

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»

На правах рукописи



ФАДЮШИН ДЕНИС ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

**ПОВЫШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧЕСКИХ РОТОРНЫХ  
МАШИН ЗА СЧЕТ МОДИФИКАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ  
ПАРАМЕТРОВ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА**

Специальность: 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов и детали машин»

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
доцент Г.Ю. Волков

Курган – 2022 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ .....	2
ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ОБЪЕМНЫХ МАШИН .....	9
1.1. Пневмо- и гидромашины, применяемые на практике .....	9
1.2. Планетарные роторные машины (ПРМ) с плавающими сателлитами .....	14
1.2.1. Принципиальное устройство ПРМ .....	14
1.2.2. Различные схемы ПРМ .....	16
1.2.3. Вопросы технологии изготовления ПРМ .....	25
Заключение по первой главе.....	28
2. РАСЧЕТЫ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРМ .....	29
2.1. Геометрическое проектирование .....	29
2.1.1. Работы, посвященные проектированию механических передач с некруглыми зубчатыми колесами .....	29
2.1.2. Геометрическое проектирование собственно ПРМ .....	30
2.1.3. Метод геометрического проектирования ПРМ, принятый за основу .....	32
2.1.4. Уточнение методики геометрического проектирования ПРМ, предложенное автором .....	37
2.2. Расчеты силовых характеристик ПРМ .....	41
2.2.1. Прочность зубьев и рабочее давление ПРМ .....	41
2.2.2. Механический КПД .....	45
2.2.3. Влияние динамики .....	46
2.3. Характеристики ПРМ, влияющие на перемещение среды .....	52
2.3.1. Расход рабочей среды .....	52
2.3.2. Сечение подводящих каналов .....	55
2.3.3. Остаточные объемы .....	58
Заключение по второй главе .....	63

3. ПРМ С ЧИСЛАМИ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА, ОТЛИЧАЮЩИМИСЯ НА ЕДИНИЦУ ( $N - M = 1$ ) .....	64
3.1. Анализ факторов, влияющих на остаточный объем .....	64
3.2. Подводящие каналы .....	70
3.2.1. Условия, ограничивающие размеры каналов .....	71
3.2.2. Размеры каналов, выполняемых в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни .....	73
3.2.3. Расположение каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни .....	76
3.2.4. Относительные критерии размера каналов .....	77
Заключение по третьей главе .....	80
4. ПРМ С ОДИНАКОВЫМ ЧИСЛОМ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА ( $M = N$ ) .....	81
4.1. Методика геометрического проектирования круглозвенных планетарных механизмов с одинаковыми числами зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления .....	81
4.2. Проектирование ПРМ с выстоями сателлитов .....	88
4.2.1. Расчет исходного круглозвенного механизма для ПРМ с выстоями .....	89
4.2.2. Расчет некруглых звеньев механизма ПРМ с выстоями .....	90
4.2.2.1. Выбор формы траектории движения центра сателлита .....	90
4.2.2.2. Уточнение коэффициента $k_H$ «некруглости» траектории сателлитов .....	91
4.2.2.3. Расчет длины центральной траектории сателлита .....	92
4.2.2.4. Расчет множества положений центра сателлита .....	93
4.2.3. Построение механизма ПРМ $M = N$ .....	95
4.3. Использование инерционных сил, действующих на сателлиты .....	96
Заключение по четвертой главе.....	102
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ НОВЫХ ПНЕВМОМАШИН И ИТОГОВЫЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ .....	103
5.1. Испытание ПРМ с числами волн центральных колес, отличающихся на единицу ( $N - M = 1$ ) в режиме вакуумного насоса .....	103

5.1.1. Одноступенчатый вакуумный насос 3-2 .....	104
5.1.2. Двухступенчатый вакуумный насос 3-2 .....	107
5.2. Испытание ПРМ N=M с выстоями в режиме вакуумного насоса .....	108
5.2.1. Одноступенчатый вакуумный насос 1-1 .....	108
5.2.2. Одноступенчатый вакуумный насос 2-2 .....	110
5.3. Испытание ПРМ 3-2 и ПРМ 2-2 в режиме компрессора .....	112
5.4. Итоговый анализ полученных результатов .....	113
ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ .....	117
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	119
Приложение 1 .....	133
Приложение 2 .....	138

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.** Объемные пневмомашины (компрессоры, вакуумные насосы, пневмодвигатели) широко распространены. Применяют разные схемы: поршневые, шибберные, шестеренные, винтовые, все они имеют свои преимущества и недостатки. Среди прочих схем объемных машин известны планетарно-роторные машины (ПРМ) с плавающими сателлитами. Принципиальные достоинства ПРМ заключаются в отсутствии нагруженных кинематических пар скольжения, и отсутствии влияния износа зубьев на герметичность рабочих камер.

ПРМ известны достаточно давно, однако промышленное производство подобных машин организовано на единственном в мире предприятии «Гидромех» в Польше. Там мелкими сериями выпускают гидромоторы на базе ПРМ. Причиной малого распространения ПРМ являются трудности обработки некруглых зубчатых колес, недостатки существующих методик расчета, а также то обстоятельство, что ПРМ не могут выдержать давления среды, на которых работают современные гидроприводы. Заметим, что для пневматических машин давления среды до 5-10 МПа (50-100 атм.), которое уверенно выдерживает ПРМ, вполне достаточно, однако отсутствуют конструкции ПРМ, обеспечивающие необходимую степень сжатия рабочей среды.

В таком случае, для улучшения характеристик пневмомашин, актуальной является задача модификации схем ПРМ, которая обеспечивает повышение степени сжатия, а также модернизация соответствующих методик расчета.

**Цель** диссертационной работы заключается в повышении характеристик ПРМ, используемых в качестве пневмомашин, за счет уменьшения остаточных объемов и увеличения площади сечения подводящих каналов.

### **Основные задачи исследований:**

1. Уточнение метода геометрического проектирования некруглых зубчатых колес ПРМ (применяемых как в гидравлических, так и пневматических машинах) и корректировка соответствующей инженерной методики.

2. Разработка алгоритма геометрического расчета планетарных круглозвенных механизмов с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления.

3. Разработка методики расчета ПРМ с «выстоями» плавающих сателлитов\*).

4. Разработка методики расчета параметров подводящих каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни ПРМ.

5. Анализ инерционных сил, действующих на сателлиты, при работе ПРМ.

6. Разработка конструкций и испытание модельных (лабораторных) образцов вакуумного насоса и компрессора на базе ПРМ с разностью чисел волн центральных колес 1 и 0.

7. Разработка рекомендаций к использованию ПРМ в пневмомашинах.

**Область исследования.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с пунктами 1. «Теория и методы исследования процессов, влияющих на техническое состояние объектов машиностроения, способы управления этими процессами»; 2. «Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин» и 4. «Методы исследования и оценки технического состояния объектов машиностроения, в том числе на основе компьютерного моделирования» паспорта специальности 05.02.02 – «Машиноведение, системы приводов и детали машин».

**Объект исследования** – рабочий механизм ПРМ с плавающими сателлитами.

**Предмет исследования:** методы геометрического расчета элементов ПРМ; влияние на работу ПРМ инерционных сил; определение рациональных геометро-кинематических параметров ПРМ для компрессоров и вакуумных насосов.

---

\* ) термин «выстой сателлитов» введен по аналогии с кулачковыми механизмами – в фазе «выстоя» радиальная скорость центра сателлита равна 0.

**Научная новизна работы:**

1. Уточнение метода геометрического расчета некруглых зубчатых колес ПРМ, достигаемое за счет перехода в единую систему отсчета, связанную с мнимым водилом.
2. Метод определения положения и размеров подводящих каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни ПРМ.
3. Впервые выявленный эффект повышения структурной устойчивости ПРМ с одинаковым числом волн центральных колес за счет сил инерции, действующих на сателлит.

**Практическую значимость имеют следующие результаты:**

1. Уточненная инженерная методика геометрического расчёта некруглых зубчатых звеньев ПРМ, не требующая промежуточных геометрических построений и корректировок.
2. Методика геометрического расчета круглозвенных планетарных механизмов с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления.
3. Методика геометрического расчета ПРМ с выстоями сателлитов.
4. Критерий оценки эффективности подводящих каналов ПРМ – отношение полезного объема рабочей камеры к площади сечения канала и среднему диаметру эпициклического колеса.
5. Разработанные конструкции пневмомашин с выстоями сателлитов, и машин с каналами в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни.
6. Рекомендации к использованию ПРМ в пневмомашинах.

**Методы исследований, достоверность и обоснованность результатов**

Исследования базируются на положениях теоретической механики, теории механизмов и теории зубчатых зацеплений. При выполнении расчетов используются системы компьютерной математики «MathCAD». Проектирование профилей зубчатых венцов выполняется в графической системе «КОМПАС-3D». Экспериментальное изготовление некруглых зубчатых колес на лазерных комплексах GCC Spirit LS60 и DW-1325 YAG650W. Испытание лабораторных

моделей ПРМ в режимах вакуумного насоса и компрессора осуществлялись с использованием современной измерительной аппаратуры.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Уточненный метод геометрического расчета зубчатых звеньев ПРМ и соответствующая инженерная методика.
2. Методики геометрического расчета планетарного механизма с одинаковым числом зубьев центральных колес и с выстоями плавающих сателлитов.
3. Методика расчета каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни ПРМ.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы обсуждались на IX научно-практической конференции «Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения» (Ижевск, 2017 г.); на Региональной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь Зауралья III тысячелетию» (Курган, 2019 г.); на конференции II International Scientific Conference on Advanced Technologies in Aerospace, Mechanical and Automation Engineering - MIST: Aerospace – 2019 (Красноярск, 2019 г.); на всероссийской научно-технической конференции, посвященной 120-летию машиностроения Зауралья (Курган, 2020 г.); на международной научно-практической конференции «Инженерное обеспечение в реализации социально-экономических и экологических программ АПК» (Курган, 2021 г.); на международном форуме «Теория и практика механизмов и машин памяти профессора Вениамина Иосифовича Гольдфарба» (Ижевск, 2021 г.); на конференции II International Conference ICMSIT-II-2021: International conference on metrological support of innovative technologies (Красноярск, 2021 г.).

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ и правительства Курганской области в рамках научного проекта №19-48-450001 «Исследование и совершенствование рабочих механизмов планетарных роторных гидромашин с плавающими сателлитами».

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 15 работ, в том числе 7 статей в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК, 2 статьи в журналах, индексируемых базой Scopus, получено 3 патента на изобретения и полезные модели.



# 1. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ОБЪЕМНЫХ МАШИН

## 1.1. Пневмо- и гидромашины \*) , применяемые на практике

Пневматические и гидравлические машины представляют собой весьма важный сектор современной техники. По данным официальной статистики Росстата (2020 г.) рынок насосного и компрессорного оборудования оценивается в 140 млрд. рублей [120]. Выступая в Торгово-промышленной палате РФ (май 2021 г.), председатель совета директоров компании «Пневмостроймашина» [75] сообщил, что на сегодняшний день российский рынок гидравлики оценивается в 100 млрд. р. в год. По статистике Европейского комитета по гидроэнергетике CETOP (Comité Européen des Transmissions Oléohydrauliques et Pneumatiques) европейский рынок гидравлических изделий оценивается 9,9 млрд. евро, пневматических изделий - 4,0 млрд. евро (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Европейская статистика гидравлических и пневматических изделий [57]

Основные типы гидравлических и пневматических машин, используемые в технике и присутствующие в известных классификациях [14; 24; 37; 53; 58; 63; 106; 110], показаны на рис. 1.2.

\*) в некоторых источниках понятие гидромашины распространяется и на пневмомашину.

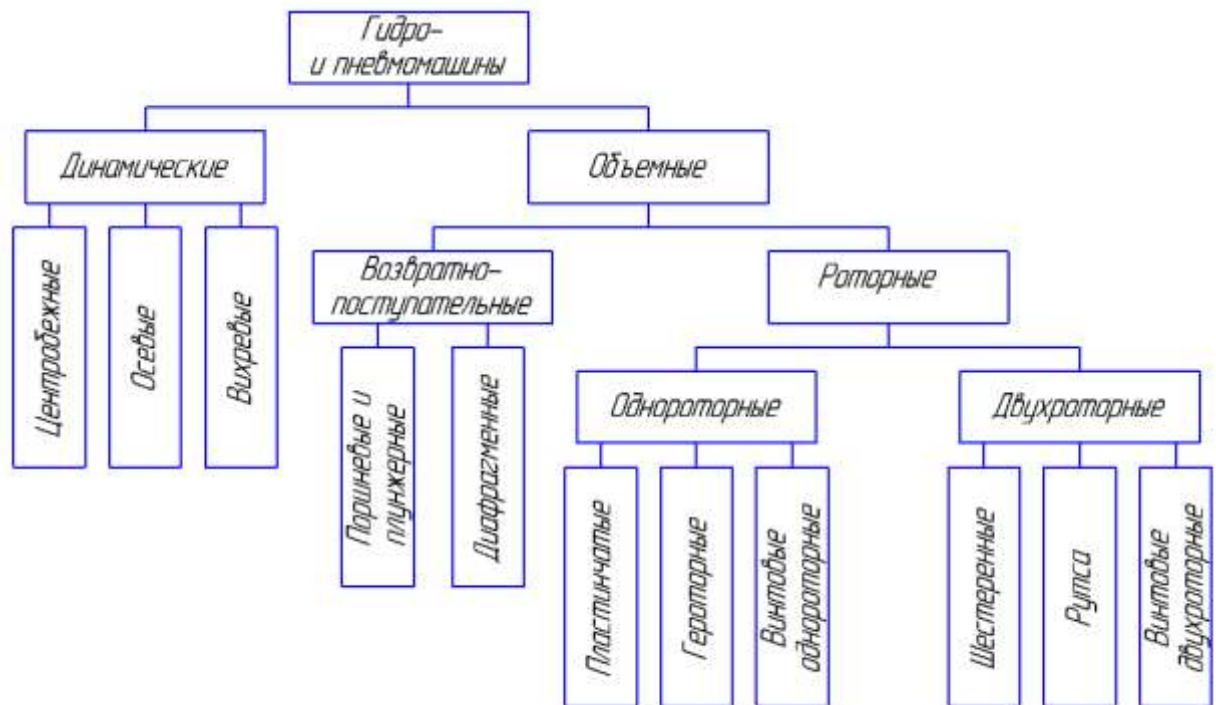


Рис. 1.2. Основные типы гидравлических и пневматических машин

По наиболее общему принципу действия все гидро- и пневмомашины принято делить на динамические и объемные (рис. 1.2).

Динамические машины – это машины, в которых взаимодействие рабочего органа с рабочей средой происходит в проточной полости, постоянно сообщаемой с входом и выходом гидромашин [63].

Динамические машины в одной ступени имеют небольшой перепад давления. Так, например, центробежные насосы для подачи воды, перекачки нефти и нефтепродуктов, а также для работы с химически активными жидкостями создают давление 0,2-0,6 МПа [63]. Динамические (центробежные и осевые) воздуходувки служат для создания избыточного давления 0,1-0,25 МПа [62]. Их применяют в металлургической промышленности для подачи атмосферного или обогащенного кислородом воздуха в доменные печи, конвертеры и установки непрерывной разливки стали, а также в химической промышленности. Вихревые насосы по сравнению с центробежными создают значительно больший (в 3..10 раз) напор при

тех же размерах и частоте вращения. Они обладают свойством самовсасывания, но имеют весьма низкий КПД ( $\eta = 0,30..0,45$ ) [63].

Динамические машины часто применяются в многоступенчатых схемах. Например, в турбинах авиационных двигателей и компрессорах газовых магистралей [56]. В объемных машинах взаимодействие рабочего органа с жидкостью происходит в замкнутых объемах (рабочих камерах), которые попеременно сообщаются с полостями всасывания и нагнетания [63].

По характеру движения рабочих органов объемные машины, разделяют на возвратно-поступательные и роторные (см. рис 1.2).

В качестве рабочего органа (вытеснителя) в возвратно-поступательных насосах используется поршень, плунжер (удлиненный поршень) или гибкая диафрагма. Поршневые гидромашины могут создавать давления до 30..40 МПа. В плунжерных насосах существенно больше поверхность контакта между корпусом и вытеснителем, что позволяет лучше уплотнить рабочую камеру. Плунжерные насосы обеспечивают давления до 150..200 МПа. [63; 66; 67]. Диафрагменные насосы достаточно просты и поэтому дешевы. Такие насосы не могут создавать высоких давлений, так как оно ограничивается прочностью диафрагмы. Максимальные значения обычно не превышают 0,1..0,3 МПа. Данные насосы нашли применение, например, в топливных системах карбюраторных двигателей.

Поршневые пневмомашин широко используются в качестве компрессоров [2; 123; 124]. Одноступенчатые поршневые компрессоры используют для получения сжатого воздуха с избыточным давлением 0,25-1,0 МПа [62].

Роторными называют гидромашины, в которых рабочий орган совершает вращательное движение [63]. Один ротор содержат пластинчатые (шиберные) насосы. Пластины (шиберы) расположены в пазах этого ротора и взаимодействуют со статором эксцентричным ротору. В гидравлических системах такие насосы создают давления 7..14 МПа. [63]. Шиберные машины используются также в качестве вакуумных насосов и пневмодвигателей [39; 100].

Героторная гидромашин содержит два зубчатых звена (с числами зубьев, отличающимися на единицу), образующих внутреннее зацепление и касающихся

друг друга вершинами зубьев в зоне противоположной зацеплению. При этом ротор совершает планетарное движение. Героторные гидромоторы работают при давлениях до 25 МПа. [110], они обеспечивают получение высоких крутящих моментов при малых габаритных размерах.

Одновинтовая гидромашина [5; 17; 36] имеет ту же кинематическую схему что и героторная, но ротор в ней выполнен не в виде прямозубой шестерни, а в виде винта. Такие машины применяют в качестве насосов для вязких и загрязненных жидкостей (например, цементного раствора [104]) и гидродвигателей, погружаемых в скважину [69].

Двухроторные машины, как правило, содержат два зубчатых колеса, находящихся в зацеплении (внешнем или внутреннем). В простейшем случае – это шестеренные насосы с внешним зацеплением. Поверхностями вершин шестерни касаются корпуса. Такие насосы способны перекачивать жидкости, обладающие смазочными свойствами, и могут создавать давления до 15..20 МПа [63]. Существуют также шестеренные насосы с внутренним зацеплением, они более компактны, но сложнее по конструкции.

Для работы с газовыми средами целесообразно использовать шестерни-роторы с минимальным количеством зубьев – насосы Рутса [40]. Вакуумные насосы типа Рутса применяются для откачки больших объемов газов. В комбинации с поддерживающим насосом они позволяют достигать разрежения до 0,05 Па при очень большой скорости откачки. В таких насосах шестерни роторов не могут находиться в непосредственном силовом взаимодействии, поэтому требуется дополнительный механизм, дублирующий зацепление роторов. Эти насосы применяются в составе безмасляных систем откачки [70].

Шестеренные машины, роторы которых выполнены не в виде прямозубых шестерен, а в виде винтов называют двухвинтовыми. Двухвинтовые машины широко применяют в качестве компрессоров. По сравнению с поршневыми компрессорами они имеют более широкий диапазон рабочих параметров и более низкие затраты, связанные с их техническим обслуживанием. Компрессоры этого

типа при работе создают меньший уровень шума и вибрации, также они меньше по размеру, чем поршневые компрессоры [65].

Итоги сравнения достоинств и недостатков наиболее распространенных видов пневмомашин, в частности компрессоров, приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Достоинства и недостатки объемных пневмомашин

Объемные пневмомашинны	Достоинства	Недостатки
Поршневые	Хорошая герметичность рабочих камер; возможность обеспечить наиболее высокие давления	Большая металлоемкость; сложность конструкции; наличие клапанов, требующих обслуживания; требовательны к чистоте перекачиваемой среды
Винтовые	Компактность; повышенная долговечность	Сложность изготовления
Шиберные	Простота конструкции; компактность	Большое трение; износ лопаток; низкая долговечность; опасность залипания пластин при низких температурах и заклинивания – при высоких
Шестеренные	Компактность; простота в обслуживании	Износ по вершинам зубьев в контакте с корпусом; ограниченное давление среды
Спиральные	Компактность	Сложность изготовления; малая производительность

В настоящее время на практике в больших компрессорах используют преимущественно поршневые и винтовые пневмомашинны. В компрессорах минимальной мощности – поршневые и спиральные. Форвакуумные насосы –

шиберные, поршневые, спиральные. Пневмодвигатели высокой мощности – поршневые, меньшей мощности – шиберные.

Помимо вышеперечисленных типов гидро- и пневмомашин, существуют другие машины, обладающие принципиальными достоинствами, но применяемые сравнительно редко, либо в силу тех или иных обстоятельств пока практически не используемые. К таковым относятся планетарно-роторные машины (ПРМ), являющейся объектом данного исследования.

## **1.2. Планетарные роторные машины (ПРМ) с плавающими сателлитами**

### **1.2.1. Принципиальное устройство ПРМ**

Планетарная роторная машина (ПРМ) – это один из видов объемных машин. На рис. 1.3 показана наиболее известная конструкция ПРМ [98]. Устройство содержит вращающийся ротор 1 с внешними зубьями (солнечная шестерня), неподвижный статор (эпициклическое колесо) 2 с внутренними зубьями и плавающие сателлиты 3. Числа волн ротора  $M$  и статора  $N$ , в общем случае разные. На рис. 1.3:  $M=4$ ,  $N=6$ , т.е. разность чисел волн:  $N - M = 2$ . Заметим, что при таком количестве волн  $M$  и  $N$  обеспечивается симметричное приложение нагрузок к валу солнечной шестерни. Количество  $V$  сателлитов 3 зависит от числа волн центральных колес  $V=M+N=4+6=10$ . В торцевых стенках неподвижного эпицикла располагаются каналы 4 для входа и выхода рабочей среды.

В процессе работы вал 5 передает вращение солнечной шестерне 1, плавающие сателлиты 3 обкатываются внутри эпициклического колеса 2, при этом объем рабочих камер, расположенных между статором, ротором и плавающими сателлитами, периодически изменяется и рабочая среда то всасывается, то вытесняется через соответствующие каналы 4 (рис. 1.3).

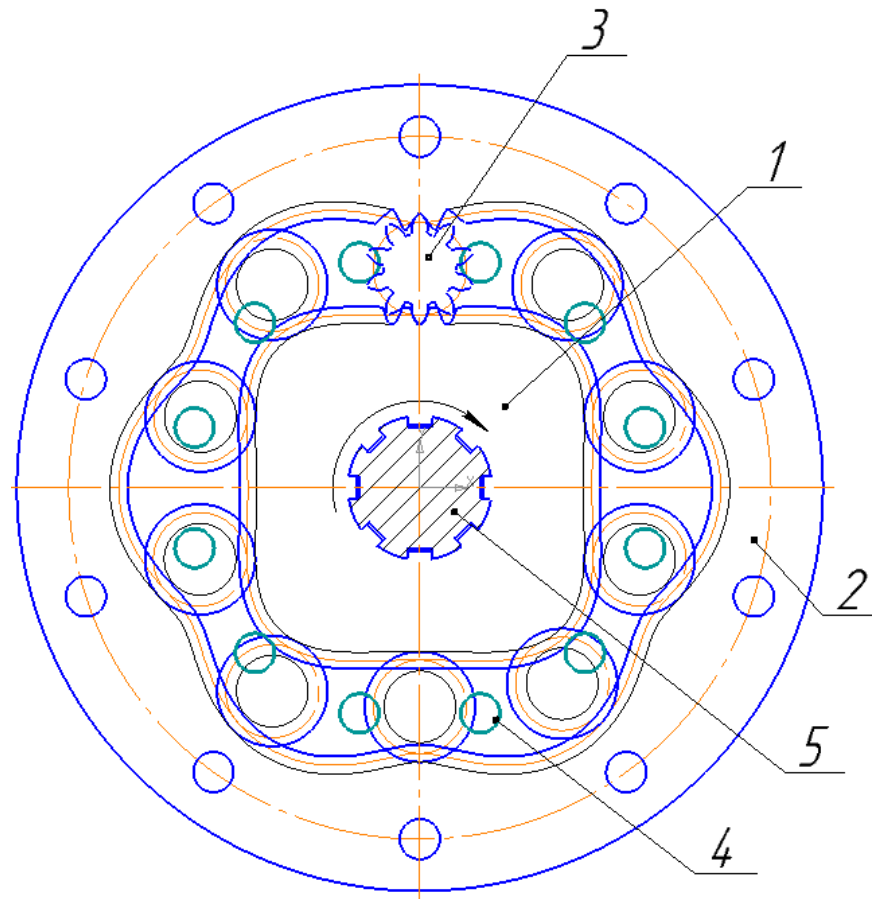


Рис. 1.3. Схема ПРМ [98]

Принципиальным достоинством является отсутствие нагруженных кинематических пар скольжения. В кинематических парах, представляющих собой зубчатые зацепления, происходит преимущественно качение (скольжение обычно не превышает 10%). Важно также, что износ зубьев не приводит к потере герметичности рабочих камер. В ПРМ при работе на несжимаемых жидкостях достигаются давление до 25 МПа (250 атм.) [31; 68; 122].

По данным [121], ПРМ обладают рекордными удельными показателями. На диаграмме рис. 1.4 показана зависимость массы от полезного объема для различных гидродвигателей с рабочим давлением 20 МПа. Из этой диаграммы следует, что при равном полезном объеме масса ПРМ в разы ниже массы других гидромоторов. Учитывая то, что ПРМ может работать при достаточно больших оборотах ротора, это означает что, данный вид гидромашин превышает прочие по удельной мощности.

