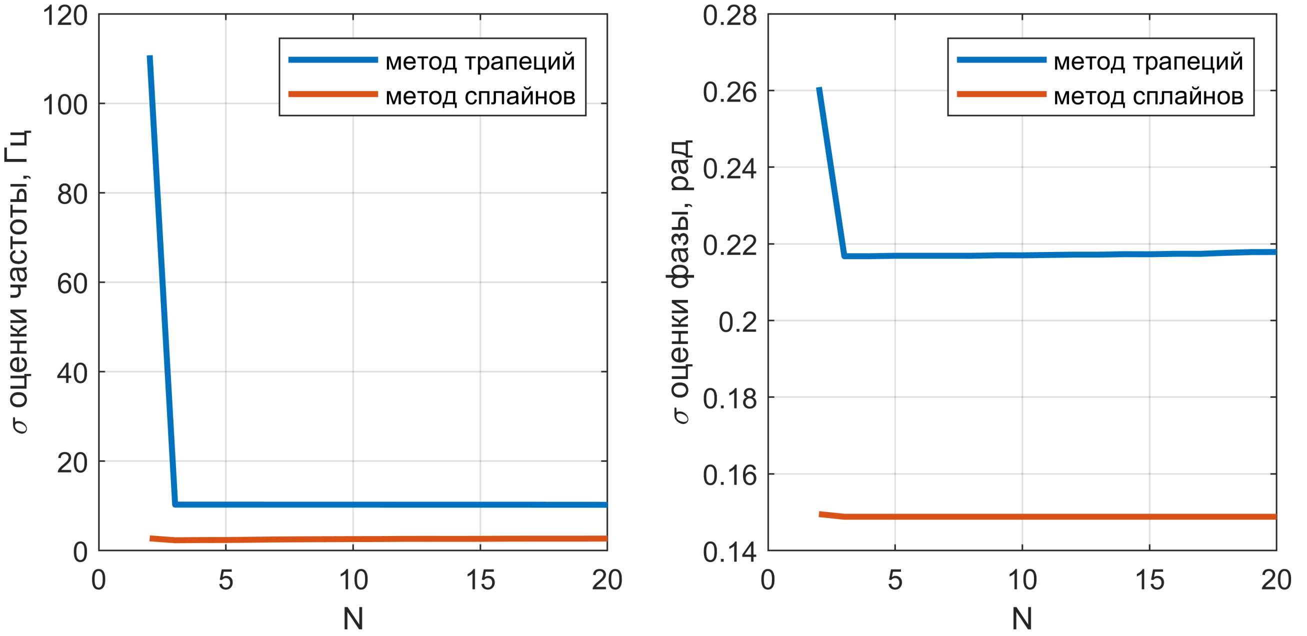


Рисунок 2.10 — Среднеквадратичные отклонения оценок частоты и фазы сигнала при $SNR = 30$ дБ

При $N \geqslant 3$ вычисленные значения среднеквадратичного отклонения оценок частоты составили 9.8 Гц и 2.5 Гц для методов трапеций и сплайнов, соответственно. Таким образом, использование сплайнов для вычисления коэффициентов Тейлора дает по сравнению с методом трапеций уменьшение среднеквадратичного отклонения оценки частоты в 4 раза при $SNR = 30$ дБ. Для оценки фазы сигнала имеем при $N \geqslant 3$ значения среднеквадратичных отклонений 0.21 и 0.14, для метода трапеций и сплайнов, соответственно. Таким образом, использование сплайнов дает уменьшение среднеквадратичного отклонения оценки значения фазы сигналов в 1.5 раза, по сравнению с методом трапеций.

Отметим, что зачастую минимальное значение дисперсии не соответствует $N = 2$, это N дает наилучшую оценку частоты только при небольшом шуме $SNR = 30$ дБ и использовании разработанной нами формулы сплайнов для вычисления коэффициентов Тейлора. При использовании метода трапеций имеет смысл завышать порядок аппроксимаций Паде.

При завышении порядка в классическом методе Паде-Лапласа мы столкнемся с появлением дуплетов Фруассара, что ухудшит точность определения параметров сигнала.

Так, например, в случае рассматриваемого сигнала

$$s_n(t) = s(t) + n(t) = \cos(2\pi \cdot 200t) + n(t),$$

с отношением сигнал/шум $SNR = 30$ дБ модифицированный метод Паде-Лапласа, использующий алгоритм нахождения аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени, находит параметры сигнала, дающие следующую его реконструкцию:

$$r(t) = 1.01e^{-1.2t}\cos(2\pi \cdot 199.2t + 0.008),$$

в то время как классический метод Паде-Лапласа находит следующую реконструкцию:

$$r(t) = 0.36e^{-8.3t}\cos(2\pi \cdot 195.1t + 0.092) + 0.21e^{1257t}\cos(2\pi \cdot 0.02t) -$$

$$-2.1e^{-445870t} + 0.21e^{1257t}$$

и содержит лишние слагаемые, вызванные появлением дуплетов Фруассара. Видно, что даже если мы «вручную» отделим нужное слагаемое, его параметры все равно содержат большую погрешность, чем значения найденные модифицированным методом Паде-Лапласа (Таблица 1). В обоих случаях мы завысили порядок аппроксимации и искали аппроксимацию Паде типа (5, 6).

Таблица 1 — Истинные и найденные методом Паде-Лапласа значения параметров гармоники 200 Гц сигнала $s_n(t)$

Параметры гармоники	Истинные значения	Найденные модифицированным методом	Найденные классическим методом
Частота	200	199.2	195.1
Амплитуда	1	1.01	0.36
Коэффициент затухания	0	-1.2	-8.3
Фаза	0	0.008	0.092

Приведенный пример демонстрирует целесообразность вычисления коэффициентов ряда Тейлора по формулам (2.8), а также необходимость использования алгоритма вычисления аппроксимации Паде со знаменателем минимальной степени. В данном примере модифицированный метод позволил получить более точную оценку фазы сигнала, чем классический метод, что чрезвычайно важно, т.к. именно на разности фаз сигналов с катушек кориолисового расходомера основывается способ определения расхода и потому данный параметр должен быть найден как можно точнее.

Применим теперь модифицированный метод Паде-Лапласа для анализа реальных сигналов с катушек расходомеров.

Сигналы напряжения сняты с измерительных катушек кориолисова расходомера ЭлМетро Фломак ДУ15 с частотой дискретизации 20480 Гц. Фрагменты сигналов длиной в 0.01 секунды приведены на рисунке 2.11. Синусоиды почти сливаются, так как имеют почти одинаковые параметры. Будем двигаться по сигналам в режиме скользящего окна, предварительно проведя децимацию и уменьшив частоту дискретизации до 1024 Гц. Для вычисления коэффициентов ряда Тейлора будем брать фрагменты длительностью в 0.02 секунды.

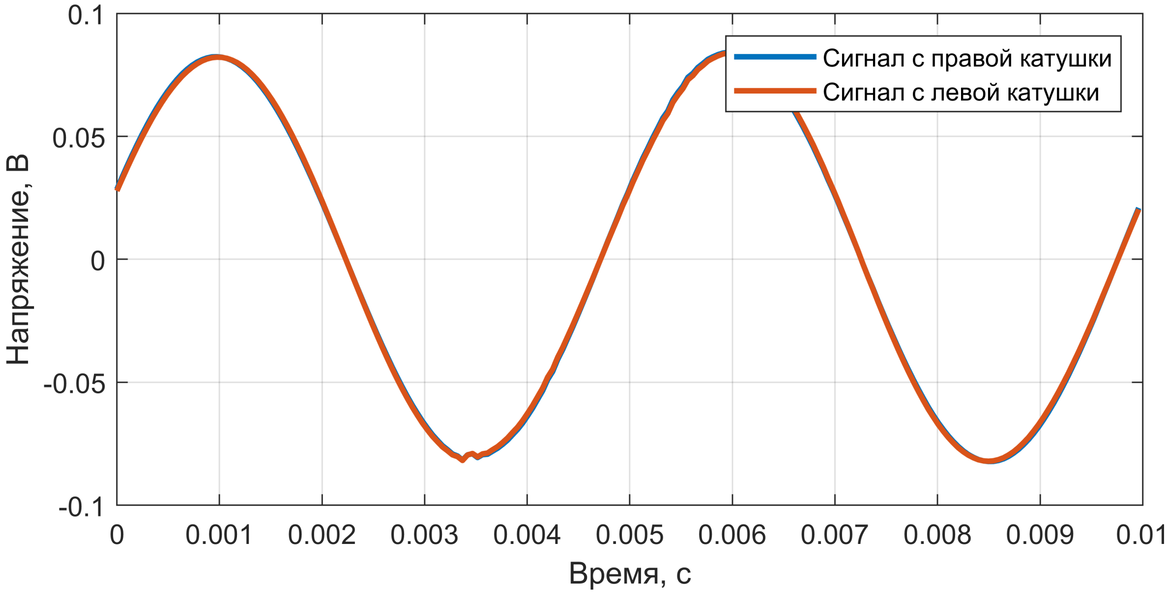


Рисунок 2.11 — Фрагменты сигналов напряжения с катушек расходомера

Для рассматриваемых сигналов $SNR \approx 30$ дБ, поэтому, с целью повышения точности измерений параметров сигнала расходомера, будем строить аппроксимации Паде типа (1, 2), которые дали лучший результат в прошлом примере при таком отношении сигнал/шум. Два полюса аппроксимации Паде $\lambda_{1,2} = \pm 2\pi f i$ дадут оценки для частоты f синусоиды. Вычеты в этих простых полюсах, найденные по формулам (2.5), позволят получить оценки для комплексных амплитуд, равных в данном случае $\frac{A}{2}e^{\pm i\varphi}$, где A – амплитуда синусоиды, φ – ее фаза.

На рисунке 2.12 представлены значения частот сигналов с правой и левой катушек, найденных модифицированным методом Паде-Лапласа на отрезке длиной в 1 секунду. Для уменьшения дисперсии мы также нашли среднее за 0.2 секунды значение частоты с правой катушки, примерно равной 199.4 Гц.

Среднее значение частоты сигнала с левой катушки почти такое же, отличается во втором знаке после запятой, и потому на рисунке не представлено.

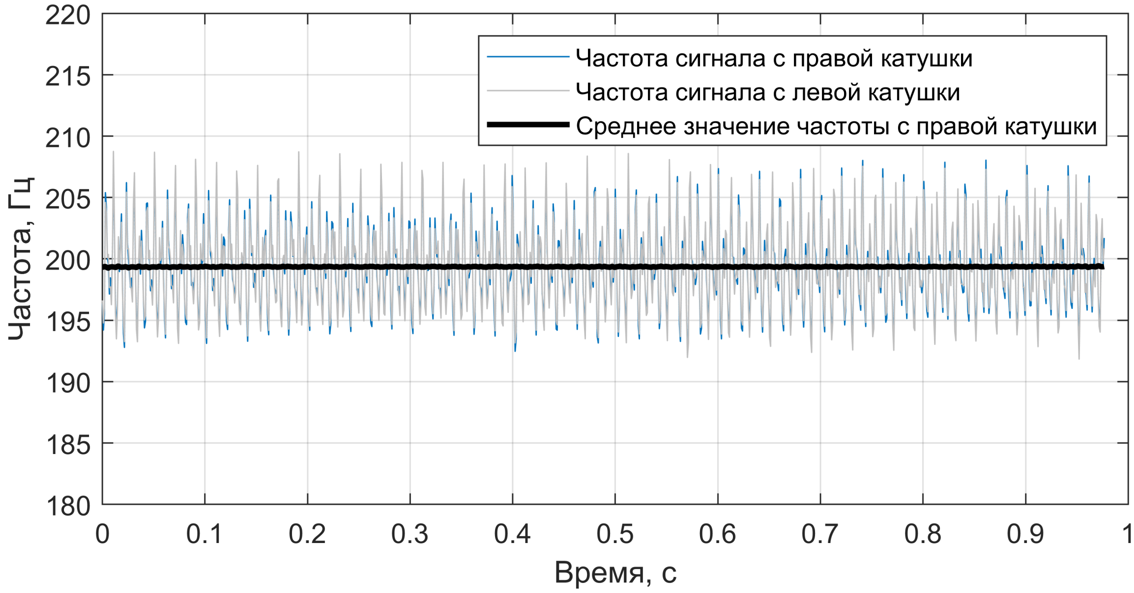


Рисунок 2.12 — Найденная частота сигналов

Разность фаз и ее усредненные за 0.2 секунды значения представлены на рисунке 2.13. Среднее за все время наблюдения значение разности фаз составило $5 \cdot 10^{-4}$ радиан.

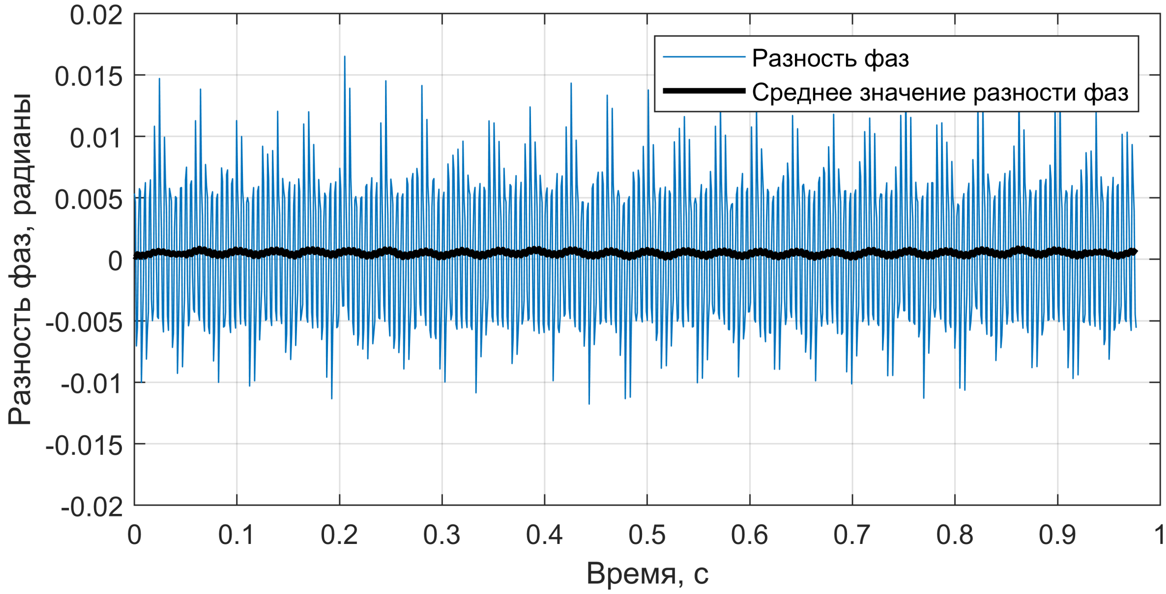


Рисунок 2.13 — Найденная разность фаз сигналов

По найденным значениям разности фаз $\Delta\varphi$ и частоты f сигнала с помощью следующей формулы можно рассчитать временную задержку:

$$\Delta T = \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}. \tag{2.10}$$

Значение временной задержки дает возможность определить расход жидкости MFR, проходящей через кориолисов расходомер, поскольку они связаны следующей линейной зависимостью:

$$MFR = k \cdot \Delta T + b. \tag{2.11}$$

Параметры k, b свои для каждого расходомера, в нашем случае $k = 2.573 \cdot 10^9$, $b = 736.437$.

Итак, согласно формулам (2.10), (2.11), точность измерения разности фаз $\Delta\varphi$ напрямую влияет на точность измерения временной задержки ΔT и расхода MFR. Значение частоты, как мы уже говорили ранее, участвует в определении уровня плотности среды, поэтому его точность также важна для повышения точности измерений кориолисового расходомера. Как было показано ранее, модифицированный метод Паде-Лапласа повышает точность измерения частоты и фазы синусоиды, поэтому приведем основанный на нем

Алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера:

Вход: Сигналы $s_R(t) = A_R \cos(2\pi f t + \varphi_R), s_L(t) = A_L \cos(2\pi f t + \varphi_L)$ напряжения с катушек расходомера.

Выход: Частота f и фазы φ_R, φ_L синусоид.

1. Применяем алгоритм модифицированного метода Паде-Лапласа к $s_R(t), s_L(t)$. Для каждого из сигналов будет построена аппроксимация Паде $\pi^R_{1,2}$, $\pi^L_{1,2}$.

2. Из полюсов найденных аппроксимаций $\lambda^R_{1,2} = \pm 2\pi f_R i$, $\lambda^L_{1,2} = \pm 2\pi f_L i$ находим частоту синусоид. По физическому смыслу частота синусоид с правой f_R и левой f_L катушек расходомера должна быть одинаковой. Если это не так, далее в качестве значения частоты можно взять $\frac{f_R + f_L}{2}$.

3. Из вычетов $\frac{A_R}{2} e^{\pm i\varphi_R}$, $\frac{A_L}{2} e^{\pm i\varphi_L}$ аппроксимаций в полюсах получаем фазу φ_R, φ_L каждой синусоиды.

Конец.

После определения φ_R, φ_L можно найти разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_R - \varphi_L$ сигналов с правой и левой катушек расходомера. По определенной разности фаз $\Delta\varphi$ далее можно определить временную задержку ΔT и расход MFR по формуле (2.11).

На рисунке 2.14 приведены график сигнала напряжения с правой катушки расходомера и найденное по приведенному алгоритму и формуле (2.11) значение расхода. Его среднее значение за все время наблюдения составило 1735 кг/ч. Видно, что на всем интервале наблюдения мы имеем примерно постоянные параметры синусоиды и значение расхода.

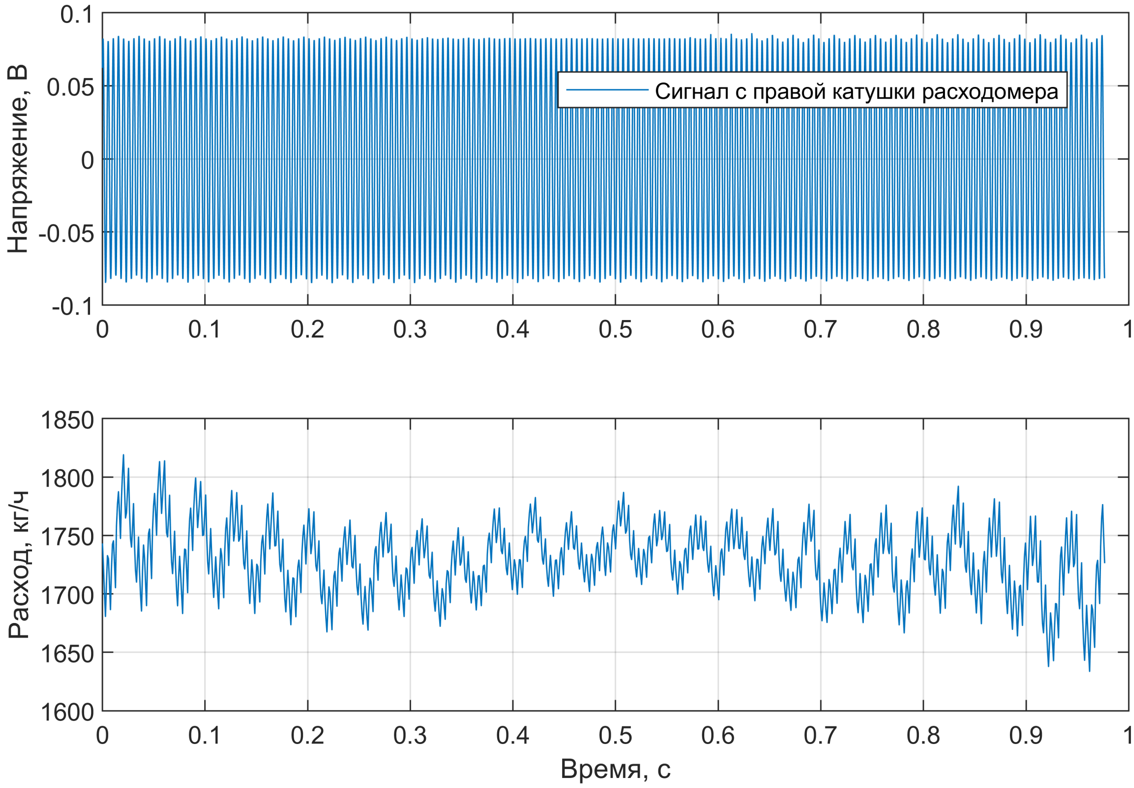


Рисунок 2.14 — Сигнал напряжения и значение расхода в однофазной среде

Нами также были проанализированы сигналы, полученные с расходомера в двухфазной среде. В случайные моменты времени в жидкость впускалась группа пузырьков воздуха разной длительности и в разном ритме. Фрагмент сигнала напряжения с правой катушки расходомера и найденные значения расхода приведены на рисунке 2.15. В отличии от рассмотренного ранее случая однофазной среды, сейчас отмечаются резкие изменения параметров сигнала напряжения и значений расхода.

В данном случае интервал наблюдений составляет 30 секунд. За это время значения расхода меняются примерно в районе 1000-2000 кг/ч. Моменты впуска пузырей соответствуют уменьшению амплитуды синусоиды. Метод Паде-Лапласа чутко реагирует на изменения сигналов напряжения и выдает меньшие значения расхода при наличии пузырьков воздуха.

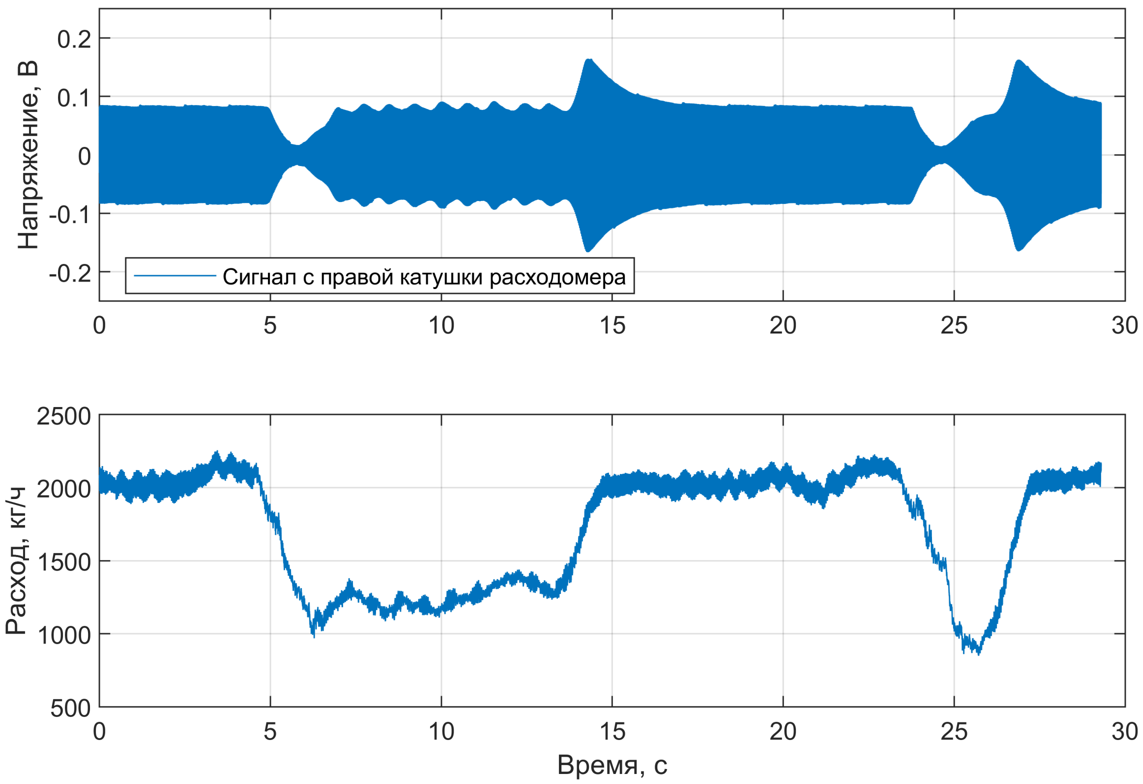


Рисунок 2.15 — Сигнал напряжения и значение расхода в двухфазной среде

На рисунке 2.16 приведена также найденная частота сигнала с правой катушки расходомера. Среднее значение частоты сигнала с левой катушки расходомера вновь почти не отличается от найденного и потому не показано на рисунке. Видно, что значение частоты составляет примерно 200 Гц и возрастает в момент впуска пузырей.

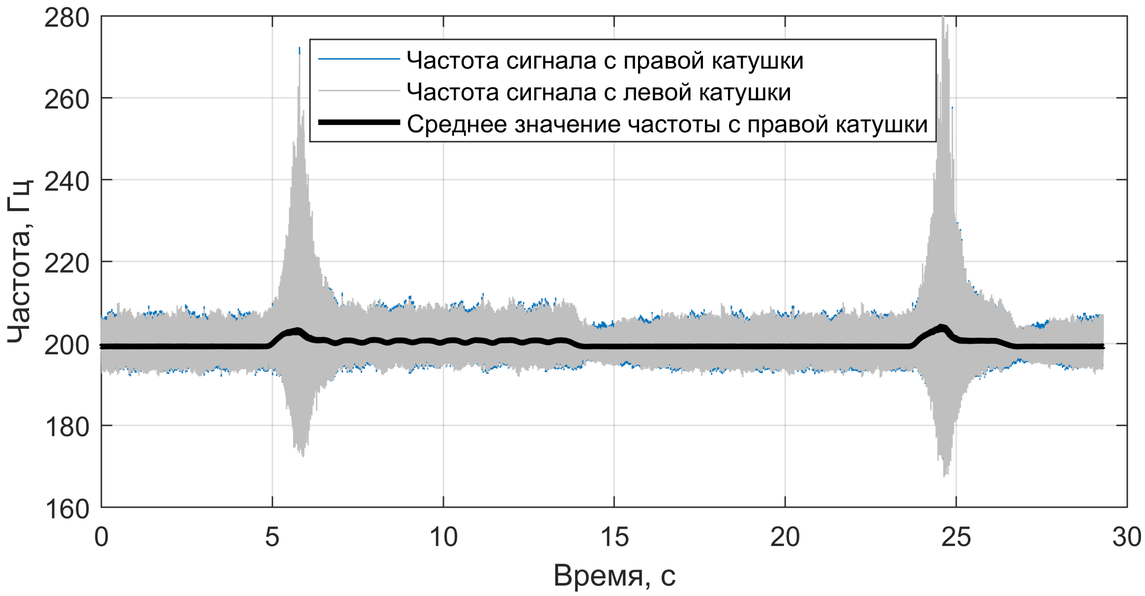


Рисунок 2.16 — Найденная частота сигналов в двухфазной среде

Итак, модифицированный метод Паде-Лапласа может применяться для анализа сигналов напряжения с катушек кориолисового расходомера как в однофазной, так и двухфазной среде.

В ходе проведенных исследований было показано, что метод вычисления коэффициентов ряда Тейлора на основе формул (2.8), предложенных в параграфе 2.3, дает большую точность по сравнению с методом трапеций. Также было установлено, что при большом уровне шума стоит использовать завышенный порядок аппроксимаций Паде и, во избежание появления дуплетов Фруассара, алгоритм вычисления аппроксимаций Паде со знаменателем минимальной степени, предложенный в параграфе 2.2.

2.6 Выводы по главе

В данной главе описан один из параметрических методов решения задачи экспоненциального анализа – метод Паде-Лапласа. Он основан на построении аппроксимаций Паде для рациональной дроби, являющейся преобразованием Лапласа анализируемого сигнала. Полюсы и вычеты аппроксимации позволяют далее найти параметры сигнала. Построение аппроксимаций Паде является решающим этапом метода, требующим работы с плохо обусловленными матрицами [173], элементами которых являются приближенно найденные коэффициенты ряда Тейлора. В ходе изучения и анализа метода выявлены две его основные проблемы, возникающие при практическом использовании. Это, во-первых, наличие «ложных» нулей числителя и знаменателя аппроксимации Паде (дуплетов Фруассара). Во-вторых, наличие больших погрешностей в вычислении коэффициентов ряда Тейлора из-за приближенного интегрирования зашумленного сигнала. Коэффициенты ряда Тейлора используются для вычисления аппроксимаций Паде и потому должны быть найдены как можно точнее.

В ходе работы над главой были получены следующие результаты:

1) Показано, что проблема дуплетов Фруассара вызвана неединственностью знаменателя аппроксимации Паде. Для их устранения нужно сразу находить знаменатель аппроксимации без «лишних» нулей, т.е. знаменатель минимальной степени. В параграфе 2.2 предложен алгоритм нахождения такой аппроксимации Паде.

2) Для вычисления коэффициентов Тейлора получены явные формулы (2.8) через значения сглаживающего кубического сплайна, не использующие

численного интегрирования и дающие более точный результат, чем традиционные способы [111]. При использовании формул (2.8) интегралы для определения коэффициентов ряда Тейлора вычисляются точно и мы имеем дело только с ошибкой интерполяции зашумленного сигнала его сглаживающим сплайном. Использование сплайнов для вычисления коэффициентов Тейлора дает по сравнению с методом трапеций уменьшение среднеквадратичного отклонения оценки частоты $f = 200$ Гц зашумленной синусоиды длительностью $L = 0.02$ секунды в 4 раза при $SNR = 30$ дБ и частоте дискретизации $Fs = 1000$ Гц.

3) Предложен модифицированный метод Паде-Лапласа, использующий разработанные решения двух проблем классического метода. На модельном примере в §2.5 показано, что для улучшения точности оценок параметров сигналов методом Паде-Лапласа стоит использовать завышенный порядок аппроксимаций Паде. При этом модифицированный метод Паде-Лапласа, в отличие от классического, не приводит к появлению дуплетов Фруассара и, за счет вычисления коэффициентов ряда Тейлора по формулам (2.8) и нового алгоритма вычисления аппроксимации Паде, дает уменьшение дисперсии оценки параметров сигнала. Для зашумленной синусоиды частоты $f = 200$ Гц с $SNR = 30$ дБ, частотой дискретизации $Fs = 1000$ Гц, модифицированный метод позволил уменьшить среднеквадратичное отклонение оценок фазы сигнала в 1.5 раза по сравнению с классическим методом, следовательно, оценка с помощью предложенного метода значения расхода в задаче обработки сигналов с кориолисового расходомера также будет в каждый момент времени точнее в 1.5 раза.

4) Разработан алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера и применен к анализу сигналов расходомера в однофазной и двухфазной среде. Результаты эксперимента подтвердили высокую чувствительность метода в определении расхода жидкости в двухфазной среде. Предложенный алгоритм обеспечивает технический эффект за счет способности оперативно детектировать резкие изменения сигнала при появлении пузырьков воздуха и повышает точность оценок параметров сигналов, что в итоге улучшает точность определения расхода и плотности.

Метод Паде-Лапласа является мощным методом решения задачи экспоненциального анализа, недостатки которого выявлены и устранены в настоящей работе, предлагающей модификацию метода за счет нового алгоритма вычисления аппроксимации Паде и явной формулы для коэффициентов Тейлора.

Глава 3. Квазиоптимальная частота дискретизации и модифицированный метод Прони для потока случайной последовательности затухающих синусоид

В данной главе приведено описание метода Прони и оценки чисел обусловленности матриц систем, возникающих при решении задачи экспоненциального анализа этим методом. Показано, что частота дискретизации сигнала влияет на значения чисел обусловленности и, следовательно, на точность нахождения параметров сигнала. Получен алгоритм выбора квазиоптимальной частоты дискретизации сигнала, он протестирован на реальном сигнале генератора. Также этот алгоритм применен и к анализу сигнала ударной реакции вала, возникающей в задаче диагностики подшипника качения. Такой сигнал представляет собой случайный поток затухающих синусоид, когда полезный сигнал существует не всегда и время его начала не известно. Для данной модели предложена модификация метода Прони с использованием завышения порядка, полиномов линейного предсказания вперед и назад, находящая в скользящем режиме полюсы, соответствующие полезному сигналу.

3.1 Описание метода Прони

Классический метод Прони позволяет определить $2N$ параметров A_j, λ_j сигнала

$$s(t) = \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j t}$$

по результатам $2N$ измерений $s_m = s(mT)$, $m = 0, 1, \ldots, 2N-1$, где T – период дискретизации. Напомним основные этапы метода [7].

Обозначим $z_j = e^{\lambda_j T}$, $j = 1, \ldots, N$, и запишем равенства

$$s_m = \sum_{j=1}^{N} A_j e^{\lambda_j mT} = \sum_{j=1}^{N} A_j z_j^m, \quad m = 0, 1, \ldots, 2N-1. \tag{3.1}$$

Составим многочлен

$$(z - z_1)(z - z_2)\ldots(z - z_N) = \sum_{k=0}^{N} \alpha_k z^k, \ \alpha_N = 1. \tag{3.2}$$

С учетом соотношений (3.1) и (3.2) получим, что следующая сумма будет равна нулю:

$$\sum_{k=0}^{N} s_{k+m}\alpha_k = \sum_{k=0}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} A_j z_j^{k+m}\right)\alpha_k = \sum_{j=1}^{N} A_j z_j^{m} \sum_{k=0}^{N} \alpha_k z_j^{k} = 0$$

для $m = 0, 1, \ldots, N-1$.

Таким образом, мы получили систему линейных уравнений

$$\sum_{k=0}^{N} s_{k+m}\alpha_k = 0. \tag{3.3}$$

С учетом того, что $\alpha_N = 1$ запишем эту систему в виде:

$$\sum_{k=0}^{N-1} s_{k+m}\alpha_k = -s_{N+m}. \tag{3.4}$$

Из системы (3.4) могут быть получены коэффициенты α_k многочлена (3.2).

На втором этапе метода Прони составляется многочлен (3.2) и находятся его корни z_j. Наконец на третьем этапе, используя уже найденные z_j, можно найти и комплексные амплитуды A_j с помощью N уравнений из (3.1):

$$s_m = \sum_{j=1}^{N} A_j z_j^{m}, \quad m = 0, 1, \ldots, N-1. \tag{3.5}$$

Итак, при нахождении методом Прони параметров A_j, λ_j сигнала $s(t)$ требуется решить системы линейных уравнений (3.4) и (3.5).

3.2 Зависимость чисел обусловленности матриц в методе Прони от частоты дискретизации сигнала

В реальных условиях вместо системы линейных уравнений $Ax = b$ приходится решать систему $(A + \varepsilon_A)\hat{x} = b + \varepsilon_b$.

Относительная ошибка решения $\delta x = \frac{\|\hat{x}-x\|}{\|x\|}$ удовлетворяет неравенству [174]:

$$\delta x \leqslant condA \cdot (\delta A + \delta b). \tag{3.6}$$

Здесь $\delta A = \frac{\|\varepsilon_A\|}{\|A\|}$, $\delta b = \frac{\|\varepsilon_b\|}{\|b\|}$ – относительные погрешности задания A, b, $condA$ – число обусловленности матрицы A, которое определяется по формуле

$$condA = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

и для любой матричной нормы удовлетворяет неравенству $condA \geqslant 1$. Оценка (3.6) получена в предположении $condA \cdot \delta A \ll 1$.

Поскольку в реальных условиях данные s_m зашумлены, для получения качественного результата по методу Прони желательно, чтобы числа обусловленности матриц систем (3.4) и (3.5) были как можно меньше.

Матрица системы (3.5) является матрицей Вандермонда:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_N^{N-1} \end{pmatrix},$$

матрица системы (3.4) имеет вид $M =$

$$= \begin{pmatrix} A_1 + \dots + A_N & A_1 z_1 + \dots + A_N z_N & \dots & A_1 z_1^{N-1} + \dots + A_N z_N^{N-1} \\ A_1 z_1 + \dots + A_N z_N & A_1 z_1^2 + \dots + A_N z_N^2 & \dots & A_1 z_1^N + \dots + A_N z_N^N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_1 z_1^{N-1} + \dots + A_N z_N^{N-1} & A_1 z_1^N + \dots + A_N z_N^N & \dots & A_1 z_1^{2N-2} + \dots + A_N z_N^{2N-2} \end{pmatrix}$$

и допускает представление:

$$M = VAV^T, \tag{3.7}$$

где $A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_N \end{pmatrix}$.

Важно отметить, что элементы матриц V, M, а значит и их числа обусловленности, в силу равенств $z_j = e^{\lambda_j T}$, $j = 1, \dots, N$, зависят от периода дискретизации T, значение которого мы задаем сами, выбирая частоту дискретизации сигнала $s(t)$.

На рисунке 3.1 в логарифмическом масштабе представлена зависимость чисел обусловленности матриц M, V, возникающих в методе Прони, от частоты дискретизации при обработке сигнала:

$$s(t) = 5e^{-100t}\cos\left(2\pi \cdot 500t + \frac{\pi}{3}\right) + 6e^{-200t}\cos\left(2\pi \cdot 1100t + \frac{\pi}{4}\right) +$$

$$+7e^{-250t}\cos\left(2\pi \cdot 1400t + \frac{\pi}{5}\right)$$

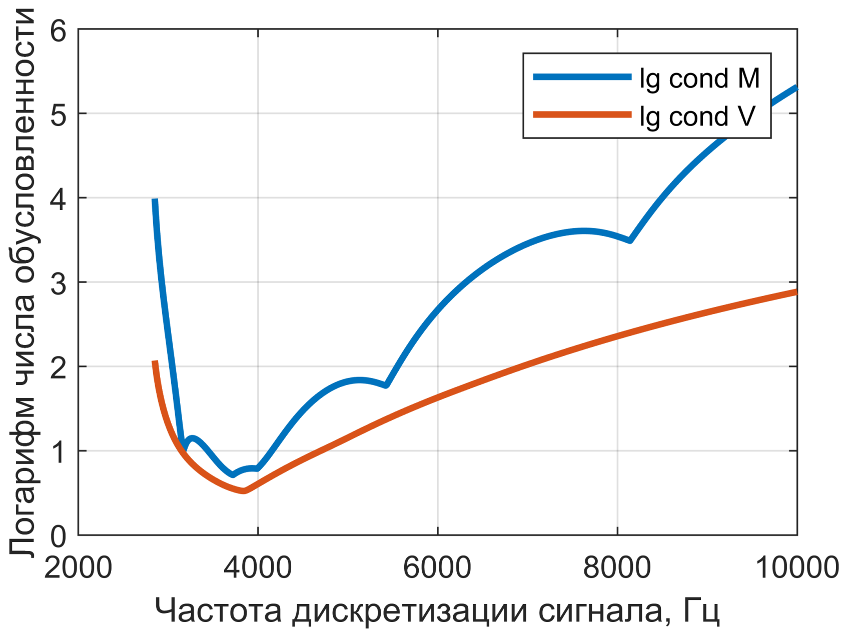


Рисунок 3.1 — Зависимость чисел обусловленности матриц в методе Прони от частоты дискретизации сигнала

Как мы видим, частота 2800 Гц, равная удвоенной максимальной частоте 1400 Гц в сигнале, не является наилучшей, минимум чисел обусловленности находится примерно в диапазоне 3500 - 4100 Гц. Большие значения частоты дискретизации также приводят к плохой обусловленности матриц M и V.

Наша ближайшая цель – разработать алгоритм нахождения наилучшего (оптимального) значения частоты дискретизации, дающего минимальные значения чисел обусловленности матриц M и V. Однако, во-первых, их минимум не обязательно будет достигаться в одной точке, а во-вторых, получить такое значение для экспоненциальных сигналов общего вида затруднительно, приходиться рассматривать частные случаи. Мы будем поэтому говорить о алгоритме получения квазиоптимального значения частоты дискретизации сигнала, который и будет приведен далее в работе. Заметим, что для данного сигнала алгоритм дает значение 3800 Гц.

Ясно, что для того, чтобы указать способ нахождения квазиоптимального значения частоты дискретизации сигнала, нам предстоит изучить вопрос обусловленности матриц M и V.

Матрицы Вандермонда V часто возникают на практике: в задачах интерполяции, экстраполяции, восстановления пропущенных отсчетов (см., например, [175]). В условиях шума обусловленность матрицы Вандермонда влияет на получаемый результат и потому служит предметом исследований многих авторов. Так, например, в работе [176] показано, что задача оптимального выбора неравномерных отсчетов для интерполяции сигнала сводится к вопросу обусловленности соответствующей матрицы Вандермонда. Далее в [176] получен критерий равенства числа обусловленности этой матрицы своему наилучшему значению. В статье [175] получены оценки числа обусловленности матрицы Вандермонда с узлами на единичной окружности, зависящие от наименьшего и наибольшего расстояний между ними. В работе [177] изучается влияние N на обусловленность прямоугольной матрицы Вандермонда размера $n \times N$ с узлами в единичном круге.

В многочисленных работах, посвященных обусловленности матрицы Вандермонда, авторы обычно рассматривают частные случаи значений узлов $z_1, \ldots, z_N$. Так, например, в [178] изучается обусловленность матриц Вандермонда с действительными значениями $z_1, \ldots, z_N$ при $2 \leqslant N \leqslant 6$, в [179] комплексные узлы $z_1, \ldots, z_N$ предполагаются определенным образом расположенными на единичной окружности. В общем же случае речь идет разве что только об оценке числа обусловленности матрицы.

Из результатов работ [180], [181], [182] можно выписать следующую оценку для $\mathit{cond}\, V = \|V\| \cdot \|V^{-1}\|$ в случае $|z_k| \leqslant 1$, $k = 1, \ldots, N$. Этот случай осуществляется для суммы затухающих и незатухающих синусоид и является самым важным для нас.

$$N \cdot \max_{1 \leqslant \lambda \leqslant N} \prod_{\substack{\nu=1,\\ \nu \neq \lambda}}^{N} \frac{1}{|z_\nu - z_\lambda|} \leqslant \mathit{cond}\, V \leqslant N \cdot \max_{1 \leqslant \lambda \leqslant N} \prod_{\substack{\nu=1,\\ \nu \neq \lambda}}^{N} \frac{1 + |z_\nu|}{|z_\nu - z_\lambda|}. \tag{3.8}$$

Здесь и далее под нормой матрицы $V = (v_{\lambda,\mu})_{\lambda,\mu=1}^{N}$ в $\mathit{cond}\, V = \|V\| \cdot \|V^{-1}\|$ понимается максимальная строчная норма l_∞: $\|V\| = \max\limits_{1 \leqslant \lambda \leqslant N} \sum\limits_{\mu=1}^{N} |v_{\lambda,\mu}|$.

Что касается матрицы M, то, насколько нам известно, ее обусловленность изучалась только в нашей работе [36; 183], где были получены оценки числа $\mathit{cond}\, M$. К изложению этих результатов мы и перейдем.

3.3 Оценка числа обусловленности матрицы M в методе Прони

Ключевую роль в оценке числа обусловленности матрицы M играет ее представление (3.7) в виде $M = VAV^T$. Для оценки нормы $\|M^{-1}\|$ мы могли бы воспользоваться представлением $M^{-1} = \left(V^T\right)^{-1} A^{-1} V^{-1}$ и уже известными оценками для $\|V^{-1}\|$ (см. [182]). Однако оценка получится менее грубой, если исходить из выражения для элементов матрицы M^{-1}, полученного в нашей работе [36] на основе представления (3.7).

Введем несколько обозначений.

Обозначим через σ_m элементарные симметрические функции:

$$\sigma_m = \sigma_m(z_1, \ldots, z_N) = \sum_{\nu_1<\nu_2<\ldots<\nu_m} z_{\nu_1} z_{\nu_2} \ldots z_{\nu_m},$$

$$m = 1, \ldots, N, \;\; \sigma_0 = 1.$$

Так, например, $\sigma_1 = z_1 + z_2 + \cdots + z_N$, $\sigma_2 = z_1 z_2 + z_1 z_3 + \cdots + z_{N-1} z_N$ и т.д.

Сумма симметрических функций обладает следующим свойством [182]:

$$\sum_{k=0}^{N} |\sigma_k| = \prod_{k=1}^{N} (1 + |z_k|), \tag{3.9}$$

причем знак равенства достигается тогда и только тогда, когда все точки z_k лежат на одном луче, т.е. $z_k = |z_k| e^{i\psi}$, $k = 1, \ldots, N$.

Исключим переменную z_λ и обозначим функцию σ_m оставшейся $N-1$ переменной через σ_m^λ, т.е.

$$\sigma_m^\lambda = \sigma_m(z_1, z_2, \ldots, z_{\lambda-1}, z_{\lambda+1}, \ldots, z^N).$$

Для нормы матрицы M^{-1} справедлива следующая оценка [36]:

$$\|M^{-1}\| \leqslant \max_{1\leqslant\lambda\leqslant N} |\sigma_{N-\lambda}^k| \cdot \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{|A_k|} \prod_{\nu=1,\nu\neq k}^{N} \frac{1 + |z_\nu|}{|z_k - z_v|^2}.$$

Здесь знак равенства достигается и возможен, например, в случае, когда $A_1 = A_2 = \ldots = A_N$ и все z_k лежат на одном луче.

Поскольку $\max\limits_{1\leqslant\lambda\leqslant N} |\sigma_{N-\lambda}^k| \leqslant \sum\limits_{\lambda=1}^{N} |\sigma_{N-\lambda}^k|$, то, пользуясь (3.9), получаем более наглядную оценку:

$$\|M^{-1}\| \leqslant \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{|A_k|} \prod_{\nu=1,\nu\neq k}^{N} \frac{(1 + |z_\nu|)^2}{|z_k - z_v|^2}.$$

Для нормы матрицы M в нашей работе [36] получена следующая оценка:

$$\|M\| \leqslant A_{max} \cdot \sum_{k=1}^{N} \left(max\{1, |z_k|^{N-1}\} \cdot \sum_{\mu=1}^{N} |z_k|^{\mu-1} \right).$$

Здесь $A_{max} = \max\limits_{1\leqslant\lambda\leqslant N} |A_\lambda|$.

Тогда для числа обусловленности матрицы M справедлива оценка:

$$cond M \leqslant A_{max} \cdot \sum_{k=1}^{N} \left(max\{1, |z_k|^{N-1}\} \cdot \sum_{\mu=1}^{N} |z_k|^{\mu-1} \right) \times$$

$$\times \max_{1\leqslant\lambda\leqslant N} |\sigma^k_{N-\lambda}| \cdot \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{|A_k|} \prod_{\nu=1, \nu\neq k}^{N} \frac{1+|z_\nu|}{|z_k - z_v|^2}. \tag{3.10}$$

Случай $|z_k| \leqslant 1$, $k = 1, \ldots, N$, является важным для практики. В частности, он осуществляется для сигналов, представляющих собой сумму затухающих ($|z_k| < 1$) или незатухающих синусоид ($|z_k| = 1$). Обозначим $A_{min} = \min\limits_{1\leqslant\lambda\leqslant N} |A_\lambda|$, $d = \min\limits_{\nu\neq\lambda} |z_\nu - z_\lambda|$. Тогда, если все $|z_k| \leqslant 1$, то из (3.10) следует оценка [36]:

$$cond\, M \leqslant N^3 \cdot \frac{A_{max}}{A_{min}} \cdot \left(\frac{2}{d}\right)^{2(N-1)}. \tag{3.11}$$

С учетом введенных обозначений приведенную выше оценку (3.8) для $cond\ V$ можно также записать следующим образом:

$$cond\, V \leqslant N \cdot \left(\frac{2}{d}\right)^{(N-1)}. \tag{3.12}$$

Ясно, что оценки (3.11), (3.12) тем меньше (лучше), чем больше наименьшее расстояние $d = \min\limits_{\nu\neq\lambda} |z_\nu - z_\lambda|$ между z_k. Поэтому следует подбирать частоту дискретизации Fs сигнала так, чтобы d было как можно больше.

В частном случае сигнала, представляющего собой сумму незатухающих синусоид, все z_k лежат на единичной окружности и расстояние d максимально в случае их равномерного распределения на этой окружности. Такое распределение соответствует наилучшему значению $cond\, V = 1$ (см., например, [176]).

Для матрицы M мы также можем получить следующее достаточное условие ее идеальной обусловленности.

Утверждение. Пусть $|A_1| = \ldots = |A_N|$. Пусть $z_1, \ldots, z_N$ равномерно распределены на единичной окружности. Тогда $cond\, M = 1$.

Действительно, поскольку $z_1, \ldots, z_N$ равномерно распределены на единичной окружности, то, легко убедиться, $V^H V = N \cdot I$, что равносильно тому, что $cond\, V = 1$. Здесь V^H – эрмитово-сопряженная, I – единичная матрицы. Мы используем спектральную норму, т.е. $cond\, V = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$, где λ_{max} (λ_{min})

– максимальное (минимальное) сингулярное число матрицы V. Аналогичное утверждение справедливо и для V^T. Далее, в силу условий $|A_1| = \ldots = |A_N|$ для матрицы A выполняется равенство $A^H = |A_1|A^{-1}$, т.е. A с точностью до постоянного множителя также является унитарной матрицей. Поскольку $M = VAV^T$, то и для матрицы M справедливо аналогичное утверждение, что и означает, что $cond\, M = 1$.

В следующем параграфе будет показано, что изменить положение точек $z_1, \ldots, z_N$ на плоскости можно, изменяя частоту дискретизации сигнала. Как мы установили, для суммы незатухающих синусоид с одинаковыми амплитудами, если $z_1, \ldots, z_N$ равномерно распределены на окружности, то числа обусловленности минимальны: $cond\, V = cond\, M = 1$. Таким образом, в этом частном случае нужно подбирать оптимальную частоту дискретизации сигнала так, чтобы $z_1, \ldots, z_N$ являлись вершинами правильного многоугольника.

В общем случае мы также будем выбирать частоту дискретизации Fs_{opt}, исходя из соображений равномерного распределения точек $z_1, \ldots, z_N$ на окружности. Это приведет к уменьшению оценок чисел обусловленности, поэтому такое значение частоты дискретизации будем называть квазиоптимальным.

3.4 Алгоритм нахождения квазиоптимальной частоты дискретизации сигнала

В этом параграфе мы предложим простой и эффективный алгоритм выбора частоты дискретизации сигнала, представляющего собой сумму затухающих и/или незатухающих синусоид

$$s(t) = \sum_{k=1}^{n} a_k e^{-\sigma_k t} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k), \tag{3.13}$$

параметры которого мы собираемся искать с помощью метода Прони. Мы предполагаем, что в нашем распоряжении уже имеется информация о количестве частот n в сигнале и их приблизительные значения $f_1, \ldots, f_n$, полученные, например, с помощью преобразования Фурье. На основе этих примерных значений n и $f_1, \ldots, f_n$, мы должны найти квазиоптимальное значение частоты дискретизации сигнала, способствующее уменьшению ошибок при поиске его параметров методом Прони.

Учтем, что действительные синусоиды приводят к появлению пар комплексно-сопряженных узлов

$$z_1, \ldots, z_n, z_{n+1} = z_n^*, \ldots, z_N = z_1^*, \quad N = 2n$$

и сделаем также допущение о том, что коэффициенты затухания синусоид примерно одинаковы, т.е. все точки z_k лежат на одной и той же окружности с центром в нуле, радиуса $e^{-\sigma t}$. Ясно, что $z_1, \ldots, z_N$ будут равномерно распределены на единичной окружности тогда и только тогда, когда они будут вершинами правильного N–угольника, симметричного относительно оси абсцисс, т.е.

$$\arg z_1 = \frac{\pi}{2n},\ \arg z_2 = \frac{3\pi}{2n},\ \ldots,\ \arg z_n = \frac{(2n-1)\pi}{2n}.$$

Поскольку $\arg z_k = 2\pi f_k T$, $k = 1, \ldots, n$, где T – период дискретизации сигнала (3.13), то требуется подобрать период дискретизации T_{opt} так, чтобы минимизировать норму выражения:

$$T_{opt} = \arg\min_T \|F \cdot T - B\|, \tag{3.14}$$

где $F = (f_1, f_2, \ldots, f_n)^T$, $B = \left(\frac{1}{4n}, \frac{3}{4n}, \ldots, \frac{2n-1}{4n}\right)^T$.

В продолжение примера, рассмотренного в параграфе 3.1, построим как и на рисунке 3.1, зависимости логарифмов чисел обусловленности матриц M и V, а также евклидовой нормы выражения $F \cdot T - B$ от частоты дискретизации. Для удобства визуализации, последнее выражение было умножено на 5. Видно, что все рассматриваемые величины имеют минимум примерно в одной области (рисунок 3.2).

Решение задачи (3.14) записывается следующим образом:

$$T_{opt} = F^\dagger B,$$

где $F^\dagger$ – псевдообратная матрица для матрицы F.

Для рассматриваемого случая $F^\dagger = \left(F^T F\right)^{-1} F^T$, тогда

$$F^T F = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \ldots & f_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{n} f_k^2,$$

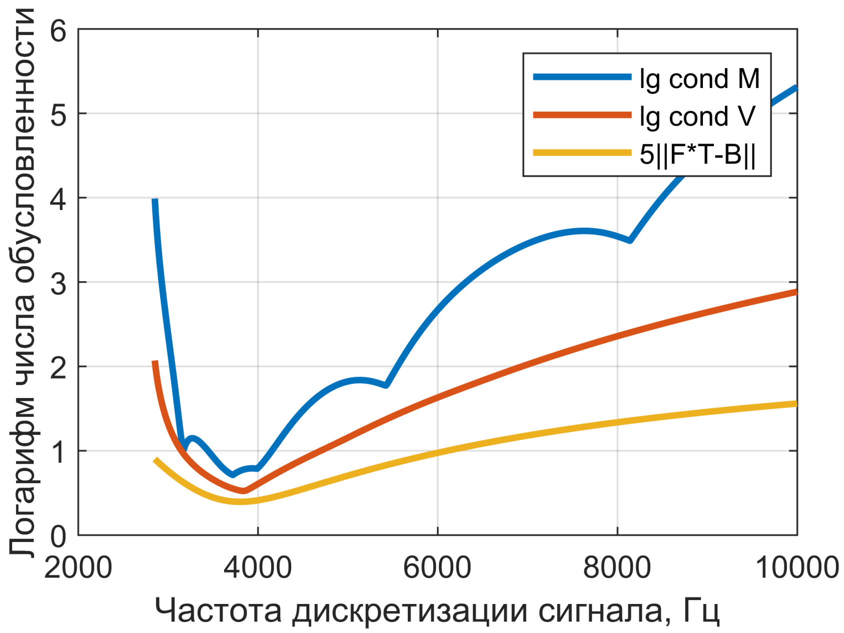


Рисунок 3.2 — Зависимость чисел обусловленности матриц и $\|F \cdot T - B\|$ от частоты дискретизации сигнала

$$F^{\dagger} = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} f_k^2} \cdot \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \ldots & f_n \end{pmatrix},$$

$$T_{opt} = F^{\dagger}B = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} f_k^2} \cdot \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \ldots & f_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{4n} \\ \frac{3}{4n} \\ \vdots \\ \frac{2n-1}{4n} \end{pmatrix} = \frac{1}{4n \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} f_k^2} \cdot \sum_{k=1}^{n} (2k-1) f_k.$$

Тогда оптимальная частота дискретизации находится по формуле:

$$Fs_{opt} = \frac{1}{T_{opt}} = 4n \cdot \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} f_k^2}{\sum\limits_{k=1}^{n} (2k-1) f_k}. \tag{3.15}$$

Мы готовы привести следующий **алгоритм нахождения квазиоптимального значения частоты дискретизации:**

Вход: Сигнал $s(t) = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k e^{-\sigma_k t} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k)$.

Выход: Квазиоптимальная частота дискретизации Fs, дающая минимальные оценки чисел обусловленности матриц в методе Прони.

1. Получаем, например, с помощью преобразования Фурье, предварительные оценки количества и примерных значений частот

$$f_1 < \ldots < f_n$$

исследуемого сигнала.

2. Находим квазиоптимальное значение частоты дискретизации по формуле (3.15):

$$Fs_{opt} = 4n \cdot \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} f_k^2}{\sum\limits_{k=1}^{n} (2k-1) f_k}.$$

Конец.

Ясно, что идея алгоритма – распределить точки $z_1, \ldots, z_N$ максимально близко к вершинам правильного N-угольника. Если число N велико и/или сами частоты значительно отличаются друг от друга, то сделать это очень сложно. Такой сигнал рекомендуется с помощью фильтров разделить на несколько составляющих с разным частотным составом. Далее для каждой составляющей применять указанный алгоритм поиска Fs_{opt} и метод Прони для нахождения частот и других параметров. При этом мы уменьшаем и число частот N в каждом случае, что также благоприятно влияет на обусловленность матриц в методе Прони, поскольку, как видно из (3.11), (3.12), оценки чисел обусловленности матриц M и V тем лучше, чем меньше число частот.

Покажем эффективность алгоритма на следующем примере. Вновь рассмотрим сигнал

$$s(t) = 5e^{-100t} \cos\left(2\pi \cdot 500t + \frac{\pi}{3}\right) + 6e^{-200t} \cos\left(2\pi \cdot 1100t + \frac{\pi}{4}\right) + \\ +7e^{-250t} \cos\left(2\pi \cdot 1400t + \frac{\pi}{5}\right). \qquad (3.16)$$

Добавим к нему белый шум, так что отношение сигнал/шум, рассчитанное по формуле (2.9) составляет $SNR = 30$ дБ.

Параметры зашумленного сигнала были найдены с помощью классического метода Прони при разных значениях частоты дискретизации – при значении $Fs = 2800$ Гц, при квазиоптимальной частоте $Fs_{opt} = 3800$ Гц, полученной на основании предложенного нами алгоритма, и при значении $Fs = 4800$ Гц.

На рисунке 3.3 представлены зашумленный сигнал и его реконструкция, полученная с помощью метода Прони. Частота дискретизации в этом случае равна 2800 Гц. Можно отметить не очень удовлетворительное качество реконструкции.

На рисунке 3.4 показано расположение шести полюсов сигнала при частоте дискретизации $Fs = 2800$ Гц. Видно, что полюсы z_3 и z_6 совпали. Ясно, что

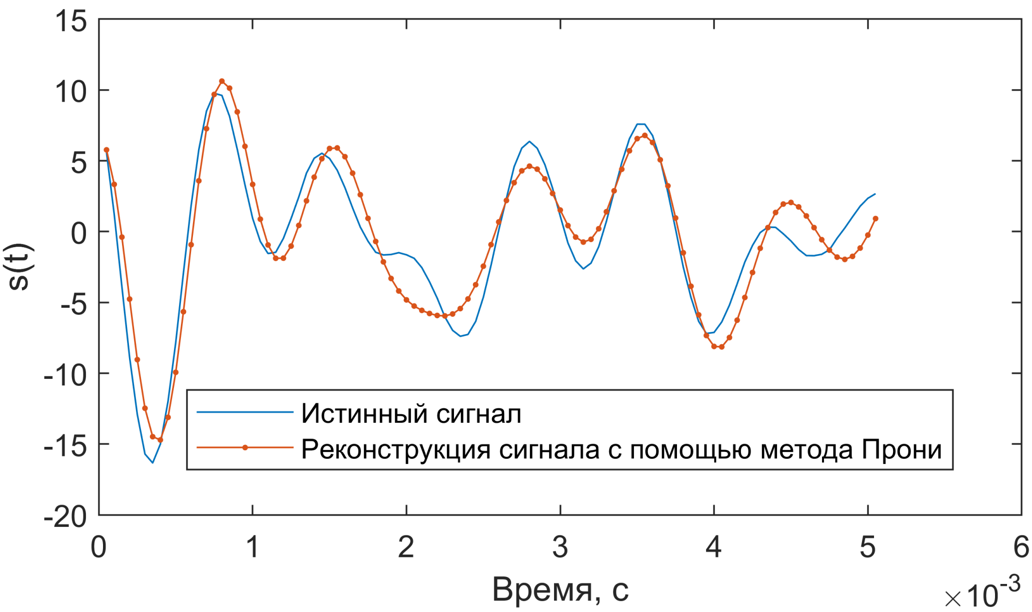


Рисунок 3.3 — Сигнал и его реконструкция при $Fs = 2800$ Гц

такая частота дискретизации и такое расположение полюсов не способствует максимизации расстояния d между полюсами, которое в данном случае равно нулю из-за совпадения z_3 и z_6.

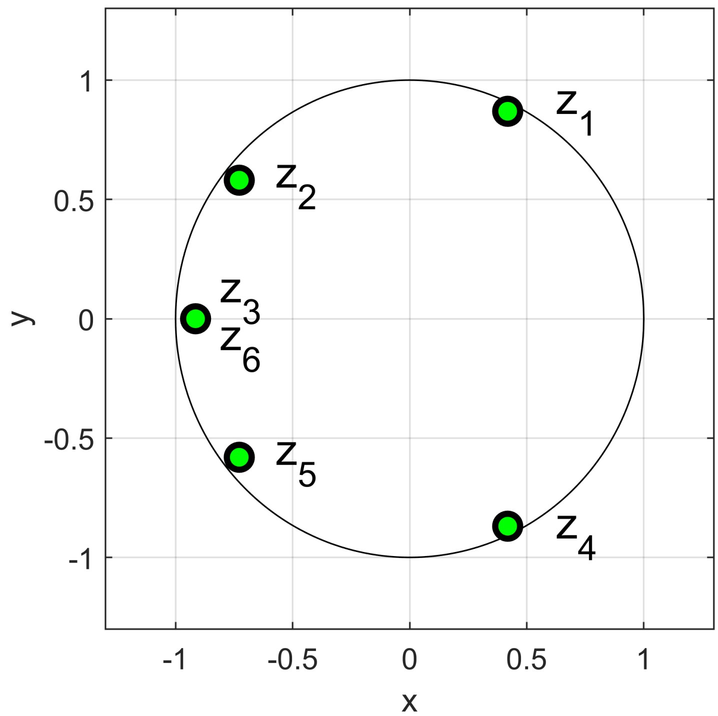


Рисунок 3.4 — Расположение полюсов сигнала при $Fs = 2800$ Гц

Существенно лучше выглядит восстановленный сигнал на рисунке 3.5, соответствующий частоте дискретизации $Fs = 3800$ Гц, найденной по предложенному алгоритму.

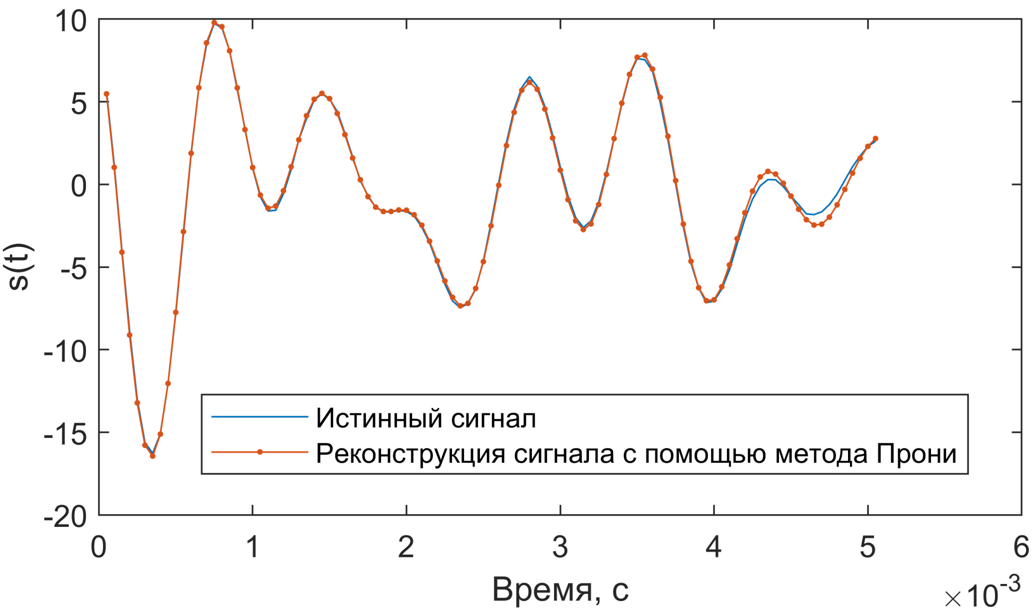


Рисунок 3.5 — Сигнал и его реконструкция при $Fs = 3800$ Гц

На рисунке 3.6 показано расположение полюсов сигнала в данном случае. Видно, что хотя точки z_k конечно не являются вершинами правильного многоугольника, но расположены более равномерно на окружности, чем в предыдущем случае.

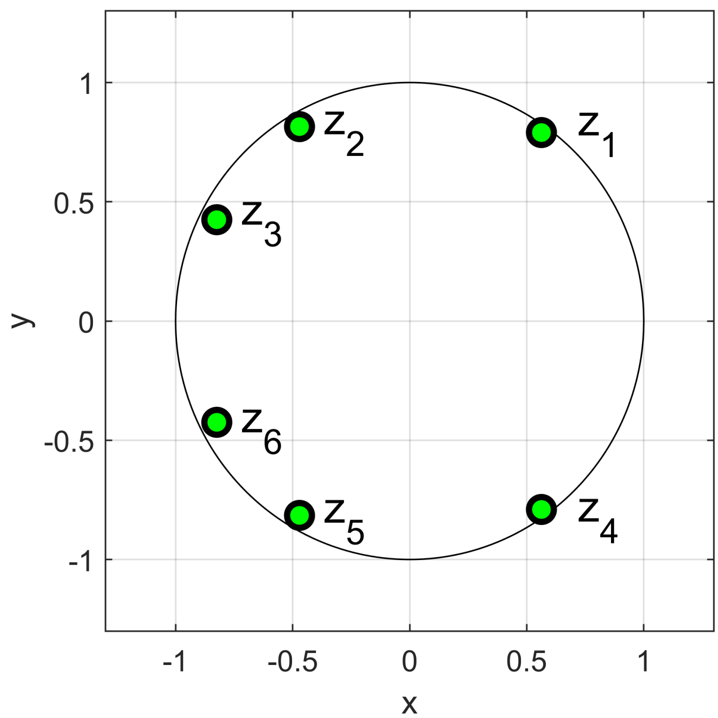


Рисунок 3.6 — Расположение полюсов сигнала при $Fs = 3800$ Гц

Реконструкция сигнала на рисунке 3.7, полученная при значении $Fs =$ 4800 Гц, не является удовлетворительной. Соответствующее расположение полюсов z_k показано на рисунке 3.8. Как видно, достаточно близкое расположение точек z_k в части окружности совсем не соответствует расположению вершин правильного многоугольника. Управление значением частоты дискретизации как раз и позволяет нам «отодвинуть» точки друг от друга.

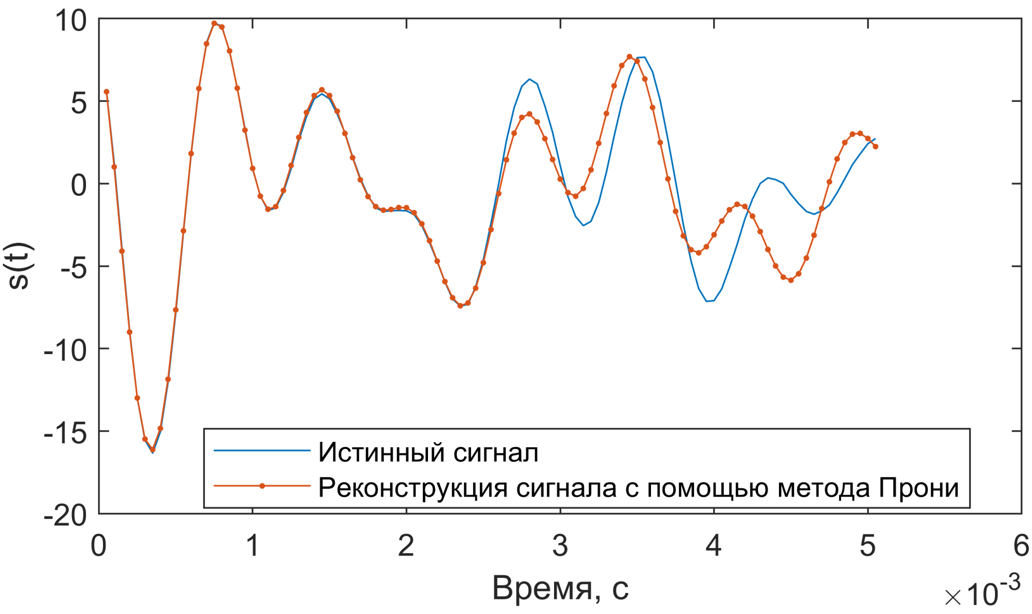


Рисунок 3.7 — Сигнал и его реконструкция при $Fs = 4800$ Гц

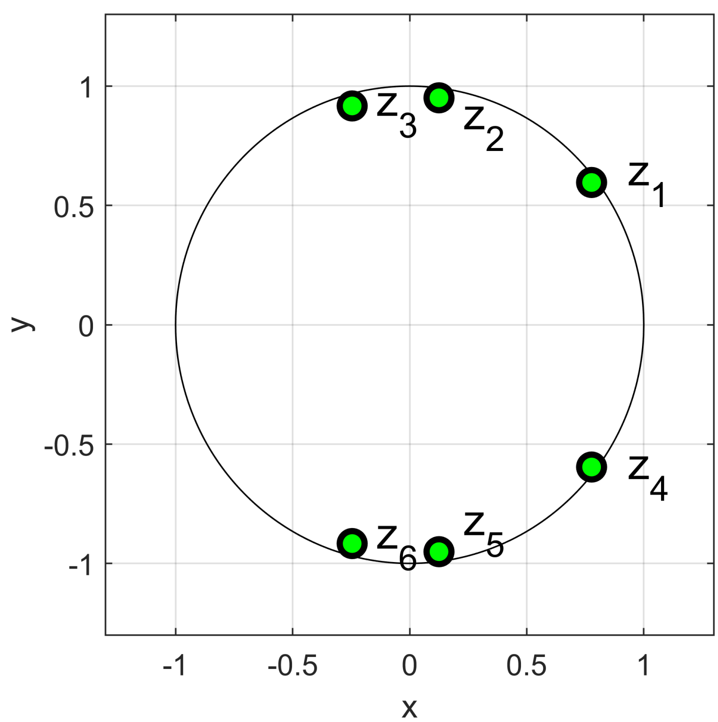


Рисунок 3.8 — Расположение полюсов сигнала при $Fs = 4800$ Гц

Для числовой оценки качества реконструкции была также вычислена среднеквадратичная ошибка:

$$MSE = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}(s_k - \hat{s}_k)^2,$$

где L – число отсчетов $s_k = s(kT)$, $T = \frac{1}{Fs}$, сигнала $s(t)$ и его реконструкции $\hat{s}(t)$. Для значений частоты дискретизации $Fs = 2800, 3800, 4800$ Гц ошибка реконструкции составила 3.03, 0.09, 2.08, соответственно.

В завершении параграфа напомним, что мы рассматриваем классический метод Прони, когда поиск N параметров A_j и z_j сигнала осуществляется по его $2N$ отсчетам. Большую точность обеспечивает метод наименьших квадратов Прони, когда используется $L > 2N$ отсчетов. В этом случае возникают прямоугольные матрицы M и V и квазиоптимальное значение частоты дискретизации мы должны выбирать из соображений наименьшего значения их чисел обусловленности.

Оценки сверху и снизу для $cond\,V$ были получены в статье [177]. Автор пришел к выводу, что при больших L число $cond\,V$ может быть достаточно малым, если 1) число N узлов $z_1, \ldots, z_N$ невелико, 2) $|z_j| \approx 1$, т.е. синусоиды слабо затухают, 3) узлы равномерно распределены на окружности. Это означает, что предложенный нами алгоритм нахождения квазиоптимального значения частоты дискретизации будет приводить не только к минимуму числа обусловленности матрицы Вандермонда в классическом методе Прони, но и к минимуму числа обусловленности прямоугольной матрицы Вандермонда в методе наименьших квадратов Прони.

Многочисленные эксперименты убедили нас в том, что и для матрицы M алгоритм выбора квазиоптимального значения частоты дискретизации, основанный на расположении точек z_k максимально близко к вершинам правильного многоугольника, дает хорошие результаты и в методе наименьших квадратов Прони. Отметим, что к такому же выводу пришли и другие исследователи, которые также успешно используют предлагаемый нами алгоритм в своих работах [119—122].

3.5 Алгоритм модифицированного метода Прони для оценки параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид

Одним из допущений при разработке алгоритма обработки сигналов по методу Прони является предположение о точно известном времени начала сигнала. В то же время, в случае действия на входе линейной системы случайного потока импульсных сигналов типа δ-функции, это предположение нельзя считать верным. Модификация метода Прони для потока экспоненциально затухающих синусоид, возникающих в случайные моменты времени, разработана в нашей статье [60] и описывается в этом параграфе.

Входным возбуждающим воздействием в рассматриваемой модели сигнала является последовательность δ-импульсов, возникающих в случайные моменты времени $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_s, \ldots, \tau_M$. Под их действием в системе возникают затухающие колебания. Выходной сигнал представляет собой последовательность затухающих синусоид (1.4), возникающих в моменты времени τ_s:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{M} A_k(\tau_s) e^{i\varphi_k(\tau_s)} \cdot \theta(t-\tau_s)\, e^{(\alpha_k + i\,2\pi f_k)(t-\tau_s)},$$

где $\theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$ Частоты f_k и коэффициенты затухания α_k у синусоид одинаковы, а амплитуды $A_k(\tau_s)$ и фазы $\varphi_k(\tau_s)$ меняются. Фаза $\varphi_k\,(\tau_s)$ – равномерная случайная величина на $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Пример рассматриваемого сигнала приведен на рисунке 3.9. Его обработка осложняется тем, что, помимо оценки частот и коэффициентов затухания, требуется фактически решить и задачу обнаружения полезного сигнала, так как он присутствует не всегда. Как показано в нашей работе [60], с оценкой параметров такого сигнала хорошо справляется модификация метода Прони, использующая сингулярные методы Прони с характеристическими полиномами вперед и назад и завышенный порядок предсказания.

При использовании данного метода формируются характеристические полиномы вперед $A\,(z) = \sum_{k=0}^{N} \alpha_k z^k$ и назад $B\,(z) = \sum_{k=0}^{N} \beta_k z^k$ [7], имеющие корни соответственно:

$$z_k^a = e^{(\alpha_k + i2\pi f_k)T}, \quad z_k^b = e^{(-\alpha_k + i2\pi f_k)T}. \tag{3.17}$$

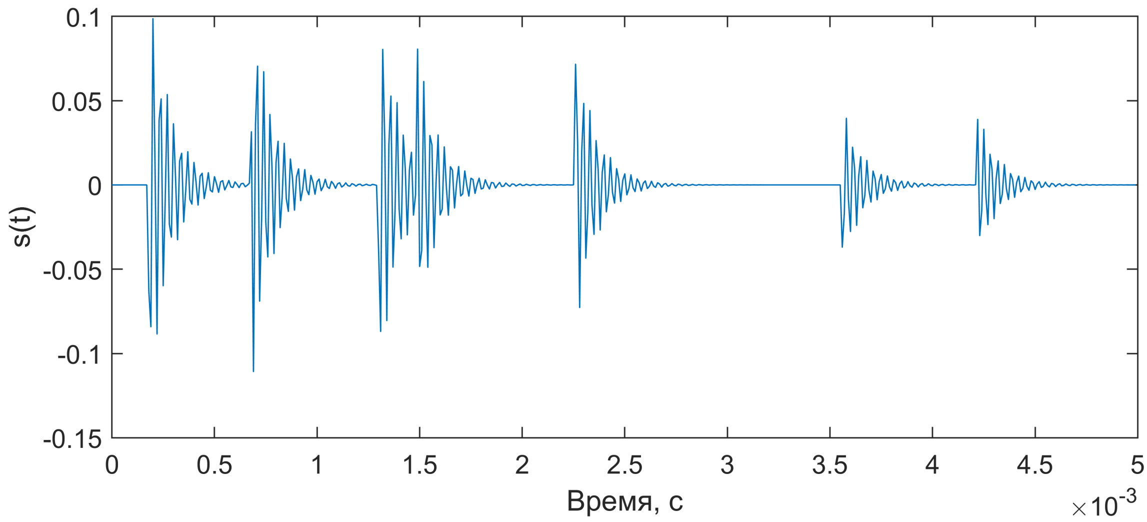


Рисунок 3.9 — Пример случайного потока затухающих синусоид

(Здесь $1 \leqslant k \leqslant p$, p – число комплексных экспонент, присутствующих в сигнале, α_k, f_k – коэффициент затухания и частота k-ой экспоненты, T – период дискретизации сигнала.) Зная корни полиномов, можно найти частоты f_k.