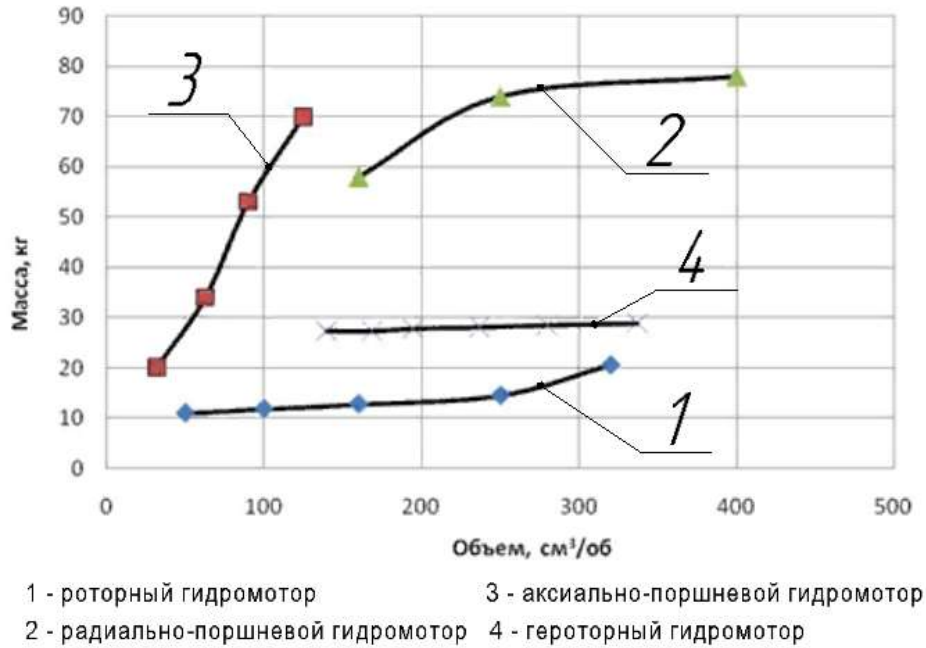


Рис. 1.4. Удельные массовые показатели гидромоторов различных типов [121]

Несмотря на высокие технические характеристики промышленное производство ПРМ налажено только на единственном в мире предприятии — Гидромех в Польше [68]. Причиной этого обстоятельства является, по-видимому, сложность изготовления некруглых зубчатых венцов необходимой конфигурации традиционными, механическими методами.

В качестве насосов, работающих с газовыми средами, ПРМ не применялись, так как их известные схемы характеризуются большим остаточным объемом и, соответственно, низкой степенью сжатия.

### 1.2.2. Различные схемы ПРМ

Известно достаточно большое количество схем ПРМ. Первые из них появились еще в начале XX века.

В 1913 году изобретатель Dock Негман запатентовал роторную гидромашину, показанную на рисунке 1.5. Гидромашина содержит круглую солнечную шестерню 1, которая расположена на валу эксцентрично (это равносильно некруглой шестерне с одной волной  $M=1$ ). Некруглое, волнообразное



эпициклическое колесо 2 имеет три волны  $N=3$ . Таким образом разность чисел волн  $N - M = 2$ , как и в предыдущей схеме. Между центральными колесами 1 и 2 расположены плавающие сателлиты 3 (их количество  $V=M+N=4$ ). Каналы 4 для входа и выхода рабочей среды, выполнены в торцевой стенке эпициклического колеса. Червячная пара 5 служит для регулировки окружного положения входных и выходных отверстий 4, которое влияет на производительность гидромашины. Наличие ротора с одной волной  $M=1$  обуславливает несимметричное приложение сил к ротору.

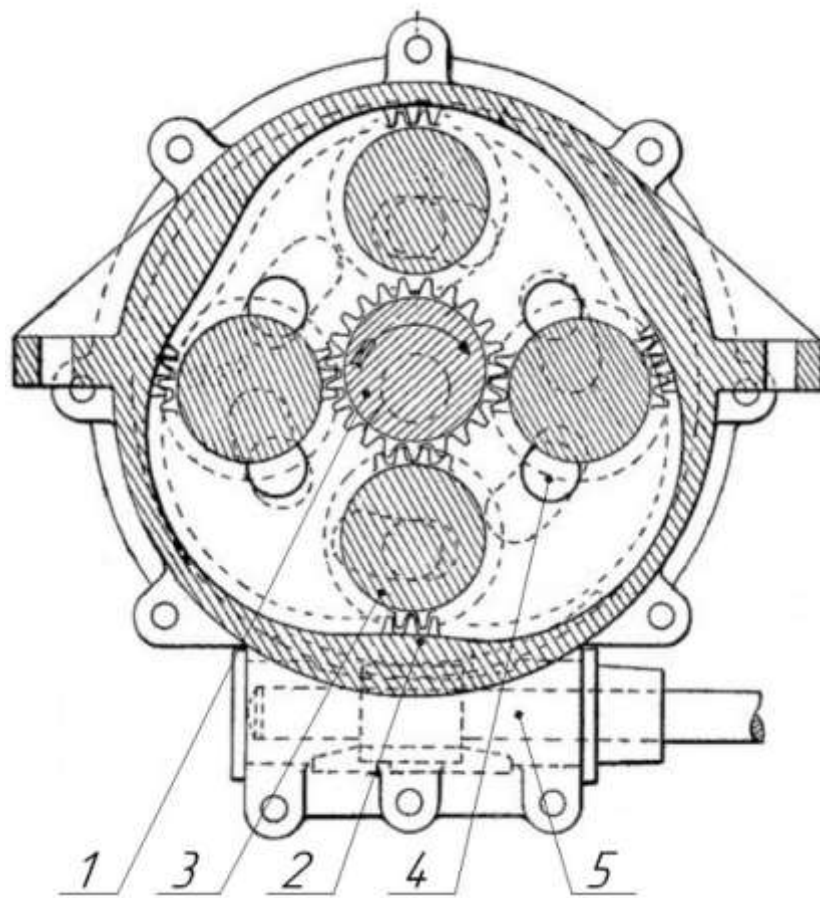


Рис. 1.5. Роторная гидромашина 3-1 [96]

В 60-х годах XX века авторами Halliwell J.A., Turnbull D.E., Read A.G. запатентована гидромашина, изображенная на рисунке 1.6. Эта машина содержит два круглых центральных колеса 1 и 2 ( $M=1$ ,  $N=1$ ) и два круглых сателлита 3 ( $V=M+N=2$ ). Солнечная шестерня 1 шарнирно закреплена на водиле 5, которое в свою очередь соосно эпициклу 2. В цилиндрической зубчатой поверхности

эпицикла 2 и торцовой крышке, жестко связанной с эпициклом, расположены каналы 4 для входа и выхода рабочей среды. Недостатком такой гидромашины является то, что, при отсутствии водила, система не может самостоятельно выйти из «мертвого» положения при котором все оси звеньев 1, 2, 3 лежат на одной линии (как показано на рисунке 1.6).

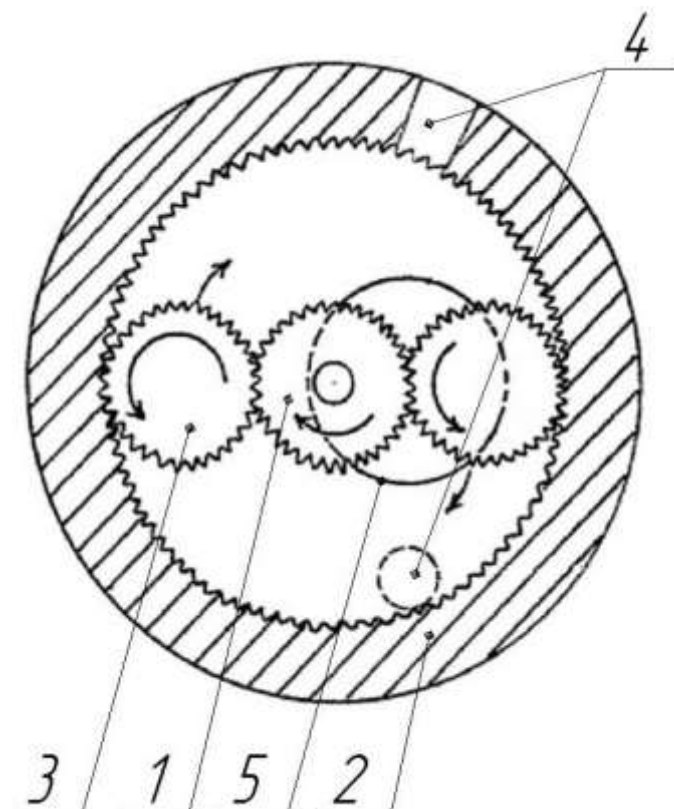
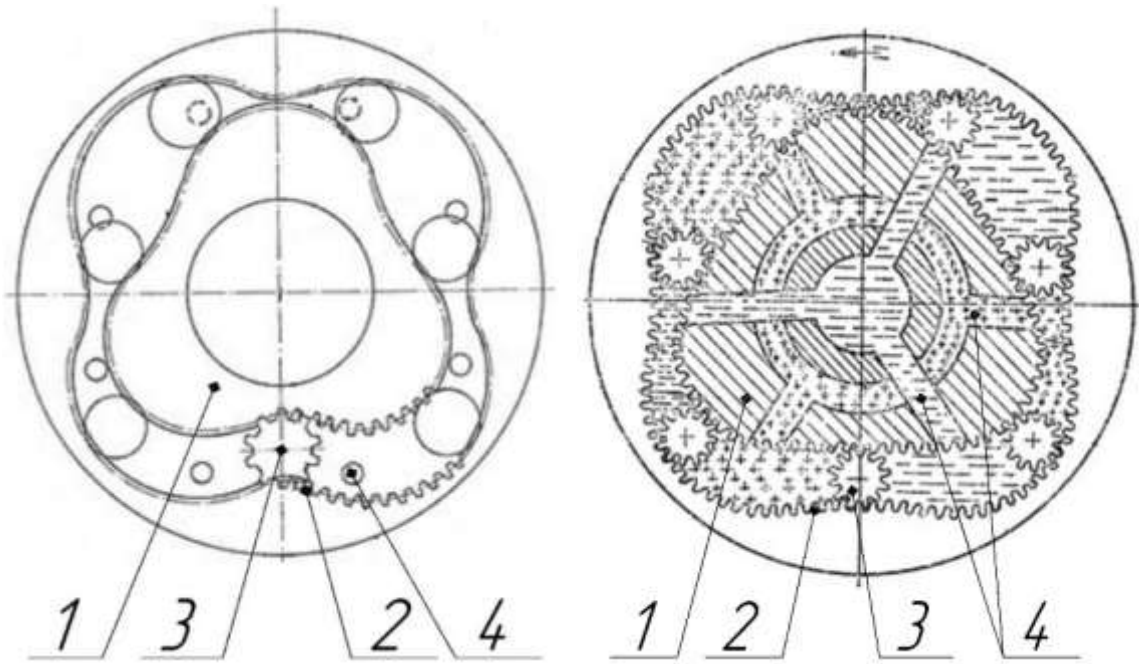


Рис. 1.6. Роторная объемная гидромашина 1-1 [86]

В 70-х годах XX века польскими изобретателями Bohdan Sieniawski и др. была предложена схема ПРМ [85; 94, 97] – рис. 1.7, отличительной особенностью которой является то, что оба центральных колеса некруглые. Солнечная шестерня 1 имеет три волны ( $M=3$ ), эпициклическое колесо 2 – четыре волны ( $N=4$ ). Разность чисел волн этой ПРМ  $N-M=4-3=1$ . Количество сателлитов 3 соответствует формуле  $V=M+N=7$ . Каналы 4 расположены в торцевых стенках неподвижного эпициклического колеса 2 (рис. 1.7а) либо в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни (рис. 1.7б). В 2004 г. китайские исследователи тоже запатентовали [83] гидромотор, выполненный по схеме 4-3.



а - ПРМ [85; 94]

б - ПРМ [97]

Рис. 1.7. Планетарно-кулачковый двигатель 4-3

Другая ПРМ с разницей чисел волн  $M-N=1$  ( $3-2=1$ ) встречается в патенте [84] – рис. 1.8.

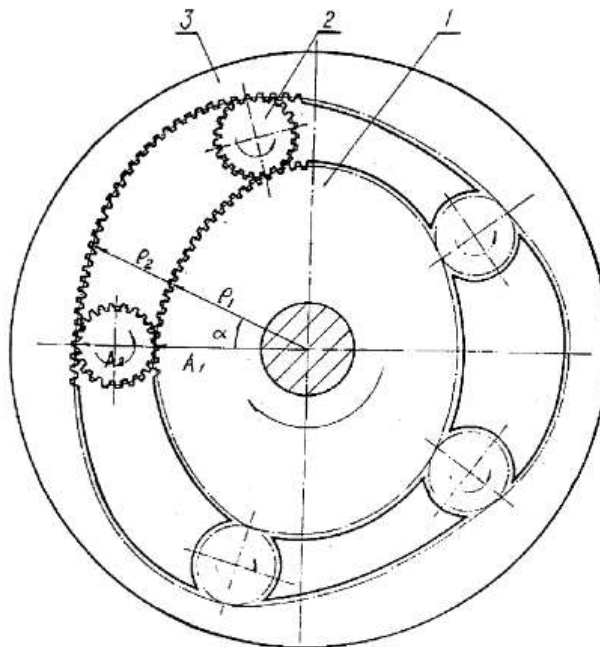


Рис. 1.8. Гидравлическое устройство переменной производительности с некруглой планетарной передачей 3-2 [84]

Известны также гидромашины  $N-M=2-1=1$  [82]. В конструкции ПРМ [82] площадь сечения каналов, выполненных в торцевой стенке эпицикла, стремится к нулю, поэтому в аналогичной ПРМ [95] (рис. 1.9) каналы выполнены в цилиндрической поверхности солнечной шестерни.

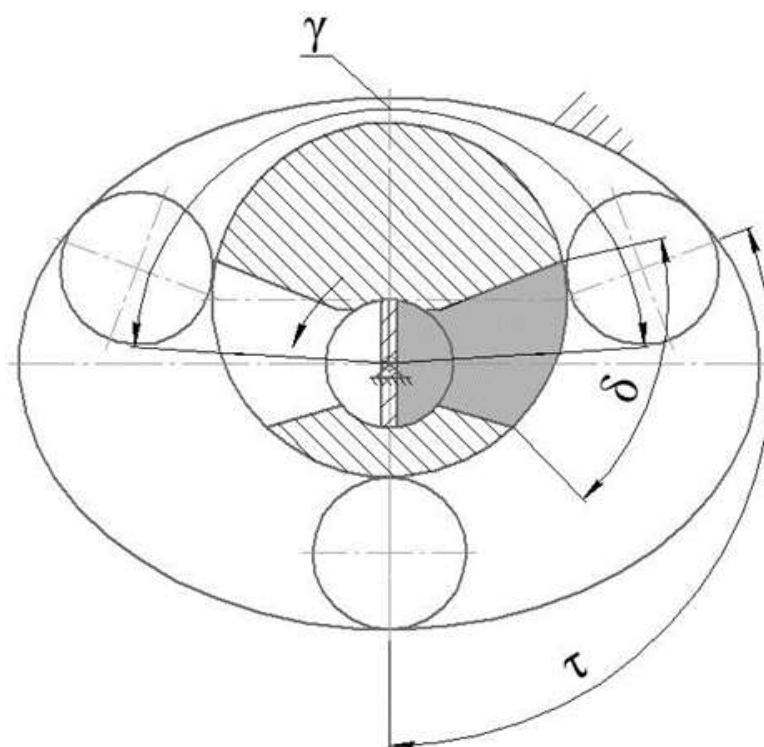


Рис. 1.9. ПРМ 2-1 с каналами в цилиндрической части солнечной шестерни [95]

Недостатком всех гидромашин с разницей чисел волн  $M-N=1$  является несимметричное приложение нагрузок к валу солнечной шестерни.

В 2001 году Dariusz Sieniawski предложил схемы ПРМ с симметричным приложением нагрузок (рис. 1.3 и 1.10). Соотношение чисел волн в таких схемах  $N-M=8-6=2$  и  $6-4=2$ . Солнечная шестерня 1 вращается, а эпициклическое колесо 2 неподвижно. Каналы 4 для входа и выхода рабочей среды расположены в солнечной шестерне 1 (рис. 1.10).

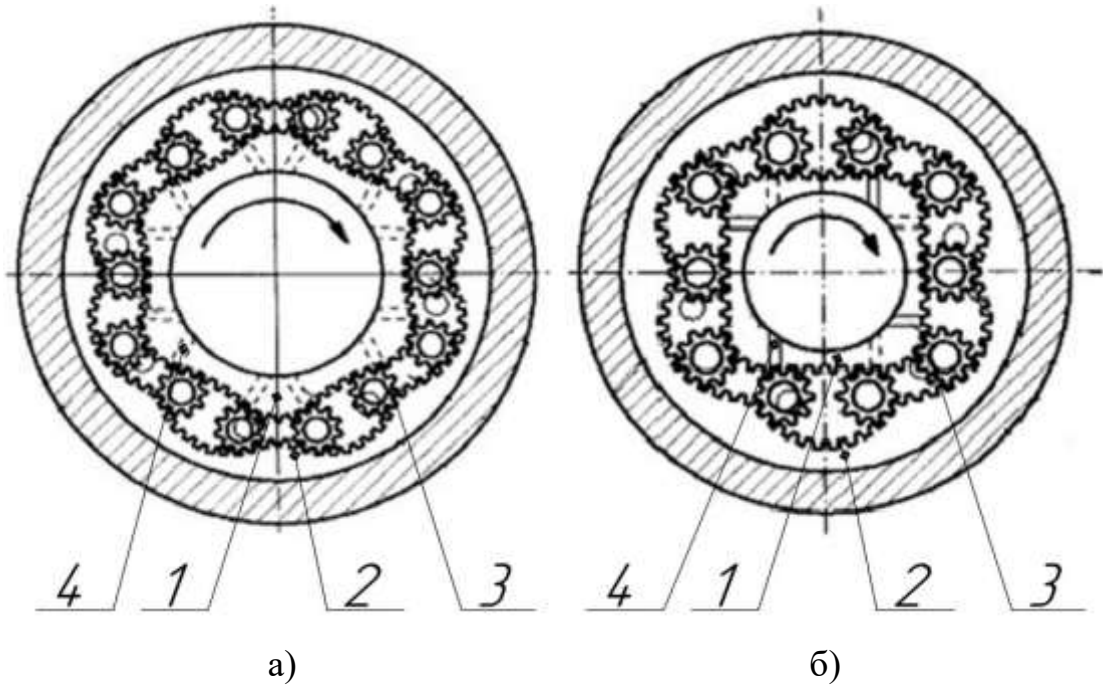


Рис. 1.10. Скважинный гидромотор: а) 8-6; б) 6-4 [98]

В период с 1995 по 2002 гг. большой вклад в исследование планетарных гидромашин внес российский ученый Ан И-Кан. Им было предложена схема 4-2 в двух исполнениях, изображенных на рисунках 1.11 и 1.12.

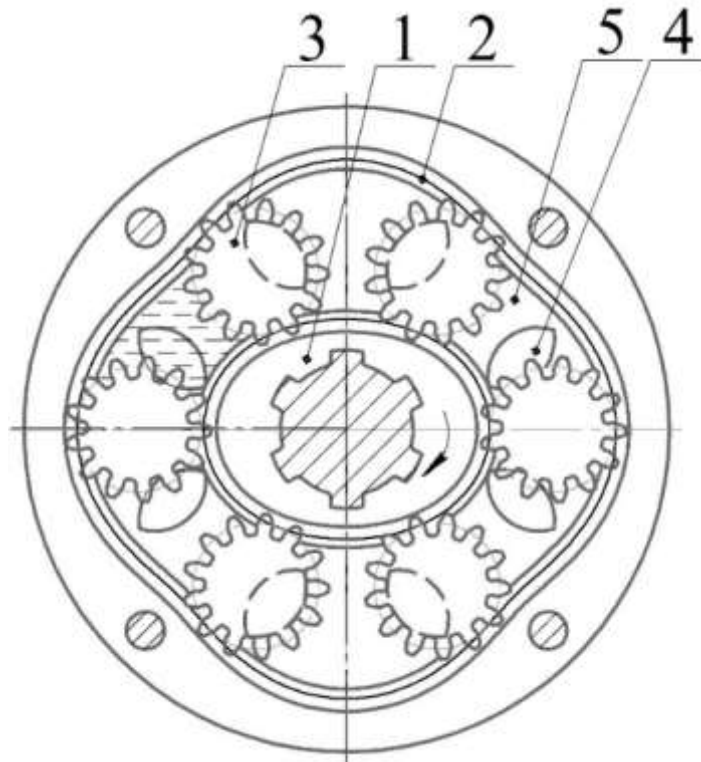


Рис. 1.11. Роторная гидромашина 4-2 [88]

ПРМ, показанная на рисунке 1.11 содержит вращающуюся солнечную шестерню 1, неподвижное эпициклическое колесо 2, плавающие сателлиты 3. Каналы 4 расположены в торцевой стенке 5 эпициклического колеса 2. У второй схемы, изображенной на рисунке 1.12, каналы 4 расположены в торцевой стенке 5, связанной с неподвижной солнечной шестерней 1, эпициклическое колесо 2 совершает вращательное движение.

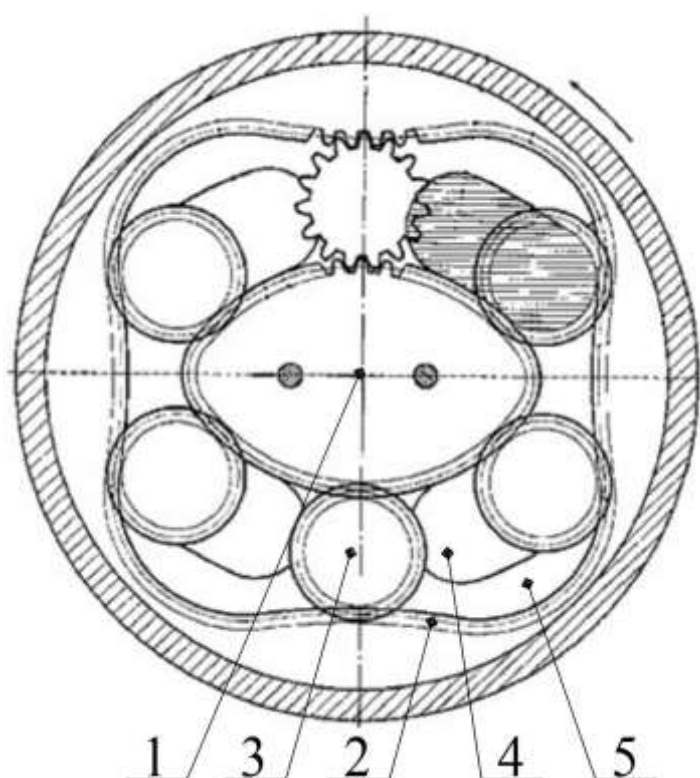


Рис. 1.12. Роторная гидромашина 4-2 [89]

В последующий период начиная с 2010 г. ряд новых схем ПРМ были предложены Г.Ю. Волковым и др. [90; 87]. В них центральные колеса имеют одинаковое число волн (и зубьев) - рис. 1.13 и 1.14. Это становится возможным при большом коэффициенте смещения инструмента в процессе изготовления зубчатого венца эпициклического колеса.

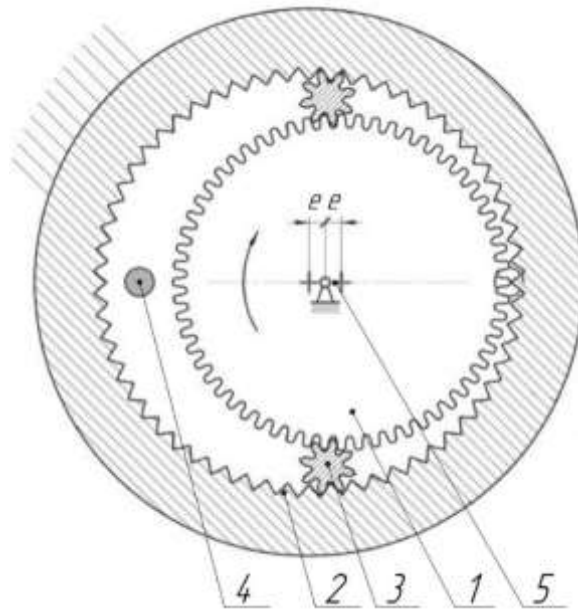


Рис. 1.13. Роторная гидромашина 1-1 [90]

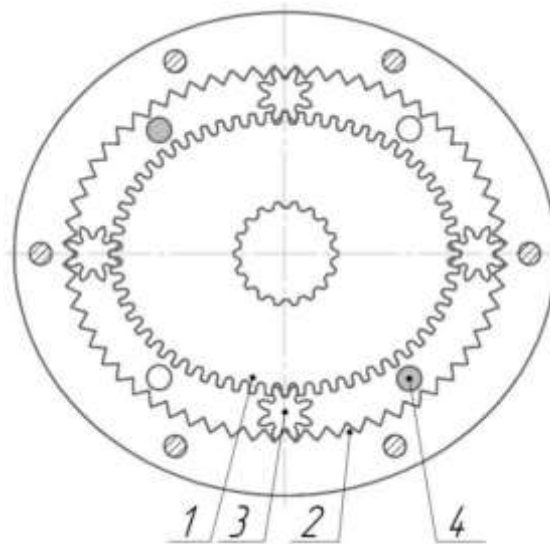


Рис. 1.14. Роторная гидромашина 2-2 [87]

Предложения о систематизации структур ПРМ даны Ан И-Каном [31] и Zhang Quan [99], а также Г.Ю. Волковым и В.В. Смирновым [108]. В работах [44, 27] показано, что одним из важных структурных свойств ПРМ и, соответственно их классификационных признаков является характер движения ротора: чисто вращательное (R), планетарное (P), сложное (C). В данной диссертационной работе будем рассматривать только схемы с чисто вращательным движением ротора (R).

Обобщая указанные выше предложения о систематизации ПРМ в интересующем нас аспекте, приходим к классификации, приведённой в таблице 1.2.