В отличие от классического метода Прони, для поиска коэффициентов α_k, β_k характеристических полиномов $A(z), B(z)$ требуется помимо системы (3.3) для определения α_k:

$$\sum_{k=0}^{N} s_{k+m}\alpha_k = 0,$$

решить также и систему уравнений:

$$\sum_{k=0}^{N} s_{N-k+m}\beta_k = 0.$$

для определения β_k.

Улучшению результатов способствует завышение числа истинных экспонент N, присутствующих в сигнале. В этом случае, при анализе нулей обоих полиномов $A\left(z\right)$ и $B\left(z\right)$, возможно их разделение на истинные нули сигнала и нули шума. Дело в том, что $1/z_k^a$ будут являться нулями многочлена $B\left(z\right)$ и, наоборот, $1/z_k^b$ будут нулями $A\left(z\right)$.

Для определения нулей полиномов, соответствующих полезному сигналу берутся, например, нули многочлена $B\left(z\right)$, лежащие в верхней полуплоскости и по модулю большие единицы и нули многочлена $A\left(z\right)$ из нижней полуплоскости, по модулю меньшие единицы. Для нулей, соответствующих полезному сигналу будет выполняться равенство $z_k^b = \frac{1}{z_l^a}$. В то же время, нули полиномов $A(z)$, $B(z)$, соответствующие шуму, будут группироваться преимущественно внутри единичной окружности [7] и не будут давать пары взаимно обратных нулей.

Описанный выше метод Прони с характеристическими полиномами вперед и назад и завышенным порядком предсказания мы подвергаем следующей модификации. Будем использовать метод в режиме скользящего окна и каждый раз находить параметры текущего фрагмента сигнала. Отметим, что метод Прони будет подстраивать шум под сумму экспонент, т.е. найдет параметры синусоид на любом фрагменте сигнала. Однако за счет одновременного использования полиномов вперед и назад мы определим «парные» нули полезного сигнала.

Из-за шума равенство

$$\left| z_k^a - \frac{1}{z_l^b} \right| = 0$$

будет справедливо лишь приближенно. Будем поэтому считать нули z_k^a, z_l^b обратными друг к другу, и не удовлетворяющими точному соотношению только по причине шума, если

$$\left| z_k^a - \frac{1}{z_l^b} \right| < \varepsilon, \tag{3.18}$$

где $\varepsilon > 0$ – параметр, значение которого мы задаем сами. Мы назвали его радиусом зоны обнаружения, поскольку он фактически регулирует, считать ли данную пару парой нулей, соответствующих полезному сигналу. Значение ε не может быть слишком большим, так как тогда будет найдено много лишних нулей, и слишком маленьким, так как в этом случае, особенно при большом шуме, парные нули могут совсем не найтись. Экспериментально нами было установлено [60], что предложенная модификация обычно хорошо работает при ε из диапазона $0.01 - 0.1$.

Соотношение (3.18) при данных значениях ε указывает на равенство оценок и является критерием истинного полюса. Таким образом, в каждый момент времени у нас либо нет парных нулей и это означает, что полезный сигнал здесь отсутствует, либо они есть и тогда мы определяем значения параметров полезного сигнала. Дополнительно мы еще решаем и задачу обнаружения сигнала в шуме.

Подведем итог в виде следующего алгоритма.

Алгоритм модифицированного метода Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид:

Вход: Отсчеты $s_m = s(mT)$, $m = 0, 1, \ldots, L-1$, сигнала

$$s(t) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{M} A_k(\tau_s) e^{i\varphi_k(\tau_s)} \cdot \theta(t-\tau_s)\, e^{(\alpha_k + i\,2\pi f_k)(t-\tau_s)},$$

где $\theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$, T – период дискретизации и ε – параметр метода.

Выход: Число экспонент N и параметры сигнала f_k, α_k, $A_k(\tau_s)$, $\varphi_k(\tau_s)$.

1. Завышаем порядок $\hat{N}$ числа экспонент и решаем две системы линейных уравнений для нахождения коэффициентов полиномов $A\,(z) = \sum_{k=0}^{\hat{N}} \alpha_k z^k$ и $B\,(z) = \sum_{k=0}^{\hat{N}} \beta_k z^k$:

$$\sum_{k=0}^{\hat{N}} s_{k+m}\alpha_k = 0, \quad \sum_{k=0}^{\hat{N}} s_{\hat{N}-k+m}\beta_k = 0.$$

2. Находим нули z_k^a, z_k^b, $k = 1, \ldots, \hat{N}$, многочленов $A\,(z)$, $B\,(z)$.

3. Находим нули, удовлетворяющие критерию истинного полюса:

$$\left| z_k^a - \frac{1}{z_l^b} \right| < \varepsilon,$$

$k, l = 1, \ldots, \hat{N}$. Число таких пар и равно числу N полюсов в сигнале. В качестве оценки k-го полюса $z_k = e^{(\alpha_k + i\cdot 2\pi f_k)T}$ берем полусумму его двух оценок: $z_k = \frac{1}{2}\left(z_k^a + \frac{1}{z_l^b} \right)$.

4. Если на рассматриваемом отрезке были найдены N полюсов, то находим соответствующие им комплексные амплитуды $A_k(\tau_s)e^{i\varphi_k(\tau_s)}$ из системы (3.5).

Конец.

Отметим, что если анализируемый фрагмент сигнала был шумовым, то полюсы найдены не будут и шаг 4 алгоритма не выполняется.

В следующем параграфе мы применим описанный алгоритм для анализа реального сигнала вида (1.4), полученного с помощью генератора.

3.6 Анализ сигнала с генератора

Гармонический сигнал с затуханием по экспоненциальному закону получен с помощью двухканального генератора сигналов Rigol DG4062 (рис. 3.10). Данный прибор позволяет генерировать сигнал заданной формы с разрешением амплитуды 0.1 мВ, неравномерностью АЧХ не более +/-0.1 дБ в полосе частот до 10 МГц и гармоническими искажениями в диапазоне частот от 10 Гц до 20 КГц не более 0.1%.

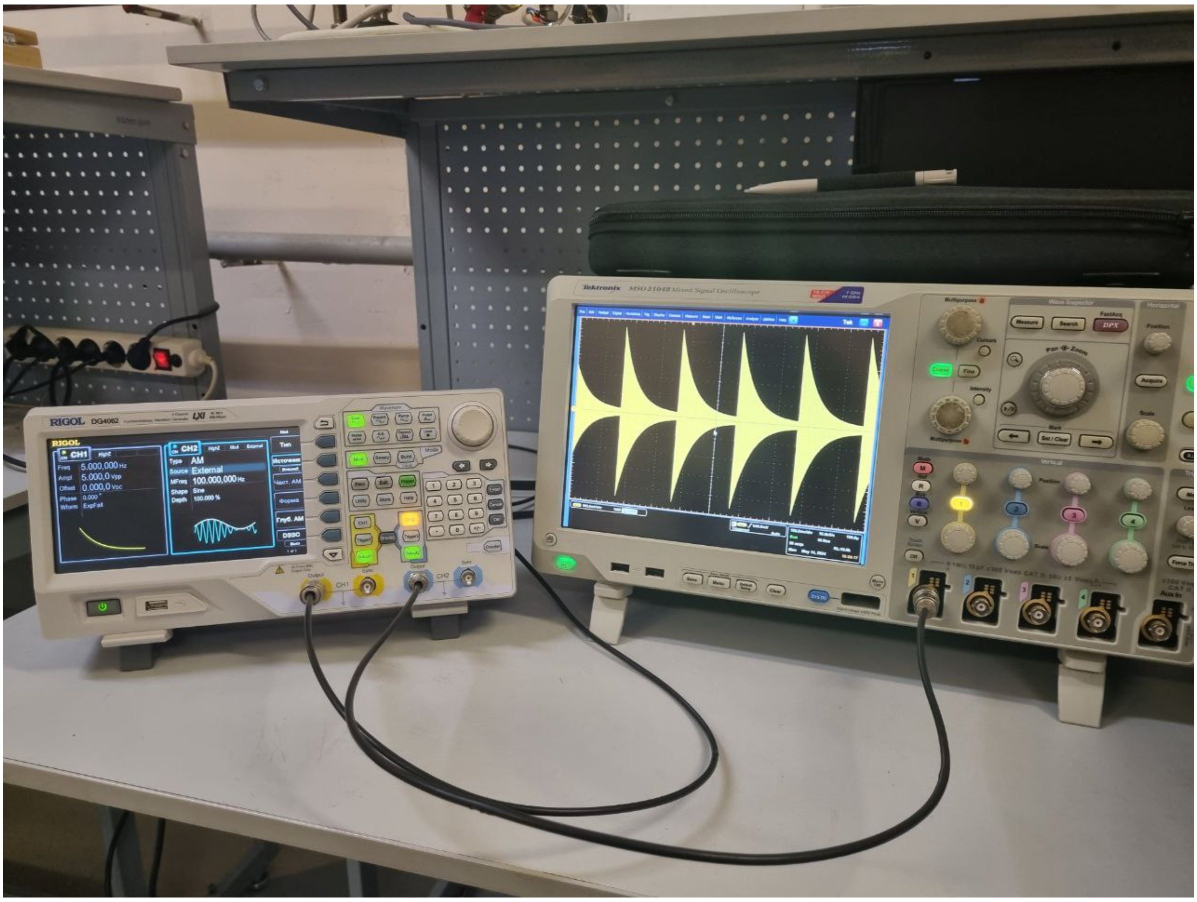


Рисунок 3.10 — Генератор сигналов Rigol DG4062

На рисунке 3.11 представлен сигнал вида (1.4), синтезированный при помощи генератора. Частота затухающих синусоид одинакова и равна 1 кГц. Отношение сигнал/шум вычисляется по формуле (2.9) и для представленного на рисунке сигнала составляет 2 дБ.

На левой половине рисунка 3.12 построены нули многочлена $B(z)$ (из верхней полуплоскости, большие по модулю единицы) и нули многочлена $A(z)$ (из нижней полуплоскости, меньшие по модулю единицы), которые были получены при обработке 10 000 отсчетов сигнала с генератора ($Fs = 10$ кГц). Для

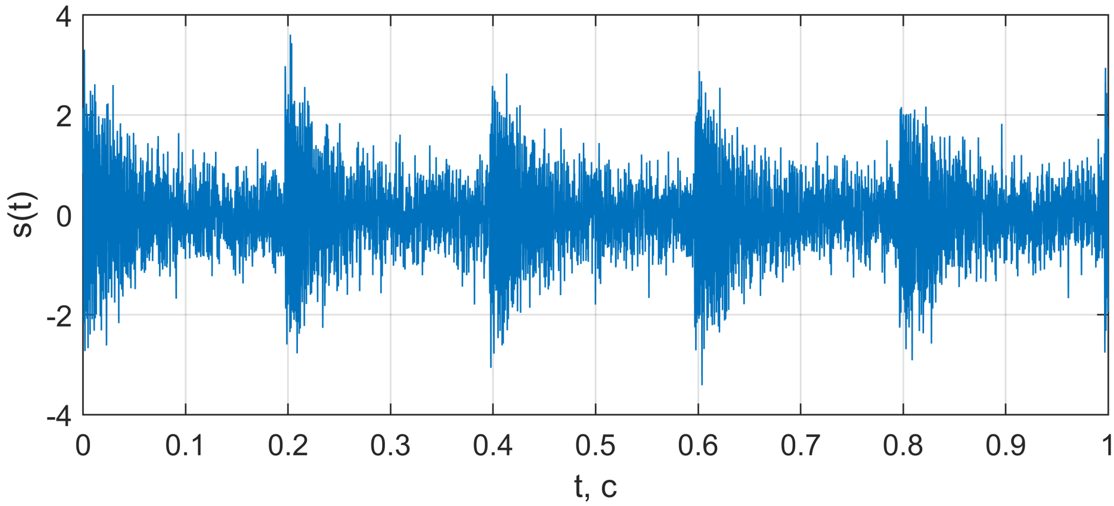


Рисунок 3.11 — Сигнал с генератора

обработки каждого сегмента длиной $N = 50$ отсчетов был использован завышенный порядок предсказания $p = 8$ (вместо истинного порядка, равного двум). На правой половине рисунка показаны только парные нули, удовлетворяющие неравенству (3.5) при $\varepsilon = 0.01$. Они группируются возле положений истинных нулей сигнала. Именно по таким нулям, используя соотношения (3.17), мы находим частоту сигнала.

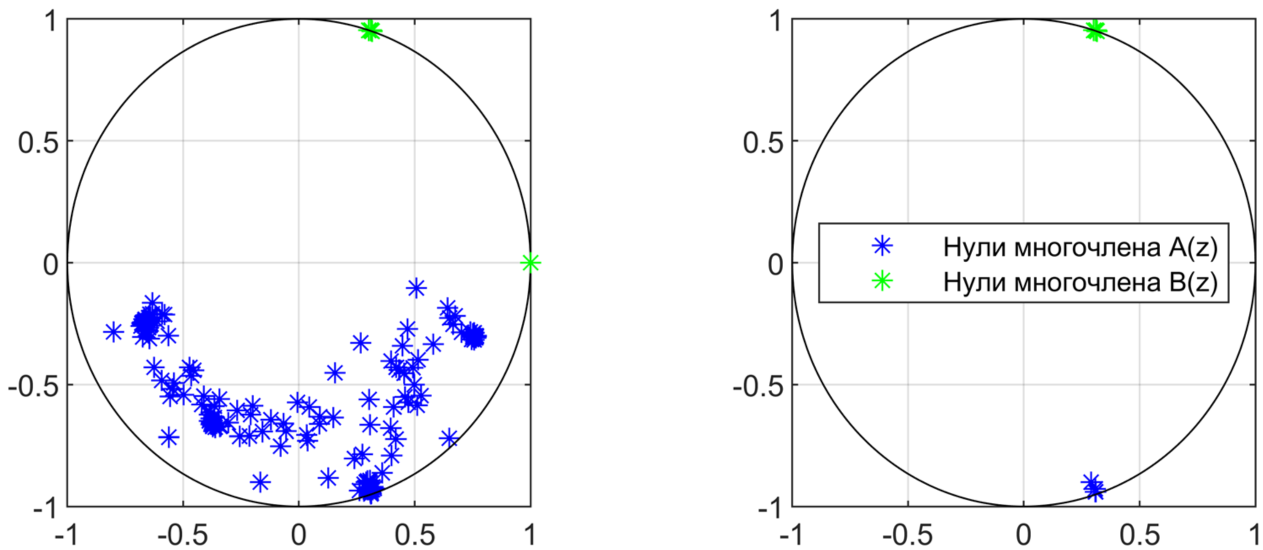


Рисунок 3.12 — Расположение нулей полиномов

Исследуем, как частота дискретизации данного сигнала влияет на точность нахождения частоты сигнала.

Для рассматриваемого сигнала с частотой синусоиды 1 кГц оптимальное значение частоты дискретизации, вычисленное по формуле (3.15), составляет 4 кГц. На рисунке 3.13 представлены матожидание и дисперсия оценок частоты сигнала при разных значениях его частоты дискретизации и разном отношении сигнал/шум от 5 до 50 дБ.

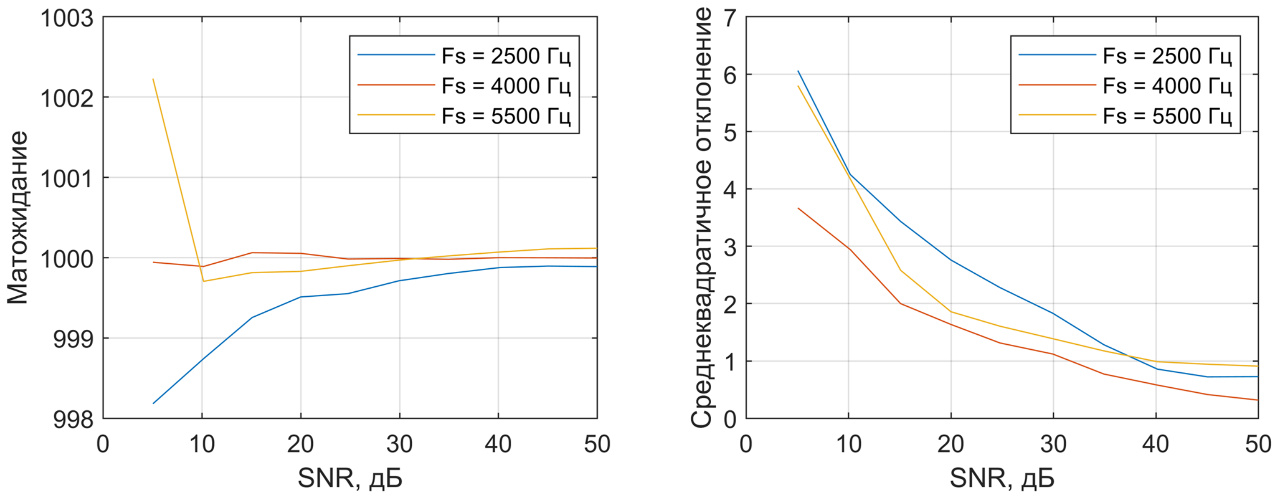


Рисунок 3.13 — Матожидание и дисперсия оценки частоты синусоид при разной дискретизации

Было рассмотрено значение частоты $Fs = 2500$ Гц, значение $Fs = 4000$ Гц, найденное по предложенному нами алгоритму, и более высокое значение $Fs = 5500$ Гц. Как видно, при $Fs = 2500, 5500$ Гц и малых отношениях сигнал/шум матожидание оценок частоты сильно не совпадает со своим истинным значением 1 кГц. Частота дискретизации $Fs = 4000$ Гц дает наилучшее значение не только матожидания, но и дисперсии оценки частоты.

Приведенный эксперимент еще раз показывает важность выбора частоты дискретизации сигнала и оптимальность предложенного алгоритма.

3.7 Анализ сигнала ударной реакции вала в задаче диагностики подшипников качения и алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизма

Подшипники качения широко используются в промышленности. Их техническое состояние оказывает существенное влияние на безопасную и эффективную работу оборудования. Диагностика подшипников качения чаще всего основана на обработке сигналов акселерометров, установленных на корпусе машины. В [184] предложен беспроводной датчик ускорения (WAS), устанавливающийся непосредственно на вращающийся вал и обладающей большей чувствительностью к зарождающимся дефектам.

На рисунке 3.14 представлена схема экспериментальной установки с дюймовым валом, поддерживаемым двумя подшипниковыми узлами с исправным и испытуемым подшипниками ER-16K от MB Manufacturing. Датчик WAS закреплен на конце вала со стороны испытуемого подшипника.

Рассматривались следующие виды подшипников: нормальный, с дефектом шарика, внутреннего и внешнего кольца, а также подшипник с комбинацией всех дефектов. Угловые виброускорения всех пяти подшипников собраны с частотой дискретизации 31175 Гц при частоте вращения 1200 об/мин (т.е. 20 Гц), их фрагменты приведены на рисунке 3.15. Видно отличие сигналов для нормального и дефектных подшипников по уровню амплитуды и пульсаций.

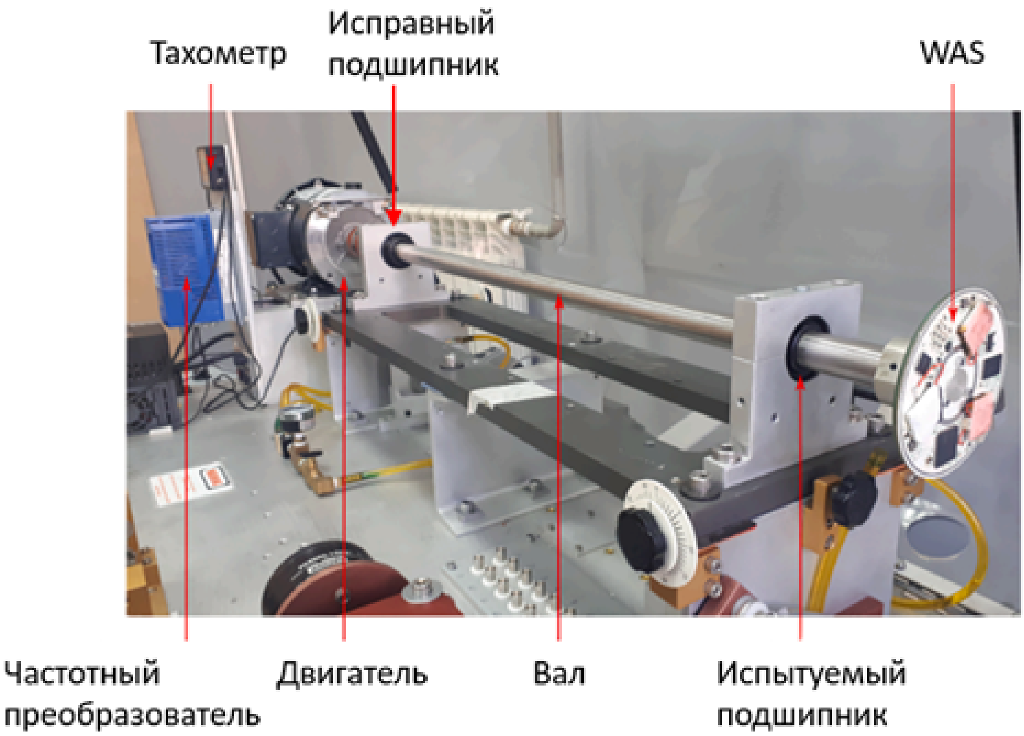


Рисунок 3.14 — Экспериментальная установка

Как показано в нашей статье [42], важную роль играет анализ спектра сигнала углового ускорения вокруг собственных частот конструкции. В случае развития дефекта эти частоты будут усиливаться, причем разный тип дефекта приведет к разному изменению спектра в районе собственных частот. В связи с этим для решения задачи диагностики подшипников требуется предварительно найти собственные частоты конструкции.

Для возбуждения колебаний механизма на собственных частотах было нанесено ударное воздействие вертикально вниз по концу вала симулятора. Полученный с датчика WAS сигнал углового ускорения приведен на рисунке 3.16

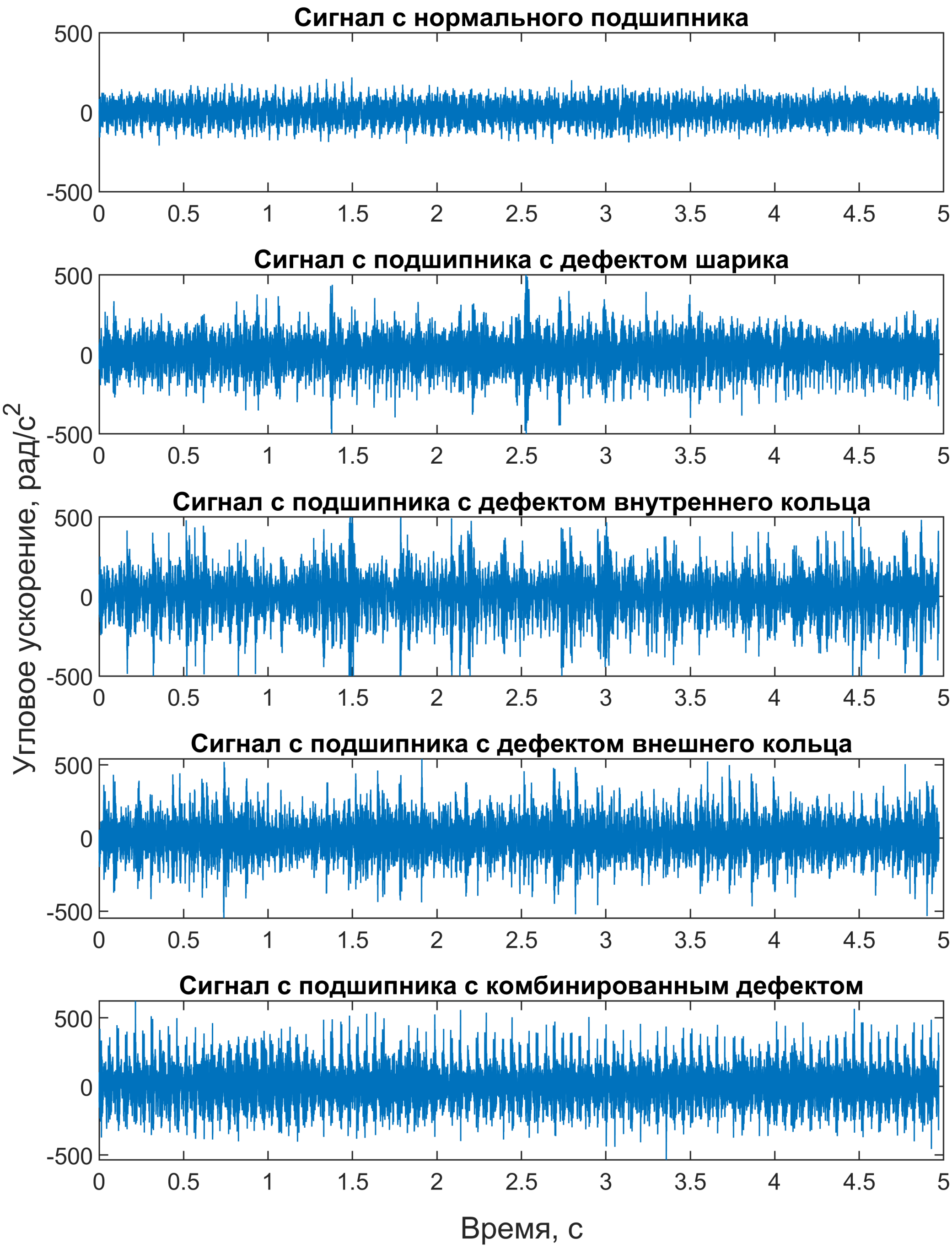


Рисунок 3.15 — Сигналы вибрации с подшипников

и представляет собой сигнал вида (1.4) из последовательности случайно возникающих затухающих синусоид разной амплитуды, но одинаковой частоты.

Для определения частот этих синусоид применим описанную в параграфе 3.5 модификацию метода Прони. Квазиоптимальная частота дискретизации, вычисленная по формуле (3.15) оказалась равна $Fs_{opt} = 6000$ Гц. Чтобы получить примерно такое значение, исходная частота дискретизации 31175 Гц была понижена в 5 раз с помощью децимации и фильтра Чебышева нижних частот I рода 8-го порядка. Далее сигнал был обработан нашей модификацией метода

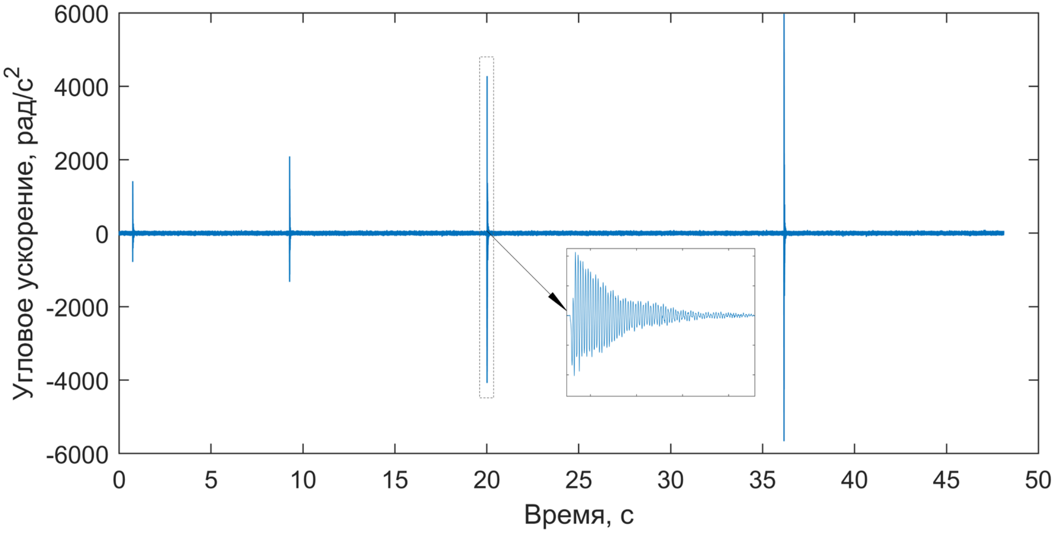


Рисунок 3.16 — Отклик вала на удар по валу без вращения

Прони в скользящем режиме с окном в 40 отсчетов, примерно соответствующем 5-10 периодам искомых частот, примерные значения которых были найдены на этапе определения квазиоптимальной частоты дискретизации.

Используем завышенный порядок предсказания 12 (истинное число полюсов было равно 4). Поскольку собственные частоты конструкции постоянны и находятся каждый раз, когда в скользящее окно модифицированного метода Прони попадает не шумовой отрезок, а отклик на ударное воздействие, то после нахождения нескольких значений собственных частот (за весь доступный интервал наблюдения), мы усредняем их для получения окончательных оценок.

Приведем, основанный на этой идее и на модификации метода Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид

Алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизма:

Вход: Отсчеты $s_m = s(mT)$ сигнала отклика механизма на входное воздействие в виде случайной последовательности δ-функций:

$$s(t) = \sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{M} A_k(\tau_s) e^{i\varphi_k(\tau_s)} \cdot \theta(t-\tau_s)\, e^{(\alpha_k + i\,2\pi f_k)(t-\tau_s)},$$

где $\theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$, T – период дискретизации.

Выход: Собственные частоты механизма f_k.

1. Применяем модифицированный метод Прони за счет совместного анализа оценок полюсов сигнала и обратных к ним для определения параметров случайного потока экспоненциально затухающих синусоид и находим набор оценок $\tilde{f}_k^l$, $l = 1, \ldots, L_k$, для собственных частот f_k, $k = 1, \ldots, N$.

Здесь мы считаем, что оценка для каждой из частот f_k была найдена L_k число раз, это число может быть различным для каждого k.

2. Находим оценку для каждой из собственных частот f_k механизма:

$$f_k = \frac{1}{L_k} \sum_{l=1}^{L_k} \tilde{f}_k^l.$$

Конец.

Найденные значения $\tilde{f}_k^l$ удобно отобразить в виде гистограммы распределения частот, наглядно показывающей, какие из частот и сколько раз были найдены. Получаемую гистограмму мы назвали **спектр Прони**.

На рисунке 3.17 построен полученный при анализе сигнала ударной реакции вала спектр Прони в экспериментальном исследовании.

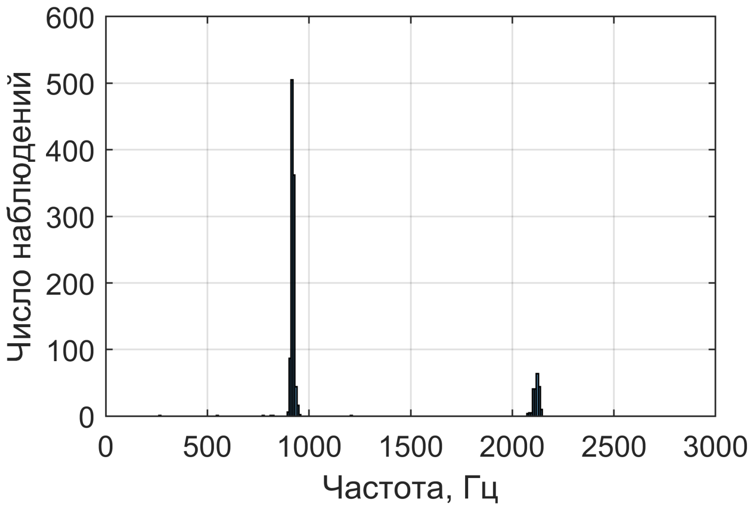


Рисунок 3.17 — Спектр Прони отклика вала

При применении разработанного алгоритма были выявлены собственные частоты механизма: $f_1 = 916$ и $f_2 = 2123$ Гц.

В отличие от метода Фурье, требующего длинной реализации сигнала для определения частот в его спектре, используемый метод может работать в реальном времени, быстро и точно определяя частоты гармонических составляющих. В нашей статье [60] показано, что модифицированный метод Прони позволяет достигнуть погрешности оценки частоты 1% уже при соотношении сигнал/шум SNR около 15 дБ и 50 отсчетов окна наблюдения, в то время как, преобразование Фурье не позволяет добиться такого результата даже при $SNR = 30$ дБ и 1000 отсчетов окна наблюдения.

Поясним далее, для чего было нужно выявлять собственные частоты конструкции.

На рисунке 3.18 построены спектры сигналов вибрации с подшипников с разными дефектами. Можно видеть, что для разных типов неисправности дефекты по разному проявляются в усилении собственных частот конструкции. Поэтому сумма значений квадратов амплитудного спектра в районе собственных частот является информативным признаком, характеризующим состояние подшипника и будет использоваться в главе 8 для построения диагностической модели. Найдем эти суммы в районе обнаруженных резонансных частот $f_1 = 916$ и $f_2 = 2123$ Гц по формулам:

$$S_i = \sum_{\omega=\omega_i-\Delta\omega}^{\omega_i+\Delta\omega} |S(\omega)|^2, \quad i = 1, 2,$$

где $\omega_i = 2\pi f_i, \Delta\omega = 2\pi\Delta f$ и $S(\omega)$ – дискретно-временное преобразование Фурье:

$$S(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} s(nT)e^{-j\omega nT}, \quad T = \frac{1}{Fs_{opt}}.$$

Зададим значение Δf равное 70 Гц и найдем числа S_1, S_2 для каждого типа сигнала. В Таблице 2 приведены найденные суммы S_1, S_2 амплитудного спектра сигналов вибрации с подшипников в районе резонансных частот.

Таблица 2 — Значения сумм амплитудного спектра в районе резонансных частот

Тип дефекта подшипника	S_1	S_2
Нормальный	203	86
С дефектом шарика	506	106
С дефектом внутреннего кольца	652	307
С дефектом внешнего кольца	645	477
С комбинированным дефектом	537	264

Для удобства восприятия этот результат представлен также в виде гистограммы на рисунке 3.19.

Здесь мы использовали обозначения Normal, Ball, Inner, Outer, Comb для подшипника нормального, с дефектом шарика, внутреннего кольца, внешнего кольца и комбинированным дефектом, соответственно.

Видно, что при наличии дефекта увеличиваются числа S_1, S_2. Для случая дефекта шарика сильно вырастает число S_1, т.е. мощность спектра в районе

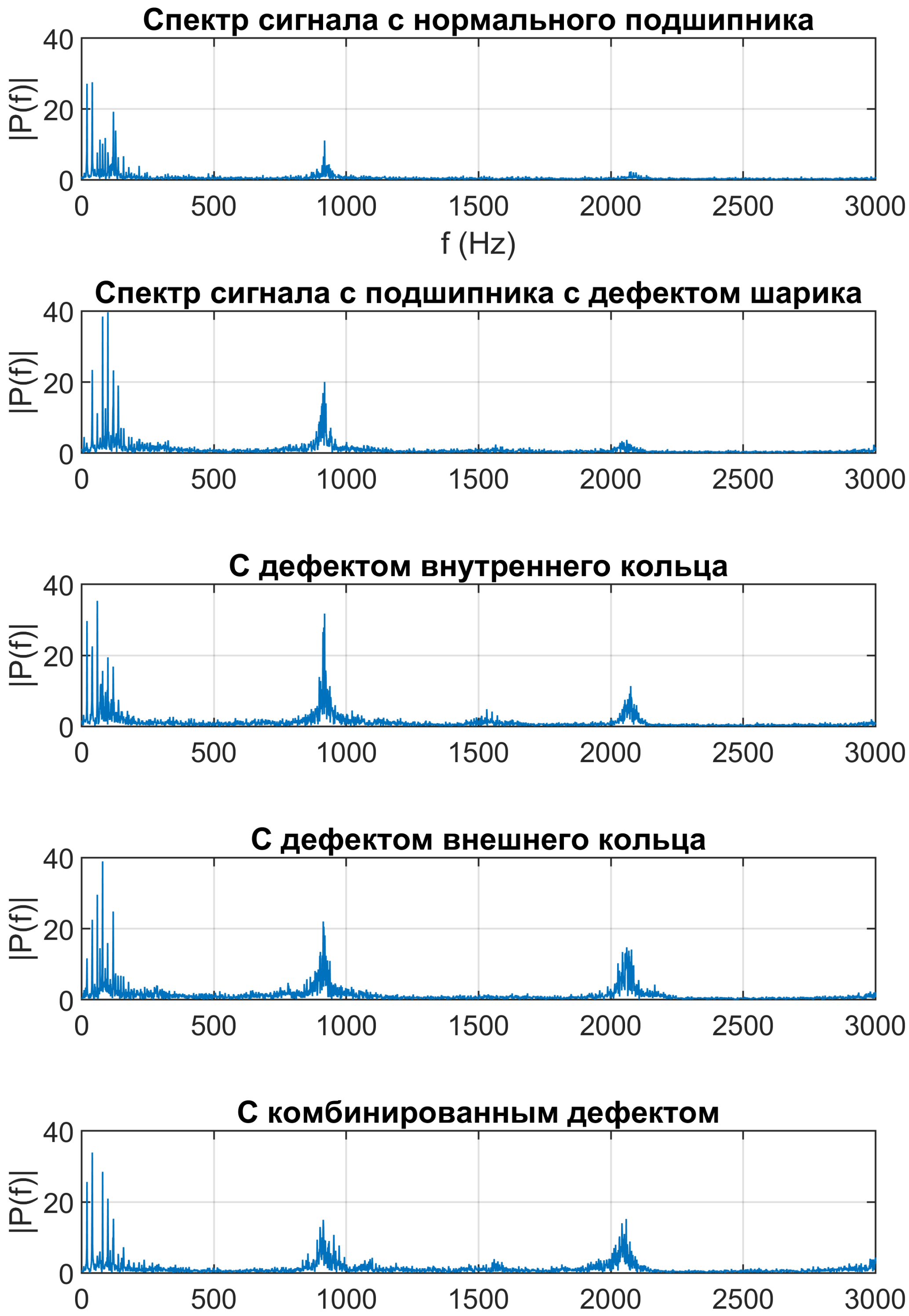


Рисунок 3.18 — Спектры сигналов с подшипников

резонансной частоты $f_1 = 916$ Гц, в то время как S_2 остается небольшим. Для случая дефекта кольца увеличиваются оба значения, причем для внутреннего кольца $S_1 > S_2$, для внешнего кольца $S_1 \approx S_2$. Таким образом, значения S_1, S_2 являются дополнительными диагностическими признаками в задаче классифи-

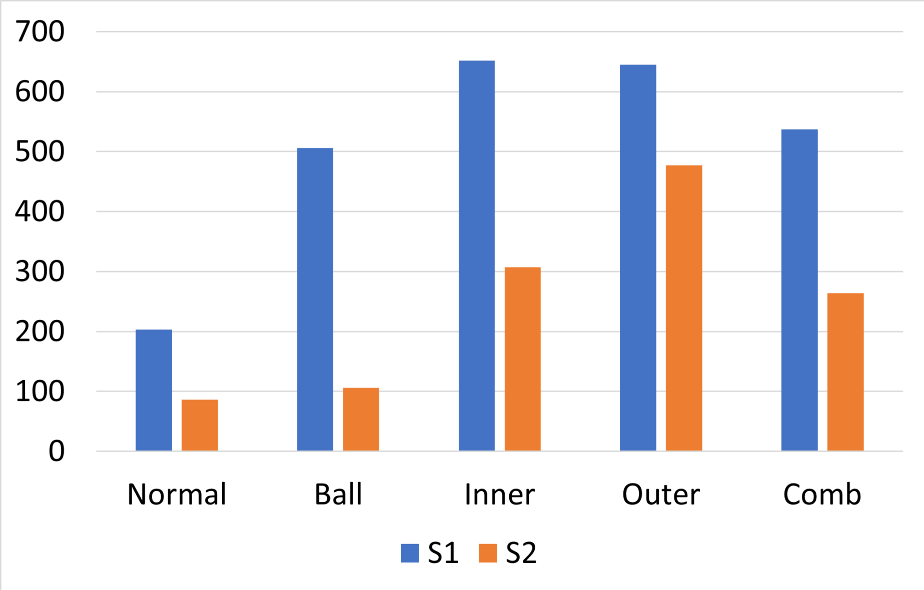


Рисунок 3.19 — Значения S_1, S_2 для разных типов подшипника

кации дефектов подшипника. Они будут использоваться далее в работе для построения гибридной диагностической модели в главе 8.

3.8 Выводы по главе

В данной главе рассмотрен один из первых методов экспоненциального анализа – метод Прони. При его использовании для нахождения параметров сигнала требуется решить системы линейных уравнений. Точность их решения будет тем больше, чем меньше числа обусловленности матриц систем. Число обусловленности фактически является коэффициентом усиления ошибок во входных данных, которые из-за наличия шума неизбежно присутствуют в задачах обработки реальных сигналов. Необходимо поэтому добиться по возможности наименьшего его значения.

1) Показано, что частота дискретизации сигнала влияет на значения матриц систем линейных уравнений в методе Прони и, как следствие, на их числа обусловленности.

2) Впервые получена оценка чисел обусловленности матриц в методе Прони. Установлено, что в случае незатухающих и затухающих синусоид для уменьшения этих оценок необходимо выбирать частоту дискретизации так, чтобы полюсы сигнала находились как можно ближе к вершинам правильного многоугольника с центром в начале координат.

3) Предложен алгоритм выбора квазиоптимального значения частоты дискретизации из соображений равномерного распределения полюсов сигнала на

окружности. Алгоритм протестирован на модельном сигнале (3.16) зашумленной суммы трех затухающих синусоид с $SNR = 30$ дБ. Среднеквадратичная ошибка реконструкции сигнала на основе параметров, найденных методом Прони, составила 0.09 для квазиоптимальной частоты дискретизации $Fs = 3800$ Гц, и 3.03, 2.08 для значений $Fs = 2800, 4800$ Гц, соответственно.

4) Разработана модификация метода Прони для анализа сигнала, представляющего собой случайный поток экспоненциально затухающих синусоид. Метод способен обнаружить полезный сигнал в шуме на основе критерия истинного полюса и найти его параметры. Работоспособность предложенной модификации показана на примере сигнала генератора Rigol DG4062 с известными параметрами. Были рассмотрены реальные сигналы с генератора, представляющие собой последовательность затухающих синусоид частоты 1 кГц, при разных значениях частоты дискретизации и разном отношении сигнал/шум от 5 до 50 дБ. Показано, что квазиоптимальная частота дискретизации 4000 Гц дает наилучшее значение матожидания и дисперсии оценки частоты, по сравнению с частотами $Fs = 2500, 5500$ Гц. Таким образом, экспериментально доказана эффективность алгоритма определения квазиоптимальной частоты дискретизации и важность ее выбора.

5) На основе предложенной модификации метода Прони разработан алгоритм обработки информации для определения собственных частот конструкции по сигналу отклика на ударное воздействие. Экспериментальные исследования показали эффективность предложенного алгоритма в задаче нахождении собственных частот конструкции с подшипниковыми узлами в задаче диагностики подшипников качения. Получены дополнительные диагностические признаки, которые будут использоваться в задаче классификации дефектов подшипника в главе 8.

Разработанная модификация применима к сигналам, представляющим собой случайный поток затухающих синусоид, в отличии от классического метода Прони, который подгоняет шум под сумму синусоид [29]. Помимо рассмотренных примеров, такие сигналы появляются, например, при возбуждении отклика преобразователя давления на импульсное воздействие с помощью ультразвукового излучателя в задаче диагностики состояния, а также оценки достоверности показаний датчика давления [185].

Глава 4. Рекуррентный метод матричных пучков и его применение к диагностике двигателя и отслеживанию частоты расходомера

Данная глава посвящена методу матричных пучков (ММП), который позволяет определять амплитуды, фазы и коэффициенты затухания для сигналов различной природы: электрических колебаний (в электрических системах и сетях [186], в радиолокационных системах [187]), механических колебаний (в сейсмологических приложениях [188], в задачах мониторинга целостности конструкций [189]), в обработке измерительных сигналов для массовых кориолисовых расходомеров [190] и т.д. Существует множество модификаций классического метода матричных пучков, например, ММП для незатухающих синусоид [191], ММП для использования на квантовом компьютере [192].

С точки зрения вычислительной сложности, наиболее ресурсозатратный шаг метода матричных пучков – вычисление сингулярного разложения матрицы, составленной из отсчетов сигнала. Потребность использования метода для оценки параметров сигналов в режиме реального времени привела нас к разработке рекуррентного метода матричных пучков. Метод осуществляет оценку параметров сигналов в скользящем окне и будет описан в данной главе.

Рекуррентный метод матричных пучков применяется в этой главе к диагностике неисправности стержней ротора асинхронного двигателя. В режиме скользящего окна он отслеживает значение амплитуды характеристической частоты неисправности, которая растет по мере развития этого дефекта. Мы используем модельный сигнал тока асинхронного двигателя для того, чтобы можно было смоделировать постепенное развитие неисправности стержня, что трудно сделать экспериментально.

Также данный метод применен к отслеживанию частоты синусоидального сигнала напряжения снятого с катушки кориолисового расходомера. Показано, что рекуррентный метод работает в 3-4 раза быстрее классического метода матричных пучков.

4.1 Описание метода матричных пучков

Метод матричных пучков впервые предложен в [8]. ММП представляет собой алгоритм для оценки параметров сигнала вида (1.1):

$$y(t) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t}$$

или, в случае дискретного сигнала,

$$y(nT) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n.$$

Здесь T – период дискретизации, $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$ – комплексные амплитуды, $\omega_k = 2\pi f_k$ – частоты, α_k – коэффициенты затухания, $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$ – полюсы сигнала.

Классический ММП оценивает параметры R_k, z_k по отсчетам $y(nT) \equiv y(n), n = 0, 1, \ldots, N-1$, следующим образом. На первом шаге определяется z_k из решения обобщенной задачи на собственные значения пучка матриц, составленного из отсчетов $y(n)$. На втором шаге эти полюсы используются для нахождения комплексных амплитуд R_k.

Приведем алгоритм классического ММП. Для этого введем две матрицы Y_a, Y_b размерностью $(N-L) \times L$:

$$Y_a = \begin{pmatrix} y(L-1) & \ldots & y(1) & y(0) \\ y(L) & \ldots & y(2) & y(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-2) & \ddots & y(N-L) & y(N-L-1) \end{pmatrix}, \tag{4.1}$$

$$Y_b = \begin{pmatrix} y(L) & \ldots & y(2) & y(1) \\ y(L+1) & \ldots & y(3) & y(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-1) & \ddots & y(N-L+1) & y(N-L) \end{pmatrix}, \tag{4.2}$$

где $M \leqslant L \leqslant N-M$ – единственный параметр ММП. Как было показано в [8], $\frac{N}{3}$ и $\frac{2N}{3}$ – наиболее подходящие значения для L, которые обеспечивают наименьшую чувствительность метода к шуму. Мы всюду далее берем L равное ближайшему целому к $\frac{N}{3}$. Из неравенства $M \leqslant \frac{N}{3}$ следует, что длина фрагмента сигнала N для анализа методом матричных пучков должна быть не меньше $3M$, где M – число экспонент.

Матрицы (4.1), (4.2) допускают факторизацию:

$$Y_a = Z_L R Z_R, \quad Y_b = Z_L R Z Z_R. \tag{4.3}$$

Здесь

$$Z_L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \dots & z_M^{N-L-1} \end{pmatrix}, Z_R = \begin{pmatrix} z_1^{L-1} & z_1^{L-2} & \dots & 1 \\ z_2^{L-1} & z_2^{L-2} & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_M^{L-1} & z_M^{L-2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$R = diag\left(R_1, R_2, \dots, R_M\right), \quad Z = diag(z_1, z_2, \dots, z_M). \tag{4.4}$$

Равенства (4.3) проверяются непосредственным перемножением матриц.

Тогда

$$Y_b - \lambda\, Y_a = Z_L R(Z - \lambda I) Z_R,$$

где I – единичная матрица порядка M.

Подстановка $\lambda = z_k$ в матрицу

$$Z - \lambda I = \begin{pmatrix} z_1 - \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 - \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_M - \lambda \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

обращает в нуль ее элемент в k-ой строке и приводит к понижению ранга матрицы $Y_b - \lambda\ Y_a$ [8].

Это означает, что полюсы z_k являются решением обобщенной задачи нахождения собственных значений пучка матриц $Y_b - \lambda\, Y_a$, т.е. z_k есть M собственных значений матрицы $Y_a^{\dagger} Y_b$. Символом $\dagger$ мы обозначаем псевдообратную матрицу.

В случае зашумленных данных, для оценки числа M полюсов используется сингулярное разложение (singular value decomposition, SVD):

$$Y_a = USV^T. \tag{4.6}$$

Здесь U, V – унитарные матрицы, S – диагональная матрица собственных значений Y_a. Символом ^{T} обозначена операция транспонирования. Собственные значения следуют в порядке убывания и, начиная с $M-$го, близки к нулю, что позволяет найти число полюсов сигнала.

Приведем **алгоритм классического метода матричных пучков** [8]:

Вход: отсчеты сигнала

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n, \quad n = 0, 1, \ldots, N-1.$$

Выход: комплексные амплитуды и полюсы $R_k = A_k e^{i\varphi_k}, z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$, $k = 1, \ldots, M$.

1. Формируем матрицы Y_a,Y_b по формулам (4.1), (4.2).

2. Находим псевдообратную матрицу для Y_a.

3. Оцениваем число полюсов сигнала M.

4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу $Y_a^\dagger$:

$$Y_a^\dagger = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\sigma_m} v_m u_m^T = V_0 S_0^{-1} U_0^T, \tag{4.7}$$

где $\sigma_1, \ldots, \sigma_M$ – M наибольших сингулярных значений матрицы Y_a, v_m, u_m – соответствующие сингулярные векторы, $V_0 = (v_1, \ldots, v_M), U_0 = (u_1, \ldots, u_M), S_0 = diag(\sigma_1, \ldots, \sigma_M)$. Такое усечение способствует подавлению шума, содержащегося в нашем сигнале.

5. Оцениваем z_k путем вычисления собственных значений матрицы Z_E:

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_b V_0. \tag{4.8}$$

6. Оцениваем R_k из системы:

$$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \ldots 1 & \\ z_1 & z_2 & \ldots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \ldots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{pmatrix} \tag{4.9}$$

Конец

Часто в прикладных задачах требуется отслеживать полюса входных сигналов в реальном времени. Для этого в скользящем режиме по сигналу двигается окно наблюдения. Каждый раз в это окно попадает один новый отсчет сигнала и убирается старый. Для оценки параметров сигнала в скользящем режиме нами разработан рекуррентный метод матричных пучков [79], к описанию которого мы и перейдем.

4.2 Рекуррентный метод матричных пучков

Ключевой идеей рекуррентного метода является эффективное SVD разложение матрицы, присутствующей в алгоритме ММП. Поскольку на каждом шаге эта матрица меняется незначительно, можно найти ее SVD разложение не напрямую, а с использованием процедуры [132] модификации аналогичного разложения старой матрицы. Это приводит к значительному сокращению вычислительных затрат и возможности использовать метод для отслеживания параметров сигнала в реальном времени. Такую же стратегию использовали авторы работы [193] при разработке рекуррентного метода Прони.

Переобозначим матрицы Y_a, Y_b из предыдущего параграфа как $Y_a^{(0)}, Y_b^{(0)}$. Они составлены из отсчетов сигнала $y(0), y(1), \ldots, y(N-1)$. При добавлении в окно наблюдения нового отсчета $y(N)$, первый отсчет $y(0)$ удаляется, и из этих N отсчетов составляются новые матрицы $Y_a^{(1)}, Y_b^{(1)}$:

$$Y_a^{(1)} = \begin{pmatrix} y(L) & \ldots & y(2) & y(1) \\ y(L+1) & \ldots & y(3) & y(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N-1) & \ddots & y(N-L+1) & y(N-L) \end{pmatrix}, \tag{4.10}$$

$$Y_b^{(1)} = \begin{pmatrix} y(L+1) & \ldots & y(3) & y(2) \\ y(L+2) & \ldots & y(4) & y(3) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y(N) & \ddots & y(N-L+2) & y(N-L+1) \end{pmatrix}. \tag{4.11}$$

Можно убедиться, что $Y_a^{(1)}$ получена из $Y_a^{(0)}$ с помощью добавления первого столбца $(y(L), y(L+1), \ldots, y(N-1))^T$ и удалением последнего столбца $Y_a^{(0)}$. Справедливо равенство:

$$\begin{pmatrix} Y_a^{(1)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Y_a^{(0)} \end{pmatrix} + AB^T, \tag{4.12}$$

где

$$A_{(N-L)\times 2} = \begin{pmatrix} y(L) & y(0) \\ y(L+1) & y(1) \\ \vdots & \vdots \\ y(N-1) & y(N-L-1) \end{pmatrix}, B_{(L+1)\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

Равенство (4.12) лежит в основе следующего алгоритма, позволяющего быстро вычислять SVD разложение новой матрицы в методе матричных пучков:

Алгоритм эффективного SVD разложения в ММП:

Вход: усеченное сингулярное разложение $Y_a^{(0)}$.

Выход: усеченное сингулярное разложение $Y_a^{(1)}$.

1. Находим SVD-разложение $\Big(0 \;\; Y_a^{(0)}\Big)$, используя известное (усеченное до ранга M) SVD-разложение $Y_a^{(0)} = U_0 S_0 V_0^T$. Легко видеть, что

$$\Big(0 \;\; Y_a^{(0)}\Big) = USV^T = U_0 \Big(S_0 \;\; 0\Big) \begin{pmatrix} 0 & V_0^T \\ I & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.14}$$

2. Находим ортогональный базис P, Q пространств $(I - UU^T)A, (I - VV^T)B$, соответственно, и определяем

$$R_A = P^T(I - UU^T)A, \quad R_B = Q^T(I - VV^T)B. \tag{4.15}$$

Заметим, что $UU^T \neq I_{(N-L)\times(N-L)}$ и $VV^T \neq I_{(L+1)\times(L+1)}$, но $U^TU = I_{M\times M}, V^TV = I_{(M+1)\times(M+1)}$. Здесь A, B – матрицы, определенные в (4.13).

3. Составляем матрицу $K \in R^{(M+2)\times(M+2)}$:

$$K = \begin{pmatrix} I & U^TA \\ 0 & R_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & V^TB \\ 0 & R_B \end{pmatrix}. \tag{4.16}$$

4. Находим SVD-разложение этой матрицы: $K = U_K S_K V_K^T$. Тогда

$$\Big(Y_a^{(1)} \;\; 0\Big) = \Big(U \;\; P\Big) U_K S_K (\Big(V \;\; Q\Big) V_K)^T = U_1 S_K V_1^T \tag{4.17}$$

5. Находим усеченное до ранга M сингулярное разложение $Y_a^{(1)}$:

$$Y_a^{(1)} = U_1 \Big(:, 1:M\Big) S_K \Big(1:M, 1:M\Big) V_1 \Big(1:L, 1:M\Big)^T. \tag{4.18}$$

Конец

Для упрощения записи в (4.18) мы использовали обозначения Matlab. Так, например, $A\Big(:, j:k\Big)$ означает, что мы берем все строки матрицы A и с j-го по k-ый столбец.

Заметим, что $K \in R^{(M+2)\times(M+2)}$ в то время, как $Y_a^{(1)} \in R^{(N-L)\times L}$, $L = \frac{N}{3}$. Поскольку обычно $M \ll L \ll N - L$, замена SVD-разложения матрицы $Y_a^{(1)}$ на SVD-разложение матрицы K способствует уменьшению объема вычислений.

Преимущества в скорости вычислений тем более заметны, чем больше N. Обычно N принимает значения из диапазона $30 - 300$ отсчетов, а M принимает значения из диапазона $2 - 8$. Таким образом, можно уменьшить размерность матрицы на этапе вычисления сингулярного разложения в $3 - 150$ раз.

Для окна наблюдений $y(L), y(L+1), \ldots, y(N-1)$ мы можем аналогично построить матрицу $Y_a^{(k)}$ и найти ее усеченное SVD-разложение из разложения матрицы $Y_a^{(k-1)}$.

Эффективное вычисление SVD разложения лежит в основе рекуррентного ММП.

Алгоритм рекуррентного метода матричных пучков:

Вход: отсчеты сигнала (W наборов по N отсчетов сигнала), $n = 0, 1, \ldots, N-2+W$:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n, \tag{4.19}$$

Выход: $R_k, z_k, k = 1, \ldots, M$, для каждого набора $y(w-1), \ldots, y(N-2+w), w = 1, \ldots, W$.

1. Формируем матрицу $Y_a \equiv Y_a^{(0)}$ как показано в (4.1) из отсчетов $y(0), \ldots, y(N-1)$.

2. Находим SVD-разложение матрицы Y_a.

3. Оцениваем число M полюсов сигнала.

4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу $Y_a^\dagger$ (4.7).

for $w = 1$ **to** W **do**

5. Формируем матрицу $Y_b^{(w-1)}$ (4.2) из отсчетов $y(w-1), \ldots, y(N-2+w)$.

6. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений Z_E (4.8).

7. Оцениваем R_k методом наименьших квадратов из (4.9).

8. Находим усеченное SVD-разложение матрицы $Y_a^{(w)}$ (используя Алгоритм эффективного SVD разложения в ММП).

end

9. Формируем матрицу $Y_b^{(W)}$ (4.2) из отсчетов $y(W-1), \ldots, y(N-2+W)$.

10. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений Z_E (4.8).

11. Оцениваем R_k методом наименьших квадратов из (4.9).

Конец

Проведем расчет вычислительной сложности алгоритмов, учитывая, что вычислительная сложность (число операций) SVD-разложения матрицы размеров $n \times m$ оценивается как $4n^2m - \frac{3}{4}n^3 + O\left(n^2\right)$ [194].

Для классического ММП имеем оценку сложности вычисления SVD-разложения матрицы $Y_a^{(1)} \in R^{(N-L)\times L}$, $L = \frac{N}{3}$:

$$4 \cdot \left(\frac{2N}{3}\right)^2 \cdot \frac{N}{3} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2N}{3}\right)^3 + O\left(N^2\right) = \frac{20}{27} \cdot N^3 + O\left(N^2\right) = O\left(N^3\right).$$

Для рекуррентного ММП имеем оценку сложности вычисления SVD-разложения матрицы $K \in R^{(M+2)\times(M+2)}$:

$$4(M+2)^3 - \frac{3}{4} \cdot (M+2)^3 + O\left(M^2\right) = O\left(M^3\right).$$

Напомним, что запись $O\left(f(N)\right)$ означает, что время работы алгоритма растёт не быстрее, чем $f(N)$ при увеличении N.

При обработке сигнала в режиме скользящего окна с W шагами классический ММП требует W независимых вычислений SVD, что приводит к сложности $O\left(W \cdot N^3\right)$. Рекуррентный ММП сокращает это до $O\left(N^3 + W \cdot M^3\right)$ за счёт эффективного SVD-разложения.

Отметим, что время от времени необходимо «перезапускать» алгоритм для устранения накапливающейся ошибки, т.е. вычислять SVD разложение напрямую, а не с помощью алгоритма эффективного SVD разложения. Такое же требование возникает и для рекуррентного метода Прони в работе [193]. Для демонстрации этого факта авторы рассматривают пример, который мы далее повторим для рекуррентного метода матричных пучков.

Рассмотрим, как и авторы в [193], сигнал

$$s(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} \sin\left(w_1 t + \varphi_1\right) + A_2 e^{\alpha_2 t} \sin\left(w_2 t + \varphi_2\right), \qquad (4.20)$$

где $w_1 = 2\pi f_1$, $w_2 = 2\pi f_2$, $A_1 = 150$, $A_2 = 160$, $\alpha_1 = -3$, $\alpha_2 = -5$, $f_1 = 51.2$ Гц, $f_2 = 48.8$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{5}$ Гц. Сигнал также возьмем с частотой дискретизации $Fs = 1000$ Гц. Тогда $T = \frac{1}{Fs} = \frac{1}{1000}$ с.

На рисунке 4.1 приведены 0.3 секунды данного сигнала, а на рисунке 4.2 построен его спектр. Частоты двух гармонических составляющих данного сигнала близки и спектр Фурье имеет всего один пик на частоте 50 Гц.

Также, как и в работе [193], выберем окно в 40 отсчетов и найдем частоты и коэффициенты затухания в скользящем режиме с помощью рекуррентного

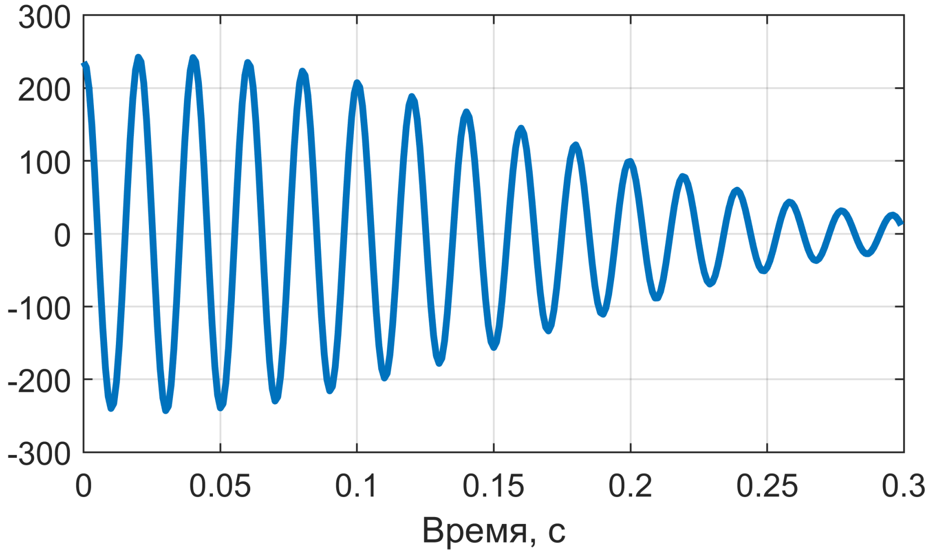


Рисунок 4.1 — Сигнал

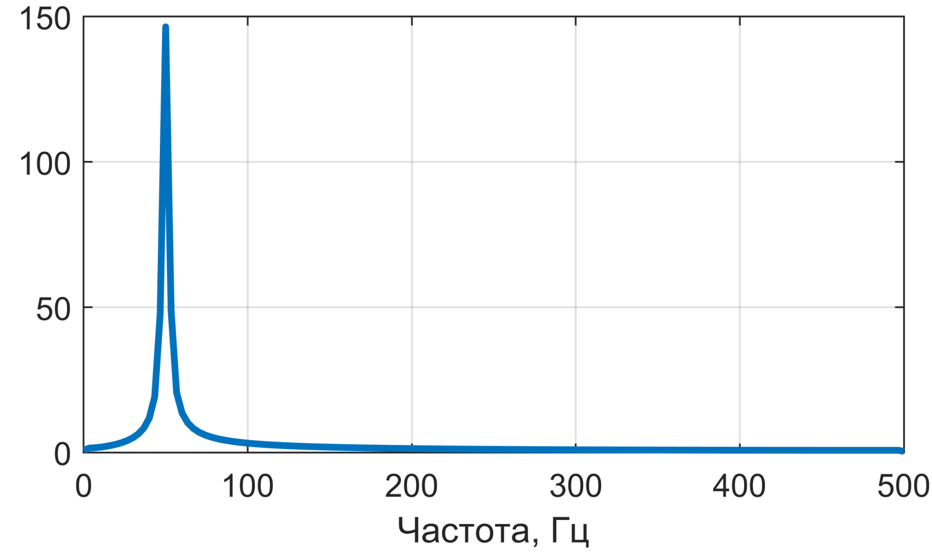


Рисунок 4.2 — Спектр сигнала (4.20)

метода матричных пучков. В рассматриваемом частном случае двух синусоид в силу соотношения:

$$Ae^{\alpha t}\sin(wt+\varphi) = \frac{A}{2}e^{i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}e^{(\alpha+iw)t} + \frac{A}{2}e^{-i\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}e^{(\alpha-iw)t}$$

сигнал (4.20) представляет собой сумму четырех комплексных экспонент:

$$s(n) = \sum_{k=1}^{4} R_k z_k^n, \quad n = 1,\dots,40,$$

где

$$R_{1,2} = \frac{A_1}{2}e^{\pm i(\varphi_1+\frac{\pi}{2})}, \quad z_{1,2} = e^{(\alpha_1 \pm iw_1)T},$$

$$R_{3,4} = \frac{A_2}{2} e^{\pm i(\varphi_2 + \frac{\pi}{2})}, \quad z_{3,4} = e^{(\alpha_2 \pm i w_2)T}.$$

Параметр $L \approx \frac{N}{3} = \frac{40}{3}$ возьмем равным 13 и сформируем из отсчетов $s(n)$, $n = 1, \ldots, 40$, матрицу (4.1) размером 27×13. Применив рекуррентный метод матричных пучков, найдем параметры R_k, z_k, $k = 1, \ldots, 4$.

Найдем далее частоты f_1, f_2 и коэффициенты затухания α_1, α_2, учитывая связь между этими параметрами и полюсами z_k. Результаты представлены на рисунках 4.3, 4.4.

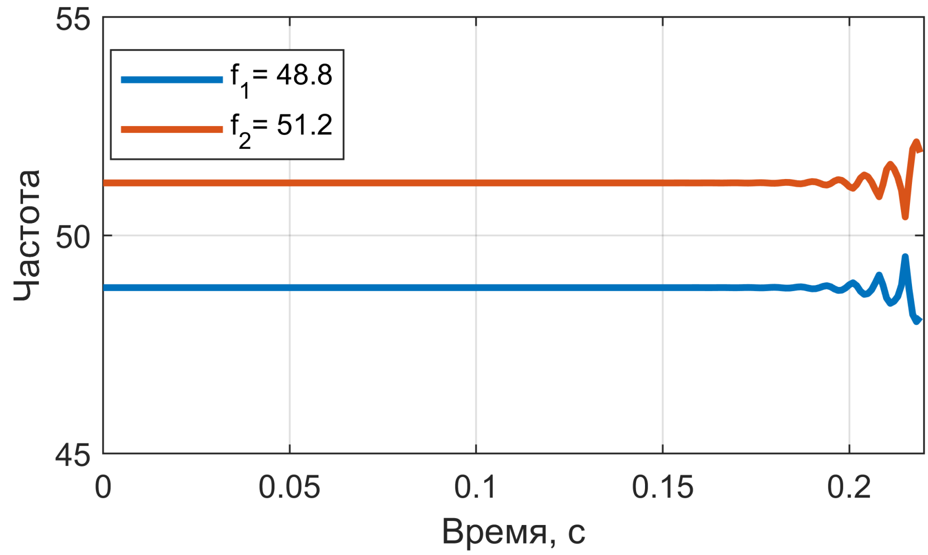


Рисунок 4.3 — Значения найденных частот f_1, f_2 при обработке сигнала рекуррентным ММП и частоте дискретизации $Fs = 1000$ Гц

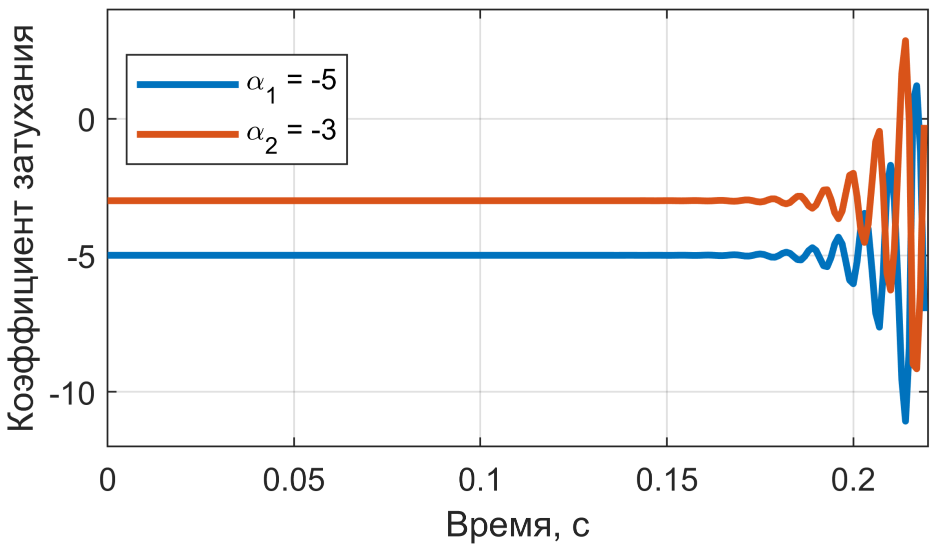


Рисунок 4.4 — Значения найденных коэффициентов затухания α_1, α_2 при обработке сигнала рекуррентным ММП и частоте дискретизации $Fs = 1000$ Гц

Видно, что метод матричных пучков различает две близкие синусоиды, но спустя около 0.2 секунды точность определения параметров падает из-за накопления ошибок рекуррентным ММП и требуется «перезапуск» алгоритма, т.е. вычисление SVD разложения напрямую, а не с использованием уже найденного на предыдущем шаге. Отметим, что примерно такой же результат был получен и в [193] для рекуррентного метода Прони.

В заключение этого примера еще раз отметим важность правильного выбора частоты дискретизации сигнала. Выше мы, следуя авторам [193], взяли $Fs = 1000$ Гц, в то время как квазиоптимальное значение частоты дискретизации, найденное по предложенной нами формуле (3.15), составляет 200 Гц. Повторяя все шаги рассмотренного примера с такой частотой дискретизации, получаем значения частот и коэффициентов затухания, представленные на рисунках 4.5, 4.6.

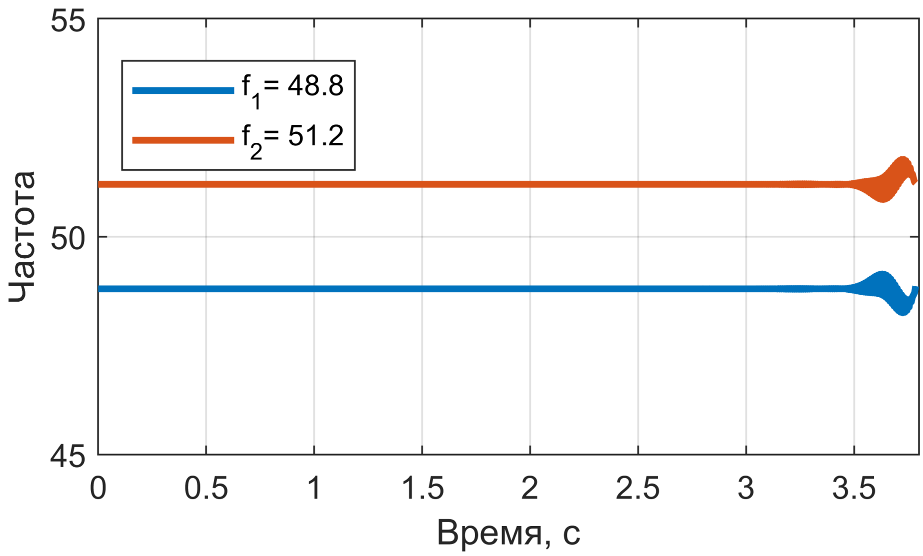


Рисунок 4.5 — Значения найденных частот f_1, f_2 при обработке сигнала рекуррентным ММП и частоте дискретизации $Fs = 200$ Гц

Видно, что теперь рекуррентный метод обеспечивает точное определение параметров до 3-3.5 секунд, что примерно в 15 раз больше времени, наблюдаемом при $Fs = 1000$ Гц. Напомним, что такого улучшения мы добились всего лишь поменяв частоту дискретизации с 1000 до 200 Гц.

Далее мы рассмотрим применение рекуррентного ММП в задаче отслеживания амплитуды гармонических составляющих сигнала тока с асинхронного двигателя, отвечающих за зарождение и развитие неисправности сломанных стержней.

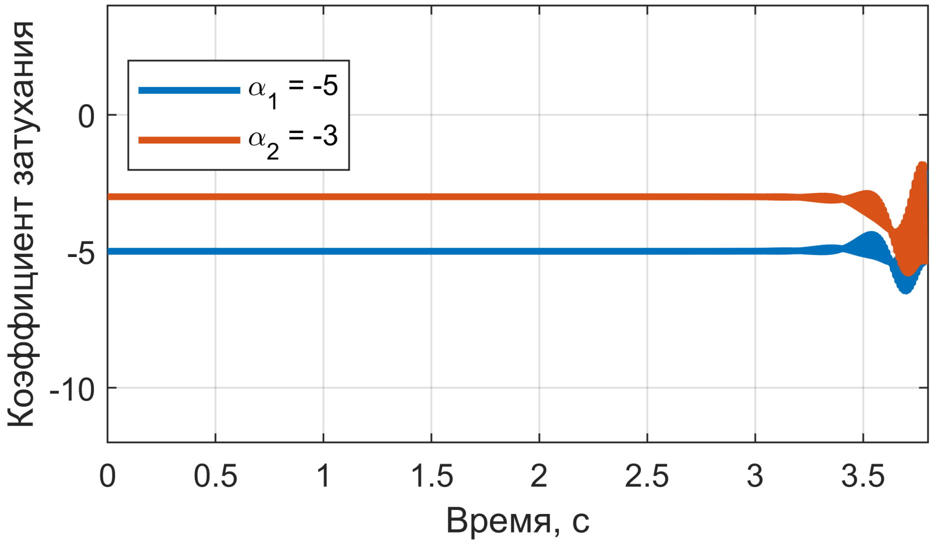


Рисунок 4.6 — Значения найденных коэффициентов затухания α_1, α_2 при обработке сигнала рекуррентным ММП и частоте дискретизации $Fs = 200$ Гц

4.3 Принцип действия асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором и проблема неисправности его стержней

Асинхронные двигатели (рисунок 4.7) широко применяются в машиностроительной, металлургической, горнодобывающей и авиационной промышленности [195] благодаря своим эксплуатационным характеристикам и низким затратам на техническое обслуживание.

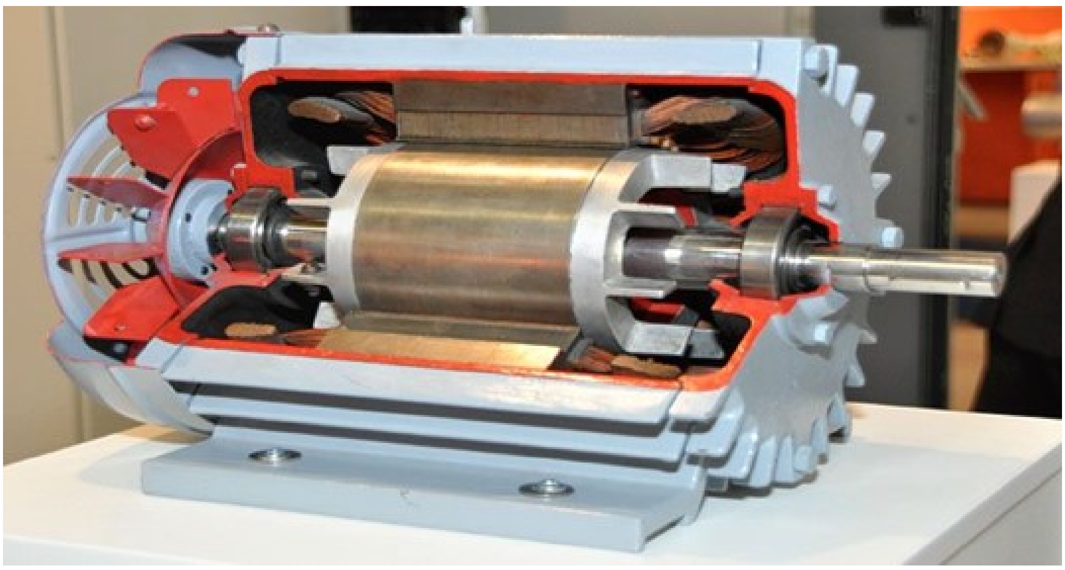


Рисунок 4.7 — Асинхронный двигатель

Асинхронный электродвигатель имеет неподвижную часть — статор, на котором расположена обмотка, создающая вращающееся магнитное поле, и подвижную часть — ротор, в котором создается электромагнитный момент, приводящий во вращение сам ротор и исполнительный механизм. Различают два типа асинхронных двигателей — с короткозамкнутым и с фазным ротором. Короткозамкнутый ротор или ротор типа «беличья клетка» представляет собой набор медных или алюминиевых стержней замкнутых между собой кольцом. Стержни впаиваются или заливаются в сердечник.

Принцип действия асинхронного двигателя заключается в следующем [196]. Ток в обмотках статора создает вращающееся магнитное поле, которое индуцирует электродвижущую силу в обмотках ротора. В них начинает протекать электрический ток, из-за чего возникает еще одно магнитное поле, которое, взаимодействуя с полем статора, приводит во вращение ротор. В двигательном режиме частота вращения ротора немного меньше, а в генераторном режиме — больше частоты вращения магнитного поля. При равенстве скоростей поле перестает наводить в роторе ток, и на ротор перестает действовать сила Ампера. Отсюда и название — асинхронный двигатель. Относительная разность скоростей вращения ротора и частоты переменного магнитного поля называется скольжением.