Таблица 1.2

## Классификация ПРМ

N \ M	1	2	3	4	5	6
1	Г.Ю. Волков Рис. 1.13					
2	Jian Dong Xutang Wu	Г.Ю. Волков Рис. 1.14			А	
3	D. Herman Рис. 1.5	Shubo Wang Рис. 1.8	Г.Ю. Волков [93]			
4		Ан И-Кан Рис. 1.12	В.Sieniawski Рис. 1.7			
5						
6		Б		D.Sieniawski Рис. 1.10б		
7						
8						D.Sieniawski Рис. 1.10а

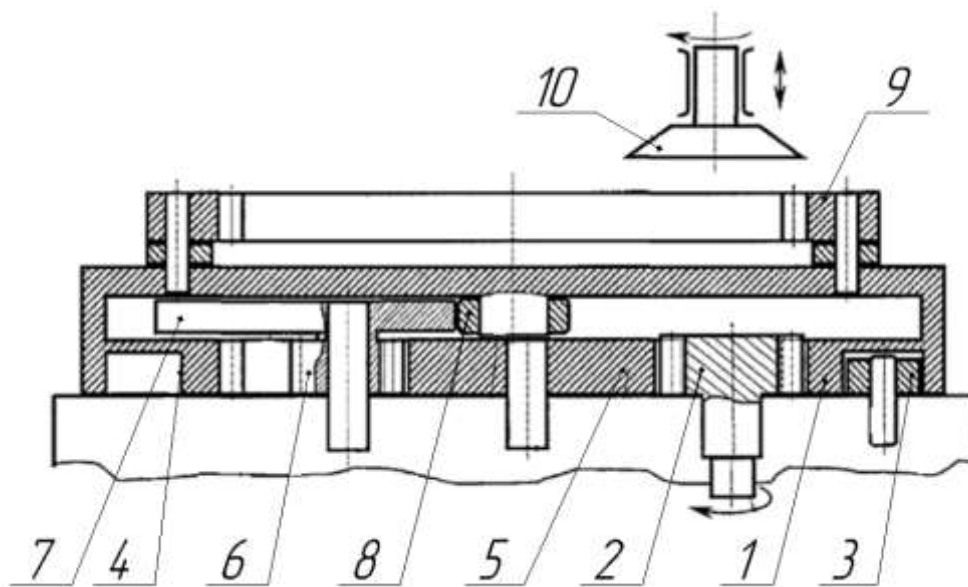
Поле таблицы можно разделить на 3 зоны. Зона А (красная) соответствует принципиально нереализуемым (при чисто вращательном движении ротора - R) сочетаниям значений параметров  $N < M$ . Зона Б (серая) – сочетания значений  $N - M > 2$  возможны, но соответствующие схемы уступают другим (основным) схемам. Практический интерес представляет центральная зона, которая включает три диагонали. Верхняя диагональ соответствует соотношению  $N - M = 0$  ( $N = M$ ). Вторая диагональ соответствует схемам с разницей чисел волн  $N - M = 1$ . Нижняя диагональ соответствует схемам  $N - M = 2$ . Условием симметрии приложения сил является наличие общего делителя M и N отличного от единицы. Этому условию соответствуют схемы в «белых» клетках. Несимметричные схемы, представляющие практический интерес, обозначены желтым цветом. Теоретически



таблицу 1.2 можно продолжать бесконечно, одновременно увеличивая числа М и N, однако соответствующие схемы не будут иметь преимущества по сравнению с уже известными, по источникам, указанным в той же таблице.

### 1.2.3. Вопросы технологии изготовления ПРМ

Вплоть до конца XX века некруглые зубчатые колеса могли быть изготовлены только на универсальном зубообрабатывающем оборудовании с использованием дополнительных приспособлений [64, 18, 35, 31, 29]. Такие приспособления должны обеспечивать необходимое относительное движение заготовки и инструмента сочетанием нескольких зубчато-рычажных и кулачковых механизмов. В качестве примера на рисунке 1.15 показана схема приспособления к зубодолбежному станку [31]. Работа этого механизма описана в источниках [31; 32; 35]. Общими недостатками подобных механизмов является сложность конструкции и отсутствие универсальности. Приспособление необходимо изготавливать заново для каждого типоразмера обрабатываемого зубчатого колеса.



1 – мастер-колесо; 2 – входная шестерня; 3 – ролик упорный; 4 – профиль кулачка; 5 – колесо промежуточное; 6 – колесо зубчатое; 7 – кулачок угловой коррекции; 8 – ролик; 9 – заготовка; 10 – долбяк.

Рис. 1.15. Вспомогательное устройство к зубодолбежному станку для нарезания некруглых колес с внутренними зубьями [31]

В 1970-е годы получил развитие электроэрозионный метод обработки деталей. Изготовление зубчатых венцов (в том числе некруглых) с достаточной точностью, производится движущейся проволокой (струной) на станке с ЧПУ [3; 124]. Однако такая обработка зубьев обходится весьма дорого.

Изготовлению зубчатых колес с использованием лазерной резки листового материала посвящены работы [91; 102; 103; 112; 113; 114]. Характеристики лазерного реза для стальных листов приведены в таблице 1.3. Важно, что при нарезании лазером рабочая поверхность зуба, изготавливаемого из стали, содержащей достаточное количество углерода, упрочняется без применения дополнительной термической обработки.

Таблица 1.3

Характеристики реза для разных толщин стальных листов [112]

Толщина материала, мм	Ra	Глубина упрочненного слоя, мм
до 3	2,5	0,25
4	5	0,35
5		
6	10	0,55
8	20	0,75
10	40	0,85
12		

При изготовлении широких зубчатых колес с помощью лазера, автор публикации [103] предлагает собирать зубчатые диски в пакет.

Помимо лазерной резки существуют и другие 2D технологии, позволяющие получить профиль зубьев – гидроабразивная и электроэрозионная резка. Однако лазерная резка листового материала обходится значительно дешевле, чем другие

технологии. По данным [71; 72; 73; 74; 76] (на октябрь 2020 г.) цена реза одного метра стали ст. 3 толщиной 2 мм составляет: лазерная резка ( $Rz10$ )  $\approx 9$  рублей; гидроабразивная резка ( $Rz40$ )  $\approx 70$  рублей; электроэрозионная резка ( $Ra1,2$ )  $\approx 150$  рублей.

Вопрос о прочности зубьев колес, представляющих собой пакет зубчатых дисков, рассмотрен в работе [108]. Автор моделирует взаимодействие двух цилиндров, контактирующих по образующим, методом конечных элементов (МКЭ) в программной среде «Femap» [125]. На рис. 1.16 у края диска на участке, соизмеримом с шириной контакта  $b_K$ , можно заметить некоторое снижение фактического контактного напряжения. Однако по отношению к ширине диска  $h$  длина этого участка пренебрежимо мала. Поэтому можно считать, что в ПРМ пакет зубчатых дисков ведет себя практически также, как монолитная шестерня.

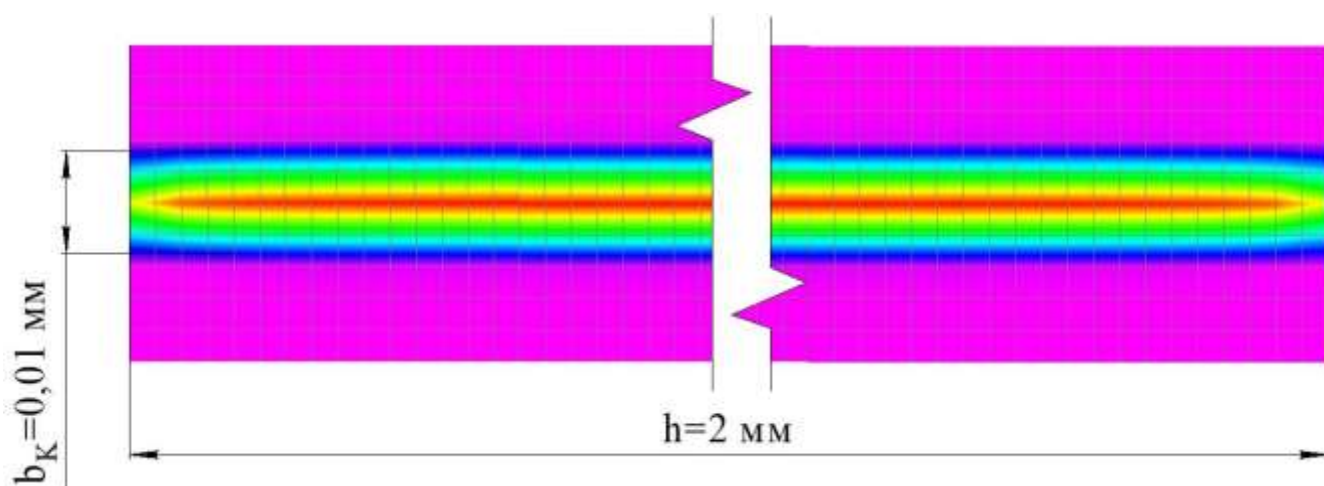


Рис. 1.16. Контактные напряжения на модели зуба толщиной  $h=2$  мм, при  $m=1,5$  мм и  $Z_1=Z_2=10$ , полученные по МКЭ в программной среде «Femap» [108]

Дополнительно отметим, что зубчатые колеса, составленные из отдельных дисков, имеют преимущество – возможность компенсировать ошибку угла наклона зуба.

В работах нашего коллектива [41; 43] для изготовления некруглых зубчатых колес ПРМ была использована лазерная технология резки листового материала. При этом зубчатые колеса представляли собой пакет зубчатых дисков толщиной 2-4 мм.

### **Заключение по первой главе**

В этой главе дан краткий обзор конструкций и функциональных характеристик объемных гидравлических и пневматических машин, используемых на практике. Поставлена задача изучения возможности применения ПРМ в качестве пневмомашин.

Рассмотрены основные кинематические схемы ПРМ, приведена их структурная классификация, уточненная автором. Проблемой, препятствовавшей широкому распространению ПРМ, ранее была технология обработки некруглых зубчатых колес. Механическая обработка очень трудоемка, электроэрозионная резка обходится слишком дорого. На данном этапе развития технологий перспективу имеет лазерная обработка некруглых зубчатых колес ПРМ.

Малоизученными остаются методы проектирования ПРМ. Этому вопросу посвящена глава 2.

## **2. РАСЧЕТЫ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРМ**

В этой главе рассматриваются методы расчета и проектирования ПРМ, существовавшие раньше, а также приводятся уточнения предложенные автором, которые касаются расчета любых: гидравлических и пневматических ПРМ.

### **2.1. Геометрическое проектирование**

Геометрическое проектирование ПРМ состоит в выборе профилей сателлитов и нахождении соответствующих им профилей некруглых зубчатых венцов центральных колес. Проектирование некруглых колес механизмов передач имеет определенную историю [34; 22; 4; 21], в том числе существуют исследования, касающиеся собственно ПРМ [13; 33; 29; 20; 11; 51].

#### **2.1.1. Работы, посвященные проектированию механических передач с некруглыми зубчатыми колесами**

Основы теории синтеза профилей зубьев некруглых колес заложены Ф.Л. Литвиным [11; 63]. В то время предполагалось, что нарезание таких зубьев будет происходить с помощью приспособлений, содержащих копир и пантограф.

Работы, посвящённые теме проектирования некруглых зубчатых колес механических передач, были выполнены учеными Zarebski Igor, JianGang Li, Biing-Wen Bair [1; 13; 20; 29] и др. Синтез некруглых колес обычно начинают с нахождения их центроид. Центроида – геометрическое место мгновенных центров вращения при движении неизменяемой плоской фигуры в её плоскости [101]. В зубчатых механизмах центроиды – это теоретические кривые, по которым происходит взаимное перекатывание звеньев.

На центроиды «накладывают» зубья (как правило, эвольвентные). Немецкий ученый Hasse T. [12] и другие авторы [77] называют данный процесс «озубрением». При выборе параметров зубьев учитываются углы давления, отсутствие подрезания и заострения зубьев. Задача «озубрения» осуществляется аналитическими [6; 7; 19; 25; 28] или численными (компьютерными) [1; 16; 22; 23; 60; 77; 78] методами. На первом этапе определяют окружной шаг некруглого колеса, далее, подбирают

инструмент (рейку или долбяк) и закон его движения на каждом участке зубчатого венца.

В частности, в работе [15] вначале выбирают закон, характеризующий центроиду, далее разбивают центроиду на секторы с вогнутыми и выпуклыми участками. Для отдельных секторов подбирают разные профили инструментальной рейки. На каждом секторе рейка движется по своим законам. Теоретический профиль зубчатого венца формируется в результате огибания зубчатых реек (см. рис. 2.1).

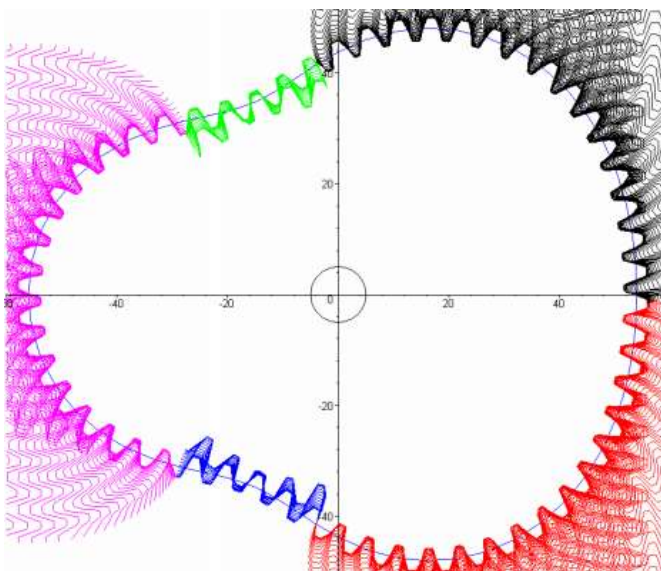


Рис. 2.1. Построение профиля некруглого колеса [15]

### 2.1.2. Геометрическое проектирование собственно ПРМ

При проектировании зубчатых колес ПРМ приходится учитывать ряд дополнительных требований, вытекающих из более сложной схемы их планетарных механизмов.

В России в 1995-2002 г.г. исследованию ПРМ посвящена серия работ, получивших обобщение в докторской диссертации Ан И-Кана [31].

По Ан И-Кану геометрический синтез центральных некруглых зубчатых колес ПРМ делится на два этапа: 1) синтез центроид; 2) синтез профилей зубьев (озубрение [77]). При синтезе центроид вначале задают центроиду одного из

центральных колес и две центроиды сателлита. Затем находят зависимости, обеспечивающие выполнение необходимых кинематических соотношений и условий замкнутости центроид. Далее центриду второго центрального колеса получают как огибающую второй центриды сателлита при качении первой центриды сателлита по центриде первого центрального колеса.

Для упрощения расчетов и процессов зубообработки Ан И-Кан предлагает, составить центриды некруглых колес из отрезков прямых и окружностей. Расчеты осуществляются путем решения системы дифференциальных уравнений с граничными условиями.

Метод геометрического синтеза ПРМ, разработанный Ан И-Каном [31], слишком сложен для использования в реальных условиях на производственных предприятиях.

Подобным образом проектирует планетарный механизм с некруглыми зубчатыми колесами Domenico Mundo [22] (рис. 2.2). Одно из центральных колес – солнечная шестерня, профилируется путем огибания инструмента, а зубчатые венцы эпицикла с внутренними зубьями получают виртуальной обкаткой сателлита, катящегося по солнечной шестерне.

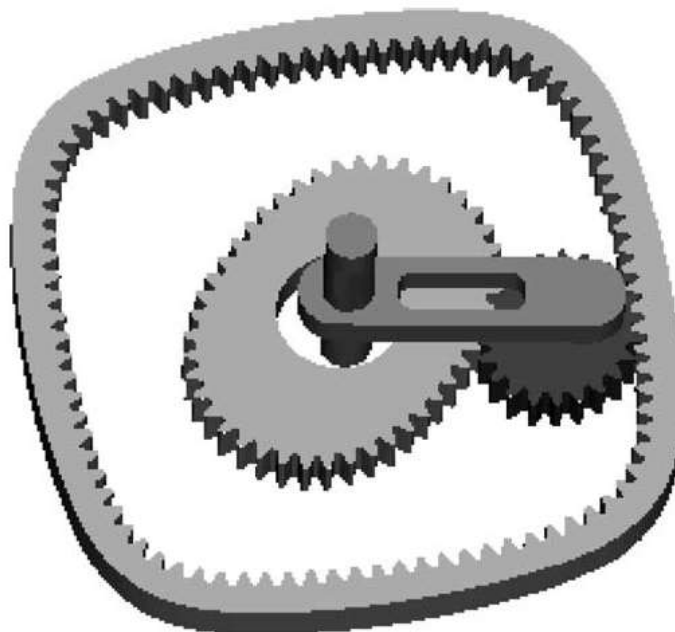


Рис. 2.2. Виртуальный прототип оптимизированной планетарной системы [22]

### 2.1.3. Метод геометрического проектирования ПРМ, принятый за основу

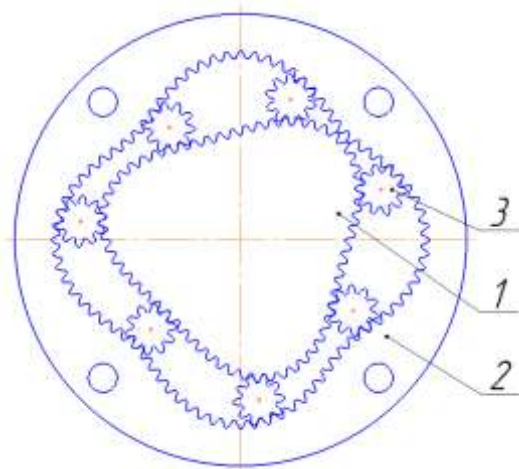
Авторами статей [43; 11] предлагается иной подход к синтезу планетарных механизмов ПРМ. Вначале получают траектории центра сателлита в системах координат, связанных с центральными колесами. Далее рассматриваются несколько маршрутов проектирования.

1-й вариант. Строятся эквидистанты центровых траекторий и расчетные центроиды некруглых звеньев, после чего производится «озубрение».

2-й вариант. Профили венцов центральных колес получают огибанием зубьев сателлита, движущегося по определенной траектории. Для этого составляются массивы координат центральной точки сателлита и углового положения сателлита.

Второй вариант получил развитие в работах [51; 50; 108], рассмотрим его более подробно.

1. На первом этапе выбираются параметры прототипа проектируемого рабочего механизма гидромашины – исходного, расчетного круглозвенного механизма. Расчет ведется по стандартной методике [38]. На выходе имеем: все числа зубьев  $Z_1; Z_2; Z_3$  и коэффициенты смещения  $X_1; X_2; X_3$ , а также модуль  $m$  и межосевое расстояние  $a_w$ . В примере, приведенном на рис. 2.3:  $Z_1=60; Z_2=80; Z_3=10; X_1=0; X_2=0,6; X_3=0,3; m=1; a_w=35,291$ .



- 1 – солнечная шестерня, (с числом волн  $M=3$ );  
2 – эпицикл (с числом волн  $N=4$ ); 3 – сателлит

Рис. 2.3. Схема гидромашины 4-3



2. На втором этапе задаются числа волн центральных колес  $M$  и  $N$ , и взаимозависимые (однотипные) циклические функции, характеризующие траектории центра сателлита в системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2. В общем случае уравнения этих траекторий в полярных системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2 имеют вид:

$$r_1(\varphi_1) = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot F(M \cdot \varphi_1)); \quad (2.1)$$

$$r_2(\varphi_2) = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot F(N \cdot \varphi_2)), \quad (2.2)$$

где  $r_1(\varphi_1)$  и  $r_2(\varphi_2)$  – радиус-векторы траекторий центра сателлита;

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями;

$k_H$  – коэффициент «некруглости» траекторий (характеризующий «крутизну» волн);

$r_0 = a_w$  – радиус расчетной окружности (в которую вырождаются обе траектории при  $k_H = 0$ ).

В простейших случаях используется циклическая функция:  $F(\varphi) = \cos(\varphi)$

$$r_1 = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(M \cdot \varphi_1)); \quad (2.3)$$

$$r_2 = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi_2)). \quad (2.4)$$

Выбор коэффициента некруглости  $k_H$  зависит от так называемого угла  $\lambda_{\max}$  удержания (невыпадения) сателлита [50].

$$k_H = \frac{k_a \cdot \lambda_{\max}^{\circ}}{M + N}, \quad (2.5)$$

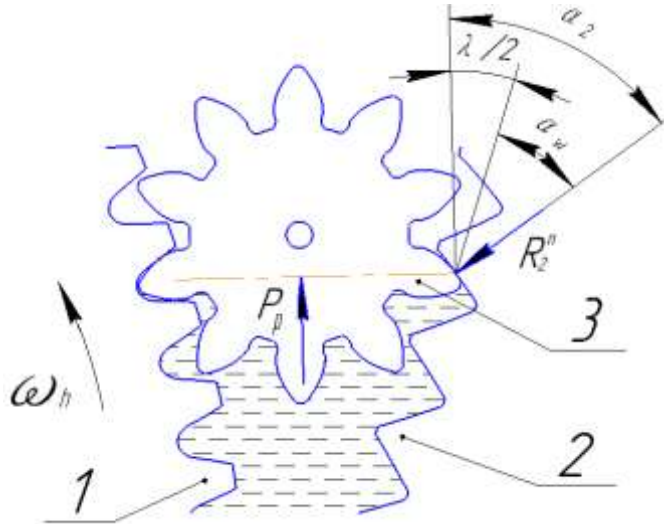
где  $k_a$  – эмпирический коэффициент,  $k_a = 0,018$  (1/градус);

$\lambda_{\max}^{\circ}$  – угол удержания (невыпадения) сателлита (в градусах).

Предельная величина угла удержания может быть определена из геометрических соображений [115], однако более строгое его ограничение дает предельный угол давления  $\alpha$  в зацеплении сателлита с центральным колесом (обычно эпициклом) [50; 42].

Угол давления  $\alpha_2$  в кинематической паре сателлит-эпицикл складывается (рис. 2.4) из угла  $\alpha_{\omega_2}$  зацепления и половины угла  $\lambda$  удержания сателлита [31; 50]

$$\alpha_2 = \alpha_{\omega_2} + \lambda/2. \quad (2.6)$$



$P_p$  – сила давления среды;  $R_2''$  – нормальная реакция в зацеплении

Рис. 2.4. Статические силы, действующие на сателлит в наименее благоприятной фазе его движения

Вопрос о том, какова допустимая величина углов давления в ПРМ, сложен. Очевидно, чем меньше угол давления – тем лучше. Для разных механизмов в литературе можно найти цифры от  $30^\circ$  до  $60^\circ$ . Единственно надежный ответ на этот вопрос даст опыт эксплуатации механизмов конкретного типа. ПРМ, которые уже существуют [68], имеют максимальный угол давления ( $45-50^\circ$ ).

Другое ограничение, накладываемое на величину коэффициента  $k_H$ , это условие смежности (соседства) центральных колес [51]. Для ПРМ с соотношением чисел волн центральных колес  $N > M$  (когда коэффициенты смещения центральных колес  $X_1$  и  $X_2$  близки к 0) справедливо приближенное неравенство:

$$k_H \leq \frac{2(Z_3 + 2X_3 - 2,5)}{Z_1 + Z_2}. \quad (2.7)$$

В рассматриваемом примере, траектории центра сателлита соответствуют уравнениям (2.3) и (2.4) с коэффициентом  $k_H=0,08$ , при котором угол удержания  $\lambda=32^\circ$ .

3. Далее рассчитывается множество положений центра сателлита на траектории, заданной уравнением (2.3) или (2.4), и углов  $\varphi_c$  его поворота относительно данного центрального колеса.

Угол  $\varphi_{c1}$  поворота сателлита относительно соответствующего центрального колеса 1 определяем по формуле [51; 108]:

$$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{Z_{1(2)}}{Z_3}\right) \cdot \xi_{1(2)} \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(r_1(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'_1(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi, \quad (2.8)$$

где  $r'_{1(2)}(\varphi_{1(2)})$  – производная соответствующей функции  $r_1(\varphi_1)$  или  $r_2(\varphi_2)$ ;

$\xi_{1(2)}$  – коэффициент, учитывающий изменение длины данной центральной траектории по сравнению с длиной центральной окружности исходного круглозвенного механизма

$$\xi_{1(2)} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(r_1(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'_1(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi}. \quad (2.9)$$

В частном случае, когда циклическая функция  $F(\varphi)=\cos(\varphi)$ , формулы (2.8), (2.9) принимают вид:

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right) \cdot \xi_1 \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(M \cdot \varphi))^2 + (M \cdot k_H \cdot \sin(M \cdot \varphi))^2} d\varphi; \quad (2.10)$$

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{Z_2}{Z_3}\right) \cdot \xi_2 \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi))^2 + (N \cdot k_H \cdot \sin(N \cdot \varphi))^2} d\varphi; \quad (2.11)$$

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(M \cdot \varphi))^2 + (M \cdot k_H \cdot \sin(M \cdot \varphi))^2} d\varphi}; \quad (2.12)$$

$$\xi_2 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi))^2 + (N \cdot k_H \cdot \sin(N \cdot \varphi))^2} d\varphi}. \quad (2.13)$$

Для каждого из некруглых центральных колес, используя математическое программное обеспечение, например, программу для инженерных вычислений *Mathcad*, создаем массивы параметров:  $\varphi$  – текущий угол поворота мнимого водила относительно данного центрального колеса;  $r$  – радиус-вектор соответствующей центральной траектории;  $\varphi_c$  – угол поворота сателлита в системе координат, связанной с данным центральным колесом.