Тяжелые условия эксплуатации часто приводят к износу узлов двигателя. Работа неисправного двигателя сопровождается пульсациями крутящего момента, колебаниями скорости, дополнительными вибрациями, падением КПД и увеличением потребляемой мощности [197]. Примерно 10% неисправностей асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором происходят в роторе [198], где наиболее распространенной является проблема сломанных стержней (рисунок 4.8).

Рисунок 4.8 — Сломанные стержни короткозамкнутого ротора

Диагностика данной неисправности осложняется ее слабыми признаками, которые трудно обнаружить простыми методами [199]. Так, например, классический метод сигнатурного анализа тока двигателя MSCA [200] основан на анализе спектра сигнала тока статора, который в случае дефекта стержней будет иметь симметричные боковые гармоники $f_{low} = (1-2s)f_1$, $f_{high} = (1+2s)f_1$ в районе частоты питания f_1 (рисунок 4.9).

Можно считать, что сигнал тока имеет вид:

$$s(t) = A\cos(2\pi f_1 t + \varphi) + A_{low}\cos(2\pi f_{low} t + \varphi_2) + A_{high}\cos(2\pi f_{high} t + \varphi_3),$$

где амплитуда A частоты питания f_1 обычно в сотни раз превосходит амплитуды A_{low}, A_{high} гармоник, отвечающих за дефект.

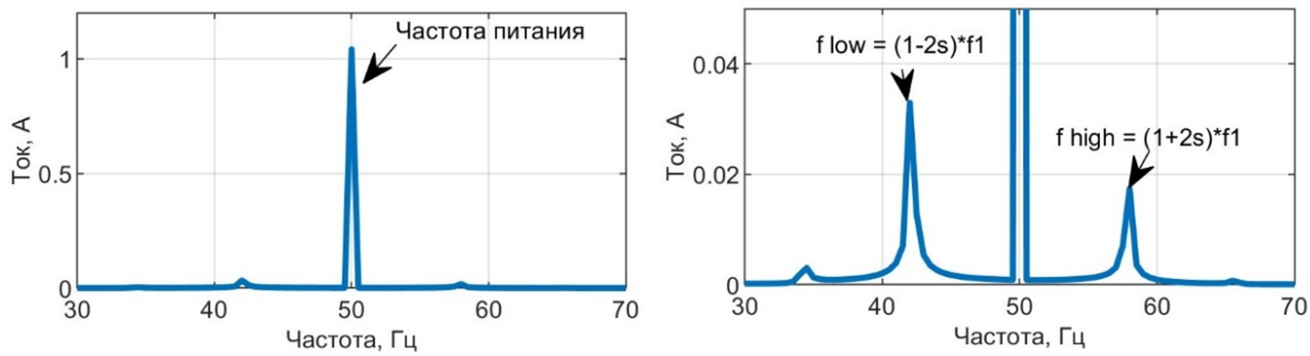


Рисунок 4.9 — Спектр сигнала тока статора для двигателя со сломанными стержнями ротора (слева) и его увеличенный фрагмент (справа)

Значения частот f_{low}, f_{high} зависят от скольжения s, которое в свою очередь зависит от нагрузки на двигатель и частоты питания. При низкой нагрузке боковые пики находятся очень близко к основной частоте f_1, имеют небольшую амплитуду и практически неразличимы. В связи с этим необходим метод частотного анализа с высоким разрешением, такой как метод матричных пучков, для выделения гармоник дефектов ротора.

Метод матричных пучков уже применялся в диагностике сломанных стержней ротора двигателя. Так, в работе [201] авторы объединили классический метод матричных пучков с классификатором на основе метода опорных векторов. В [202] предлагался адаптивный метод матричных пучков с автонастройкой порога срабатывания на основе информационной энтропии. Данный метод позволяет точно обнаруживать признаки смешанных неисправностей ротора при малой нагрузке и низкой скорости двигателя в стационарном режиме.

В [203] метод матричных пучков и фильтр Винера применены к сигналам тока двигателя с дефектом ротора для удаления известных гармоник сигнала и повышения отношения сигнал/шум.

Таким образом, метод матричных пучков обладает потенциалом для эффективного обнаружения признаков дефекта ротора двигателя в нестационарных условиях. Недостатком метода является большая вычислительная сложность, вызванная необходимостью постоянно вычислять SVD разложение. Для уменьшения вычислительных затрат в задаче диагностики стержней ротора целесообразно использовать рекуррентный метод матричных пучков, описанный в прошлом параграфе и в наших статьях [37; 79]. Метод работает по принципу скользящего окна и отслеживает значение амплитуды характеристической частоты неисправности, которая растет по мере развития этого дефекта. Далее мы применим этот метод к модельному сигналу тока, описанному в следующем параграфе.

4.4 Моделирование сигнала тока с двигателя с постепенной деградацией стержня ротора

В качестве объекта для моделирования выберем асинхронный двигатель мощностью 60 Вт с частотой питания 400 Гц и ротором с 10 стержнями в обмотке. Номинальные параметры двигателя приведены в таблице 3.

Таблица 3 — Номинальные параметры двигателя

Номинальная мощность, кВт	0,06
Напряжение питания, В	200
Частота поля, об/мин	12000
Частота вращения ротора, об/мин	10800
КПД, %	59
Коэффициент мощности, $\cos\varphi$	0,56
Отношение пускового момента к номинальному	1,81
Отношение максимального момента к номинальному	2,44
Отношение пускового тока к номинальному	4,22
Скольжение, %	10
Критическое скольжение, %	46,7
Момент инерции, Н $\cdot$ м	0,0000055

Для того, чтобы сымитировать зарождение дефекта и постепенную деградацию стержня ротора, будем использовать не экспериментальный, а модельный сигнал на основе математической модели [204]. Сломанный стержень ротора имитируется путем замены сопротивления r_r одной фазы ротора на следующее значение:

$$r'_r = r_r \left(1 + \frac{3n_{bb}}{N_b - 3n_{bb}}\right),$$

где N_b – общее число стержней ротора, n_{bb} – число сломанных стержней. Изменяя значение n_{bb} от 0 до 1, можно имитировать постепенную деградацию разлома стержня ротора от исправного состояния до полного обрыва.

Параметры модели двигателя рассчитаны по методике [205] и приведены в таблице 4. Питание двигателя синусоидальное. Моделирование проводилось в среде Simulink, частота дискретизации сигнала составила 50 кГц.

Таблица 4 — Параметры моделирования двигателя

Сопротивление статора, Ом	41.1091
Сопротивление ротора, Ом	8.2075
Индуктивность статора, Гн	0.0051
Индуктивность ротора, Гн	0.0051
Взаимная индуктивность, Гн	0.1007

Для большей реалистичности к сигналам был добавлен белый шум со значением отношения сигнал/шум 30 дБ, рассчитанным по формуле (2.9).

На рисунках 4.10, 4.11 показан модельный сигнал и его спектр в области частоты питания 400 Гц в разное время. Как можно видеть, амплитуды частот f_{low} и f_{high}, свидетельствующие о наличии разлома стержня, увеличиваются со временем.

Применим теперь к отслеживанию этих изменений амплитуды рекуррентный метод матричных пучков.

4.5 Алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей стержней ротора асинхронного двигателя

В прошлом параграфе мы получили модельные сигналы тока с двигателя с постепенно развивающимся дефектом стержня. Это постепенное развитие

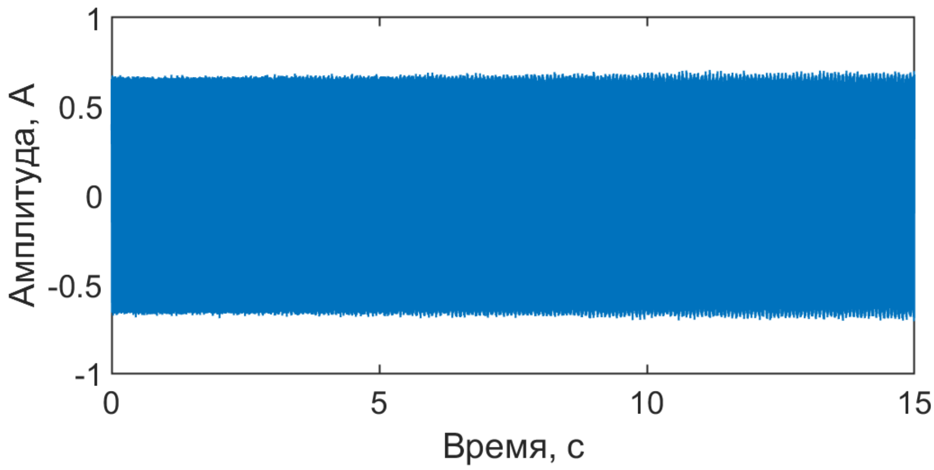


Рисунок 4.10 — Модельный сигнал тока двигателя с развивающимся дефектом стержня

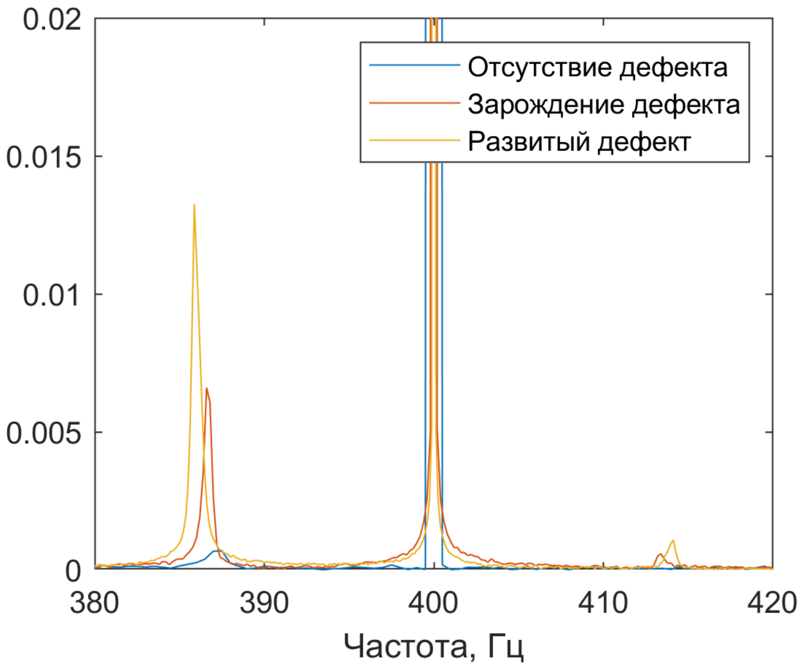


Рисунок 4.11 — Спектр модельного сигнала тока в разные моменты времени

отражается в росте амплитуд гармонических составляющих с частотами $f_{low} \approx$ 386 Гц и $f_{high} \approx$ 414 Гц.

Учитывая важность оптимальной частоты дискретизации, мы, перед тем, как применять рекуррентный метод матричных пучков для нахождения амплитуды этих гармоник, проведем децимацию сигнала. Исходная частота дискретизации 50 кГц была уменьшена в 25 раз с помощью прореживания и фильтра Чебышева нижних частот I рода 8-го порядка.

Будем теперь отслеживать амплитуду гармоники с частотой $f_{low} \approx 386$ Гц, поскольку она более выражена по сравнению с $f_{high} \approx 414$ Гц. Гармоника основной частоты $f = 400$ Гц имеет амплитуду в сотни раз большую и является в данном случае шумом, мешающим отслеживать значение амплитуды гармоники с частотой f_{low}. Чтобы «получить доступ» к составляющим сигнала, отвечающим за дефект, предварительно уберем основную частоту f в сигнале, используя фильтрацию с учетом известных компонент [7].

На рисунке 4.12 показан спектр модельного сигнала тока в разные моменты времени после фильтрации основной гармоники. Видно, что амплитуда дефектной гармоники растет. Для отслеживания этого роста будем использовать

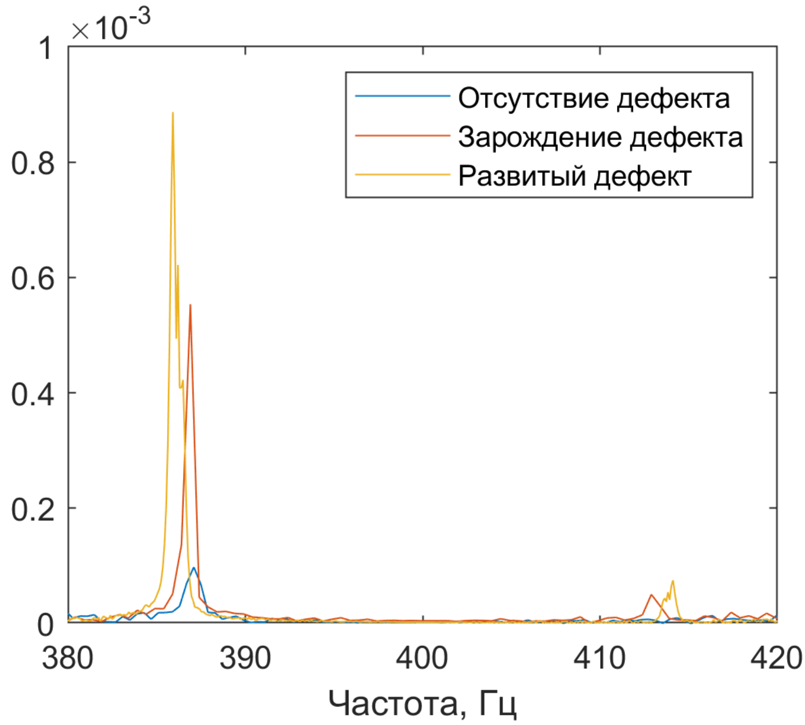


Рисунок 4.12 — Спектр после фильтрации основной гармоники

Алгоритм обработки информации для диагностики неисправности стержней ротора асинхронного двигателя:

Вход: Сигнал тока статора

$$s(t) = A\cos(2\pi f_1 t + \varphi) + A_{low}\cos(2\pi f_{low} t + \varphi_2) + A_{high}\cos(2\pi f_{high} t + \varphi_3).$$

Выход: Значения амплитуды A_{low} гармоники f_{low}, получаемые в режиме скользящего окна.

1. Предварительно отфильтруем нужный сигнал:

$$s_{low}(t) = A_{low}\cos(2\pi f_{low} t + \varphi_2).$$

2. Найдем квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проведем, если нужно децимацию сигнала $s_{low}(t)$.

3. Для обработки сигнала $s_{low}(t)$ используем рекуррентный метод матричных пучков и его оценки для комплексных амплитуд

$$R^{\pm}_{low} = \frac{A_{low}}{2} e^{\pm i\varphi},$$

получаемые в режиме скользящего окна, откуда и найдем A_{low}.

Конец.

Будем искать амплитуду нижней гармоники f_{low} предложенным методом, двигаясь по отфильтрованному сигналу с окном длиной в $N = 100$ отсчетов. Позже мы рассмотрим и другие значения длины окна.

На рисунке 4.13 представлены значения амплитуды найденные классическим методом матричных пучков и его рекуррентным вариантом. Как и ожидалось, амплитуда растет со временем, сигнализируя о зарождении и развитии дефекта сломанного стержня.

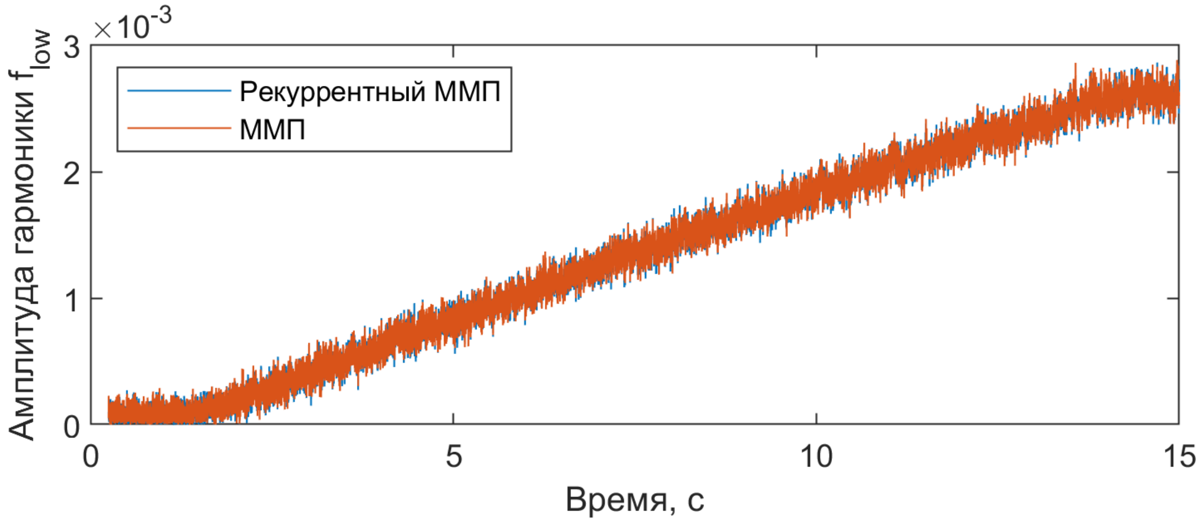


Рисунок 4.13 — Значения амплитуды нижней гармоники f_{low} найденные при длине окна $N = 100$ отсчетов

На рисунке 4.14 представлены значения амплитуды, полученные при длине окна в $N = 400$ отсчетов.

Видно, что при увеличении длины окна N уменьшается дисперсия в оценке амплитуды гармоники f_{low}, однако возрастают вычислительные затраты на SVD разложение, т.к. увеличиваются размеры матриц в методе матричных пучков. При $N = 100$ эти размеры составляли 67×33, при $N = 400$ уже 367×133.

Отметим, что оба метода, классический и рекуррентный ММП, дают одинаковые значения амплитуды, как и должно быть, т.к. отличие у этих методов заключается только в быстродействии. Разница между временем работы методов тем больше, чем больше длина окна N. На рисунке 4.15 показано отношение

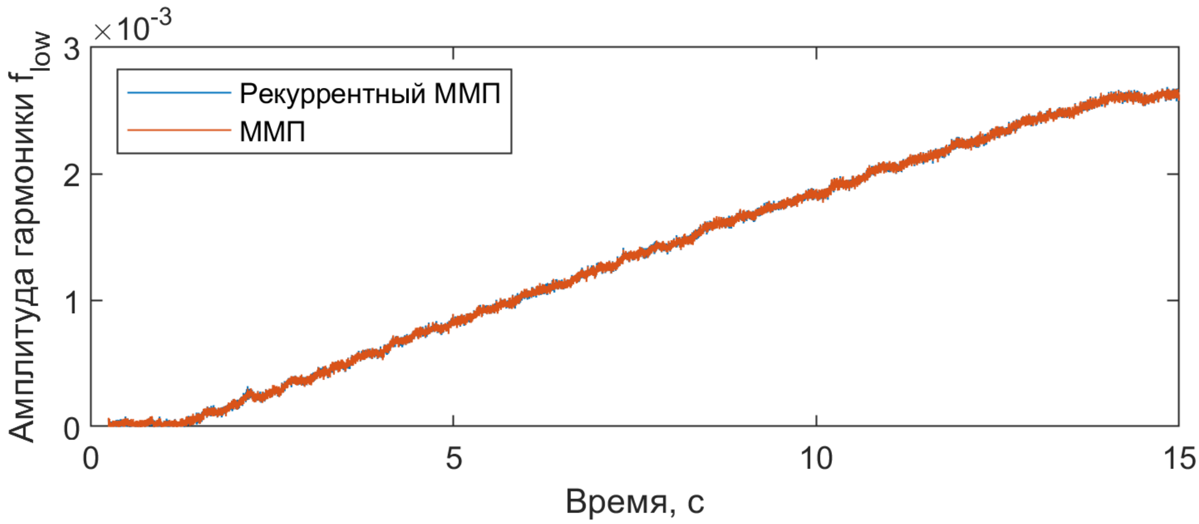


Рисунок 4.14 — Значения амплитуды нижней гармоники f_{low} найденные при длине окна $N = 400$ отсчетов

времени работы рекуррентного ММП ко времени работы ММП в зависимости от длины окна N.

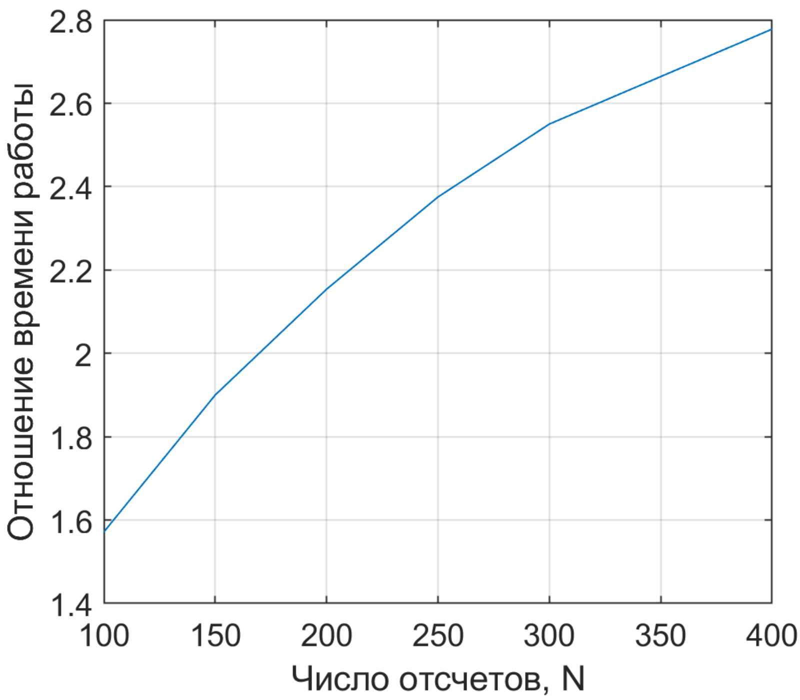


Рисунок 4.15 — Отношение времени работы рекуррентного метода ко времени работы классического метода матричных пучков

Видно, что при увеличении длины окна N свыше 170 отсчетов рекуррентный метод матричных пучков превосходит классический метод по быстродействию более, чем в два раза.

Итак, рекуррентный метод матричных пучков применен для отслеживания параметров сигналов тока с двигателя в режиме скользящего окна с целью мониторинга его состояния. Метод обеспечивает ту же точность, что и классический метод матричных пучков при лучшем быстродействии. Для уменьшения дисперсии оценок отслеживаемых параметров следует брать большую длину окна. В этом случае разница во времени работы рекуррентного и классического методов оказывается более существенной и рекуррентный алгоритм становится все более предпочтительным.

Отметим, что рассматриваемая задача диагностики сломанных стержней двигателя допускает решение с использованием нейросетевой модели, предложенное в нашей работе [55]. Для этого необходим обучающий набор сигналов тока с исправного и дефектного двигателя, который не всегда возможно получить в реальных условиях, особенно если речь идет о частичной деградации стержня, его зарождающемся дефекте. Разработанный в этом параграфе алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей стержней ротора асинхронного двигателя не требует обучающего набора и может использоваться для раннего обнаружения дефекта.

4.6 Алгоритм обработки информации для уменьшения времени обработки сигналов кориолисового расходомера

В этом параграфе мы применим рекуррентный метод матричных пучков к отслеживанию частоты сигнала с кориолисового расходомера. Как уже обсуждалось в параграфе 2.4, частота такого сигнала должна быть найдена как можно точнее, поскольку она участвует в расчете показаний расходомера.

Сигнал напряжения снят с измерительной катушки кориолисова расходомера ЭлМетро Фломак ДУ15 с частотой дискретизации 20480 Гц. Фрагмент сигнала длиной в 0.1 секунды приведен на рисунке 4.16. Предварительная оценка частоты синусоиды, полученная с помощью преобразования Фурье, равна примерно 90 Гц.

Определим частоту данного синусоидального сигнала с помощью классического и рекуррентного метода матричных пучков. Будем двигаться по сигналу в режиме скользящего окна, предварительно проведя децимацию сигнала и уменьшив частоту дискретизации до квазиоптимальной 512 Гц.

Данный сигнал представляет собой незатухающую косинусоиду, которая может быть записана как сумма двух комплексных экспонент:

$$s(t) = A\cos(wt + \varphi) = \frac{A}{2}e^{i\varphi}e^{iwt} + \frac{A}{2}e^{-i\varphi}e^{-iwt}.$$

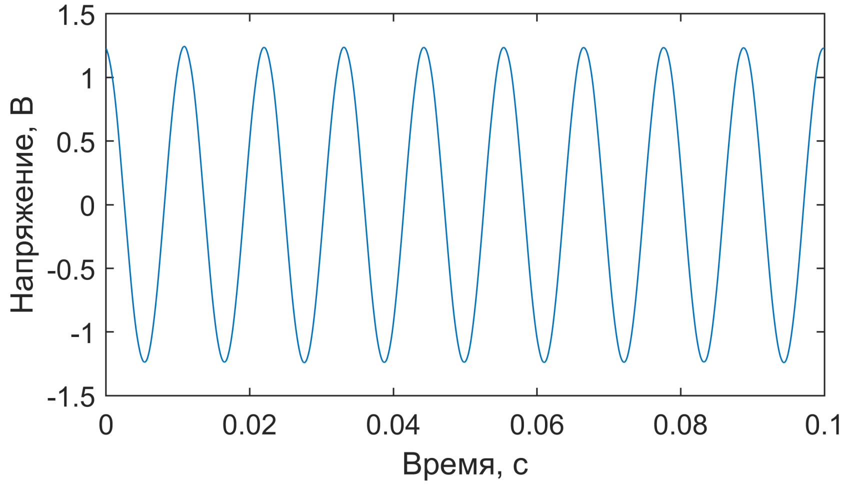


Рисунок 4.16 — Фрагмент сигнала напряжения с катушки расходомера

Дискретный сигнал тогда равен:

$$s(n) = R_1 z_1^n + R_2 z_2^n,$$

где $R_1 = \frac{A}{2}e^{i\varphi}$, $R_2 = \frac{A}{2}e^{-i\varphi}$, $z_1 = e^{iwT}$, $z_2 = e^{-iwT}$, T – период дискретизации.

Будем брать фрагменты по $N = 100$ отсчетов. Параметр L метода матричных пучков возьмем равным $L \approx \frac{N}{3} = \frac{100}{3} \approx 33$. Размеры матрицы (4.1), составленной из отсчетов сигнала, составят 67×33. Используя далее алгоритмы классического и рекуррентного ММП, найдем комплексно-сопряженные полюсы $z_1 = e^{iwT}$, $z_2 = e^{-iwT}$ и далее частоту $f = \frac{w}{2\pi}$ на рассматриваемом отрезке сигнала в N отсчетов. Далее осуществим сдвиг на один отсчет и повторим описанные действия.

В случае классического ММП на каждом новом отрезке в N отсчетов будет вновь найдено SVD-разложение матрицы, составленной из отсчетов сигнала. При рекуррентном ММП оно будет считаться на основе уже найденного на прошлом отрезке SVD-разложения «старой» матрицы. Такое отличие между классическим и рекуррентным методами матричных пучков приведет к разнице во времени их работы.

На рисунке 4.17 представлены значения частоты, найденной классическим и рекуррентным ММП на отрезке длиной в 180 секунд. Для уменьшения дисперсии, мы использовали усреднение за 1 секунду.

Видно, что частота принимает значения около 89.897 Гц и немного уменьшается за время наблюдения. Помимо данных опытного расходомера, у нас имеются показания эталонного расходомера и мы имеем возможность сравнить

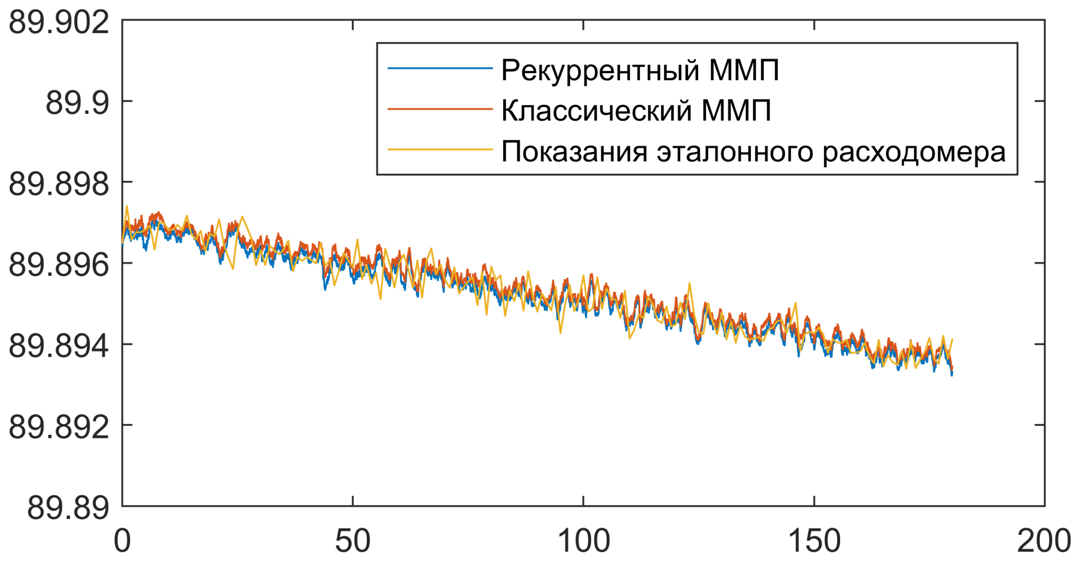


Рисунок 4.17 — Значения частоты, найденной ММП и рекуррентным ММП

с ними значения полученные методом матричных пучков. Как мы видим, все методы дают практически одинаковые результаты.

Для рассматриваемого фрагмента длительностью 180 секунд, время обработки классическим и рекуррентным методом матричных пучков составило 45 и 13 секунд, соответственно. Таким образом, рекуррентный метод матричных пучков работает быстрее, чем классический метод, примерно в 3.5 раза. Вычисления проводились на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i7-10700 CPU 2.90 ГГц, ОЗУ 64 Гб. На практике используются менее мощные процессоры. Серия микроконтроллеров STM32 H7, например, обладает максимальной частотой процессора 550 МГц (в 5 раз меньше), т.е. классический метод матричных пучков не пригоден для работы в реальном времени.

Таким образом, рекуррентный метод матричных пучков может использоваться для отслеживания частоты сигнала кориолисового расходомера в реальном времени.

Приведем поэтому основанный на рекуррентном методе матричных пучков

Алгоритм обработки информации для уменьшения времени обработки сигналов кориолисового расходомера:

Вход: Сигнал $s(t) = A\cos(2\pi f t + \varphi)$ с катушки расходомера.

Выход: Значения параметров f, φ сигнала, получаемые в режиме скользящего окна.

1. Найдем квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проведем, если нужно децимацию сигнала $s(t)$.

2. Для сигнала $s(t) = A\cos(2\pi ft + \varphi)$ используем рекуррентный метод матричных пучков, дающий оценки его параметров

$$z^{\pm} = e^{\pm i\cdot 2\pi fT}, \quad R^{\pm} = \frac{A}{2}e^{\pm i\varphi}, \quad T = \frac{1}{Fs},$$

откуда и найдем значения f, φ.

Конец.

Еще раз отметим, что использование рекуррентного ММП не повышает точность определения параметров сигнала (метод выдает тот же результат, что и классический ММП), однако повышает скорость обработки примерно в 3.5 раза и поэтому рекомендуется к использованию в задаче оценки параметров сигналов кориолисового расходомера с целью ускорения его времени обработки и измерений.

4.7 Выводы по главе

В данной главе описан классический метод матричных пучков, решающий задачу экспоненциального анализа по определению параметров сигнала и его рекуррентная модификация. Рекуррентный метод матричных пучков применен к реальному сигналу с кориолисового расходомера, а также к модельному сигналу тока с асинхронного двигателя с имитацией зарождения и развития дефекта стержня ротора.

Перечислим основные результаты:

1) На основе процедуры эффективного сингулярного разложения разработан рекуррентный метод матричных пучков, заменяющий сингулярное разложение матрицы $Y_a^{(1)} \in R^{(N-L)\times L}$ на сингулярное разложение матрицы $K \in R^{(M+2)\times(M+2)}$. Здесь N – число отсчетов, $L = \frac{N}{3}$, M – число полюсов. При этом вычислительная сложность вычисления SVD-разложения сокращается с $O\left(N^3\right)$ до $O\left(M^3\right)$, что значительно, т.к. обычно N берется в диапазоне $30 - 300$ отсчетов, а M принимает значения в диапазоне $2 - 8$.

2) Установлено, что с целью уменьшения дисперсии оценки параметров сигнала методом матричных пучков стоит выбирать большую длину фрагмента сигнала. При увеличении числа отсчетов обрабатываемого сигнала существенно

увеличивается разница во времени работы рекуррентного и классического методов. Рекуррентный метод предпочтительнее для отслеживания параметров сигнала в скользящем режиме.

3) Разработан алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей стержней ротора и применен к анализу модельного сигнала двигателя с постепенным развитием дефекта стержня (такой сигнал затруднительно получить экспериментально) и отношением сигнал/шум 30 дБ. Показано, что метод в режиме скользящего окна определяет рост амплитуды гармоники, отвечающей за дефект, и что при увеличении длины окна N свыше 170 отсчетов рекуррентный метод матричных пучков превосходит классический метод по быстродействию более, чем в два раза. Технический эффект заключается в возможности раннего выявления обрыва стержней ротора по изменению амплитуды гармоники, характеризующей этот дефект.

4) Разработан алгоритм обработки информации для уменьшения времени обработки сигналов кориолисового расходомера, в основе которого лежит рекуррентный метод матричных пучков. Показано, что метод обеспечивает тот же результат, что и классический метод матричных пучков, но работает быстрее в 3.5 раза при оценке частоты сигнала с окном в $N = 100$ отсчетов (частота дискретизации $Fs = 512$ Гц, частота синусоиды около 90 Гц). Технический эффект заключается в достижении реального времени обработки даже на малопроизводительных встраиваемых системах, таких как микроконтроллеры STM32 H7, где классический метод неприменим из-за вычислительной сложности.

Разработанные алгоритмы рекомендуются к использованию при отслеживании параметров сигналов в режиме скользящего окна, в частности, в задаче оценки параметров сигналов кориолисового расходомера с целью ускорения их обработки.

Глава 5. Многоканальный метод матричных пучков и его применение к анализу сигналов кориолисового расходомера и диагностике межвиткового замыкания в статоре

На практике нередко приходится иметь дело с экспоненциальными сигналами, имеющими одинаковые частоты, коэффициенты затухания и разные амплитуды и фазы. Это, например, осуществляется для трех фаз сигналов тока и напряжения асинхронного двигателя в задаче обнаружения межвиткового замыкания в его статоре [206], [207]. Классический метод матричных пучков обрабатывает каждый сигнал тока и напряжения по отдельности и находит отличающиеся из-за шума шесть оценок одной и той же частоты.

Еще одним примером подобного рода является кориолисов расходомер, в котором необходимо обрабатывать сигналы с правой и левой катушек расходомера. Использование классического метода для сигналов подобного типа предполагает раздельную обработку сигналов с каждой катушки. Однако при этом в каждом канале обработки могут быть получены собственные оценки параметров и возникает проблема их дальнейшей обработки.

Данная глава посвящена модификации ММП для задачи оценки параметров векторных или многоканальных сигналов – набора сигналов $y_1, y_2, \ldots, y_J$, имеющих одинаковые полюсы $z_1, z_2, \ldots, z_M$, но различные амплитуды $R_{1j}, R_{2j}, \ldots, R_{Mj}, j = 1, \ldots, J$. Для $n = 0, 1, \ldots, N-1$, $j = 1, \ldots, J$, сигналы заданы отсчетами:

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} z_k^n.$$

Здесь T – период дискретизации.

Классический метод матричных пучков находит свой набор полюсов $z_1, z_2, \ldots, z_M$ для каждого сигнала y_j, а значит свой набор частот и коэффициентов затухания. Данные параметры конечно можно усреднить для получения значений, общих для всех сигналов, однако, как будет показано в этой главе, разработанный многоканальный метод матричных пучков дает более точные оценки и за меньшее время вычислений. Метод будет применен к модельному сигналу и к определению параметров сигналов с катушек кориолисового расходомера, а также к реальным сигналам тока и напряжения, полученным от асинхронного электропривода.

5.1 Многоканальный метод матричных пучков

Рассмотрим векторный сигнал – набор из J сигналов $y_1, y_2, \ldots, y_J$, имеющих одинаковые полюсы $z_1, z_2, \ldots, z_M$, но различные амплитуды $R_{1j}, R_{2j}, \ldots, R_{Mj}, j = 1, \ldots, J$. Как и в классическом методе матричных пучков, запишем матрицы Y_{aj}, Y_{bj}, соответствующие сигналам y_j:

$$Y_{aj} = \begin{pmatrix} y_j(L-1) & \ldots & y_j(1) & y_j(0) \\ y_j(L) & \ldots & y_j(2) & y_j(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-2) & \ddots & y_j(N-L) & y_j(N-L-1) \end{pmatrix}, \tag{5.1}$$

$$Y_{bj} = \begin{pmatrix} y_j(L) & \ldots & y_j(2) & y_j(1) \\ y_j(L+1) & \ldots & y_j(3) & y_j(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-1) & \ddots & y_j(N-L+1) & y_j(N-L) \end{pmatrix}. \tag{5.2}$$

Каждая из этих матриц допускает факторизацию:

$$Y_{aj} = Z_L R^{(j)} Z_R, \quad Y_{bj} = Z_L R^{(j)} Z Z_R. \tag{5.3}$$

Здесь

$$Z_L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ z_1 & z_2 & \ldots & z_M \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \ldots & z_M^{N-L-1} \end{pmatrix}, Z_R = \begin{pmatrix} z_1^{L-1} & z_1^{L-2} & \ldots & 1 \\ z_2^{L-1} & z_2^{L-2} & \ldots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_M^{L-1} & z_M^{L-2} & \ldots & 1 \end{pmatrix},$$

$$R^{(j)} = diag\left(R_{1j}, R_{2j}, \ldots, R_{Mj}\right), \quad Z = diag(z_1, z_2, \ldots, z_M). \tag{5.4}$$

Из матриц Y_{aj}, Y_{bj} составим блочные матрицы Y_{aE}, Y_{bE} размеров $(N - L)J \times L$, следующим образом:

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \\ \vdots \\ Y_{aJ} \end{pmatrix}, \quad Y_{bE} = \begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \\ \vdots \\ Y_{bJ} \end{pmatrix}. \tag{5.5}$$

Легко видеть, что полюсы z_k являются обобщенными собственными значениями пучка матриц $Y_{bE} - \lambda Y_{aE}$. Действительно, справедливо следующее разложение данных матриц:

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \\ \vdots \\ Y_{aJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L R^{(1)} Z_R \\ Z_L R^{(2)} Z_R \\ \vdots \\ Z_L R^{(J)} Z_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(J)} \end{pmatrix} Z_R,$$
$$Y_{bE} = \begin{pmatrix} Y_{b1} \\ Y_{b2} \\ \vdots \\ Y_{bJ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(J)} \end{pmatrix} Z Z_R. \tag{5.6}$$

Тогда $Y_{bE} - \lambda Y_{aE} = \begin{pmatrix} Z_L & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_L & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \\ \vdots \\ R^{(J)} \end{pmatrix} (Z - \lambda E) Z_R$ и числа z_k являются понижающими ранг этой матрицы.

Тогда, аналогично ММП для скалярного процесса, полюсы z_k могут быть найдены как M собственных чисел матрицы $Y_{aE}^{\dagger} Y_{bE}$, где $Y_{aE}^{\dagger} = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\sigma_m} v_m u_m^T = V_0 S_0^{-1} U_0^T$ – усеченная до ранга M псевдообратная матрица к Y_{aE} и число M определяется на основе скачка в сингулярных числах матрицы Y_{aE}.

Тогда, как и в скалярном случае, z_k могут быть найдены как M собственных чисел матрицы:

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_{bE} V_0. \tag{5.7}$$

Комплексные амплитуды R_{mj} находятся затем из решения J задач:

$$\begin{pmatrix} y_j(0) \\ y_j(1) \\ \vdots \\ y_j(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1j} \\ R_{2j} \\ \vdots \\ R_{Mj} \end{pmatrix}, \ j = 1, \dots, J. \tag{5.8}$$

Подведем итог в виде следующего алгоритма:

Алгоритм многоканального метода матричных пучков:

Вход: Отсчеты сигналов, $n = 0, 1, \dots, N-1$, $j = 1, \dots, J$:

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k) nT} = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} z_k^n, \tag{5.9}$$

Выход: $R_{kj}, z_k, k = 1, \ldots, M,\ j = 1, \ldots, J.$

1. Формируем матрицы Y_{aE}, Y_{bE} (5.5).

2. Находим SVD разложение матрицы Y_{aE}.

3. Оцениваем число полюсов сигнала M.

4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу $Y_a^{\dagger}$.

5. Оцениваем z_k, вычисляя собственные значения матрицы $Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_{bE} V_0$.

6. Оцениваем R_{kj}, решая задачи (5.8) методом наименьших квадратов.

Конец.

Далее с помощью численных экспериментов мы покажем, что нахождение многоканальным ММП полюсов $z_1, z_2, \ldots, z_M$, как обобщенных собственных значений пучка матриц $Y_{bE} - \lambda Y_{aE}$ эффективнее и по времени, и по точности определения, чем нахождение классическим ММП обобщенных собственных значений пучков $Y_{bj} - \lambda Y_{aj}$, $j = 1, \ldots, J$, с их последующим усреднением.

5.2 Сравнение ММП и многоканального ММП по времени и точности обработки модельного сигнала

Рассмотрим следующие сигналы:

$$\begin{aligned} y_1 &= 10 \cos \left(2\pi \cdot 90t \right), \\ y_2 &= 11 \cos \left(2\pi \cdot 90t + 0.01 \right), \end{aligned} \tag{5.10}$$

моделирующие сигналы с правой и левой катушек расходомера. Сигналы имеют одинаковую частоту 90 Гц и отличающиеся фазы и амплитуды. Частоту дискретизации Fs сигнала возьмем равной квазиоптимальной 400 Гц. В качестве аддитивного шума возьмем значения нормальной случайной величины с нулевым матожиданием и среднеквадратическим отклонением $\sigma = 0.3$, что примерно соответствует $SNR = 30$ дБ. Длительность сигналов 10 секунд.

Фрагмент зашумленных сигналов показан на рисунке 5.1.

Для оценки частоты, амплитуды и разности фаз этих сигналов будем использовать классический и многоканальный метод матричных пучков.

Входными данными для алгоритмов служат отсчеты дискретных сигналов:

$$y_1(n) = 5e^{i \cdot 2\pi \cdot 90 \cdot nT} + 5e^{-i \cdot 2\pi \cdot 90 \cdot nT},$$

$$y_2(n) = \frac{11}{2} e^{i \cdot 0.01} e^{i \cdot 2\pi \cdot 90 \cdot nT} + \frac{11}{2} e^{-i \cdot 0.01} e^{-i \cdot 2\pi \cdot 90 \cdot nT}.$$

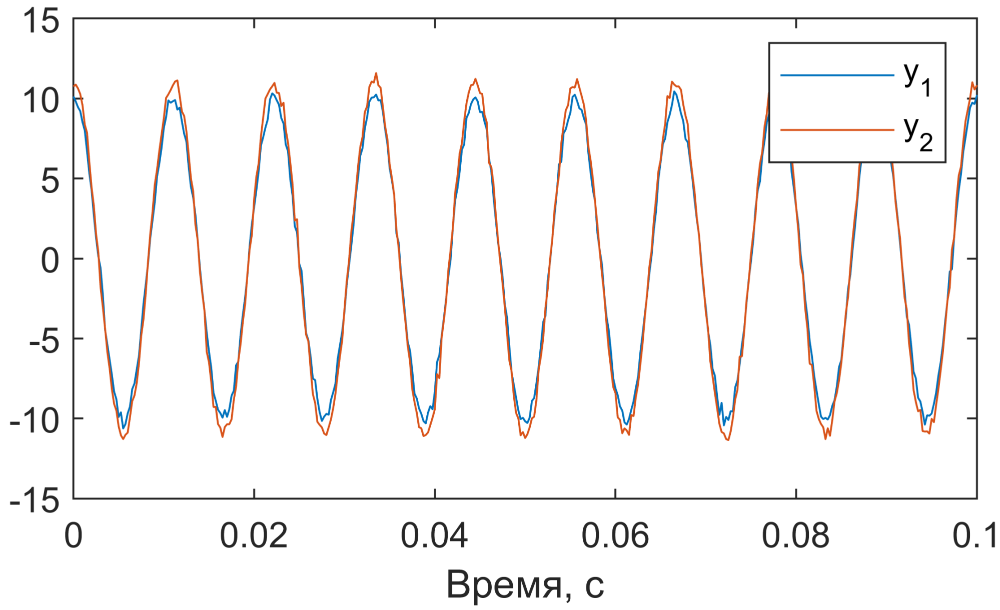


Рисунок 5.1 — Фрагменты модельных сигналов

Двигая окно в $N = 30$ отсчетов по сигналам, определим их частоту амплитуду и разность фаз, далее найдем их среднее за 10 секунд значение и оценим его разброс, вычислив среднеквадратическое отклонение. Полученные значения приведены в таблице 5.

Таблица 5 — Оценки параметров сигнала

Параметр	Истинное значение	Оценка ММП		многоканального ММП	
		Среднее	Ср.кв. откл.	Среднее	Ср.кв. откл.
Частота, Гц	90	89,9999	0,407	90,0000	0,406
Амплитуда A_1	10	10,0097	0,1530	10,0081	0,1115
Амплитуда A_2	11	11,0121	0,1566	11,0122	0,1287
$\Delta\varphi$, рад	0,01	0,0091	0,0205	0,0091	0,01
Время работы, с		0,56		0,39	

Как можно видеть, средние за 10 секунд значения параметров сигналов практически совпадают для классического и многоканального ММП, что нельзя сказать о их среднеквадратических отклонениях. Сильнее всего оно отличается в случае разности фаз $\Delta\varphi$ – для многоканального ММП это значение равно 0,01, тогда как для классического оно почти в 2 раза больше – 0,0205. Точность определения разности фаз является, пожалуй, самой важной при анализе сигналов кориолисового расходомера, т.к. именно по ней рассчитывается значение расхода.

Параметр L метода матричных пучков был взят равным $L = \frac{N}{3} = 10$, классический ММП вычислял SVD-разложение двух матриц размера $(N - L) \times L$, т.е. 20×10, многоканальный ММП вычислял SVD-разложение одной матрицы размера $2(N - L) \times L$, т.е. 40×10. На поиск параметров данных сигналов длительностью 10 секунд классический и многоканальный метод матричных пучков затратили 0,56 и 0,39 секунд, соответственно.

Итак, разработанный метод превосходит классический и по точности и по времени обработки нескольких сигналов с одинаковыми полюсами. В следующем параграфе мы сравним работу методов на реальных сигналах расходомера.

5.3 Алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера на основе многоканального ММП

Сигналы напряжения сняты с двух измерительных катушек кориолисова расходомера ЭлМетро Фломак ДУ15 с частотой дискретизации 20480 Гц. Фрагменты сигналов длиной в 0,1 секунды приведены на рисунке 5.2.

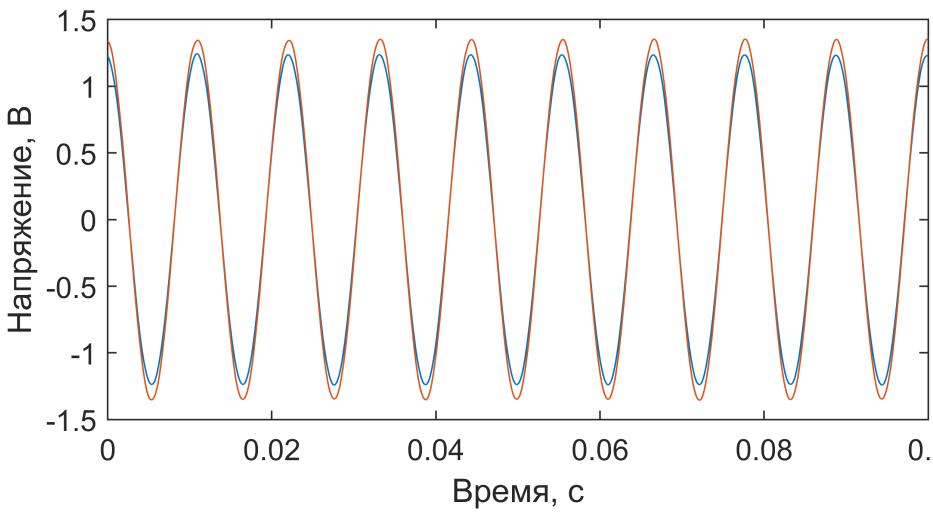


Рисунок 5.2 — Фрагменты реальных сигналов с катушек расходомера

Для определения частоты данного синусоидального сигнала используем классический и многоканальный метод матричных пучков. Будем двигаться по сигналу в режиме скользящего окна, предварительно проведя децимацию сигнала и уменьшив частоту дискретизации до значения 512 Гц, близкого к квазиоптимальному.

Будем брать фрагменты по $N = 100$ отсчетов. Тогда параметр $L \approx \frac{N}{3}$ метода матричных пучков будет равен 33 и размеры матриц для поиска параметров сигналов составят 67×33, 134×33 для классического и многоканального ММП, соответственно. Напомним, что классический метод работает с двумя матрицами для сигналов с правой и левой катушек расходомера, в то время как многоканальный метод вычисляет SVD-разложение одной матрицы большего размера.

По физическому смыслу, частота сигнала с правой и левой катушек расходомера одинакова. Поэтому, при использовании классического метода матричных пучков, мы будем искать частоту отдельно для каждого сигнала и усреднять их. Напротив, многоканальный метод матричных пучков сам найдет одно значение частоты сразу для обоих сигналов.

На рисунке 5.3 представлены значения частоты, найденной классическим и многоканальным ММП на отрезке длиной в 180 секунд. Графики практически сливаются, так как методы выдают похожий результат. Отличие заключается во времени обработки сигналов. Для фрагментов длительностью 180 секунд оно составило 88 и 40 секунд для классического и многоканального методов, соответственно.

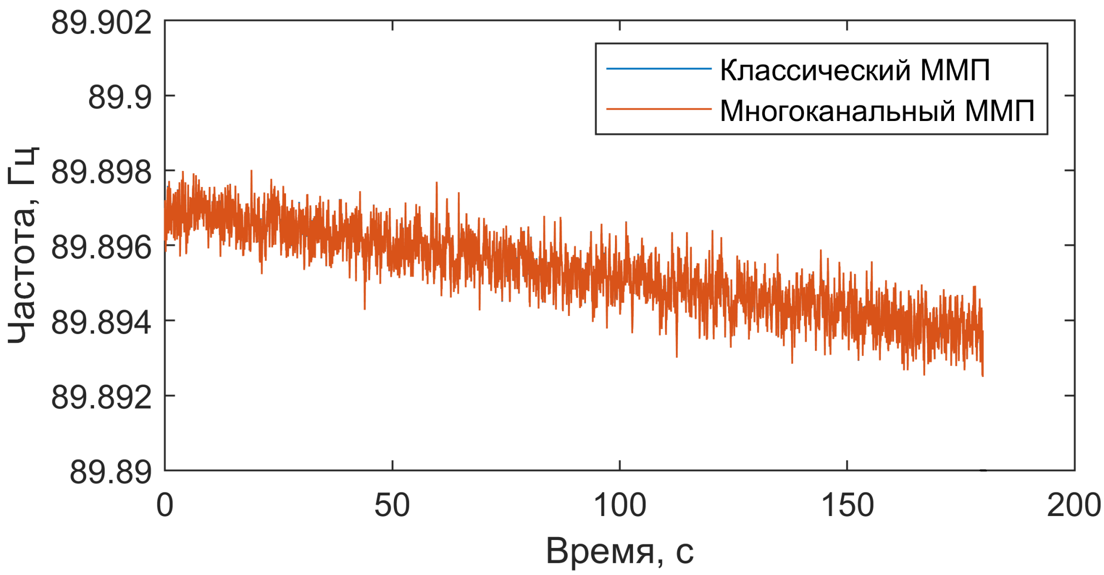


Рисунок 5.3 — Значения частоты, найденной классическим и многоканальным ММП

Как и в рассмотренном ранее модельном примере, наибольшее отличие между классическим и многоканальным ММП наблюдается при анализе найденных значений разности фаз $\Delta\varphi$ сигналов с правой и левой катушек расходомера. Видно, что разброс значений в случае классического метода примерно в 2-2.5 раза больше, чем в случае многоканального ММП (рисунок 5.4).

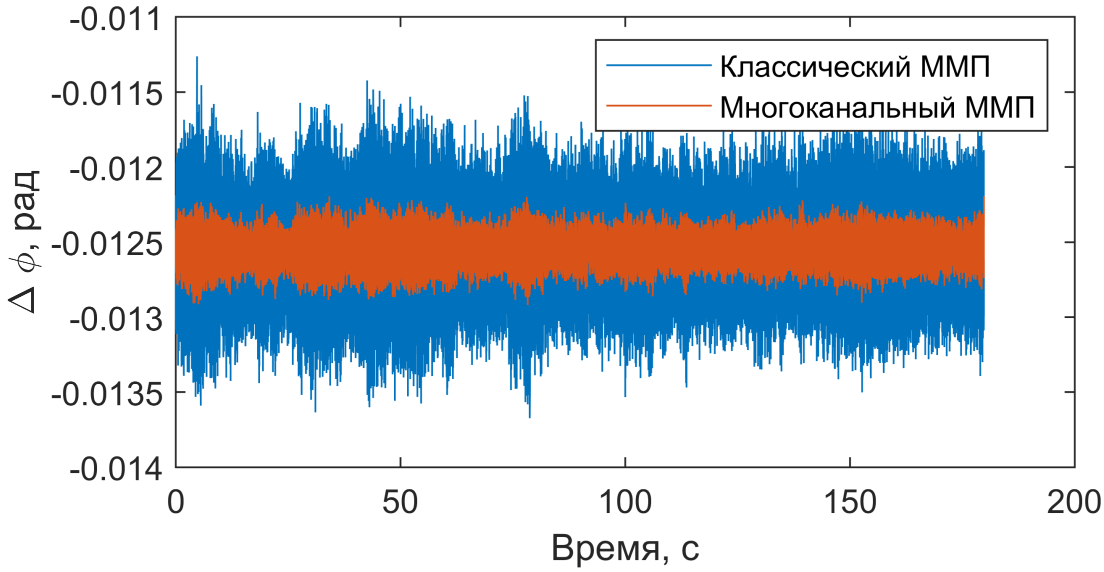


Рисунок 5.4 — Значения разности фаз, найденной классическим и многоканальным ММП

По найденным значениям разности фаз $\Delta\varphi$ и частоты f сигнала с помощью следующей формулы можно рассчитать временную задержку:

$$\Delta T = \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}.$$

Значение временной задержки дает возможность определить расход жидкости MFR, проходящей через кориолисов расходомер, поскольку они связаны следующей линейной зависимостью:

$$MFR = k \cdot \Delta T + b.$$

Параметры k, b свои для каждого расходомера, в нашем случае $k = 2.573 \cdot 10^9$, $b = 736.437$.

На рисунке 5.5 приведены значения расхода, рассчитанные по найденным классическим и многоканальным ММП значениям частоты и разности фаз сигналов с катушек расходомера. В среднем расход составил около 1555 кг/ч. Видно, что большая дисперсия определения параметров сигналов приводит и к большей дисперсии в определении расхода. В данном эксперименте среднеквадратичное отклонение значения расхода для многоканального ММП примерно в 2.5 раза меньше, чем для классического.

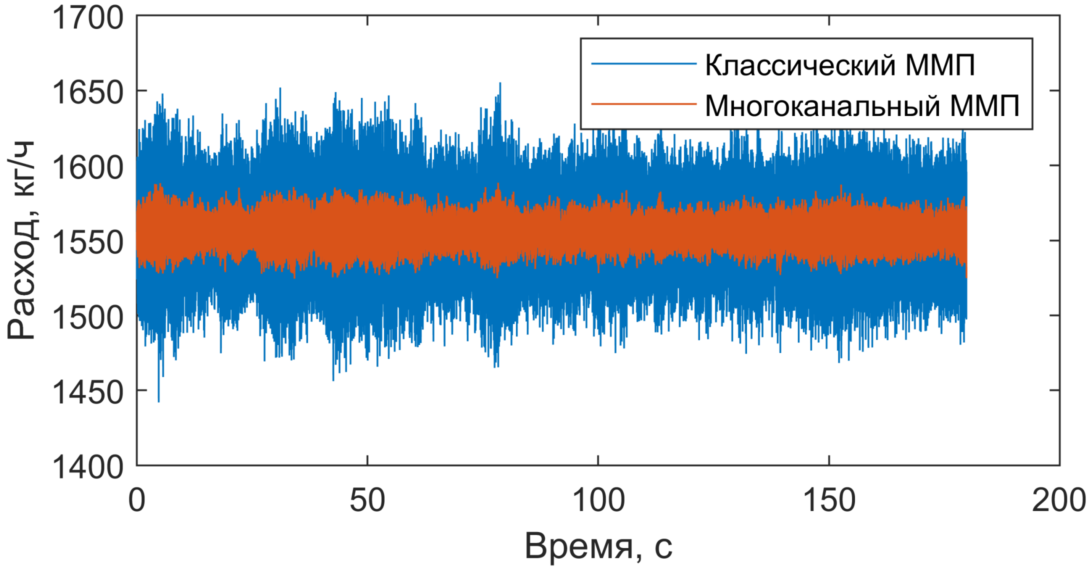


Рисунок 5.5 — Значения расхода, найденные классическим и многоканальным ММП

Итак, в рассмотренном примере многоканальный ММП применен для поиска параметров частоты и разности фаз синусоидальных сигналов, снятых с катушек кориолисового расходомера. Метод позволяет точнее оценить эти параметры, чем классический метод матричных пучков. Многоканальному ММП для обработки требуется примерно в 2 раза меньше времени, чем классическому ММП.

Приведем основанный на многоканальном ММП **алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера:**

Вход: Сигналы $s_R(t) = A_R \cos(2\pi f t + \varphi_R), s_L(t) = A_L \cos(2\pi f t + \varphi_L)$ напряжения с катушек расходомера.

Выход: Частота f и разность фаз $\Delta\varphi$ синусоид.

1. Находим квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проводим, если нужно, децимацию сигналов $s_R(t), s_L(t)$.

2. Применяем к $s_R(t), s_L(t)$ многоканальный метод матричных пучков, дающий оценки его параметров.

3. Из оценки для полюсов $z^{\pm}_{R,L} = e^{\pm i \cdot 2\pi f T}$ получаем одну оценку для частоты f обеих сигналов.

4. Из оценок для комплексных амплитуд $\frac{A_R}{2}e^{\pm i\varphi_R}, \frac{A_L}{2}e^{\pm i\varphi_L}$ получаем оценки для φ_R, φ_L.

5. Находим разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_R - \varphi_L$ сигналов с правой и левой катушек расходомера.

Конец.

В случае многофазной среды синусоидальные сигналы, снимаемые с катушек кориолисового расходомера, искажаются, их фаза и частота определяются с погрешностью, что приводит к росту погрешностей измерения расхода и плотности до десятков процентов [208]. На рисунке 5.6 слева показаны типичные наблюдаемые сигналы датчиков, когда проточная труба заполнена однофазной жидкостью. Амплитуда и частота сигналов постоянны.

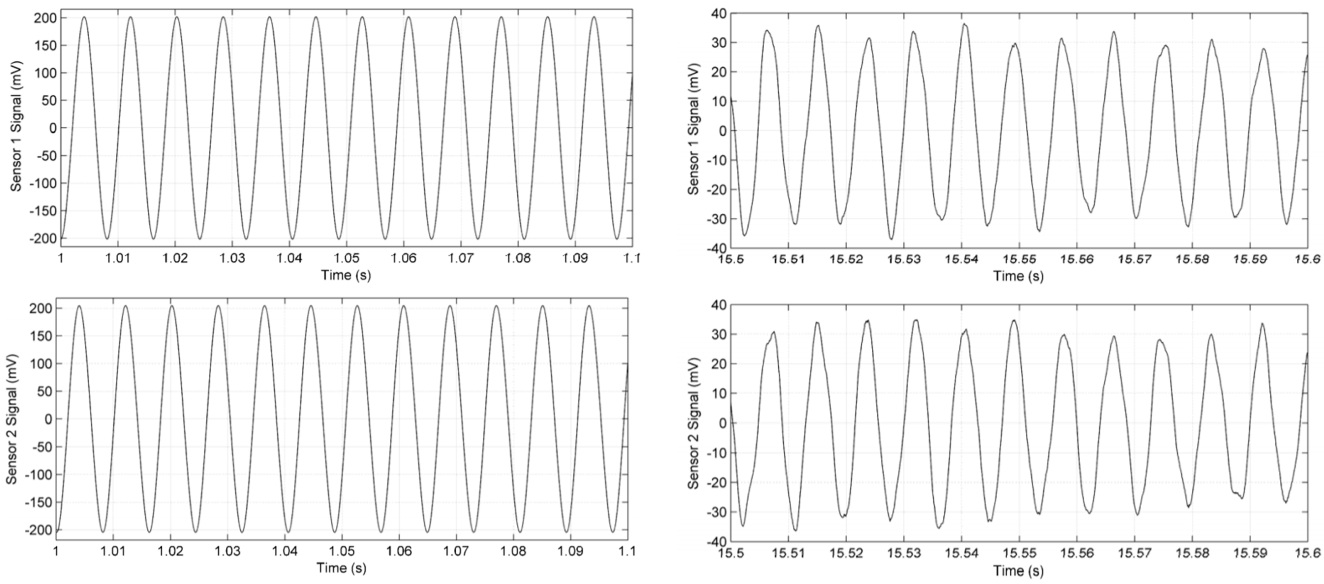


Рисунок 5.6 — Сигналы датчиков при устойчивом однофазном потоке (слева) и при двухфазном потоке (справа)

Справа на рисунке 5.6 показаны сигналы в случае двухфазного потока. Изменения в распределении жидкости и газа в проточной трубе вызывают быстрые изменения частоты и амплитуды колебаний, что в свою очередь приводит к неизбежной погрешности в определении параметров сигналов. В этом случае улучшений, даваемых многоканальным ММП, может оказаться недостаточно и требуется дополнительная коррекция измерений кориолисового расходомера, которая обсуждается в следующем параграфе.

5.4 Коррекция показания кориолисового расходомера

Многофазный поток является общей чертой многих промышленных процессов. Точное измерение расхода многофазной смеси часто является сложной задачей. За последние десятилетия был достигнут значительный прогресс в разработке новых методов, которые могут предложить решения проблемы коррекции измерений. Обычно применяются такие методы машинного обучения, как нейронные сети [64; 209; 210] и метод опорных векторов [65; 211].

В работе [209] для коррекции измерений массового расхода в условиях двухфазного потока была использована нейронная сеть, которая скорректировала ошибку измерений расходомера до 2%. В статье [64] модель на основе нейронной сети была успешно использована для коррекции показаний расходомера, скорректировав ошибку до значения близкого к 1%. В работе [64] также был исследован компромисс между дефицитом данных и результирующей точностью модели, и были получены оценки ряда параметров, относящихся к реализации нейронной сети.

Далее конкуренцию для нейронных сетей в решении рассматриваемой задачи составил метод опорных векторов, который использовался работе [211] при разработке модели погрешности измерений массового расхода. В нашем сравнительном исследовании [65] было установлено, что модели на основе линейного метода опорных векторов с аугментацией признаков показывают большую точность в сравнении с нейронными сетями в большинстве рассмотренных случаев.

Однако наилучшие результаты показывают модели на основе ансамблей деревьев решений, впервые примененные к данной задаче в наших работах [212; 213]. Перейдем к описанию задачи коррекции измерений и этих моделей.

Проблема по коррекции измерений расходомера относится к так называемым задачам регрессии. Требуется построить две модели машинного обучения, каждая из которых предсказывает соответствующую ей ошибку измерения либо массового расхода MFR_{error}, либо падения плотности DD_{error} по наблюдаемым значениям этих параметров MFR_{obs}, DD_{obs} и показанию датчика обводненности WC:

$$MFR_{error} = f(MFR_{obs}, DD_{obs}, WC), \tag{5.11}$$

$$DD_{error} = g(MFR_{obs}, DD_{obs}, WC). \tag{5.12}$$

Рассмотрим применение следующих методов для коррекции измерений в условиях трехфазного потока: случайный лес, сверхслучайные деревья, градиентный бустинг деревьев решений, метод опорных векторов с радиальным базисным ядром, линейный метод опорных векторов с аугментацией признаков.

Деревья решений. Дерево решений [214] предсказывает значение целевой переменной путем применения последовательности простых правил принятия решений. Каждое правило соответствует определенному узлу в структуре дерева и разделяет исходные данные по цепочке до конечного узла путем выбора признака и подбора соответствующего ему порогового значения.

Деревья решений подвержены переобучению, для уменьшения которого необходимо контролировать их структуру. Каждое дерево решений имеет несколько важных параметров, например, max_depth максимальная глубина дерева, $min\_samples\_split$ минимальное количество объектов, необходимое для разделения внутреннего узла, $min\_samples\_leaf$ минимальное количество объектов, необходимое для нахождения в конечном узле. Обозначения для параметров моделей соответствуют обозначениям, принятым в библиотеке scikit-learn [215] для языка Python.

Одно дерево решений является слабой моделью. Даже при использовании предварительной обрезки, они склонны к переобучению и имеют низкую обобщающую способность. На практике используются модели, представляющие собой ансамбли деревьев решений, такие как случайный лес, сверхслучайные деревья или градиентный бустинг деревьев решений.

Случайный лес. Случайный лес (Random Forest, RF) [216] — ансамбль деревьев решений, каждое из которых обучается на своем случайно созданном подмножестве обучающего набора данных (бутстреп-выборке) и на случайно выбранном подмножестве признаков. Таким образом, деревья в случайном лесу обучаются на немного отличающихся наборах данных, после чего результат ансамбля для задачи регрессии определяется по среднему значению выходов отдельных моделей деревьев решений. Такой подход значительно уменьшает дисперсию модели по сравнению с дисперсией одного дерева.

Одним из наиболее важных гиперпараметров случайного леса является количество деревьев $n\_estimators$, которое должно быть достаточно большим, чтобы сбалансировать вклад от ошибок каждой модели. Большее количество деревьев обеспечивает более точную и стабильную работу ансамбля, однако время вычислений линейно увеличивается с увеличением количества деревьев. В настоящее время случайный лес является одним из наиболее широко используемых методов машинного обучения. Он часто дает хороший результат даже без тщательной настройки параметров и не требует масштабирования данных.

Сверхслучайные деревья. Как и модели случайного леса, ансамбли сверхслучайных деревьев (Extra Randomized Trees, ET) [217] используют случайное подмножество признаков, но, в отличии от случайного леса, при разделении узла пороговые значения для каждого признака выбираются случайным образом и лучшее из этих случайно сгенерированных пороговых значений выбирается далее для разделения узла. Такой подход часто уменьшает дисперсию модели за счет незначительного увеличения ее смещения.

В данном ансамбле, в отличие от случайного леса, обычно каждое дерево строится на основе полного набора данных без использования процедуры бутстреп.

Градиентный бустинг деревьев решений. Градиентный бустинг (Gradient Boosting, GB) [218] последовательно создает линейную комбинацию деревьев решений, причем каждое последующее дерево в модели стремится уменьшить ошибку существующего ансамбля. Параметр *learning_rate* регулирует, насколько сильно следующей модели разрешается корректировать ошибку текущего ансамбля. Параметр *subsample* определяет процент объектов, которые будут выбраны случайным образом при обучении каждой промежуточной модели.

Градиентный бустинг — одна из самых мощных и широко используемых моделей обучения с учителем. Основной недостаток ансамблей деревьев решений заключается в том, что они требуют тщательной настройки параметров и много времени для обучения.

Метод опорных векторов. Метод опорных векторов (Support Vector Machine, SVM) [219] представляет собой мощный и гибкий алгоритм машинного обучения с учителем, который используется как для классификации, так и для регрессии.

В основе алгоритма лежит функция ядра, которое может быть линейным, полиномиальным, радиальным базисным ядром и т.д. С одной стороны, от применения нелинейной функции ядра ожидается большая точность работы метода по сравнению с линейной, однако, как правило, в задаче коррекции измерений кориолисового расходомера, обучение моделей происходит на малых наборах данных, что может привести к переобучению такого мощного алгоритма, как метод опорных векторов с радиальным базисным ядром. Параметрами данного нелинейного SVM являются: C – параметр, отвечающий за регуляризацию, и $\boldsymbol{\gamma}$ – коэффициент ядра (параметр, отвечающий за локальную чувствительность модели).

Линейный SVM тоже способен построить нелинейную модель, если использовать предварительное полиномиальное расширение признаков (аугментацию). Преимуществом линейного метода, помимо устойчивости к переобучению, является и быстрота обучения. Единственный параметр, настраиваемый для данной функции ядра – параметр C.

Применение к набору данных. Используемые далее экспериментальные данные (Dataset 4) [220] были собраны в лаборатории TUV-NEL (Великобритания) в условиях трехфазного потока (нефть, вода, азот) с трубок расходомера Foxboro CFS-10 диаметром 75 мм. В эксперименте рассмотрен широкий диапазон расходов, значения объемной доли газа (GVF, Gas Volume Fraction) до 70%, и одиннадцать значений параметра обводненности (WC, WaterCut), от 100% до 0% с шагом приблизительно 10%.

Всего набор данных содержит 715 точек. Фрагмент набора данных приведен на рисунке 5.7. Для решения поставленной задачи используются данные из трех столбцов со значениями-признаками Water Cut, Mass Flow, Density Drop, выделенных красными прямоугольниками, и представляющими собой входные признаки для модели машинного обучения. Два столбца с предсказываемыми значениями ошибок измерений выделены зелеными прямоугольниками на рисунке 5.7 и представляют собой выходные значения моделей.

Подробно набор данных и расчет всех параметров представлен в статье [221]. Ограничимся здесь только формулой для расчета ошибки измерения расхода:

$$MFR_{error} = \frac{MFR_{obs} - MFR}{MFR} \cdot 100\%.$$

Здесь MFR_{obs} – наблюдаемое значение расхода, требующее корректировки, MFR – истинное значение расхода, известное в эксперименте по данным эталонного расходомера и не известное на практике. Чтобы иметь возможность находить в реальных условиях истинное значение расхода MFR, мы и обучаем модель (5.11). По ее прогнозу значения MFR_{error}, можно будет найти MFR, т.е. скорректировать показание MFR_{obs} наблюдаемого расхода.

Nominal Water Cut [%]	Nominal Mass Flow [kg/s]	Reference Measurements				Coriolis Meter Measurements			Coriolis Meter Errors		
		Water Cut [%]	Mass Flow [kg/s]	Density [kg/m3]	GVF [%]	Mass Flow [kg/s]	Density [kg/m3]	Density Drop [%]	Mass Flow [%]	Density [%]	Density Drop [%]
100%	20,10	99,929	20,174	998,04	0,00	20,174	998,04	0,00	0,00	-0,08	0,00
100%	20,10	99,994	20,069	984,71	1,37	20,131	985,52	1,25	0,31	0,00	-0,12
100%	20,10	99,992	19,868	963,21	3,53	19,807	958,89	3,92	-0,31	-0,53	0,40
100%	20,10	99,914	20,088	905,81	9,28	18,760	819,69	17,87	-6,61	-9,59	8,59
100%	20,10	99,870	20,045	861,92	13,68	18,287	718,96	27,96	-8,77	-16,68	14,28
100%	16,40	99,988	16,399	998,10	0,00	16,399	998,10	0,00	0,00	-0,07	0,00
100%	16,40	99,883	16,432	981,41	1,63	16,392	978,63	1,95	-0,25	-0,35	0,32
100%	16,40	99,901	16,540	959,48	3,85	16,312	946,55	5,16	-1,38	-1,42	1,32
100%	16,40	99,858	16,376	874,15	12,43	14,770	738,09	26,05	-9,81	-15,65	13,62
100%	16,40	99,826	16,556	804,51	19,43	14,318	605,90	39,29	-13,52	-24,78	19,86
100%	16,40	99,856	16,545	705,38	29,44	13,253	490,72	50,83	-19,90	-30,53	21,40

Рисунок 5.7 — Фрагмент таблицы с данными

На рисунках 5.8, 5.9 показаны ошибки измерения массового расхода MFR_{error} и параметра падение плотности DD_{error}, связанного с GVF, для значений обводненности 10% и 90% относительно GVF для восьми уровней расхода в наборе данных. Как можно видеть, изначально ошибки в наборе данных довольно большие, например, для уровня расхода 5 кг/с и GVF = 25% ошибка измерения расхода составляет -32 %.

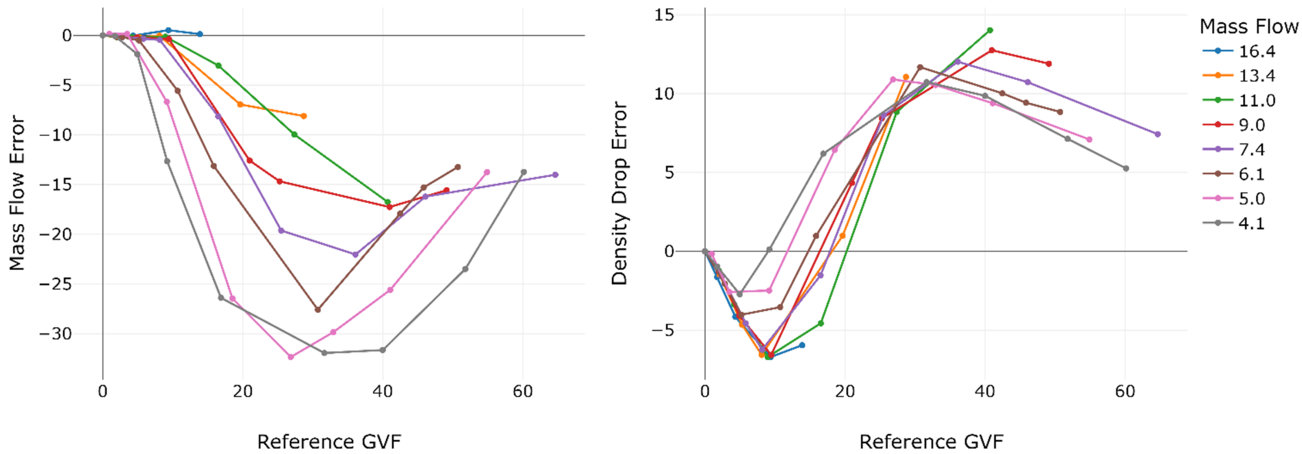


Рисунок 5.8 — Ошибки измерения массового расхода и падения плотности в зависимости от GVF для параметра обводненности 10%

Наша ближайшая цель – уменьшить эти ошибки с помощью описанных моделей машинного обучения. Перейдем к обучению моделей на данном наборе. Для определения оптимальных параметров методов для каждой модели был использован метод решетчатого поиска и процедура кросс-валидации.

Метод решетчатого поиска заключается в переборе всех возможных комбинаций параметров для нахождения наиболее оптимальной, которая определяется в процессе оценки. Диапазоны и значения подбираемых параметров представлены на рисунке 5.10. Поскольку набор данных невелик, для оценки

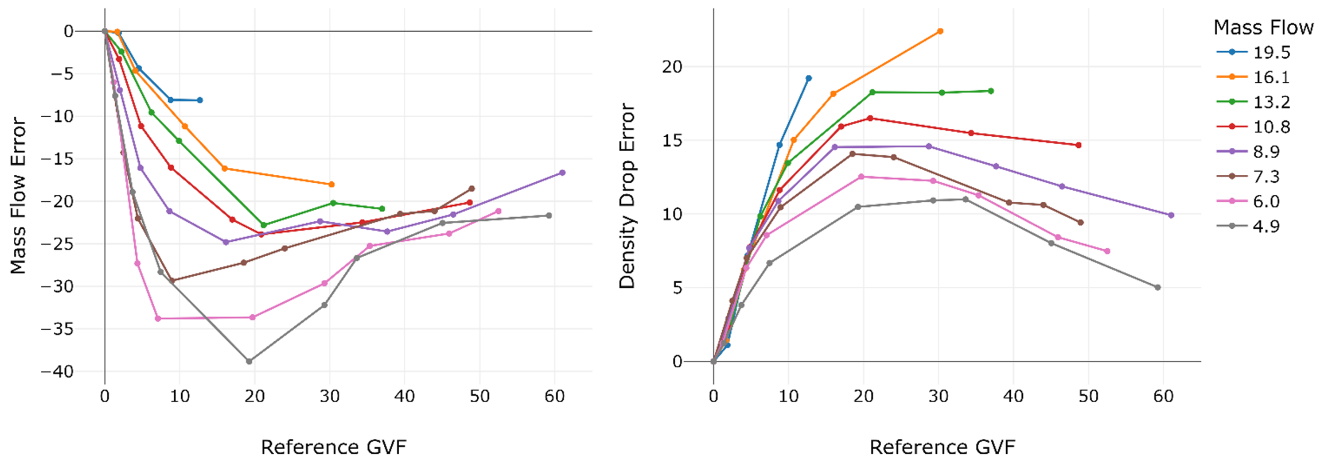


Рисунок 5.9 — Ошибки измерения массового расхода и падения плотности в зависимости от GVF для параметра обводненности 90%

точности модели с определенным набором параметров используется кросс-валидация (по 5 папкам).

Параметры	**Метод**				
	RF	**ET**	**GB**	**SVM-RBF**	**Linear SVM**
C	–			$2^{-3}, 2^{-2.9}, \ldots, 2^{10}$	$2^{-4}, 2^{-3.9}, \ldots, 2^{7}$
gamma	–			$2^{-10}, 2^{-9.9}, \ldots, 2^{3}$	–
n_estimators	50, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600, 800, 1000, 1200			–	
max_depth	None, 3, 4, 5, …, 19			–	
min_samples_split	2, 3, 4, …, 10			–	
min_samples_leaf	1, 2, 3, …, 10			–	
criterion	squared_error, absolute_error, friedman_mse		squared_error, friedman_mse	–	
subsample	–		0.1, 0.2, …, 1	–	
learning_rate	–		0.01,0.05,0.10,0.15,0.20	–	

Рисунок 5.10 — Значения параметров моделей

Набор значений параметров в таблице на рисунке 5.10 был определен следующим образом. Изначально соответствующий диапазон сетки параметров неизвестен, и по умолчанию принимаются общепринятые значения. Например, параметру $n\_estimators$ присваиваются значения $100, 300, \ldots$, параметру $learning\_rate$ значения $0.1, 0.2, 0.5, \ldots$. Если, после выполнения первоначального поиска, оптимальная комбинация значений параметров модели включает некоторые из них на границе сетки, то разумной стратегией является расширение сетки в этом направлении. Например, если установлено, что оптимальным значением $learning\_rate$ является наименьшее значение 0.1, то разумно расширить поиск, включив в него значения меньшие 0.1 в надежде, что будут найдены дальнейшие улучшения модели.

Поиск оптимальных параметров был проведен для пяти различных моделей машинного обучения как для коррекции массового расхода, так и для коррекции падения плотности. Таким образом, в общей сложности было построено десять моделей, для каждой из которых был проведен подбор параметров.

Набор данных был разделен на обучающий и тестовый наборы данных в пропорциях 75% и 25% соответственно. Обучающий набор был использован, чтобы определить лучшие параметры с помощью кросс-валидации, а затем точность каждой модели с определенным набором параметров была оценена на тестовом наборе.

Для оценки точности использовалась метрика Mean Absolute Error (MAE) – средняя абсолютная ошибка:

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |y_i - \hat{y}_i|,$$

где y_i – истинные значения, $\hat{y}_i$ – предсказанные моделью значения. В таблице 6 показана средняя абсолютная ошибка лучших моделей, которые удалось получить на тестовом наборе данных. Единицы измерения прогнозируемых значений ошибок y_i – проценты, поэтому и оценка точности MAE в таблице 6 также измеряется в процентах.

Таблица 6 — Значения средней абсолютной ошибки MAE моделей, %

	RF	ET	GB	Нелинейный SVM	Линейный SVM
MFR_error	1.29	1.13	1.06	1.12	1.29
DD_error	0.92	0.8	0.69	0.87	0.78

Как можно видеть, наименьшее среднее значение ошибки, как для коррекции расхода, так и для коррекции плотности, было установлено методом градиентного бустинга деревьев решений.

На рисунках 5.11, 5.12 показаны ошибки лучших моделей, предсказывающих массовый расход и падение плотности для 10%-ного и 90%-ного обводнения в сравнении с GVF для четырех линий расхода в наборе данных.

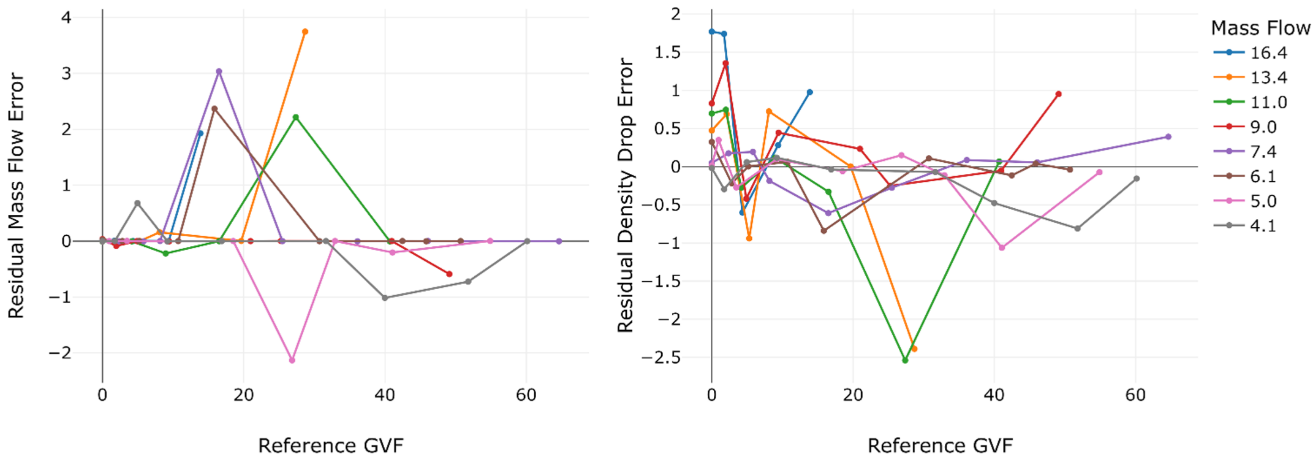


Рисунок 5.11 — Ошибки измерения массового расхода и падения плотности в зависимости от GVF для параметра обводненности 10% после коррекции

В сравнении с рис. 5.8, 5.9, на которых были показаны исходные ошибки в нашем наборе данных, можно видеть, что ошибки измерения массового расхода и падения плотности значительно снизились.

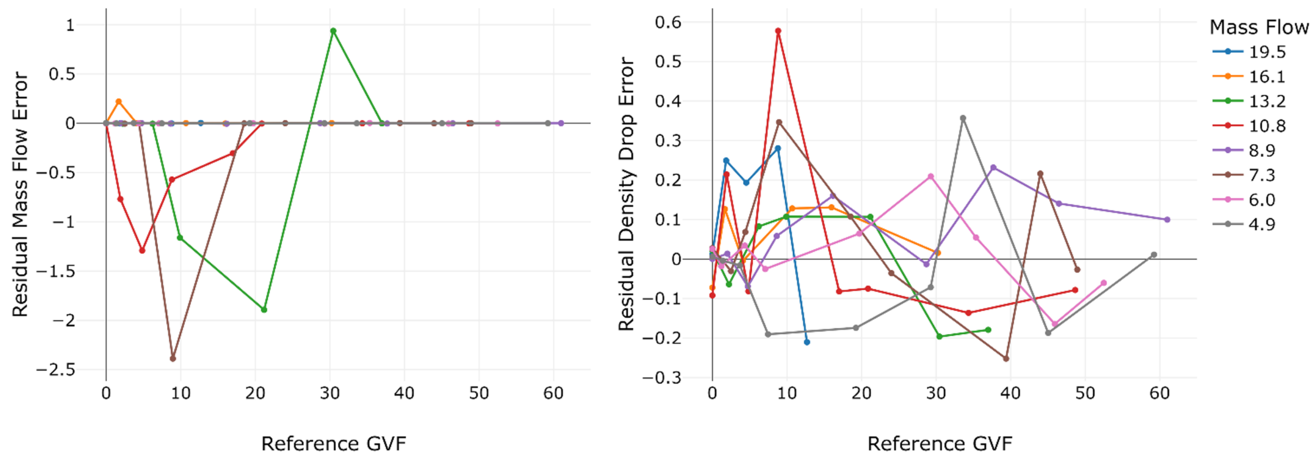


Рисунок 5.12 — Ошибки измерения массового расхода и падения плотности в зависимости от GVF для параметра обводненности 90% после коррекции

Как уже отмечалось, модели ансамблей деревьев решений требует довольно долгой настройки. Немало времени занимает даже предварительный этап, на котором формируется сетка со значениями перебираемых параметров моделей (рисунок 5.10). Далее при решетчатом поиске с кросс-валидацией по 5 папкам для каждой комбинации параметров модель фактически обучается 5 раз, что сильно увеличивает время на подбор оптимальных значений. Решением этой проблемы может стать автоматизированное машинное обучение (AutoML), которое сокращает время и усилия, но дает модель, практически не уступающую модели, оптимизированной вручную [222]. Современные AutoML системы помогают автоматизировать практически весь процесс построения модели, начиная от подготовки данных, удаления выбросов и заполнения пропусков, до оптимизации гиперпараметров, устранения явления переобучения и построения отчетов. Стоит заметить, что AutoML системы широко применимы только для задач машинного обучения с учителем, т.е. задач классификации и регрессии.

В нашей работе [59] мы использовали ряд современных систем AutoML наряду с градиентным бустингом, показавшем ранее наилучшие результаты в коррекции измерений расходомера. Таблица 7 взята из [59] и содержит точность и время, затраченное на построение моделей как с помощью «ручного» тщательного подбора, так и с помощью современных быстрых систем автоматизированного машинного обучения. Видно, что наилучшие результаты дает модель Xgboost+GridSearch, тщательно и самостоятельно обученная экспертом. Однако наиболее близкие результаты к ней демонстрирует система автоматизированного машинного обучения LightAutoML. Будучи примерно такой же точной, она не требует специальных знаний и обучается в 125 раз быстрее.

Таблица 7 — Время обучения и точность моделей [59]

Модель	Время обучения	MAE	
		расхода	плотности
Linear SVM	2 минуты 10 секунд	1.289	0.778
Xgboost+GridSearch	3 часа 14 минут	**0.991**	**0.698**
LightAutoML	93 секунды	0.998	0.701
TPOT	50 секунд	1.069	0.753
MLJAR	28 секунд	1.478	0.877

Система LightAutoML [223] разработана командой AutoML Sber AI Lab для эффективного и легкого решения различных задач: бинарной, мультиклассовой классификации и регрессии. Фреймворк поддерживает табличные наборы данных с различными типами признаков: числовые, категориальные, даты, тексты, изображения и т. д.

С помощью LightAutoML в рассматриваемой задаче коррекции показаний расходомера был построен ансамбль моделей на основе LightGBM и CatBoost, которые являются модификациями моделей градиентного бустинга. Модель линейной регрессии с регуляризацией L2 также рассматривалась фреймворком, но не вошла в финальный ансамбль. LightGBM и CatBoost – популярные модели бустинга, не уступающие Xgboost использованному нами для ручной настройки в [59]. Отметим, что мы использовали так называемый пресет TabularAutoML для быстрого построения модели регрессии на табличных данных. У фреймворка есть возможность тонкой настройки более глубокого ансамбля с помощью TabularUtilizedAutoML. Мы не рассматриваем этот вариант, т.к. он требует времени и специальных знаний о параметрах алгоритмов и их настройке. Также в [59] были использованы системы автоматизированного машинного обучения TPOT [224] и MLJAR [225], которые хотя и выиграли у LightAutoML по времени обучения, все же уступили ей в точности. Отметим, что эти фреймворки также обладают возможностями более тщательной настройки алгоритмов.

Итак, до сих пор задача коррекции показаний расходомера решалась преимущественно с помощью нейронных сетей или SVM. Проделанное нами исследование показало, что ансамбли деревьев решений больше подходят для этой задачи. Сложность настройки таких моделей можно обойти с помощью систем автоматизированного машинного обучения.

5.5 Алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре асинхронного двигателя

Одной из наиболее частых неисправностей асинхронных двигателей является замыкание в обмотке статора [226]. Как правило, начальной стадией повреждений обмотки статора является межвитковое замыкание в одной фазе. Ток в замкнутом участке вызывает локальный нагрев обмотки статора, который влечет за собой ухудшение свойств изоляции соседних проводников и ее разрушение. Данный процесс может происходить быстро, поэтому требуются методы диагностики, отслеживающие малейшие изменения характеристик сигналов в реальном времени.

Ток в каждой питающей фазе отстает от напряжения на величину фазовой задержки $\Delta\varphi_{IU} = \varphi_I - \varphi_U$ (Рисунок 5.13). Здесь φ_I, φ_U – фаза сигналов тока и напряжения в одном и том же фазовом проводнике двигателя.

В случае исправного двигателя $\Delta\varphi_{I_kU_k} = \varphi_{I_k} - \varphi_{U_k}, k = 1, 2, 3$, всех трех питающих фазовых проводников двигателя равны между собой независимо от нагрузки и частоты вращения, так как сопротивления и индуктивности одинаковы для каждой фазы. Однако при межвитковом замыкании фазовая задержка поврежденной фазы будет отличаться от значений для двух других питающих фаз двигателя. Величина отклонения каждой фазы друг относительно друга

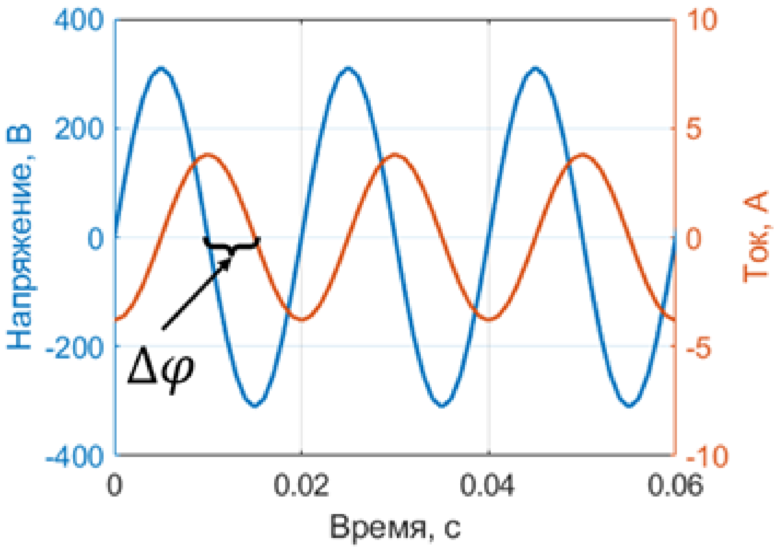


Рисунок 5.13 — Фазовая задержка между током и напряжением двигателя [206]

может быть использована как диагностический критерий межвиткового замыкания в статоре. Данная величина зависит от нагрузки и частоты вращения двигателя. Чтобы устранить влияние режима работы двигателя, в качестве индикатора Ind предлагается сумма взаимных разностей [206]:

$$Ind = |\Delta\varphi_{I_1U_1} - \Delta\varphi_{I_2U_2}| + |\Delta\varphi_{I_1U_1} - \Delta\varphi_{I_3U_3}| + |\Delta\varphi_{I_2U_2} - \Delta\varphi_{I_3U_3}|. \qquad (5.13)$$

Для получения диагностического критерия (5.13) необходимо найти фазы φ_{I_k}, φ_{U_k} основных гармоник шести сигналов токов $I_k(t)$ и напряжений $U_k(t)$, $k = 1, 2, 3$:

$$I_k(t) = A_{I_k}\cos(2\pi f \cdot t + \varphi_{I_k}), \qquad (5.14)$$

$$U_k(t) = A_{U_k}\cos(2\pi f \cdot t + \varphi_{U_k}),$$

которые имеют одинаковые частоты f и, следовательно, одинаковые полюсы $z = e^{\pm i \cdot 2\pi f T}$, где T – период дискретизации.

В силу равенства

$$A\cos(wt + \varphi) = \frac{A}{2}e^{i\varphi}e^{iwt} + \frac{A}{2}e^{-i\varphi}e^{-iwt}$$

дискретные отсчеты сигналов (5.14) имеют вид:

$$I_k(n) = R_{I_k}z^n + R^*_{I_k}(z^*)^n, \qquad (5.15)$$

$$U_k(n) = R_{U_k}z^n + R^*_{U_k}(z^*)^n,$$

где $R_{I_k} = \frac{A_{I_k}}{2}e^{-i\varphi_{I_k}}$, $R_{U_k} = \frac{A_{U_k}}{2}e^{-i\varphi_{U_k}}$, * означает операцию комплексного сопряжения.

Классический метод матричных пучков обрабатывает каждый сигнал тока и напряжения по отдельности, вычисляя SVD-разложения шести матриц размера $(N-L)\times L$, где N – число отсчетов в анализируемом фрагменте сигнала, $L=\frac{N}{3}$ – параметр ММП. Это во-первых увеличивает время поиска индикатора Ind (5.13), во-вторых дает разные значения полюсов и частот f для каждого из шести рассматриваемых сигналов $I_k(t)$, $U_k(t)$, $k=1,2,3$. Вместо равенств (5.15), в каждом из которых присутствует одно и тоже значение z, мы имеем равенства:

$$I_k(n) = R_{I_k} z_{I_k}^n + R_{I_k}^* (z_{I_k}^*)^n,$$

$$U_k(n) = R_{U_k} z_{U_k}^n + R_{U_k}^* (z_{U_k}^*)^n,$$

с различными оценками z_{I_k}, z_{U_k} одного полюса z.

После нахождения полюсов z_{I_k}, z_{U_k} классический ММП находит комплексные амплитуды R_{I_k}, R_{U_k} из шести систем (4.9), которые для рассматриваемого случая имеют вид:

$$\begin{pmatrix} I_k(0) \\ I_k(1) \\ \vdots \\ I_k(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ z_{I_k} & z_{I_k}^* \\ \vdots & \vdots \\ z_{I_k}^{N-1} & (z_{I_k}^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{I_k} \\ R_{I_k}^* \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} U_k(0) \\ U_k(1) \\ \vdots \\ U_k(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ z_{U_k} & z_{U_k}^* \\ \vdots & \vdots \\ z_{U_k}^{N-1} & (z_{U_k}^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{U_k} \\ R_{U_k}^* \end{pmatrix}$$

и определяет фазы $\varphi_{I_k} = \arg R_{I_k}$, $\varphi_{U_k} = \arg R_{U_k}$, $k=1,2,3$, как аргумент комплексных амплитуд. В результате фазы сигналов определяются с большей дисперсией и меньшей точностью.

Многоканальный метод матричных пучков находит одно значение полюса z для всех шести сигналов, вычисляя SVD-разложение всего одной матрицы размером $6(N-L)\times L$, что уже существенно экономит вычислительные затраты по сравнению со случаем классического ММП, а также дает следующие шесть систем уравнений (5.8) для определения комплексных амплитуд и фаз:

$$\begin{pmatrix} I_k(0) \\ I_k(1) \\ \vdots \\ I_k(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ z & z^* \\ \vdots & \vdots \\ z^{N-1} & (z^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{I_k} \\ R^*_{I_k} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} U_k(0) \\ U_k(1) \\ \vdots \\ U_k(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ z & z^* \\ \vdots & \vdots \\ z^{N-1} & (z^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{U_k} \\ R^*_{U_k} \end{pmatrix}.$$

Важно, что в отличии от случая классического ММП, матрица из полюсов z для всех систем одинакова и вычислять псевдообратную к ней придется только один раз.

Итак, многоканальный ММП позволяет найти одно значение полюса z для всех шести сигналов за меньшее время и, по результатам экспериментов, дает меньшую дисперсию в оценке фазы. Предложим поэтому на его основе

Алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре:

Вход: Сигналы токов $I_k(t)$ и напряжений $U_k(t)$, $k = 1{,}2{,}3$:

$$I_k(t) = A_{I_k} \cos(2\pi f \cdot t + \varphi_{I_k}),$$

$$U_k(t) = A_{U_k} \cos(2\pi f \cdot t + \varphi_{U_k}).$$

Выход: Значение индикатора неисправности Ind.

1. Находим квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проводим, если нужно, децимацию сигналов.

2. Для сигналов $I_k(t)$ и напряжений $U_k(t)$, $k = 1{,}2{,}3$, используем многоканальный метод матричных пучков, дающий оценку для комплексных амплитуд

$$R_{I_k} = \frac{A_{I_k}}{2} e^{-i\varphi_{I_k}},\ R_{U_k} = \frac{A_{U_k}}{2} e^{-i\varphi_{U_k}}.$$

3. Находим $\varphi_{I_k}, \varphi_{U_k}$, $\Delta\varphi_{I_kU_k} = \varphi_{I_k} - \varphi_{U_k}$, $k = 1{,}2{,}3$.

4. Находим значение индикатора неисправности

$$Ind = |\Delta\varphi_{I_1U_1} - \Delta\varphi_{I_2U_2}| + |\Delta\varphi_{I_1U_1} - \Delta\varphi_{I_3U_3}| + |\Delta\varphi_{I_2U_2} - \Delta\varphi_{I_3U_3}|$$

и смотрим, превышает ли его значение порог, определенный аналогичным образом по сигналу для исправного двигателя. Превышение указывает на межвитковое замыкание в статоре.

Конец.

Применим алгоритм к реальным данным. Экспериментальный стенд MFS-Magnum (рисунок 5.14) состоит из асинхронного двигателя Marathon Electric D391, частотного преобразователя и вала на опорах с подшипниками.

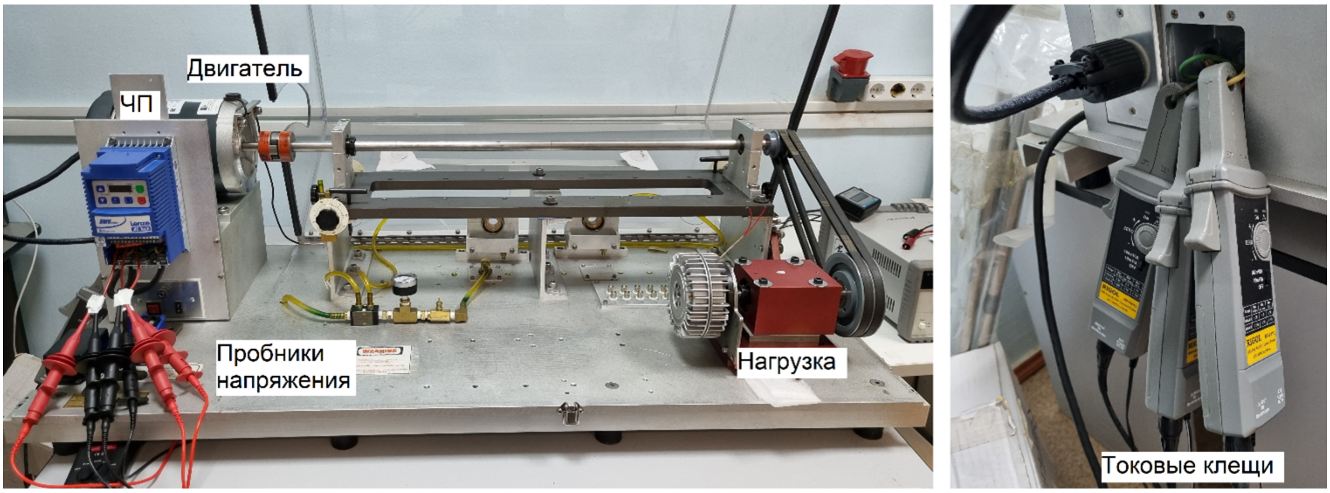


Рисунок 5.14 — Экспериментальный стенд MFS-Magnum

Вал соединен с валом двигателя через муфту. Нагрузка на валу задается магнитным тормозом. Момент нагрузки передается на вал через ременную передачу. Для измерения линейных напряжений к клеммам частотного преобразователя подключены дифференциальные пробники напряжения. Для измерения фазных токов на фазные проводники двигателя подключены токовые клещи. Сигналы получены с помощью системы сбора данных NI PXIe. Частота дискретизации сигналов – 50 кГц, длительность выборки 10 с. Для имитации межвиткового замыкания секция обмотки статора, составляющая примерно 8% от общего числа витков, замыкается накоротко через специальные клеммы в двигателе.

Эксперимент проведен при исправном и дефектном состоянии двигателя на частоте питания 40 Гц и нагрузке 75% от номинального момента двигателя.

Учитывая важность выбора квазиоптимальной частоты дискретизации, проведем предварительную децимацию сигналов и понизим частоту дискретизации сигнала до 200 Гц. В режиме скользящего окна длиной в $N = 100$ отсчетов найдем параметры шести сигналов тока и напряжения классическим и многоканальным методом матричных пучков. В последнем случае мы фактически и используем алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре, предложенный выше.

На рисунке 5.15 представлены три значения разности фаз $\Delta\varphi_{I_1U_1}$, $\Delta\varphi_{I_2U_2}$, $\Delta\varphi_{I_3U_3}$ для исправного и дефектного двигателя, найденные классическим методом матричных пучков. Как можно видеть на правой части рисунка, в случае неисправности двигателя наблюдается резкое изменение $\Delta\varphi_{I_3U_3}$. Менее значительно изменилась разность $\Delta\varphi_{I_2U_2}$.

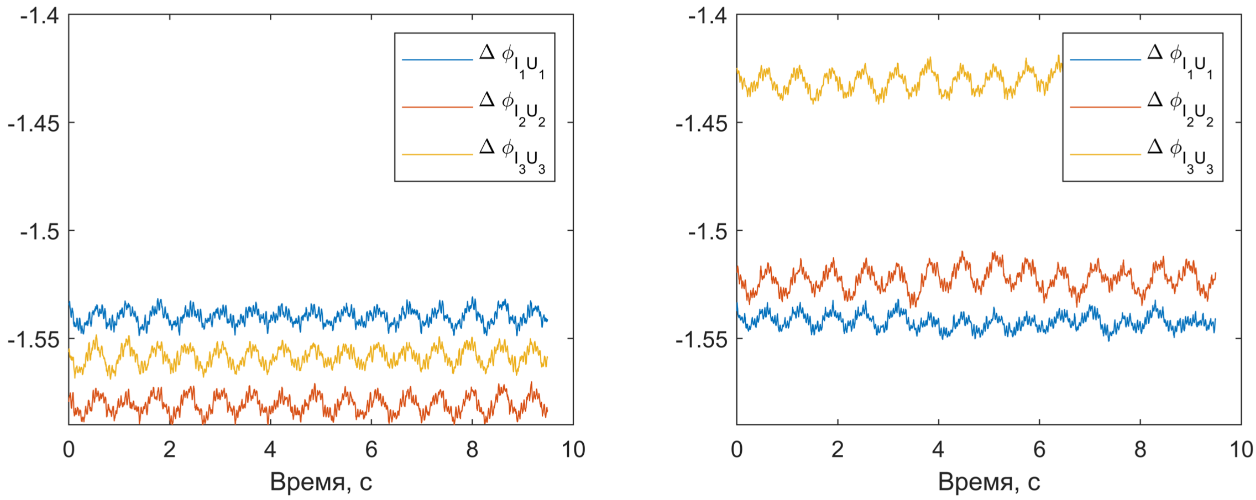


Рисунок 5.15 — Значения разностей фаз для нормального и дефектного двигателя, найденные классическим ММП

Аналогичный результат полученный многоканальным методом матричных пучков приведен на рисунке 5.16. Оценки тех же параметров $\Delta\varphi_{I_1U_1}$, $\Delta\varphi_{I_2U_2}$, $\Delta\varphi_{I_3U_3}$ теперь имеют примерно в 3 раза меньшую дисперсию. Кроме того, время, затраченное на нахождение данных разностей фаз составило 3.9 и 1.3 секунды для классического и многоканального методов матричных пучков, соответственно.

Значение индикатора неисправности Ind составило 0.08 и 0.22 радиан (или 4.6 и 12.7 градуса) для нормального и дефектного двигателя, соответственно. Таким образом, значение (5.13) действительно может служить критерием наличия неисправности межвиткового замыкания.

Итак, многоканальный метод матричных пучков дает в задаче диагностики дефекта межвиткового замыкания в статоре асинхронного двигателя в 3 раза меньшее время работы и дисперсию, чем классический метод матричных пучков.

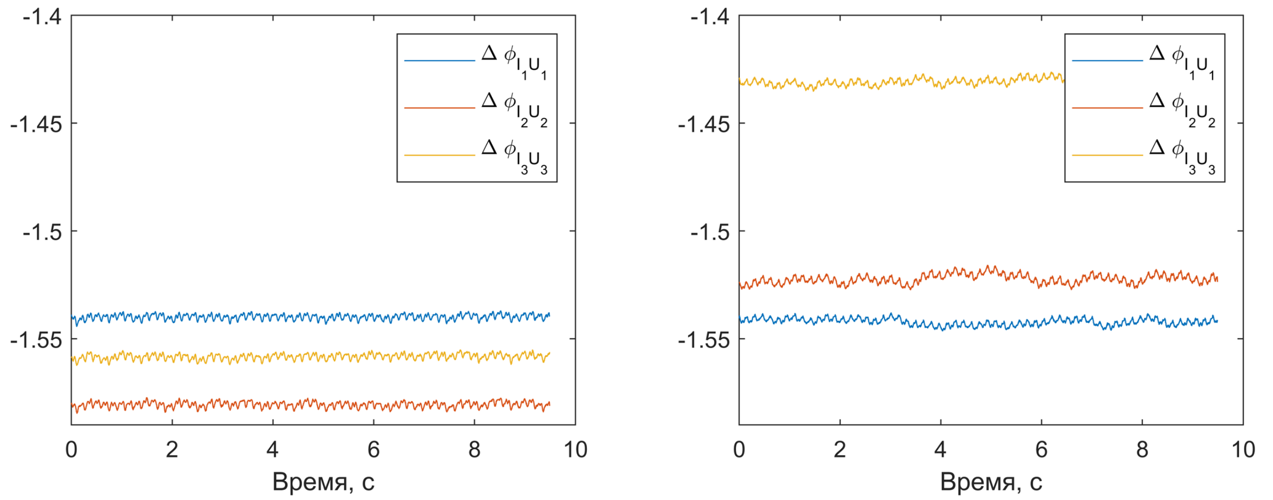


Рисунок 5.16 — Значения разностей фаз для нормального и дефектного двигателя, найденные многоканальным ММП

5.6 Выводы по главе

В данной главе описана модификация метода матричных пучков для случая, когда анализируются сразу несколько сигналов с одинаковыми полюсами (частотами и коэффициентами затухания).

Получены следующие результаты:

1) Разработан многоканальный ММП, обрабатывающий сразу несколько сигналов с одинаковыми полюсами, за счет построения расширенной матрицы, составленной из отсчетов всех сигналов и превосходящий классический ММП и по точности и по времени обработки. Для модельных сигналов кориолисового расходомера частоты 90 Гц с $SNR = 30$ дБ, частотой дискретизации $Fs = 400$ Гц, длиной окна обработки $N = 30$ отсчетов, среднеквадратичное отклонение оценки разности фаз для многоканального ММП в 2 раза меньше, чем для классического.

2) Разработан алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера, дающий более точные оценки, чем классический ММП, обрабатывающий каждый сигнал расходомера отдельно. Так, среднеквадратичное отклонение в определении разности фаз реальных сигналов с правой и левой катушек кориолисового расходомера у указанных методов отличается в 2 раза. Длина окна обработки составила $N = 100$ отсчетов, частота дискретизации $Fs = 512$ Гц. Как показали экспериментальные исследования, многоканальному методу для поиска параметров частоты и разности фаз синусоидальных сигналов, снятых с расходомера, требуется примерно в 2 раза

меньше времени, чем классическому методу. При этом точность определения разности фаз и значения расхода примерно в 2.5 раза лучше, чем у классического ММП. Технический эффект заключается в одновременном повышении быстродействия и точности определения разности фаз и расхода за счет совместной обработки сигналов с расходомера.

3) Разработан алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре асинхронного двигателя на основе диагностического критерия (5.13). Экспериментальные исследования показали, что алгоритм дает меньшую в 3 раза дисперсию оценок фаз сигналов и работает в 3 раза быстрее, чем классический метод матричных пучков, в задаче поиска фаз шести сигналов тока и напряжения с асинхронного двигателя, в исправном и дефектном состоянии, на частоте питания 40 Гц, нагрузке 75% от номинального момента двигателя, длине окна в $N = 100$ отсчетов и частоте дискретизации $Fs = 200$ Гц. Технический эффект алгоритма заключается в существенном повышении точности и быстродействия диагностики межвитковых замыканий, что позволяет реализовать систему раннего обнаружения дефектов в условиях реальной эксплуатации двигателя.

В этой главе мы описали многоканальный метод матричных пучков, предназначенный для обработки нескольких сигналов с одинаковыми полюсами. В предыдущей главе был представлен рекуррентный метод матричных пучков, предназначенный для режима обработки в скользящем окне. В следующей главе мы перейдем к синтезу этих двух идей – рекуррентному многоканальному методу матричных пучков, предназначенному для обработки нескольких сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна.

Глава 6. Рекуррентный многоканальный метод матричных пучков и модель сигналов с расходомера с двумя модами возбуждения

В данной главе на основе раннее разработанных нами методов предлагается рекуррентный многоканальный метод матричных пучков [34], предназначенный для одновременной обработки нескольких сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна. Метод применен к реальным сигналам напряжения с катушек кориолисового расходомера, уже исследованным в §4.6, 5.3 с помощью рекуррентного и многоканального методов матричных пучков, соответственно, и показывает лучшие результаты по точности и быстродействию.

В отличие от традиционных методов [172], использующихся в обработке сигналов кориолисовых расходомеров, метод матричных пучков и его различные модификации обладают возможностью искать параметры сразу нескольких синусоид, что имеет особую важность, когда кориолисов расходомер работает сразу на двух модах возбуждений [4; 227] и нужно определить параметры двух синусоид.

Поэтому далее в этой главе рассматривается более сложная, чем ранее, модель сигналов с кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения и быстрым изменением параметров обеих мод, соответствующим многофазному режиму работы. Найдены среднеквадратические ошибки оценок параметров основной и второй моды модельных сигналов, а также время работы классического ММП и рекуррентного многоканального ММП. Также проведено сравнение этих методов на экспериментальных сигналах кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения, снятых в лаборатории UK National Flow Laboratory TUV-NEL (Оксфорд) в условиях двухфазной среды.

По итогам экспериментов, рекуррентный многоканальный метод матричных пучков значительно превосходит классический метод по времени работы, а также обеспечивает более точную оценку разности фаз сигналов с правой и левой катушек расходомера. Это основной параметр, по которому рассчитывается значение расхода и его точное определение чрезвычайно важно при обработке сигналов расходомера.

6.1 Рекуррентный многоканальный ММП

Как и в прошлой главе, рассмотрим набор сигналов $y_1, y_2, \ldots, y_J$, имеющих одинаковые полюсы $z_1, z_2, \ldots, z_M$, но различные амплитуды $R_{1j}, R_{2j}, \ldots, R_{Mj}, j = 1, \ldots, J$. Сигналы заданы отсчетами:

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} z_k^n.$$

Переобозначим матрицы Y_{aE}, Y_{bE} (5.5) как $Y_{aE}^{(0)}, Y_{bE}^{(0)}$. Данные матрицы получены с использованием отсчетов сигналов $y_j(0), y_j(1), \ldots, y_j(N-1)$. После сдвига на один отсчет новые матрицы для окна данных $y_j(1), y_j(2), \ldots, y_j(N)$ формируются аналогично. Обозначим их $Y_{aE}^{(1)}, Y_{bE}^{(1)}$.

$$Y_{aE}^{(1)} = \begin{pmatrix} Y_{a1}^{(1)} \\ Y_{a2}^{(1)} \\ \vdots \\ Y_{aJ}^{(1)} \end{pmatrix}, Y_{bE}^{(1)} = \begin{pmatrix} Y_{b1}^{(1)} \\ Y_{b2}^{(1)} \\ \vdots \\ Y_{bJ}^{(1)} \end{pmatrix}. \tag{6.1}$$

где

$$Y_{aj}^{(1)} = \begin{pmatrix} y_j(L) & \ldots & y_j(2) & y_j(1) \\ y_j(L+1) & \ldots & y_j(3) & y_j(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-1) & \ddots & y_j(N-L+1) & y_j(N-L) \end{pmatrix}, \tag{6.2}$$

$$Y_{bj}^{(1)} = \begin{pmatrix} y_j(L+1) & \ldots & y_j(3) & y_j(2) \\ y_j(L+2) & \ldots & y_j(4) & y_j(3) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N) & \ddots & y_j(N-L+2) & y_j(N-L+1) \end{pmatrix}. \tag{6.3}$$

Идея разрабатываемого алгоритма состоит в нахождении усеченного сингулярного разложения для матрицы $Y_{aE}^{(1)}$ по усеченному сингулярному разложению матрицы $Y_{aE}^{(0)}$.

Непосредственной проверкой можно убедиться, что справедливо следующее равенство (подобное равенству (4.12), лежащему в основе эффективного вычисления SVD разложения в рекуррентном ММП):

$$\begin{pmatrix} Y_{aE}^{(1)} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Y_{aE}^{(0)} \end{pmatrix} + AB^T, \tag{6.4}$$

где матрица B есть (4.13), а

$$A_{(N-L)J\times\ 2} = \begin{pmatrix} y_1(L) & y_1(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_1(N-1) & y_1(N-L-1) \\ y_2(L) & y_2(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_2(N-1) & y_2(N-L-1) \\ \vdots & \vdots \\ y_J(L) & y_J(0) \\ \vdots & \vdots \\ y_J(N-1) & y_J(N-L-1) \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

Тогда алгоритм эффективного SVD разложения (в котором матрицы $Y_a^{(0)}, Y_a^{(1)}$ заменены на матрицы $Y_{aE}^{(0)}, Y_{aE}^{(1)}$, а также матрица A теперь имеет вид (6.5)) дает эффективный способ вычисления усеченного SVD разложения матрицы $Y_{aE}^{(k)}$, используя SVD разложение матрицы $Y_{aE}^{(k-1)}$. Это позволяет нам предложить рекуррентный многоканальный метод матричных пучков.

Алгоритм рекуррентного многоканального ММП:

Вход: отсчеты сигналов ($n = 0, 1, \ldots, N-2+W$):

$$y_j(n) = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_{kj} z_k^n, \tag{6.6}$$

Выход: $R_{kj}, z_k, k = 1, \ldots, M$, для каждого набора в N отсчетов $y_j(w-1), \ldots, y_j(N-2+w), j = 1, \ldots, J, w = 1, \ldots, W$.

1. Формируем матрицу $Y_{aE}^{(0)}$ (5.5).

2. Находим SVD разложение для $Y_{aE}^{(0)} = USV^T$ и псевдообратную матрицу к ней.

3. Оцениваем число полюсов сигнала M.

4. Находим усеченную до ранга M псевдообратную матрицу к $Y_{aE}^{(0)}$.

for $w = 1$ **to** W **do**

5. Формируем матрицу $Y_{bE}^{(w-1)}$ из отсчетов $y_j(w-1), \ldots, y_j(N-2+w)$.

6. Оцениваем z_k с помощью нахождения собственных значений $Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_{bE}^{(w-1)} V_0$.

7. Оцениваем R_{kj} методом наименьших квадратов (5.8).

8. Находим SVD разложение матрицы $Y_{aE}^{(w)}$ с использованием алгоритма эффективного SVD разложения.

end

9. Формируем матрицы $Y_{bE}^{(W)}$ из отсчетов $y_j(W-1), \dots, y_j(N-2+W)$.

10. Оцениваем z_k с помощью вычисления собственных значений $Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_{bE}^{(W)} V_0$.

11. Оцениваем R_{kj} методом наименьших квадратов (5.8).

Конец.

На 6 и 10 шаге алгоритма используются матрицы U_0, S_0, V_0 найденные из усеченного сингулярного разложения матрицы $Y_{aE}^{(w-1)}$. На 7 и 11 шаге алгоритма в (5.8) используются данные $y_j(w-1), \dots, y_j(N-2+w)$ вместо $y_j(0), y_j(1), \dots, y_j(N-1)$.

Перейдем теперь к численным экспериментам с использованием данного алгоритма.

6.2 Применение рекуррентного многоканального ММП к анализу сигналов кориолисового расходомера

Рассмотрим те же реальные сигналы напряжения, снятые с катушек кориолисового расходомера ЭлМетро Фломак ДУ15, что и в примерах в §4.6, 5.3. Как и ранее, понизим частоту дискретизации до 512 Гц и будем в режиме скользящего окна длиной в $N = 100$ отсчетов искать частоту и разность фаз сигналов с правой и левой катушек расходомера.

По результатам экспериментов, использование рекуррентного ММП в данной задаче дает ускорение по времени обработки примерно в 3 раза по сравнению с классическим методом и ту же точность определения параметров (§4.6). Многоканальный метод матричных пучков дает выигрыш по времени примерно в 2 раза, а также имеет в 2 раза меньшую дисперсию в определении разности фаз сигналов (§5.3), т.е. улучшает и время и точность работы классического метода.

Применим теперь в этой же задаче разработанный в прошлом параграфе рекуррентный многоканальный метод матричных пучков. В данном случае у нас имеется два сигнала (с правой и левой катушек расходомера) с общим полюсом $z = e^{i \cdot 2\pi f T}$, заданных отсчетами:

$$y_1(n) = R_1 z^n + R_1^*(z^*)^n,$$

$$y_2(n) = R_2 z^n + R_2^*(z^*)^n.$$

Здесь * означает комплексное сопряжение, $n = 0, 1, \ldots, N$, $N = 100$, $T = \frac{1}{Fs} = \frac{1}{512}$ секунд – период дискретизации, R_1, R_2 – комплексные амплитуды сигналов.

Матрица $Y_{aE}^{(0)}$ (5.5) в рассматриваемом частном случае составлена из двух блоков:

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \end{pmatrix},$$

где

$$Y_{aj} = \begin{pmatrix} y_j(L-1) & \ldots & y_j(1) & y_j(0) \\ y_j(L) & \ldots & y_j(2) & y_j(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-2) & \ddots & y_j(N-L) & y_j(N-L-1) \end{pmatrix}, \quad j = 1{,}2,$$

параметр $L = \frac{N}{3}$ взят равным 33.

Применяя изложенный в прошлом параграфе алгоритм рекуррентного многоканального ММП, находим оценку для полюса сигналов $z = e^{i \cdot 2\pi f T}$, его частоты f, комплексных амплитуд R_1, R_2, по значению которых далее находим фазы $\varphi_1 = \arg R_1$, $\varphi_2 = \arg R_2$ и их разность $\Delta\varphi$.

На рисунках 6.1, 6.2 представлены значения частоты и разности фаз, найденные классическим и рекуррентным многоканальным ММП в скользящем режиме в течении 180 секунд. Видно, что оба метода дают одну и ту же оценку частоты, но в определении разности фаз значение среднеквадратического отклонения оценки многоканального рекуррентного ММП примерно в 2 раза меньше, чем классического метода.

Интересно в данном случае сравнить время работы алгоритмов. Для определения значений частоты на промежутке длиной 180 секунд, рекуррентный многоканальный метод матричных пучков затратил 22 секунды. Это в 4 раза меньше времени, необходимого классическому ММП (88 секунд, §5.3).

Напомним, что рекуррентному ММП требуется 13 секунд на обработку одного из двух сигналов с катушек расходомера (§4.6), но он дает практически такую же большую дисперсию оценок параметров сигналов, как и классический ММП. Поскольку в рассматриваемой задаче важно как можно точнее найти разность фаз двух сигналов расходомера, по которой далее определяется расход, то анализировать нужно два сигнала. В этом случае время работы рекуррентного

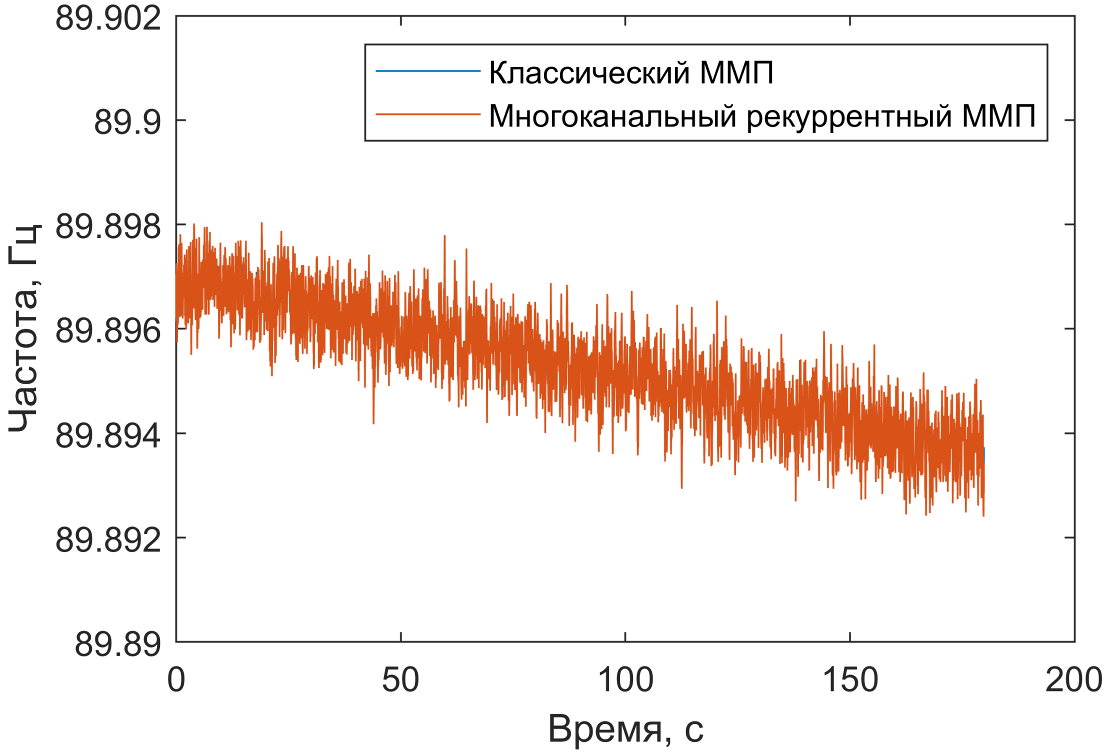


Рисунок 6.1 — Значения частоты, найденной классическим и многоканальным рекуррентным ММП

ММП становится уже сравнимым со временем работы рекуррентного многоканального ММП, однако последний дает более точную оценку разности фаз и поэтому предпочтителен в задаче анализа сигналов кориолисового расходомера.

Таблица 8 содержит итоговые результаты по каждому из методов. По известным среднеквадратичным отклонениям разности фаз $\sigma_{\Delta\varphi}$ были найдены соответствующие среднеквадратичные отклонения в определении расхода σ_{MFR}. С учетом формул (2.10), (2.11), имеем:

$$MFR = k \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi f} + b,$$

и, предполагая частоту f постоянной, далее получаем среднеквадратичные отклонения в определении расхода:

$$\sigma_{MFR} = \left| \frac{k}{2\pi f} \right| \cdot \sigma_{\Delta\varphi}.$$

Как можно видеть в таблице 8, полученной по результатам экспериментов, из всех приведенных методов, многоканальный ММП дает наилучшую оценку разности фаз $\Delta\varphi$ сигналов с правой и левой катушек расходомера и наиболее точную оценку расхода. При необходимости быстрых вычислений

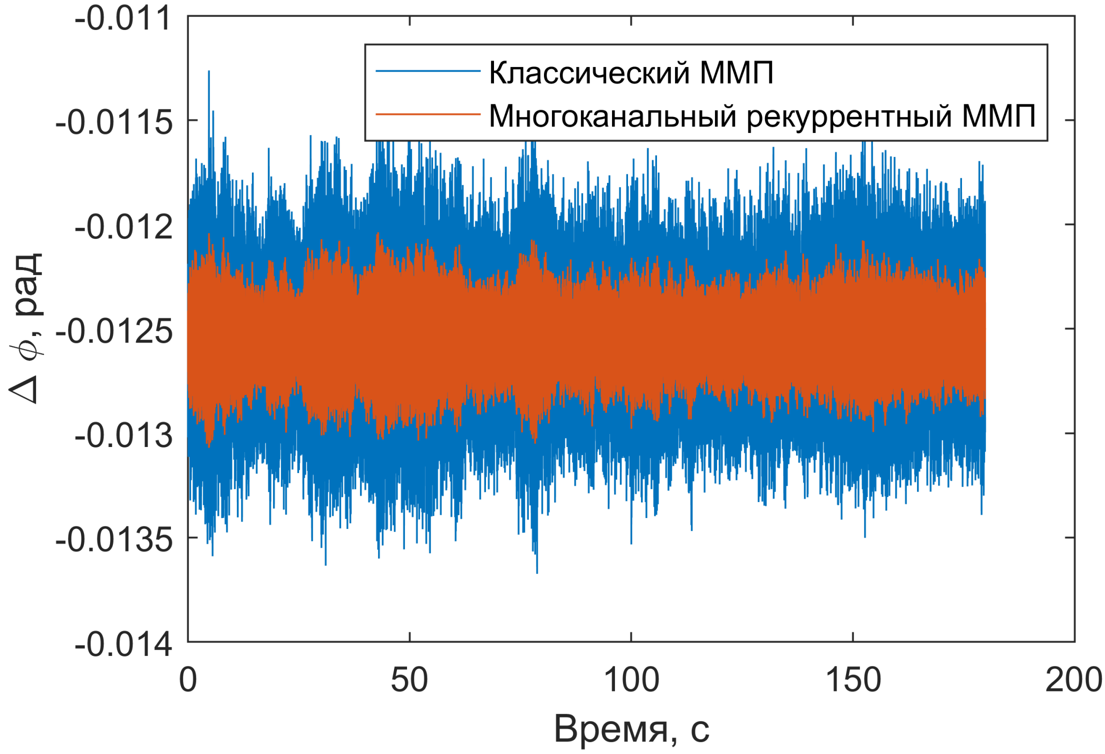


Рисунок 6.2 — Значения разности фаз, найденной классическим и многоканальным рекуррентным ММП

Таблица 8 — Значения времени работы и среднеквадратических отклонений оценки разности фаз сигналов расходомера и значения расхода методом матричных пучков и его модификациями

Метод	**Время обработки, с**	$\sigma_{\Delta\varphi}$, **рад**	σ_{MFR}, **кг/ч**
Классический ММП	88	$2.6 \cdot 10^{-4}$	23
Рекуррентный ММП	26	$2.8 \cdot 10^{-4}$	25
Многоканальный ММП	40	$1.0 \cdot 10^{-4}$	9
Рекуррентный многоканальный ММП	22	$1.2 \cdot 10^{-4}$	11

предпочтителен рекуррентный многоканальный метод матричных пучков, дающий примерно такую же точность, но работающий в 2 раза быстрее, чем многоканальный ММП и в 4 раза быстрее, чем классический ММП. Напомним, что длина анализируемого сигнала составляла 100 отсчетов, при других значениях длины окна разница во времени может измениться. Отметим также, что рекуррентный многоканальный ММП еще и дает примерно в 2 раза меньшие среднеквадратичные отклонения по сравнению с классическим ММП в оценке разности фаз сигналов с катушек расходомера и, соответственно, в 2 раза точнее значения измеряемого расхода. Таким образом, целесообразно положить рекуррентный многоканальный метод матричных пучков в основу алгоритма обработки информации для повышения скорости и точности измерений кориолисового расходомера, что и будет сделано далее.

6.3 Моделирование сигналов кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения и алгоритм обработки информации для повышения точности их измерений

В кориолисовом расходомере трубка приводится в колебательное движение в одной моде, обычно называемой модой возбуждения, и силы, связанные с эффектом Кориолиса, когда текучая среда течет через колеблющуюся трубку, возбуждают вторичные колебания в другой изгибной моде, обычно называемой модой Кориолиса [228]. Для более точного контроля колебаний трубок расходомера, особенно в условиях многофазного потока, можно искать частоту и разность фаз как основной моды возбуждения, так и моды Кориолиса. Дополнительная информация о параметрах колебаний в моде Кориолиса может дать дополнительные входные параметры, например, для нейронных сетей, корректирующих точность измерений расхода и плотности в многофазной среде.

В этом параграфе для моделирования сигналов кориолисового расходомера в условиях двухфазного потока используем модель MRWM (Modified Random Walk Model) [229] и изменим ее, добавив вторую моду, как в нашей статье [4]:

$$s_{right}(n) = \sum_{k=1}^{2} A_k(n)\cos\left(\omega_k(n)n + \frac{\varphi_k(n)}{2}\right) + \sigma_r e_r(n), \tag{6.7}$$

$$s_{left}(n) = \sum_{k=1}^{2} A_k(n)\cos\left(\omega_k(n)n - \frac{\varphi_k(n)}{2}\right) + \sigma_l e_l(n), \tag{6.8}$$

$$A_k(n) = \frac{\left(A_k^f(n) - \min(A_k^f(n)\right)\left(A_k^{\max} - A_k^{\min}\right)}{\max\left(A_k^f(n)\right) - \min\left(A_k^f(n)\right)} + A_k^{\min}, \tag{6.9}$$

$$\omega_k(n) = \frac{\left(\omega_k^f(n) - \min(\omega_k^f(n)\right)\left(\omega_k^{\max} - \omega_k^{\min}\right)}{\max\left(\omega_k^f(n)\right) - \min\left(\omega_k^f(n)\right)} + \omega_k^{\min}, \tag{6.10}$$

$$\varphi_k(n) = \frac{\left(\varphi_k^f(n) - \min(\varphi_k^f(n)\right)\left(\varphi_k^{\max} - \varphi_k^{\min}\right)}{\max\left(\varphi_k^f(n)\right) - \min\left(\varphi_k^f(n)\right)} + \varphi_k^{\min}, \tag{6.11}$$

$$A_k^f(n) = H_A(n)e_{A_k}(n),\ \omega_k(n) = H_{\omega_k}(n)e_{\omega_k}(n),\ \varphi_k(n) = H_{\varphi_k}(n)e_{\varphi_k}(n). \tag{6.12}$$

Здесь $s_{right}(n)$ и $s_{left}(n)$ – моделируемые сигналы с правой и левой катушек расходомера с двумя модами с амплитудами A_k, частотами $\omega_k = 2\pi f_k$ и разностями фаз φ_k, $k = 1{,}2$. Также $e_r(n), e_l(n)$ – белый шум, σ_r, σ_l – коэффициенты усиления уровня входного шума. Случайные величины $e_{A_k}(n), e_{\omega_k}(n), e_{\varphi_k}(n)$ равномерно распределены в интервале $(-1{,}1)$ и пропущены через фильтры нижних частот $H_A(n), H_{\omega_k}(n), H_{\varphi_k}(n)$, ограничивающие их скорость изменения. Наконец, $A_k^{\max}, A_k^{\min}, \omega_k^{\max}, \omega_k^{\min}, \varphi_k^{\max}, \varphi_k^{\min}$ – верхний и нижний пределы для изменяющихся во времени амплитуд, частот и разности фаз соответственно.

На рис. 6.3 показан один из смоделированных сигналов и преобразование Фурье для реализации сигнала длительностью 1.5 секунды.

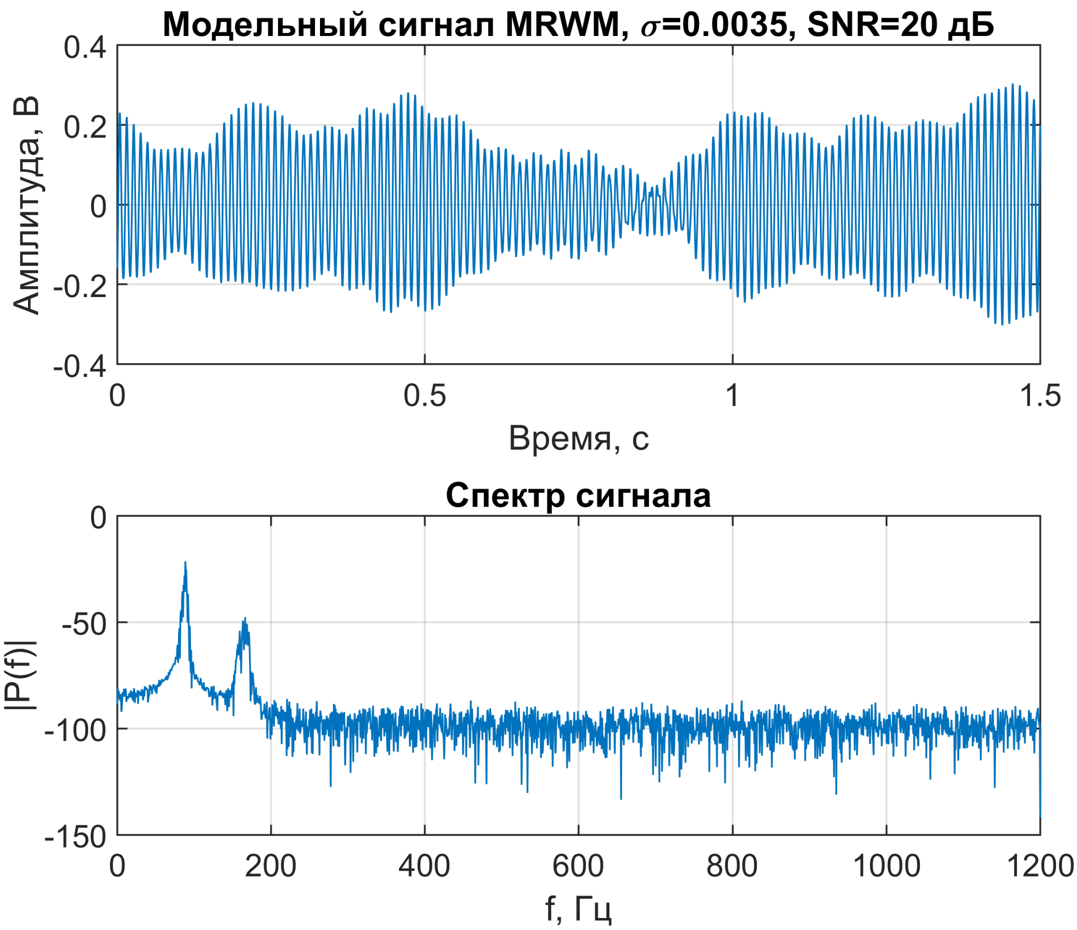


Рисунок 6.3 — Модельный сигнал расходомера и его спектр

Частота дискретизации 2.4 кГц. Таблица 9 содержит остальные значения параметров, которые использованы для модели (6.7) – (6.12). Значение $\sigma_r = \sigma_l = 0.0035$ и соответствует по формуле (2.9) отношению сигнал/шум 20 дБ. Два максимума в спектре соответствуют основной моде (85–100 Гц) и второй моде (155-180 Гц) колебаний расходомерных трубок.

Таблица 9 — Значения параметров для используемой модели MRWM

Параметры	**Значения**
Частота дискретизации	2.4кГц
Частота среза ФНЧ ($f_A^s, f_\omega^s, \omega_\varphi^s$)	6 Гц
Диапазон амплитуды A_1, В	$A_1^{min} = 0.05, A_1^{max} = 0.3$
Диапазон амплитуды A_2, В	$A_2^{min} = 0.005, A_2^{max} = 0.03$
Диапазон частоты первой моды колебаний, Гц	$f_1^{min} = 85, f_1^{max} = 100$
Диапазон частоты второй моды колебаний, Гц	$f_2^{min} = 155, f_2^{max} = 180$
Диапазон разности фаз, градусы	$\varphi_{1,2}^{min} = 0, \varphi_{1,2}^{max} = 4$

Для такого модельного сигнала мы применим разработанный в этой главе многоканальный рекуррентный метод матричных пучков. Будем искать параметры сразу обоих мод возбуждения (рис. 6.4). Длина окна $N = 50$ отсчетов соответствует примерно 2,5 периодам колебаний главной моды.

В отличии от всех ранее рассмотренных частных случаев, сейчас мы имеем два сигнала с двумя одинаковыми полюсами $z_1 = e^{i\omega_1 T}, z_2 = e^{i\omega_2 T}$:

$$s_{right}(n) = R_{r1} z_1^n + R_{r1}^* (z_1^*)^n + R_{r2} z_2^n + R_{r2}^* (z_2^*)^n,$$

$$s_{left}(n) = R_{l1} z_1^n + R_{l1}^* (z_1^*)^n + R_{l2} z_2^n + R_{l2}^* (z_2^*)^n.$$

Здесь R_{r1}, R_{r2}, R_{l1}, R_{l2} – комплексные амплитуды для обоих мод правого и левого сигналов, $n = 0, 1, \ldots, N-1$. Система уравнений (5.8) для определения комплексных амплитуд R_{r1}, R_{r2} в рассматриваемом частном случае выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} s_{right}(0) \\ s_{right}(1) \\ \vdots \\ s_{right}(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ z_1 & z_1^* & z_2 & z_2^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-1} & (z_1^*)^{N-1} & z_2^{N-1} & (z_2^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{r1} \\ R_{r1}^* \\ R_{r2} \\ R_{r2}^* \end{pmatrix}$$

и аналогично для $s_{left}(n)$ и R_{l1}, R_{l2}.

Предложим на основе разработанного многоканального рекуррентного метода матричных пучков

Алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера:

Вход: Отсчеты сигналов напряжения с правой и левой катушек расходомера с двумя модами возбуждения:

$$y_1(n) = s_{right}(n) = R_{r1}z_1^n + R_{r1}^*(z_1^*)^n + R_{r2}z_2^n + R_{r2}^*(z_2^*)^n,$$

$$y_2(n) = s_{left}(n) = R_{l1}z_1^n + R_{l1}^*(z_1^*)^n + R_{l2}z_2^n + R_{l2}^*(z_2^*)^n.$$

Здесь $R_{r1} = \frac{A_{r1}}{2}e^{i\varphi_{r1}}$, $R_{r2} = \frac{A_{r2}}{2}e^{i\varphi_{r2}}$, $R_{l1} = \frac{A_{l1}}{2}e^{i\varphi_{l1}}$, $R_{l2} = \frac{A_{l2}}{2}e^{i\varphi_{l2}}$ – комплексные амплитуды для обоих мод правого и левого сигналов, $z_1 = e^{i\omega_1 T}, z_2 = e^{i\omega_2 T}$, $T = \frac{1}{Fs}$, где $w_1 = 2\pi f_1, w_2 = 2\pi f_2$ – частоты двух мод возбуждения кориолисового расходомера.

Выход: Оценки для частот f_1, f_2 и фаз $\varphi_{r1}, \varphi_{r2}, \varphi_{l1}, \varphi_{l2}$.

1. Находим квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проводим, если нужно, децимацию сигналов.

2. Применяем рекуррентный многоканальный ММП для одновременной обработки отрезков в N отсчетов двух сигналов расходомера, формируя матрицу

$$Y_{aE} = \begin{pmatrix} Y_{a1} \\ Y_{a2} \end{pmatrix},$$

где

$$Y_{aj} = \begin{pmatrix} y_j(L-1) & \dots & y_j(1) & y_j(0) \\ y_j(L) & \dots & y_j(2) & y_j(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_j(N-2) & \ddots & y_j(N-L) & y_j(N-L-1) \end{pmatrix}, L = \frac{N}{3}, j = 1{,}2.$$

3. Для оценки комплексных амплитуд R_{r1}, R_{r2}, решаем систему:

$$\begin{pmatrix} s_{right}(0) \\ s_{right}(1) \\ \vdots \\ s_{right}(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ z_1 & z_1^* & z_2 & z_2^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-1} & (z_1^*)^{N-1} & z_2^{N-1} & (z_2^*)^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{r1} \\ R_{r1}^* \\ R_{r2} \\ R_{r2}^* \end{pmatrix}$$

и аналогично для $s_{left}(n)$ и R_{l1}, R_{l2}.

4. Из оценок для полюсов $z_1 = e^{i\omega_1 T}, z_2 = e^{i\omega_2 T}$, получаем оценки для частот двух мод возбуждения, из оценок для комплексных амплитуд $R_{r1} = \frac{A_{r1}}{2} e^{i\varphi_{r1}}$, $R_{r2} = \frac{A_{r2}}{2} e^{i\varphi_{r2}}$ получаем их фазы $\varphi_{r1}, \varphi_{r2}$ и аналогично $\varphi_{l1}, \varphi_{l2}$.

Конец.

Отметим, что мы рассмотрели случай кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения, но алгоритм, разумеется, может быть использован в случае одной моды. В случае двух мод нужно отслеживать в скользящем режиме значения параметров сразу двух синусоид, что вычислительно затратно и потому использование рекуррентного многоканального ММП особенно целесообразно.

Для расчета показаний кориолисового расходомера требуются только параметры сигнала, указанные в выходных значениях в алгоритме. Однако многоканальный рекуррентный ММП позволяет найти и амплитуду сигналов, поэтому далее будем анализировать работоспособность предложенного алгоритма, рассматривая оценки всех параметров сигналов.

На рисунке 6.4 слева построены истинные и найденные значения частоты, амплитуды и разности фаз первой и второй моды модельных сигналов классическим ММП и многоканальным рекуррентным ММП, в соответствии с предложенным выше алгоритмом. Справа можно видеть ошибку, которая представляет собой разность между истинными и найденными значениями. Видно, что все параметры для основной моды определяются с меньшей дисперсией, чем для второй моды, что ожидаемо, т.к. вторая мода имеет в 10 раз меньшую амплитуду и является более зашумленной.

Для численной оценки точности определения параметров рассчитаем среднеквадратическую ошибку по формуле:

$$RMSE_Y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{Y}(n) - Y(n)\right)^2}, \qquad (6.13)$$

где $\hat{Y}(n), Y(n)$ – найденное и истинное значения величины.

Таблица 10 содержит значения $RMSE$ для параметров основной и второй моды сигналов.

Классический метод матричных пучков показывает немного лучшие результаты в определении частоты и амплитуды основной и второй моды, однако

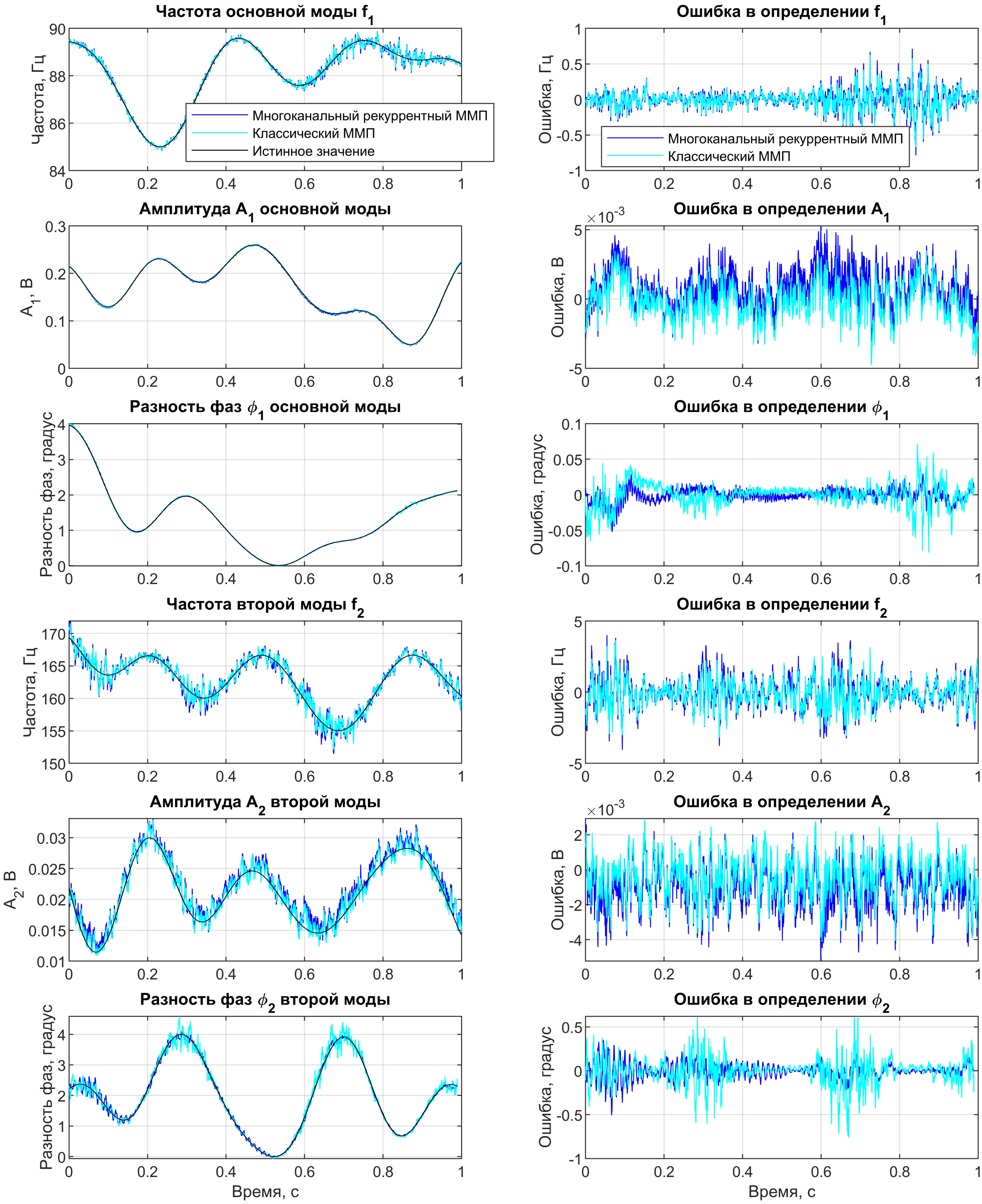


Рисунок 6.4 — Истинные и найденные значения параметров и их ошибки

заметно уступает многоканальному рекуррентному ММП при нахождении разности фаз. Это основной параметр, по которому рассчитывается значение расхода, поэтому он должен быть определен как можно точнее.

Таблица 10 — $RMSE$ в определении параметров основной и второй моды

Основная мода			
Алгоритм	$RMSE_f$	$RMSE_A$	$RMSE_\varphi$
Классический ММП	0.11	0.0013	0.023
Многоканальный рекуррентный ММП	0.12	0.0018	0.01
Вторая мода			
Классический ММП	1.2	0.0013	0.41
Многоканальный рекуррентный ММП	1.3	0.0018	0.2

Кроме того, в данном примере многоканальный рекуррентный ММП работает в 1.5 раза быстрее классического метода. Разница не такая большая, как в примерах ранее, т.к. длина окна в данном примере составляет всего 50 отсчетов. При большей длине окна скажутся большие вычислительные затраты на SVD разложение и разница во времени будет более заметной. В данном примере мы не стали брать большую длину окна, поскольку параметры сигналов модели MRWM быстро меняются. В случае более медленного изменения параметров стоит увеличить длину окна, т.к. это приведет к уменьшению дисперсии их оценок.

6.4 Применение многоканального рекуррентного ММП для экспериментальных сигналов кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения

На рисунке 6.5 представлен сигнал с одной из катушек расходомера ЭлМетроФломак ДУ15 и его спектр.

Сигналы получены в лаборатории UK National Flow Laboratory TUV-NEL (Оксфорд) в условиях двухфазной среды с уровнем расхода 0,6 кг/с и значением объемной доли газа GVF (Gas Volume Fraction) равной 15.6%. В спектре сигнала на рисунке 6.5 хорошо видна как основная мода (около 91 Гц), так и

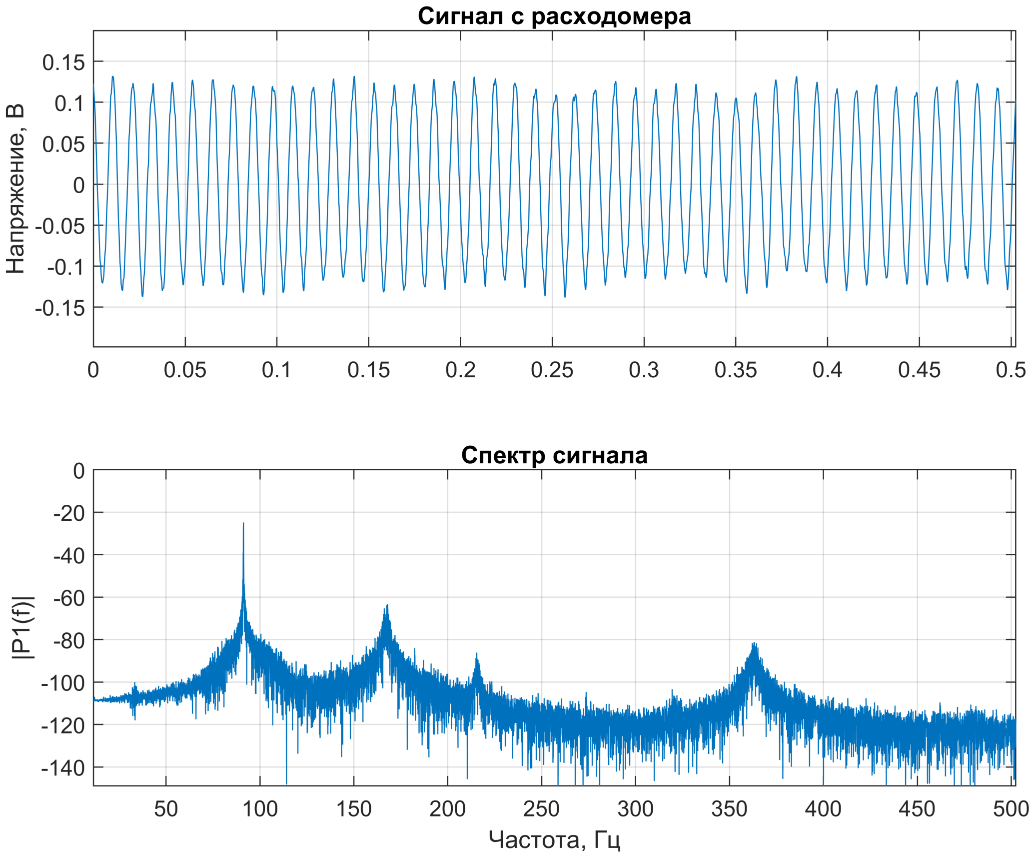


Рисунок 6.5 — Сигнал с расходомера ЭлМетро Фломак ДУ 15 и его спектр

вторая мода (около 167 Гц), еще называемая модой Кориолиса [230]. Установка имеет возможность впрыскивать воздух в поток воды перед испытуемым расходомером, отслеживать эталонные измерения массового расхода как воды, так и воздуха, рассчитывать и контролировать объемную долю газа GVF.

В спектре присутствуют и другие гармоники, которые мы предварительно отфильтруем, пропустив сигнал через эллиптический полосовой фильтр 20-го порядка с полосой пропускания $[80, 180]$ Гц. Также предварительно исходная частота дискретизации 48 кГц была понижена в 80 раз до частоты 600 Гц, которая является квазиоптимальной в рассматриваемой задаче.

Будем искать частоту, амплитуду и разность фаз сигналов с катушек расходомера как для основной, так и для второй моды классическим и многоканальным рекуррентным методом матричных пучков. Найденные значения параметров синусоид для фрагмента длительностью 1 секунда приведены на рисунках 6.6, 6.7.