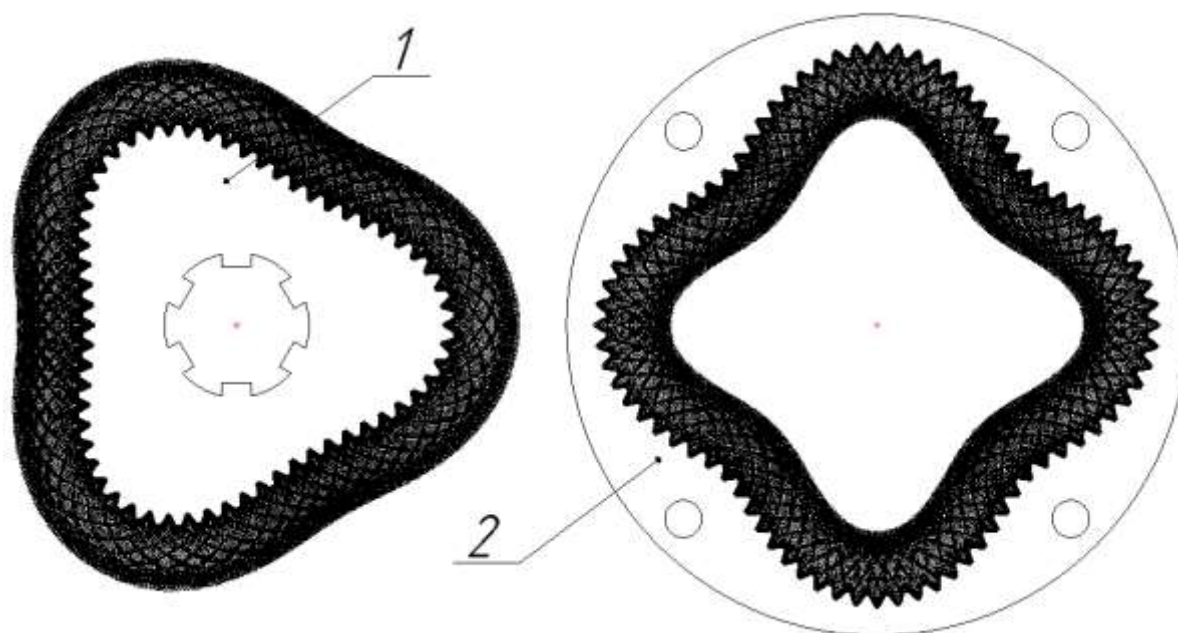
В примере – рис. 2.5, коэффициенты  $\xi_1=0,9776$ ,  $\xi_2=0,9520$ . Результаты расчетов по формулам (2.10) и (2.11) помещены в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Параметры, характеризующие закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес

Солнечная шестерня			Эпицикл		
$r_1$	$\varphi_1$	$\varphi_{c1}$	$r_2$	$\varphi_2$	$\varphi_{c2}$
40,58465	0°	0°	40,58465	0°	0°
40,58348902	0,4°	3,0693056°	40,58258609	0,4°	-2,9675433°
40,58000657	0,8°	6,1386417°	40,57639595	0,8°	-5,9354144°
40,57420419	1,2°	9,2080385°	40,56608442	1,2°	-8,9039389°
...	...	...	...	...	...
40,58465	360°	2520°	40,58465	360°	-2520°

4. На заключительном этапе проектирования используются графические программы, (например, КОМПАС). Сателлит строится во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых – профилей сателлита.



1 – солнечная шестерня; 2 – эпициклическое колесо

Рис. 2.5. Изображение семейства кривых профиля зубьев ПРМ

Этот метод доступен для широкого круга пользователей и вполне работоспособен в большинстве практических случаев, однако в некоторых схемах ПРМ он приводит к ощутимым погрешностям.

#### 2.1.4. Уточнение методики геометрического проектирования ПРМ, предложенное автором

В определенных, «критических» фазах поворота ротора (рис. 2.6), между зубьями, рассчитанными по приведенной выше методике, возникает уменьшение боковых и радиальных зазоров, вплоть до подклинивания. «Критическими» являются точки  $O_c$  пересечения траекторий центров сателлита при симметричном расположении центральных колес, соответствующем экстремальным площадям сечений рабочих камер. Сателлит не может прийти в расчетную точку  $O_c$  так, чтобы угол его поворота в точности соответствовал обоим зацеплениям. В таком механизме вблизи «критической» точки  $O_c$  центр  $X$  сателлита смещен относительно этой точки в окружном направлении на расстояние  $\delta^r$ . При этом сателлит

оказывается зажатым между венцами 1 и 2. Величина радиального «натяга» – отклонения  $\delta^r$ , приближенно равна  $\delta^r \approx \delta^r \lambda$  [10], где  $\lambda$  – угол удержания сателлита.

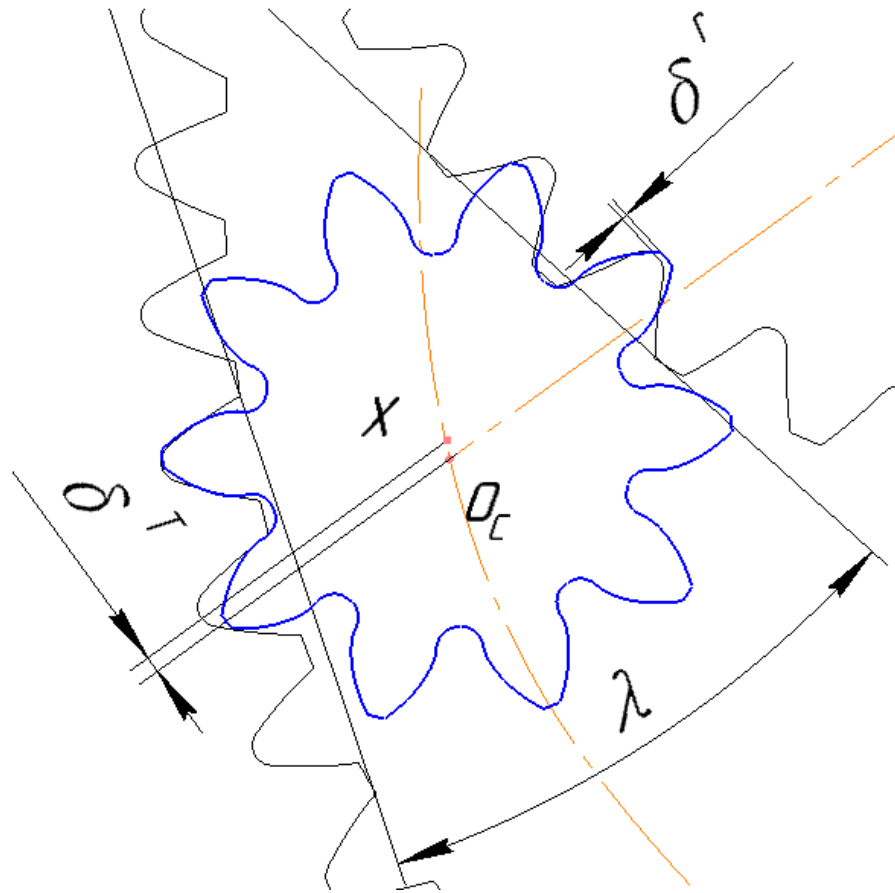


Рис. 2.6. Положение сателлита в «критической» фазе движения

Величина упомянутого радиального натяга  $\delta^r$  в большинстве случаев меньше технологического зазора, присутствующего в зацеплениях. Поэтому на практике обсуждаемое явление (подклинивание) может не обнаруживаться. Заметным оно становится при увеличении угла  $\lambda$  (и соответственно коэфф.  $k_H$ ) и уменьшении чисел волн центральных колес.

Существуют следующие способы устранения проблемы подклинивания:

1. Увеличить зазоры в зацеплениях равномерно по всем участкам зубчатых венцов;

2. Можно увеличить зазоры только локально, возле критической точки  $X$ . Эта коррекция выполняется графически [10], в процессе составления управляющей программы для станка с ЧПУ;

3. Наиболее предпочтительно устранить нежелательный эффект подклинивания путем проведения коррекции в процессе расчета [116].

Для проектирования профилей колес ПРМ, совместимых друг с другом без погрешности по угловому положению сателлита, венцы обоих центральных колес должны огибать сателлит, совершающий одно общее движение. Для этого вначале перейдем от углов поворота сателлита  $\varphi_{c1}$ ,  $\varphi_{c2}$  относительно обоих центральных колес к углам его поворота относительно мнимого водила  $\varphi_{c1,h} = (\varphi_{c1} - \varphi_1)$ ;  $\varphi_{c2,h} = (\varphi_{c2} - \varphi_2)$ . При соблюдении условия  $\varphi_2 = M/N\varphi_1$  разница  $\Delta_i$  углов  $\varphi_{c1,h}$  и  $\varphi_{c2,h}$  составит:

$$\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_1) - (\varphi_{c2} - \varphi_2). \quad (2.14)$$

Для устранения явления подклинивания механизма, предлагается выбрать один из следующих вариантов коррекции:

1. Добавить разницу  $\Delta_i$  к углу поворота сателлита относительно одного из центральных колес в процессе профилирования его венца;

2. Распределить разницу  $\Delta_i$  (например, поровну) в качестве добавки к углу поворота сателлита относительно каждого из центральных колес.

В приведенной выше методике геометрического расчета ПРМ упомянутая коррекция следует после пункта 3 – можно было бы обозначить эту операцию «пункт 3а». В этом пункте таблица 2.1 преобразуется в таблицу 2.2. Параметры  $\varphi_{c1}$  и  $\varphi_{c2}$  становятся промежуточными значениями углов поворота сателлита, подлежащими уточнению. В каждой строке таблицы 2.2 (т.е. для каждого положения сателлита) приводится значение разности углов  $\Delta_i$ , а также новые, скорректированные значения  $\varphi_{c1}^{nev}$  и  $\varphi_{c2}^{nev}$  углов поворота сателлита относительно соответствующего профилируемого центрального колеса. Если принято решение распределить разницу  $\Delta_i$  между центральными колесами поровну:

$$\varphi_{c2}^{nev} = -\varphi_{c2} + \frac{\Delta_i}{2}; \quad (2.15)$$

$$\varphi_{c1}^{nev} = \varphi_{c1} - \frac{\Delta_i}{2}. \quad (2.16)$$

Таблицу достаточно составлять только для первой половины «волны» циклической функции  $F$ , остальные участки волн строятся путем использования симметричного преобразования.

Таблица 2.2

Уточненные параметры, характеризующие закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес

Общий параметр	Солнечная шестерня		Эпицикл		Разность углов $\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_{c2}) - (\varphi_1 + \varphi_2)$	Окончательно	
	$\varphi_1$	$\varphi_{c1}$ (предворит.)	$\varphi_2 = \varphi_1 M/N$	$\varphi_{c2}$ (предворит.)		$\varphi_{c1}^{nev}$	$\varphi_{c2}^{nev}$
$r_1$	$\varphi_1$	$\varphi_{c1}$ (предворит.)	$\varphi_2 = \varphi_1 M/N$	$\varphi_{c2}$ (предворит.)	$\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_{c2}) - (\varphi_1 + \varphi_2)$	$\varphi_{c1}^{nev}$	$\varphi_{c2}^{nev}$
40,584	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
40,583	0,4°	3,069°	0,3°	-2,226°	0,144°	2,997°	-2,297°
40,580	0,8°	6,139°	0,6°	-4,451°	0,287°	5,995°	-4,595°
...	...	...	...	...	...	...	...
35,291	30°	228,518°	22,5°	-170,635°	5,382°	225,826°	-173,326°
...	...	...	...	...	...	...	...
26,012	60°	420°	45°	-315°	0°	420°	-315°

В нашей работе [10] рассмотрен другой вариант методики устранения эффекта подклинивания, в котором поправка отнесена целиком к одному из центральных колес.

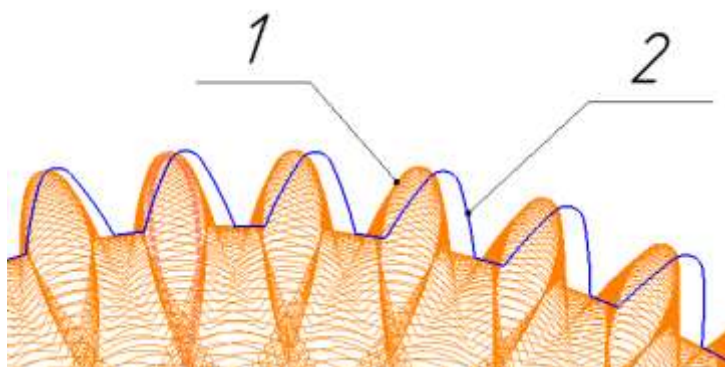
Пункт 4 методики (заключительный этап проектирования – построение профилей центральных колес) выполняется с учетом нового полученного значения углов поворота сателлита  $\varphi_{c1}^{nev}$  и  $\varphi_{c2}^{nev}$ .

В итоге новый скорректированный профиль (рис. 2.7) зубчатых венцов несколько отличается от профиля, полученного по методике без коррекции. Выполненная коррекция профиля полностью устраняет подклинивание механизма.

Таким образом предложенная коррекция методики, почти не усложняя процесс профилирования зубчатых венцов ПРМ, устраняет получавшееся ранее



незначительное, но негативное явление сближения этих венцов в «критической» фазе их движения.



1 – без коррекции; 2 – с коррекцией

Рис. 2.7. Контуры венца эпицикла

## 2.2. Расчеты силовых характеристик ПРМ

### 2.2.1. Прочность зубьев и рабочее давление ПРМ

В настоящее время производство ПРМ налажено лишь на одном предприятии в мире – «Hydromech», находящемся в Польше. Гидромоторы, построенные по схеме 6-4, выпускаемые этим предприятием, приводят в движение ленточную пилу НРТ-95 [107] и ручную буровую установку WH и H-WH1 [111]. Диапазон рабочих объемов двигателей от 51 до 3800 см<sup>3</sup>, диапазон крутящих моментов от 115 до 1510 Н·м. Производитель указывает [68], что такие гидромоторы работают на давлении  $p=20$  МПа (кратковременно 25 МПа).

Теоретически задача нагруженности зубьев ПРМ давлением  $p$  рабочей среды рассмотрена в работе [31] Ан И-Кана. Сила  $P_p$  давления среды приложена к сателлиту (рис. 2.8).

$$P_p = 2 \cdot p \cdot b \cdot r_3 \cdot \cos(\lambda/2), \quad (2.17)$$

где  $r_3$  – делительный радиус сателлита;

$b$  – длина сателлита;

$\lambda$  – угол удержания сателлита (изменяется от 0 до  $\lambda_{\max}$ ).

Сила  $P_p$  воспринимается двумя зубьями. При наименее благоприятном расположении сателлита (рис. 2.8), нормальная сила  $R_i^n$  в каждом зацеплении

$$R_i^n = \frac{P_p}{2 \cdot \cos(\alpha_w + \lambda_{\max} / 2)}, \quad (2.18)$$

где  $\alpha_w$  – угол зацепления.

Заметим, что в формуле (2.18) выражение в скобках  $(\alpha_w + \lambda_{\max}/2)$  – это угол  $\alpha$  давления в зацеплении. В разных схемах ПРМ угол  $\alpha_w$  может варьироваться в диапазоне 20-30°. Приняв  $\lambda_{\max}=50^\circ$ , получаем  $\alpha = 45..55^\circ$ , при этом нормальная сила  $R_i^n$  превышает половину силы  $P_p$  давления среды, действующей на сателлит, в 1,41..1,75 раза.

В стандартных методиках [105] расчета прочности зуба, используется окружная сила  $F_t$  в зацеплении  $F_t = R_i^n \cos(\alpha_w)$ .

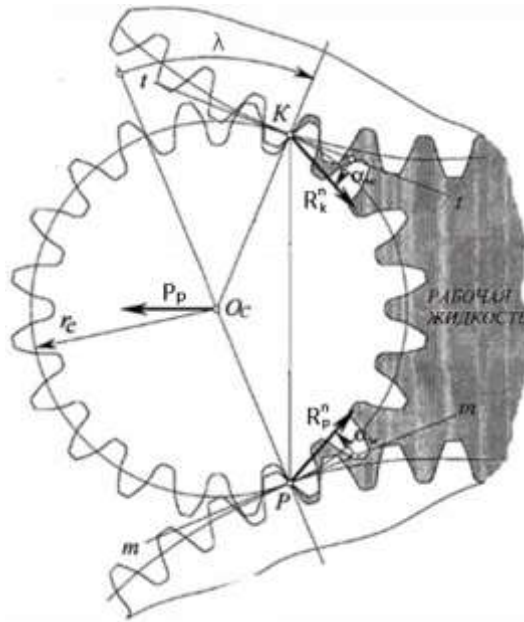


Рис. 2.8. Силы в зацеплениях при наиболее опасном положении сателлита [31]

В итоге после преобразований Ан И-Кан [31] выражает окружную силу  $F_t$  через некоторый коэффициент  $k_t$ :

$$F_t = k_t \cdot p \cdot b \cdot r_3, \quad (2.19)$$

где  $k_t$  – коэффициент, характеризующий кривизны зубьев

$$k_t = \frac{1}{1 - \operatorname{tg}(\beta/2) \cdot \operatorname{tg}\alpha_w}. \quad (2.20)$$

Далее, используя известные [105] формулы, Ан И-Кан [31] получил зависимость предельного давления  $p$  среды от параметров зацепления.

Давление среды по условию изгибной прочности зуба:

$$p \leq \frac{2[\sigma]_F}{K_F \cdot k_t \cdot Y_{Fs} \cdot Y_\beta \cdot Y_\varepsilon \cdot Z_3}, \quad (2.21)$$

где  $[\sigma]_F$  – допускаемое напряжение изгиба, МПа;

$K_F$  – коэффициент нагрузки при напряжении изгиба [54];

$Y_{Fs}$  – коэффициент формы зуба [54];

$Y_\beta$  – коэффициент, учитывающий угол наклона [54];

$Y_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев [54];

$Z_3$  – число зубьев сателлита.

Давление среды  $p$  из условия контактной прочности зуба [31]:

$$p \leq \left( \frac{[\sigma]_H}{304} \right)^2 \frac{u}{K_H \cdot k_t \cdot (u+1)}, \quad (2.22)$$

где  $[\sigma]_H$  – допускаемая контактная прочность зубьев (МПа);

$K_H$  – коэффициент нагрузки при контактном напряжении [54];

$k_t$  – смотри формулу (2.20);

$u$  – «местное» передаточное число:

$$u = \frac{r_{CK}}{r_3}, \quad (2.23)$$

где  $r_{CK}$  – радиус кривизны центроиды солнечного колеса в рассматриваемой точке.

Точное определение параметра  $u$  является весьма трудоемким поэтому Ан И-Кан вычислил его только для нескольких случаев.

В диссертации [31] Ан И-Кана приводится пример расчета механизма ПРМ, выполненного по схеме 4-2 с параметрами  $\alpha_\omega = 20^\circ$ ;  $K_H=1,2$ ;  $\beta=50^\circ$ ;  $u=1,32$ ;  $[\sigma]_H=1640$  МПа (сталь 12ХН3А, HRCэ 62, частота вращения 1000 об/мин, ресурс – 1000 часов). По условию контактной прочности получается давление среды  $p=11,5$  МПа. По изгибной прочности  $[\sigma]_F=510$  МПа такая сталь способна

выдержать давление среды 11,95 МПа. При стальных колесах с характерным для ПРМ малым числом зубьев всегда будет лимитировать именно контактная прочность. Обратим внимание на то, что давление 11,5 МПа, рассчитанное для максимально прочной стали, получилось значительно ниже указываемого польской фирмой «Hydromech» [68] 20-25 МПа.

Учитывая то обстоятельство, что присутствующий в формуле (2.22) коэффициент  $u$  сравнительно мало влияет на величину давления рабочей среды, ограничиваемую контактной прочностью, автор работы [108] ввел упрощение:

$$u = \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{r_1^{\min}}{r_{w3}}. \quad (2.24)$$

где  $r_1^{\min}$  – минимальный радиус кривизны центроиды солнечного колеса;

$r_{w3}$  – радиус центроиды сателлита.

Расчетные значения максимального давления рабочей среды с учетом допущения (24) для различных схем ПРМ, материалов ( $[\sigma]_H$ ) и углов  $\lambda$  удержания приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3

Максимальное давление рабочей среды [108] при «неограниченной» длительности работы ПРМ

Материал	$p_{\max}$ , МПа								
	4-2		6-4		8-6	4-3	3-2	2-2	1-1
	$\lambda=50^\circ$	$\lambda=30^\circ$	$\lambda=40^\circ$	$\lambda=30^\circ$	$\lambda=30^\circ$	$\lambda=30^\circ$	$\lambda=30^\circ$	$\lambda=18^\circ$	$\lambda=9^\circ$
Сталь 10, [ $\sigma$ ] <sub>H</sub> =304 МПа	0,31	0,38	0,43	0,45	0,48	0,5	0,47	0,56	0,59
Сталь 45, нормализация, [ $\sigma$ ] <sub>H</sub> =410 МПа	0,56	0,7	0,78	0,82	0,87	0,91	0,85	1,02	1,07
40Х, ТВЧ, [ $\sigma$ ] <sub>H</sub> =845 МПа	2,4	2,96	3,32	3,48	3,71	3,86	3,61	4,35	4,52
20Х, цементация, [ $\sigma$ ] <sub>H</sub> =1288 МПа	5,57	6,88 (Ан И- Кан)	7,72	8,07 (Польша)	8,62	8,97	8,39	10,11	10,51

Таким образом очевидно, что с повышением твердости стальной поверхности максимальное давление среды в ПРМ увеличивается. Рассчитываемое на неограниченную по времени работу механизма предельное значение давления рабочей среды (см. табл. 2.3) получается существенно меньше, чем у Ан И-Кана [31], который произвел расчет давления для ресурса 1000 часов. Фирма «Hydromech» [68] расчетную длительность работы своих гидромоторов не указывает, однако очевидно, что ПРМ со стальными колесами может выдерживать давление 20-25 МПа лишь при ограниченном ресурсе.

Заметим также, что предельные давления, при которых может работать ПРМ, по сравнению с объемными гидромашинами других типов [59; 30] не столь высоки.

### **2.2.2. Механический КПД**

Механический КПД машины определяется потерями на внешнее трение, т.е. трение в кинематических парах. В симметричных схемах ПРМ потерями в опорах вала можно пренебречь, остаются потери по торцам ротора и сателлитов, а также потери в зубчатых зацеплениях.

Если бы ПРМ была изготовлена идеально точно, то по торцам движущихся звеньев силы нормального давления и соответственно силы трения должны были отсутствовать. Сравнительно небольшие торцовые силы возникают из-за неточности изготовления (ненулевого угла наклона зубьев).

Главная опасность появления осевых сил состоит в увеличении осевых размеров вращающихся звеньев в процессе работы ПРМ. По имеющимся данным [107] тепловое расширение ротора, выполненного из полимерных материалов может быть настолько велико, что вызывает тормозной момент вплоть до полной остановки привода (заклинивания). Поэтому полимерные роторы следует использовать только в пневмодвигателях, которые при работе не нагреваются, либо в вакуумных насосах, работающих очень кратковременно. Осевое расширение ротора может иметь место также в случае коробления излишне тонких металлических дисков, когда ротор изготовлен по пакетной технологии.

Потери в зубчатых зацеплениях ПРМ являются достаточно высокими т.к. сателлиты в таких механизмах имеют минимальные числа зубьев. Методика расчета потерь в зацеплениях при заданном коэффициенте трения приведена в литературе [105, 61 и д.р.]. Расчет КПД подобных планетарных механизмов [92; 46] выполнен в нашей работе [8].

Для ПРМ, работающих в режиме насоса [108], механический КПД рассчитывается по формуле

$$\eta_H = 1 - \psi_H, \quad (2.25)$$

где  $\psi_H$  – коэффициент потерь ПРМ, работающем в режиме насоса.

$$\psi_H = \frac{\psi_d}{1 + \psi_d}, \quad (2.26)$$

где  $\psi_d$  – коэффициент потерь ПРМ, работающем в режиме двигателя.

Для эвольвентных ПРМ коэффициент потерь рассчитывается по формуле:

$$\psi_d = \frac{8 \cdot f \cdot k_x \cdot M}{Z_2 \cdot S'_{wi} \cdot \cos \alpha_w}, \quad (2.27)$$

где  $f$  – коэффициент трения;

$k_x$  – коэффициент, зависящий от смещения исходного производящего контура. В ПРМ с  $M < N$  примем  $k_x = 1$ , при  $M = N$  будем считать  $k_x = 1,2$ .

КПД в режиме насоса и двигателя рассчитывается по формулам:  $\eta_H = 1 - \psi_H$  и  $\eta_d = 1 - \psi_d$ .

Сравнение механических потерь различных ПРМ при одинаковом коэффициенте трения ( $f = 0,1$ ) проведено в статье [9]. Установлено, что в различных схемах насосов и двигателей, выполненных на базе ПРМ, расчетный КПД варьируется сравнительно слабо (от 0,87 до 0,92, при  $f = 0,1$ ).

### 2.2.3. Влияние динамики

Ранее задача силового анализа ПРМ была решена [31; 108] в статике. Ниже рассмотрим какое влияние на нагруженность ПРМ оказывают силы инерции.

Силы инерции, действующие на центральные звенья, в симметричных схемах ПРМ отсутствуют. В несимметричных схемах эти силы воспринимаются опорами

ротора. Впрочем существует возможность уравновесить ротор приемами статической балансировки. Расчет инерционных сил, действующих на сателлит, опубликован нами в статье [42] и представлен ниже.

В разных фазах движения механизма на сателлит действуют силы инерции, приложенные к его центру, направленные радиально и тангенциально, а также момент сил инерции  $M_j$ .

Суммарная радиальная сила складывается из центробежной силы  $F_c$ , вызванной центростремительным ускорением  $a_n$ , и силы  $F_r$ , вызванной относительным (релятивным) радиальным ускорением  $a_r$  сателлита. К тангенциальным силам инерции относятся силы, пропорциональные тангенциальному ускорению сателлита  $a_t$  и ускорению Кориолиса  $a_k$ . Особенностью рабочего механизма ПРМ является постоянная скорость вращения  $\omega_h$  мнимого водила и, как следствие, отсутствие тангенциального ускорения сателлита,  $a_t=0$ , поэтому следует принимать во внимание только силу Кориолиса  $F_k$ . Момент сил инерции  $M_j$ , действующих на сателлит, возникает в тех фазах его движения, когда меняется радиус центральной траектории сателлита.

Значение ускорений можно определить, зная уравнение траектории центра сателлита в системе полярных координат, связанной с остановленным центральным колесом ПРМ (обычно эпициклом) (рис. 2.9). На участках с переменной кривизной траектории примем:

$$r_2 = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi_2)), \quad (2.28)$$

где  $r_2$  – мгновенный радиус центральной траектории сателлита в его движении относительно эпицикла;

$r_0$  – средний радиус центральной траектории сателлита;

$k_H$  – коэффициент интенсивности волн (некруглости траектории);

$\varphi_2$  – текущий угол поворота мнимого водила относительно эпицикла;

$N$  – число волн эпицикла.

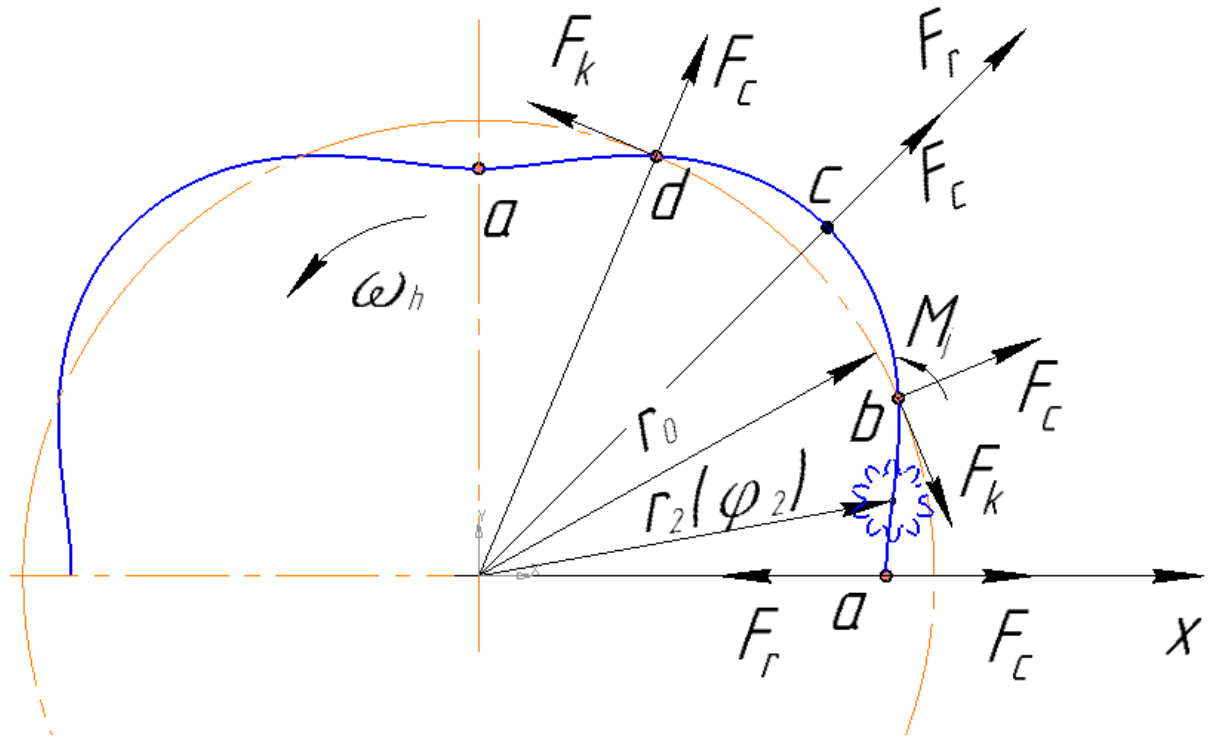


Рис. 2.9. Траектория движения спутника и силы инерции, приложенные к нему в характерных положениях

Центростремительное ускорение  $a_n$

$$a_n = \omega_h^2 r = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi_2)) \omega_h^2, \quad (2.29)$$

где  $\omega_h$  – угловая скорость мнимого водила относительно неподвижного эпицикла, считаем ее постоянной.

Ускорение Кориолиса  $a_k$

$$a_k = 2\omega_h \cdot v_r. \quad (2.30)$$

Относительная скорость  $v_r$  центра спутника в радиальном направлении есть производная выражения (2.28) по времени

$$v_r = r_2' = -r_0 \cdot k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \varphi_2'. \quad (2.31)$$

Тогда абсолютная величина ускорения Кориолиса:

$$a_k = 2\omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2). \quad (2.32)$$

Направление ускорения определим, повернув вектор относительной скорости  $v_r$  центра спутника в направлении переносной угловой скорости, т.е.  $\omega_h$  на  $90^\circ$ .



Для определения относительного радиального ускорения  $a_r$  найдем вторую производную выражения (2.28)

$$r_2'' = -r_0 \cdot k_H \cdot N^2 \cos(N \cdot \varphi_2) \cdot \varphi_2'^2 - r_0 \cdot k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \varphi_2'' . \quad (2.33)$$

Так как скорость вращения мнимого водила  $\omega_h$  постоянна, угловое ускорение водила  $\varphi_2'' = \varepsilon_h = 0$ . Поэтому для ПРМ получаем относительное ускорение  $a_r$ :

$$a_r = r_2'' = -r_0 \cdot k_H \cdot N^2 \cos(N \cdot \varphi_2) \cdot \varphi_2'^2 = -\omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N^2 \cos(N \cdot \varphi_2) . \quad (2.34)$$

Угловое ускорение  $\varepsilon_c$  спутника найдем как производную от его угловой скорости. Будем считать, что абсолютная угловая скорость спутника, катящегося по эпициклу

$$\omega_c = \omega_h \cdot \frac{r_2}{r_3} , \quad (2.35)$$

где  $r_3$  – начальный радиус спутника в его зацеплении с эпициклом.

Подставляем  $r_2$  из (2.28):

$$\omega_c = \omega_h \cdot \frac{r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi_2))}{r_3} . \quad (2.36)$$

Дифференцируем (2.36) – находим угловое ускорение  $\varepsilon_c$

$$\varepsilon_c = \omega_c' = -\omega_h^2 \cdot \frac{r_0}{r_3} \cdot k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) . \quad (2.37)$$

Таким образом, инерционные силы, действующие на спутник, можно рассчитать по следующим формулам.

Центробежная сила  $F_c$

$$F_c = m_c \cdot \omega_h^2 r = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(N \cdot \varphi_2)) \omega_h^2 \cdot m_c , \quad (2.38)$$

где  $m_c$  – масса спутника.

Сила Кориолиса

$$F_k = 2\omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \cdot m_c . \quad (2.39)$$

Важно, что в ПРМ сила Кориолиса всегда направлена в сторону «горки» – прижимает спутник к волне центроиды эпицикла.

Относительная радиальная сила  $F_r$

$$F_r = \omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N^2 \cos(N \cdot \varphi_2) \cdot m_c . \quad (2.40)$$

Инерционный момент  $M_j$ , действующий на спутник

$$M_j = \omega_h^2 \cdot \frac{r_0}{r_3} k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \cdot J, \quad (2.41)$$

где  $J$  – момент инерции спутника.

Если заменить инерционный момент парой сил, то каждая сила  $F_j$

$$F_j \approx \frac{M_j}{2 \cdot r_3} = \omega_h^2 \cdot \frac{r_0}{2 \cdot r_3^2} k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \cdot J. \quad (2.42)$$

Будем считать спутник однородным плоским диском. Тогда его момент инерции  $J$

$$J = \frac{m_c \cdot r_3^2}{2}. \quad (2.43)$$

Подставив выражение (2.43) в формулу (2.42) получим:

$$F_j \approx \omega_h^2 \cdot \frac{r_0}{4} k_H \cdot N \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \cdot m_c. \quad (2.44)$$

Найдем силы инерции, приложенные к спутнику в характерных положениях  $a, b, c, d$  (рис. 2.9).

Центробежная сила  $F_c$  присутствует во всех положениях, но величина ее зависит от радиуса  $r$ . В средних положениях  $b, d$ , когда величина радиуса  $r=r_0$ :

$$F_{cc} = r_0 \cdot \omega_h^2 \cdot m_c. \quad (2.45)$$

В точке минимального радиуса  $a$ :

$$F_c = r_0 \cdot (1 - k_H) \omega_h^2 \cdot m_c = F_{cc} (1 - k_H). \quad (2.46)$$

В точке максимального радиуса  $c$ :

$$F_c = r_0 \cdot (1 + k_H) \omega_h^2 \cdot m_c = F_{cc} (1 + k_H). \quad (2.47)$$

Сила Кориолиса  $F_k$  достигает наибольшего значения в положениях  $b$  и  $d$ :

$$F_k = 2\omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N \cdot m_c = 2 \cdot k_H \cdot N \cdot F_{cc}. \quad (2.48)$$

Относительная радиальная сила  $F_r$  в положениях  $b, d$  не действует. Максимальную абсолютную величину она имеет в положениях  $a, c$ :

$$F_r = \omega_h^2 \cdot r_0 \cdot k_H \cdot N^2 \cdot m_c = k_H \cdot N^2 \cdot F_{cc}. \quad (2.49)$$

Максимальный инерционный момент  $M_j$  действует в положениях  $b, d$ .  
 Величина инерционной силы  $F_j$  в этих точках

$$F_j \approx \omega_h^2 \cdot \frac{r_0}{4} k_H \cdot N \cdot m_c = \frac{k_H \cdot N}{4} \cdot F_{cc}. \quad (2.50)$$

Проведем сравнительную оценку значимости вышеуказанных сил инерции. При этом будем опираться на характерные для ПРМ значения параметров:  $k_H = 0,1$ ;  $N = 4$ ;  $\frac{r_3}{r_0} = 0,1$ , Результаты расчета сил представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.4

Значения сил инерции в характерных положениях сателлита

Положения Силы	$a$	$b$	$c$	$d$
$F_c$	$0,9F_{cc}$	$F_{cc}$	$1,1F_{cc}$	$1,1F_{cc}$
$F_k$	0	$0,8F_{cc}$	0	0
$F_r$	$1,6F_{cc}$	0	$1,6F_{cc}$	0
$F_j$	0	$0,1F_{cc}$	0	0

Максимальная инерционная сила  $F_{max}$  действует на сателлит в точке  $c$ . Она направлена радиально и равна сумме сил  $F_c$  и  $F_r$ . В рассматриваемом примере, при характерном значении  $k_H=0,1$ , эта сила составляет  $F_{max} = 1,1F_{cc} + 1,6F_{cc} = 2,7F_{cc}$ . С учетом выражения (2.45) получаем:

$$F_{max} = 2,7 \cdot r_0 \cdot \omega_h^2 \cdot m_c. \quad (2.51)$$

Рассмотрим пример – ПРМ 4-3. Пусть материал сателлита – сталь (плотность  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>)  $b = 0,04$  м,  $r_{w3} = 0,01$  м, масса сателлита  $m_3 = 0,098$  кг. Средний радиус траектории сателлитов примем  $r_0 = 0,1$  м. При угловой скорости ротора  $\omega_l = 100$  с<sup>-1</sup> ( $n = 960$  об/мин) угловая скорость водила составит  $\omega_h = 43$  с<sup>-1</sup>. Получаем  $F_{max} = 2,7F_{cc} = 48,9$  Н. При  $\omega_l = 300$  с<sup>-1</sup> ( $n = 2900$  об/мин) угловая скорость водила  $\omega_h = 129$  с<sup>-1</sup>, а максимальная инерционная сила  $F_{max} = 2,7F_{cc} = 440,3$  Н. Заметим, что окружная сила  $F_t$ , создаваемая давлением рабочей среды,

вычисленная из соотношения по формулам (2.19), (2.22) при давлении среды  $p = 10$  МПа составит  $F_t = 4800$  Н, а при  $p = 20$  МПа –  $F_t = 9600$  Н. Таким образом при характерных размерах ПРМ и скоростях вращения ротора, а также при давлениях среды, свойственных гидромашинам такого типа, максимальная инерционная сила, действующая на сателлит, остается значительно ниже силы давления среды. Однако для пневматических машин, где давления среды обычно существенно ниже, влиянием сил инерции, действующих на сателлит, пренебрегать нельзя.

## 2.3. Характеристики ПРМ, влияющие на перемещение среды

### 2.3.1. Расход рабочей среды

Предыдущими исследователями ПРМ [31; 49] установлено, что полезный объем  $W_i$  одной рабочей камеры пропорционален разнице  $\Delta S_w$  максимальной  $S_{wmax}$  и минимальной  $S_{wmin}$  площадей сечения камеры

$$W_i = (S_{wmax} - S_{wmin}) \cdot b = \Delta S_w \cdot b. \quad (2.52)$$

За оборот ротора осуществляется  $N \cdot M$  циклов изменения объема камеры, поэтому за один оборот ротора вытесняется объем:

$$W_\Sigma = (S_{wmax} - S_{wmin}) \cdot M \cdot N \cdot b = \Delta S_w \cdot M \cdot N \cdot b. \quad (2.53)$$

Наиболее простой способ определения площадей  $S_{wmax}$  и  $S_{wmin}$  рабочей камеры – графический (рис. 2.10).

Для сравнения различных схем ПРМ целесообразно перейти к относительным величинам, характеризующим площади сечений и объемы рабочих камер. Относительная полезная площадь сечения одной камеры

$$S'_{wi} = \Delta S_w / S_{2Ц}, \quad (2.54)$$

где  $S_{2Ц}$  - площадь фигуры, лежащей внутри центроиды эпицикла. Она мало отличается от площади круга  $S_2 = \pi(r_0 + r_3)^2$ , который определяет общие габариты ПРМ.

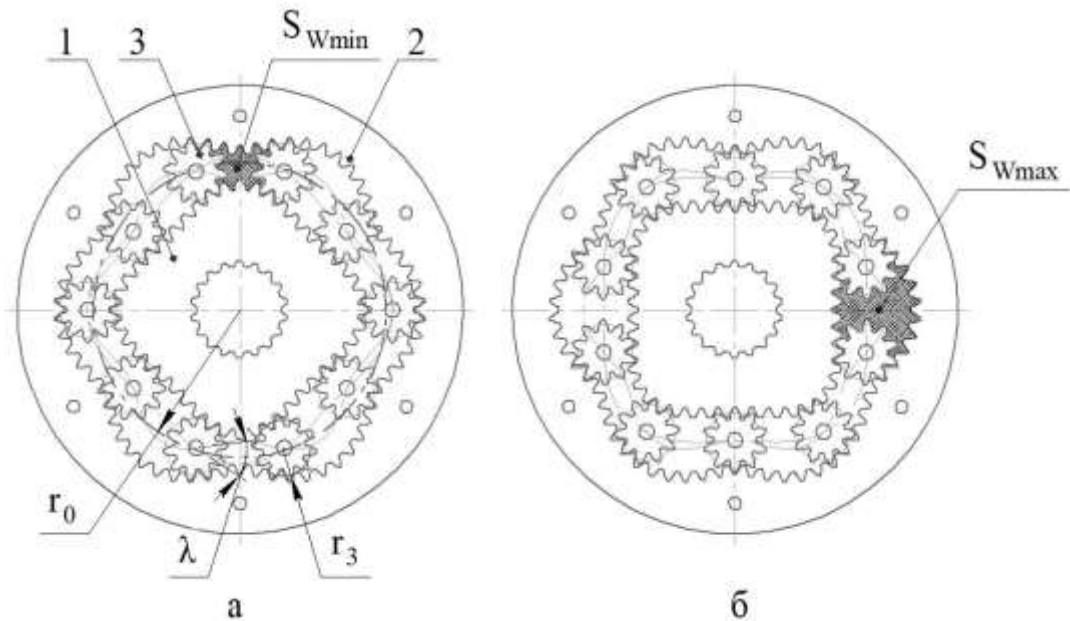
Чтобы перейти от относительной площади  $S'_{wi}$  к относительному объему  $W'_i$  в выражении (2.54) и числитель и знаменатель нужно умножить на ширину камеры

(длину сателлита)  $b$ . Таким образом относительный объем  $W'_i$  оказывается равным относительной площади  $S'_{wi}$ .

Суммарный относительный объем  $W'_\Sigma$  (относительная производительность при минимальном давлении среды) за один оборот ротора равен относительной площади  $S'_{w\Sigma}$  всех камер ПРМ:

$$W'_\Sigma = S'_{w\Sigma} = \Delta S'_{wi} \cdot M \cdot N. \quad (2.55)$$

В работах [49; 52; 108] полезные объемы и площади сечения камер определены для основных схем ПРМ при их характерных параметрах – таблица 2.5. При этом результат представлен в относительных величинах.



а – положение, соответствующее минимальному объему  $S_{wmin}$  камеры;

б – положение, соответствующее максимальному объему  $S_{wmax}$  камеры;

Рис. 2.10. Площади торцовых сечений рабочих камер (6-4)

В работе [108] предложена также аппроксимирующая формула для расчета относительной полезной площади  $S'_{wi}$  сечения камеры ПРМ с центроидами, соответствующими гармонической функции

$$S'_{wi} = 0,09 \frac{\lambda_{max}^0 \cdot r_0^2}{(M + N)^2 \cdot (r_0 + r_3)^2}. \quad (2.56)$$

Таблица 2.5

Относительная полезная площадь одной рабочей камеры  $S'_{wi}$  и относительная производительность  $W'_{\Sigma}$  ПРМ за один оборот ротора \*) [108].

M	N	$\lambda_{\max}, ^\circ$	$S'_{wi}$	$W'_{\Sigma}$
1	2	30	0,169	0,337
1	3		0,075	0,225
2	3		0,075	0,45
2	4		0,042	0,337
3	4		0,042	0,506
4	5		0,027	0,54
4	6		0,019	0,45
6	8		0,011	0,506
1	2	41,25	0,232	0,464
1	3		0,103	0,309
2	3		0,103	0,619
2	4		0,058	0,464
3	4		0,058	0,696
4	5		0,037	0,742
4	6		0,026	0,619
5	6		0,0258	0,773
6	8	0,015	0,696	
1	1	10,25	0,19	0,19
2	2	20,5	0,09	0,38
3	3	30,25	0,06	0,57
4	4	40,1	0,05	0,76
3	3	20,5	0,04	0,38

\*) Значения  $S'_{wi}$  и  $W'_{\Sigma}$  приведены в таблице с учетом исправления замеченных неточностей.

Таким образом за один оборот ротора относительная производительность  $S'_{wi}$  ПРМ в зависимости от схемы составляет от 0,16 до 0,76 объема заключенного внутри центроиды эпицикла.

Мгновенный расход  $Q$  среды из одной рабочей камеры (через одно выходное отверстие) изменяется по гармоническому закону [108]. В различных схемах ПРМ истечение среды из камер происходит со сдвигом по фазе. ПРМ с разностью чисел волн  $N-M = 1$  обеспечивают наибольшую равномерность подачи среды. В схемах  $N-M = 2$ , имеющих кратное число волн  $N$  и  $M$ , равномерность подачи среды ниже. В ПРМ  $N=M$  истечение среды происходит синхронно во всех камерах. Колебание  $\Delta_Q$  мгновенного расхода для основных схем ПРМ приведены в таблице 2.6. Значения  $\Delta_{QN}$  соответствуют расположению каналов в эпицикле, а  $\Delta_{QM}$  – в солнечном колесе.

Таблица 2.6

Колебание мгновенного расхода ПРМ [108]

$M \times N$	2-1	3-1	3-2	4-2	4-3	6-4	8-6	$M=N$
$\Delta_{QN}$	0,17	0,07	0,07	0,17	0,04	0,07	0,04	0,5
$\Delta_{QM}$	0,5	0,5	0,17	0,5	0,07	0,17	0,07	0,5

Отметим что наименьшей (среди рассмотренных) неравномерностью подачи 4%, обладают схемы ПРМ 4-3 и 8-6 с каналами в эпицикле. В схемах  $M=N$  мгновенный расход колеблется от 0 до максимума (неравномерность 50%).

### 2.3.2. Сечение подводящих каналов

Одним из достоинств ПРМ является отсутствие клапанов. Регулирование подачи рабочей среды обеспечивают сателлиты, перекрывающие подводящие и отводящие каналы. Обычно эти каналы располагаются на торцевых стенках, жестко связанных с неподвижным эпициклом. Каждой волне соответствует один впускной и один выпускной канал. Общее количество каналов  $K = 2N$ .

Очевидно, что эффективная работа гидромашины возможна только при достаточно больших сечениях подводющих каналов. Графический метод определения площади сечения таких каналов рассмотрен в работе [31]. Теоретическую границу канала можно найти, совместив (рис. 2.11) два положения сателлита в начале А и в конце В рабочей фазы. При этом, границы каналов не должны выходить за пределы круга с радиусом  $r_3$  впадин зубьев сателлита.

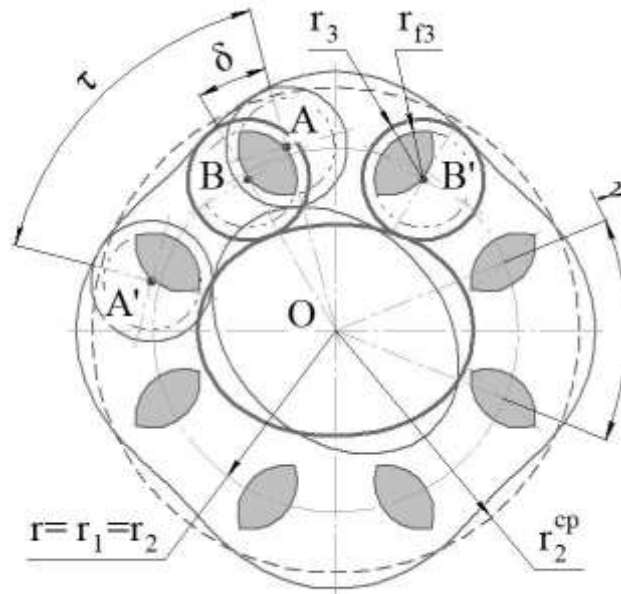


Рис. 2.11. ПРМ с каналами в торце эпицикла

На схеме рис. 2.11 также показаны углы:

$\gamma$  – угол между каналами:

$$\gamma = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{2G} = \frac{\pi}{G}, \quad (2.57)$$

где  $G$  – число волн того звена, на котором выполнены каналы, т.е. эпицикла  $N$  или солнечной шестерни  $M$ .

$\tau$  – угол между соседними сателлитами:

$$\tau = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{N+M}. \quad (2.58)$$

$\delta$  – угловая протяженность канала:

$$\delta = \gamma - \tau = \pi \left( \frac{1}{G} - \frac{2}{N+M} \right). \quad (2.59)$$



Заметим, что угол  $\delta$  в схемах  $N-M > 0$  с каналами в эпицикле является отрицательным, а при  $N=M$  угол  $\delta = 0$ .

В работах Г.Ю. Волкова и В.В. Смирнова [49; 47] площадь каналов на торце эпицикла определена для различных схем и параметров ПРМ. В таблице 2.7 указана относительная площадь  $S'_{KiN}$  сечения канала, равная измеренной площади канала, отнесенной к площади  $S_2 = \pi(r_0 + r_3)^2$ , заключенной внутри центроида эпицикла. Из таблицы видно, что относительные площади сечения каналов для разных схем ПРМ существенно отличаются друг от друга, а для схемы 2-1 площадь канала близка к нулю.

Таблица 2.7

Площадь сечения каналов, выполненных в торцевой стенке (одной)  
эпициклического колеса\*) [108]

М	N	K	V	$\tau$	$\gamma$	$S'_{KiN}$	$K_{ss} = \frac{S'_{KiN}}{S'_{wi}}$
6	8	14	16	25,71°	22,5°	0,0069	0,46
4	6	10	12	36°	30°	0,0104	0,40
3	4	7	8	51,43°	45°	0,00375	0,064
2	3	5	6	72°	60°	0,0029	0,028
2	4	6	8	60°	45°	0,0150	0,259
1	2	3	4	120°	90°	0	0
1	3	4	6	90°	60°	0,0119	0,115
1	1	2	2	180°	180°	0,0049	0,03
2	2	4	4	90°	90°	0,0049	0,05
3	3	6	6	60°	60°	0,0049	0,08

\*) Таблица приведена с учетом исправления замеченных неточностей.

Помимо графического способа определения площадей сечений каналов, авторами работ [108; 109; 26] предложена эмпирическая формула, справедливая для схем  $N-M > 0$

$$S'_{KiN} = \frac{0,16 \cdot (N - 2,5)(M - N)^2}{N^3}. \quad (2.60)$$

Для схем  $N=M$  площадь сечения канала равна площади, расположенной внутри окружности впадин сателлита. При этом относительная площадь сечения при характерных параметрах ПРМ приблизительно равна 0,005, независимо от числа волн  $N=M$ .