Оба метода дают близкие результаты при оценке частоты и амплитуды обеих мод, однако классический ММП имеет большую дисперсию в оценке ам-

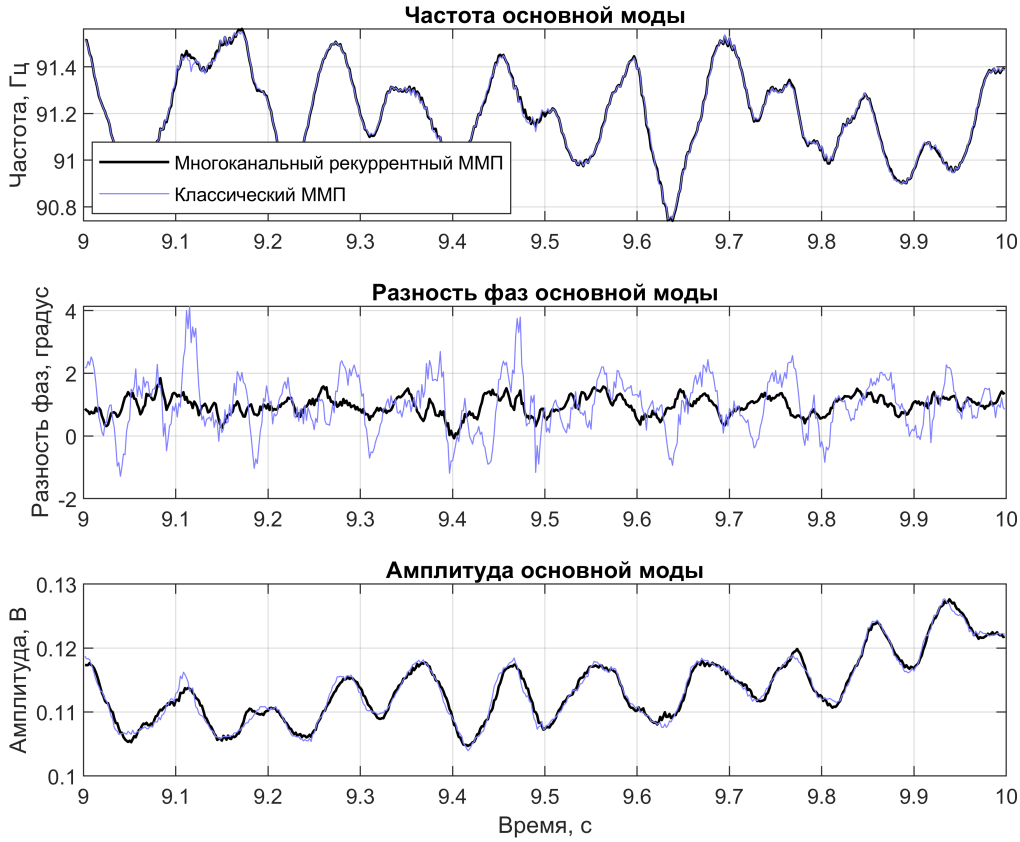


Рисунок 6.6 — Параметры основной моды, найденные классическим и многоканальным рекуррентным ММП

плитуды второй моды. Еще более значительно их результаты отличаются при определении разности фаз. Многоканальный рекуррентный метод находит ее с меньшей дисперсией. Кроме того, как и ранее, многоканальный рекуррентный метод выигрывает по времени, т.к. работает в 1.5 раза быстрее классического ММП (длина окна была установлена в 50 отсчетов).

В заключение еще раз отметим, что классический и многоканальный рекуррентный метод матричных пучков одновременно ищут параметры двух синусоид, что выгодно отличает их от конкурирующих методов [229], нацеленных на определение параметров синусоиды одной частоты. В рассматриваемом случае этим методам потребовалась бы предварительная фильтрация с целью выделения отдельных гармоник с одной частотой и последующая отдельная обработка каждой из них.

Возможность одновременного определения параметров обеих мод колебаний позволяет повысить точность измерений за счет учета взаимного влияния мод и компенсации возникающих погрешностей. Как считает Манус Патрик

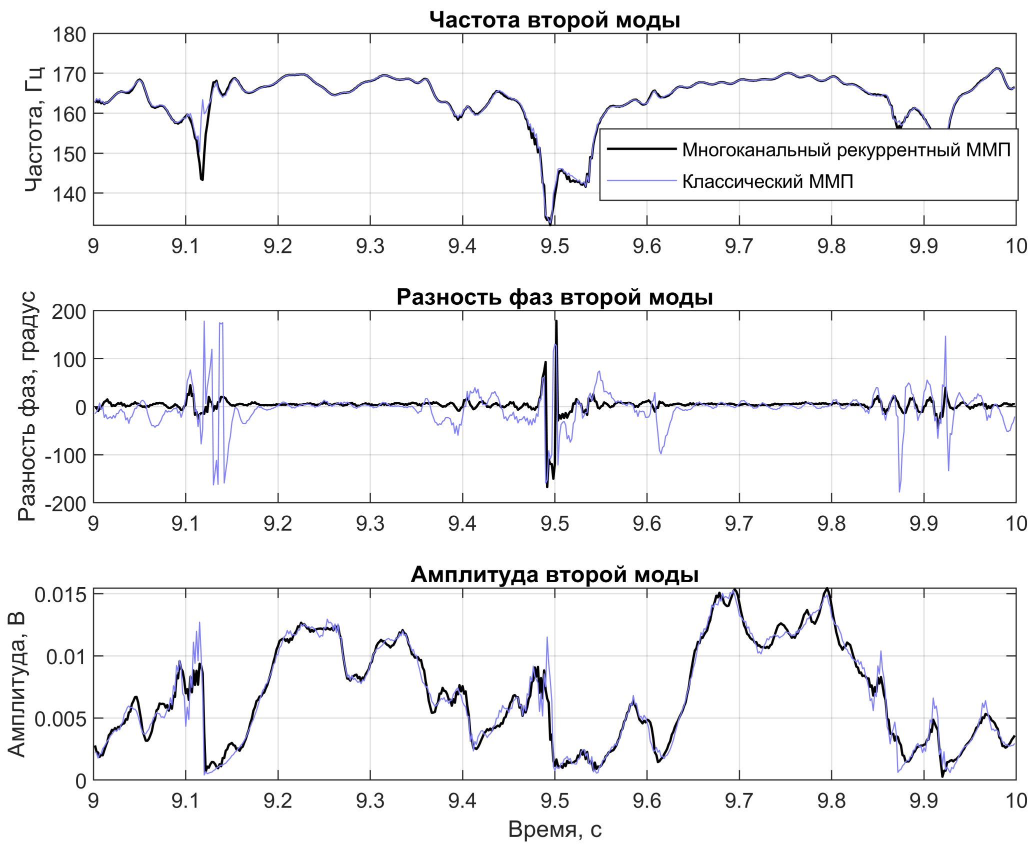


Рисунок 6.7 — Параметры второй моды, найденные классическим и многоканальным рекуррентным ММП

Генри – ведущий ученый в области расходометрии, обработки сигналов и измерительной техники, это открывает новые возможности для диагностики состояния расходомера и создания более совершенных алгоритмов обработки. Учет моды Кориолиса может дать дополнительные информативные признаки в задаче контроля колебаний трубок расходомера, особенно в условиях многофазного потока и использоваться, например, для решения задачи коррекции показаний расходомера [65].

6.5 Выводы по главе

В данной главе предложен рекуррентный многоканальный метод матричных пучков, предназначенный для одновременной обработки нескольких сигналов с одинаковыми полюсами в режиме скользящего окна, модель сигналов с кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения, работающего в двухфазном режиме, а также алгоритм обработки информации для повышения точности и скорости измерений кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения. Методы протестированы на модельном и реальных сигналах с расходомера с двумя модами возбуждения.

Перечислим основные результаты:

1) Предложен рекуррентный многоканальный ММП для определения параметров набора из J сигналов с M общими полюсами в режиме скользящего окна длиной в N отсчетов. Метод основан на процедуре эффективного SVD разложения и заменяет в классическом методе этап вычисления SVD разложения матрицы размера $(N-L)J \times L$, $L = \frac{N}{3}$, на его вычисление для матрицы размера $(M+2) \times (M+2)$, который в реальных прикладных задачах в разы меньше размера исходной матрицы. Для примера в параграфе 6.2 эти размеры матриц составляют 134×33 и 4×4, соответственно. Учитывая, что «стоимость» SVD-разложения матрицы размерности $m \times n$ составляет примерно $4n^2m - \frac{3}{4}n^3 + O(n^2)$ [194], получаем выигрыш примерно в 2600 операций.

По результатам проведенных экспериментов рекуррентный многоканальный метод матричных пучков дает примерно в 2 раза меньшее среднеквадратичное отклонение в определении разности фаз сигналов с катушек расходомера ЭлМетро Фломак ДУ15 и величины расхода, чем классический метод и превосходит его по времени работы примерно в 4 раза. Длина окна обработки составила $N = 100$ отсчетов, частота дискретизации $Fs = 512$ Гц.

2) Показано, что рекуррентный многоканальный ММП находит параметры сразу двух мод сигналов с катушек расходомера с двумя модами возбуждения. Для сигналов модели Modified Random Walk Model с двумя модами [4] при длине окна $N = 50$ отсчетов и отношении сигнал/шум 20 дБ точность определения разности фаз как основной моды, так и моды Кориолиса для предложенной модификации в 2 раза выше, чем для классического ММП.

3) Разработан алгоритм обработки информации для повышения точности измерений кориолисового расходомера с двумя модами возбуждения, основанный на многоканальном рекуррентном ММП, рассмотрены его применения к модельному и реальным сигналам с двумя модами возбуждения. Помимо улучшения точности определения разности фаз в 2 раза по сравнению с классическим ММП, при длине окна в $N = 50$ отсчетов и отношении сигнал/шум 20 дБ, многоканальный рекуррентный метод также демонстрирует ускорение времени обработки в 1.5 раза.

Глава 7. Модифицированный метод матричных пучков с использованием оценок полюсов сигнала и обратных к ним

Данная глава посвящена модификации метода матричных пучков, аналогичной уже обсуждавшемуся в главе 3 модифицированному методу Прони, определяющими полюсы сигнала и обратные к ним. Особенно актуальны такие методы при большом уровне шума, а также когда время начала сигнала неизвестно и, помимо оценки его параметров, требуется решить задачу обнаружения сигнала в шуме.

Известно, что улучшению точности определения параметров сигналов способствует завышение числа определяемых полюсов [7]. В этом случае, поскольку классические методы подстраивают шум под сумму синусоид, помимо истинных полюсов сигнала будут найдены ложные полюсы, соответствующие шуму. Для того, чтобы их различить, можно, на основе тех же входных данных, получить оценки не только полюсов сигнала z, но и обратных к ним z^{-1}. Для истинных полюсов эти значения будут расположены во взаимно обратных точках вдоль некоторого общего радиуса, в то время как для шума они будут преимущественно оставаться внутри единичной окружности [7]. Этот факт и облегчает отделение истинных полюсов сигнала от ложных.

В исходном варианте метода матричных пучков оценку для полюсов z сигнала дают собственные значения пучка матриц, сконструированного из отсчетов сигнала. Между тем, как будет показано в этой главе, можно получить с помощью тех же данных оценку для z^{-1} и, на основе анализа этих значений, решить вопрос разделения истинных экспоненциальных сигналов и шума.

Целью настоящей главы является модификация метода матричных пучков, использующая совместное оценивание полюсов сигнала и обратных к ним и аналогичная предложенной нами ранее модификации метода Прони. Эта модификация предложена в параграфе 7.1. Далее в качестве приложения рассматривается задача определения параметров и времени прихода для модельного сигнала с неизвестными параметрами. Насколько нам известно, ранее ММП не использовался для определения времени прихода сигнала, возможно потому, что (как показано в данной главе) классический ММП плохо справляется с этой задачей. Заметим, что существует множество алгоритмов решения задачи обнаружения сигнала, но они либо работают преимущественно с синусоидальными сигналами [231—233], либо требуют знания законов распределения как самого сигнала, так и его шумовой составляющей [234; 235]. Предложенный в этой главе метод не требует такой априорной информации и работает с сигналами достаточно общего вида – суммой затухающих синусоид. Количество синусоид не предполагается известным заранее.

Далее разработанная модификация применяется для анализа реальных сигналов вибрации фрезерных станков с числовым программным управлением. Данное сложное техническое оборудование автоматически выполняет ряд операций на высокой скорости. Экстремальные условия окружающей среды и высокоскоростная обработка приводят к возникновению неисправностей таких, как износ и поломка инструмента, несоосность, неправильный зажим, застревание стружки и т.д. [236]. Малейшие неисправности в работе станка сказываются на качестве продукции, страдает точность выполнения изделий, их геометрия и степень шероховатости.

Оценка состояния режущего инструмента и ранее выявление его неисправностей являются предметом большого количества исследований [38]. При прямом методе определения износа инструмента его нужно снять со станка и измерить износ с помощью оптического микроскопа. Это требует времени и увеличивает убытки, связанные с простоем механизма. Косвенные методы измерения износа предполагают анализ сигналов различных датчиков (акустической эмиссии, вибрации, тока и т.д.) и выделение из них информативных признаков, характеризующих состояние инструмента. Для выделения информативных признаков из сигналов используются как статистические характеристики [237; 238], так и частотные [239; 240]. Наибольшую сложность задаче диагностики состояния фрезерного станка придает многообразие условий обработки и материалов, затрудняющее выделение универсальных признаков. Отметим также, что в последнее время наибольшую популярность приобретает задача определения времени остаточной жизни инструмента (RUL, Remaining Useful Life) вместо его износа [241].

Разработанная в данной главе модификация метода матричных пучков фактически позволяет осуществлять частотно-временной анализ сигналов с реального фрезеровального станка, т.е. показывать, какие именно частоты присутствуют в сигнале вибрации в каждый момент времени, и использоваться для диагностики его состояния.

7.1 Модификация метода матричных пучков с использованием оценок полюсов сигнала и обратных к ним

Вновь, как и в главе 4, рассмотрим сигнал вида (1.1):

$$y(t) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)t}$$

или его дискретный аналог:

$$y(nT) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n.$$

Здесь T – период дискретизации, $R_k = A_k e^{i\varphi_k}$ – комплексные амплитуды, $\omega_k = 2\pi f_k$ – частоты, α_k – коэффициенты затухания, $z_k = e^{(\alpha_k + i\omega_k)T}$ – полюсы сигнала.

Полюсы сигнала z_k являются обобщенными собственными значениями пучка матриц $Y_b - \lambda\, Y_a$, где Y_a, Y_b определены в (4.1), (4.2). Классический метод матричных пучков, описанный в §4.1, находит полюсы z_k как собственные числа матрицы $Y_a^{\dagger} Y_b$ или Z_E (4.8).

Ключевым фактом является факторизация (4.3) матриц (4.1), (4.2):

$$Y_a = Z_L R Z_R, \quad Y_b = Z_L R Z Z_R,$$

где

$$Z_L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_1^{N-L-1} & z_2^{N-L-1} & \dots & z_M^{N-L-1} \end{pmatrix}, Z_R = \begin{pmatrix} z_1^{L-1} & z_1^{L-2} & \dots & 1 \\ z_2^{L-1} & z_2^{L-2} & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z_M^{L-1} & z_M^{L-2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$R = diag\,(R_1, R_2, \dots, R_M)\,, \quad Z = diag(z_1, z_2, \dots, z_M).$$

Благодаря такому представлению матриц, имеем:

$$Y_b - \lambda\, Y_a = Z_L R (Z - \lambda I) Z_R, \tag{7.1}$$

где I – единичная матрица порядка M. Подстановка $\lambda = z_k$ в матрицу $Z - \lambda I$ обращает в нуль ее элемент в k-ой строке и приводит к дальнейшему понижению ранга матрицы $Y_b - \lambda\, Y_a$ [8]. Это означает, что полюсы z_k являются решением обобщенной задачи нахождения собственных значений пучка матриц $Y_b - \lambda\, Y_a$.

Рассмотрим пучок матриц $Y_a - \lambda\, Y_b$. Благодаря факторизации (4.3), имеем представление, аналогичное (7.1):

$$Y_a - \lambda\, Y_b = Z_L R(I - \lambda Z) Z_R,$$

которое означает, что числа $\lambda = \frac{1}{z_k}$ будут решением обобщенной задачи нахождения собственных значений пучка матриц $Y_a - \lambda\, Y_b$ и их можно найти как собственные числа матрицы $Y_b^{\dagger} Y_a$.

Как и в классическом методе матричных пучков (формула (4.6)), для снижения уровня шума и оценки числа M полюсов сигнала, рассмотрим сингулярное разложение матрицы:

$$Y_b = U_1 S_1 V_1^T,$$

где U_1, V_1 – унитарные матрицы, S_1 – диагональная матрица собственных значений Y_b, которые следуют в порядке убывания и, начиная с $M-$го, близки к нулю. Это позволяет найти число полюсов сигнала, а также уменьшить шум за счет дальнейшего использования усеченной до ранга M псевдообратной матрицы $Y_b^{\dagger}$.

$$Y_b^{\dagger} = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\sigma_{1m}} v_{1m} u_{1m}^T = V_1 S_1^{-1} U_1^T, \tag{7.2}$$

где $\sigma_{11}, \ldots, \sigma_{1M}$ – M наибольших сингулярных чисел матрицы Y_b, v_{1m}, u_{1m} – соответствующие сингулярные векторы, $V_1 = (v_{11}, \ldots, v_{1M}), U_1 = (u_{11}, \ldots, u_{1M}), S_1 = diag(\sigma_{11}, \ldots, \sigma_{1M})$. Для поиска собственных значений матрицы $Y_b^{\dagger} Y_a$, можно рассмотреть матрицу $Z_I = S_1^{-1} U_1^T Y_a V_1$ с такими же собственными значениями, что у матрицы $Y_b^{\dagger} Y_a$.

Итак, в методе матричных пучков можно получить оценки для полюсов z_k как обобщенных собственных значений пучка матриц $Y_b - \lambda\, Y_a$ и обратных к ним $\frac{1}{z_k}$ как обобщенных собственных значений пучка матриц $Y_a - \lambda\, Y_b$. Значения, соответствующие z_k и $\frac{1}{z_k}$ будут находиться во взаимно обратных точках, что позволит идентифицировать истинные полюсы. Отметим, что из-за шума оценки для одного и того же полюса не будут в точности совпадать. Будем считать, что критерием соответствия двух оценок одному полюсу является их отличие менее, чем на параметр ε.

Предложим модификацию метода матричных пучков, основанную на совместном анализе оценок для отделения истинных полюсов от ложных.

Алгоритм модифицированного ММП, учитывающего оценки для полюсов сигнала и обратных к ним:

Вход: отсчеты сигнала

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} R_k e^{(\alpha_k + i\omega_k)nT} = \sum_{k=1}^{M} R_k z_k^n, \quad n = 0, 1, \dots, N-1,$$

и малое положительное число ε (около $0.01 - 0.1$).

Выход: комплексные амплитуды R_k и полюсы z_k, $k = 1, \dots, M$.

1. Из отсчетов сигнала формируем матрицы Y_a,Y_b по формулам (4.1), (4.2).

2. Находим усеченное SVD-разложение матриц (4.7), (7.2):

$$Y_a^\dagger = V_0 S_0^{-1} U_0^T, \quad Y_b^\dagger = V_1 S_1^{-1} U_1^T$$

и предварительную оценку $\hat{M}$ числа M полюсов сигнала.

3. Составляем матрицы

$$Z_E = S_0^{-1} U_0^T Y_b V_0, \quad Z_I = S_1^{-1} U_1^T Y_a V_1$$

и находим их собственные числа p_k, q_m, $k, m = 1, \dots, \hat{M}$.

4. Определяем число M истинных полюсов сигнала и сами полюсы:

Если для некоторых k, m:

$$\left| p_k - \frac{1}{q_m} \right| < \varepsilon, \tag{7.3}$$

То $z_k = \frac{1}{2}\left(p_k + \frac{1}{q_m}\right)$ – полюс сигнала.

5. Оцениваем R_k из системы:

$$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots 1 & \\ z_1 & z_2 & \dots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_M^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{pmatrix}. \tag{7.4}$$

Конец.

Параметр ε указывает, насколько в данном сигнале можно отличаться двум оценкам одного полюса. Все рассуждения §3.5 относительно зависимости ε от уровня шума в сигнале справедливы и теперь. Наши численные эксперименты показывают, что обычно значения ε стоит брать из диапазона $0.01 - 0.1$.

Выполнение неравенства (7.3) для такого ε является критерием истинного полюса. За счет вычисления полюсов предложенным методом и усреднения их двух оценок на шаге 4 алгоритма мы, как показано в нашей статье [84], получаем более точную оценку параметров сигналов. Также разработанный метод, в отличии от классического ММП, отфильтровывает ложные полюсы, что показано в [84; 242] и будет также продемонстрировано далее на примерах.

7.2 Сравнение с классическим ММП при анализе модельного сигнала

Рассмотрим модельный сигнал вида (1.4), представляющий собой последовательность случайно возникающих затухающих синусоид с частотой 30 кГц и представленный на рисунке 7.1. Частота дискретизации сигнала равна 100 кГц.

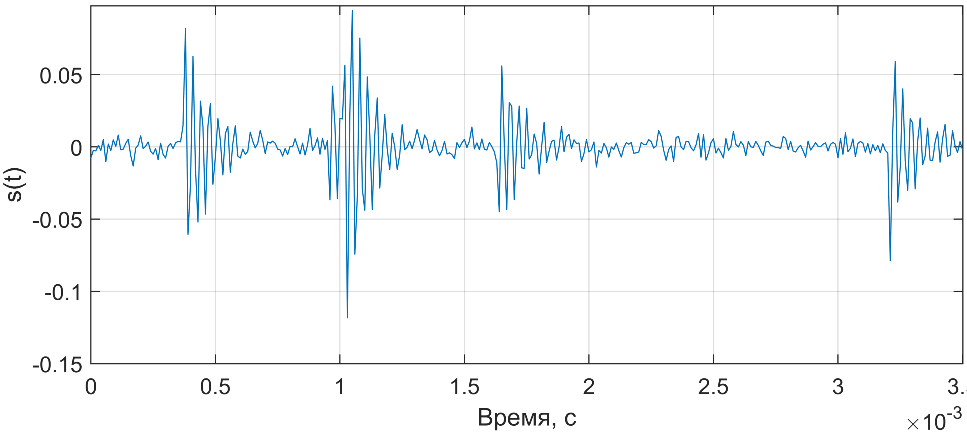


Рисунок 7.1 — Случайный поток затухающих синусоид

На рассматриваемом отрезке сигнала синусоида возникла 4 раза, амплитуда и фаза синусоид – различны, частота и коэффициент затухания всех синусоид – одинаковы.

В качестве шума взяты значения нормально распределенной случайной величины. Отношение сигнал/шум для данного сигнала будем вычислять по формуле:

$$SNR = 10\lg \frac{\frac{1}{M}\sum_{s=1}^{M}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=\eta_s}^{\eta_s+N} y_k^2\right)}{\sigma^2}. \tag{7.5}$$

Здесь M – число импульсов на рассматриваемом временном отрезке сигнала, N – число отсчетов, за которое синусоида затухает до уровня 5 % от энергии в момент возникновения импульса, η_s – номер отсчета, соответствующий времени возникновения затухающей синусоиды, y_k – значения выходного сигнала в отсутствии шума, а σ^2 – дисперсия шумового сигнала.

Такой способ подсчета SNR обусловлен существованием в нашем сигнале отрезков, на которых присутствует только шум. При подсчете SNR по формуле (2.9) учет таких отрезков привел бы к низкому отношению сигнал/шум, что не совсем соответствует действительности. Моменты времени, когда синусоида присутствует в сигнале, отвечают высокому отношению SNR, синусоиду хорошо и четко видно, полезный сигнал значительно превышает шум. Мы поэтому учитываем только такие моменты времени. Для рассматриваемого сигнала отношение SNR, найденное по формуле (7.5), составило 15 дБ. В режиме скользящего окна данный сигнал был обработан как классическим методом матричных пучков, так и его модификацией, предложенной в прошлом параграфе. Длина окна была взята равной 30 отсчетам, параметр $\varepsilon = 0.01$.

На рисунке 7.2 представлены отсчеты сигнала и значения частоты найденной на каждом отсчете с помощью разработанной модификации ММП.

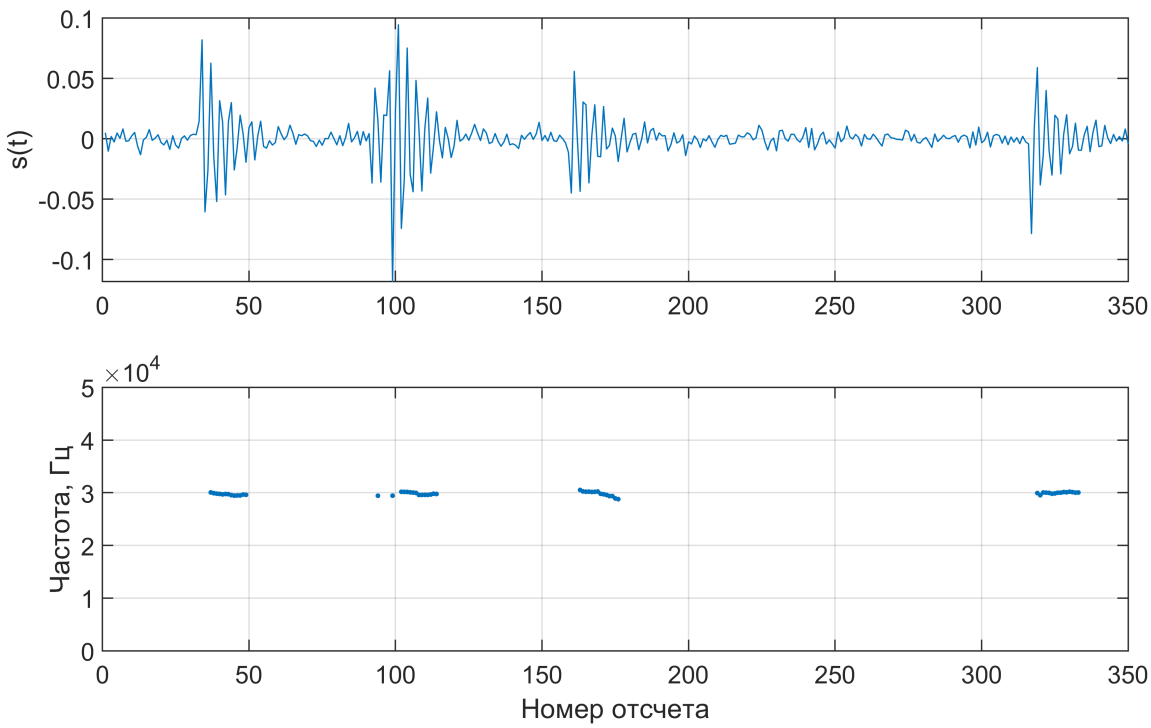


Рисунок 7.2 — Сигнал и значения частоты синусоид найденные модифицированным ММП

В соответствии с алгоритмом, число полюсов было изначально завышено и взято равным 4, хотя одной синусоиде 30 кГц соответствуют всего 2 комплексно-сопряженных полюса. Но, как видно, в результате совместного анализа полюсов сигнала и обратных к ним была найдена только одна частота 30 кГц. В те моменты времени, когда в сигнале присутствует только шум, предложенный метод не нашел никаких частот. Помимо определения частоты мы фактически решили и задачу обнаружения сигнала в шуме.

Аналогичный результат, полученный методом матричных пучков, представлен на рисунке 7.3. В этом случае, в соответствии с числом полюсов равным 4, на каждом отсчете были найдены две частоты.

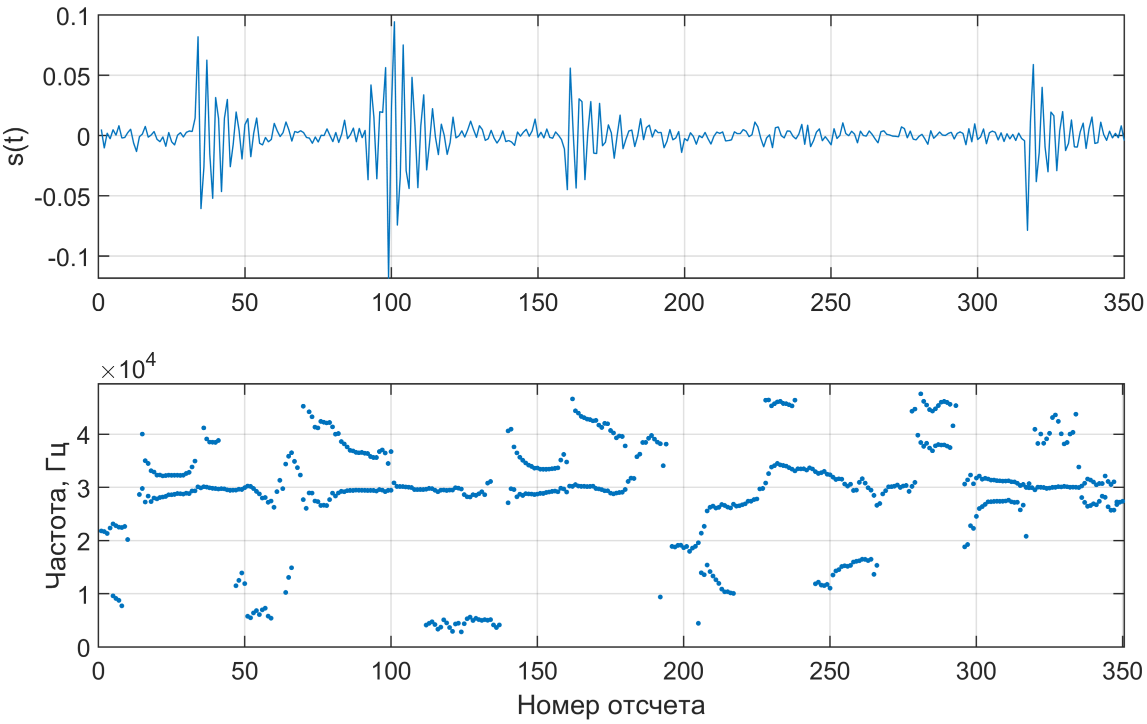


Рисунок 7.3 — Сигнал и значения частоты синусоид найденные классическим ММП

Частоты были найдены и на шумовых отрезках сигнала, т.к. классический ММП подстраивает шум под сумму синусоид. Отметим, что хотя частота 30 кГц и была найдена в те моменты времени, когда она присутствовала в сигнале, помимо нее были также найдены и другие частоты, которых на самом деле не было. Таким образом, классический метод матричных пучков не пригоден для работы с сигналами, представляющими собой последовательность возникающих в случайные моменты времени затухающих синусоид. Разработанная модификация, учитывающая оценки для полюсов сигнала и обратных к ним, способна обнаружить сигнал и верно определить его частотный состав. Перейдем к применению этого метода для анализа реальных сигналов.

7.3 Алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка

В данном параграфе используется общедоступный набор данных фрезерных станков с числовым программным управлением [243]. Данные сигналов вибрации записывались с помощью акселерометра, установленного на заднем конце корпуса шпинделя для захвата сигналов вибрации с частотой дискретизации 2 кГц (рисунок 7.4). Три станка (M01, M02, M03) выполняли 15 различных технологических операций (OP00 - OP14) на алюминиевых конструкциях. Большинство из них соответствуют операциям бурения, однако авторы набора данных перетасовали этапы обработки заготовки и даже исключили некоторые из них в целях конфиденциальности.

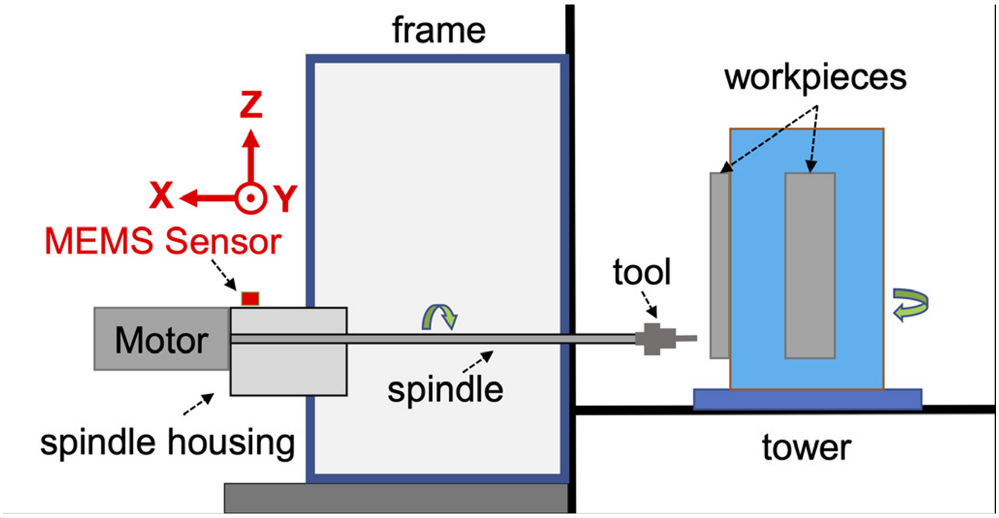


Рисунок 7.4 — Схема экспериментальной установки [243]

Набор данных содержит два класса: исправный и неисправный. Неисправные процессы соответствуют наличию или зажиму стружки, несоосности инструмента, его поломке и т.д. Эти дефекты могут оказать существенное влияние на качество и эффективность процесса обработки, что приводит к неблагоприятным результатам. По утверждению авторов [243], рассматриваемые дефекты для данных станков и операций приводят к изменениям в диапазоне частот от 75 Гц до 1 кГц. Согласно теореме Котельникова [244], частоты дискретизации равной 2 кГц достаточно, чтобы отследить изменения в интересующем нас диапазоне.

На рисунке 7.5 приведены фрагменты двух типов сигналов из рассматриваемого набора данных, соответствующие операции OP01 и станку M01. Мы намеренно взяли фрагмент, где первая половина исправного сигнала заметно отличается от его второй половины, чтобы продемонстрировать работу нашего метода по его обработке. Анализ полных записей показывает, что оба сигнала преимущественно выглядят как неисправный сигнал на рисунке 7.5, т.е. представляют собой последовательность случайно возникающих всплесков. Во временной области отличить исправный и неисправный сигналы не представляется возможным.

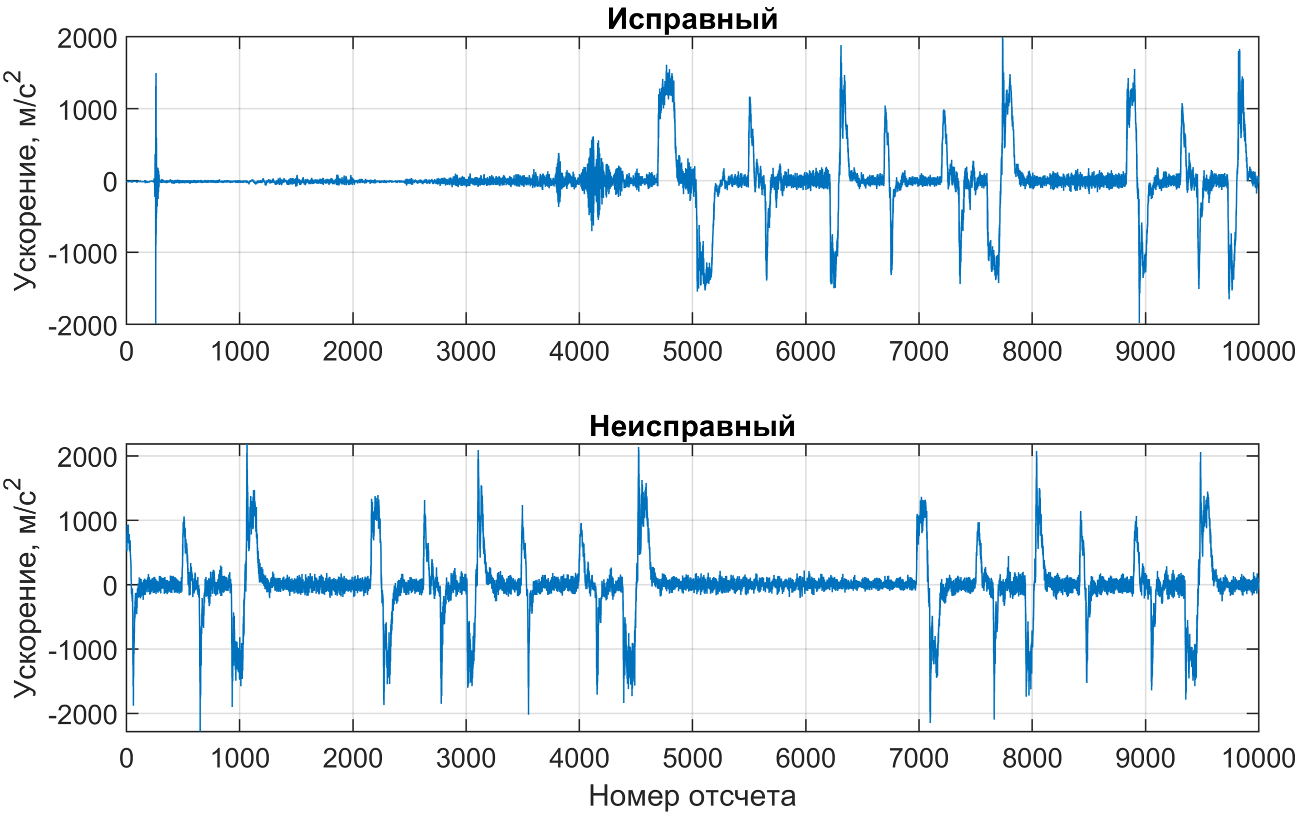


Рисунок 7.5 — Сигналы вибрации с исправного и неисправного станков

Легко видеть, что в приведенных сигналах есть периодичность, вызванная по видимому спецификой проводимой операции OP01. Фрагменты с 4700 по 8000 отсчет в исправном случае и фрагменты 2000-5000, 6900-9800 в неисправном случае заметно похожи и состоят из серии повторяющихся 6 всплесков определенной структуры.

На рисунке 7.6 приведены спектры полных записей (по 25 секунд) сигналов в исправном и неисправном случаях. В диапазоне частот 75 Гц - 1 кГц, о котором говорили авторы набора данных, действительно произошли изменения. С появлением дефекта заметно выросла амплитуда частоты около 250 Гц и наоборот, упала амплитуда частоты около 500 Гц. Также неисправность привела к появлению в спектре частоты примерно равной 760 Гц. Искажения спектра произошли в области частот 910-960 Гц, также выросла амплитуда частоты примерно равной 120 Гц.

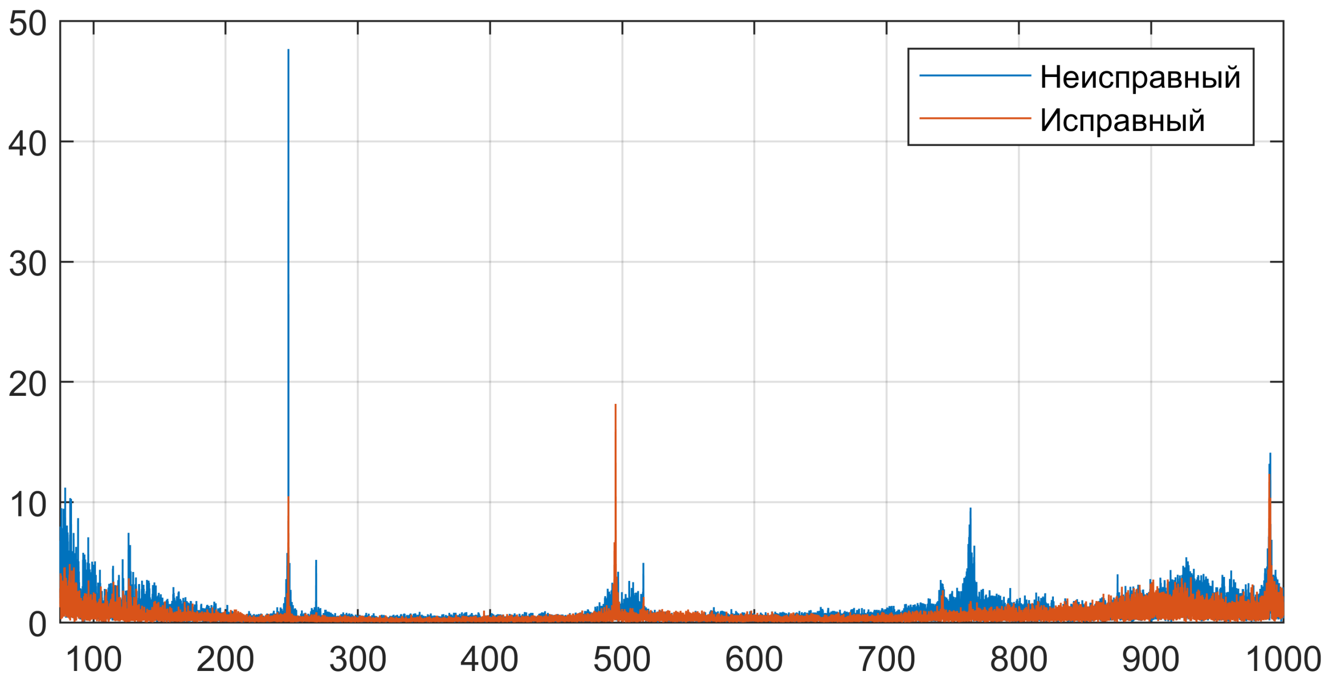


Рисунок 7.6 — Спектры сигналов вибрации

Перейдем теперь к обработке сигналов с помощью предложенной нами модификации метода матричных пучков на основе совместного анализа оценок полюсов и обратных к ним. Будем брать фрагменты в 50 отсчетов. В случае частоты 120 Гц такой фрагмент содержит три ее периода, для частот выше будем иметь большее число периодов. Будем двигаться по сигналам со сдвигом на 1 отсчет и определять частоты в текущем фрагменте. При предварительном анализе сигналов на основе их спектров стало ясно, что нужно искать около 4-5 информативных гармоник, соответствующих пикам спектров. Завысим порядок модели и возьмем его равным 12 (соответствует 6 полюсам), далее предоставим методу самому определить истинные частоты и их число, задав параметр $\varepsilon = 0.01$, как и в прошлом параграфе.

На рисунках 7.7, 7.8 представлены частоты найденные при обработке сигналов в режиме скользящего окна. Для удобства значения найденных частот представлены рядом с сигналом и можно видеть в какой момент времени в сигнале присутствует та или иная частота.

Для исправного сигнала имеем вначале длительный отклик на воздействие на 300 отсчете частотой 940 Гц, далее на 2100 – 2400 отсчетах частоту

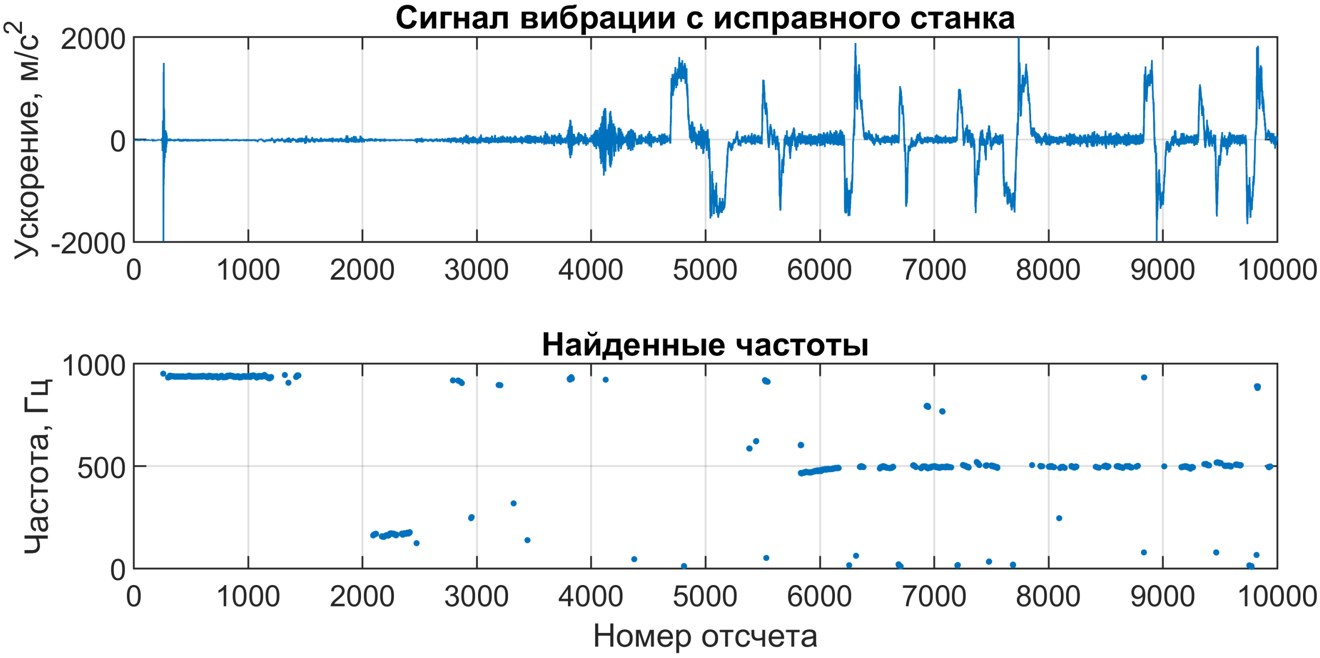


Рисунок 7.7 — Сигнал вибрации с исправного станка и найденные частоты

170 Гц. Для периодического фрагмента, соответствующего выполняемой операции OP01 имеем отклики после каждого всплеска с частотой около 500 Гц. Время от времени находятся и другие частоты, но их малое количество говорит о небольшой амплитуде и приближенности к шумовым компонентам.

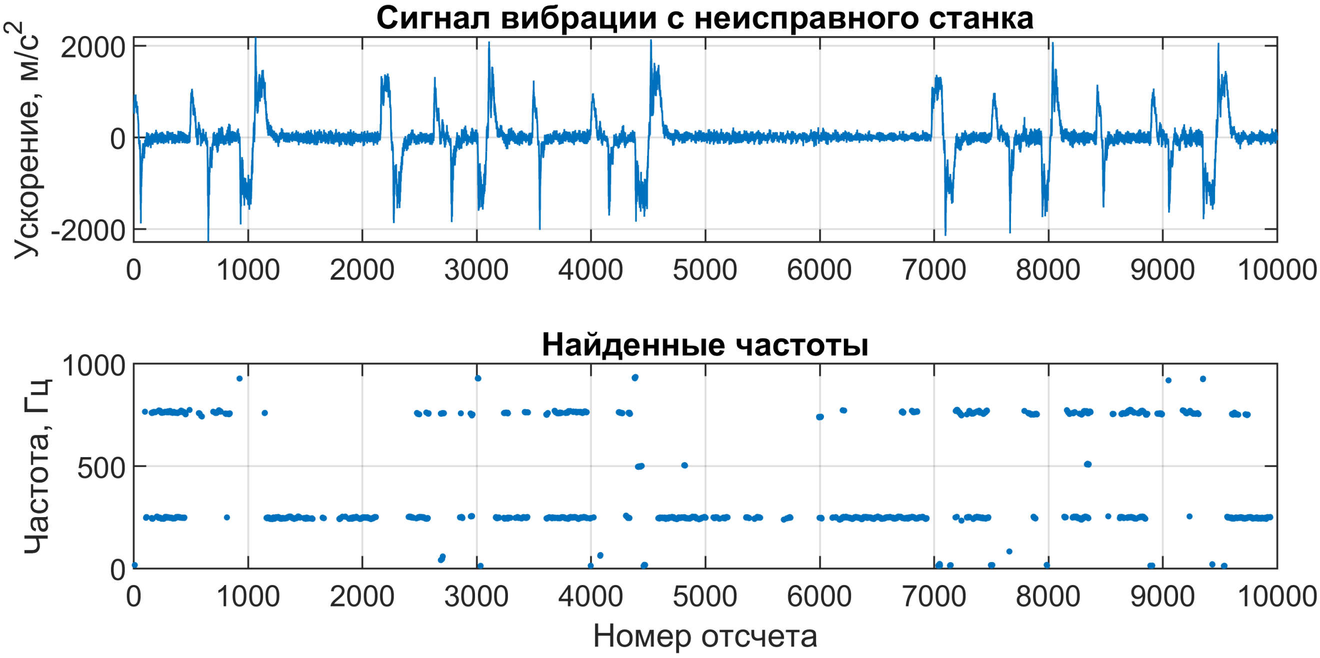


Рисунок 7.8 — Сигнал вибрации с неисправного станка и найденные частоты

Существенно другую картину мы наблюдаем при аналогичном анализе сигнала с неисправного станка. Частота 500 Гц почти не находится, теперь она сравнима с шумом, а в откликах преобладает частота 250 Гц, а также 760 Гц. Таким образом, при возникновении неисправности существенно поменялся спектральный состав сигнала вибрации. что является критерием возникновения неисправности, и разработанный нами метод позволяет это увидеть. Напомним, что мы обрабатываем фрагменты длиной в 50 отсчетов, что соответствует 0.025 секунды. Спектры Фурье, построенные на рисунке 7.6, основаны на анализе сигналов длительностью в 25 секунд, т.е. в 1000 раз большей.

При обработке рассматриваемой модификацией ММП полных записей сигналов мы находим набор частот и можем построить гистограмму, приведенную на рисунке 7.9, отражающую насколько часто находилась та или иная частота и насколько сильно она выражена в сигнале.

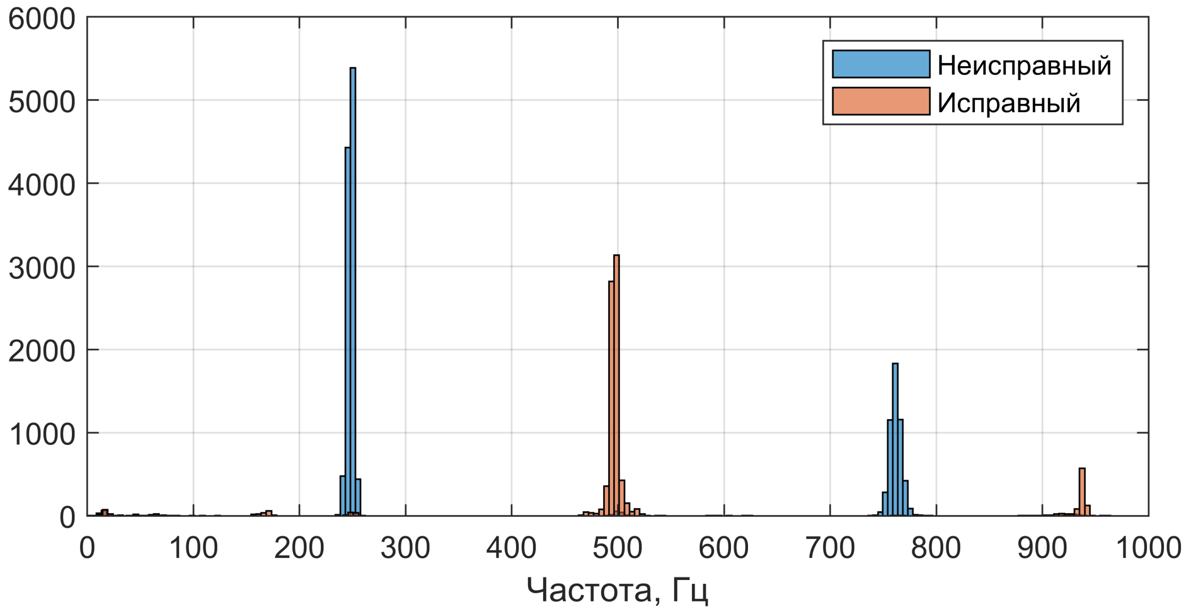


Рисунок 7.9 — «Спектры» сигналов вибрации

Такую гистограмму можно рассматривать как аналог спектра Фурье. В нашем случае самыми информативными, характеризующими тип сигнала, являются частоты 500 и 940 Гц для исправного и 250 и 760 Гц для неисправного случаев. Для дальнейшего улучшения точности и адаптации метода под задачу диагностики станка, можно сделать предварительную фильтрацию и отслеживать изменение частот и их амплитуд в конкретных интересующих диапазонах, например, с помощью рекуррентного метода матричных пучков. Отметим, что рассматриваемую в этой главе модификацию ММП нельзя сделать рекуррентной, т.к. при обработке с ее помощью сигнала в скользящем режиме число полюсов может меняться, а для рекуррентного ММП существенно наличие одного и того же числа полюсов на всем анализируемом фрагменте.

Описанная в этом параграфе схема анализа сигналов вибрации с фрезерного станка, разумеется, может быть обобщена на любой другой станок для анализа сигнала, представляющего собой последовательность случайно возникающих в моменты времени $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_M$ сумм комплексных экспонент:

$$S(t) = \sum_{s=1}^{M} \theta(t - \tau_s) \sum_{k=1}^{N} A_k(\tau_s) e^{i\varphi_k(\tau_s)} e^{(\alpha_k + iw_k)(t-\tau_s)}, \tag{7.6}$$

где $\theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$

Конкретный фрезерный станок, в зависимости от выполняемой операции и состояния, будет иметь свой набор собственных частот f_k, который можно найти по сигналу вибрации (7.6), следуя алгоритму:

Алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка:

Вход: Отсчеты сигнала вибрации с фрезерного станка:

$$S(t) = \sum_{s=1}^{M} \theta(t - \tau_s) \sum_{k=1}^{N} A_k(\tau_s) e^{i\varphi_k(\tau_s)} e^{(\alpha_k + iw_k)(t-\tau_s)}, \theta\,(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Выход: Частоты f_k.

1. Находим квазиоптимальную частоту дискретизации Fs и проводим, если нужно, децимацию сигнала.

2. Обрабатываем сигнал в режиме скользящего окна с помощью разработанного алгоритма модифицированного ММП и находим полюсы z_k. Рекомендованная длина окна такая, при которой оно содержит хотя бы 2-3 периода самой низкой частоты из частот f_k, присутствующих в сигнале.

3. На основе найденных значений $z_k = e^{(-\alpha_k + i2\pi f_k)T}$, $T = \frac{1}{Fs}$, вычисляем f_k.

Конец.

Отслеживая изменения в частотах f_k, можно диагностировать неисправность станка. Еще раз отметим ключевую особенность рассматриваемого подхода – помимо определения значений f_k, мы решаем задачу обнаружения сигнала в шуме. Классический ММП, как было показано в этой главе, не может справиться с этой задачей.

7.4 Выводы по главе

В данной главе предложена и протестирована на модельном и реальном сигналах модификация метода матричных пучков на основе совместного учета оценок полюсов сигнала и обратных к ним.

Получены следующие основные результаты:

1) Предложен критерий определения полюсов сигнала и модификация ММП на основе совместного учета оценок полюсов сигнала и обратных к ним, которая определяет число и параметры истинных полюсов в сигнале, представляющим собой последовательность случайно возникающих затухающих синусоид. Показано, что классический ММП не пригоден для работы с такими сигналами.

2) Показано, что разработанная модификация ММП способна не только определить параметры сигнала, но и обнаружить его. Метод позволяет построить частотно-временное изображение сигнала и указывает его спектральный состав в каждый момент времени.

3) Предложен алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерного станка. Эффективность алгоритма проверена на общедоступном наборе реальных данных фрезерных станков с числовым программным управлением [243]. Критерием неисправности станка является отличие спектрального состава сигнала вибрации от нормального случая, которое позволяет определить предложенный алгоритм. Технический эффект заключается в возможности быстрого определения частот вибрации для дальнейшего выявления неисправностей фрезерного станка по характерным изменениям спектрального состава вибрационных сигналов при анализе существенно меньших временных интервалов, чем требуются традиционным методам спектрального анализа.

В отличии от классического ММП разработанная модификация не подстраивает шум под сумму синусоид и находит частоты только интересующего нас «полезного» сигнала, отфильтровывая шумовые компоненты на основе введенного нами критерия и параметра ε, зависящего от уровня шума в сигнале и подбирающегося экспериментально под конкретную задачу.

Глава 8. Спектральные алгоритмы диагностики неисправностей подшипников качения

В этой главе будут предложены методы диагностики состояния подшипников качения на основе спектрального анализа их сигналов вибрации, которые тоже можно рассматривать как сумму (бесконечного числа) комплексных экспонент. Таким образом, мы продолжаем решать задачу экспоненциального анализа, однако в отличии от ранее рассмотренных параметрических методов, теперь используем непараметрические методы анализа сигналов.

Классический подход в задаче диагностики состояния подшипников по сигналам вибрации – метод анализа спектра огибающей, заключается в предварительном вычислении значений частот, отвечающих за то или иное состояние подшипника и поиске этих частот в спектре огибающей. Однако, как будет показано далее в главе, данный метод имеет низкую чувствительность, теоретически рассчитанные частоты не всегда проявляются в дефектном сигнале. Это усложняет применение параметрических методов экспоненциального анализа, например, метода матричных пучков, т.к. число частот в сигнале вибрации велико, требуется отслеживать ряд частот (которые могут и не проявить себя), что требует специфической настройки для каждой полосы частот. Все это обуславливает трудность в автоматизации метода диагностики и низкую точность.

В данной главе нами предложен метод Hybrid CNN-MLP [42] диагностики неисправностей подшипников качения на основе гибридной нейронной сети, работающей одновременно с разнородными входными данными. В качестве этих данных берутся как числовые признаки, выделенные из сигналов углового ускорения и представляющие собой мощность спектра в районе резонансных частот конструкции, так и изображения спектров Гильберта, полученные из линейного ускорения. Такой одновременный учет нескольких сигналов позволяет построить модель с большой точностью, которая однако является «дорогой» с вычислительной точки зрения. Ее высокая точность во многом определяется используемыми методами: преобразованием Гильберта-Хуанга для выделения признаков, мощной нейронной сверточной сетью для обработки изображений, которая к тому же требует большого количества данных для обучения.

Стоит отметить, что и в целом в области диагностики подшипников наметилась тенденция к сложным, глубоким моделям машинного обучения [245—

248]. Однако в реальных рабочих условиях объем доступных маркированных данных о неисправностях относительно невелик, поэтому сложную модель с хорошим обобщением и высокой точностью трудно обучить. Некоторые исследователи рассматривают необходимость альтернативных, более простых и ориентированных на приложения методов [157—159].

Поэтому далее в этой главе предложена простая модель LPC-NN нейронной сети [57], которая также демонстрирует высокую точность. Для выделения признаков использован метод линейного предсказания (LPC, Linear predictive coding) [249], фактически позволяющий хранить информацию о спектрах сигналов различных подшипников в компактной форме (в виде LPC коэффициентов). Сравнение с другими «мощными» методами в различных условиях работы показывает высокую эффективность LPC-NN метода.

8.1 Подшипники качения и сложный характер спектра их вибраций

Подшипники качения являются неотъемлемой частью опор вращающихся механизмов [250]. Они воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу или оси, и передают их на раму, корпус или иные части конструкции. От качества подшипников в значительной мере зависит коэффициент полезного действия, работоспособность и долговечность машины. Обнаружение и диагностика неисправностей подшипников является сложной и актуальной задачей, т.к. при выходе подшипника из строя происходит остановка всего механизма, что может иметь катастрофические последствия [251].

Устройство подшипника качения показано на рисунке 8.1. Различные неисправности (сколы, зазоры, износ, трещины, коррозия) возникают в разных частях подшипника: во внешнем и внутреннем кольце, сепараторе, в телах качения, возможны и комбинированные неисправности.

Повреждения подшипников в эксплуатационных условиях могут быть условно разделены на следующие группы:

– разрушения от усталости материала;
– повреждения от повышенного износа;
– разрушения, вызываемые изменениями зазоров и посадок между деталями подшипников и опорами ротора;

– повреждения из-за недостаточности или прекращения подачи смазочного материала.

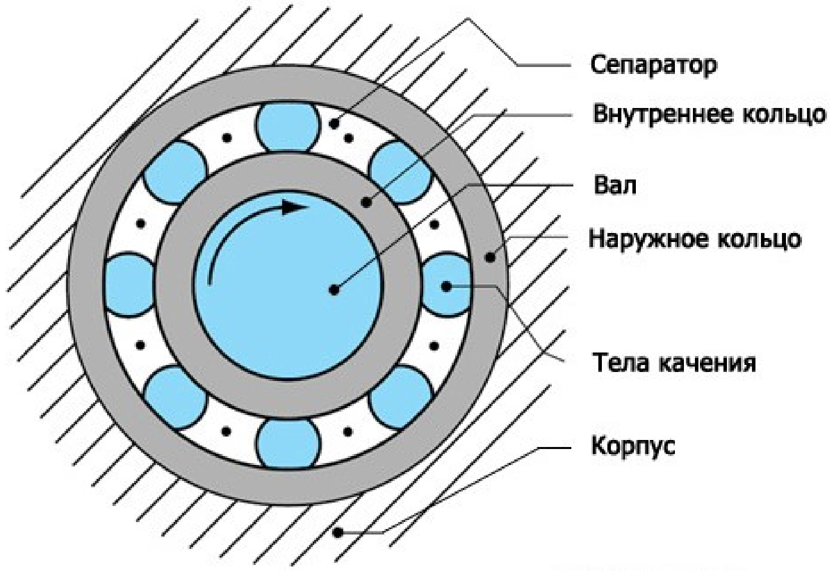


Рисунок 8.1 — Строение подшипника качения

Наибольшее распространение в области диагностики состояния подшипников получили методы, основанные на анализе вибрационных сигналов. На рисунке 8.2 представлены сигналы вибрации с подшипников с различными дефектами [252].

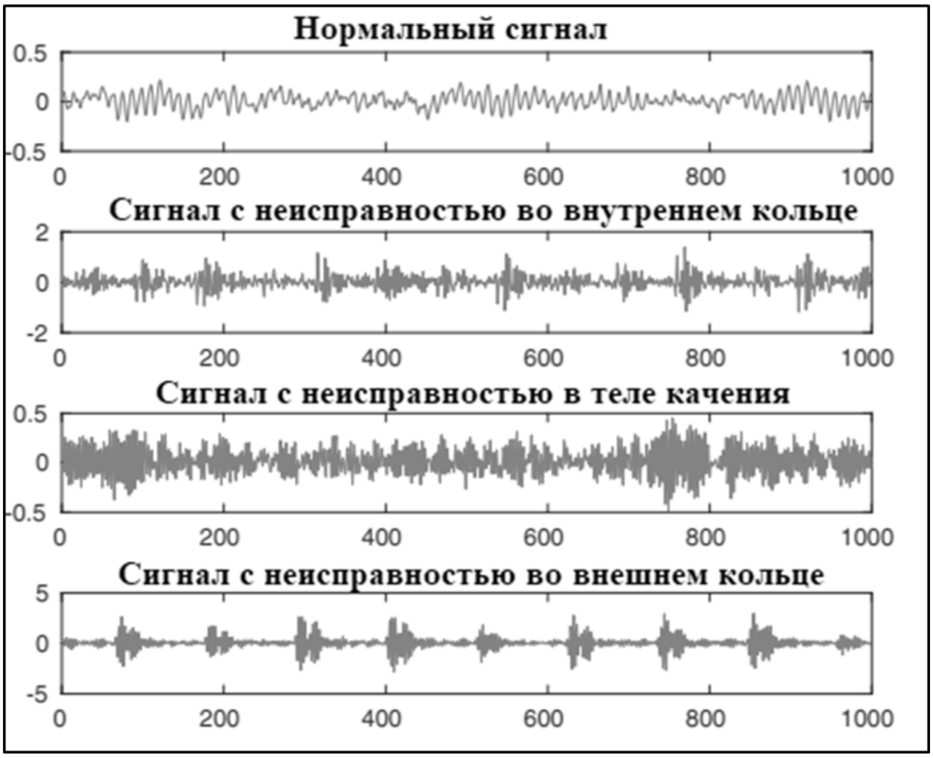


Рисунок 8.2 — Сигналы подшипника при разных дефектах [252]

Данные сигналы были взяты из открытой базы данных, полученной в лаборатории Case Western Reserve University (CWRU) [253]. Как можно видеть, наличие той или иной неисправности в подшипнике качения искажает вид его вибрационного сигнала.

Основным методом диагностики подшипников является анализ спектра огибающей, который показывает частоту повторения серии импульсных откликов — одну из «частот неисправностей» подшипника.

Частоты, соответствующие различным неисправностям, вычисляются по формулам [254]:

$$BPFO = \frac{nf_r}{2}\left(1 - \frac{d}{D}\cos\varphi\right), \tag{8.1}$$

$$BPFI = \frac{nf_r}{2}\left(1 + \frac{d}{D}\cos\varphi\right), \tag{8.2}$$

$$FTF = \frac{f_r}{2}\left(1 - \frac{d}{D}\cos\varphi\right), \tag{8.3}$$

$$BSF = \frac{D}{2d}\left(1 - \left(\frac{d}{D}\cos\varphi\right)^2\right). \tag{8.4}$$

Здесь f_r – частота вращения вала, d – диаметр тела качения, D – диаметр окружности, проходящей через центры тел качения, n – число тел качения, φ – угол контакта (угол между линией действия результирующей нагрузки на тело качения и плоскостью, перпендикулярной к оси подшипника). BPFO (Ball Pass Frequency Outer), BPFI (Ball Pass Frequency Inner), FTF (Fundamental Train Frequency), BSF (Ball Spin Frequency) – частоты отказа внешнего, внутреннего кольца, сепаратора, шарика, соответственно.

Ожидаемые компоненты в спектре огибающей сигнала вибрации с подшипника объясняются теорией Макфаддена и Смита [255]. Теоретически мы знаем, какой набор частот должен наблюдаться в спектре огибающей в том или ином случае дефекта и на основе этого можем определять состояние подшипника.

При повреждении одного из компонентов подшипника мы получим в спектре частот основную частоту, соответствующую поврежденному элементу и ее гармоники. Частоты зависят от угла контакта, поэтому любое небольшое изменение этого приведет к изменению рассчитанных частот отказа подшипника, что затруднит их идентификацию в спектре. Вызвать изменение угла контакта могут самые разные причины: несоосность, тепловое расширение, чрезмерное затягивание болтов, отслоение дорожек подшипника и т. д. Все это повлияет на эти предварительно рассчитанные частоты так, что они не будут точно совпадать с фактическими частотами, которые появляются в спектре.

Помимо основных частот возбуждения, приведенных выше, в подшипниках качения возбуждается масса комбинационных частот, являющихся результатом взаимодействия вращающихся и неподвижных источников колебаний, обусловленных дефектами контактирующих поверхностей [256]. Из-за одновременного взаимодействия нескольких дефектов возможна многократная модуляция сигналами разных частот. Так, например, дефект сепаратора возбуждает модуляционные компоненты:

$$k \cdot BPFO \pm m \cdot FTF$$

в окрестности гармоник частоты $k \cdot BPFO$. Дефект внутреннего кольца возбуждает частоты взаимодействия с наружным кольцом:

$$k \cdot BPFO \pm m \cdot BPFI$$

и с телами качения:

$$k \cdot (BPFI - FTF) \cdot n.$$

Возможны также различные комбинации этих и других составляющих, в результате чего в спектре вибраций появляются комбинационные частоты вида:

$$k \cdot BPFI \pm m(q \cdot BPFO \pm p \cdot BPFI),$$

$$k \cdot BPFO \pm m(q \cdot BPFI \pm p \cdot FTF).$$

Всюду выше k, m, p, q – целые числа. Возможны и другие комбинации частот возбуждения [257].

Сложный характер спектра вибраций подшипников качения, наличие большого числа комбинационных частот создают определенные трудности при диагностировании состояния подшипниковых узлов, если для формирования диагностических признаков неисправностей подшипников использовать только данные обычного спектрального анализа вибраций. Кроме того, часто оказывается, что в сигнале присутствуют не все теоретически рассчитанные частоты и гармоники. Например, на рисунке 8.3 показан спектр сигнала вибрации подшипника с дефектом внутреннего кольца [42]. Спектр содержит гармоники, кратные

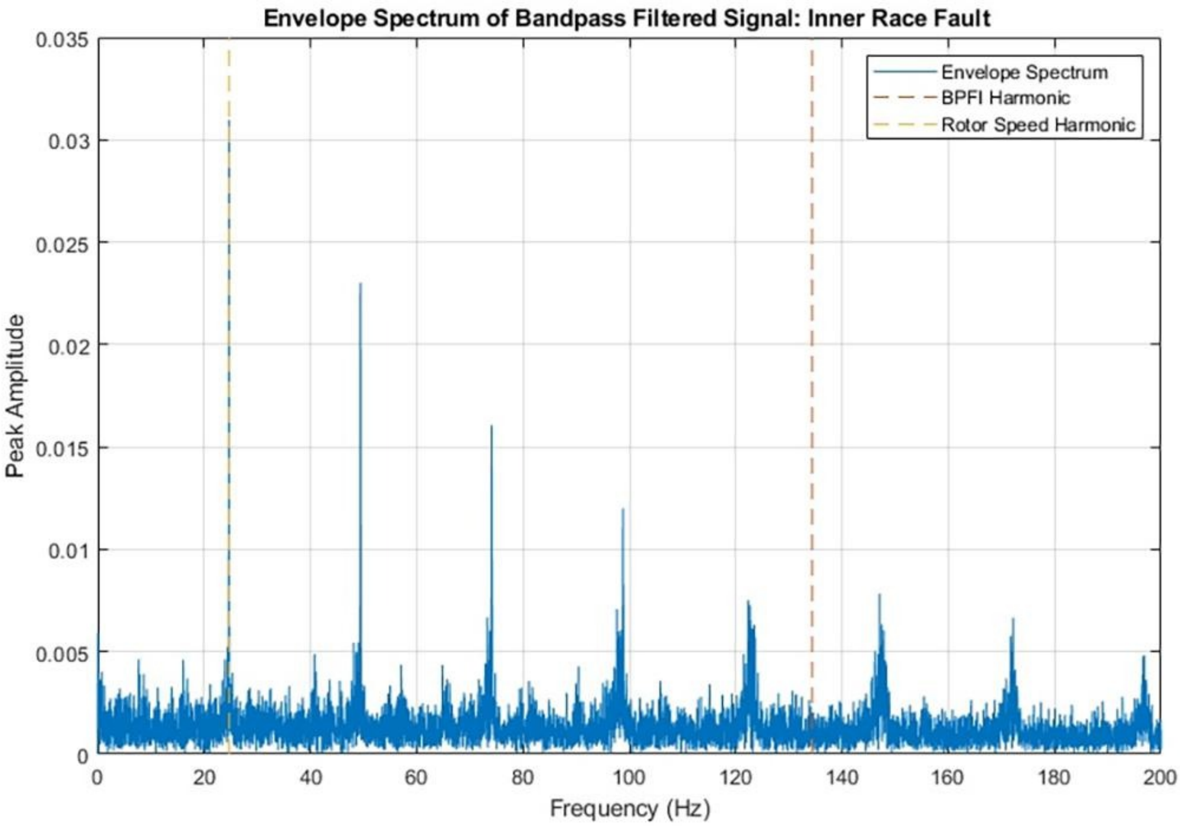


Рисунок 8.3 — Определение неисправности внутреннего кольца [42]

частоте вращения вала, сама же частота BPFI, которая должна была указать на дефект внутреннего кольца, отсутствует.

На рисунке 8.4 представлен спектр сигнала вибрации подшипника с дефектом тела качения. Частота BSF и ее гармоники, которые теоретически должны доминировать в данном случае, отсутствуют. Высокая амплитуда частоты FTF указывает на наличие дефекта, однако тип дефекта не идентифицируется.

Итак, как мы видим, рассчитанные теоретически частоты могут не наблюдаться. Достаточно часто даже при наличии в подшипнике явного дефекта в вибросигнале характерные частоты могут полностью отсутствовать, иметь сдвиг по частоте, или иметь очень малый уровень [258]. Поскольку спектральный состав сигнала вибрации дефектного подшипника сложен и, вообще говоря, неизвестен, классический метод анализа огибающей не может успешно применяться на практике. По этой же причине параметрические методы спектрального анализа, например, метод матричных пучков, не подходят в данной задаче. В отличии от рассмотренных ранее задач, где требовалось искать параметры суммы конечного числа синусоид, здесь мы имеем сигналы с богатым спектром и заранее неизвестным, очень большим (можно считать, бесконечным) числом синусоид.

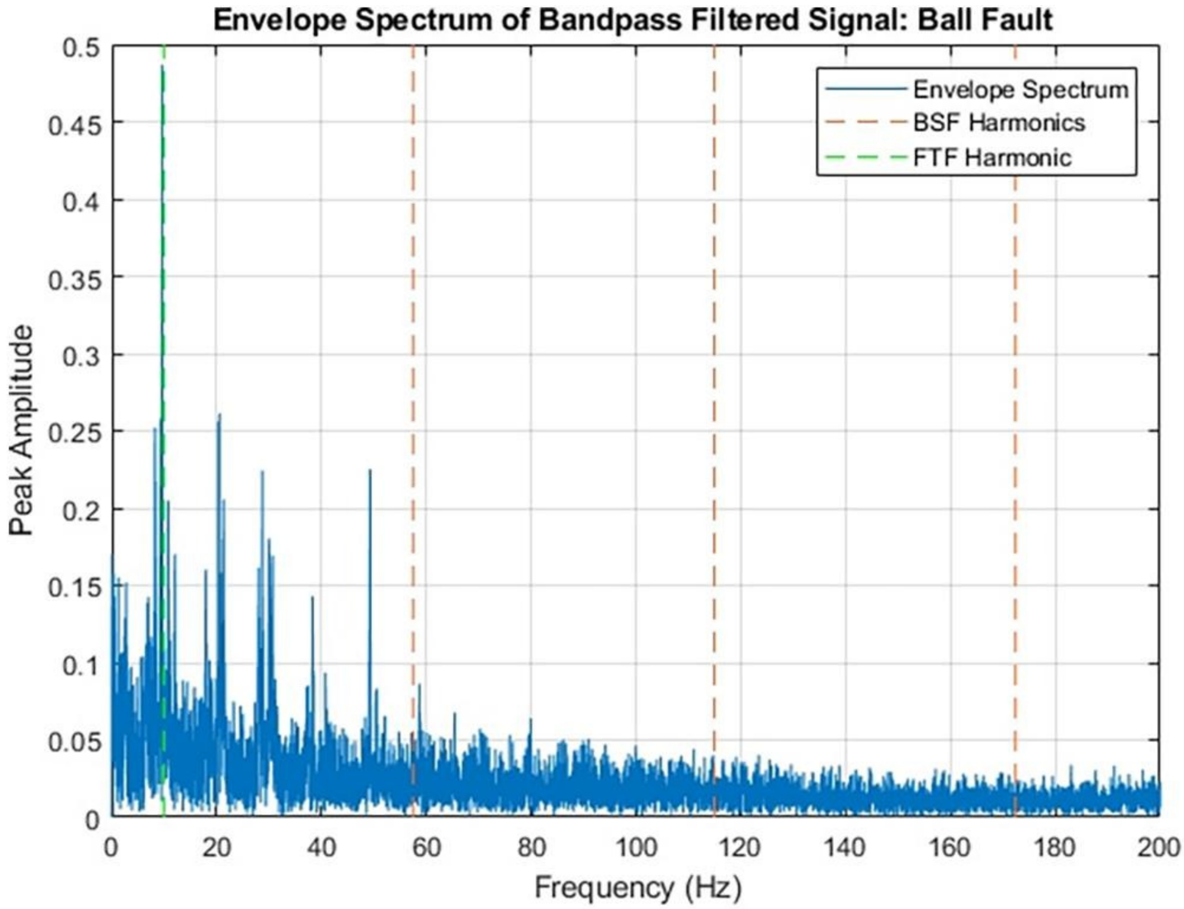


Рисунок 8.4 — Определение неисправности тела качения [42]

Для мониторинга состояния подшипников качения предложен ряд непараметрических методов. Так, например, в работе [252] сегмент сигнала вибрации преобразуется в вибрационное изображение с интенсивностью пикселя пропорциональной значению в конкретном отсчете сигнала. В работе [259] анализируются изображения спектров Фурье, а в [260] спектров Гильберта. Во всех перечисленных статьях сформированные изображения подаются на вход сверточной нейронной сети. Большую популярность приобретают гибридные модели, одновременно учитывающие разнородные признаки [261]. Например, в работе [262] на вход модели опорных векторов подаются 17 признаков, выделенных из сигналов вибрации подшипников во временной и частотной областях.

Предлагаемая нами модель гибридной нейронной сети [42] одновременно обрабатывает разнородные данные. Ее смешанный вход состоит из изображений спектра Гильберта, уже хорошо зарекомендовавших себя в задачах диагностики подшипников, и числового вектора из значений мощности спектра в районе резонансных частот. В параграфе 3.7 был подробно описан процесс получения этих значений S_1, S_2, а также показано, что они являются информативным признаком, характеризующим состояние подшипника. Перейдем к описанию построения спектров Гильберта и обучающей выборки для гибридной модели.