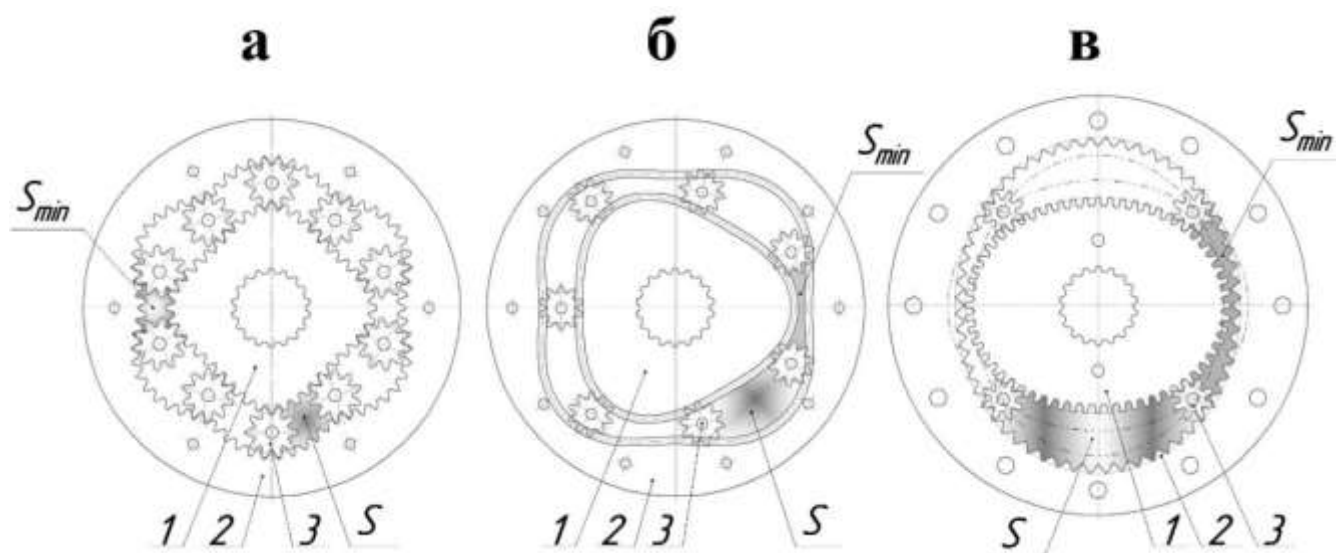
Для того, чтобы предметно говорить об эффективности коммутации рабочей среды, нужно располагать объективными количественными критериями. Один из таких критериев – безразмерный коэффициент  $K_{SS} = S_{KiN} / S_{wi}$  – отношение площади  $S_{KiN}$  сечения канала к полезной площади  $S_{wi}$  одной рабочей камеры (см. таблицу 2.7).

В работе Ан И-Кана [31], помимо рассмотренных выше ПРМ с каналами в эпицикле, приводятся конструкции ПРМ с расположением каналов в торцовой стенке, жестко связанной с солнечной шестерней (см. рис. 1.12). Фактически размеры каналов в торце солнечной шестерни не могут быть такими большими как на рис. 1.12 подробнее об этом смотри в главе 3.

Из патентной литературы известны конструкции ПРМ, где каналы выпонены на цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни. (Рис. 1.9) Ниже, в главе 3 условия при котором это возможно рассмотрены подробно.

### 2.3.3. Остаточные объемы

Важнейшей характеристикой схемы ПРМ является остаточные (вредные) объемы  $W_{min}$  рабочих камер. В качестве критерия оценки схем по этому признаку будем использовать отношение максимального объема к минимальному  $\varepsilon = W_{max} / W_{min}$ . Рассмотрим характерные схемы ПРМ рис. 2.12.



а – 6-4=2; б – 4-3=1; в – 2-2=0.

Рис. 2.12. Схемы ПРМ, различающиеся величиной разности N-M

Значения коэффициента  $\varepsilon$  у схем, изображенных на рис. 2.12а, (6-4) –  $\varepsilon = 2,7$ . Подобные величины  $\varepsilon$  имеют все схемы ПРМ, отвечающие соотношению  $N-M = 2$ . Для гидромашин, работающих с газовой рабочей средой, этого недостаточно. В схеме, показанной на рис. 2.12б,  $N-M=4-3=1$ , коэффициент отношения максимального объема к минимальному существенно выше –  $\varepsilon = 3,8$ . В ПРМ с одинаковым числом волн центральных колес  $N-M=2-2=0$  (рис. 2.12в) –  $\varepsilon = 3,1$ .

Проанализируем возможные пути снижения остаточных объемов  $W_{\min}$  и, соответственно, повышения коэффициента  $\varepsilon$ . Величина  $W_{\min}$  минимального остаточного объема складывается из объема  $W_f$  во впадинах зубьев и объема  $W_a$ , заключенного между вершинами зубьев колес, образующих замкнутый контур. Площадь сечения  $S_f$  первой составляющей остаточного объема зависит, главным образом, от количества зубьев  $Z_2$  центрального колеса 2 и модуля  $m$ . Для одной рабочей камеры приближенно:

$$S_f = \frac{2\pi \cdot Z_2 \cdot m^2}{V}. \quad (2.61)$$

Эту часть остаточного объема можно несколько уменьшить за счет снижения модуля с одновременным увеличением общего количества зубьев всех звеньев планетарного механизма. Однако в ПРМ с «гармоническими волнами» эффект

будет незначительным. Кроме того, такая мера будет приводить к увеличению изгибной нагрузки на зуб и снижению его прочности, поэтому перспективы ее использования ограничены. На практике, с учетом всех обстоятельств, касающихся геометрии, прочности зубьев и других ограничений, число зубьев сателлита принимают около десяти ( $Z_3=10 \pm 2$ ).

Вторая составляющая  $W_a$  наименьшего объема камеры – остающееся пространство между вершинами зубьев, зависит от многих параметров схемы механизма. Необходимое условие для снижения параметра  $W_a$  состоит в том, чтобы поверхности вершин зубьев центральных колес в определенной фазе движения максимально приблизились друг к другу. Ограничивает возможность такого сближения, то обстоятельство, что, если волны будут слишком крутыми, сателлиты могут быть выдавлены рабочей средой из зацеплений. В работах [50; 51] (см также раздел 2.1.3.) получена расчетная зависимость (2.7), которая для схем с гармоническим характером волн позволяют оценить возможность упомянутого сближения количественно.

Для схем ПРМ  $N > M$  Исключив из (2.7) и (2.5) параметр  $k_H$ , получим значение угла  $\{\lambda^\circ_{\max}\}$ , которое обеспечило бы требуемое сближение поверхностей вершин центральных колес

$$\{\lambda^\circ_{\max}\} = \frac{110 \cdot (Z_3 + 2X_3 - 2,5) \cdot (N + M)}{Z_1 + Z_2}. \quad (2.62)$$

Максимально допустимым можно считать угол  $[\lambda^\circ_{\max}] = 40..50^\circ$ . Для примера рассмотрим схему гидромашины, изображенную на рис. 1.3. По формуле (2.62) ее предельный угол  $\{\lambda^\circ_{\max}\} = 110 \cdot (10 + 2 \cdot 0,4 - 2,5)(4 + 6) / (44 + 66) = 83^\circ$ , что значительно превышает допустимое значение  $[\lambda^\circ_{\max}]$ , поэтому сближение поверхностей вершин центральных колес 1 и 2 невозможно.

Сателлит с числом эвольвентных зубьев  $Z_3=10 \pm 2$  неизбежно должен иметь положительный коэффициент смещения  $X_3=0,3 \dots 0,5$ .

Для схем  $M < N$  коэффициенты смещения  $X_2$  и  $X_1$  могут быть выбраны равными или близкими нулю. Тогда разницу их чисел зубьев можно представить

выражением  $Z_2 - Z_1 = 2(Z_3 + 2X_3)$ . С учетом этого соотношения выражение (2.62) преобразуется к виду:

$$\{\lambda_{\max}^{\circ}\} = \frac{55 \cdot (Z_3 + 2X_3 - 2,5) \cdot (N - M)}{Z_3 + 2X_3}. \quad (2.63)$$

Для схем  $M=N$  характерны коэффициенты смещения центральных колес  $X_1 = -0,5 \dots -0,1$ ;  $X_2 = 9 \dots 15$ , при этом выполняется параметрическое соотношение  $Z_1 = Z_2 = (10 \pm 2) \cdot Z_3$ . Тогда для схем  $M=N$  приближенно получаем выражение:

$$\{\lambda_{\max}^{\circ}\} = \frac{5,5 \cdot (Z_3 + 2X_3 - 2,5) \cdot (N + M)}{Z_3 + 2X_3}. \quad (2.64)$$

В таблице 2.8 приведены значения параметра  $\{\lambda_{\max}^{\circ}\}$ , рассчитанные для разных ПРМ при характерном числе зубьев сателлита  $Z_3=10$  и коэффициенте смещения  $X_3=0,4$ .

С учетом условия  $\{\lambda_{\max}^{\circ}\} \leq [\lambda_{\max}^{\circ}]$ , желательное сближение поверхностей центральных колес возможно только для ПРМ  $N-M=1$  и  $N-M=0$ . Ни в одной схеме, где разница  $N-M \geq 2$ , такое условие не выполняется.

В таблице 2.8 также указаны коэффициенты  $\varepsilon$ , найденные в результате построения при значениях углов  $\lambda_{\max}^{\circ}$ , максимально возможных из условий либо удержания сателлитов  $\{\lambda_{\max}^{\circ}\} \leq [\lambda_{\max}^{\circ}]$ , либо отсутствия интерференции поверхностей вершин центральных колес.

Можно заметить, что решающим фактором для минимизации остаточных объемов ПРМ является разница чисел волн. При разности  $N-M=2$  возможность для повышения коэффициента  $\varepsilon$  минимальна. А при разности  $N-M=1$  и  $N-M=0$  поверхности вершин центральных колес вплотную приблизились друг к другу, поэтому значения коэффициента  $\varepsilon$  выше. Однако, как было отмечено ранее, этот коэффициент остается не слишком высоким.

Обратим внимание на то, что при соотношении чисел волн  $N-M=0$  фактор повышения угла  $\lambda_{\max}^{\circ}$  недоиспользован. Здесь создается возможность для дополнительного уменьшения остающегося пространства между вершинами зубьев (площади  $S_a$ ) за счет модификации формы центроид звеньев.

Расчетная оценка углов  $\{\lambda_{\max}^{\circ}\}$  и коэффициентов  $\varepsilon$  изменения объема для  
ПРМ с «гармоническими волнами» центральных колес

	N-M	$\{\lambda_{\max}^{\circ}\}$	$\lambda_{\max}$ (фактически)	$\varepsilon$
N-M=2	3-1	84,5°	42,25°	1,9
	4-2			2,35
	6-4			2,5
	8-6			2,55
	10-8			2,55
N-M=1	2-1	42,25°		3,45
	3-2			3,9
	4-3			4,05
	5-4			4,15
	6-5			4,15
	10-9			3,95
N-M=0	1-1	8,45°		3,2
	2-2	16,9°		3,5
	3-3	25,36°		3,75

Наиболее благоприятна форма центроид, при которой характеризующие их функции не подчиняются гармоническому закону, а на определенных участках становятся константами (т. е., центроиды становятся окружностями) – рис. 4.3, 4.4. Будем называть такую схему – ПРМ с выстоями сателлитов. Подробному исследованию таких ПРМ посвящена глава 4.

### Заключение по второй главе

В этой главе проанализированы существующие методы расчета и проектирования ПРМ, указаны недостатки этих методов и внесены определенные поправки.

Вопросы геометрического проектирования некруглых колес ПРМ рассмотрены в работах Ан И-Кана, Г.Ю. Волкова, В.В. Смирнова. В данной диссертационной работе за основу взят метод, предложенный Г.Ю. Волковым и В.В. Смирновым, в который были внесены уточнения.

Силовой анализ механизма ПРМ в статической постановке выполнен Ан И-Каном. Им же разработана методика расчета максимального давления среды по условию прочности зубьев. Используя эту методику, В.В. Смирнов пришел к выводу, что для самых прочных материалов зубьев при длительной работе ПРМ давление среды не может превышать 10-11 МПа. Заметим, что современные гидроприводы работают на существенно более высоких давлениях, но для пневматических машин такого давления вполне достаточно.

В моей работе были учтены также инерционные силы, действующие на сателлиты. Анализ показал, что в случае гидравлических машин, работающих при достаточно больших давлениях, этими силами можно пренебречь. В пневматических машинах, в особенности вакуумных насосах влияние этих сил ощутимо, но они играют положительную роль – улучшают структурную устойчивость ПРМ.

Анализ вопросов снижения остаточных объемов – повышения степени сжатия ПРМ привел к выводу о предпочтительности схем  $N-M=1$  и  $N=M$ . Подробному изучению вопросов, связанных с проектированием и использованием таких схем в пневмомашинках, посвящены последующие главы диссертационной работы.

### 3. ПРМ С ЧИСЛАМИ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА, ОТЛИЧАЮЩИМИСЯ НА ЕДИНИЦУ ( $N - M = 1$ )

#### 3.1. Анализ факторов, влияющих на остаточный объем

Факторы, влияющие на остаточные объемы рабочих камер ПРМ и геометрическую степень сжатия, можно условно разделить на две группы: зависящие от формы центроид и зависящие от параметров зубьев.

Во второй главе (п. 2.3.3) и нашей статье [48] был выполнен анализ остаточных объемов различных схем ПРМ  $N-M=2$ ;  $N-M=1$ ;  $N=M$  с точки зрения формы центроид. Из этого анализа следует вывод, что при характерных значениях угла удержания  $\lambda$  ( $45-50^\circ$ ) в схемах  $N-M=1$  гармоническая форма центроид обеспечивает максимально возможное использование пространства рабочих камер. Поэтому модификация формы центроид (уход от гармонических функций) не даст существенного эффекта.

Помимо чисел волн центроид важными параметрами ПРМ являются числа зубьев  $Z_1, Z_2, Z_3$ . При проектировании зубчатых передач [61] обычно принимают во внимание, что чем больше суммарное число зубьев (то есть при равных габаритах механизма – меньше модуль), тем меньше механические потери в зацеплении. Ограничением снижения модуля являются изгибная прочность зубьев и возможности применяемых технологий зубообработки. Заметим, что если ориентироваться на лазерную резку, то последнее ограничение является весьма жестким.

Во всех ПРМ связь между числами зубьев  $Z_1$  и  $Z_2$  определяется пропорцией  $Z_1/Z_2 = M/N$ . В схемах  $N-M=1$  (и  $N-M=2$ ) число зубьев сателлита  $Z_3$  соответствует условию соосности:  $Z_3 \approx (Z_2 - Z_1)/2$  (приблизительно, так как некоторое влияние оказывают коэффициенты смещения  $X$ ). Поэтому в таких схемах числа зубьев центральных колес ( $Z_2; Z_1$ ) почти однозначно определяются числом зубьев сателлита  $Z_3$ . Минимальное число зубьев сателлита  $Z_3$  ограничено условием подрезания ножки зуба и заострения его головки, а также возможностями зубообрабатывающего оборудования. Если, например, применяется



зубофрезерование на широко распространенных станках, то  $Z_3 \geq 8$ . С учетом указанных обстоятельств, число зубьев сателлита целесообразно принимать близким к минимальному:  $Z_3=10 \pm 2$ .

В табл. 2.8 уже были приведены ориентировочные значения геометрической степени сжатия  $\varepsilon$  рабочей среды в ПРМ. При этом в расчетах было принято только одно характерное число зубьев сателлита  $Z_3 = 10$ , коэффициент  $k_H$  вычислялся по формуле (2.7), а площадь рабочих камер измерялась не между зубьями, а между центроидами звеньев.

На основании такой оценки можно сделать вывод, что для схем 3-2; 4-3; 5-4; 6-5 степень сжатия  $\varepsilon$  колеблется около 4. Схема 2-1 характеризуется несколько меньшим значением коэффициента  $\varepsilon$ . При увеличении чисел волн свыше 5-4 роста степени сжатия не происходит. В силу того, что при постоянном модуле, ограниченным применяемой технологией изготовления зубчатых венцов, увеличение чисел волн влечет рост радиальных габаритов ПРМ, на практике целесообразно остановиться на схемах 3-2; 4-3 и 5-4.

Сохраняя гармоническую форму центроид солнечной шестерни и эпицикла, возможно выполнить некоторую модификацию зубчатых венцов, приводящую к дополнительному снижению остаточных объемов и, соответственно, к увеличению степени сжатия. Обратим внимание на то обстоятельство, что коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  в зацеплениях ПРМ  $N-M=1$  существенно больше единицы. Допустив снижение коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  в некоторых фазах зацеплений до значения, например  $\varepsilon_\alpha = 1,1$ , можно укоротить вершины зубьев центральных колес, а увеличивающийся зазор между ними устранить, увеличив максимальный угол удержания  $\lambda_{\max}$  и, соответственно, коэффициент  $k_H$  кривизны центроид.

Параметры такой модификации можно определить, например, по следующему алгоритму:

1. Для начала решения задачи используем контуры венцов ПРМ, построенные без модификации, при коэффициенте некруглости  $k_H$ , вычисленном по формуле (2.7).

В примере рис. 3.1 взята ПРМ 3-2 с параметрами  $m = 1$ ;  $Z_1 = 46$ ;  $Z_2 = 69$ ;  $Z_3 = 10$ ;

$X_1 = 1,0$ ;  $X_2 = -0,039$ ;  $X_3 = 0,3$ ;  $k_H^0 = 0,14$ , что соответствует углу удержания  $\lambda_{\max} = 38,9^\circ$ . При этом между вершинами зубьев присутствует зазор  $\Delta_a = 0,7\text{m}$ .

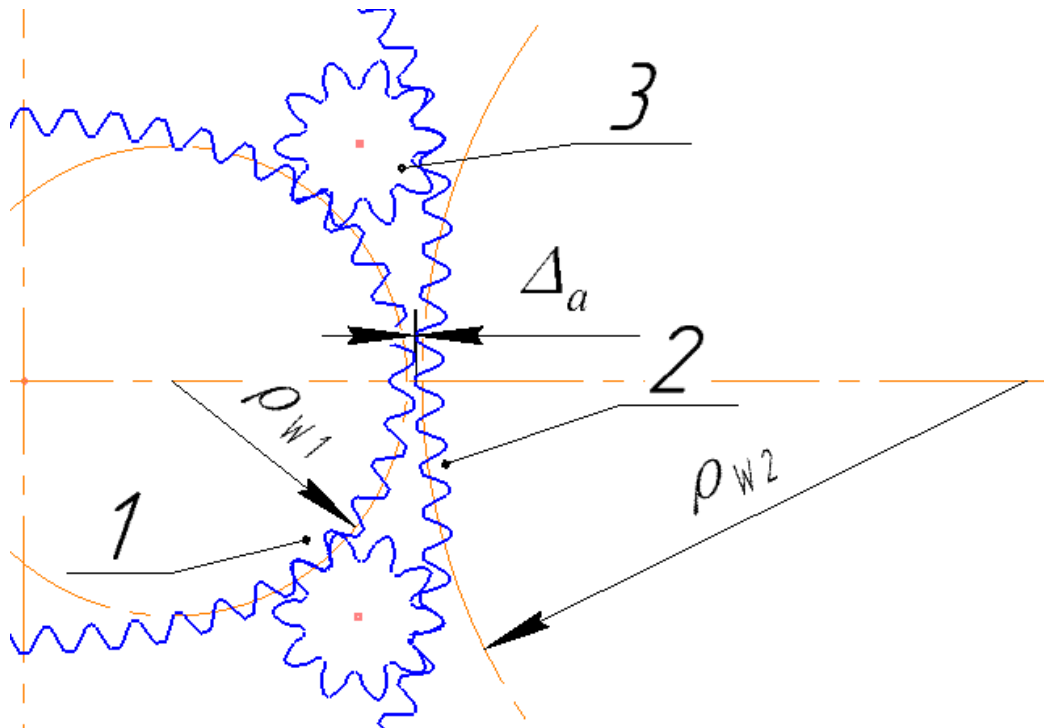


Рис. 3.1. Схема 3-2

2. Так как формула (2.7) является лишь ориентировочной, уточняем значение коэффициента  $k_H^0$ , добиваясь требуемой величины зазора  $\Delta_a$ , например  $\Delta_a = 0,2\text{m}$ . Для этого производим графические построения при последовательном увеличении коэффициента  $k_H^0$ . Получающийся в результате контур будет оптимальным при условии отсутствия модификации.
3. На контурах венцов ПРМ, построенных без модификации рис. 3.1, найдем радиус кривизны  $\rho_{w1}$  центроиды солнечной шестерни, соответствующий вершине ее волны, и радиус кривизны  $\rho_{w2}$  центроиды эпицикла на его впадине. В примере радиусы  $\rho_{w1}=17,4$  и  $\rho_{w2}=53,9$ . Этим радиусам соответствуют числа зубьев  $Z_{1\rho} = 35$  и  $Z_{2\rho} = 108$  (округленно), причем  $Z_{2\rho}$  это число зубьев колеса не внутреннего, а внешнего зацепления.
4. Рассмотрим внешнее зацепление сателлита с условным круглым колесом, имеющим начальный радиус равный  $\rho_{w1}$ . В примере число зубьев такого колеса  $Z_{1\rho} = 35$ . Коэффициенты смещения сателлита  $X_3=0,3$ , а колеса  $X_{1\rho}=X_1$ .

Используя библиотеку «Валы и механические передачи 2D» программы КОМПАС-3D получаем коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,196$ .

5. Аналогичные действия выполняем для зацепления (внешнего или внутреннего) сателлита с условным колесом, имеющим начальный радиус  $\rho_2$ . В примере  $Z_2\rho = 108$ ,  $X_3 = 0,3$ ,  $X_{2\rho} = X_2$ . Получаем  $\varepsilon_\alpha = 1,483$ .
6. В библиотеке «Валы и механические передачи 2D» программы КОМПАС-3D выполняем расчеты обоих условных зацеплений, уменьшив диаметры вершин зубьев условных колес на величины  $\Delta d_{a1}$  и  $\Delta d_{a2}$ . Используя последовательные приближения добиваемся допустимого значения торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,1$  для каждого зацепления. В примере  $\Delta d_{a1} = 0,288$  и  $\Delta d_{a2} = 0,814$ .
7. Находим новый коэффициент  $k_H^n$  из условия  $k_H^n = k_H^0 + (\Delta d_{a1} + \Delta d_{a2})/2r_0$ . В примере  $k_H^n = 0,14 + (0,288 + 0,814)/2 \cdot 29,144 = 0,159$ . Строим контуры некруглых центральных колес с новым коэффициентом  $k_H^n$  (рис. 3.2). В определенной фазе движения ротора линии вершин построенных центральных колес пересекаются.
8. Выполняем проверку. Глубина взаимного проникновения линии вершин должна соответствовать  $\Delta^* = ((\Delta d_{a1} + \Delta d_{a2})/2) - \Delta_a$ . В случае существенного отклонения величины  $\Delta^*$  от требуемого значения корректируем коэффициент  $k_H^n$  и повторяем построение.
9. Срезаем (рис. 3.2) вершины солнечной шестерни концентрической окружностью радиуса  $r_{a1}^* = r_{a1max} - \Delta d_{a1}/2$ , а вершины эпицикла окружностью радиуса  $r_{a2}^* = r_{a2min} + \Delta d_{a2}/2$ .

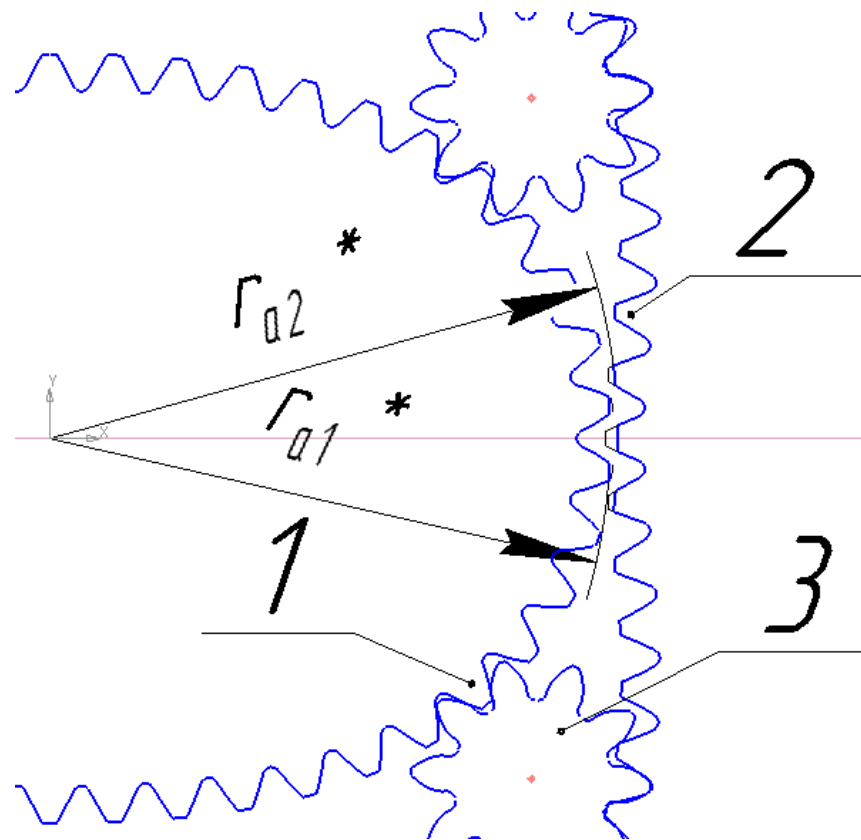
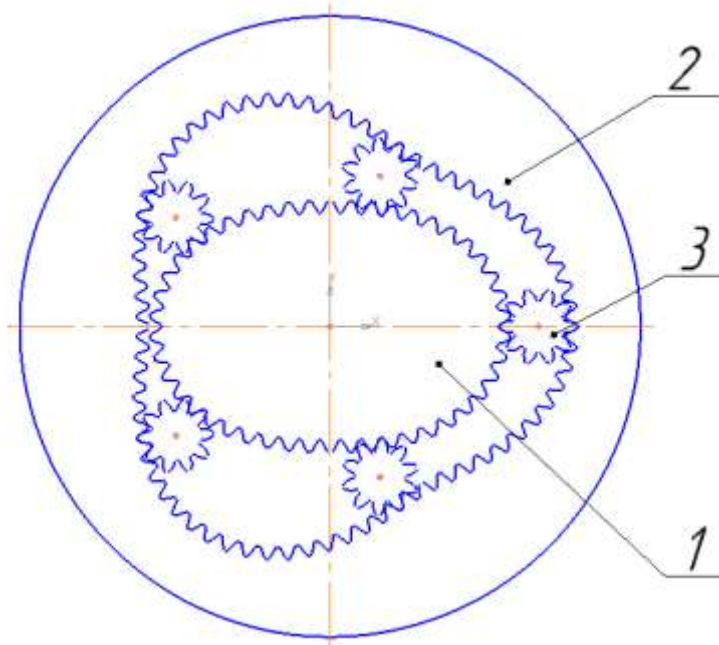


Рис. 3.2. ПРМ 3-2 после модификации

На рис. 3.3 показан рассмотренный в примере модифицированный вариант ПРМ 3-2. Он имеет степень сжатия  $\varepsilon = 4,7$  (при  $\lambda_{1\max} = 44,4^\circ$ ). Базовый вариант без модификации, но с оптимизированным зазором  $\Delta_a = 0,2\text{m}$  обеспечивает степень сжатия  $\varepsilon = 4,1$ . В варианте, использованном для первого приближения (при  $\Delta_a = 0,45\text{m}$ ) степень сжатия была  $\varepsilon = 3,9$  (см. таблицу 2.8).

Аналогичной модификации подверглась ПРМ 4-3 рис. 3.4. После модификации:  $\varepsilon = 5,75$  (при  $\lambda_{1\max} = 52,9^\circ$ ). До модификации, но с оптимизированным зазором  $\Delta_a$ :  $\varepsilon = 4,8$ . В варианте (таблица 2.8)  $\varepsilon = 4,05$ .

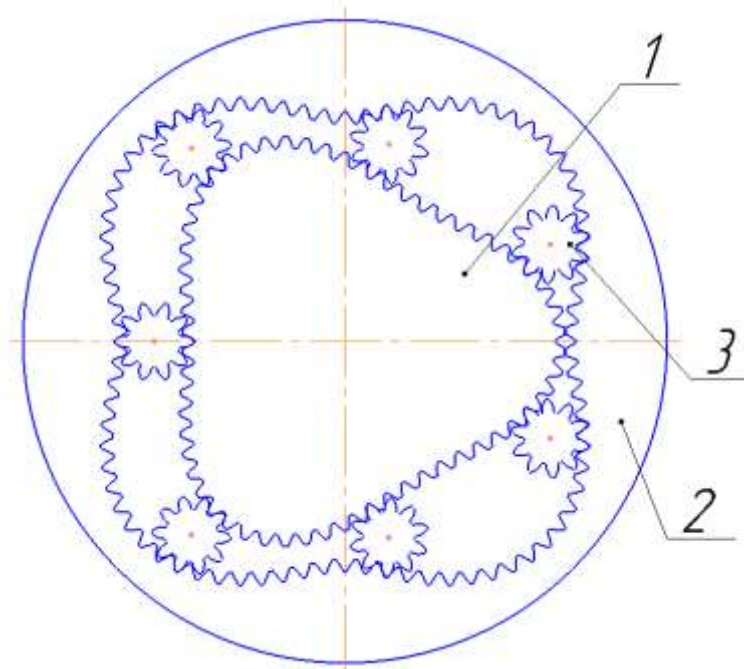
ПРМ 5-4 рис. 3.5. После модификации:  $\varepsilon = 5,9$  (при  $\lambda_{1\max} = 50^\circ$ ). До модификации, но с оптимизированным зазором  $\Delta_a$ :  $\varepsilon = 4,91$ . В варианте (таблица 2.8)  $\varepsilon = 4,15$ .



$$Z_1 = 46; Z_2 = 69; Z_3 = 10; X_1 = 1; X_2 = -0,039; X_3 = 0,3;$$

$$k_H = 0,160; \lambda_{1\max} = 44,4^\circ; \varepsilon = 4,7$$

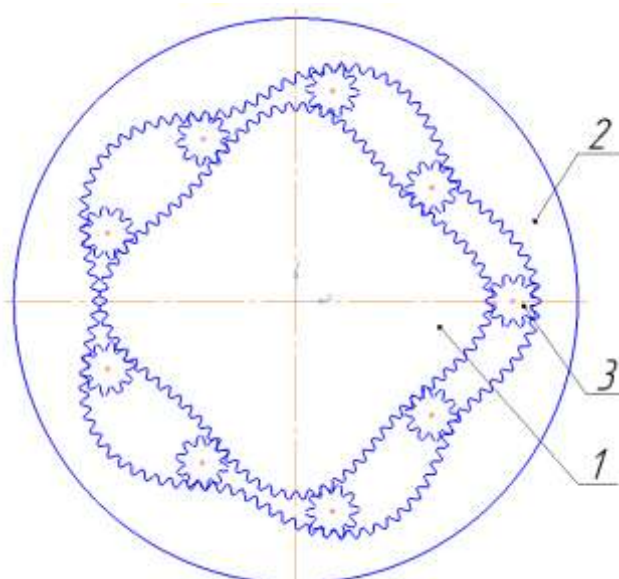
Рис. 3.3. ПРМ 3-2



$$Z_1 = 60; Z_2 = 80; Z_3 = 10; X_1 = 0; X_2 = 0,6; X_3 = 0,3;$$

$$k_H = 0,136; \lambda_{1\max} = 52,9^\circ; \varepsilon = 5,74$$

Рис. 3.4. ПРМ 4-3



$$Z_1 = 80; Z_2 = 100; Z_3 = 10; X_1 = 0; X_2 = 0,6; X_3 = 0,3;$$

$$k_H = 0,106; \lambda_{1\max} = 50^\circ; \varepsilon = 5,9$$

Рис. 3.5. ПРМ 5-4

Заметим, что в результате модификации производительность ПРМ несколько увеличилась. Графические измерения показали: в схеме 3-2 с модификацией производительность  $W'_\Sigma = S'_{w\Sigma} = 0,65$ , без модификации  $W'_\Sigma = 0,62$ ; в схеме 4-3 с модификацией  $W'_\Sigma = 0,78$ , без модификации  $W'_\Sigma = 0,69$ ; в схеме 5-4 с модификацией  $W'_\Sigma = 0,95$ , без модификации  $W'_\Sigma = 0,74$ .

Модифицированные схемы ПРМ 3-2; 4-3 и 5-4 предназначены для использования в пневмомашинах, в частности в вакуумных насосах и пневмодвигателях.

### 3.2. Подводящие каналы

Как отмечено выше, схемы ПРМ с  $N-M=1$  характеризуются значительно меньшими остаточными объёмами, чем схемы  $N-M=2$ , однако проблема в том, что в схемах  $N-M=1$  каналы в торцовых стенках эпицикла будут иметь меньшую площадь сечения, чем схемы  $N-M=2$ . Для примера на рис. 3.6 показаны каналы в торцовой стенке ПРМ 3-2=1. Очевидно, что эти каналы значительно меньше, чем,

скажем, каналы на схеме ПРМ 6-4 (рис 1.3). Количественно, относительную площадь сечения каналов сравниваем по критерию  $K_{ss} = S_{Kin} / S_{wi}$  (см. таблицу 2.7). Получаем – площадь уменьшилась в 14 раз (0,40/0,029). Данные по другим схемам приведены в таблице 2.7.

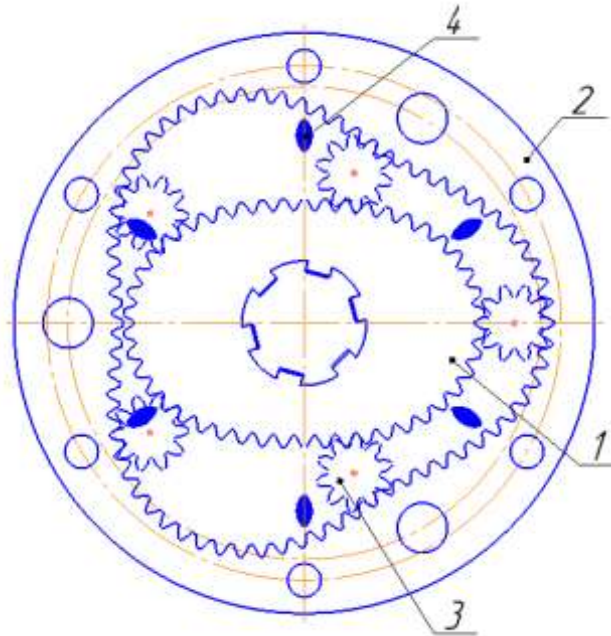


Рис. 3.6. Каналы в ПРМ 3-2

В некоторых работах, например [89], предлагается разместить каналы в торцевой стенке, жестко связанной с солнечной шестерней, и выполнить их шире сателлитов (рис. 1.12). Подобным образом можно было бы поступить и в случае схем  $N-M=1$ . Заметим, что торцевая стенка, жестко связанная с солнечной шестерней, должна располагаться на большем радиусе, чем зубчатый венец солнечной шестерни. Это обстоятельство существенно усложняет конструкцию механизма. Более того, анализ показывает, что делать каналы шире сателлитов нельзя по причине, указанной ниже.

### 3.2.1. Условия, ограничивающие размеры каналов

Рассмотрим принципиальные моменты, накладывающие ограничения на параметры подводных каналов ПРМ [117].

1. Если речь идет о несжимаемых средах (жидкостях), то не должно быть замкнутых объёмов, когда оба канала камеры (подводящий и отводящий) одновременно закрыты. Для газообразных сред выполнение данного условия не обязательно.

2. Как для жидкостей, так и для газов недопустимо, чтобы в одну рабочую камеру одновременно были открыты и входной и выходной каналы. Как было отмечено выше, выполнение этого условия зависит [47] от углового расстояния  $\delta$  между граничными положениями сателлитов (точками  $A$  и  $B$  на рис. 2.11).

Если каналы выполнены в торцовой стенке эпицикла, то  $\gamma < \tau$ , т.е.  $\delta < 0$ . При этом окружная протяженность канала всегда меньше диаметра сателлита (как на рис. 2.11). Таким образом при расположении каналов в торцовой поверхности, связанной с эпициклическим колесом, величина угла  $\delta$  ограничивает размеры каналов, а одновременное открытие входного и выходного каналов в одну камеру автоматически исключено.

В случае выполнения каналов в торце, жестко связанном с солнечной шестерней, величина угла  $\delta > 0$ . При этом исключение одновременного открытия входного и выходного каналов в одну камеру не препятствует сделать каналы существенно большей длины, как показано на рис. 1.12. Однако существует еще одно ограничение размера каналов, которое ранее не учитывалось авторами работ, посвященных исследованию ПРМ.

3. Опасность перетекания рабочей среды между соседними камерами через каналы. В момент прохождения сателлита над каналом (см. рис. 3.7а), не перекрываемым полностью этим сателлитом, жидкость или газ могут перетекать из камеры высокого давления в камеру низкого давления «под сателлитом» – в этом ошибка авторов работ [89; 95]. Таким образом каналы шире сателлитов (см. рис. 1.12) не противоречат условию «2», но не приемлемы по условию «3». Фактически, канал в торце, жестко связанном с солнечной шестерней, не может быть шире, чем диаметр впадин сателлита (см. рис. 3.7б).



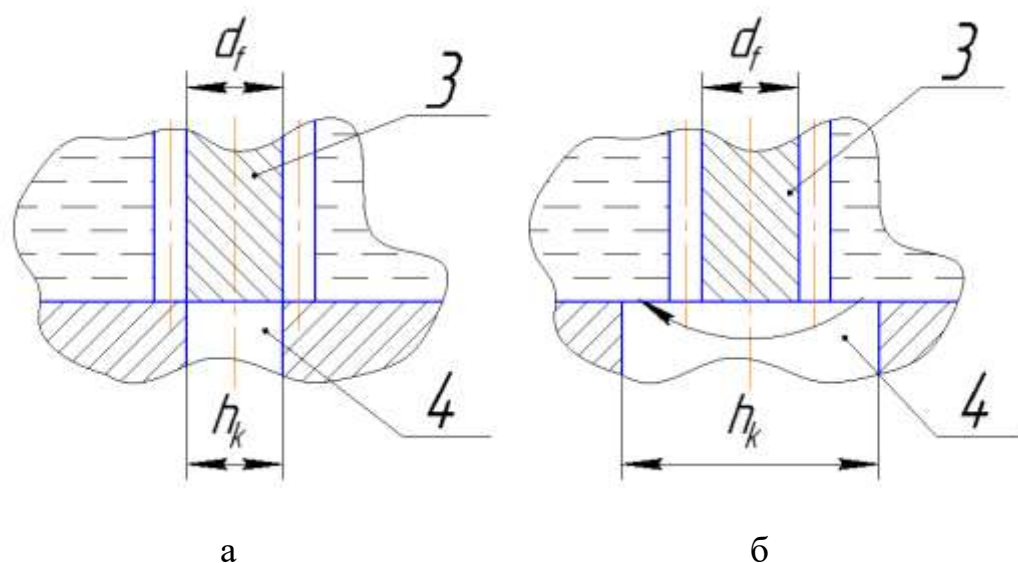


Рис. 3.7. Перетекание рабочей среды через канал «под сателлитом»

### 3.2.2. Размеры каналов, выполняемых в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни

Из патентно-технической литературы [95; 97; 98] известны конструкции ПРМ, в которых каналы выполнены не в торцовых, а в цилиндрических поверхностях зубчатых колес – рис. 1.9.

Очевидно, что в гидромашинах [97] и особенно [95], через канал, не перекрытый полностью сателлитом, будет происходить перетекание рабочей среды между соседними камерами, подобно тому, как показано на рис. 3.7б. Для того, чтобы эти ПРМ были работоспособны, необходимо задать дополнительные параметрические ограничения.

Вначале рассмотрим зацепление сателлита с круглым колесом, имеющим внешние зубья. В примере (рис. 3.8а) число зубьев сателлита  $Z_3=10$ , а число зубьев колеса  $Z_1=60$ . При этом коэффициент смещения у сателлита  $X_3=+0,3$ ; а, у колеса  $X_1=0$ . Удалив один зуб колеса, замечаем, что зубья сателлита целиком перекрывают сектор щели. Об этом свидетельствует, в частности то, что линия зацепления  $mn$  пересекает рабочую поверхность зуба сателлита (см. рис. 3.8а). Если, сохранив прочие параметры зацепления, ввести достаточно большой положительный коэффициент смещения солнечной шестерни, например,  $X_1=+1$  (рис. 3.8б), то

перекрытие щели происходит не в полной мере (линия зацепления  $np$  проходит вне вершины зуба сателлита). Впрочем, присутствующий при этом зазор между зубьями сателлита и колеса весьма мал (и в ряде практических случаев им можно пренебречь).

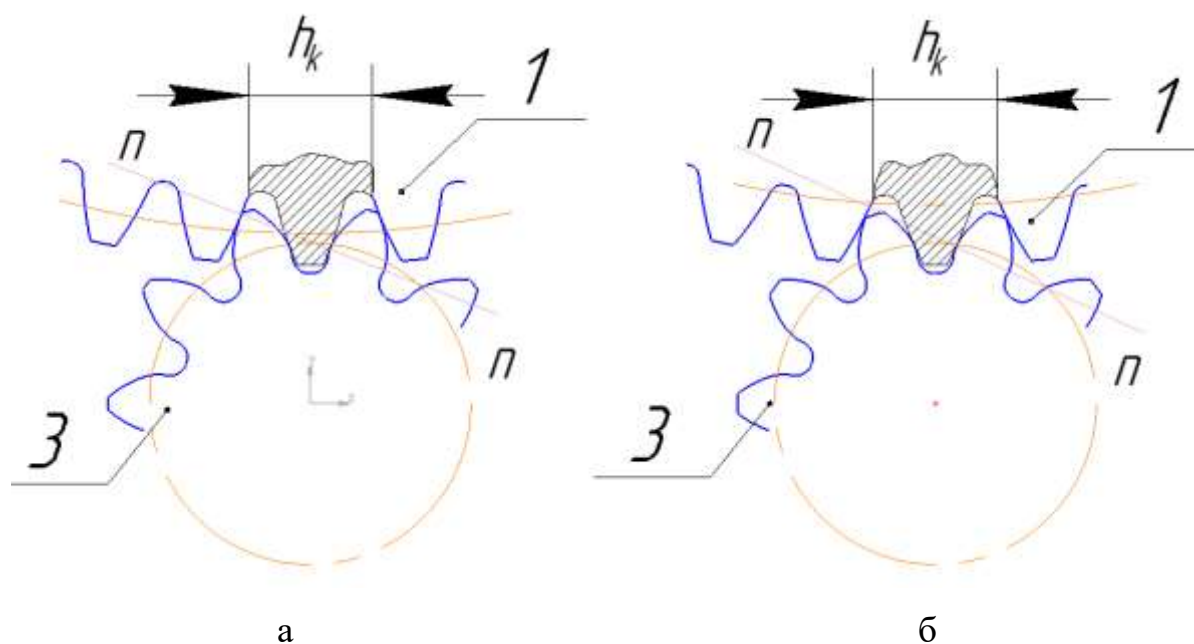


Рис. 3.8. «Щель», полученная удалением одного зуба колеса (солнечной шестерни)

Проведенный анализ показывает, что изменение (в разумных пределах) чисел зубьев и коэффициентов смещения солнечной шестерни ПРМ и сателлита, а также то обстоятельство, что солнечная шестерня не является круглой, существенно не влияют на условия перекрытия «щели», полученной путем «удаления» одного зуба.

В итоге можно считать, что канал, выполненный в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни (имеющей внешние зубья), полученный путем «удаления» именно одного зуба, обеспечивает достаточную герметичность рабочих камер. Попытка же сделать канал шириной  $h_k$  в два зуба или более приведет к нарушению герметичности камер.

Фактически ширина канала  $h_k$  может захватывать обе впадины, прилежащие к «удаляемому» зубу, и быть несколько больше одного шага зубьев (рис. 3.9). Для приближенных расчетов примем:  $h_k = 4m$ , где  $m$  модуль зуба.

Необходимо заметить, что для исключения нежелательных динамических явлений следует использовать только такие каналы, которые распространяются не на всю ширину колеса (т.е., в некоторых сечениях колеса, перпендикулярных его оси, зубья сохраняются). Тогда характер движения сателлита относительно данного колеса в результате выполнения канала не изменяется. Таким образом канал на цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни распространяется не на всю ширину камеры, а, например, на ее половину  $b/2$ . В итоге получаем площадь сечения канала

$$S_{ki} = 2bm. \quad (3.1)$$

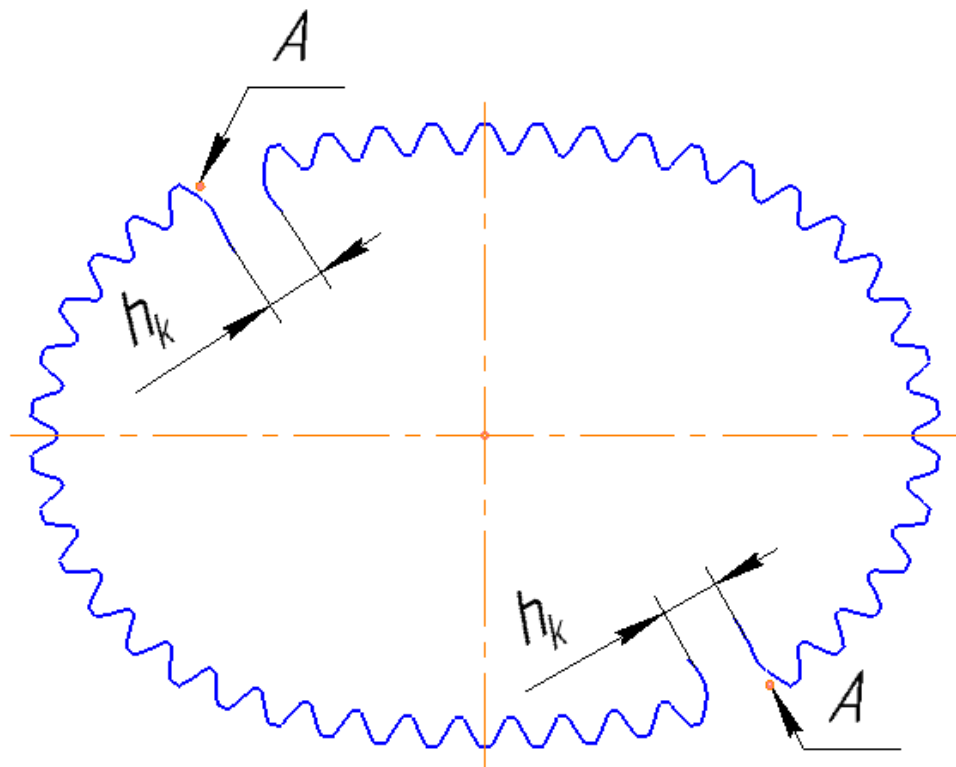


Рис. 3.9. Солнечная шестерня ПРМ 3-2 с каналами в цилиндрической зубчатой поверхности

### 3.2.3. Расположение каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни

Рассмотрим вопрос о том, где именно должны располагаться каналы в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни.

Вначале, найдем центральную точку  $C_1$  канала, который выполнялся бы на торцевой поверхности, принадлежащей солнечной шестерни (рис. 3.10).

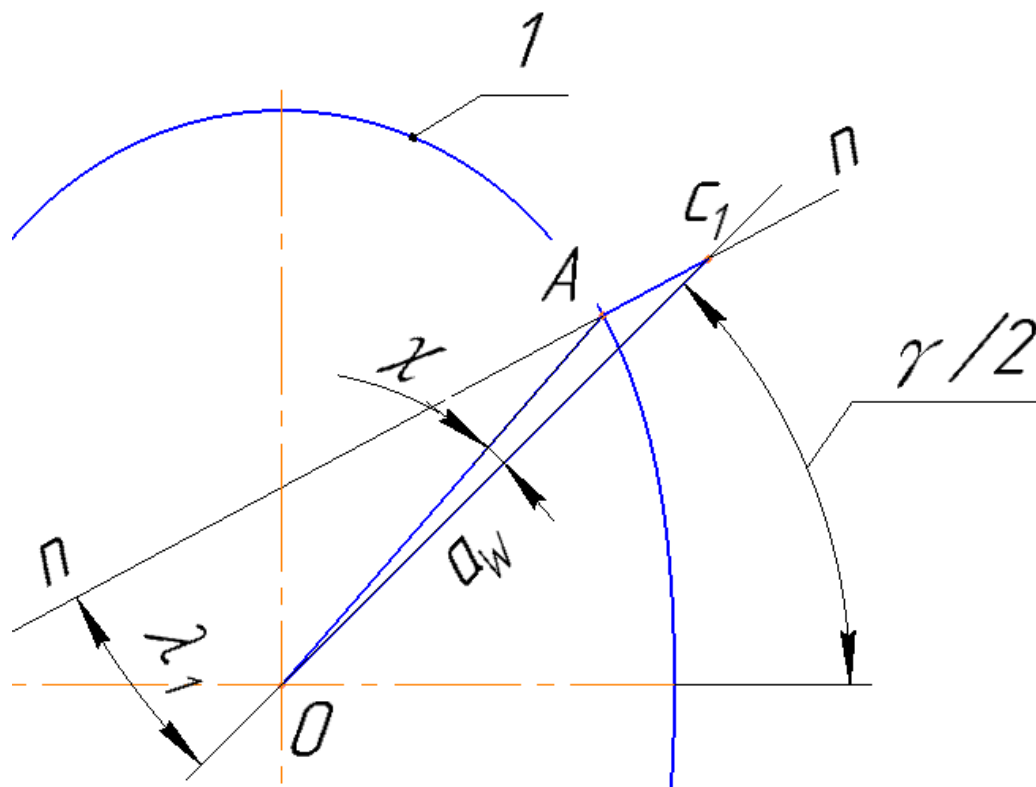


Рис. 3.10. Определение расположения центральной точки канала в зубчатом венце солнечной шестерни

Она находится на окружности радиуса  $a_w$  [108], при этом смещена относительно минимума циклической кривой, являющейся траекторией центра сателлита, на половину угла  $\gamma$  между каналами.

Через точку  $C_1$  проводим нормаль  $nn$  к центроиде солнечной шестерни. Угол наклона  $\lambda_1$  этой нормали к межосевой прямой  $OC_1$  можно найти через угол удержания сателлита  $\lambda_{\max}$ , который задается при проектировании механизма. Пренебрегая разницей между значениями углов и их тангенсами, получаем:

$$\lambda_1 \approx \frac{M \cdot \lambda_{\max}}{(M + N)}. \quad (3.2)$$

Точка  $A$  пересечения нормали  $mn$  с центроидой 1 – это искомый центр канала, выполненного на зубчатом венце солнечной шестерни, а отрезок  $AC_1$  – начальный радиус  $r_{wc1}$  сателлита. Рассматривая треугольник  $AOC_1$ , получаем:

$$\frac{\sin \chi_1}{r_{wc1}} = \frac{\sin(\lambda_1 + \chi_1)}{a_w}. \quad (3.3)$$

Угол  $\chi_1$  соответствует поправке, которую нужно добавить к углу  $\gamma/2$  при нахождении центральной точки канала на венце солнечной шестерни. Пренебрегая разницей между значениями малых углов с их синусами, получаем:

$$\chi_1 \approx \frac{\lambda_1 \cdot r_{wc1}}{a_w - r_{wc1}}. \quad (3.4)$$

Таким образом центральная расчетная точка  $A$  канала на венце солнечной шестерни будет находиться на луче, повернутом относительно минимума траектории центра сателлита на угол  $\gamma/2 + \chi_1$ .

Ввиду того, что по условию «2» (не выхода двух каналов в одну полость) для солнечной шестерни угол  $\delta$  больше нуля [47; 108], положение реальной центральной точки  $A$  может варьироваться в пределах угла  $\delta$ . Это обстоятельство будет учитываться при решении вопроса – какой именно зуб на солнечной шестерне целесообразно «удалить» для создания канала. Как правило – это зуб, ближайший к расчетной точке  $A$ . В примере на рис. 3.9 центр удаляемого зуба смещен относительно расчетной точка  $A$  на величину, близкую к половине шага.

### 3.2.4. Относительные критерии размера каналов

Как сравнить сечения каналов, расположенных в цилиндрической зубчатой поверхности и каналов, расположенных в торцевой стенке одного из центральных колес? Очевидно, что введенный выше критерий  $K_{SS} = S_{KiN} / S_{wi}$  – отношение площади  $S_{KiN}$  сечения канала к полезной площади  $S_{wi}$  рабочей камеры [47; 108] (см. главу 2) для этого не годится. С помощью этого критерия можно только сравнивать между собой ПРМ с каналами на торцевой поверхности эпицикла.