8.2 Алгоритм выделения информативных признаков на основе мощности спектра в районе резонансных частот и изображений спектров Гильберта

Экспериментальная установка (рисунок 3.14) содержит 1-дюймовый вал, поддерживаемый двумя подшипниковыми узлами ER-16 K от MB Manufacturing. Вал вращается двигателем переменного тока, который закреплен на валу с помощью кулачковой муфты рядом с исправным подшипником. Тахометр измеряет частоту вращения вала. Беспроводной датчик ускорения WAS закреплен на конце вала рядом с испытательным подшипником и содержит три одноосных MEMS-акселерометра ADXL-001 (Analog Devices). Подробное описание датчика WAS, расположение и ориентация акселерометров приведены в [184].

Сигналы линейного и углового ускорения были сняты с частотой дискретизации 31175 Гц. Частота вращения вала составила 20 Гц. Примеры сигналов представлены на рисунке 8.5. Видно, что при возникновении неисправности в подшипнике во временной области его вибрационного сигнала появляются периодические или квазипериодические импульсы. Также можно заметить отличие между сигналами вибрации, соответствующими различным типам дефекта. Для извлечения чувствительных к неисправности и информативных признаков из данных сигналов применяются различные подходы, использующие анализ во временной, частотной или частотно-временной области. В нашей работе критерием возникновения неисправности в подшипнике качения служит отличие спектрального состава сигнала вибрации (т.е. признаков в частотной или частотно-временной области) от нормального случая.

Анализ во временной области обычно вычисляет статистические параметры сигналов вибрации, как классические (среднеквадратичное отклонение, эксцесс), так и относительно новые TALAF, THIKAT [263], KUCR [264], INTHAR [265]. К частотному анализу относятся методы на основе преобразования Фурье [266], [259]. Частотно-временной анализ расширяет возможности частотного анализа на нестационарные сигналы вибрации и включает такие методы, как оконное преобразование Фурье [267], вейвлет-преобразование [268] и,

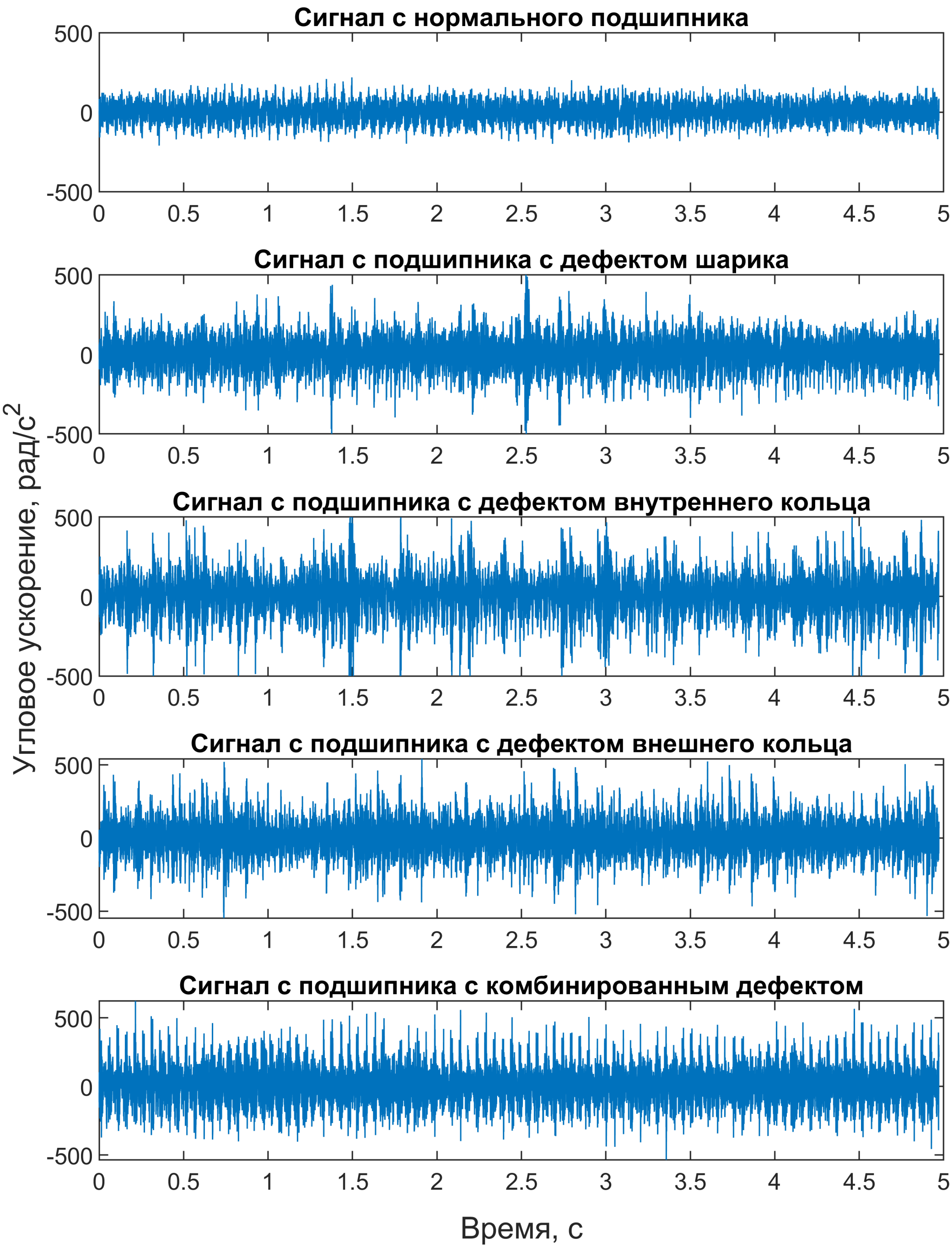


Рисунок 8.5 — Сигналы вибрации с подшипников

один из самых мощных методов [250], [269] – комбинацию эмпирического модового разложения (EMD) и преобразования Гильберта, которую мы и будем использовать. Данная комбинация получила название преобразования Гильберта-Хуанга и часто используется для выделения информативных признаков из сигналов вибрации с подшипников [270], [271].

Преобразование Гильберта-Хуанга (Hilbert-Huang transform – HHT) [272] состоит из двух этапов. На первом этапе с помощью эмпирического модового разложения находятся составляющие сигнал $s(t)$ эмпирические моды (intrinsic mode function - IMF) $x_j(t)$ и остаток $r(t)$:

$$s(t) = \sum_{j=1}^{n} x_j(t) + r(t).$$

В основе такой декомпозиции лежит построение гладких огибающих по максимумам и минимумам исходного сигнала и дальнейшее вычитание среднего этих огибающих из него. Выделенные в результате декомпозиции эмпирические моды подвергаются дальнейшему анализу с помощью преобразования Гильберта на втором этапе.

Преобразование Гильберта функции $x_j(t)$ есть функция $\tilde{x_j}(t)$, определенная следующим образом:

$$\tilde{x_j}(t) = H(x_j(t)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_j(\tau)}{t-\tau} d\tau.$$

Преобразование Гильберта позволяет найти так называемые мгновенную частоту $w_j(t)$ и амплитуду $a_j(t)$ каждой моды $x_j(t)$:

$$w_j(t) = \frac{\tilde{x_j}'(t) x_j(t) - x_j'(t) \tilde{x_j}(t)}{\tilde{x_j}^2(t) + x_j^2(t)},$$

$$a_j(t) = \sqrt{x_j^2(t) + \tilde{x_j}^2(t)},$$

после чего первоначальный сигнал может быть выражен следующим образом:

$$s(t) = \mathrm{Re} \sum_{j=1}^{n} a_j(t) e^{i \int_0^t w_j(t) dt}. \tag{8.5}$$

Здесь Re означает действительную часть комплексного выражения.

Отметим, что аналог последней формулы в преобразовании Фурье будет иметь вид:

$$s(t) = \mathrm{Re} \sum_{j=1}^{n} a_j e^{i w_j t}, \tag{8.6}$$

где a_j, w_j будут постоянными.

Отличие между уравнениями (8.5) и (8.6) очевидно: эмпирическое модовое разложение представляет собой обобщение разложения в ряд Фурье. Изменяющаяся амплитуда и частота позволяют осуществлять разложение нестационарных данных. Уравнение (8.5) также позволяет построить частотно-временное распределение амплитуды, называемое амплитудным спектром Гильберта $H(w,t)$:

$$H(w,t) = \mathrm{Re}\sum_{j=1}^{n} ba_j(t)e^{i\int_0^t w_j(t)dt},$$

где $b = 1$, если $w_j(t) = w$, иначе $b = 0$ [273].

Примеры спектров Гильберта сигналов с подшипника в разном состоянии показаны на рисунке 8.6. Различные значения амплитуды сигналов пропорциональны уровню на цветовой шкале справа. Видно, что вибрационный сигнал с нормального подшипника имеет примерно одинаковый набор частот небольшой амплитуды на протяжении всего времени наблюдений. Сигнал вибрации с подшипника с дефектом внутреннего кольца, напротив, имеет ряд периодически возникающих импульсов, которые отражаются на спектре в виде повторяющихся полос. Большие значения амплитуды сигнала проявляются на изображении спектра Гильберта яркими пикселями.

Из экспериментально полученных линейных ускорений с подшипников 5 типов (нормальный, с дефектом шарика, внутреннего и внешнего кольца, а также подшипник с комбинацией всех дефектов) были получены изображения спектров Гильберта и вектор числовых признаков следующим образом.

Из сигнала линейного ускорения выбирался фрагмент в 3897 точек, соответствующий 2,5 оборотам вращения вала. Далее применялось преобразование Гильберта-Хуанга для его перевода в частотно-временное изображение спектра Гильберта размером 32×32 пикселя. В то же время к соответствующим 3897 точкам углового ускорения применялось быстрое преобразование Фурье для того, чтобы получить значения мощности спектра S_1, S_2 в районе резонансных частот (подробно этот процесс описан в параграфе 3.7). Затем производился сдвиг на 1 оборот вала, т.е. 1559 отсчетов, и процесс получения пары изображение-числовой вектор (S_1, S_2) повторялся.

Изложим описанную процедуру в виде общего алгоритма:

Алгоритм выделения информативных признаков на основе мощности спектра в районе резонансных частот и изображений спектров Гильберта:

Вход: Отсчеты сигналов вибрации $s(t)$.

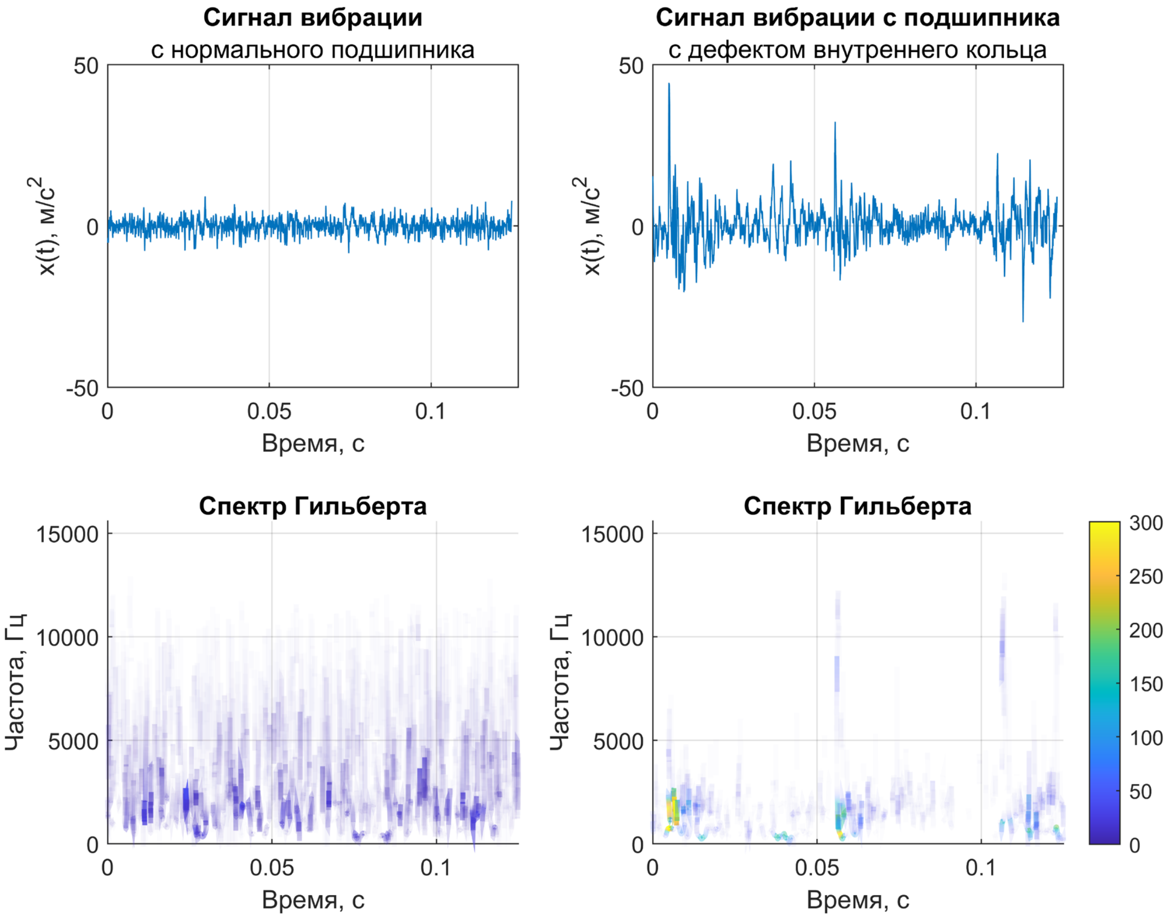


Рисунок 8.6 — Спектр Гильберта вибрационного сигнала нормального подшипника (слева) и сигнала от подшипника с дефектом (справа) [184]

Выход: Пары изображения - вектор, состоящие из изображений спектра Гильберта и числового вектора значений мощностей в районе резонансных частот.

1. Применяем преобразование Гильберта-Хуанга к $s(t)$, вычисляя эмпирическое модовое разложение:

$$s(t) = \sum_{j=1}^{n} x_j(t) + r(t),$$

преобразование $\tilde{x}_j(t)$ Гильберта сигнала $x_j(t)$:

$$\tilde{x}_j(t) = H(x_j(t)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_j(\tau)}{t-\tau} d\tau,$$

мгновенную частоту $w_j(t)$ и амплитуду $a_j(t)$ каждой моды $x_j(t)$:

$$w_j(t) = \frac{\tilde{x}_j{}'(t) x_j(t) - x_j'(t) \tilde{x}_j(t)}{\tilde{x}_j{}^2(t) + x_j^2(t)},$$

$$a_j(t) = \sqrt{x_j^2(t) + \tilde{x_j}^2(t)}.$$

2. Строим спектр Гильберта

$$H(w,t) = \mathrm{Re}\sum_{j=1}^{n} b a_j(t) e^{i\int_0^t w_j(t)dt},$$

где $b = 1$, если $w_j(t) = w$, иначе $b = 0$.

3. Определяем собственные частоты $w_r^1, \dots, w_r^K$ механизма на основе алгоритма, предложенного в параграфе 3.7.

4. Находим мощность спектра в районе резонансных частот w_r^k:

$$P_k = \int_{w_r^k - \Delta w}^{w_r^k + \Delta w} |S(w)|^2 dw,$$

где $S(w)$ – преобразование Фурье сигнала $s(t)$.

5. Формируем вектор чисел $(P_1, \dots, P_K)$.

Конец.

С помощью данного алгоритма для сигналов вибрации подшипника было сгенерировано 27900 пар изображение-вектор, которые с помощью функции train_test_split() пакета scikit-learn были разделены на тренировочный, валидационный и тестовый наборы данных. Количество образцов каждого класса в каждом из наборов представлено в Таблице 17.

Таблица 11 — Количество образцов в обучающей, валидационной и тестовой выборках

Место неисправности подшипника	**Train**	**Validation**	**Test**
Нормальный	4036	705	839
Внутреннее кольцо	4056	696	828
Внешнее кольцо	4018	746	816
Тело качения	3985	725	870
Комбинированный	4062	686	832
Всего	20157	3558	4185

Для проверки наличия кластеров в данных, набор из 27900 изображений был визуализирован с помощью метода понижения размерности t-SNE [274] (рисунок 8.7). Всего на этом рисунке 27900 точек и каждая из них соответствует одному изображению спектра Гильберта, которое после понижения размерности характеризуется всего двумя признаками (вместо $32 \cdot 32 \cdot 3$).

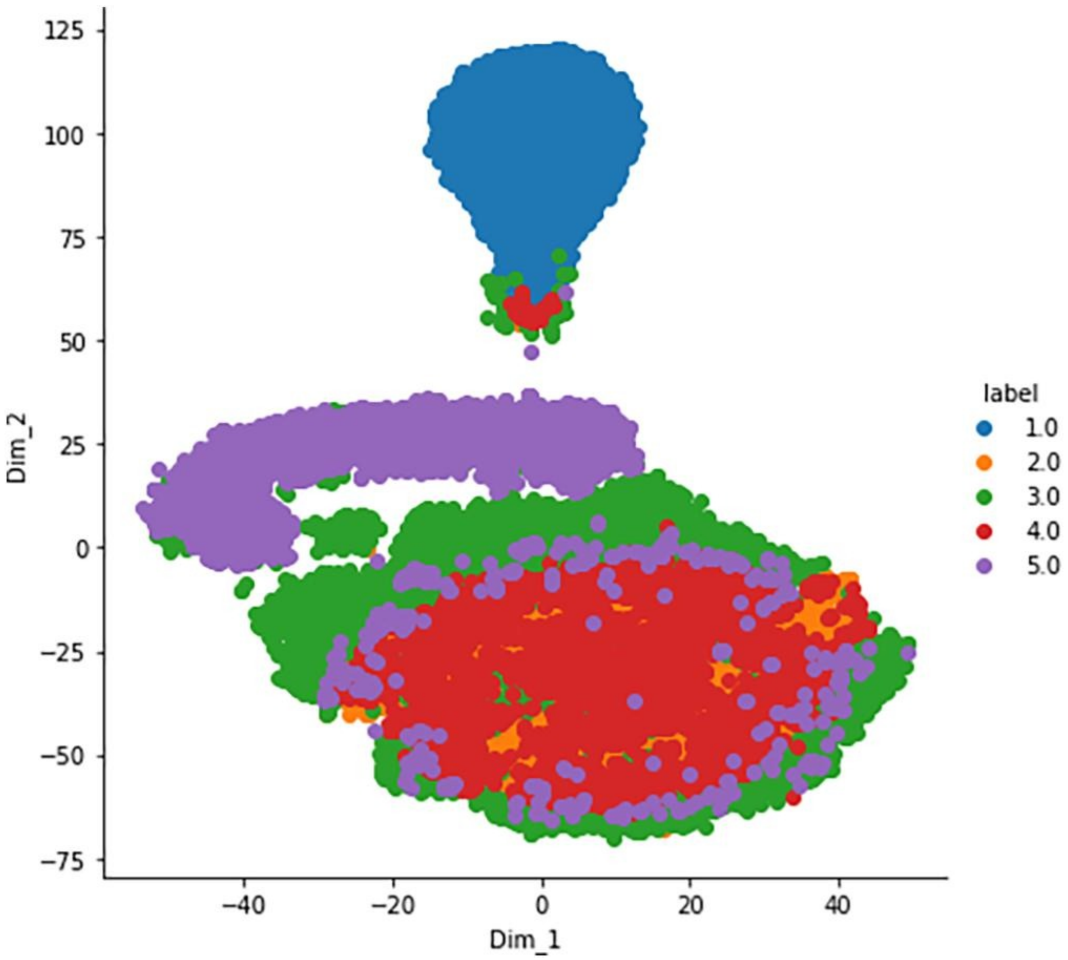


Рисунок 8.7 — Визуализация изображений спектра Гильберта с помощью t-SNE (1 – нормальный, 2 – внутреннее кольцо, 3 – внешнее кольцо, 4 – тело качения, 5 – комбинированный дефект)

t-SNE – это алгоритм обучения без учителя, не использующий в своей работе данных меток классов. В приведенной визуализации цвет наложен нами для оценки результатов, сам алгоритм t-SNE при своей работе этой информации не имел. Мы можем четко выделить только три кластера, соответствующих сигналу с нормального подшипника, подшипника с комбинированным дефектом и остальным сигналам. Таким образом, от любой модели, решающей задачу классификации нашего набора изображений, мы можем ожидать хороших результатов в определении нормального сигнала и сигнала с комбинированным дефектом и не очень хороших результатов при разделении сигналов остальных трех типов (дефект внутреннего кольца, внешнего кольца, тела качения), особенно при распознавании сигналов с дефектами внутреннего кольца и тела качения, которые соответствуют оранжевому и красному цветам и почти перекрывают друг друга на рисунке 8.7.

Таким образом, изображений спектра Гильберта недостаточно для обучения модели классификации и в качестве дополнительных информативных признаков гибридной модели мы и используем числовой вектор (S_1, S_2).

8.3 Алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid CNN-MLP со смешанным входом и его применение для диагностики неисправностей подшипников качения

В прошлом параграфе мы привели алгоритм обработки для получения информативных признаков, представляющих собой пары изображение-числовой вектор. Для работы с такими смешанными данными будем использовать гибридную нейронную сеть Hybrid CNN-MLP из двух составляющих: блока сверточной нейронной сети CNN, отвечающей за обработку изображений спектра Гильберта и блока многослойного персептрона MLP, отвечающего за обработку числового вектора. Как будет показано далее, такая модель обеспечивает более высокую точность, чем каждая из составляющих ее моделей по отдельности.

Алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid CNN-MLP со смешанным входом:

Вход: Пары изображения-вектор.

Выход: Класс объекта.

1. Нормируем данные. Разбиваем на тренировочную, валидационную и тестовую выборки весь имеющийся набор данных.

2. Задаем гибридную модель Hybrid CNN-MLP и обучаем ее на тренировочной выборке, для остановки обучения используем контроль обучения на валидационной выборке.

3. Находим выход модели для объектов тестового набора данных и определяем класс объекта.

Конец.

Для рассматриваемого нами случая с 5 классами состояния и размерностью числового вектора, равного 2, соответствующая гибридная модель приведена на рисунке 8.8.

Смешанный вход для данной модели представляет из себя пару изображение-числовой вектор, извлеченные из линейного и углового ускорений сигналов, снятых в одном и том же временном интервале. До загрузки в гибридную нейронную сеть все входные данные нормализуются в диапазоне [0, 1]. На вход

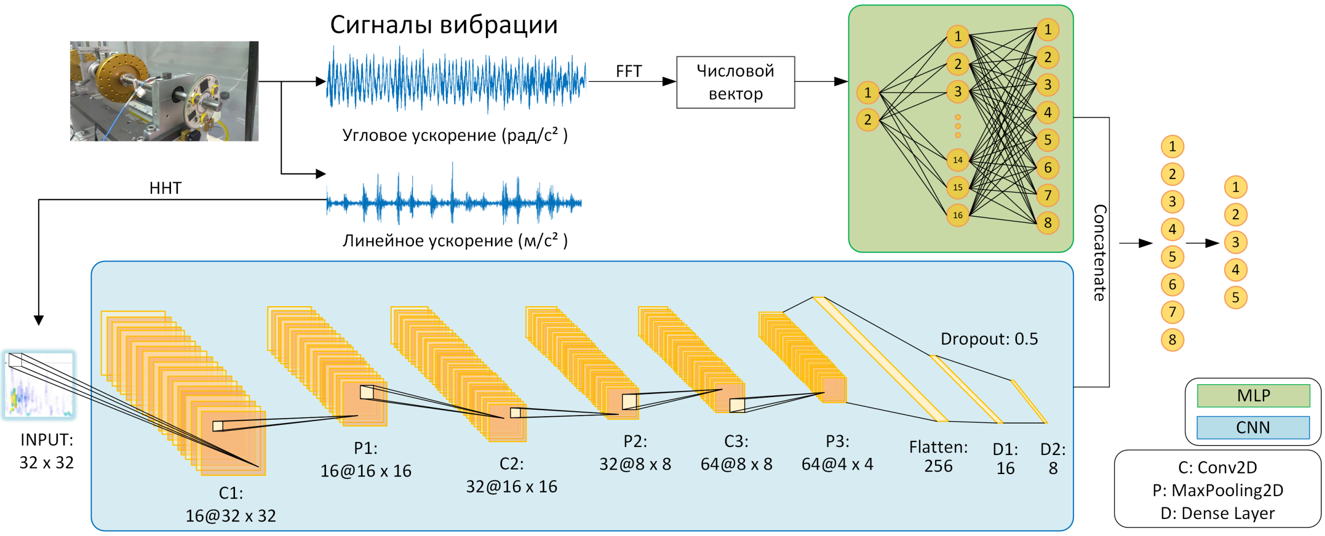


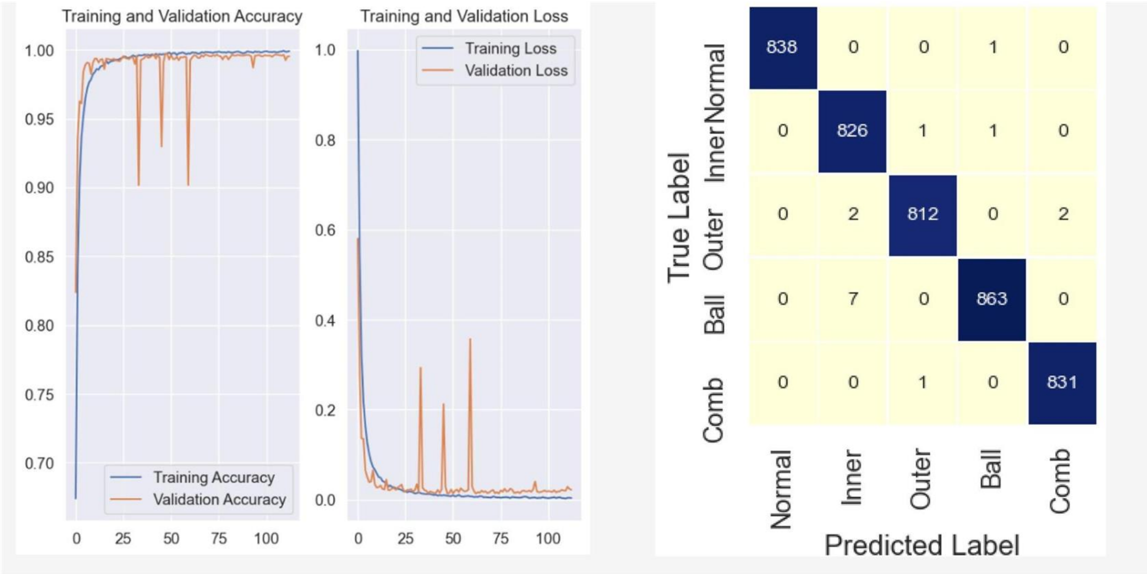
Рисунок 8.8 — Структура гибридной модели

CNN подается тензор с размерностью (32, 32, 3), на вход MLP – вектор с размерностью 2. На выходе нейронная сеть возвращает пять значений вероятности, с которой входные данные относятся к одному из пяти возможных состояний подшипника.

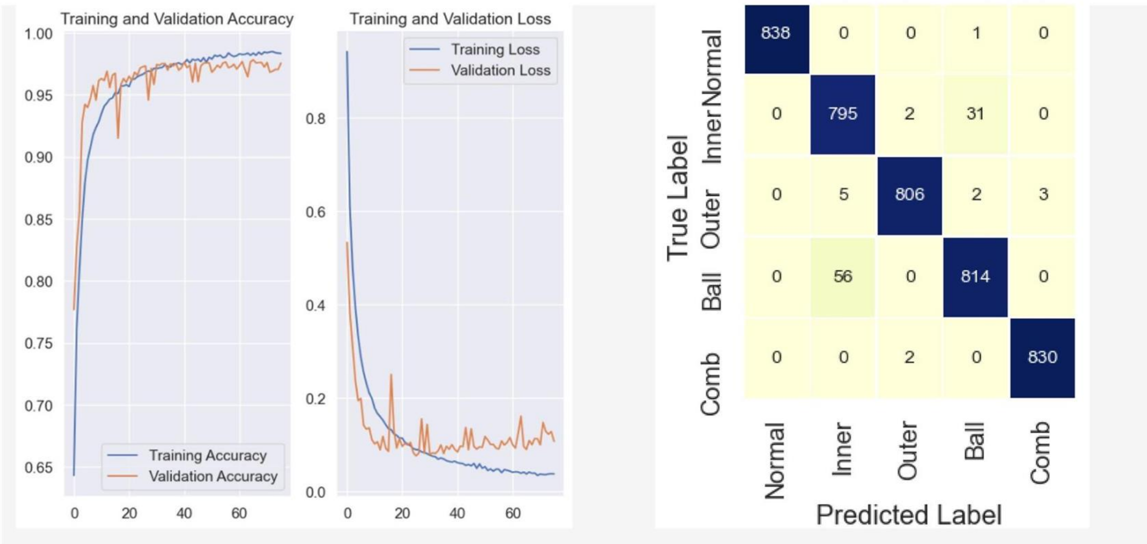
Для обучения модели был выбран оптимизатор Adam, в качестве функций активаций были взяты функции Relu, величина batch size составила 20, а в качестве функции потерь была взята категориальная перекрестная энтропийная функция (Categorical Cross entropy). Начальное количество эпох было равно 1000, но были использованы функции обратных вызовов: EarlyStopping и ModelCheck-point callbacks, благодаря чему количество эпох обучения стало меньше. Данные функции позволяют нам отслеживать значение ошибки на валидационном наборе и, если оно перестает уменьшаться, останавливать процесс обучения сети. Использовалось значение параметра patience, равное 50 эпохам.

Кривые обучения (learning curves) и матрицы ошибок (confusion matrices) представлены на рисунке 8.9. Кривые обучения показывают, как значения точности и потерь на обучающем и валидационном наборах данных изменялись в процессе обучения. Здесь обучение модели Hybrid CNN-MLP было остановлено на 112-й эпохе обучения, поскольку не было уменьшения значения функции потерь на валидационном наборе в течение 50 эпох. Модель, полученная на 62-й эпохе обучения, была взята в качестве лучшей. Далее, этой модели был предоставлен тестовый набор данных, который никак не участвовал в процессе обучения. Результаты обработки тестового набора данных представлены матрицей ошибок справа на рисунке 8.9.

Hybrid CNN-MLP



CNN



MLP

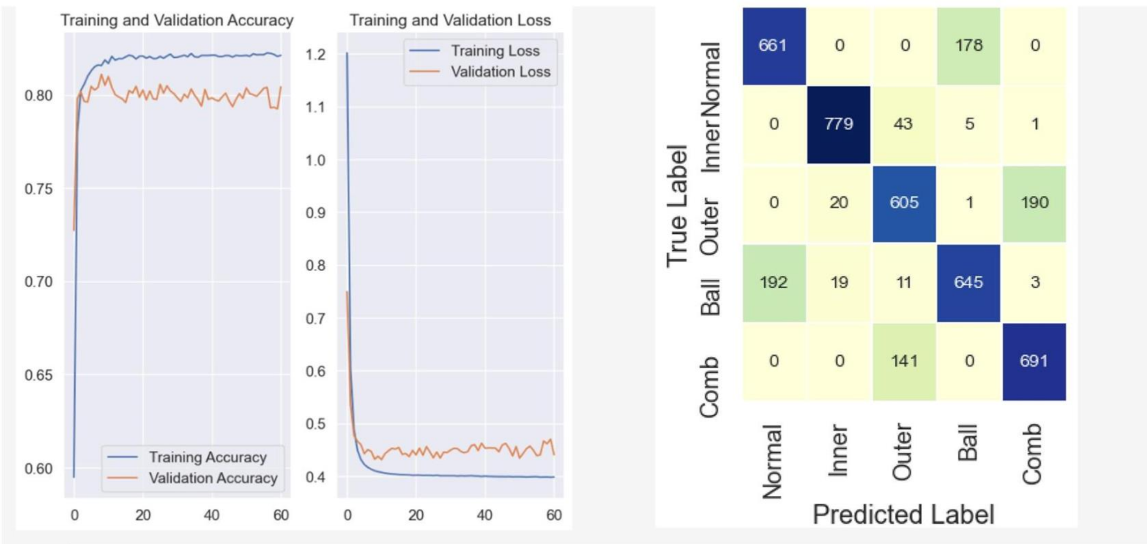


Рисунок 8.9 — Кривые обучения и матрицы ошибок [184]

Матрица ошибок представляет собой двумерный массив, сравнивающий предсказанные метки классов с истинными. Как видно, модель Hybrid CNN-MLP все нормальные сигналы, кроме одного, правильно распознала как нормальные. Один был ошибочно отнесен к классу с дефектом тела качения. Все сигналы с подшипника с дефектом во внутреннем кольце, за исключением двух (ошибочно отнесенных к классам Outer и Ball), были правильно классифицированы. Наибольшую сложность для модели представляли сигналы с дефектом тела качения, 7 из них были ошибочно отнесены к классу Inner. Всего гибридная модель допустила 15 ошибок (сумма недиагональных элементов). Напомним, что размер тестового набора данных составил 4185 образцов. Таким образом, доля правильных ответов модели составила (4185–15) / 4185 = 0,9964 = 99,64%.

Аналогично мы можем проанализировать кривые обучения и матрицы ошибок для отдельных моделей CNN и MLP. Мы также останавливали обучение, если в течение 50 эпох не наблюдалось уменьшения значения функции потерь на валидационном наборе данных, а затем оценивали точность модели на тестовом наборе. Для модели CNN наибольшую сложность также представляли сигналы с дефектом тела качения, 56 из которых были ошибочно отнесены к классу Inner. В свою очередь, 31 сигнал класса Inner был ошибочно отнесен к классу Ball. Мы предвидели трудности при разделении классов Inner и Ball ранее из анализа рисунка 8.7, полученного с использованием t-SNE для изображений спектра Гильберта.

Модель MLP работает только с числовыми признаками и ее поведение совершенно иное. Она путает нормальный сигнал с дефектом тела качения, а также дефект внешнего кольца с комбинированным дефектом. Как мы видим, модели MLP и CNN успешно дополняют друг друга и гибридная модель генерирует значительно меньше ошибок.

Стандартная метрика accuracy показывает долю правильных ответов модели. Если нас интересует более подробный анализ ее работы, то уместно рассмотреть метрики точности precision и полноты recall. Точность показывает, какая доля объектов, отнесенных моделью к некоторому классу, действительно принадлежит этому классу. Полнота показывает, какую долю объектов некоторого класса из всех объектов этого класса нашла модель. f1-мера (f1-score) учитывает оба этих параметра и находит некоторый баланс между ними:

$$f1 = 2 \cdot \frac{precision \cdot recall}{precision + recall}.$$

f1-мера будет низкой, если любая из величин precision или recall низка. Значения описанных метрик для трех тестируемых моделей приведено в Таблице 12.

Таблица 12 — Отчет о классификации

	Hybrid CNN-MLP			CNN			MLP		
	precision	recall	f1-score	precision	recall	f1-score	precision	recall	f1-score
Normal	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.77	0.79	0.78
Inner	0.99	1.00	0.99	0.93	0.96	0.94	0.95	0.94	0.95
Outer	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.76	0.74	0.75
Ball	1.00	0.99	0.99	0.96	0.94	0.95	0.78	0.74	0.76
Comb	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.78	0.83	0.80
Accuracy	1.00			0.98			0.81		

Как можно видеть, наибольшую сложность для модели CNN представляет класс с дефектом внутреннего кольца (точность 0.93). Это согласуется с результатами матрицы ошибок, где 56 примеров класса с дефектом тела качения (Ball) были ошибочно отнесены к классу с дефектом внутреннего кольца (Inner). Напротив, модель MLP хорошо справляется с определением сигналов класса Inner. Мы видим, что значения всех метрик для этого класса находятся в диапазоне 94–95%, что значительно превышает соответствующие значения для других классов неисправностей. Таким образом, MLP дополняет CNN и итоговая гибридная модель демонстрирует высокие показатели для всех метрик.

В следующем параграфе разработанный метод диагностики состояния подшипника качения применен к локализации и распознаванию неисправностей двух подшипников, закрепленных на одном вале.

8.4 Применение алгоритма для диагностики неисправностей двух подшипников качения, установленных на одном вале

В этом параграфе мы применим разработанную модель Hybrid CNN-MLP к задаче не только определения типа неисправности, но и ее локализации. Рассмотрим задачу, когда неисправность возникает в одном из двух подшипников и модели требуется определить не только тип дефекта, но и локализовать его, т.е. указать, какой именно подшипник неисправен.

На экспериментальной установке (рисунок 8.10) имитируются ситуации, когда дефекты можно наблюдать как в ближайшем к датчику WAS подшипнике, так и в дальнем. Сигналы линейного и углового ускорения снимаются с частотой дискретизации 31175 Гц. Частота вращения вала 20 Гц.

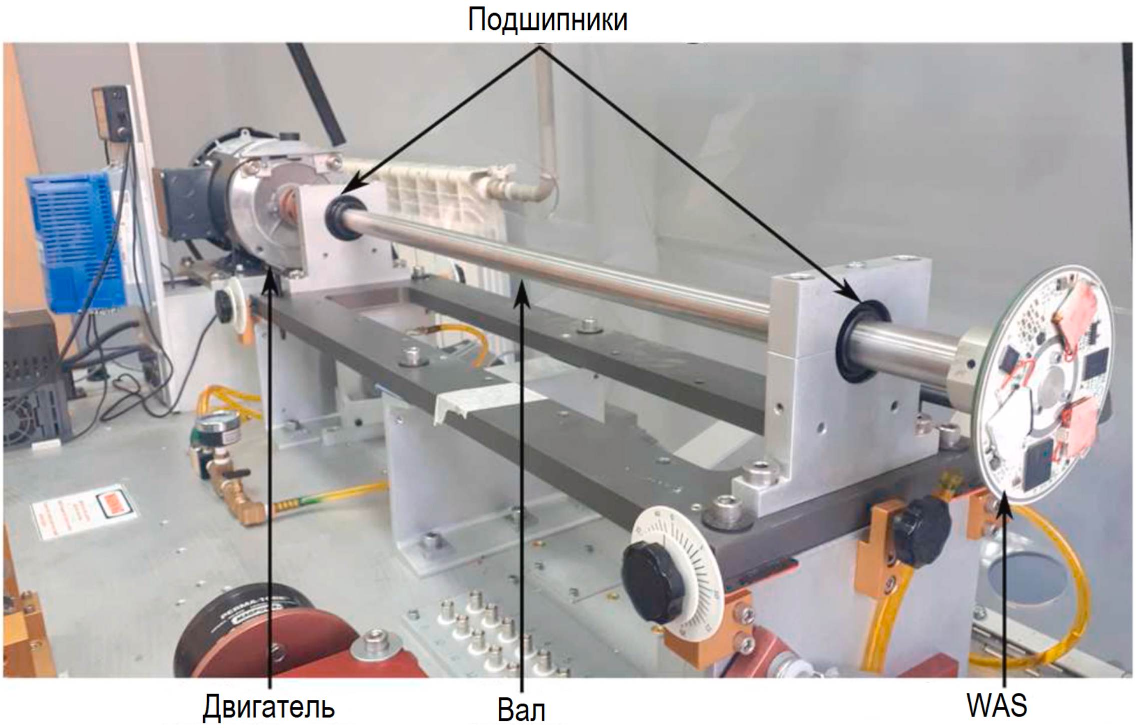


Рисунок 8.10 — Экспериментальная установка с беспроводным датчиком WAS на валу и двумя испытуемыми подшипниками

Возможны следующие типы подшипников с обеих сторон:
– исправный (Normal),
– подшипник с дефектом внутреннего кольца (Inner),
– подшипник с дефектом внешнего кольца (Outer),
– подшипник с дефектом тела качения (Ball)
– подшипник с комбинированным дефектом (Comb).

Получаем 9 возможных состояний системы, представленных в Таблице 13.

Также, как в прошлом параграфе, преобразуем снятые вибрационные сигналы линейного ускорения в изображения спектра Гильберта, а соответствующие линейные ускорения в числовые векторы (S_1, S_2), характеризующие мощность спектра в районе резонансных частот.

Таблица 13 — Возможные состояния системы двух подшипников

№	Краткое название	Левый подшипник	Правый подшипник
1	N-N	Normal	Normal
2	I-N	Inner	Normal
3	O-N	Outer	Normal
4	B-N	Ball	Normal
5	C-N	Comb	Normal
6	N-I	Normal	Inner
7	N-O	Normal	Outer
8	N-B	Normal	Ball
9	N-C	Normal	Comb

Всего было получено 8370 пар изображение-числовой вектор, объем тренировочной, валидационной и тестовой выборок составил 6046, 1068, 1256, соответственно.

Используем алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid CNN-MLP со смешанным входом, предложенный в прошлом параграфе. В этом случае имеем 9 классов состояния.

Кривые обучения и матрицы ошибок моделей Hybid CNN-MLP, CNN, MLP показаны на рисунке 8.11.

Как видно из матрицы ошибок для модели Hybrid CNN-MLP, самой сложной проблемой для нее является разделение дефектов внешнего кольца и шарика. Ошибки модели больше для дальнего (левого) подшипника. Модель отнесла 15 образцов класса B-N к классу O-N и 9 образцов класса O-N к классу B-N. Для случая ближнего подшипника количество таких ошибок составило 1 и 6, соответственно.

Отметим, что модель CNN также путает эти два класса, но ее ошибка примерно одинакова для ближнего и дальнего подшипников. Модель MLP делает относительно мало ошибок в путанице классов N-O и N-B, сильнее ошибаясь на других классах и, возможно, это и дает соответствующий вклад при объединении с CNN, приводящий к тому, что Hybrid CNN-MLP лучше различает классы N-O и N-B, чем модель CNN.

Как видно, количество случаев, когда модель неправильно определила, какой из подшипников неисправен, равно сумме элементов в правом верхнем и левом нижнем квадрантах и составляет: для модели Hybrid CNN-MLP – 9,

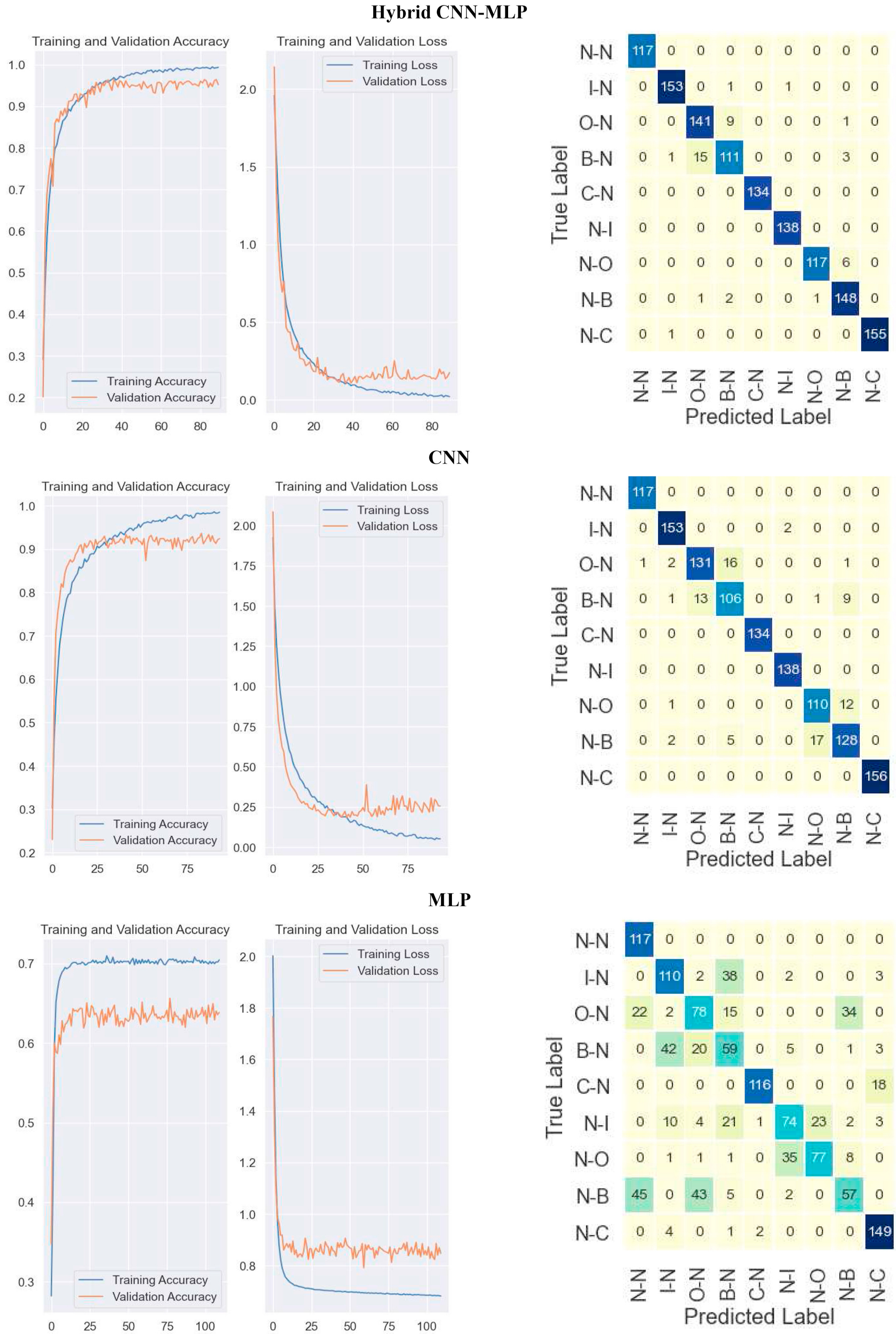


Рисунок 8.11 — Кривые обучения и матрицы ошибок [66] в задаче с двумя подшипниками на одном вале

для CNN – 21. Поскольку количество тестовых образцов равно 1256, получаем, что точность локализации, т.е. определения, какой из подшипников неисправен, составляет 99.3 и 98.3% для моделей Hybrid CNN-MLP и CNN, соответственно. Также отметим, что ни один из неисправных подшипников не был классифицирован как нормальный с помощью гибридной модели, и только один образец класса O-N был ошибочно признан нормальным моделью CNN.

Таблица 14 содержит отчет о классификации для всех моделей. Точность локализации дефекта (доля правильных ответов accuracy) составила 97, 93, 67% для моделей Hybrid CNN-MLP, CNN, MLP, соответственно. Для большей достоверности описанный эксперимент был проведен нами 10 раз, среднее значение точности моделей в этой серии экспериментов оказалось примерно таким же и составило 97, 93.2, 68.3%.

Таблица 14 — Отчет о классификации в задаче с двумя подшипниками на одном вале

	Hybrid CNN-MLP			CNN			MLP		
	precision	recall	f1-score	precision	recall	f1-score	precision	recall	f1-score
N-N	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	0.64	1.00	0.78
I-N	0.99	0.99	0.99	0.96	0.99	0.97	0.65	0.71	0.68
O-N	0.90	0.93	0.92	0.91	0.87	0.89	0.53	0.52	0.52
B-N	0.90	0.85	0.88	0.83	0.82	0.82	0.42	0.45	0.44
C-N	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.87	0.92
N-I	0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	0.99	0.63	0.54	0.58
N-O	0.99	0.95	0.97	0.86	0.89	0.88	0.77	0.63	0.69
N-B	0.94	0.97	0.95	0.85	0.84	0.85	0.56	0.38	0.45
N-C	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	0.85	0.96	0.90
Accuracy	0.97			0.93			0.67		

Итак, разработанная гибридная модель была использована для диагностики состояний двух подшипников, закрепленных на одном вале. Точность обнаружения неисправности составила 99.3%, а точность ее локализации, т.е. указания типа дефекта и того, какой конкретно подшипник неисправен, составила 97%. Результаты этого параграфа опубликованы в [66].

8.5 Алгоритм выделения информативных признаков на основе метода линейного предсказания и его применение к сигналам вибрации подшипника

Высокая точность модели Hybrid CNN-MLP во многом определяется вычислительно затратными, «мощными» методами, на которых она основана: преобразованием Гильберта-Хуанга для выделения признаков, нейронной сверточной сетью для обработки изображений. В реальных производственных условиях объем данных о неисправностях невелик, поэтому сложную модель с хорошим обобщением и высокой точностью трудно обучить.

В этом параграфе предложена вычислительно эффективная модель нейронной сети, основанная на выделении признаков с помощью метода линейного предсказания (LPC, Linear predictive coding) [249]. Традиционно метод использовался для речевых сигналов, в настоящее время он совершенствуется и применяется также к другим сигналам [275; 276].

При использовании этого метода отсчет сигнала $s(n)$ в любой момент времени представляется как линейная комбинация p предыдущих отсчетов [277]:

$$s(n) = \sum_{k=1}^{p} a_k s(n-k),$$

где p – порядок модели, а веса a_k этой комбинации вычисляются путем минимизации среднеквадратической ошибки предсказания

$$\left(s(n) - \sum_{k=1}^{p} a_k s(n-k) \right)^2$$

путем решения системы с автокорреляционной матрицей Φ:

$$\Phi a = \psi,$$

где $\varphi_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} s(n-i)s(n-j)$, $\psi_j = \varphi_{0j}$, a – столбец коэффициентов a_k.

Как мы уже отмечали, спектры сигналов вибрации с подшипников в разном состоянии имеют достаточно заметные различия (рисунок 3.18). Ключевая идея предлагаемого метода как раз и заключается в том, чтобы сохранить эту информацию о характере спектра в нескольких коэффициентах модели линейного предсказания. Отметим, что в нашем подходе модель линейного предсказания строится не для самого сигнала, а для его спектральной плотности.

На рисунке 8.12 представлен исходный спектр сигнала вибрации и его аппроксимации несколькими LPC моделями с разным числом коэффициентов. Видно, что модель с 12 коэффициентами не улавливает все особенности спектра. Модель с 100 коэффициентами мало отличается от модели с 50 коэффициентами и тоже нецелесообразна.

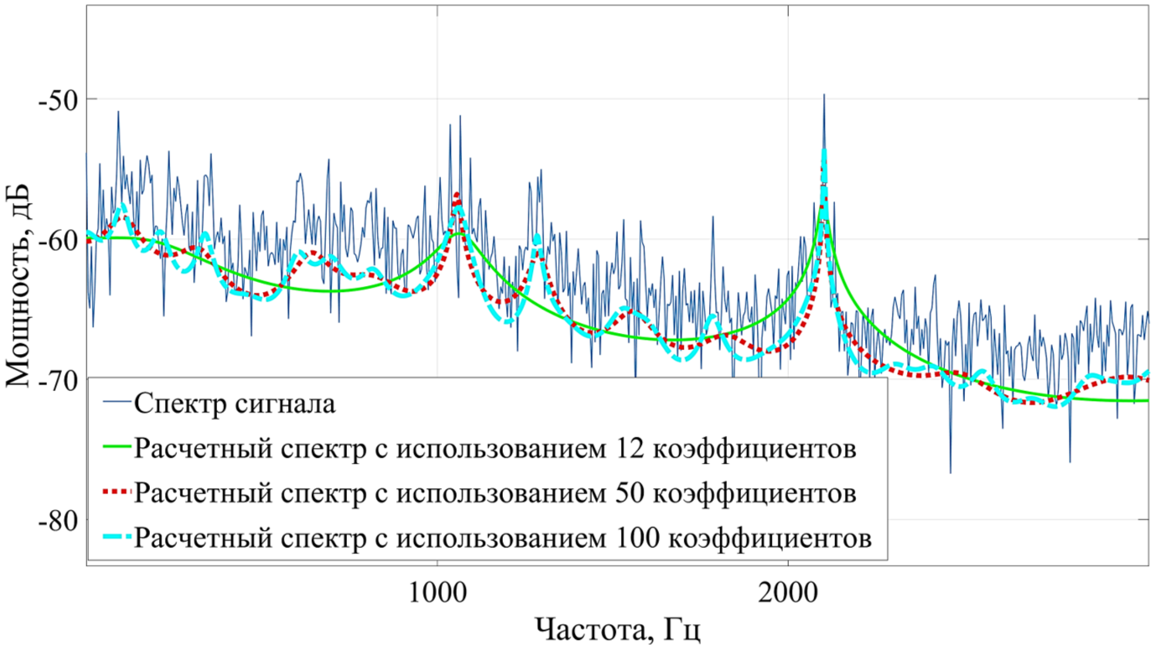


Рисунок 8.12 — Спектр сигнала вибрации и его аппроксимации LPC моделями

В качестве критерия выбора количества коэффициентов LPC модели можно предложить аналог метода локтя (elbow method), который является распространенной эвристикой в математической оптимизации для выбора точки, где убывающая доходность уже не стоит дополнительных затрат.

На рисунке 8.13 показана зависимость ошибки $|S(f) - S_L(f)|^2$ от количества LPC коэффициентов. Здесь $S(f)$ – спектральная плотность сигнала, а $S_L(f)$ – ее оценка с использованием LPC модели порядка L. Идея заключается в том, что после определенного количества коэффициентов оценка спектра уже будет достаточно хорошей и дальнейшее увеличение числа LPC коэффициентов ее существенно не улучшит.

На рисунке 8.13 для нормального сигнала и сигнала с дефектом внутреннего кольца мы видим «острый локоть»: быстрое падение сменяется плавным. Не все сигналы будут иметь такой изгиб в одном месте, поэтому стоит выбирать максимальное число. Мы в дальнейших экспериментах будем брать 50 коэффициентов.

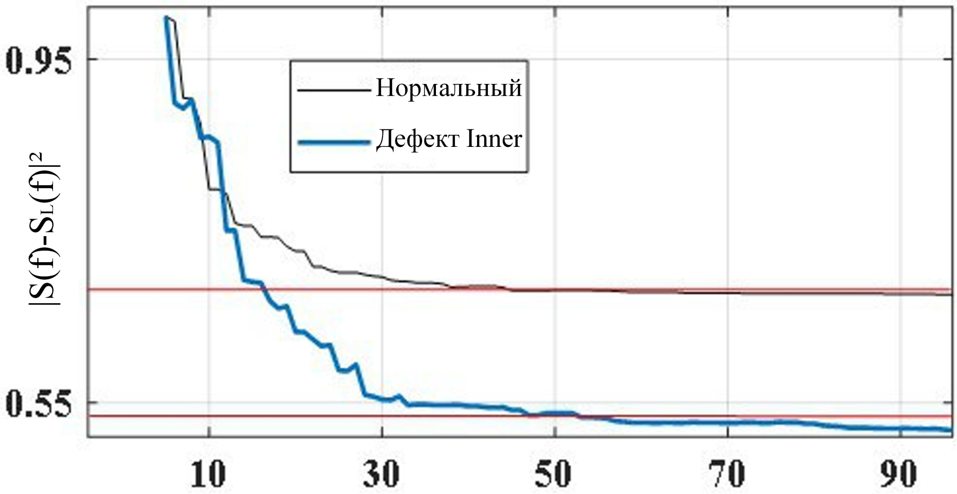


Рисунок 8.13 — Зависимость ошибки $|S(f) - S_L(f)|^2$ от числа L коэффициентов модели линейного предсказания

Другой способ выбора порядка модели – использовать критерии для моделей авторегрессии, наиболее известными из которых являются критерий финальной ошибки предсказания FPE, информационный критерий Акаике AIC и критерий минимальной длины описания MDL. В качестве порядка модели следует выбирать число минимизирующее функции потерь [278]:

$$FPE(p) = \frac{N + (p+1)}{N - (p+1)} \sigma^2,$$

$$AIC(p) = N \ln \sigma^2 + 2p,$$

$$MDL(p) = N \ln \sigma^2 + p \ln N,$$

где N – число отсчетов, σ^2 – дисперсия остатка модели порядка p.

На рисунке 8.14 показаны графики данных функций потерь в зависимости от порядка модели, построенные для нормального сигнала. Видно, что и эти критерии указывают на то, что порядок модели примерно равен 50.

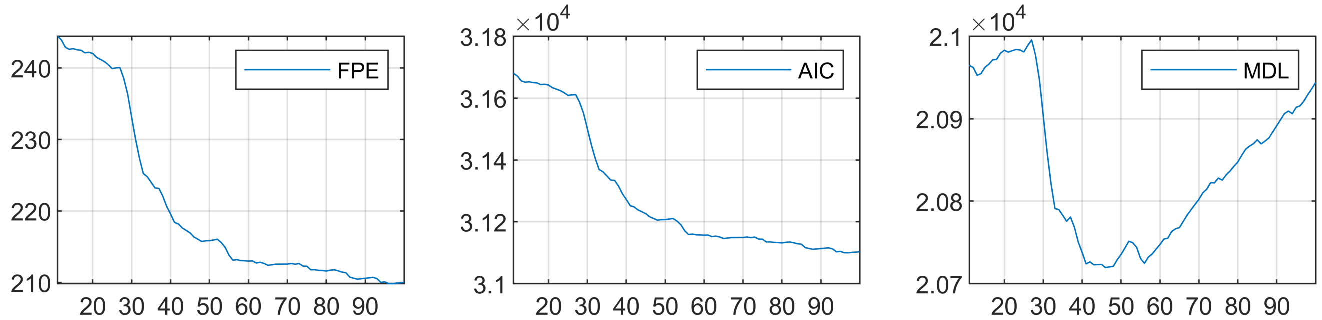


Рисунок 8.14 — К оценке порядка модели

Подведем итог и представим

Алгоритм выделения информативных признаков на основе метода линейного предсказания:

Вход: Набор сигналов $s(t)$ с диагностируемого механизма.

Выход: Соответствующий набор LPC коэффициентов для сигналов $s(t)$.

1. Строим спектр сигналов разного типа и определяем порядок LPC модели. В качестве критерия выбора порядка p модели может выступать, например, информационный критерий Акаике:

$$AIC(p) = N \ln \sigma^2 + 2p,$$

где N – число отсчетов, σ^2 – дисперсия остатка модели порядка p.

2. Находим p LPC коэффициентов a_k для каждого фрагмента сигнала

$$s(n) = \sum_{k=1}^{p} a_k s(n-k).$$

3. Формируем набор данных из LPC коэффициентов для каждого типа сигналов.

Конец.

Длительность фрагментов сигнала подбирается индивидуально в каждой задаче. В нашем случае, сигналы вибрации, описанные в параграфе 8.2, также с 50% перекрытием были поделены на фрагменты длительностью соответствующей 5 оборотам вала.

Далее был применен описанный алгоритм и из каждого фрагмента было выделено 50 LPC коэффициентов. Для оценки качества представления данных такими признаками используем метод понижения размерности UMAP [279] и отобразим их в трехмерном пространстве (рисунок 8.15).

Хорошо видно пять кластеров, соответствующих пяти возможным состояниям подшипника. Кластеры четко отделены друг от друга, что говорит о информативности выбранных признаков и успешном решении задачи классификации. Можно заметить, что небольшая часть желтых точек оказалась в классе оранжевых. Это говорит о том, что часть объектов с дефектом внутреннего кольца будут возможно ошибочно классифицированы как дефект тела качения.

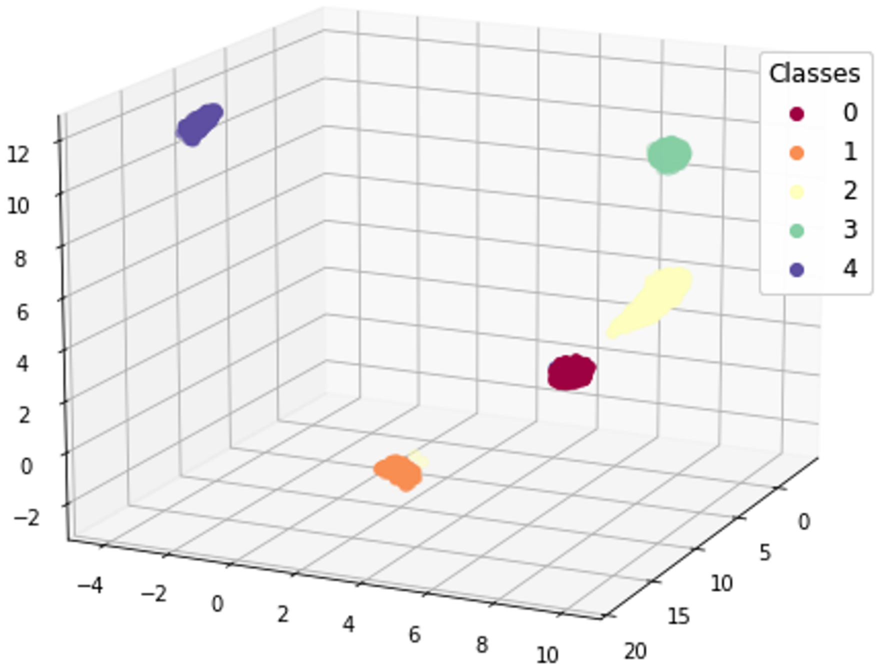


Рисунок 8.15 — Извлеченные признаки после понижения размерности методом UMAP (0 - нормальный подшипник, 1 - с дефектом тела качения, 2 - внутреннего кольца, 3 - внешнего кольца, 4 - с комбинированным дефектом)

8.6 Алгоритм обработки информации на основе полносвязной сети LPC-NN и его применение для диагностики неисправностей подшипников качения

LPC коэффициенты, полученные с помощью алгоритма выделения информативных признаков на основе метода линейного предсказания, служат входными данными для простой полносвязной нейронной сети.

Алгоритм обработки информации на основе полносвязной сети LPC-NN:

Вход: LPC коэффициенты.

Выход: Класс объекта.

1. Нормируем данные. Разбиваем на тренировочную, валидационную и тестовую выборки весь имеющийся набор данных.

2. Задаем полносвязную нейронную сеть и обучаем ее на тренировочной выборке, для остановки обучения используем контроль обучения на валидационной выборке.

3. Находим выход модели для объектов тестового набора данных и определяем класс объекта.

Конец.

Применим этот алгоритм к рассматриваемому примеру диагностики подшипников по из сигналам вибрации. Выделенные 50 признаков (LPC коэффициентов) служат входными данными для простой нейронной сети с одним скрытым слоем из 50 нейронов (рисунок 8.16), использующим функцию активации «tanh»и выходным слоем с функцией активации «softmax» для вычисления вероятностей принадлежности к каждому из 5 классов. При обучении нейронной сети применяются стандартные методы (категориальная кросс-энтропийная функция потерь, оптимизатор Adam, функции обратных вызовов Keras EarlyStopping и ModelCheckpoint с параметром patience, равным 50 эпохам). При обучении 10% данных было отложено для валидации и если в течение 50 эпох не было улучшений точности на валидационном множестве, обучение останавливалось. Далее бралась модель с наилучшей точностью на проверочном наборе.

На рисунке 8.16 показана полная схема предлагаемого метода.

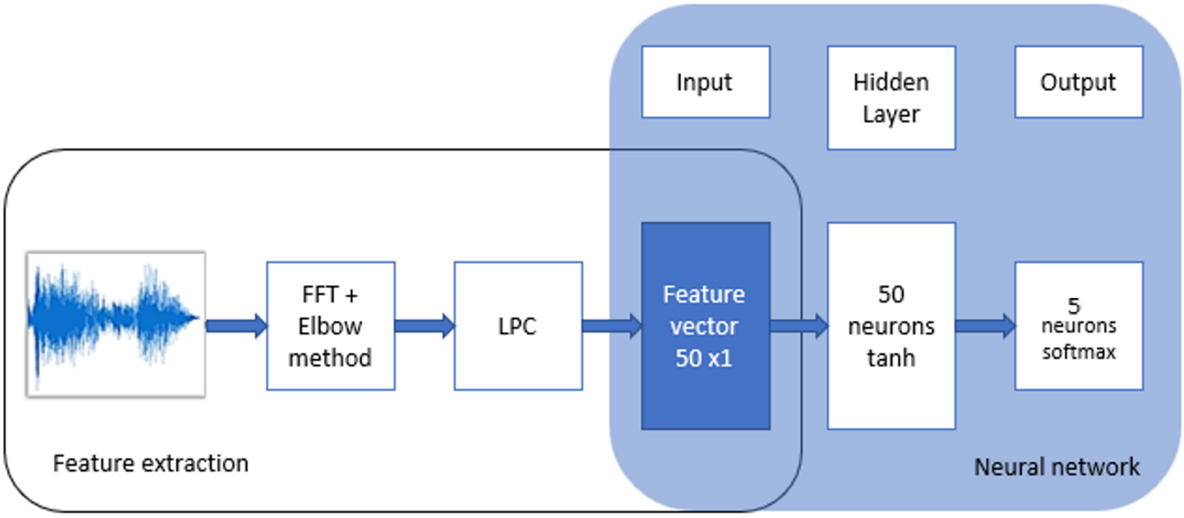


Рисунок 8.16 — Схема предлагаемого метода LPC-NN

После предварительного анализа спектра сигналов вибрации и определения методом локтя числа коэффициентов LPC модели, из сигналов вибрации выделяются признаки, которые поступают на вход простой нейронной сети, решающей задачу классификации. Протестируем работу предложенного метода.

Чтобы сымитировать ситуацию нехватки данных, ограничим объем нашего датасета тремя тысячами образцов (по 600 каждого класса, из которых по 180 мы отложили для тестирования). В таблице 15 представлены значения f1-меры для гибридной модели Hybrid CNN-MLP и предложенной в этом параграфе модели LPC-NN на тестовом датасете. Эксперименты были проведены 10 раз, в таблице указана средние значения $f1$-меры.

Таблица 15 — Значения f1-меры для моделей Hybrid CNN-MLP и LPC-NN

	Hybrid CNN-MLP	LPC-NN
Нормальный	1.00	1.00
Внутреннее кольцо	0.96	0.96
Внешнее кольцо	0.96	1.00
Тело качения	0.92	0.99
Комбинированный	0.95	0.96
Accuracy	0.96	0.98

Видно, что по сравнению с результатами прошлого параграфа, точность гибридной модели упала, т.к. теперь для ее обучения существенно меньше данных. Обе модели безошибочно отделяют нормальный подшипник от дефектного, однако с локализацией дефекта лучше справляется LPC-NN.

Сравним также модели и по вычислительным затратам.

На рисунке 8.17 представлены кривые обучения обеих моделей. Обучение регулировалось функциями EarlyStopping и ModelCheckpoint и останавливалось, если в течении 50 эпох не было улучшения точности на валидационной выборке. Видно, что модель LPC-NN потребовала меньшего количества эпох обучения.

Далее, выделение признаков для Hybrid CNN-MLP требует применения преобразования Гильберта-Хуанга и дальнейшего обучения сверточной нейронной сети. Модель LPC-NN напротив использует вычислительно простые алгоритмы выделения признаков и простейшую нейронную сеть. В Таблице 16 указано время, затраченное на выделение признаков из одного фрагмента сигнала, а также время на обучение моделей. LPC-NN сильно выигрывает по быстродействию, демонстрируя время для извлечения признаков меньшее в 500 раз, для обучения – в 15 раз. Все вычисления проводились на компьютере Intel i7-8550K 1.80GHz CPU.

Таблица 16 — Значения времени работы моделей Hybrid CNN-MLP и LPC-NN

	Время для выделения признаков, с	Время обучения, с
Hybrid CNN-MLP	0.27	278
LPC-NN	0.00051	18

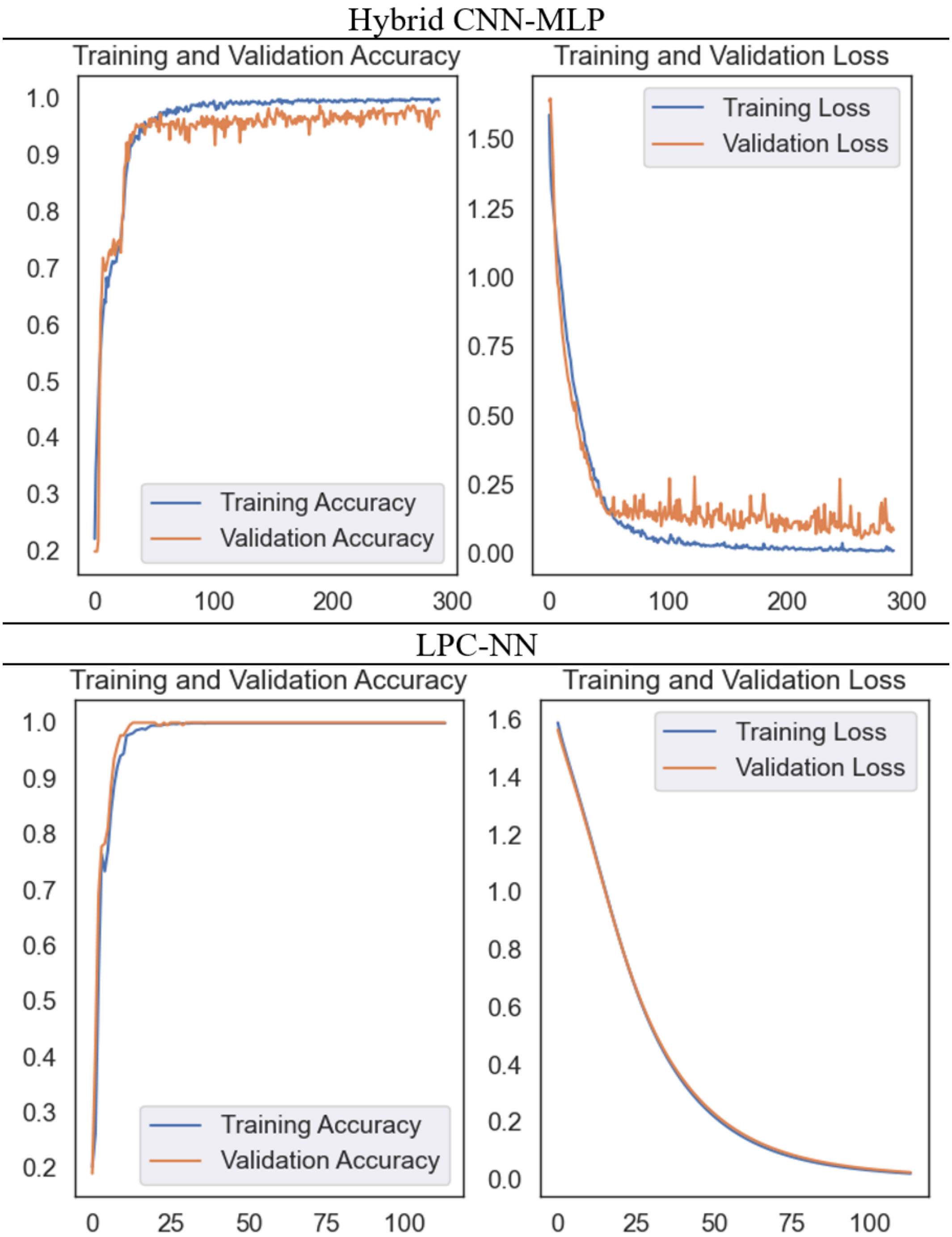


Рисунок 8.17 — Кривые обучения для моделей Hybrid CNN-MLP и LPC-NN

Итак, новый подход к диагностике подшипников качения использует для оценки спектра коэффициенты линейного предсказания, которые являются входными векторами для простейшей нейронной сети. Модель не требует большого объема данных и предсказывает тип неисправности с высокой точностью. Представленный алгоритм, в отличии от сложных моделей, предлагаемых сегодня для диагностики подшипников качения, является вычислительно незатратным и способен диагностировать промышленные неисправности в режиме реального времени, почти не уступая по точности более сложным моделям [69].

8.7 Выводы по главе

В данной главе рассмотрен случай бесконечного числа экспонент в задаче экспоненциального анализа на примере сигналов вибрации с подшипников качения. Получены следующие результаты:

1) Показано, что из-за сложного спектрального состава параметрические методы неприменимы для решения задачи экспоненциального анализа сигналов вибрации с целью диагностики подшипников качения.

2) Для диагностики подшипников разработаны алгоритмы выделения информативных признаков на основе мощности спектра в районе резонансных частот, изображений спектров Гильберта, метода линейного предсказания. Критерием неисправности является отличие спектрального состава сигнала вибрации от нормального случая, для определения которого далее используются методы машинного обучения.

3) Разработан алгоритм обработки информации на основе гибридной нейронной сети Hybrid CNN-MLP со смешанным входом, его применение в задаче диагностики подшипника показало точность 99,64% в задаче классификации состояний подшипника по результатам экспериментов. Также, по результатам экспериментов, в задаче диагностики состояний двух подшипников, установленных на одном валу, точность обнаружения неисправности составила 99.3%, а точность ее локализации, т.е. указания типа дефекта и того, какой конкретно подшипник неисправен, составила 97%. Технический эффект алгоритма заключается в обеспечении высокой достоверности диагностики за счет комбинированного анализа различных характеристик сигналов вибрации.

4) Разработан вычислительно эффективный алгоритм обработки информации на основе полносвязной нейронной сети LPC-NN. Показано, что при недостатке данных для обучения сложной модели Hybrid CNN-MLP данный метод превосходит его не только по времени работы, но и по точности. По результатам экспериментов, в задаче классификации состояний подшипника по ограниченному набору данных, время обучения модели LPC-NN в 15 раз меньше, а точность на 2% выше, в сравнении с моделью Hybrid CNN-MLP. Технический эффект проявляется в устойчивой работе алгоритма в условиях ограниченных обучающих данных при сохранении высоких диагностических характеристик.

Глава 9. Алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката с помощью автоэнкодера LSTM-CNN

В данной главе рассматривается задача диагностики состояния плит системы осевой сдвижки валков клети стана холодного проката в цехе ЛПЦ-11 ПАО ММК. Цех оснащен одним из наиболее передовых прокатных станов мирового уровня «Стан-2000», работает круглосуточно и производит 5000 тонн проката в сутки. Внеплановая остановка стана приводит к серьезным убыткам, поэтому мониторинг состояния и диагностика неисправностей его оборудования крайне необходимы. Наиболее изученными в данной области темами являются механические вибрации стана холодной прокатки [280], [281], [282], снижающие производительность и качество продукции, а также состояние и продление срока службы рабочих валков [283], [284], [285], [264]. Однако для ЛПЦ-11 наиболее актуальной является задача диагностики состояния плит клетей стана холодного проката, которая и рассматривается в этой главе.

В ЛПЦ-11 в течении каждого года регистрируется несколько десятков внеплановых замен плит по причине образования трещины, разрушения плит или ответной части — блока гидроизгиба. В ходе анализа сигналов с датчиков вибрации, установленных на плиты и блок гидроизгиба было замечено, что при зарождении дефекта плиты меняется спектр ее сигнала вибрации. Таким образом, здесь мы вновь имеем задачу экспоненциального анализа по определению параметров сигнала и их изменения. Однако, как и в прошлой главе, решить эту задачу каким-либо параметрическим методом не представляется возможным, во-первых, из-за сложного характера спектра сигнала, а во-вторых, из-за проблем со сбором данных. Установленные на плитах вибродатчики проработали всего несколько месяцев, т.к. в агрессивных условиях работы стана уплотнительные соединения в разъемах и крышках датчиков были быстро разрушены.

Для диагностики состояния плит в данной главе используются показания датчиков АСУ ТП, установленных на стане с целью управления процессом производства листового проката. После предобработки эти данные подаются на вход нейронной сети специальной структуры автоэнкодер или автокодировщик. Сеть обучается на «нормальных» данных и реагирует на изменение их характера, указывая на несоответствие работы стана нормальному режиму.

Исследование выявило тесную связь между «ошибкой реконструкции» нейросетевой модели и качеством входного подката. Некачественная геометрия входного металла приводит к экстремальным режимам работы, которые влияют на износ и накопление усталости узлов клети. Процесс зарождения и развития трещины опорных плит отражается в кумулятивной ошибке модели и превышении ею заданного порога. Разработанный метод выявил 80% поломок плит, что свидетельствует о его качественной прогностической способности. Метод был внедрен в листопрокатном цехе ЛПЦ-11 ПАО ММК.

9.1 Проблема образования трещин плит системы CVC осевой сдвижки валков клети стана холодного проката

Прокатный стан — комплекс оборудования, в котором происходит пластическая деформация металла при сдавливании его между вращающимися валками. Основной конструктивный элемент прокатного стана – клеть (рисунок 9.1). Клеть стана холодной прокатки имеет два опорных валка, которые предотвращают прогиб рабочих валков, и два рабочих валка, которые формируют профиль прокатываемой полосы. На интересующем нас стане в ЛПЦ-11 используется система профилирования CVC (Continuously Variable Crown – непрерывно изменяемая кривизна), разработанная фирмой SMS group [286].

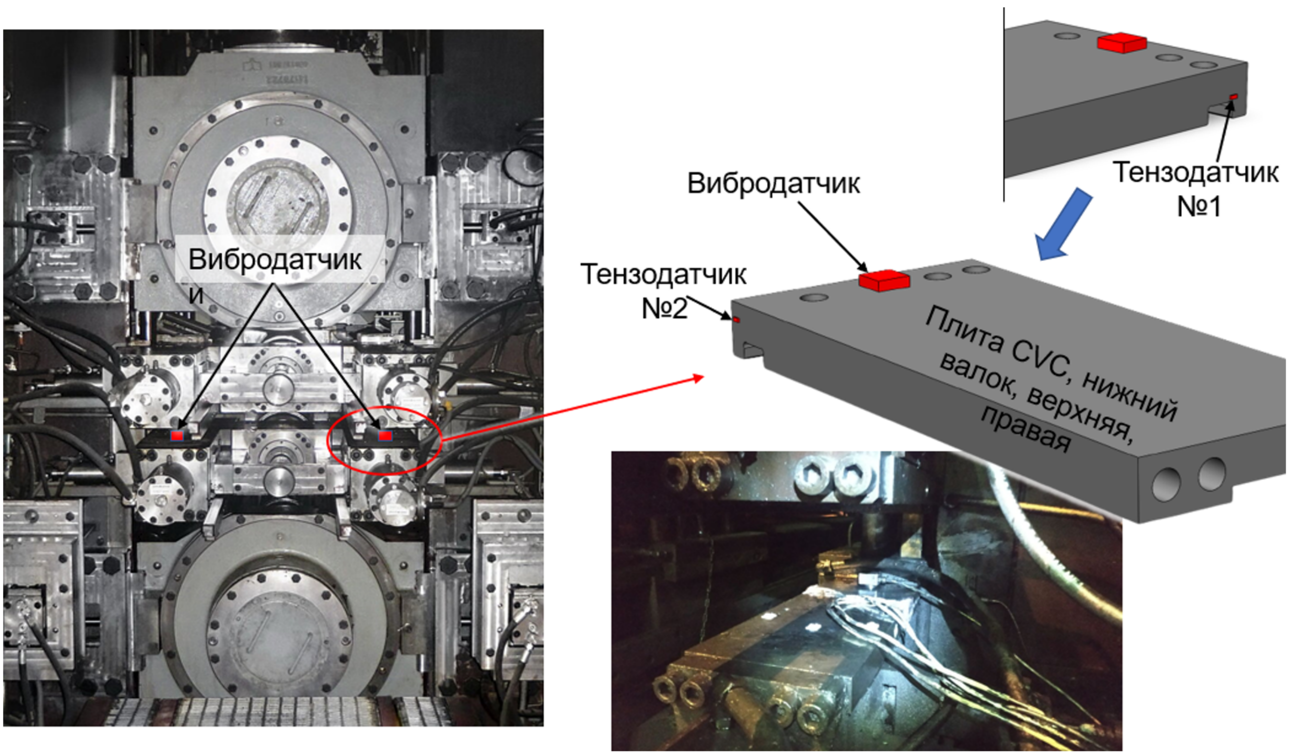


Рисунок 9.1 — Клеть и места установки вибродатчиков и тензодатчиков

Система CVC предназначена для осевой сдвижки рабочих валков. С помощью соответствующей шлифовки рабочих валков можно, сдвигая верхний и нижний валки в противоположные стороны, менять выпуклость и, как следствие, контур раствора валков. Принцип действия этой системы показан на рисунке 9.2.

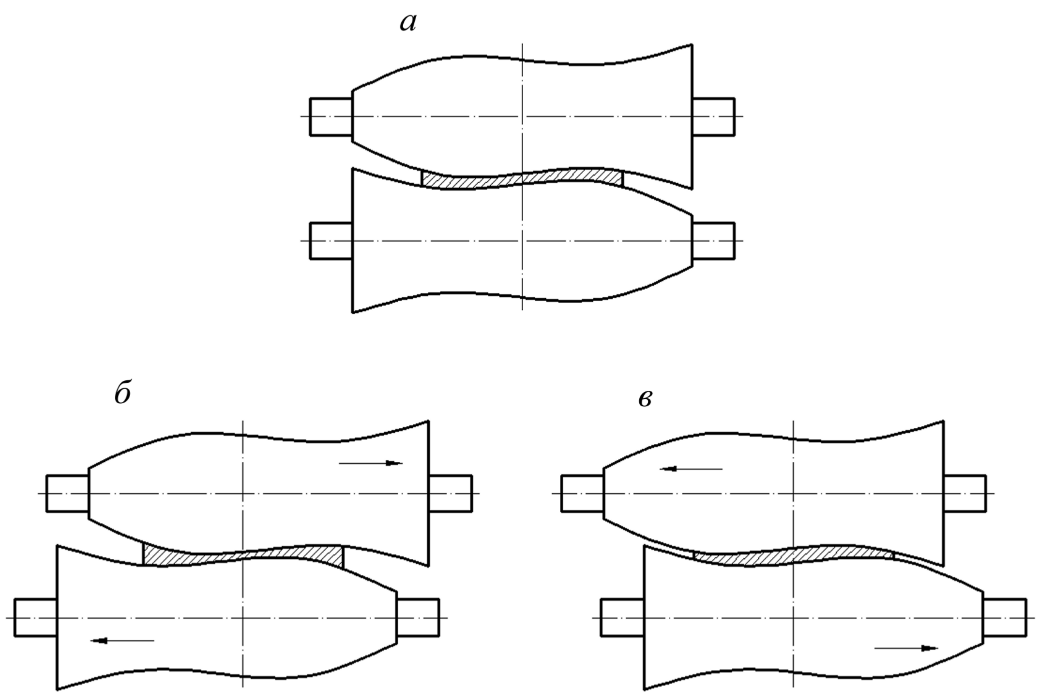


Рисунок 9.2 — Принцип действия системы CVC

При встречном осевом перемещении по схеме б (верхний валок – вправо, нижний – влево относительно исходного положения рисунка 9.2, а) поперечный профиль полосы в очаге деформации без учета действия силовых, тепловых факторов, а также износа бочек становится вогнутым, т.е. коэффициент вытяжки ее в середине становится больше, чем у боковых кромок. При встречном осевом перемещении по схеме рисунка 9.2, в (верхний валок – влево, нижний – вправо) поперечный профиль полосы становится выпуклым, т.е. коэффициент вытяжки ее в середине становится меньше, чем у боковых кромок.

Система CVC является эффективным методом контроля плоскостности и профиля прокатываемой полосы. Плиты системы CVC используются для фиксации на клети гидравлических цилиндров и направления системы перемещения рабочих валков. Постоянное давление гидроцилиндров на плиты приводит к образованию трещин в них и последующему разрыву плиты (рисунок 9.3).

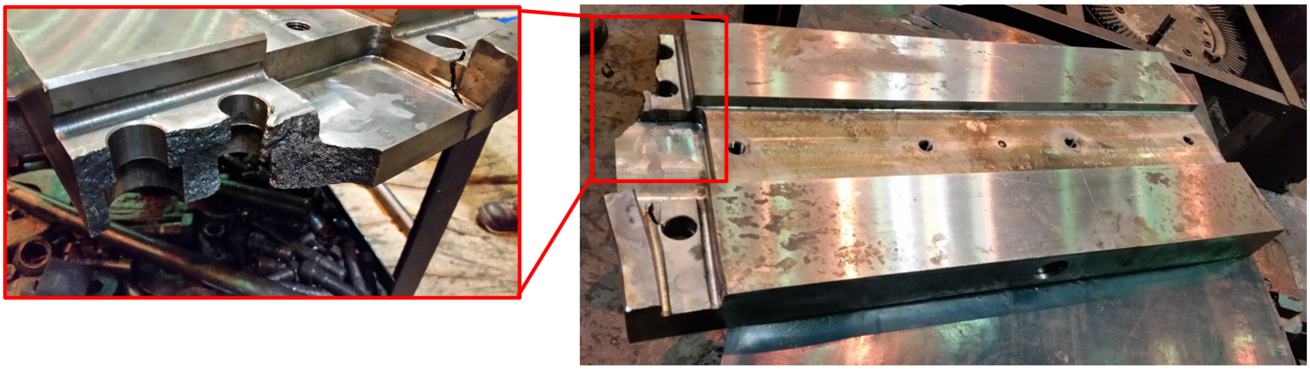


Рисунок 9.3 — Сломанная плита

В ходе исследований были проведены измерения уровня деформаций тензорезисторами в местах возникновения трещин на плитах CVC, а также сняты показания датчиков вибрации, установленных на плиты и блок гидроизгиба (рисунок 9.1). Несмотря на применение высокотехнологичных методов установки датчиков, регистрация их показаний была ограничена по времени из-за крайне агрессивных условий работы стана (наличие смазочно-охлаждающей жидкости, высоких температур). Показания тензорезисторов регистрировались только 11 дней. Уплотнительные соединения в разъемах и крышках вибродатчиков позволили им проработать только несколько месяцев. Стоит отметить, что на стане имеются энкодеры перемещения гидроцилиндров системы CVC, которые также подвержены действию агрессивной среды. Энкодеры имеют серьезные дорогостоящие средства защиты и даже несмотря на это они подвержены частой замене.

На рисунке 9.4 приведена осциллограмма показаний тензодатчиков, установленных на плитах CVC. По наличию пиков видно, что время от времени плита действительно испытывает сильные напряжения, под действием которых и происходит ее усталостное разрушение. Скачки вверх означают, что в это время в месте установки тензодатчика происходит растяжение плиты. Скачки вниз напротив говорят о сжатии плиты.

На рисунке 9.5 приведены сигналы вибрации снятые с плиты до и после образования трещины. Частота дискретизации сигналов составила 8192 Гц.

Трудно заметить какие-либо существенные отличия во временной области, однако спектр сигналов вибрации, представленный на рисунке 9.6, указывает на изменения положения и амплитуды некоторых частот: в процессе зарождения трещины плиты частота 1130 Гц сменилась на частоту 1150 Гц, увеличилась

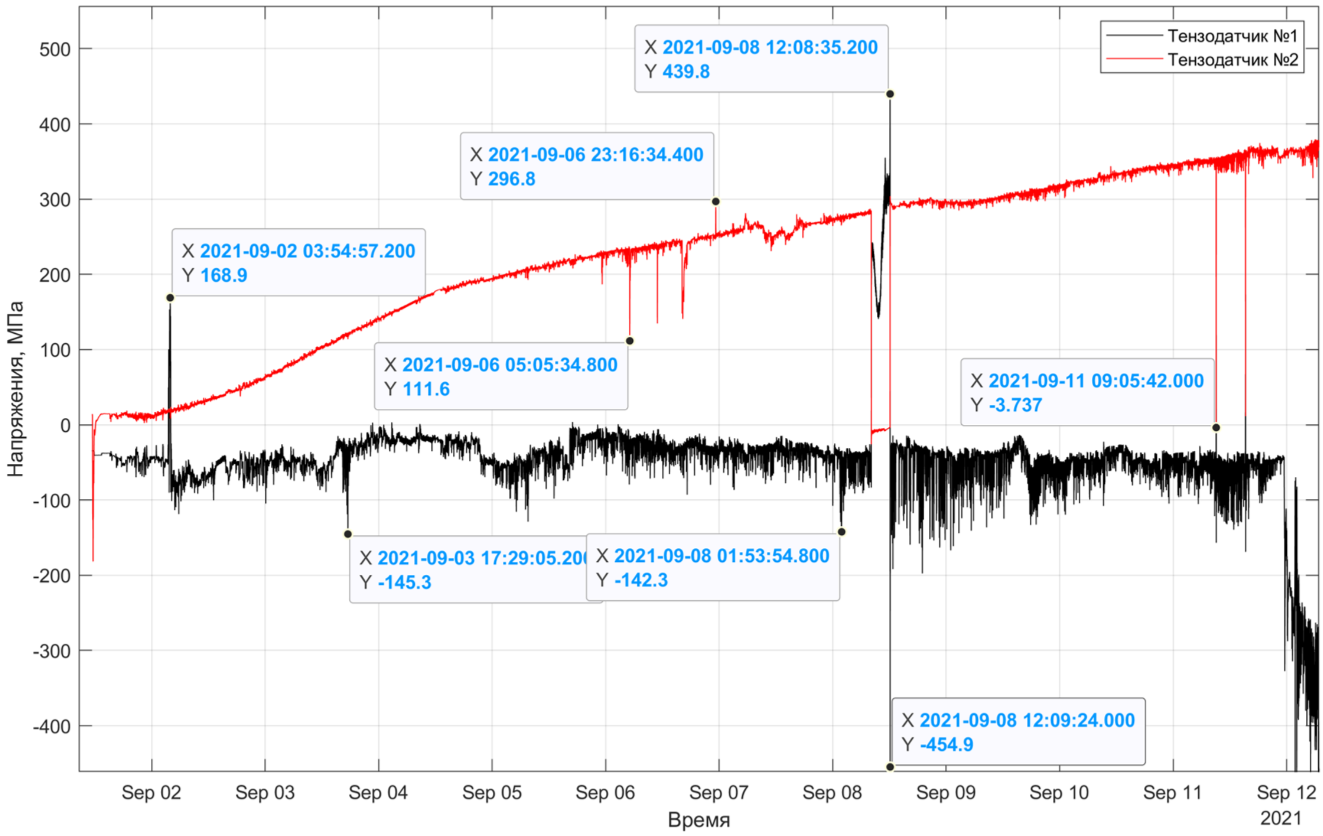


Рисунок 9.4 — Показания тензодатчиков, пересчитанные в напряжения

амплитуда частоты 2060 Гц и сильно выросла спектральная плотность сигнала в районе 550-950 Гц.

Такие изменения можно было попытаться отследить, используя какой-либо параметрический метод обработки сигналов, однако нам не удалось обеспечить стабильную передачу данных датчика вибрации из-за агрессивных условий работы стана. В связи с этим далее в работе предлагается метод на основе анализа имеющейся информации с данных датчиков АСУ ТП с помощью машинного обучения.

9.2 Предобработка данных АСУ ТП

Исходные данные предиктивной модели представляют собой показания 132 датчиков АСУ ТП стана для клети №2. Полный список датчиков с их обозначениями в АСУ ТП представлен в Приложении А. Будем далее называть показания всех этих датчиков признаками для предиктивной модели. Таблица 17 содержит примеры некоторых признаков, их номера соответствуют нумерации в полной таблице Приложения А.

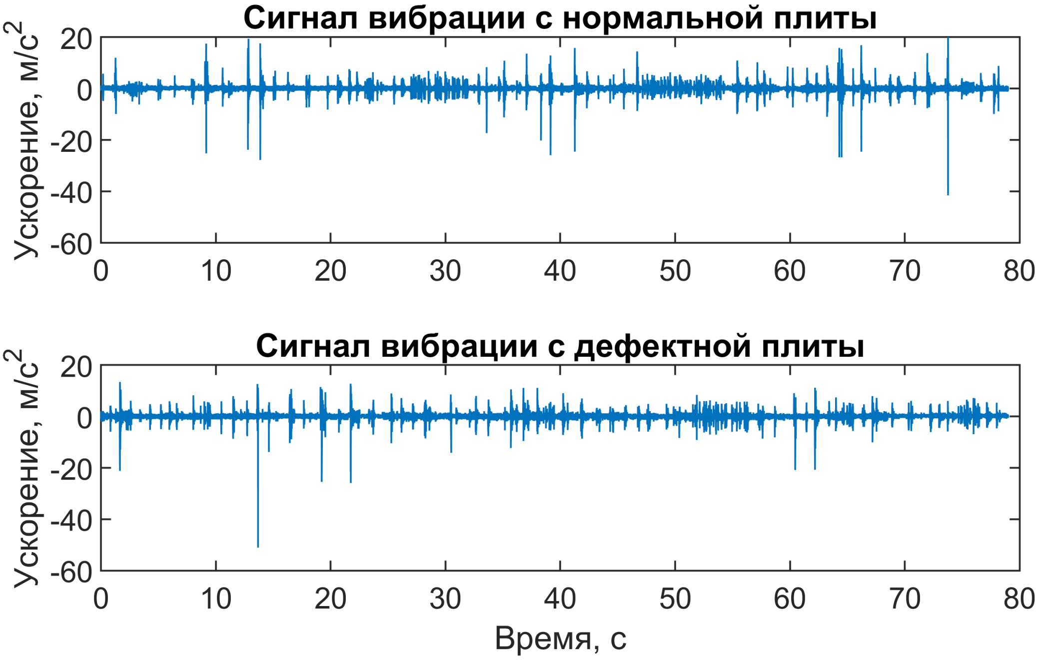


Рисунок 9.5 — Сигналы вибрации с плиты до и после образования трещины

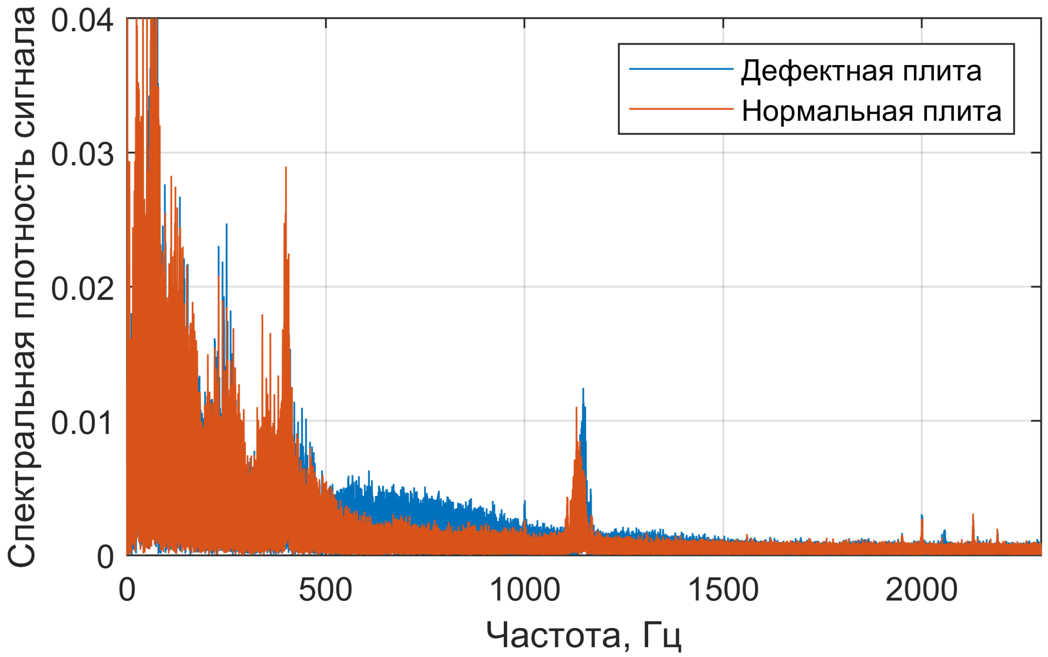


Рисунок 9.6 — Спектр сигналов вибрации с плиты

На первом этапе предобработки были найдены признаки с пропущенными, нулевыми или аномально высокими значениями, возникшими вследствие аппаратно-программных сбоев различной природы. Всего было исключено 11 сигналов. Некоторые примеры таких исключений и их причины приведены в Приложении Б.

Второй этап предобработки данных – исключение случайных выбросов и нереальных показаний датчиков, связанных с особенностями системы регистрации данных. Так, например, исключены все значения параметра зазора между

Таблица 17 — Примеры признаков с датчиков АСУ ТП

№	Обозначение датчика в АСУ ТП	Единицы измерения
4	Перемещение нижнего гидроцилиндра системы CVC	мм
5	Зазор между валками	мм
7	Усилие прокатки со стороны привода	Па
8	Натяжение со стороны входа	МПа
14	Перемещение верхнего гидроцилиндра системы CVC	мм
15	Скорость прокатки	м/с
19	Усилие прокатки со стороны оператора	Па
102	Толщина перед клетью	мм
103	Толщина после клети	мм

валками большие 10 мм, толщины листа меньшие 0,8 мм, скорости прокатки меньшие 0,05 м/с. В последнем случае – значения скорости прокатки меньшие 0,05 м/с соответствуют остановке стана, но в это время остальные датчики продолжают регистрировать данные и их показания выходят за пределы возможных значений, например, появляются отрицательные значения толщины подката. Поэтому подобные данные отфильтровывались.

Далее с целью уменьшения размерности полученных данных были найдены коэффициенты r_{xy} корреляции Пирсона признаков $X = \{x_i\}_{i=1}^n$, $Y = \{y_i\}_{i=1}^n$:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n y_i$.

Матрица корреляций приведена на рисунке 9.7. Красный и фиолетовый цвет на рисунке соответствуют значениям коэффициента корреляции ± 1, говорящими о сильной прямой и обратной линейной зависимости соответствующих признаков [287]. Красная линия по диагонали говорит о корреляции признака с самим собой. Зеленый цвет означает почти нулевую корреляцию.

Анализ полученных значений корреляции показал сильную линейную связь $|r_{xy}| > 0.98$ между некоторыми признаками, например, между скоростью прокатки, фактической скоростью на входе в клеть, на выходе из клети, скоростью вращения привода и прочими скоростями, в том числе с их «референсными»значениями (№53, 117, 125 и т.д). Из всех таких признаков

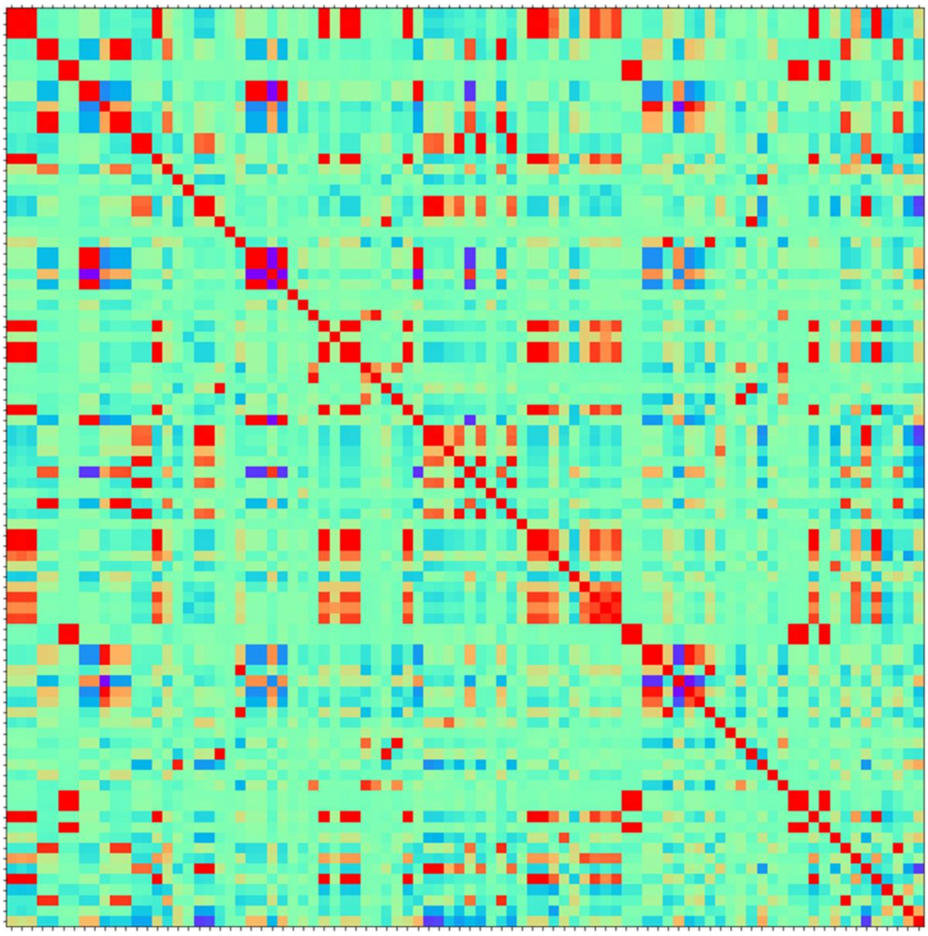


Рисунок 9.7 — Матрица корреляций между признаками

мы оставили только один – скорость прокатки. Аналогично мы рассмотрели остальные наборы коррелирующих признаков. После данного этапа осталось 40 признаков.

Дальнейшая предобработка данных проводилась методом главных компонент PCA (Principal Component Analysis) [288]. Это один из основных способов уменьшить размерность данных, потеряв наименьшее количество информации. Метод главных компонент работает как фильтр: сигнал содержится в основном в проекции на первые главные компоненты, а в остальных компонентах пропорция шума намного выше. Рисунок 9.8 показывает, сколько так называемой объясненной дисперсии, характеризующей уровень полезной информации, мы можем оставить, взяв то или иное число главных компонент. Видно, что 27 главных компонент содержат 99% всей информации. Отметим также, что для 90% нам достаточно всего 12 главных компонент.

Далее мы могли бы разрабатывать модель диагностики плит, принимающую на вход 27 главных компонент. Однако, эти главные компоненты не несут никакого физического смысла, а нам хотелось бы оперировать понятными и из-

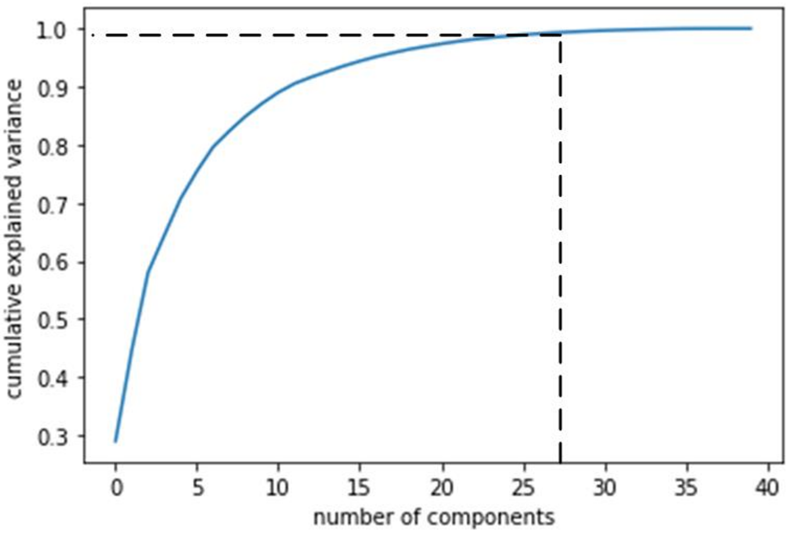


Рисунок 9.8 — Зависимость объясненной дисперсии от числа главных компонент

вестными нам признаками, являющимися показаниями каких-либо датчиков АСУ ТП.

На рисунке 9.9 представлен вклад каждого из 40 признаков в главные компоненты. Зеленый квадрат соответствует нулевому вкладу конкретного признака. Видно, что для признаков №26, 107 мы имеем полностью зеленые столбцы. Это означает, что содержащаяся в этих признаках информация не понадобилась ни одной главной компоненте. Мы поэтому отбросим эти признаки.

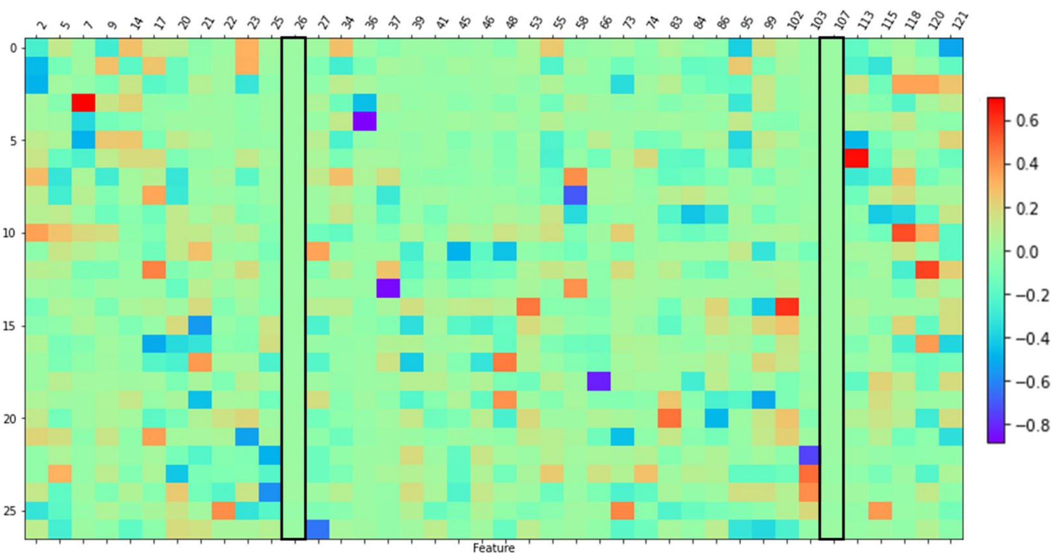


Рисунок 9.9 — Вклад каждого признака в главные компоненты

После проведенного исключения признаков, не несущих (с точки зрения метода PCA) полезной информации, мы переходим к обучению нейросетевой модели на оставшихся 38 признаках.

9.3 Обучение модели нейронной сети автоэнкодера

Для разработки модели диагностики состояния CVC-плит будем использовать рекуррентную нейронную сеть специальной структуры [289], называемую автоэнкодером или автокодировщиком. Общий принцип работы такой сети показан на рисунке 9.10.

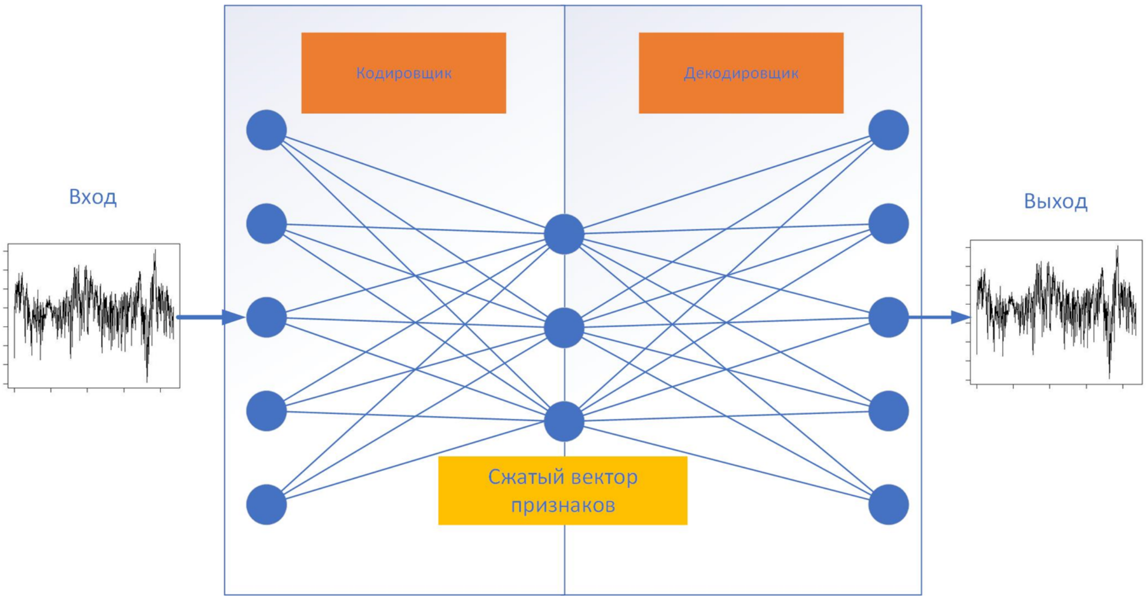


Рисунок 9.10 — Структура нейронной сети автоэнкодера

Данная нейронная сеть направлена на последовательное сжатие и восстановление исходного временного ряда. Ее вход и выход одинаковы. Для того, чтобы ошибка восстановления исходного сигнала была как можно меньше, модели нужно научиться представлять данные меньшим числом признаков, для чего ей необходимо найти «скрытое» распределение в данных. Модель, эффективно делающая это на нормальных данных, выдаст большую ошибку, когда на вход ей поступит образец с «аномальными» данными.

Для нашего случая анализа многомерного временного ряда из показаний датчиков АСУ ТП входом такой модели будут отрезки временного ряда $X_k = (x_{1k}, \ldots, x_{Nk})$, $x_{nk} = \left(x_{nk}^{(1)}, \ldots, x_{nk}^{(M)}\right)$, из M признаков и N отсчетов. В качестве ошибки восстановления входного сигнала используется средняя абсолютная ошибка MAE (mean average error):

$$\Delta X_k = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \hat{x}_{nk}^{(i)} - x_{nk}^{(i)} \right|, \tag{9.1}$$

где $x_{nk}^{(i)}$ – отсчеты i-го признака, $i = 1, \ldots, M$, $\hat{x}_{nk}^{(i)}$ – отсчеты его восстановленной версии.

Традиционно нейронная сеть автоэнкодер симметрична относительно сжатого вектора признаков, хотя это и не обязательно. Ряд недавних публикаций, например [290], [291], [292], [293], указывают на высокую эффективность сочетания кодировщика на основе одномерных сверточных слоев CNN с декодировщиком на основе рекуррентной сети LSTM. Эта модель была принята и в нашей работе.

Обучение модели проводилось на «нормальных» данных за периоды 06.05.2021 - 20.05.2021 и 07.07.2021 - 21.07.2021. Выбор такого временного промежутка обоснован тем, что в это время и в последующие 5 недель не было зарегистрировано случаев разрушения CVC-плит. В качестве валидационных данных для контроля обучения модели использовались данные с 23.02.2021 до 02.03.2021, так как в период 23.02.2021–19.03.2021 также отсутствовали замены плит. Данные были предварительно нормированы так, что каждый признак имел среднее значение, равное нулю и среднеквадратичное отклонение, равное 1. Отметим, что в случае недостатка данных для обучения, можно использовать методы аугментации многомерных временных рядов, разработанные нами в статье [56].

Значения признаков в рассматриваемом наборе данных идут раз в минуту, длина отрезков временного ряда составляет 10 минут, т.е. 10 отсчетов. Структура модели представлена на рисунке 9.11.

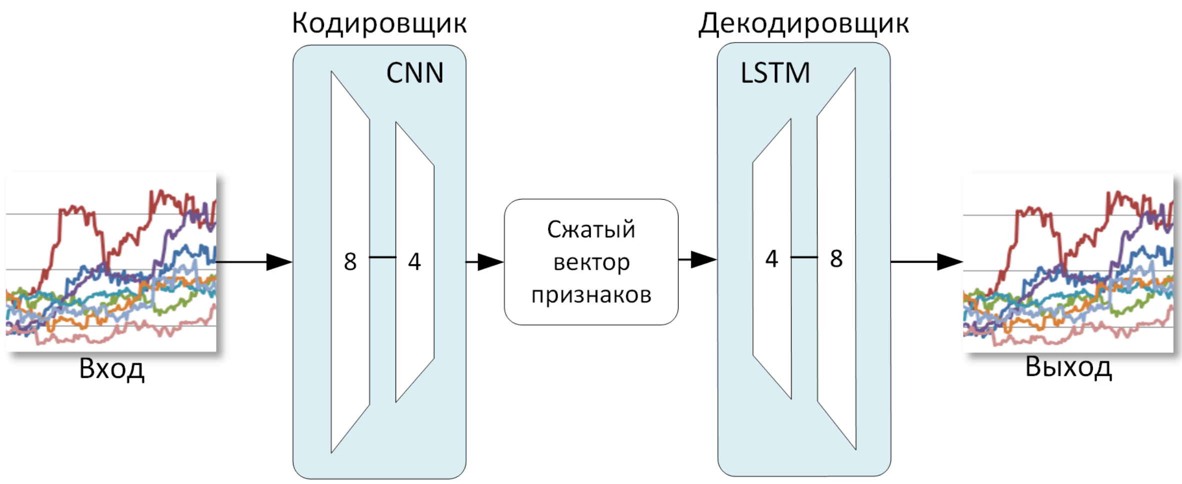


Рисунок 9.11 — Структура CNN-LSTM автоэнкодера

В состав кодировщика входят одномерные сверточные слои из 8 и 4 нейронов, декодировщик содержит рекуррентные нейронные слои типа Long Short-Term Memory (LSTM) [294] из 4 и 8 нейронов, соответственно. Использовались функции активации relu, оптимизатор adam и средняя квадратичная ошибка в качестве функции потерь [294]. При обучении модели было установлено число эпох обучения, равное 3000, но использовался прием ранней остановки. Функции EarlyStopping и ModelCheckpoint [295] отслеживали значение функции потерь на валидационной выборки и, если оно в течении 50 эпох переставало улучшаться, останавливали обучение. Обучение было остановлено спустя 680 эпох.

Для каждого объекта обучающей выборки была найдена ошибка его восстановления по формуле (9.1) и найдено пороговое значение следующим образом.

Находим ошибку восстановления ΔX_k для объектов обучающей выборки. Получаем оценку для математического ожидания M и среднеквадратичного отклонения σ этой ошибки и в качестве порогового значения берем, согласно правилу 5σ :

$$thr = M + 5\sigma.$$

С вероятностью 99.99% ошибка восстановления не будет превосходить значение thr, если поданный на вход модели сигнал будет соответствовать нормальному режиму работы. В нашем случае $thr = 0.2$.

Если новый образец данных будет восстановлен с ошибкой большей 0.2, будем считать его «дефектным», соответствующим какому-то аномальному режиму работы стана, отличающемуся от режима, на котором была обучена модель.

9.4 Тестирование автоэнкодера и необходимость учета накопленного износа, вызванного некачественным входным подкатом

Приведем результаты тестирования обученной модели. На рисунке 9.12 синей линией показана ошибка восстановления данных многомерного временного ряда за период 22.12.2020 13:10 – 25.12.20 23:00. Оранжевая линия на уровне 0.2 представляет собой порог, пересечение которого синей линей говорит об аномальной работе стана. Как можно видеть, ближе к дате замены плиты 25.12.20 10:42-12:55, отмеченной на рисунке красным прямоугольником, синяя линия превышает порог. Значительное превышение наблюдается также 23 декабря. Видно также, что синяя линия примерно с 23.00 22.12.2020 поднялась по сравнению с уровнем, на котором была ранее. После замены синяя линия вновь опустилась.

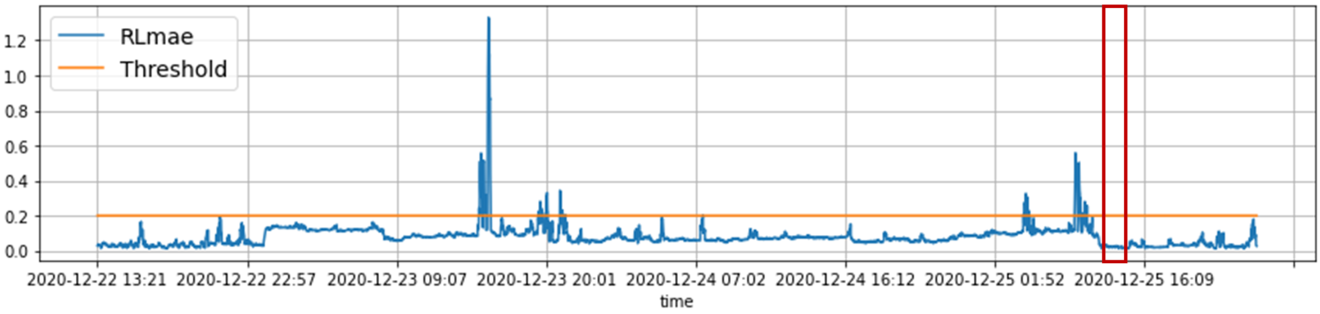


Рисунок 9.12 — Результат работы модели с 22 по 25 декабря 2020 г.

На рисунке 9.13 приведены графики усилий прокатки и перемещений гидроцилиндров за это же время. Видно, что превышение моделью порога происходит именно в те моменты времени 23 и 25 декабря, когда усилия прокатки и перемещения гидроцилиндров резко и значительно меняются.

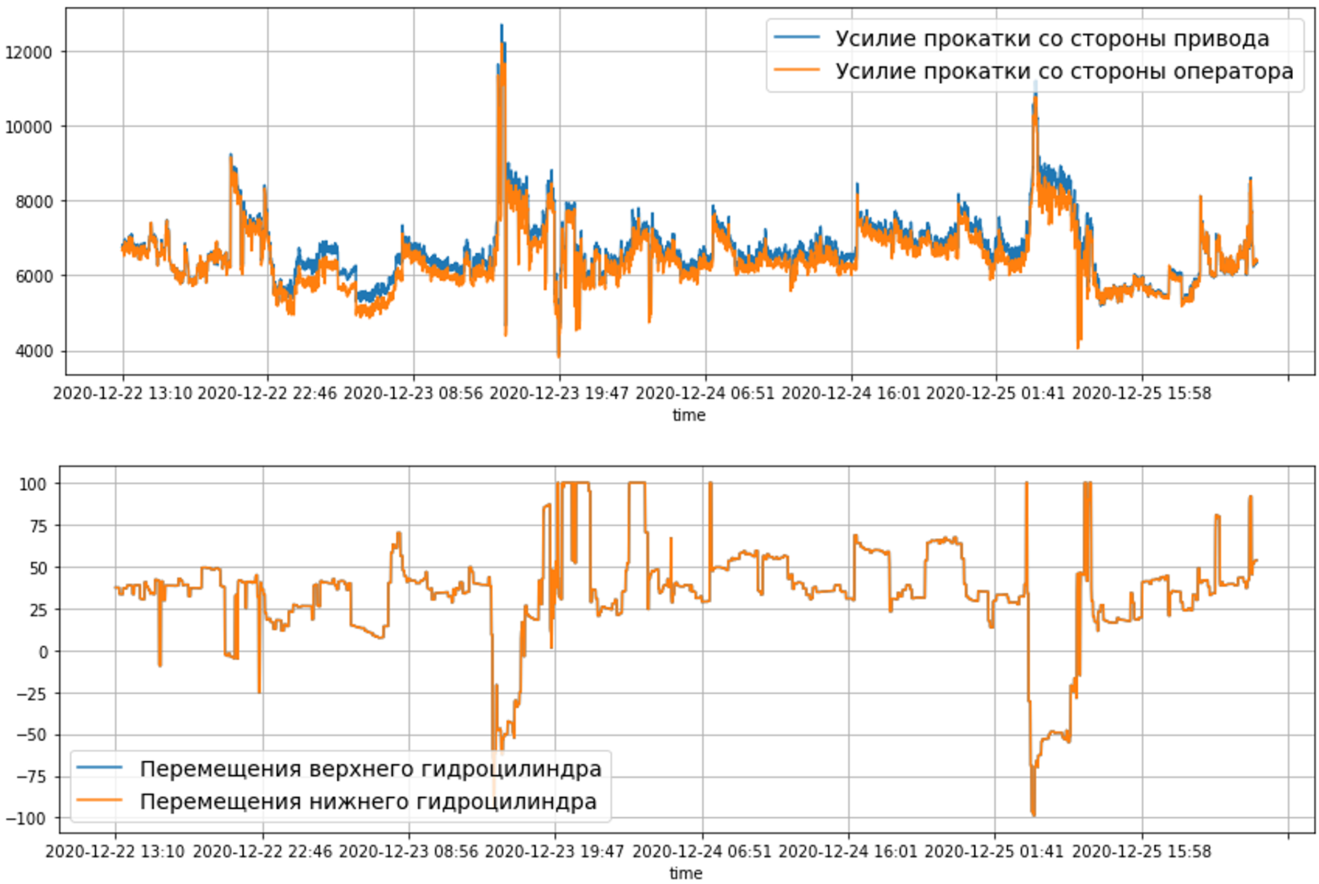


Рисунок 9.13 — Значения признаков с 22 по 25 декабря 2020 г.

Аналогично рассмотрим, например, замену 29.06.21 06:13 - 30.06.21 17:34, отмеченную красным прямоугольником на рисунке 9.14. График, иллюстрирующий работу модели, говорит о том, что наблюдается аномальная работа стана 28 июня примерно с 10 до 18 часов – синяя линия значительно превышает порог.

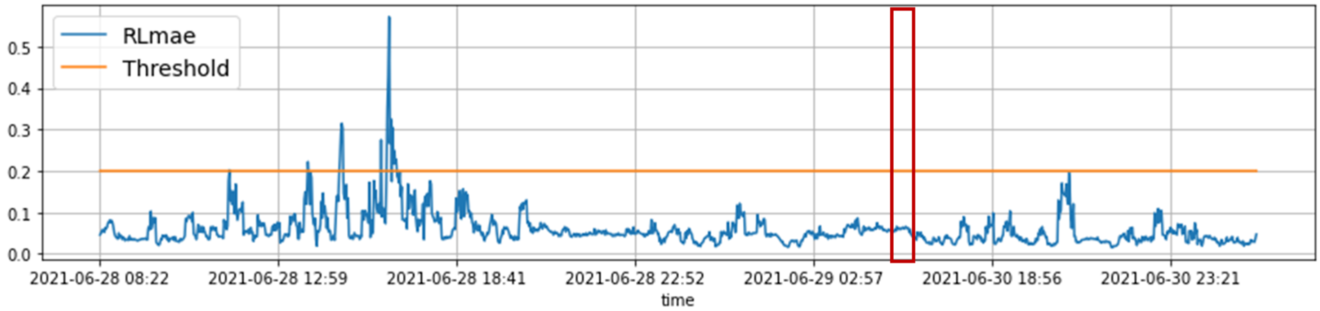


Рисунок 9.14 — Результат работы модели с 28 по 30 июня 2021 г.

Графики усилий прокатки и перемещений гидроцилиндров за это время выглядят следующим образом (рисунок 9.15). Вновь мы видим, что аномальный режим работы стана, на который указывает модель, совпадает со значительными изменениями усилий прокатки и перемещений гидроцилиндров за это же время.

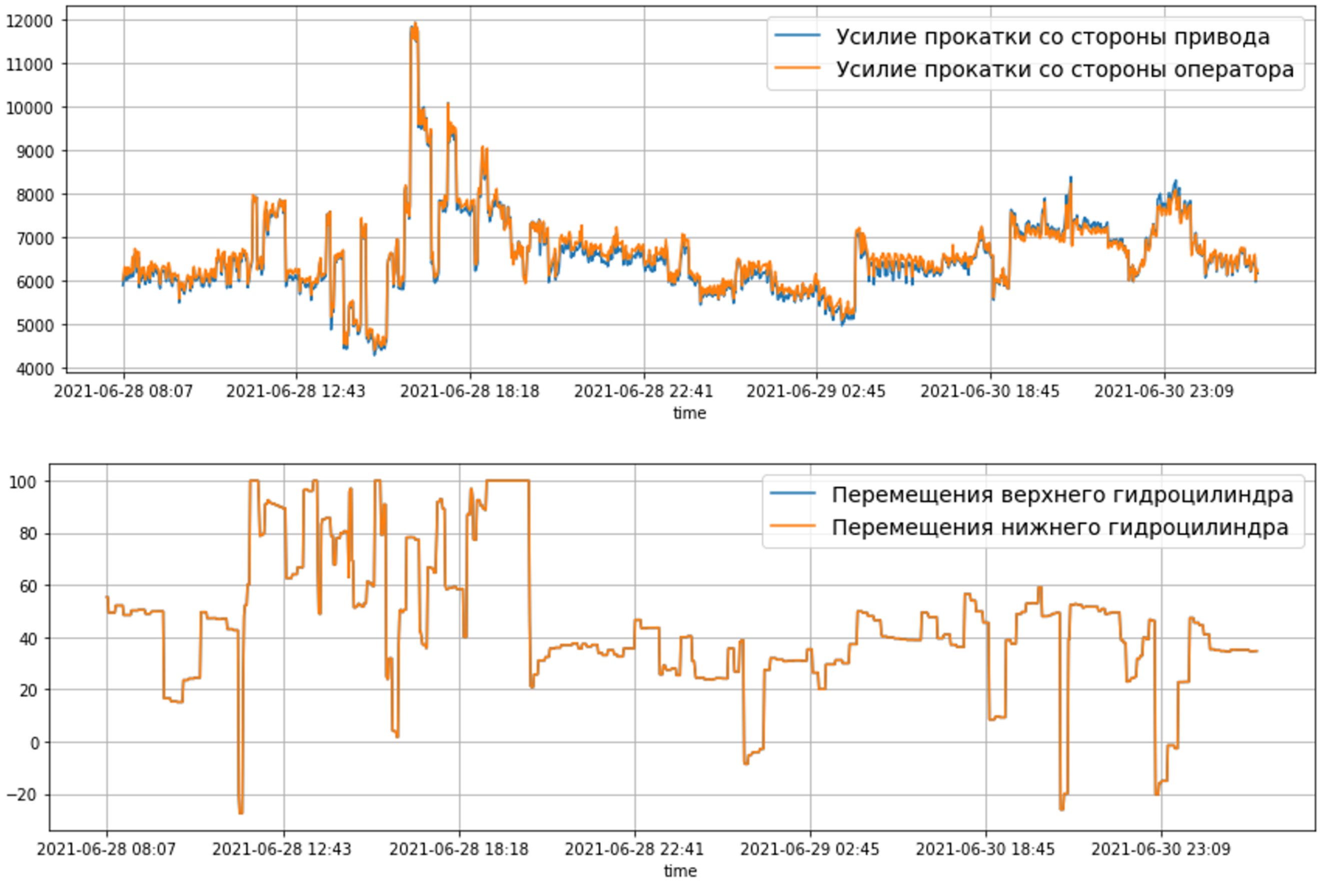


Рисунок 9.15 — Значения признаков модели с 28 по 30 июня 2021 г.

На рисунке 9.16 за тот же период времени построен график соответствия требованиям входного материала по параметру клиновидность, характеризующему форму профиля поперечного сечения прокатываемой полосы. Здесь синяя линия на уровне 100% говорит о полном соответствии материала стандарту. Уменьшения этого значения означают плохое качество входного подката.

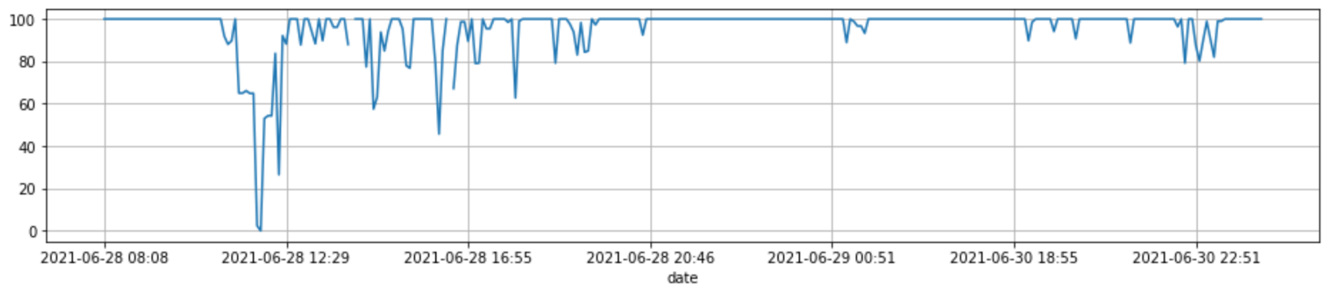


Рисунок 9.16 — Клиновидность с 28 по 30 июня 2021 г.

Как можно видеть, уменьшение клиновидности происходит в тот же момент времени, когда мы наблюдаем резкие и значительные изменения усилий прокатки и перемещений гидроцилиндра. Такая резкая корректировка значений данных параметров вызвана необходимостью обработки некачественной полосы со значительной разностью толщины ее противоположных боковых кромок.

Аналогичным образом были рассмотрены остальные случаи замены плит. Как показал наш анализ, обученная модель указывает на аномальное поведение в случаях, соответствующих резким изменениям параметров АСУ ТП, связанным с дефектами формы профиля прокатываемой полосы.

Для формирования заданного профиля на рассматриваемом стане применяются рабочие валки с CVC-профилировкой, положением которых управляют верхний и нижний гидроцилиндры, удерживаемые CVC-плитами. При некачественном подкате вынужденные резкие смещения гидроцилиндров приводят к накоплению усталости и износа плит. Ключевой идеей разрабатываемого метода диагностики состояния плит является учет их накопленного износа вызванного некачественным входным подкатом. Перейдем к описанию этого метода в следующем параграфе.

9.5 Алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, учитывающий накопление износа плит

Рассмотрим работу модели за период 06.05.2021 - 30.06.2021, после замены плиты 05.05.2021 и до следующей замены 30.06.2021. Многомерный временной ряд за этот период был разделен на фрагменты длиной в 10 минут, нормирован и подан на вход обученной модели автоэнкодера.

На рисунке 9.17 синей линией представлен выход модели (ошибка восстановления временного ряда) и оранжевой – порог, равный 0.2. Небольшие превышения порога наблюдаются на протяжении всего почти двухмесячного промежутка, но наиболее значительные превышения порога соответствуют 23.05.2021-13.06.2021, что, в соответствии с проведенным выше анализом, указывает на аномальные значения усилий прокатки и перемещений гидроцилиндров и вызвано плохим качеством входного подката в эти дни.

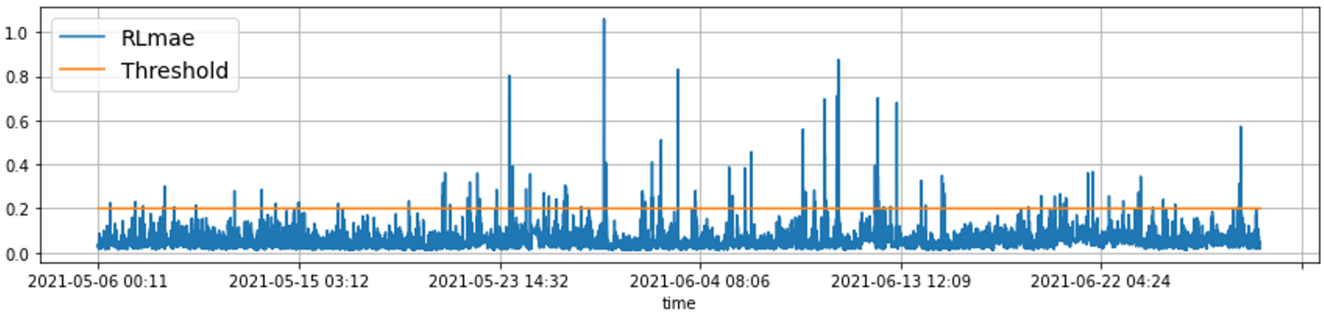


Рисунок 9.17 — Результат работы модели за период 06.05.2021 - 30.06.2021

Введем показатель кумулятивной суммы S_{cum} (9.2), суммирующий превышения порога $\theta = 0.2$ значением средней абсолютной ошибки (9.1):

$$S_{cum} = \sum_{k \in P} \left(\frac{\sum_{i=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \hat{x}_{nk}^{(i)} - x_{nk}^{(i)} \right|}{M \cdot N} - \theta \right), \tag{9.2}$$

где суммирование ведется только по тем $k \in P$, где был превышен порог:

$$P = \{k : \Delta X_k > \theta\}.$$

Для рассматриваемого промежутка времени 06.05.2021 - 30.06.2021 кривая накопленной ошибки выглядит следующим образом (рисунок 9.18). Как видно, значительные скачки синей линии здесь происходят именно в моменты значительного превышения порога на предыдущем рисунке 9.17.

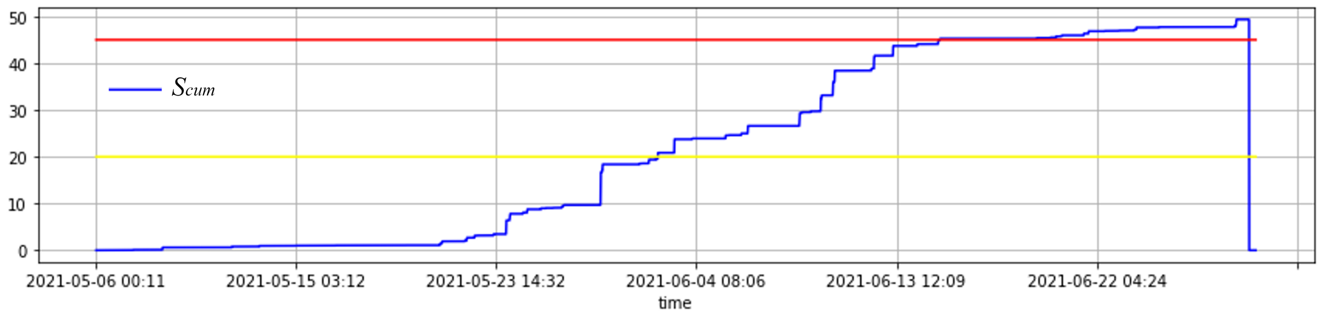


Рисунок 9.18 — Накопление износа за период 06.05.2021 - 30.06.2021

Пороговые значения $S_{cum} = 20$ и $S_{cum} = 45$ отмечены на рисунке 9.18 желтым и красным цветом, что соответствует сигналам светофора для обращения внимания оператора на серьезный накопленный износ плит. Опишем далее, как были выбраны эти пороговые значения.

На рисунке 9.19 представлен график кумулятивной суммы для периода наблюдений 25.11.2020 – 17.03.2022, за который замена плит проводилась четырнадцать раз. После замены плиты значения кумулятивной суммы обнулялись и вновь накапливались до желтого и красного пороговых значений. Для выбора моментов включения желтого и красного света были рассмотрены первые семь замен из четырнадцати (за период 25.11.2020 – 30.06.2021). Пороговые значения были подобраны так, чтобы среднее время, оставшееся до замены плиты было, в соответствии с пожеланиями работников цеха, равно 14 и 4 дня для желтого и красного света, соответственно.

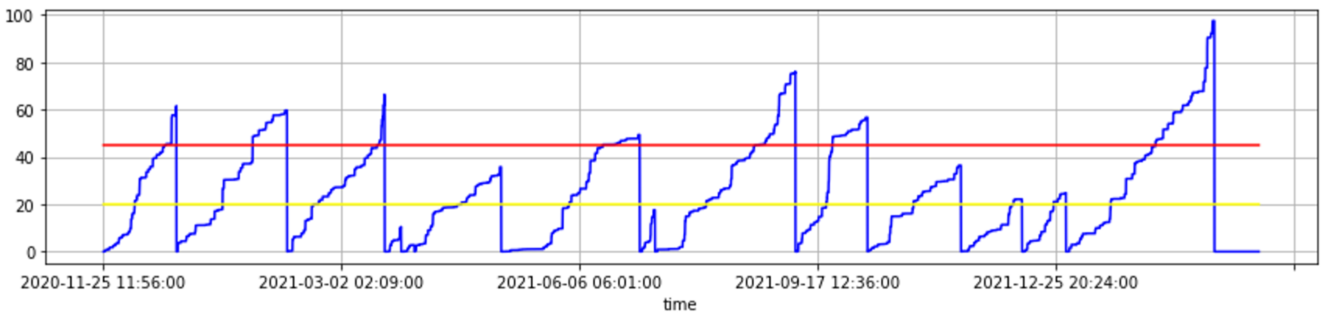


Рисунок 9.19 — Накопление износа за период 25.11.2020 – 17.03.2022

При установке порогов $S_{cum} = 20$ и $S_{cum} = 45$ для включения желтого и красного света тестирование на следующих семи заменах (01.07.2021 - 17.03.2022) показало среднее время до замены плит 18 и 6 дней, соответственно, что хорошо согласуется с пожеланиями заказчика.

Можно видеть, что некоторые из замен на рисунке 9.19 не были обнаружены – значения кумулятивной суммы не достигли даже порога $S_{cum} = 20$

включения желтого света. Анализ таких ошибок модели показал, что эти случаи соответствуют установке заваренной дефектной плиты в связи, например, с отсутствием новой плиты в данный момент времени. Отремонтированная плита вновь быстро выходила из строя и, при поступлении новой, менялась.

Подведем итог в виде следующего алгоритма.

Алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката:

Вход: Данные датчиков АСУ ТП, соответствующие нормальному режиму работы, для обучения автоэнкодера и определения порогов. Тестовые данные, с неизвестным режимом работы, для определения соответствующего им состояния плиты.

Выход: Состояние плиты – исправна, зарождение неисправности, неисправность.

1. Проводим предобработку даннных, как описано в §9.2, с помощью разведочного анализа данных, исключения коррелирующих признаков, выделения главных компонент.

2. Формируем отрезки многомерного временного ряда из оставшихся показаний датчиков АСУ ТП: $X_k = (x_{1k}, \ldots, x_{Nk})$, $x_{nk} = \left(x_{nk}^{(1)}, \ldots, x_{nk}^{(M)}\right)$, из M признаков и N отсчетов.

3. Задаем нейронную сеть структуры автоэнкодер и обучаем ее на данных, соответствующих исправному состоянию плит.

В качестве функции потерь используем ошибку восстановления входного сигнала – среднюю абсолютную ошибку MAE (mean average error):

$$\Delta X_k = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \hat{x}_{nk}^{(i)} - x_{nk}^{(i)} \right|,$$

где $x_{nk}^{(i)}$ – отсчеты i-го признака, $i = 1, \ldots, M$, $\hat{x}_{nk}^{(i)}$ – отсчеты его восстановленной версии.

4. Находим ошибку восстановления ΔX_k для объектов обучающей выборки. Получаем оценку для математического ожидания M и среднеквадратичного отклонения σ этой ошибки и в качестве порогового значения берем, согласно правилу 5σ:

$$thr = M + 5\sigma.$$

С вероятностью 99.99% ошибка восстановления не будет превосходить значение thr, если поданный на вход модели сигнал будет соответствовать нормальному режиму работы.

5. Находим ошибку ΔX_k для тестового образца. Если она превышает порог thr, это говорит об аномальном режиме работы, вызванным некачественным входным подкатом.

6. Находим кумулятивную сумму

$$S_{cum} = \sum_{k \in P} \left(\frac{\sum_{i=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \hat{x}_{nk}^{(i)} - x_{nk}^{(i)} \right|}{M \cdot N} - \theta \right),$$

где суммирование ведется только по тем $k \in P$, где был превышен порог:

$$P = \{k : \Delta X_k > \theta\}.$$

Пороговые значения кумулятивной суммы для включения желтого и красного света определяются согласно конкретным требованиям, как описано выше в этом параграфе. Превышение порогового значения для желтого света кумулятивной суммой служит критерием возникновения неисправности в плите.

7. Для тестового фрагмента данных находим превышен ли какой либо из порогов и делаем соответствующий вывод о наличии или зарождении неисправности в плите.

Конец.

Применим описанный алгоритм к нашему набору данных. В период 01.07.2021 - 17.03.2022 было сделано семь замен плит. Разработанный алгоритм, согласно рисунку 9.19, указал на необходимость замены в шести случаях из семи. На одну из замен (06.07.2021) алгоритм не указал, однако в данном случае стояла отремонтированная плита, которая быстро вышла из строя.

Для расчета точности модели в промышленных реалиях учтем, что даже при наличии трещины в плите оператор может не останавливать стан из-за срочного выполнения плана, либо отсутствия детали для замены. Поэтому расширим допустимый период времени, оставшийся до замены плиты, до 21 дня. Тогда из рассматриваемых 7 замен в период 01.07.2021 - 17.03.2022, модель верно указала на дефект $(TruePositive, TP)$ в заменах 3-6, не сработала $(FalseNegative, FN)$ в случае отремонтированной плиты (замена 1) и дала ложные срабатывания (ранее 21 дня) в случаях замен 2, 7 $(FalsePositive, FP)$.

Значения стандартных метрик точности precision и полноты recall:

$$precision = \frac{TP}{TP + FP} = 66.7\%$$

$$recall = \frac{TP}{TP + FN} = 80\%$$

дают следующее значение f_1−меры:

$$f_1 = 2 \cdot \frac{precision \cdot recall}{precision + recall} = 73\%.$$

Таким образом, f_1−мера модели выявления дефекта плит составляет 73%. Наиболее важным в данной задаче является показатель полноты $recall = 80\%$, показывающий, что модель успешно предупреждает о необходимости замен.

Также интересно отметить, что «нормальные» данные, выбранные для обучения автоэнкодера, характеризуются практически нулевым значением кумулятивной суммы. В эти даты не было некачественного входного подката. Самый длинный такой промежуток - 06.05.2021 - 21.05.2021 - составляет около двух недель. Дальнейший рост кумулятивной суммы указывает на начало зарождения трещины в плите.

9.6 Выводы по главе

В данной главе рассмотрено применение гибридного автоэнкодера CNN-LSTM для обнаружения аномалий в работе стана холодной прокатки на основе многомерных данных, полученных с установленных на нем датчиков АСУ ТП. Нейронная сеть структуры автоэнкодер нацелена на последовательное сжатие и восстановление многомерного временного ряда. Отслеживая погрешность автоэнкодера при восстановлении сигнала, можно заметить изменение характера этого сигнала.

Перечислим следующие основные результаты:

1) Впервые исследована проблема раннего обнаружения зарождения трещин в плитах системы CVC осевой сдвижки валков клети стана холодного проката. Показана тесная связь процесса образования трещин и формы профиля поперечного сечения прокатываемой полосы.

2) Описан процесс предварительной обработки больших данных АСУ ТП, выбор наиболее значимых признаков и построение модели, показывающей накопление износа плит, вызванное работой стана в экстремальных условиях из-за некачественного входного подката.

3) Разработан алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, учитывающий накопление износа плит. Построенная модель диагностики состояния плит показала полноту выявления дефекта 80%. Критерием неисправности плиты служит превышение порогового значения кумулятивной суммой ошибок автоэнкодера. Технический эффект алгоритма заключается в возможности раннего обнаружения зарождающихся трещин плит CVC за счет анализа динамики изменения технологических параметров стана.

Предложенный метод предиктивной диагностики внедрен в цехе ЛПЦ-11 ПАО ММК. Ежегодно стан 2000 холодной прокатки (ЛПЦ-11) простаивает до 240 часов в результате нештатных и аварийных ситуаций. Сокращение внеплановых простоев стана даже на 10% позволит сократить общий объем часов простоев на сутки, что соответствует порядку 5 000 тонн продукции или положительному экономическому эффекту более 250 млн. рублей (при цене проката 50 тыс.руб./тонна).

Еще раз отметим, что в этой главе, как и в предыдущей, мы по-прежнему решали задачу экспоненциального анализа, но разработали новый подход ввиду неприменимости существующих методов. Технический эффект разработанного подхода проявляется в создании системы предиктивной аналитики, позволяющей минимизировать внеплановые простои оборудования за счет заблаговременного выявления аномалий в работе стана холодной прокатки.

Заключение

В диссертационной работе рассмотрена задача экспоненциального анализа, ее существующие проблемы и приложения. Получены ряд модификаций методов для промышленных приложений. Перечислим основные результаты:

1) Разработана модификация метода Паде-Лапласа, устраняющая ложные полюсы, вызванные неединственностью знаменателя аппроксимации Паде, и повышающая точность вычисления коэффициентов Тейлора. На ее основе разработан алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, который точнее, чем классический метод Паде-Лапласа, оценивает частоту и разность фаз сигналов с расходомера в скользящем режиме для последующего определения значения расхода и плотности среды.

2) Впервые получена оценка чисел обусловленности матриц в методе Прони и разработан алгоритм определения частоты дискретизации сигнала, дающей наименьшее усиление шума в задачах технической диагностики состояния компонентов АСУ ТП. Установлено, что в случае незатухающих и затухающих синусоид необходимо выбирать частоту дискретизации так, чтобы полюсы сигнала находились как можно ближе к вершинам правильного многоугольника с центром в начале координат. Предложен алгоритм выбора квазиоптимального значения частоты дискретизации из соображений равномерного распределения полюсов сигнала на окружности.

3) Разработана модификация метода Прони на основе учета оценок полюсов сигнала и обратных к ним величин для обработки случайных потоков затухающих синусоид. Предложен критерий идентификации истинных полюсов и экспериментально подтверждено повышение точности их нахождения за счет квазиоптимальной частоты дискретизации. На основе модификации метода разработан алгоритм обработки информации для определения собственных частот механизмов производственно-технологических систем.

4) Разработан рекуррентный метод матричных пучков на основе эффективного SVD-разложения, учитывающий структуру матриц в методе матричных пучков и уменьшающий вычислительные затраты при обработке сигнала в режиме скользящего окна. На его основе разработаны алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей стержней ротора, чувствительный

к зарождению дефекта, и алгоритм обработки информации, уменьшающий время обработки сигналов кориолисового расходомера.

5) Разработан многоканальный метод матричных пучков, обрабатывающий одновременно несколько сигналов с одинаковыми полюсами за счет построения расширенной матрицы из отсчетов сигналов. На его основе разработан алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера, внедрение которого в Элметро Групп позволило повысить точность измерений кориолисовых расходомеров при сохранении исходных характеристик измерительной системы. Также разработан алгоритм обработки информации для определения межвитковых замыканий в статоре асинхронного двигателя на основе диагностического критерия. Экспериментально подтверждена большая точность и меньшее время работы алгоритма по сравнению с классическим методом матричных пучков.

6) Разработан рекуррентный многоканальный метод матричных пучков для определения параметров нескольких сигналов с общими полюсами в режиме скользящего окна за счет эффективного SVD-разложения и расширенной матрицы из отсчетов сигналов. На его основе разработан алгоритм обработки информации, повышающий точность измерений кориолисового расходомера. Экспериментально подтверждено уменьшение времени обработки по сравнению с классическим подходом, а также дисперсии оценки разности фаз сигналов с расходомера, определяющей значение измеряемого расхода.

7) Разработана модификация метода матричных пучков, позволяющая анализировать последовательность случайных затухающих синусоид за счет учета оценок полюсов сигнала и обратных к ним. На ее основе разработан алгоритм обработки информации для определения частот сигнала вибрации с фрезерных станков с целью диагностики их состояния. Экспериментально показано, что алгоритм отфильтровывает шумовые компоненты на основе введенного критерия идентификации истинных полюсов и дает более точные их оценки.

8) Разработаны алгоритмы выделения информативных признаков из бесконечной суммы комплексных экспонент на основе мощности спектра в районе резонансных частот, изображений спектров Гильберта и метода линейного предсказания. Разработаны нейросетевые алгоритмы обработки информации для диагностики подшипников качения с критерием неисправности, основанном на изменении информативных признаков при изменении состояния подшипника.

Экспериментально подтверждена высокая точность разработанных алгоритмов, в том числе в условиях небольшого объема обучающих данных.

9) Разработана диагностическая модель на основе показаний датчиков системы АСУ ТП в условиях отсутствия прямых измерений суммы экспонент. На ее основе разработан алгоритм обработки информации для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката, внедрение которого в цехе ЛПЦ-11 ПАО ММК привело к сокращению внеплановых простоев технологического оборудования и повышению общей надежности работы прокатного стана.

Список литературы

1. Ибряева, О. Л. Задача экспоненциального анализа – применения, методы, проблемы / О. Л. Ибряева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. — 2024. — Т. 24, № 4. — С. 31—42.
2. Istratov, A. A. Exponential analysis in physical phenomena / A. A. Istratov, O. F. Vyvenko // Review of Scientific Instruments. — 1999. — Vol. 70, no. 2. — P. 1233–1257.
3. Маскевич, А. А. Моделирование кинетики собственной флуоресценции сывороточного альбумина человека / А. А. Маскевич // Вестник Гродненского унивеситета имени Янки Купалы. Серия 2. Математика. — 2022. — Т. 12, № 1. — С. 57—66.
4. Ibryaeva, O. L. Measurement validation for ICPS: Matrix pencil method for coriolis metering with liquid/gas flow / O. L. Ibryaeva, A. S. Semenov, M. P. Henry // 2018 IEEE Industrial Cyber-Physical Systems. — 2018. — P. 440–445.
5. Sanchez-Gasca, J. Identification of Electromechanical Modes in Power Systems / J. Sanchez-Gasca, D. Trudnowski, E. Barocio // IEEE Task Force Report, Special Publication TP462. — 2012.
6. De Prony, G. R. Essai experimental et analytique : sur les lois de la dilatabilite des fluides elastique et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, a differentes temperatures / G. R. De Prony // Journal Polytechnique ou Bulletin du Travail fait a l'Ecole Centrale des Travaux Publics. — 1795. — Vol. 1, no. 2. — P. 24–76.
7. Marple, L. Spectral line analysis by Pisarenko and Prony methods / L. Marple // ICASSP '79. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. — 1979. — P. 159–161.
8. Hua, Y. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise / Y. Hua, T. K. Sarkar // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. — 1990. — Vol. 38, no. 5. — P. 814–824.

9. Method of Multilevel Rationing and Optimal Forecasting of Volumes of Electric Energy Consumption by an Industrial Enterprise / L. S. Kazarinov [et al.] // Automatic Control and Computer Sciences. — 2014. — Vol. 48, no. 6. — P. 324–333.

10. Подход к оценке частоты спектральной составляющей цифрового сигнала по спектру с низким разрешением / Л. С. Казаринов [и др.] // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. — 2024. — Т. 24, № 2. — С. 56—64.

11. Шаход, Д. М. Анализ подходов и методов локализации акустических источников / Д. М. Шаход, Е. Д. Агафонов // Журнал Сибирского Федерального университета. Серия: Техника и Технологии. — 2024. — Т. 17, № 3. — С. 380—398.

12. Шаход, Д. М. Комбинированная модель локализации акустических источников с применением технологии глубокого обучения / Д. М. Шаход, Е. Д. Агафонов // Вестник Томского Государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. — 2024. — № 68. — С. 100—111.

13. Кузнецов, Ю. В. Формирование признаков для распознавания целей в сверхширокополосной радиолокации : дис. д.т.н. : 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства радионавигации, радиолокации и телевидения / Кузнецов Юрий Владимирович. — Москва : [Московский авиационный институт (государственный технический университет)], 2004. — 229 с.

14. Развитие методов анализа электромагнитных излучений в широкой полосе частот / Ю. В. Кузнецов [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. — 2009. — № 1/2. — С. 132.

15. Кузнецов, Ю. В. Сравнительная характеристика алгоритмов оценки параметров резонансной модели объектов / Ю. В. Кузнецов, А. Б. Баев, В. Ю. Щекатуров // Вестник МАИ. — 1998. — Т. 4, № 2. — С. 70—77.

16. Kuznetsov, Y. V. Parameter Estimation of Exponentially Damped Sinusoids by Prony's Method Using Higher Order Statistics / Y. V. Kuznetsov, A. B. Baev // Sixth Scientific Exchange Seminar, Moscow: MAI. — 1999. — P. 52–57.

17. Балашков, М. В. Экспоненциальная аппроксимация одномерных функций методом Z-преобразования: теория и приложения / М. В. Балашков, В. М. Богачев // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 2021. — Т. 64, № 4. — С. 219—233.

18. Solomatin, D. A. Simulation of Dynamic Systems by Combined Methods of Prony-Laplace-Pade and Matrix Beams / D. A. Solomatin, V. M. Bogachev, M. V. Balashkov // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). — 2020. — P. 1–7.

19. Богачев, В. М. Комбинированный метод экспоненциальной аппроксимации и его применение / В. М. Богачев, М. В. Балашков // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. — 2018. — Т. 9, № 1. — С. 28—35.

20. Богачев, В. М. Численный метод преобразования Лапласа-Паде и моделирование укороченных схемных функций частотно избирательных динамических систем / В. М. Богачев, Д. А. Соломатин // REDS: Телекоммуникационные устройства и системы. — 2016. — Т. 6, № 1. — С. 24—30.

21. Богачев, В. М. Анализ переходных процессов в фильтрах нижних и верхних частот численным методом Лапласа-Паде / В. М. Богачев, М. В. Балашков, М. Д. Владимиров // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. — 2013. — Т. 4, № 2. — С. 60—62.

22. Владимиров, М. Д. Расчёт переходных процессов в линейных системах при воздействии периодических последовательностей импульсных сигналов методом Лапласа-Паде / М. Д. Владимиров // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. — 2015. — Т. 6, № 3. — С. 130—132.

23. Немирович-Данченко, М. М. Применение метода Прони для анализа биометрических данных / М. М. Немирович-Данченко // Электронные

средства и системы управления. Материалы докладов Международной научно-практической конференции. — 2020. — № 1/2. — С. 108—111.

24. Еленец, М. В. Оконная обработка электроэнцефалографических записей методом Прони / М. В. Еленец, М. М. Немирович-Данченко // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. — 2021. — Т. 24, № 2. — С. 45—50.

25. Кухаренко, Б. Г. Байесовская фильтрация в технологии спектрального анализа на основе быстрого преобразования Прони / Б. Г. Кухаренко // Информационные технологии. — 2010. — № 8. — С. 36—42.

26. Плешков, В. Н. Применение метода матричных пучков для экспериментального исследования затухания краевых волн в пластинах / В. Н. Плешков, А. Б. Баев, М. В. Вильде // XXXII Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения. — 2021. — С. 547—554.

27. Yeramian, E. Analysis of multiexponential functions without a hypothesis as to the number of components / E. Yeramian, P. Claverie // Nature. — 1987. — Vol. 326. — P. 169–174.

28. Schmidt, R. Multiple emitter location and signal parameter estimation / R. Schmidt // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 1986. — Vol. 34, no. 3. — P. 276–280.

29. Марпл, С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл. — М.: Мир, 1990. — С. 584.

30. Quinn, B. G. Estimating parameters in noisy low frequency exponentially damped sinusoids and exponentials / B. G. Quinn // 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. — 2016. — P. 4298–4302.

31. Accurate Damping Factor and Frequency Estimation for Damped Real-Valued Sinusoidal Signals / J. Song [et al.] // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. — 2022. — Vol. 71. — P. 6503504.

32. Joint DOA and TOA Estimation for Moving MIMO Radar Based on OFDM-ISAC Signals / T. Su [et al.] // IEEE Transactions on Vehicular Technology. — 2025. — P. 1–16.

33. Recursive Prony's Method for Improving the Monitoring of Electrical Machines / F. F. Costa [et al.] // IEEE Instrumentationand Measurement Technology Conference Proceedings. — 2005. — P. 16–19.

34. Ибряева, О. Л. Рекуррентный векторный метод матричных пучков / О. Л. Ибряева, А. Л. Шестаков, И. И. Федосов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2019. — Т. 12, № 2. — С. 97—111.

35. Enhanced DOD and DOA estimations in coprime MIMO radar: Modified matrix pencil method / M. Ahmad [et al.] // Digital Signal Processing. — 2025. — Vol. 159. — P. 104977.

36. Ибряева, О. Л. Оценка числа обусловленности матрицы в методе Прони / О. Л. Ибряева // Известия Челябинского научного центра. — 2010. — Т. 2, № 48. — С. 1—5.

37. Shestakov, A. L. The Detection of Rotor Bar Faults in Induction Motors Using the Recursive Matrix Pencil Method / A. L. Shestakov, O. L. Ibryaeva, V. V. Sinitsin // Proceedings of the 19th IMEKO TC10 International Conference on Measurement for Diagnostics, Optimization and Control on Measurement in Testing, Inspection and Certification. — 2023. — P. 6.

38. Zhou, Y. Review of tool condition monitoring methods in milling processes / Y. Zhou, W. Xue // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. — 2018. — Vol. 96, no. 5. — P. 2509–2523.

39. Feng, Z. Planetary Gearbox Fault diagnosis via Joint Amplitude and Frequency Demodulation Analysis Based on Variational Mode Decomposition / Z. Feng, D. Zhang, M. J. Zuo // Applied Sciences. — 2017. — Vol. 7, no. 8. — P. 775.

40. Prediction of air compressor faults with feature fusion and machine learning / A. Nambiar [et al.] // Knowledge-Based Systems. — 2024. — Vol. 304. — P. 112519.

41. Zaman, W. Fault Diagnosis in Centrifugal Pumps: A Dual-Scalogram Approach with Convolution Autoencoder and Artificial Neural Network / W. Zaman, Z. Ahmad, J.-M. Kim // Sensors. — 2024. — Vol. 24, no. 3. — P. 851.

42. Intelligent bearing fault diagnosis method combining mixed input and hybrid CNN-MLP model / V. V. Sinitsin [et al.] // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2022. — Vol. 180. — P. 109454.

43. Королев, П. Г. Анализ характеристик вибрации инструмента металлорежущего станка / П. Г. Королев, Е. В. Балашов // Известия СПБГЭТУ ЛЭТИ. — 2015. — № 7. — С. 74—77.

44. Эффективность применения фазохронометрического метода и нейродиагностики для контроля деградации подшипников качения в процессе эксплуатации / А. С. Комшин [и др.] // Измерительная техника. — 2020. — № 7. — С. 43—50.

45. Редников, С. Н. Использование комплексного подхода при первичной диагностике металлургического оборудования / С. Н. Редников // Наука и бизнес: пути развития. — 2022. — № 2. — С. 55—58.

46. Wang, L. Distributed supervisory control and data acquisition (SCADA) software: issues and state of the art / L. Wang, S. Liao // Proceedings AUTOTESTCON 2004. — 2004. — P. 332–337.

47. Zhang, G. A novel fault diagnosis method for wind turbine based on adaptive multivariate time-series convolutional network using SCADA data / G. Zhang, Y. Li, Y. Zhao // Advanced Engineering Informatics. — 2023. — Vol. 57. — P. 102031.

48. Еремеева, В. А. Способ контроля состояния электрических машин по сигнатурному анализу токового сигнала: пат. 2799985 Рос. Федерация / В. А. Еремеева, О. Л. Ибряева. — МПК G01R 31/34 (2006.01). — ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»; Патентный отдел. — №2023103816; заявл. 20.02.2023; опубл. 14.07.2023, Бюл. № 20. — 9 с.

49. Ибряева, О. Л. Способ вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров: пат. 2687803 Рос. Федерация / О. Л. Ибряева, А. С. Семенов. — МПК G01F 1/84 (2018.08). — ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»; Патентный отдел. — №2017146968; заявл. 28.12.2017; опубл. 16.05.2019, Бюл. № 14. — 12 с.

50. Семенов, А. С. Способ вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров (варианты): пат. 2707576 Рос. Федерация / А. С. Семенов, О. Л. Ибряева. — МПК G01F 1/84 (2019.08). — ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»; Патентный отдел. — №2019113186; заявл. 26.04.2019; опубл. 28.11.2019, Бюл. № 34. — 22 с.

51. Саковская, В. И. Программа обучения модели для диагностики промышленного оборудования: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022668836 Рос. Федерация / В. И. Саковская, О. Л. Ибряева. — 2022. — №2022667579; заявл. 29.09.2022; опубл. 12.10.2022. — 1 с.

52. Ибряева, О. Л. Программа преобразования сигнала для дальнейшего обучения диагностической модели: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021664251 Рос. Федерация / О. Л. Ибряева, В. И. Саковская. — 2021. — №2021663579; заявл. 02.09.2021; опубл. 02.09.2021. — 1 с.

53. Ибряева, О. Л. Программный комплекс, реализующий рекуррентный метод матричных пучков: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017660329 Рос. Федерация / О. Л. Ибряева, А. С. Семенов, Д. Д. Салов. — 2017. — №2017615812; заявл. 16.06.2017; опубл. 21.09.2017. — 1 с.

54. Ибряева, О. Л. Программа для обучения моделей градиентного бустинга, корректирующих ошибки измерения расхода и плотности Кориолисового расходомера: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023686913 Рос. Федерация / О. Л. Ибряева, Д. К. Лебедев, В. А. Еремеева. — 2023. — № 2023686702; заявл. 05.12.2023; опубл. 11.12.2023. — 1 с.

55. Оценка состояния асинхронного двигателя по сигналам тока в условиях ограниченного набора данных с использованием рекуррентных изображений / А. Л. Шестаков [и др.] // Автоматизация в промышленности. — 2025. — № 4. — С. 40—46.

56. Метод аугментации многомерных временных данных в задачах мониторинга состояния промышленного оборудования / А. В. Ерпалов [и др.] // Автоматизация в промышленности. — 2024. — № 5. — С. 7—12.

57. Шестаков, А. Л. Нейросетевая модель диагностики неисправностей подшипников качения на основе метода линейного предсказания / А. Л. Шестаков, О. Л. Ибряева, М. Н. Мохаммад // Приборы. — 2022. — Т. 6, № 264. — С. 1—7.

58. Ибряева, О. Л. Модификация метода Паде-Лапласа и его применение к анализу сигналов с кориолисова расходомера / О. Л. Ибряева, П. А. Тараненко, Д. В. Телегин // Автоматизация в промышленности. — 2023. — № 9. — С. 34—37.

59. Ибряева, О. Л. Применение фреймворков автоматизированного машинного обучения в задаче коррекции показаний кориолисового расходомера / О. Л. Ибряева, Д. К. Лебедев // Автоматизация в промышленности. — 2023. — Т. 8. — С. 55—58.

60. Шестаков, А. Л. Оценка несущей частоты случайной последовательности импульсов методом Прони / А. Л. Шестаков, А. С. Семенов, О. Л. Ибряева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2009. — Т. 4, № 37. — С. 106—115.

61. Ибряева, О. Л. Новый алгоритм вычисления аппроксимаций Паде и его реализация в Matlab / О. Л. Ибряева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2011. — Т. 10, № 37. — С. 99—107.

62. Ibryaeva, O. L. An algorithm for computing a Padé approximant with minimal degree denominator / O. L. Ibryaeva, V. M. Adukov // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2013. — Vol. 237, no. 1. — P. 529–541.

63. Метод матричных пучков для оценки параметров векторных процессов / М. П. Генри [и др.] // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. — 2017. — Т. 10, № 4. — С. 92—104.

64. A benchmark data set for two-phase Coriolis metering / O. L. Ibryaeva [et al.] // Flow Measurement and Instrumentation. — 2020. — Vol. 72. — P. 101721.

65. Ibryaeva, O. L. Support vector machine modelling applied to benchmark data set for two-phase Coriolis mass flow metering / O. L. Ibryaeva, D. K. Lebedev, M. P. Henry // Flow Measurement and Instrumentation. — 2021. — Vol. 81. — P. 102014.

66. A novel hybrid method for fault diagnosis of two rolling bearings mounted on the same shaft / O. L. Ibryaeva [et al.] // Measurement: Sensors. — 2021. — Vol. 18. — P. 100210.

67. Ибряева, О. Л. Диагностика неисправностей подшипников качения с использованием пиков спектра и нейронных сетей / О. Л. Ибряева, М. Н. Мохаммад // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. — 2022. — Т. 11, № 2. — С. 59—71.

68. Tribochemically driven dehydrogenation of undoped sodium alanate under room temperature / E. Muñoz-Cortés [et al.] // Physical Chemistry Chemical Physics. — 2023. — Vol. 25, no. 1. — P. 494–508.

69. A Computationally Efficient Method for the Diagnosis of Defects in Rolling Bearings Based on Linear Predictive Coding / M. N. Mohammad [et al.] // Algorithms. — 2025. — Vol. 18, no. 2. — P. 58.

70. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Наука, 1977. — С. 832.

71. Perceptual audio modeling with exponentially damped sinusoids / K. Hermus [et al.] // Signal Processing. — 2005. — Vol. 85, no. 1. — P. 163–176.

72. Multicomponent T2 relaxation analysis in cartilage / D. A. Reiter [et al.] // Magnetic Resonance in Medicine. — 2009. — Vol. 61, no. 4. — P. 803–809.

73. In vivo measurement of T2 distributions and water contents in normal human brain / K. P. Whittall [et al.] // Magnetic Resonance in Medicine. — 1997. — Vol. 37, no. 1. — P. 34–43.

74. Monitoring of Hydration of White Cement Paste with Proton NMR Spin–Spin Relaxation / J. Greener [et al.] // Journal of the American Ceramic Society. — 2000. — Vol. 83, no. 3. — P. 623–627.

75. Kirtil, E. 1H Nuclear Magnetic Resonance Relaxometry and Magnetic Resonance Imaging and Applications in Food Science and Processing / E. Kirtil, M. H. Oztop // Food Engineering Reviews. — 2016. — Vol. 8, no. 1. — P. 1–22.

76. T1–T2 Correlation Spectra Obtained Using a Fast Two-Dimensional Laplace Inversion / Y.-Q. Song [et al.] // Journal of Magnetic Resonance. — 2002. — Vol. 154, no. 2. — P. 261–268.

77. Pereyra, V. Exponential Data Fitting and its Applications / V. Pereyra, G. Scherer. — Bentham Science Publishers, 2010. — P. 195.

78. Analysis of fluorescence decay kinetics measured in the frequency domain using distributions of decay times / J. R. Lakowicz [et al.] // Biophysical Chemistry. — 1987. — Vol. 28, no. 1. — P. 35–50.

79. Ibryaeva, O. L. Recursive matrix pencil method / O. L. Ibryaeva // 2017 2nd International Ural Conference on Measurements (UralCon). — IEEE, 2017. — P. 378–383.

80. Калиткин, Н. Н. Численные методы: в 2 кн. Кн. 2. Методы математической физики / Н. Н. Калиткин, П. В. Корякин. — М. Издательский центр «Академия», 2013. — С. 304.

81. Lanczos, C. Applied analysis / C. Lanczos. — USA: Prentice Hall, 1956. — P. 539.

82. Padé-Laplace method for analysis of fluorescence intensity decay / Z. Bajzer [et al.] // Biophysical Journal. — 1989. — Vol. 56, no. 1. — P. 79.

83. Ibryaeva, O. L. On removal of Froissart doublets in Pade - Laplace method / O. L. Ibryaeva, V. M. Adukov // 35th International Conference on Telecommunications and Signal Processing, TSP 2012 - Proceedings. — 2012. — P. 639–643.

84. Ибряева, О. Л. Модификация метода матричных пучков, использующая совместное оценивание полюсов сигнала и обратных к ним / О. Л. Ибряева, Д. Д. Салов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. — 2017. — Т. 6, № 1. — С. 26—37.

85. Exponential Sampling Method for Light Scattering Polydispersity Analysis / N. Ostrowsky [et al.] // Journal of Modern Optics. — 1981. — Vol. 28, no. 8. — P. 1059–1070.

86. Van Liew, H. D. Semilogarithmic Plots of Data Which Reflect a Continuum of Exponential Processes / H. D. Van Liew // Science. — 1962. — Vol. 138, no. 3541. — P. 682–683.

87. Van Liew, H. D. Graphic analysis of aggregates of linear and exponential processes / H. D. Van Liew // Journal of Theoretical Biology. — 1967. — Vol. 16, no. 1. — P. 43–53.

88. Bevington, P. R. Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences / P. R. Bevington. — McGraw-Hill Higher Education, 2003. — P. 320.

89. Rosenbrock, H. H. An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function / H. H. Rosenbrock // Computer Journal. — 1960. — Vol. 3, no. 3. — P. 175–184.

90. Worsley, B. H. Selection of a numerical technique for analyzing experimental data of the decay type with special reference to the use of tracers in biological systems / B. H. Worsley, L. C. Lax // Biochimica et Biophysica Acta. — 1962. — Vol. 59. — P. 1–24.

91. Fletcher, R. Function minimization by conjugate gradients / R. Fletcher, C. M. Reeves // Computer Journal. — 1964. — Vol. 7, no. 2. — P. 149–154.

92. Rodomanov, A. New Results on Superlinear Convergence of Classical Quasi-Newton Methods / A. Rodomanov, Y. Nesterov // Journal of Optimization Theory and Applications. — 2021. — Vol. 188, no. 3. — P. 744–769.

93. Braide, S. L. Analysis of Least Square and Exponential Regression Techniques for Energy Demand Requirement (2013-2032) / S. L. Braide, E. J. Diema // American Journal of Electrical and Electronic Engineering. — 2018. — Vol. 6, no. 2. — P. 38–59.

94. Chang, T.-C. Sum of Exponential Model for Fitting Data / T.-C. Chang, M.-H. Wu, Y. Lin // Engineering Proceedings. — 2023. — Vol. 38, no. 1. — P. 87.

95. Späth, H. Algorithm 295: Exponential curve fit / H. Späth // Communications of the ACM. — 1967. — Vol. 10, no. 2. — P. 87.

96. Grinvald, A. The use of standards in the analysis of fluorescence decay data / A. Grinvald // Analytical Biochemistry. — 1976. — Vol. 75, no. 1. — P. 260–280.

97. Stoica, P. Spectral Analysis of Signals / P. Stoica, R. L. Moses. — Pearson Prentice Hall, 2005. — P. 447.

98. Awaya, T. Application of a new method to the analysis of radioactive decays / T. Awaya // Nuclear Instruments and Methods. — 1980. — Vol. 174, no. 1. — P. 237–242.

99. Loeb, J. More about process identification / J. Loeb, G. Cahen // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1965. — Vol. 10, no. 3. — P. 359–361.

100. Valeur, B. Analysis of time-dependent fluorescence experiments by the method of modulating functions with special attention to pulse fluorometry / B. Valeur // Chemical Physics. — 1978. — Vol. 30, no. 1. — P. 85–93.

101. Tittelbach-Helmrich, K. An integration method for the analysis of multiexponential transient signals / K. Tittelbach-Helmrich // Measurement Science and Technology. — 1993. — Vol. 4, no. 12. — P. 1323.

102. Сравнение методов релаксационной спектроскопии глубоких уровней при анализе релаксационного тока / А. В. Ермачихин [и др.] // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. — 2022. — № 82. — С. 207—217.

103. Isenberg, I. The Analysis of Fluorescence Decay by a Method of Moments / I. Isenberg, R. D. Dyson // Biophysical Journal. — 1969. — Vol. 9, no. 11. — P. 1337–1350.

104. Dyson, R. D. Analysis of exponential curves by a method of moments, with special attention to sedimentation equilibrium and fluorescence decay / R. D. Dyson, I. Isenberg // Biochemistry. — 1971. — Vol. 10, no. 17. — P. 3233–3241.

105. The analysis of exponential and nonexponential transients in deep-level transient spectroscopy / P. D. Kirchner [et al.] // Journal of Applied Physics. — 1981. — Vol. 52, no. 11. — P. 6462–6470.

106. Бейкер, Д. Аппроксимации Паде / Д. Бейкер, П. Грейвс-Моррис. — М.: Мир, 1986. — С. 502.

107. Luke, Y. L. Approximate inversion of a class of Laplace transforms applicable to supersonic flow problems / Y. L. Luke // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. — 1964. — Vol. 17, no. 1. — P. 91–103.

108. Fair, W. Padé approximations to the operator exponential / W. Fair, Y. L. Luke // Numerische Mathematik. — 1970. — Vol. 14, no. 4. — P. 379–382.

109. Longman, I. M. On the Numerical Inversion of the Laplace Transform of a Discontinuous Original / I. M. Longman // IMA Journal of Applied Mathematics. — 1968. — Vol. 4, no. 3. — P. 320–328.

110. Tannous, C. Generalised Modal Analysis with the Pade-Laplace transform / C. Tannous // arXiv: Data Analysis, Statistics and Probability. — 2003. — P. 11.

111. Ibryaeva, O. L. Evaluation of Taylor coefficients in Pade-Laplace method using cubic splines / O. L. Ibryaeva // 14th IMEKO TC10 Workshop New Perspectives in Measurements, Tools and Techniques for system's reliability, maintainability and safety. — 2016. — P. 145–150.

112. Hildebrand, F. B. Introduction to Numerical Analysis: Second Edition / F. B. Hildebrand. — Courier Corporation, 2013. — P. 669.

113. Analysis of double exponential fluorescence decay behavior for optical temperature sensing / T. Sun [et al.] // Review of Scientific Instruments. — 1997. — Vol. 68, no. 1. — P. 58–63.

114. Kumaresan, R. A Prony method for noisy data: choosing the signal components and selecting the order in exponential signal models / R. Kumaresan, D. W. Tufts, L. L. Scharf // Proceedings of the IEEE. — 1984. — Vol. 72, no. 2. — P. 230–233.

115. Holt, J. N. Determining the number of terms in a Prony algorithm exponential fit / J. N. Holt, R. J. Antill // Mathematical Biosciences. — 1977. — Vol. 36, no. 3. — P. 319–332.

116. Воскресенский, Д. И. Активные фазированные антенные решетки / Д. И. Воскресенский, А. И. Канащенков. — Радиотехника, 2004. — С. 490.

117. Parameter Estimation in Electrical Power Systems Using Prony's Method / C. Ortbandt [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2015. — Vol. 659, no. 1. — P. 012013.

118. Bushuev, O. Y. Choosing an optimal sampling rate to improve the performance of signal analysis by Prony's method / O. Y. Bushuev, O. L. Ibryaeva // 35th International Conference on Telecommunications and Signal Processing, TSP 2012 - Proceedings. — 2012. — P. 634–638.

119. Underwater material recognition based on laser-induced acoustic source / J. Ye [et al.] // OCEANS 2014 - TAIPEI. — 2014. — P. 1–4.

120. Advanced methods for the assessment of time varying waveform distortions caused by wind turbine systems. Part II: Numerical applications / L. Alfieri [et al.] // 13th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC). — 2013. — P. 1–3.

121. Emam, A. S. Enhanced Model Predictive Control-Based STATCOM Implementation for Mitigation of Unbalance in Line Voltages / A. S. Emam, A. M. Azmy, E. M. Rashad // IEEE Access. — 2020. — Vol. 8. — P. 225995–226007.

122. Duda, K. The Polyphase Prony Method [Tips & Tricks] / K. Duda, T. Zieliński // IEEE Signal Processing Magazine. — 2022. — Vol. 39, no. 3. — P. 115–120.

123. Pisarenko, V. F. The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function / V. F. Pisarenko // Geophysical Journal International. — 1973. — Vol. 33, no. 3. — P. 347–366.

124. Paulraj, A. Estimation Of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques – Esprit / A. Paulraj, R. Roy, T. Kailath // Nineteeth Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers. — 1985. — P. 6–8.

125. Potts, D. Parameter estimation for nonincreasing exponential sums by Prony-like methods / D. Potts, M. Tasche // Linear Algebra and its Applications. — 2013. — Vol. 439, no. 4. — P. 1024–1039.

126. Weiss, L. Prony's Method, Z-Transforms, and Padé Approximation / L. Weiss, R. N. McDonough // SIAM Review. — 1963. — Vol. 5, no. 2. — P. 145–149.

127. Grant, L. L. Comparison of Matrix Pencil and Prony methods for power system modal analysis of noisy signals / L. L. Grant, M. L. Crow // North American Power Symposium. — 2011. — P. 4–6.

128. Comparison between Matrix Pencil and Prony methods applied on noisy antenna responses / F. Sarrazin [et al.] // Loughborough Antennas & Propagation Conference. — 2011. — P. 14–15.

129. Chitturi, S. Comparing performance of Prony analysis and matrix pencil method for monitoring power system oscillations / S. Chitturi, S. Chakrabarti, S. N. Singh // IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT ASIA). — 2014. — P. 20–23.

130. Yilmazer, N. DOA Estimation using Matrix Pencil and ESPRIT methods using single and multiple snapshots / N. Yilmazer, T. K. Sarkar, M. Salazar-Palma // URSI International Symposium on Electromagnetic Theory. — 2010. — P. 16–19.

131. Assiimwe, E. A Matrix Pencil Method For the Efficient Computation of Direction of Arrival Estimation for Weakly Correlated Signals Using Uniform Linear Array in a Low SNR Regime / E. Assiimwe, E. Mwangi, D. Konditi // International Journal of Engineering Research and Technology. — 2018. — Vol. 11, no. 9. — P. 1347–1361.

132. Brand, M. Fast low-rank modifications of the thin singular value decomposition / M. Brand // Linear Algebra and Its Applications. — 2006. — Vol. 415, no. 1. — P. 20–30.

133. Mori, H. Power system harmonics prediction with an artificial neural network / H. Mori, S. Suga // IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). — 1991. — P. 11–14.

134. Lin, H. C. Intelligent neural network based dynamic power system harmonic analysis / H. C. Lin // International Conference on Power System Technology. — 2004. — P. 21–24.

135. The harmonics analysis of power system based on Artificial Neural Network / X. Wu [et al.] // World Automation Congress. — 2008. — P. 4.

136. Harmonic identification using parallel neural networks in single-phase systems / C. F. do Nascimento [et al.] // Applied Soft Computing. — 2011. — Vol. 11, no. 2. — P. 2178–2185.

137. An adaptive linear combiner for on-line tracking of power system harmonics / P. K. Dash [et al.] // IEEE Transactions on Power Systems. — 2002. — Vol. 11, no. 4. — P. 1730–1735.

138. Sarkar, A. A self-synchronized ADALINE network for on-line tracking of power system harmonics / A. Sarkar, S. R. Choudhury, S. Sengupta // Measurement. — 2011. — Vol. 44, no. 4. — P. 784–790.

139. Optimal Harmonic Estimation Using A Particle Swarm Optimizer / Z. Lu [et al.] // IEEE Trans. Power Delivery. — 2008. — Vol. 23, no. 2. — P. 1166–1174.

140. Harmonic Estimation in Power Systems Using Adaptive Perceptrons Based on a Genetic Algorithm / S. G. Seifossadat [et al.] // WSEAS Transactions on Power Systems. — 2007. — Vol. 2, no. 11. — P. 239–244.

141. Bettayeb, M. A hybrid least squares-GA-based algorithm for harmonic estimation / M. Bettayeb, U. Qidwai // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2003. — Vol. 18, no. 2. — P. 377–382.

142. Joorabian, M. Harmonic estimation in a power system using a novel hybrid Least Squares-Adaline algorithm / M. Joorabian, S. S. Mortazavi, A. A. Khayyami // Electric Power Systems Research. — 2009. — Vol. 79, no. 1. — P. 107–116.

143. Vedik, B. Reverse harmonic load flow analysis using an evolutionary technique / B. Vedik, C. K. Shiva, P. Harish // SN Applied Sciences. — 2020. — Vol. 2, no. 9. — P. 1–11.

144. Vasumathi, B. Implementation of hybrid ANN-PSO algorithm on FPGA for harmonic estimation / B. Vasumathi, S. Moorthi // Engineering Applications of Artificial Intelligence. — 2012. — Vol. 25, no. 3. — P. 476–483.

145. Shi, J. Harmonic Detection Technology for Power Grids Based on Adaptive Ensemble Empirical Mode Decomposition / J. Shi, Z. Liu // IEEE Access. — 2021. — Vol. 9. — P. 21218–21226.

146. Mishra, S. A hybrid least square-fuzzy bacterial foraging strategy for harmonic estimation / S. Mishra // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. — 2005. — Vol. 9, no. 1. — P. 61–73.

147. Chen, Y. A harmonic parameter estimation method based on Particle Swarm Optimizer with Natural Selection / Y. Chen, M. S. Li // International Conference on Information and Communication Technology Research (ICTRC). — 2015. — P. 17–19.

148. Srivastava, S. PSO and neural-network based signature recognition for harmonic source identification / S. Srivastava, J. R. P. Gupta, M. Gupta // TENCON IEEE Region 10 Conference. — 2009. — P. 23–26.

149. K-nearest neighbor and naive Bayes based diagnostic analytic of harmonic source identification / M. H. Jopri [et al.] // Bulletin of Electrical Engineering and Informatics. — 2020. — Vol. 9, no. 6. — P. 2650–2657.

150. Support-vector machine and Naive Bayes based diagnostic analytic of harmonic source identification / M. H. Jopri [et al.] // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. — 2020. — Vol. 20, no. 1. — P. 1–8.

151. Identifying Harmonic Attributes From Online Partial Discharge Data / V. M. Catterson [et al.] // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2011. — Vol. 26, no. 3. — P. 1811–1819.

152. Ray, P. K. Neuro-evolutionary approaches to power system harmonics estimation / P. K. Ray, B. Subudhi // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. — 2015. — Vol. 64. — P. 212–220.

153. Review of AI applications in harmonic analysis in power systems / A. Eslami [et al.] // Renewable Sustainable Energy Reviews. — 2022. — Vol. 154. — P. 111897.

154. Xiao, X. Parameter estimation of the exponentially damped sinusoids signal using a specific neural network / X. Xiao, J.-H. Lai, C.-D. Wang // Neurocomputing. — 2014. — Vol. 143. — P. 331–338.

155. Jain, S. K. Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges / S. K. Jain, S. N. Singh // Electric Power Systems Research. — 2011. — Vol. 81, no. 9. — P. 1754–1766.

156. Ибряева, О. Л. Диагностика неисправностей подшипников качения на основе спектральных признаков / О. Л. Ибряева, М. Н. Мохаммад // В сборнике: Математическое и информационное моделирование, материалы Всероссийской конференции молодых ученых. Тюмень. — 2022. — С. 189—198.

157. Chen, Z. Rolling Bearing Fault Diagnosis Using Time-Frequency Analysis and Deep Transfer Convolutional Neural Network / Z. Chen, J. Cen, J. Xiong // IEEE Access. — 2020. — Vol. 8. — P. 150248–150261.

158. A New Deep Learning Model for Fault Diagnosis with Good Anti-Noise and Domain Adaptation Ability on Raw Vibration Signals / W. Zhang [et al.] // Sensors. — 2017. — Vol. 17, no. 2. — P. 425.

159. LEFE-Net: A Lightweight Efficient Feature Extraction Network With Strong Robustness for Bearing Fault Diagnosis / H. Fang [et al.] // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. — 2021. — Vol. 70. — P. 3513311.

160. NASA Prognostics Center of Excellence Data Set Repository. — Режим доступа: `https://www.nasa.gov/intelligent-systems-division/discovery-and-systems-health/pcoe/pcoe-data-set-repository` (дата обращения: 04.06.2025). Электронный ресурс.

161. Trudnowski, D. J. Making Prony Analysis More Accurate using Multiple Signals / D. J. Trudnowski, J. M. Johnson, J. F. Hauer // IEEE Transactions on Power Systems. — 1999. — Vol. 14, no. 1. — P. 226–231.

162. Henry, M. P. Sensor Validation Via Ultrasonic Signal Processing Analysis / M. P. Henry, O. Y. Bushuev, D. D. Salov // Global Smart Industry Conference (GloSIC). — 2018. — P. 13–15.

163. Gilewicz, J. Froissart doublets in Padé approximation in the case of polynomial noise / J. Gilewicz, Y. Kryakin // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2003. — Vol. 153, no. 1. — P. 235–242.

164. Gutierrez-Osuna, R. Transient response analysis of an electronic nose using multi-exponential models / R. Gutierrez-Osuna, H. Nagle, S. Schiffman // Sensors and Actuators B. — 1999. — Vol. 61. — P. 170–182.

165. Cabay, S. Algebraic Computations of Scaled Padé Fractions / S. Cabay, D.-K. Choi // SIAM Journal on Computing. — 1986. — Vol. 15, no. 1. — P. 243–270.

166. Geddes, K. O. Symbolic Computation of Padé Approximants / K. O. Geddes // ACM Transactions on Mathematical Software. — 1979. — Vol. 5, no. 2. — P. 218–233.

167. Golub, G. Matrix Computations / G. Golub, C. Van Loan. — Baltimore: University Press, 1989. — P. 780.

168. Адуков, В. М. Задача аппроксимации Паде как краевая задача Римана / В. М. Адуков // Весці НАН Беларусі. Сер. Фізіка-матэм. навук. — 2004. — № 4. — С. 55—61.

169. О дуплетах Фруассара в методе Паде-Лапласа / А. Л. Шестаков [и др.] // Системы компьютерной математики и их приложения: тезисы докладов международной конференции, Смоленск. — 2011. — С. 257—259.

170. Wang, T. Coriolis flowmeters: a review of developments over the past 20 years, and an assessment of the state of the art and likely future directions / T. Wang, R. Baker // Flow Measurement and Instrumentation. — 2014. — Vol. 40. — P. 99–123.

171. Basu, S. Plant Flow Measurement and Control Handbook: Fluid, Solid, Slurry and Multiphase Flow / S. Basu. — Academic Press, 2018. — P. 1268.

172. Li, M. Complex signal processing for Coriolis mass flow metering in two-phase flow / M. Li, M. Henry // Flow Measurement and Instrumentation. — 2018. — Vol. 64. — P. 104–115.

173. Shams Es-haghi, S. A Critical Evaluation and Modification of the Padé–Laplace Method for Deconvolution of Viscoelastic Spectra / S. Shams Es-haghi, D. J. Gardner // Molecules. — 2021. — Vol. 26, no. 16. — P. 4838.

174. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. — М.: Высш. шк., 1994. — С. 544.

175. Ferreira, P. Super-resolution, the recovery of missing samples and Vandermonde matrices on the unit circle / P. Ferreira // Proceedings of the 1999 Workshop on Sampling Theory and Applications. — 1999. — P. 216–220.

176. Berman, L. On perfect conditioning of Vandermonde matrices on the unit circle. / L. Berman, A. Feuer // Electronic Journal of Linear Algebra. — 2007. — Vol. 16. — P. 157–161.

177. Bazan, S. V. Conditioning of Rectangular Vandermonde Matrices with Nodes in the Unit Disk / S. V. Bazan // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. — 2000. — Vol. 21, no. 2. — P. 679–693.

178. Kuian, M. Optimally Conditioned Vandermonde-Like Matrices / M. Kuian, L. Reichel, S. Shiyanovskii // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. — 2019. — Vol. 40, no. 4. — P. 1399–1424.

179. Cordova, A. Vandermonde matrices on the circle: Spectral properties and conditioning / A. Cordova, W. Gautschi, S. Ruscheweyh // Numerische Mathematik. — 1990. — Vol. 57, no. 1. — P. 577–591.

180. Gautschi, W. On inverses of Vandermonde and confluent Vandermonde matrices / W. Gautschi // Numerische Mathematik. — 1962. — Vol. 4, no. 1. — P. 117–123.

181. Gautschi, W. Optimally conditioned Vandermonde matrices / W. Gautschi // Numerische Mathematik. — 1975. — Vol. 24, no. 1. — P. 1–12.

182. Gautschi, W. On inverses of Vandermonde and confluent Vandermonde matrices III / W. Gautschi // Numerische Mathematik. — 1978. — Vol. 29, no. 4. — P. 445–450.

183. Ибряева, О. Л. Оптимизация частоты дискретизации сигнала при использовании метода Прони / О. Л. Ибряева, А. С. Семенов, А. Л. Шестаков // Доклады 13-й Международной конференции: Цифровая обработка сигналов и ее применение. — 2011. — С. 108—110.

184. Sinitsin, V. V. Wireless acceleration sensor of moving elements for condition monitoring of mechanisms / V. V. Sinitsin, A. L. Shestakov // Measurement Science and Technology. — 2017. — Vol. 28, no. 9. — P. 094002.

185. Шестаков, А. Л. Оценка достоверности показаний датчика давления на основе метода Прони и алгоритма поиска оптимальной частоты дискретизации сигнала / А. Л. Шестаков, О. Л. Ибряева, В. А. Еремеева // Сборник тезисов докладов II Международной научно-практической конференции молодых ученых и специалистов «ЗА НАМИ БУДУЩЕЕ». — 2024. — С. 473—474.

186. Crow, M. L. The matrix pencil for power system modal extraction / M. L. Crow, A. Singh // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, no. 1. — P. 501–502.

187. Drissi, K. E. K. The Matrix Pencil Method Applied To Smart Monitoring And Radar / K. E. K. Drissi, D. Poljak // WIT Transactions on Modelling and Simulation. — 2015. — Vol. 59. — P. 13–24.

188. Персичкин, А. А. О методике оценки параметров сейсмических сигналов / А. А. Персичкин, А. А. Шпилевой // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. — 2015. — № 10. — С. 122—125.

189. Qarib, H. A comparative study of signal processing methods for structural health monitoring / H. Qarib, H. Adeli // Journal of Vibroengineering. — 2023. — Vol. 18, no. 4. — P. 2186–2204.

190. Ibryaeva, O. Matrix pencil method for coriolis mass flow meter signal processing in two-phase flow conditions / O. Ibryaeva, D. Salov // International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). — 2017. — P. 16–19.

191. Fernández del Río, J. E. Comparison between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation / J. E. Fernández del Río, T. K. Sarkar // Digital Signal Processing. — 1996. — Vol. 6, no. 2. — P. 108–125.

192. An efficient quantum algorithm for spectral estimation / A. Steffens [et al.] // New Journal of Physics. — 2017. — Vol. 19, no. 3. — P. 033005.

193. Liang, W. Detection of power system oscillation using moving window Prony method / W. Liang, H. Kang, L. Yao // 2010 International Conference on Power System Technology. — 2010. — P. 1–6.

194. Деммель, Д. Вычислительная линейная алгебра / Д. Деммель. — М.: Мир, 2001. — С. 430.

195. Trends in Fault Diagnosis for Electrical Machines: A Review of Diagnostic Techniques / H. Henao [et al.] // IEEE Industrial Electronics Magazine. — 2014. — Vol. 8, no. 2. — P. 31–42.

196. Вольдек, А. И. Электрические машины. Учебник для студентов высш.техн. учебн. заведений / А. И. Вольдек. — Л.: Энергия, 1978. — С. 832.

197. Efficiency assessment of induction motors operating under different faulty conditions / M. Garcia [et al.] // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2019. — Vol. 66, no. 10. — P. 8072–8081.

198. Singh, G. K. Induction machine drive condition monitoring and diagnostic research—a survey / G. K. Singh, S. Ahmed Saleh Al Kazzaz // Electric Power Systems Research. — 2003. — Vol. 64, no. 2. — P. 145–158.

199. Обнаружение обрывов стержней короткозамкнутого ротора асинхронного двигателя по высшим гармоникам тока статора / А. Л. Шестаков [и др.] // Цифровая Индустрия: Состояние и Перспективы Развития 2023 Сборник научных статей. Челябинск. — 2023. — С. 509—516.

200. Diagnosis of Rotor Asymmetries Faults in Induction Machines Using the Rectified Stator Current / R. Puche-Panadero [et al.] // IEEE Transactions on Energy Conversion. — 2019. — Vol. 35, no. 1. — P. 213–221.

201. Chahine, K. Rotor fault diagnosis in induction motors by the matrix pencil method and support vector machine / K. Chahine // International Transactions on Electrical Energy Systems. — 2018. — Vol. 28, no. 10. — e2612.

202. Liu, Z. Adaptive matrix pencil method for mixed rotor faults diagnosis / Z. Liu, J. Huang // XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM). — 2016. — P. 4–7.

203. Kompella, D. Performance Analysis Of Wiener Filter With Different Window Functions In Detecting Broken Rotor Fault In 3 Phase Induction Motor / D. Kompella, G. Madhav. — 2020.

204. Chen, S. Modelling and simulation of stator and rotor fault conditions in induction machines for testing fault diagnostic techniques / S. Chen, R. Živanović // European transactions on electrical power. — 2010. — Vol. 20, no. 5. — P. 611–629.

205. Герман-Галкин, С. Г. Электрические Машины. Лабораторные работы на ПК / С. Г. Герман-Галкин, Г. А. Кардонов. — СПб.: Корона-принт, 2007. — С. 256.

206. Еремеева, В. А. Алгоритмы обработки информации для оценки технического состояния асинхронного электродвигателя исполнительных механизмов АСУ ТП : Канд. дис. : 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика / Еремеева Виктория Александровна. — Челябинск : Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), 2025. — 105 с.

207. Еремеева, В. А. Оценка точности измерения фазовой задержки сигналов методом матричных пучков / В. А. Еремеева, О. Л. Ибряева // Сборник тезисов докладов II Международной научно-практической конференции

молодых ученых и специалистов «ЗА НАМИ БУДУЩЕЕ». — 2024. — С. 295—296.

208. Крошкин, А. Н. Цифровой кориолисовый расходомер Foxboro - представитель концепции SEVA / А. Н. Крошкин // Автоматизация в промышленности. — 2013. — Т. 10. — С. 22—26.

209. A neural network to correct mass flow errors caused by two-phase flow in a digital coriolis mass flowmeter / R. P. Liu [et al.] // Flow Measurement and Instrumentation. — 2001. — Vol. 12, no. 1. — P. 53–63.

210. Ибряева, О. Л. Коррекция ошибок измерений расхода и плотности кориолисовым расходомером при наличии воздуха с помощью нейронных сетей / О. Л. Ибряева, В. В. Барабанов // В сборнике: Наука ЮУрГУ, материалы 71-й научной конференции, Южно-Уральский государственный университет. — 2019. — С. 366—374.

211. SVM based measurement method and implementation of gas-liquid two-phase flow for CMF / J. Yue [et al.] // Measurement. — 2019. — Vol. 145. — P. 160–171.

212. Shestakov, A. L. Decision Tree Ensembles Applied to Benchmark Data Set for Three-Phase Coriolis Mass Flow Metering / A. L. Shestakov, D. K. Lebedev, O. L. Ibryaeva // XXXIII International Scientific Symposium Metrology and Metrology Assurance (MMA). — 2023. — P. 7–11.

213. Шестаков, А. Л. Применение методов машинного обучения для решения задачи коррекции измерений кориолисового расходомера в условиях трехфазного потока / А. Л. Шестаков, Д. К. Лебедев, О. Л. Ибряева // В сборнике: Цифровая Индустрия: Состояние и Перспективы Развития 2023 Челябинск. — 2024. — С. 517—526.

214. Jijo, B. Classification Based on Decision Tree Algorithm for Machine Learning / B. Jijo, A. Abdulazeez // Journal of Applied Science and Technological Trends. — 2021. — Vol. 2, no. 01. — P. 20–28.

215. Pedregosa, F. Scikit-learn: Machine Learning in Python / F. Pedregosa, et. al // Journal of Machine Learning Research. — 2011. — Vol. 12. — P. 2825–2830.

216. Breiman, L. Random Forests / L. Breiman // Machine Learning. — 2001. — Vol. 45, no. 1. — P. 5–32.

217. Geurts, P. Extremely randomized trees / P. Geurts, D. Ernst, L. Wehenkel // Machine Learning. — 2006. — Vol. 63, no. 1. — P. 3–42.

218. Friedman, J. H. Greedy function approximation: A gradient boosting machine. / J. H. Friedman // Annals of Statistics. — 2001. — Vol. 29, no. 5. — P. 1189–1232.

219. Boser, B. E. A training algorithm for optimal margin classifiers / B. E. Boser, I. M. Guyon, V. N. Vapnik // ACM Conferences. — 1992. — P. 144–152.

220. Набор данных CMF Data Storage. – URL: `https://cmfdata.susu.ru` ; Режим доступа: `https://cmfdata.susu.ru` (дата обращения: 10.06.2025). Электронный ресурс.

221. Coriolis mass flow metering for three-phase flow: A case study / M. Henry [et al.] // Flow Measurement Instrumentation. — 2013. — Vol. 30. — P. 112–122.

222. Benchmarking AutoML for regression tasks on small tabular data in materials design / F. Conrad [et al.] // Scientific Reports. — 2022. — Vol. 12, no. 19350. — P. 1–14.

223. LightAutoML: AutoML Solution for a Large Financial Services Ecosystem / A. Vakhrushev [et al.] // arXiv. — 2021.

224. TPOT2: A New Graph-Based Implementation of the Tree-Based Pipeline Optimization Tool for Automated Machine Learning / P. Ribeiro [et al.] // Genetic Programming Theory and Practice XX. — 2024. — P. 1–17.

225. Płońska, A. MLJAR: State-of-the-art Automated Machine Learning Framework for Tabular Data. Version 0.10.3 / A. Płońska, P. Płoński. – Łapy, Poland, 2021. – URL: `https://github.com/mljar/mljar-supervised`.

226. Assessment of the Reliability of Motors in Utility Applications - Updated / P. Albrecht [et al.] // IEEE Transactions on Energy Conversion. — 1986. — Vol. EC–1, no. 1. — P. 39–46.

227. Matrix pencil method for coriolis metering with liquid/gas flow II: Experimental results / O. L. Ibryaeva [et al.] // IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). — 2018. — P. 434–439.

228. Coriolis flow meter : Patent 2715371 / M. Henry ; U. of Oxford. — Заявл. 2020. — URL: `https://ora.ox.ac.uk/objects/uuid:0afd4024-df71-448d-aba1-65de6ef155ae` ; Available at: `https://ora.ox.ac.uk/objects/uuid:0afd4024-df71-448d-aba1-65de6ef155ae` (accessed: 13.06.2025).

229. Li, M. Complex Bandpass Filtering for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing / M. Li, M. Henry // Industrial Electronics Society. — 2016. — P. 4952–4957.

230. The dynamic response of Coriolis mass flow meters: Theory and applications / M. Henry [et al.] // Technical Papers of ISA. — ISA Publishing, 2004.

231. Решение задачи «обнаружение-измерение дальности» для малоподвижных объектов методом активной корреляции / С. В. Шостак [и др.] // Журнал Радиоэлектроники. — 2015. — Т. 3. — С. 101—117.

232. Реализация алгоритма поиска сигнала заданной формы на фоне шумов / А. А. Логинов [и др.] // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Физика твердого тела. — 2005. — Т. 1. — С. 141—145.

233. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции / Г. Ван Трис. — Изд-во Сов. радио, 1977. — С. 650.

234. Maximum likelihood estimation of the parameters of multiple sinusoids from noisy measurements / P. Stoica [et al.] // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. — 2002. — Vol. 37, no. 3. — P. 378–392.

235. Yang, X. A direct maximum likelihood optimization approach to identification of LPV time-delay systems / X. Yang, B. Huang, H. Gao // Journal of The Franklin Institute. — 2016. — Vol. 353, no. 8. — P. 1862–1881.

236. Tool condition monitoring techniques in milling process — a review / T. Mohanraj [et al.] // Journal of Materials Research and Technology. — 2020. — Vol. 9, no. 1. — P. 1032–1042.

237. Evaluation of expert system for condition monitoring of a single point cutting tool using principle component analysis and decision tree algorithm / M. Elangovan [et al.] // Expert Systems With Applications. — 2011. — Vol. 38, no. 4. — P. 4450–4459.

238. Tool condition monitoring in the milling process with vegetable based cutting fluids using vibration signatures / T. Mohanraj [et al.] // Materials Testing. — 2019. — Vol. 61, no. 3. — P. 282–288.

239. Dimla, D. E. On-line metal cutting tool condition monitoring.: I: force and vibration analyses / D. E. Dimla, P. M. Lister // International Journal of Machine Tools and Manufacture. — 2000. — Vol. 40, no. 5. — P. 739–768.

240. Zhang, K.-f. A method for tool condition monitoring based on sensor fusion / K.-f. Zhang, H.-q. Yuan, P. Nie // Journal of Intelligent Manufacturing. — 2015. — Vol. 26, no. 5. — P. 1011–1026.

241. Deep Transfer Learning Based on Sparse Autoencoder for Remaining Useful Life Prediction of Tool in Manufacturing / C. Sun [et al.] // IEEE Transactions on Industrial Informatics. — 2019. — Vol. 15, no. 4. — P. 2416–2425.

242. Ибряева, О. Л. Применение классического и модифицированного метода матричных пучков для обнаружения сигнала в шуме / О. Л. Ибряева, Д. Д. Салов // В сборнике: Наука ЮУрГУ, материалы 69-й научной конференции, Южно-Уральский государственный университет. — 2017. — С. 379—383.

243. Tnani, M.-A. Smart Data Collection System for Brownfield CNC Milling Machines: A New Benchmark Dataset for Data-Driven Machine Monitoring / M.-A. Tnani, M. Feil, K. Diepold // Procedia CIRP. — 2022. — Vol. 107. — P. 131–136.

244. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. — М.: Высш. шк., 1988. — С. 448.

245. Xu, Z. Fault diagnosis of rolling bearing of wind turbines based on the Variational Mode Decomposition and Deep Convolutional Neural Networks / Z. Xu, C. Li, Y. Yang // Applied Soft Computing. — 2020. — Vol. 95. — P. 106515.

246. Fault diagnosis of rolling bearings with recurrent neural network-based autoencoders / H. Liu [et al.] // ISA Transactions. — 2018. — Vol. 77. — P. 167–178.

247. Challenges and Opportunities of Deep Learning Models for Machinery Fault Detection and Diagnosis: A Review / S. R. Saufi [et al.] // IEEE Access. — 2019. — Vol. 7. — P. 122644–122662.

248. Neupane, D. Bearing Fault Detection and Diagnosis Using Case Western Reserve University Dataset With Deep Learning Approaches: A Review / D. Neupane, J. Seok // IEEE Access. — 2020. — Vol. 8. — P. 93155–93178.

249. Chu, W. C. Speech Coding Algorithms / W. C. Chu. — Wiley Online Library, 2003. — P. 578.

250. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery / Y. Lei [et al.] // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2013. — Vol. 35, no. 1. — P. 108–126.

251. Othman, N. A. The study of fault diagnosis in rotating machinery / N. A. Othman, N. S. Damanhuri, V. Kadirkamanathan // 5th International Colloquium on Signal Processing & Its Applications. — 2009. — P. 6–8.

252. Hoang, D.-T. Rolling element bearing fault diagnosis using convolutional neural network and vibration image / D.-T. Hoang, H.-J. Kang // Cognitive Systems Research. — 2019. — Vol. 53. — P. 42–50.

253. Case Western Reserve University: Bearing Data Center Dataset. — URL: `https://engineering.case.edu/bearingdatacenter/download-data-file` ; Режим доступа: `https://engineering.case.edu/bearingdatacenter/download-data-file` (дата обращения: 22.06.2025). Электронный ресурс.

254. Randall, R. B. Rolling element bearing diagnostics—A tutorial / R. B. Randall, J. Antoni // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2011. — Vol. 25, no. 2. — P. 485–520.

255. McFadden, P. D. Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing / P. D. McFadden, J. D. Smith // Journal of Sound and Vibration. — 1984. — Vol. 96, no. 1. — P. 69–82.

256. Авакян, В. А. Исследование качества монтажа подшипников электрических машин путем вибродиагностики / В. А. Авакян // Электротехника. — 1980. — Т. 8. — С. 29—33.

257. Генкин, М. Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов / М. Д. Генкин, А. Г. Соколова. — М.: Машиностроение, 1987. — С. 288.

258. Русов, В. А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам / В. А. Русов. — Вибро-центр, 2012. — С. 252.

259. Intelligent Fault Diagnosis of Rolling Element Bearing Based on Convolutional Neural Network and Frequency Spectrograms / P. Liang [et al.] // IEEE International Conference on Prognostics and Health Management (ICPHM). — 2019. — P. 17–20.

260. Intelligent Fault Diagnosis of Rolling Element Bearings Based on HHT and CNN / Z. Yuan [et al.] // Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Chongqing). — 2018. — P. 26–28.

261. Ибряева, О. Л. Методы машинного обучения в задаче диагностики неисправностей подшипников / О. Л. Ибряева, В. И. Саковская // В сборнике: Наука ЮУрГУ: Секции технических наук, материалы 73-й научной конференции, Южно-Уральский государственный университет. — 2021. — С. 386—393.

262. Fault Diagnosis of Rolling Bearing Based on the PSO-SVM of the Mixed-Feature / J. Ma [et al.] // Applied Mechanics and Materials. — 2013. — Vol. 380–384. — P. 895–901.

263. Tracking surface degradation of ball bearing by means of new time domain scalar indicators / S. Sassi [et al.] // 21st International Congress and Exhibition on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management (COMADEM 2008). — 2008.

264. Pradhan, M. K. Fault detection using vibration signal analysis of rolling element bearing in time domain using an innovative time scalar indicator / M. K. Pradhan, P. Gupta // International Journal of Manufacturing Research. — 2017. — Vol. 12, no. 3.

265. Time-Domain Based Quantification of Surface Degradation for Better Monitoring of the Health Condition of Ball Bearings / A. Salem [et al.] // Vibration. — 2018. — Vol. 1, no. 1. — P. 172–191.

266. Li, D. Z. An Enhanced Bispectrum Technique With Auxiliary Frequency Injection for Induction Motor Health Condition Monitoring / D. Z. Li, W. Wang, F. Ismail // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. — 2015. — Vol. 64, no. 10. — P. 2679–2687.

267. Wang, W. J. Early detection of gear failure by vibration analysis i. calculation of the time-frequency distribution / W. J. Wang, P. D. McFadden // Mechanical Systems and Signal Processing. — 1993. — Vol. 7, no. 3. — P. 193–203.

268. Luo, G. Y. On-Line Vibration Analysis with Fast Continuous Wavelet Algorithm for Condition Monitoring of Bearing / G. Y. Luo, D. Osypiw, M. Irle // Journal of Vibration and Control. — 2003. — Vol. 9, no. 8. — P. 931–947.

269. Li, M. Hilbert-Huang transform based time-frequency distribution and comparisons with other three / M. Li, X.-K. Gu, S.-S. Yang // International journal of circuits, systems and signal processing. — 2007. — Vol. 1, no. 2. — P. 155–160.

270. Fault Diagnosis of Rolling Bearing based on EMD Combined with HHT Envelope and Wavelet Spectrum Transform / M. Yabin [et al.] // IEEE 7th Data Driven Control and Learning Systems Conference). — 2018. — P. 25–27.

271. Bearing fault detection based on hybrid ensemble detector and empirical mode decomposition / G. Georgoulas [et al.] // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2013. — Vol. 41, no. 1. — P. 510–525.

272. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis / N. E. Huang [et al.] // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. — 1998. — Vol. 454, no. 1971. — P. 903–995.

273. Zhong, R. Research on Properties of Hilbert Spectrum / R. Zhong, Z. Haiyong // 8th International Conference on Electronic Measurement and Instruments. — 2007. — P. 16–18.

274. Maaten, L. Visualizing Data using t-SNE / L. Maaten, G. Hinton // Journal of Machine Learning Research. — 2008. — Vol. 9, no. 86. — P. 2579–2605.

275. Fréin, R. Power-Weighted LPC Formant Estimation / R. Fréin // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. — 2021. — Vol. 68, no. 6. — P. 2207–2211.

276. Xu, J. A Linear Predictive Coding Filtering Method for Time-resolved Morphology of EEG Activity / J. Xu, M. Davis, R. Fréin // 32nd Irish Signals and Systems Conference. — 2021. — P. 1–6.

277. Рабинер, Л. Теория и применения цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. — М.: Мир, 1978. — С. 848.

278. Selection of the Order of Autoregressive Models for Host Load Prediction in Grid / J. Huo [et al.] // Eighth ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing. — 2007. — P. 512–521.

279. UMAP: Uniform Manifold Approximation and Projection / L. McInnes [et al.] // Journal of Open Source Software. — 2018. — Vol. 3, no. 29. — P. 861.

280. Visual analysis of a cold rolling process using a dimensionality reduction approach / D. Pérez [et al.] // Engineering Applications of Artificial Intelligence. — 2013. — Vol. 26, no. 8. — P. 1865–1871.

281. Vaidya, V. A. Analysis of Causes and Remedy of Chattering in the Aluminum Four stand Tandem Cold Rolling Mill: A Case Study / V. A. Vaidya, N. V. Vaidya, V. V. Vaidya // Journal of The Institution of Engineers (India): Series C. — 2022. — Vol. 103, no. 1. — P. 107–119.

282. Wang, X. Active vibration suppression for rolling mills vibration based on extended state observer and parameter identification / X. Wang, X. Yan // Journal of Low Frequency Noise, Vibration & Active Control. — 2019. — Vol. 39.

283. Premature failure analysis of forged cold back-up roll in a continuous tandem mill / H. R. B. Rad [et al.] // Materials and Design. — 2011. — Vol. 32, no. 8. — P. 4376–4384.

284. Life of rolls in a cold rolling mill in a steel plant-operation versus manufacture / A. K. Ray [et al.] // Engineering Failure Analysis. — 2000. — Vol. 7, no. 1. — P. 55–67.

285. Analysis of Spalling in Roughing Mill Backup Rolls of Wide and Thin Strip Hot Rolling Process / Q. Dong [et al.] // Steel Research International. — 2015. — Vol. 86, no. 2. — P. 129–136.

286. CVC cyclical shifting mode and its working characteristics for the mills of CSP / F. Shang [et al.] // Int. J. Adv. Manuf. Technol. — 2016. — Vol. 87, no. 5. — P. 1907–1916.

287. Елисеева, И. И. Общая теория статистики: учебник / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. — М.: Финансы и Статистика, 2002. — С. 480.

288. Jolliffe, I. T. Principal Component Analysis / I. T. Jolliffe. — Springer, 2002. — P. 487.

289. Hinton, G. E. Reducing the Dimensionality of Data with Neural Networks / G. E. Hinton, R. R. Salakhutdinov // Science. — 2006. — Vol. 313, no. 5786. — P. 504–507.

290. A Hybrid CNN-LSTM Based Approach for Anomaly Detection Systems in SDNs / M. Abdallah [et al.] // Proceedings of the 16th International Conference on Availability, Reliability and Security. — 2021. — P. 7.

291. Ibrahim, M. S. A hybrid model of CNN and LSTM autoencoder-based short--term PV power generation forecasting / M. S. Ibrahim, S. M. Gharghory, H. A. Kamal // Electrical engineering. — 2024. — Vol. 106, no. 4. — P. 4239–4255.

292. Prosvetov, A. V. The comparison of autoencoder architectures in improving of prediction models / A. V. Prosvetov // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Vol. 1117, no. 1. — P. 012006.

293. Lee, D. Anomaly Detection based on 1D-CNN-LSTM Auto-Encoder for Bearing Data / D. Lee, H. Choo, J. Jeong // WSEAS Transactions on Information Science and Applications. — 2023. — Vol. 20. — P. 1–6.

294. Николенко, С. И. Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей / С. И. Николенко. — Питер, 2022. — С. 480.

295. Chollet, F. keras / F. Chollet. — 2015. — `https://github.com/fchollet/keras`.

Приложение А

Список датчиков АСУ ТП

Таблица 18 — Список датчиков АСУ ТП

Номер	Обозначение датчика в АСУ ТП
1	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbActFr
2	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbActFb
3	C2.HGC.Ai._aiCxHgcPstPrDs
4	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcActPosBr
5	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActSrgOD
6	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActScyDs
7	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActFrDs
8	C2.HGC._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenActSpecTen
9	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcSvoBr
10	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvActTrqDrv
11	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActFrTot
12	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActFrDO
13	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvActRotSpdDrv
14	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcActPosTr
15	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvActLinSpd
16	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.GcsActSpdXs
17	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcSvoTr
18	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.GcsActSpdEs
19	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActFrOs
20	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActScyOs
21	C2.HGC.Ai._aiCxHgcPstPrOs
22	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbRefDest
23	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbRefInt
24	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbActPistPr
25	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbActRodPr
26	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.BrbActSvo
27	C2.BRB._ShmBrbRtData.BrbRtData.ActStateNo

Таблица 19 — Список датчиков АСУ ТП

Номер	**Обозначение датчика в АСУ ТП**
28	C2.HGC.Ai._aiCxHgcSvoDsGrp1
29	C2.RCC.ResGlobVar.RccLogicOut.FdbkOutDword
30	C2.CVC.Ai._aiCxCvcTopWrSvo
31	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSonyCntDs1
32	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSonyCntOs1
33	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSvoVlvDsGrp1
34	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSvoVlvDsGrp2
35	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSvoVlvOsGrp1
36	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcSvoVlvOsGrp2
37	C2.WAS._ShmWasRtData.WasRtData.ActStateNo
38	C2.WAS._ShmWasRtData.WasRtData.WasRefDest
39	C2.WAS._ShmWasRtData.WasRtData.WasRefAct
40	C2.RCC.ResGlobVar.RccLogicOut.FdbkOutDword2
41	C2.ITEN.AppLoop.ItenLoopV5b.ItenRestModeV1a.SpdCor
42	C2.RCC.ResGlobVar.RccLogicOut.VlvOutDword
43	C2.HGC.Ai._aiCxHgcRodPr
44	C2.PDC.ResGlobVar.PdcL2ActDataCx.L2EndStrLenExCx
45	C2.PDC.ResGlobVar.PdcL2ActDataCx.L2StartStLenExCx
46	C2.STAC.ResGlobVar.StacLoopOut.Emul.EmulRefPrHdA
47	C2.CVC.PrsPstBwr
48	C2.HGC.ResGlobVar.HgcDisplay.HgcAddRefGcsItenSrg
49	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.EnThk
50	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ExThk
51	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.EnTen
52	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ExTen
53	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ExpTotFr
54	C2.HGC.Ai._aiCxHgcSvoDsGrp2
55	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.CvcRef
56	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ForwardSlip
57	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.ActStateNo
58	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbRefDest

Таблица 20 — Список датчиков АСУ ТП

Номер	**Обозначение датчика в АСУ ТП**
51	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.EnTen
52	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ExTen
53	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ExpTotFr
54	C2.HGC.Ai._aiCxHgcSvoDsGrp2
55	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.CvcRef
56	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ForwardSlip
57	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.ActStateNo
58	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbRefDest
59	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbRefInt
60	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbAoSvo
61	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbPstPrDs
62	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbRodPrDs
63	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbPstPrOs
64	C2.WRB._ShmWrbRtData.WrbRtData.WrbRodPrOs
65	C2.RCC.AppLogic.RccLogic.Seq1PrepStndRc1.StepNo
66	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.ActStateNo
67	C2.HGC.ResGlobVar.HgcLogicOut.CalcScyToPass
68	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcRefIntTr
69	C2.CVC._ShmCvcRtData.CvcRtData.CvcRefIntBr
70	C2.HGC.Ao._aoCxHgcPrpVlvFsOpnDs
71	C2.GCS._RfmC5GcsRtData.C5GcsRtData.LdcEnThkCorrCx
72	C2.HGC._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenRefSpecTen
73	C2.HGC._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenOffsRefSpd
74	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenOffsRefGap
75	C2.MDC.ResGlobVar.MdcLoopOut.ActCntSpd
76	C2.MDC.ResGlobVar.MdcLoopOut.DC Voltage

Таблица 21 — Список датчиков АСУ ТП

Номер	**Обозначение датчика в АСУ ТП**
77	C2.STAC.ResGlobVar.StacLoopIn.Emul.EmulPrHdAAct
78	C2.HGC._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenTnCtrSpd_PI_LLCtr
79	C2.ITEN._RfmMmScmC2ItenRtData.MmScmC2ItenRtData.ScmRefStrTen
80	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ActStateNo
81	C2.WAS.HmiVar.WasHmiDis.WasActPos
82	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenActFltTnSumOsDs
83	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenTnPCtrGap
84	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenTnICtrGap
85	C2.ITEN._RfmC2ItenRtData.C2ItenRtData.ItenTnPICtrGap
86	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.ActPhase
87	C2.HGC._RfmMmMacC2RefVal.MmMacC2RefVal.BasisRmpVal
88	C2.WAS._ShmWasRtData.WasRtData.WasActVerPos
89	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcClsLoopCtrlMod
90	C2.HGC.AppLoop.HgcLoop.SetValCycSelFrAvg.RefVal
91	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.ActStateNo
92	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcActSrg
93	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcRefSrgParSum
94	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcRefFrTot
95	C2.WAS.HmiVar.WasHmiDis.WasActPosRelToPass
96	C2.CVC.Cnt._cnCxCvcTopWrPos
97	C2.CVC.Cnt._cnCxCvcBotWrPos
98	C2.STAC.Ai._aiCxStacEmulsFdLineFlowAct
99	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.ActStateNo
100	C2.GCS.ResGlobVar.GcsXhmiDis.GcsHyDevAtRg
101	C2.HGC.AppLoop.HgcLoop.actions.Ctr.CtrlMode
102	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.GcsActThkAbsFixEs
103	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.GcsActThkAbsFixXs
104	C2.WAS.Ao._aoCxWasPrpVlvUpDn

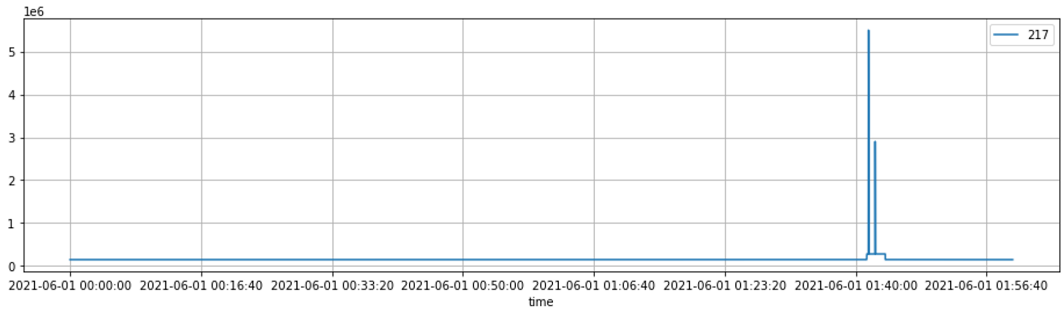
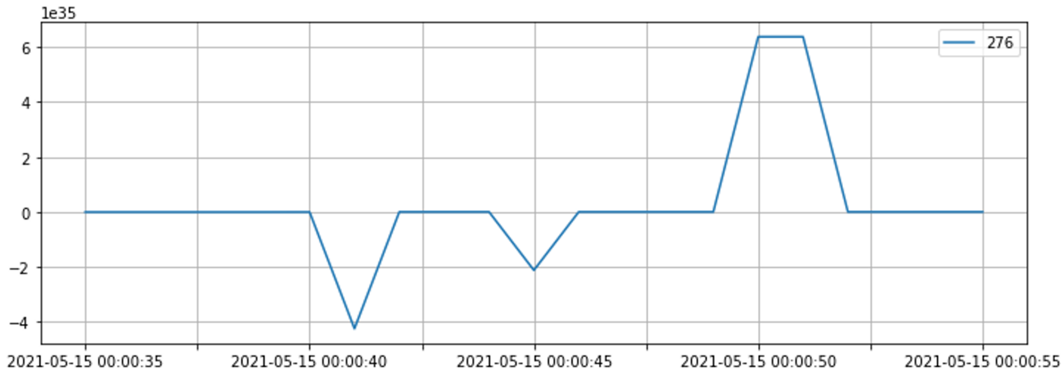
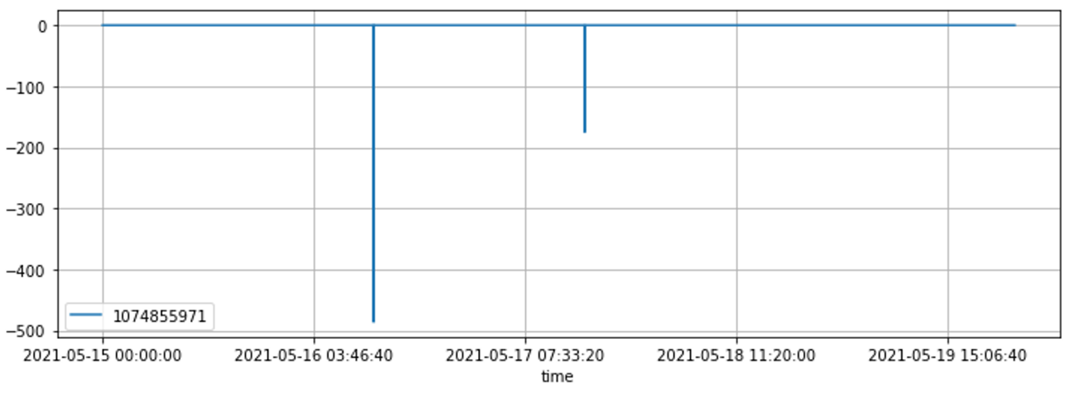
Таблица 22 — Список датчиков АСУ ТП

Номер	**Обозначение датчика в АСУ ТП**
105	C2.GCS.ResGlobVar.GcsXhmiDis.GcsHyDevFfcRg
106	C2.GCS.ThkAbsTrkRg
107	C2.GCS.ResGlobVar.GcsXhmiDis.GcsHxDevMfAtHx
108	C2.CVC.ResGlobVar.CvcLoopIn.TwrSrvoFdbk
109	C2.CVC.ResGlobVar.CvcLoopIn.BwrSrvoFdbk
110	C2.GCS._RfmC2GcsRtData.C2GcsRtData.GcsDrdSpdCorrFixEs
111	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.FfcRef
112	C2.RCC.HmiVar.RccHmiDis.RccTCarActPos
113	C2.STAC.ResGlobVar.StacLoopOut.Emul.EmulHdAPrpVlvPr
114	C2.HGC.Ai._aiCxHgcSvoOsGrp1
115	C2.HGC._ShmHgcRtData.HgcRtData.HgcRefSrgMan
116	C2.MDC.AppLoop.MdcLoop.MdcDrdRefVal.RefTrqMax
117	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvRefLinSpd
118	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvRefPos
119	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.ActPosMnd
120	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvAddTrqSpdInv
121	C2.GCS._ShmGcsRtData.GcsRtData.GcsDrdAccCorrEs
122	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.ActStateNo
123	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvActCurDrv
124	C2.CVC.PrsRodBwr
125	C2.MDC._ShmMdcRtData.MdcRtData.DrvRefRotSpdDrv
126	C2.STAC._ShmStacRtData.StacRtData.ActStateNo
127	C2.MDC.InvRcvInt.Pzd10_ExcitationCurrent
128	C2.WRB.Lc_vg_WrbRtData.WrbRefSet
129	C2.WRB.Lc_vg_WrbRtData.WrbRefMan
130	C2.WRB.Lc_vg_WrbRtData.WrbRefAddPgm
131	C2.WRB.Lc_vg_WrbRtData.WrbActFb
132	C2.HGC.Lc_vg_HgcRtData.HgcRefFrMan

Приложение Б

Примеры исключенных признаков АСУ ТП

Таблица 23 — Некоторые исключенные признаки и причины их исключения

Номер	Причина
42	 Постоянное значение 148000 с редкими выбросами до 10^6.
90	 За несколько секунд показания датчика меняют значения с 0 до 10^{35}.
132	 Нулевые значения, редкие выбросы до значения –500.

Приложение В

Патент на изобретение № 2707576

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2707576

Способ вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров (варианты)

Патентообладатель: ***Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)" ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)" (RU)***

Авторы: ***Семенов Александр Сергеевич (RU), Ибряева Ольга Леонидовна (RU)***

Заявка № **2019113186**

Приоритет изобретения **28 декабря 2017 г.**

Дата государственной регистрации в Государственном реестре изобретений Российской Федерации **28 ноября 2019 г.**

Срок действия исключительного права на изобретение истекает **28 декабря 2037 г.**

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

1749

Приложение Г

Патент на изобретение № 2687803

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2687803

Способ вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров

Патентообладатель: ***Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)" ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)" (RU)***

Авторы: ***Ибряева Ольга Леонидовна (RU), Семенов Александр Сергеевич (RU)***

Заявка № **2017146968**

Приоритет изобретения **28 декабря 2017 г.**

Дата государственной регистрации в Государственном реестре изобретений Российской Федерации **16 мая 2019 г.**

Срок действия исключительного права на изобретение истекает **28 декабря 2037 г.**

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

Приложение Д

Патент на изобретение № 2799985

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2799985

Способ контроля состояния электрических машин по сигнатурному анализу токового сигнала

Патентообладатель: ***Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)" ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)" (RU)***

Авторы: ***Еремеева Виктория Александровна (RU), Ибряева Ольга Леонидовна (RU)***

Заявка № **2023103816**

Приоритет изобретения **20 февраля 2023 г.**

Дата государственной регистрации в Государственном реестре изобретений Российской Федерации **14 июля 2023 г.**

Срок действия исключительного права на изобретение истекает **20 февраля 2043 г.**

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

1955

Приложение Е

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017660329

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2017660329

Программный комплекс, реализующий рекуррентный метод матричных пучков

Правообладатель: ***федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)») (RU)***

Авторы: ***Ибряева Ольга Леонидовна (RU), Семенов Александр Сергеевич (RU), Салов Данил Дмитриевич (RU)***

Заявка № **2017615812**

Дата поступления **16 июня 2017 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***21 сентября 2017 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

Приложение Ж

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021664251

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021664251

Программа преобразования сигнала для дальнейшего обучения диагностической модели

Правообладатель: ***Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (RU)***

Авторы: ***ИБРЯЕВА ОЛЬГА ЛЕОНИДОВНА (RU), Саковская Валерия Ивановна (RU)***

Заявка № **2021663579**

Дата поступления **02 сентября 2021 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***02 сентября 2021 г.***

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

2021-57

Приложение И

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022668836

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022668836

Программа обучения модели для диагностики промышленного оборудования

Правообладатель: ***федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (RU)***

Авторы: ***Саковская Валерия Ивановна (RU), Ибряева Ольга Леонидовна (RU)***

Заявка № **2022667579**

Дата поступления **29 сентября 2022 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***12 октября 2022 г.***

Руководитель Федеральной службы

по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

2022-53

Приложение К

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023686913

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023686913

Программа для обучения моделей градиентного бустинга, корректирующих ошибки измерения расхода и плотности Кориолисового расходомера

Правообладатель: ***Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (RU)***

Авторы: ***Ибряева Ольга Леонидовна (RU), Лебедев Денис Константинович (RU), Еремеева Виктория Александровна (RU)***

Заявка № **2023686702**

Дата поступления **05 декабря 2023 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***11 декабря 2023 г.***

Руководитель Федеральной службы

по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

2023-103

Приложение Л

Акт внедрения ООО «Элметро групп»

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Профессору кафедры информационно-измерительной техники
А.Л. Шестакову

АКТ
о внедрении результатов диссертационной работы
Ибряевой Ольги Леонидовны
«Методы и алгоритмы экспоненциального анализа
для промышленных приложений в АСУ ТП»

Настоящим удостоверяется, что результаты диссертационной работы Ибряевой Ольги Леонидовны, в частности многоканальный метод матричных пучков применены в задачах повышения точности кориолисовых расходомеров. Патент на изобретение № 2707576 «Способ вычисления текущей разности фаз и частоты сигналов кориолисовых расходомеров» передан для внедрения в алгоритмы обработки сигналов кориолисовых расходомеров.

Эффект от внедрения результатов работы заключается в повышении точности определения разности фаз сигналов с катушек кориолисового расходомера при сохранении исходных характеристик измерительной системы, что позволяет повысить точность измерений кориолисовых расходомеров.

Генеральный директор
ООО «Элметро Групп»
А.В. Жестков

Зам. зав. лабораторией НИЛ ТССПС
В.В. Синицин

О.Л. Ибряева

Приложение М

Акт внедрения ООО НТЦ «Приводная техника»

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ПРИВОДНАЯ ТЕХНИКА

ООО НТЦ «Приводная техника»
40-летия Октября ул., д. 19,
г. Челябинск, 454007
тел.: (351) 775-14-20
e-mail: office@momentum.ru
http://www.momentum.ru
ОКПО 51493276, ОГРН 1027402926891,
ИНН/КПП 7453060480/745201001,
р/сч. 40702810900310002071
в ПАО «Челябинвестбанк»,г. Челябинск,
БИК 047501779,
кор/сч. 30101810400000000779

АКТ
об использовании результатов диссертационной работы
Ибряевой Ольги Леонидовны

«Методы и алгоритмы экспоненциального анализа
для промышленных приложений в АСУ ТП»

Настоящим подтверждаем, что результаты диссертационной работы «Методы и алгоритмы экспоненциального анализа для промышленных приложений в АСУ ТП» Ибряевой О.Л., представленной на соискание ученой степени доктора технических наук, в которой разработаны модификации методов экспоненциального анализа для оценки параметров сигналов в режиме скользящего окна, нескольких сигналов с одинаковыми полюсами, представляют практический интерес для реализации в программно-аппаратном комплексе диагностики асинхронных электродвигателей, разрабатываемом НТЦ «Приводная техника».

Использование результатов диссертационной работы Ибряевой О.Л. позволит определять состояние обмотки статора и ротора асинхронного электродвигателя на основе сигналов тока и напряжения, что повысит надежность работы электромеханического оборудования и снизит расходы, связанные с внеплановыми ремонтами оборудования.

Директор дивизиона,
кандидат технических наук — В.В. Остроухов

Российская Федерация Общество с Ограниченной Ответственностью Научно-технический центр "ПРИВОДНАЯ ТЕХНИКА" г. Челябинск

Приложение Н

Акт внедрения ЛПЦ-11 ПАО «ММК»

АКТ
о внедрении результатов диссертационной работы
Ибряевой Ольги Леонидовны
«Методы и алгоритмы экспоненциального анализа для промышленных приложений в АСУ ТП»

Настоящим подтверждается факт успешного внедрения результатов диссертационной работы Ибряевой Ольги Леонидовны на тему "Методы и алгоритмы экспоненциального анализа для промышленных приложений в АСУ ТП" в производственный процесс стана 2000 холодной прокатки листопрокатного цеха №11. Внедрение осуществлено в рамках модернизации автоматизированной системы управления технологическими процессами (АСУ ТП).

Основным объектом внедрения стали разработанные методы и алгоритмы экспоненциального анализа, предназначенные для диагностики неисправностей плит клети стана холодного проката. Алгоритмы реализованы в виде специализированного программного модуля, интегрированного в существующую систему интеллектуального анализа и контроля состояния оборудования. Функциональность модуля включает прогнозирование остаточного ресурса плит системы осевой сдвижки валков клетей прокатного стана.

Техническая реализация решения предусматривает сбор и обработку данных от датчиков диагностики технологического оборудования с последующим анализом параметров технологического процесса. Результаты работы алгоритмов визуализируются в интерфейсе операторской станции в виде графиков и трендов, отображающих динамику накопления повреждений оборудования.

Применение разработанных методов и алгоритмов позволило достичь значимых производственных показателей. Внедрение решения способствует сокращению внеплановых простоев технологического оборудования (без учета периодов планового сервисного обслуживания) и повышению общей надежности работы прокатного стана.

Начальник ЛПЦ-11 П.Л. Качурин