Более информативным является отношение объема  $W_i$  камеры к площади  $S_{Ki}$  сечения канала, через который происходит истечение среды ( $W_i / S_{Ki}$ ). Объем  $W_i$  камеры, помимо полезной площади  $S_{wi}$  ее сечения, зависит от ширины  $b$  этой камеры ( $W_i = S_{wi} \cdot b$ ). Этот критерий будет иметь размерность длины. Чтобы перейти к безразмерному формату, разделим все на средний начальный диаметр  $d_{w2}$  эпицикла:

$$K_{ws} = \frac{S_{wi} \cdot b}{S_{Ki} \cdot d_{w2}}. \quad (3.5)$$

Условно-физический смысл критерия  $K_{ws}$  – это высота «столба» рабочей среды, сечение которого соответствует сечению канала, отнесенная к диаметру эпицикла.

Для ПРМ с каналами в цилиндрической поверхности эпицикла формулу (3.5) можно преобразовать к виду:

$$K_{ws} = \frac{S_{wi} \cdot b}{S_{Ki} \cdot d_{w2}} = \frac{S_{wi} \cdot \psi_{bd}}{S_{Ki}} = \frac{\psi_{bd}}{K_{ss}}, \quad (3.6)$$

где  $\psi_{bd}$  – коэффициент ширины камеры,  $\psi_{bd} = b/d_{w2}$ ;

$K_{ss}$  – коэффициент отношения площадей канала и камеры (см. табл. 2.7).

Значения критерия  $K_{ws}$  при трех уровнях (0,1; 0,25; 0,4) коэффициента  $\psi_{bd}$  ширины камеры приведены в табл. 3.1. Очевидно, что чем шире камера, тем больший объем рабочей среды должен пройти через сечение канала в торцовой стенке эпицикла за один цикл работы ПРМ.

Таблица 3.1

Относительные показатели размера каналов ПРМ

Схема	Каналы в торце «N»				Каналы в цилиндре «M»		
	$K_{ss}$	$K_{ws}$			$K_{ws}$		
		$\psi_{bd} = 0,1$	$\psi_{bd} = 0,25$	$\psi_{bd} = 0,4$	$Z_2 = 60$	$Z_2 = 80$	$Z_2 = 100$
6-4	0,40	0,25	0,62	0,99	-	-	-
5-4	0,086	1,16	2,9	4,6	0,88	1,17	1,46
4-3	0,065	1,55	3,9	6,2	1,37	1,83	2,29
3-2	0,029	3,48	8,7	14,0	2,44	3,25	4,06
2-1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5,5	7,3	9,13

Перейдем к безразмерному критерию  $K_{ws}$  для случая выполнения каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни. С учетом формулы (3.1) получаем:

$$K_{ws} = \frac{S_{wi} \cdot b}{S_{Ki} \cdot d_{w2}} = \frac{S_{wi}}{2 \cdot m \cdot d_{w2}}. \quad (3.7)$$

Приближенно примем средний начальный диаметр  $d_{w2} = Z_2 \cdot m$ , тогда

$$K_{ws} = \frac{S_{wi}}{2 \cdot Z_2 \cdot m^2}. \quad (3.8)$$

Используя результаты определения значений относительной полезной площади  $S'_{wi}$  рабочей камеры, приведенные в работе [108]  $S_{wi} = \frac{\pi \cdot d_{w2}^2 \cdot S'_{wi}}{4}$ , получаем:

$$K_{ws} = \frac{\pi \cdot d_{w2}^2 \cdot S'_{wi} \cdot b}{4 \cdot 2 \cdot b \cdot m \cdot d_{w2}} = \frac{\pi \cdot d_{w2} \cdot S'_{wi}}{8 \cdot m} = \frac{Z_2 \cdot S'_{wi} \cdot \pi}{8} = 0,394 \cdot Z_2 \cdot S'_{wi}. \quad (3.9)$$

Для характерного диапазона чисел зубьев  $Z_2=60..80$  результаты расчета показателя  $K_{ws}$  приведены в табл. 3.1. В случае схемы ПРМ 3-2 этот показатель составит  $K_{ws} = 2,4-3,2$ . Таким образом, выполнив каналы в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни (см рис. 3.9), при относительной ширине рабочей камеры  $\psi_{bd} = 0,4$  можно увеличить пропускную способность каналов (по сравнению с каналами в торце эпицикла) в 5 раз.

В целом можно сделать вывод, что для схем  $M-N=1$  каналы в цилиндрической зубчатой поверхности всегда имеют большее сечение, чем каналы в торцевой стенке эпицикла. При этом, с увеличением чисел волн площадь сечения каналов возрастает. Дополнительным преимуществом, которое дает перенос каналов с торцов эпициклического колеса на цилиндрическую зубчатую поверхность солнечной шестерни, является возможность упрочнения этих торцов методами поверхностного пластического деформирования [79].

### Заключение по третьей главе

Выполнен анализ факторов, влияющих на остаточный объем ПРМ с разностью чисел волн  $N-M = 1$ . Предложен алгоритм расчета механизма с модифицированной геометрией, обеспечивающей наибольшую степень сжатия. Разработан метод расчета параметров подводных каналов, расположенных в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни. Предложен универсальный критерий оценки относительной площади сечения каналов.

Среди схем ПРМ с  $N-M = 1$  по признакам: степень сжатия и площадь сечения каналов, предпочтение следует отдать, схемам с большим числом волн. С другой стороны, при заданном модуле зубьев (величина которого ограничена технологическими возможностями) увеличение чисел волн влечет рост радиальных габаритов ПРМ. Учитывая вышесказанное, более предпочтительными являются схемы ПРМ 3-2; 4-3 и 5-4. Каналы в таких схемах нужно располагать в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни. Такие ПРМ могут обеспечить коэффициент сжатия рабочей среды до 5,9, что достаточно для применения в ряде пневматических машин, например, в насосах низкого вакуума.



#### **4. ПРМ С ОДИНАКОВЫМ ЧИСЛОМ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА ( $M=N$ )**

Расчет ПРМ с выстоями плавающих сателлитов имеет, по крайней мере, три существенные особенности [45].

Первая особенность состоит в том, что «полноценные» выстои можно реализовать только в планетарных механизмах, оба центральных колеса которых имеют одинаковое число зубьев ( $Z_1=Z_2$ ). Такие механизмы существуют лишь при очень больших ( $X_3=+10..15$ ) коэффициентах смещения на эпицикле. Для их геометрического проектирования нужно применить особую методику расчета исходного круглозвенного планетарного механизма [41].

Вторая особенность, связана с тем, что явление подклинивания, вызываемое несовпадением реального положения центров сателлитов с точками пересечения двух траекторий этих центров (в их движении относительно ротора и статора), в наибольшей степени проявляется именно в рассматриваемых схемах ПРМ, для которых характерно одновременное присутствие больших углов  $\lambda_{\max}$  и малых чисел волн  $N, M$ .

Третья особенность обусловлена формой центровых траекторий сателлита при наличии выстоев. В процессе проектирования таких ПРМ приходится использовать «кусочное» задание функции, характеризующей траекторию движения центра сателлита.

##### **4.1. Методика геометрического проектирования круглозвенных планетарных механизмов с одинаковыми числами зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления**

Сама возможность создания ПРМ с одинаковым числом волн ( $M=N$ ) центральных колес (см. рис. 1.13 и рис. 1.14) была выявлена сравнительно недавно [93; 87; 90]. Причем ранее не были известны ни только ПРМ с  $M=N$ , но и планетарные передачи с одинаковым числом зубьев центральных колес. Методика геометрического расчета подобных планетарных механизмов впервые была опубликована в нашей статье [41].

Рассмотрим круглозвенный планетарный механизм с концентричным расположением солнечной шестерни (ротора) 1 и эпициклического колеса (статора) 2 – рис. 4.1. Параметры этого механизма связаны соотношениями:

- число зубьев ротора равно числу зубьев эпицикла ( $Z_1=Z_2$ );
- межосевое расстояние  $a_{w1}$  колес во внешнем зацеплении равно межосевому расстоянию  $a_{w2}$  во внутреннем зацеплении ( $a_{w1}=a_{w2}$ ).

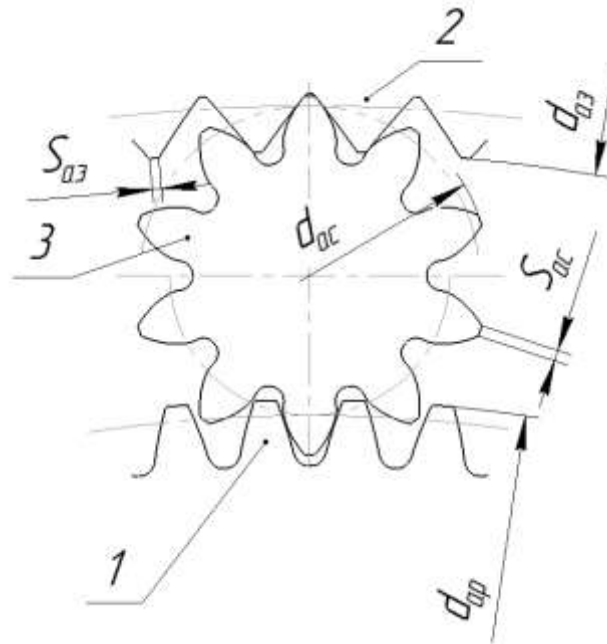


Рис. 4.1. Исходный круглозвенный планетарный механизм

На геометрические параметры эвольвентных зубьев такого механизма накладываются жесткие ограничения, для одновременного выполнения которых предлагается следующий алгоритм расчета, который опирается на те же расчетные формулы, что и ГОСТ 16532-70, ГОСТ 19274-73, но эти формулы используются в принципиальной новой последовательности.

1. Выбор чисел зубьев. Если ориентироваться на изготовление сателлитов путем механической зубообработки с использованием широко распространенного станочного оборудования, то число зубьев сателлита должно быть  $Z_3 \geq 8$ . Предварительные исследования показали, что минимальная величина отношения чисел зубьев центральных колес  $Z_1$  (и  $Z_2$ ) к числу зубьев  $Z_3$  сателлита, при которой

механизм может существовать, составляет  $Z_1/Z_3 = 9..10$ . То есть, числа зубьев центральных колес начинаются от  $Z_3 = 70..80$ .

2. Выбор коэффициентов смещения сателлита  $X_3$  и центрального колеса с внешними зубьями (ротора)  $X_1$ . Вначале целесообразно выбрать эти параметры в полном соответствии с ограничениями блокирующих контуров [38]:

- коэффициент смещения  $X_3$  обеспечивает полное отсутствие подрезания ножки зуба шестерни  $X_{\min} = X_3 = 1 - \frac{Z_3 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot \cos \beta}$ . Для прямых зубьев ( $\beta = 0^\circ$ ) при угле профиля ( $\alpha = 20^\circ$ ) получаем:  $X_3 = \frac{17 - Z_3}{17}$ ;

- коэффициент  $X_1$  гарантирует отсутствие интерференции по переходной поверхности зуба колеса. Для рассматриваемой гаммы соотношений чисел зубьев – это  $X_1 = -0,6..-0,7$ .

При необходимости, можно рассматривать и случаи, когда параметры внешнего зацепления незначительно выходят за указанные выше рамки, например,

$$X_3 = \frac{14 - Z_3}{14}; X_1 \geq -1.$$

3. Расчет угла зацепления  $\alpha_{w1}$  и межосевого расстояния  $a_w$  для внешнего зацепления. С учетом принятых нами обозначений звеньев рассматриваемого механизма, а также того, что все колеса механизма являются прямозубыми, здесь и далее расчетные формулы ГОСТ 16532-70 и ГОСТ 19274-73 приводятся в соответствующей редакции:

$$\operatorname{inv} \alpha_{w1} = \frac{2 \cdot (X_3 + X_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Z_3 + Z_1} + \operatorname{inv} \alpha; \quad (4.1)$$

$$a_w = \frac{(Z_3 + Z_1) \cdot m \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha_{w1}}, \quad (4.2)$$

где  $m$  – модуль;  $\alpha$  – угол профиля ( $\alpha = 20^\circ$ ).

4. Расчет угла зацепления  $\alpha_{w2}$  и необходимого коэффициента смещения  $X_2$  для внутреннего зацепления. Эти параметры определяются по межосевому расстоянию  $a_w$  и коэффициенту смещения  $X_3$ :

$$\cos \alpha_{w2} = \frac{(Z_2 - Z_3) \cdot m \cdot \cos \alpha}{2 \cdot a_w}; \quad (4.3)$$

$$X_2 = \frac{(Z_2 - Z_3) \cdot (\operatorname{inv} \alpha_{w2} - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} + X_3. \quad (4.4)$$

5. Выбор толщин зуба сателлита  $S_{a3}$  и эпицикла  $S_{a2}$  по окружностям вершин. Этот выбор производится с учетом формы и материала зубьев. Например, примем  $S_{a3} = 0,4$ ;  $S_{a2} = 0,2$ .

6. Расчет диаметров  $d_{a3}$  и  $d_{a2}$  вершин зубьев, и соответствующих углов  $\alpha_{a3}$  и  $\alpha_{a2}$  профиля при вершине зуба. Для этого нужно решить системы двух уравнений: для сателлита (4.5), (4.6)

$$S_{a3} = d_{a3} \cdot \left( \frac{\pi/2 + 2X_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Z_3} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a3} \right); \quad (4.5)$$

$$\cos \alpha_{a3} = \frac{Z_3 \cdot m \cdot \cos \alpha}{d_{a3}}, \quad (4.6)$$

для внутреннего венца (эпицикла) (4.7), (4.8)

$$S_{a2} = d_{a2} \cdot \left( \frac{\pi/2 + 2X_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Z_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right); \quad (4.7)$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{Z_2 \cdot m \cdot \cos \alpha}{d_{a2}}. \quad (4.8)$$

То обстоятельство, что некоторый диаметр вершин сателлита уже фигурировал во внешнем зацеплении, во внимание не принимается. Окончательным будет значение параметра  $d_{a3}$ , полученное в данном последнем действии.

7. Расчет коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  во внутреннем зацеплении:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{Z_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a3} - Z_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2} + (Z_2 - Z_3) \operatorname{tg} \alpha_{w2}}{2 \cdot \pi}. \quad (4.9)$$

Приемлемым будем считать коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha = 1,1$ . Если получилось  $\varepsilon_\alpha < 1,1$ , рассчитанный вариант параметров зубьев проверку не прошел, переходим к следующему варианту.

*Пример расчета. Вариант 1*

1. Пусть число зубьев сателлита  $Z_3=10$ , а числа зубьев ротора и эпицикла  $Z_1=Z_2=100$ ;  $m=1$ ;  $\alpha=20^\circ$ ;  $\beta=0$ .

2. Выбираем коэффициенты смещения в полном соответствии с требованиями блокирующих контуров [38]:  $X_3=0,42$ ;  $X_1=-0,6$ .

3. Определяем угол зацепления  $\alpha_{w1}$  для внешнего зацепления по формуле (4.1)

$$\operatorname{inv} \alpha_{w1} = (\operatorname{tg} 0,349 - 0,349) + \frac{2 \cdot (0,42 - 0,6) \cdot \operatorname{tg} 0,349}{10 + 100} = 0,0137,$$

следовательно  $\alpha_{w1} = 0,3398$ .

Определяем межосевое расстояние по формуле (4.2)

$$a_w = \frac{(10 + 100) \cdot 1 \cdot \cos 0,349}{2 \cdot \cos 0,3398} = 54,818.$$

4. Для внутреннего зацепления рассчитываем угол зацепления  $\alpha_{w2}$  по формуле (4.3),

$$\alpha_{w2} = \arccos \alpha_{w2} = \frac{(100 - 10)}{2 \cdot 54,818} \cdot \cos 0,349 = 0,689$$

и коэффициент смещения  $X_2$  по формуле (4.4)

$$X_2 = \frac{(100 - 10) \cdot (\operatorname{inv} 0,689 - \operatorname{inv} 0,349)}{2 \cdot \operatorname{tg} 0,349} + 0,42 = 15,289.$$

5. Выбираем толщины зуба сателлита  $S_{a3} = 0,4 \cdot m$  и эпицикла  $S_{a2} = 0,2 \cdot m$  по окружностям вершин.

6. Находим диаметр вершин  $d_{a3}$  и угол профиля  $\alpha_{a3}$  при вершине для сателлита, решая систему уравнений (4.5) и (4.6)

$$\begin{cases} S_{a3} = d_{a3} \cdot \left( \frac{\pi/2 + 2X_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Z_3} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a3} \right); \\ \cos \alpha_{a3} = \frac{Z_3 \cdot m \cdot \cos \alpha}{d_{a3}}. \end{cases}$$

Получаем  $d_{a3} = 12,697$  и  $\alpha_{a3} = 0,938$ .

Рассчитываем диаметр вершин  $d_{a2}$  и угол профиля  $\alpha_{a2}$  при вершине для эпицикла, решая систему уравнений (4.7) и (4.8)

$$\begin{cases} S_{a2} = d_{a2} \cdot \left( \frac{\pi / 2 + 2X_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Z_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2} \right); \\ \cos \alpha_{a2} = \frac{Z_2 \cdot m \cdot \cos \alpha}{d_{a2}}. \end{cases}$$

Получаем  $d_{a2} = 118,347$  и  $\alpha_{a2} = 0,653$ .

7. Рассчитываем коэффициент торцевого перекрытия для внутреннего зацепления по формуле (4.9)

$$\varepsilon_{\alpha 2} = \frac{10 \cdot \operatorname{tg} 0,738 - 100 \cdot \operatorname{tg} 0,653 + (100 - 10) \cdot \operatorname{tg} 0,689}{2 \cdot \pi} = 1,078.$$

Так как, расчетный коэффициент  $\varepsilon_{\alpha 2} \leq 1,1$ , то выбранный параметрический вариант считаем неудовлетворительным.

#### *Пример расчета. Вариант 2*

Корректируем исходные данные следующим образом.

$$Z_3 = 10; Z_1 = Z_2 = 104; m = 1; X_3 = 0,4; X_1 = -0,9; S_{a3} = 0,4; S_{a2} = 0,2.$$

По п.3 алгоритма расчета для внешнего зацепления получаем:

угол зацепления  $\alpha_{w1} = 0,3229$ ; межосевое расстояние  $a_w = 56,482$ .

Согласно п.4 для внутреннего зацепления находим:

угол зацепления  $\alpha_{w2} = 0,673$  и коэффициент смещения  $X_2 = 14,508$ .

По п.6 находим диаметр вершин  $d_{a3} = 12,675$  и угол профиля при вершине зуба  $\alpha_{a3} = 0,736$  для сателлита, а также диаметр вершин  $d_{a2} = 121,587$  и угол профиля  $\alpha_{a2} = 0,637$  при вершине для эпицикла.

В п.7 рассчитываем коэффициент торцевого перекрытия для внутреннего зацепления  $\varepsilon_{\alpha 2} = 1,115$ .

Полученный коэффициент  $\varepsilon_{\alpha 2} > 1,1$ , поэтому результат расчета считаем удовлетворительным.

Коэффициент  $\varepsilon_{\alpha 1}$  перекрытия во внешнем зацеплении при характерных соотношениях параметров всегда получается достаточно большой. В данном случае  $\varepsilon_{\alpha 1} = 1,474$ .

Результаты расчетов для массива вариантов сочетания чисел зубьев  $Z_3$  и  $Z_1 = Z_2$ , представляющих практический интерес, представлен в таблице 4.1.

В числителе указаны значения коэффициентов  $\varepsilon_{\alpha}$  при  $X_3 = \frac{17 - Z_3}{17}$ ;

$X_1 = -0,6..-0,7$ , а в знаменателе при  $X_3 = \frac{14 - Z_3}{14}$ ;  $X_1 \geq -1$ .

Таблица 4.1

Результаты расчета коэффициента перекрытия  $\varepsilon_{\alpha}$  во внутреннем зацеплении рассматриваемого механизма

$Z_2 \backslash Z_3$	60	70	80	90	100	110	120
6	<u>1,009</u> 1,049	<u>1,065</u> 1,106	<u>1,113</u> 1,156	<u>1,155</u> 1,199	<u>1,193</u> 1,239	<u>1,226</u> 1,275	<u>1,257</u> 1,307
7	<u>0,972</u> 1,010	<u>1,033</u> 1,074	<u>1,085</u> 1,129	<u>1,131</u> 1,177	<u>1,172</u> 1,219	<u>1,208</u> 1,258	<u>1,242</u> 1,293
8	<u>0,927</u> 0,962	<u>0,995</u> 1,032	<u>1,052</u> 1,092	<u>1,102</u> 1,144	<u>1,147</u> 1,191	<u>1,187</u> 1,233	<u>1,223</u> 1,271
9	<u>0,874</u> 0,906	<u>0,949</u> 0,983	<u>1,012</u> 1,049	<u>1,067</u> 1,105	<u>1,116</u> 1,156	<u>1,159</u> 1,201	<u>1,198</u> 1,242
10	<u>0,813</u> 0,841	<u>0,895</u> 0,926	<u>0,965</u> 0,997	<u>1,025</u> 1,059	<u>1,078</u> 1,114	<u>1,125</u> 1,163	<u>1,168</u> 1,208
11	<u>0,744</u> 0,769	<u>0,834</u> 0,861	<u>0,910</u> 0,939	<u>0,976</u> 1,006	<u>1,033</u> 1,066	<u>1,085</u> 1,119	<u>1,131</u> 1,167
12	<u>0,666</u> 0,688	<u>0,766</u> 0,789	<u>0,849</u> 0,874	<u>0,920</u> 0,947	<u>0,983</u> 1,011	<u>1,038</u> 1,069	<u>1,088</u> 1,121

Заметим, что таблица 4.1 будет использоваться на предварительных этапах проектирования планетарного механизма гидромашин. Окончательный расчет геометрических параметров зубчатых звеньев рекомендуется проводить для каждого конкретного случая по формулам (4.1)-(4.9) или использовать программные комплексы, например, КОМПАС-3D «Валы и механические передачи 2D».

При проектировании ПРМ с  $M=N$  по методике [43; 51] (см. глава 2) рассмотренный выше планетарный механизм с одинаковым числом зубьев центральных колес используется в качестве «базового круглозвенного механизма». В этой методике профили венцов центральных колес получают путем огибания профиля сателлита, совершающего движение по траекториям, описываемым циклической функцией.

Заметим, что ПРМ 1-1 (рис. 1.13) можно построить, установив с определенным эксцентриситетом непосредственно «базовые» круглые зубчатые колеса, рассчитанные по приведенной выше методике. Однако при этом возникает погрешность уменьшения боковых зазоров (подклинивание), о которой говорилось в главе 2 (п. 2.1.4). Впрочем, ПРМ 1-1 без модификации свойственны малые углы  $\lambda_{\max}$ , поэтому такая погрешность сравнительно небольшая.

#### 4.2. Проектирование ПРМ с выстоями сателлитов

Как было отмечено выше, полезным свойством схем  $N=M$  является возможность существенного модифицирования центроид солнечной шестерни и эпицикла при сохранении допустимого максимального угла  $\lambda_{\max}$  удержания сателлитов. В других схемах ( $N>M$ ) подобная возможность весьма ограничена. Наиболее радикальным вариантом такого модифицирования является введение выстоев сателлитов, когда на определенных участках своих траекторий центры сателлитов находятся на постоянном расстоянии  $r_{\max}$  и  $r_{\min}$  от точки  $O_p$  (рис. 4.2, 4.3). Применение ПРМ с выстоями позволяет в значительной степени снизить остаточные объемы рабочих камер и дает возможность использования таких гидромашин для работы с газами (в качестве вакуумных насосов, компрессоров и пневмодвигателей).



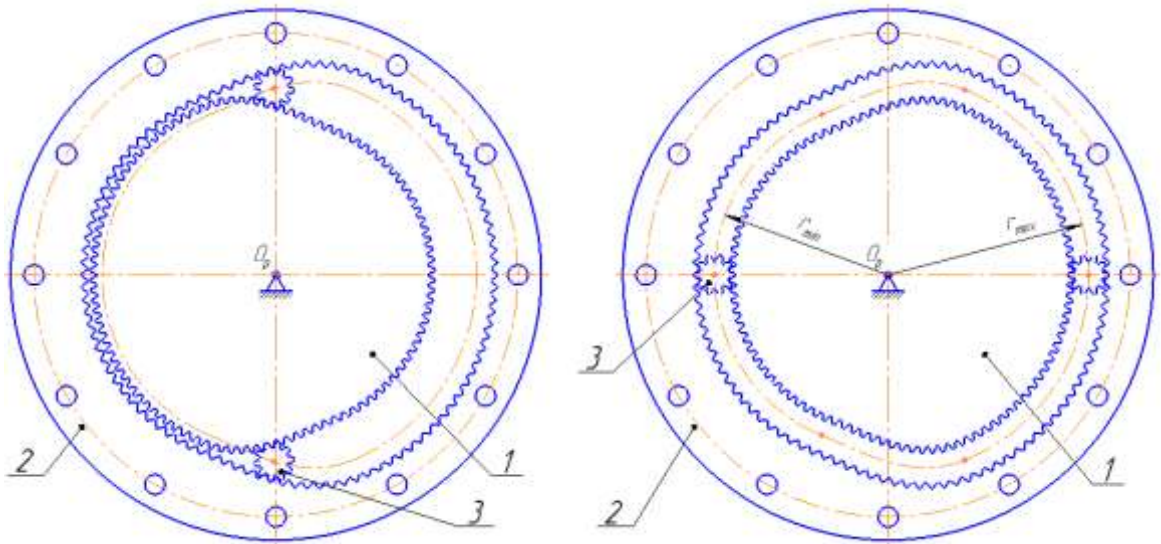


Рис. 4.2. ПРМ 1-1 с выстоями сателлитов [80; 81]

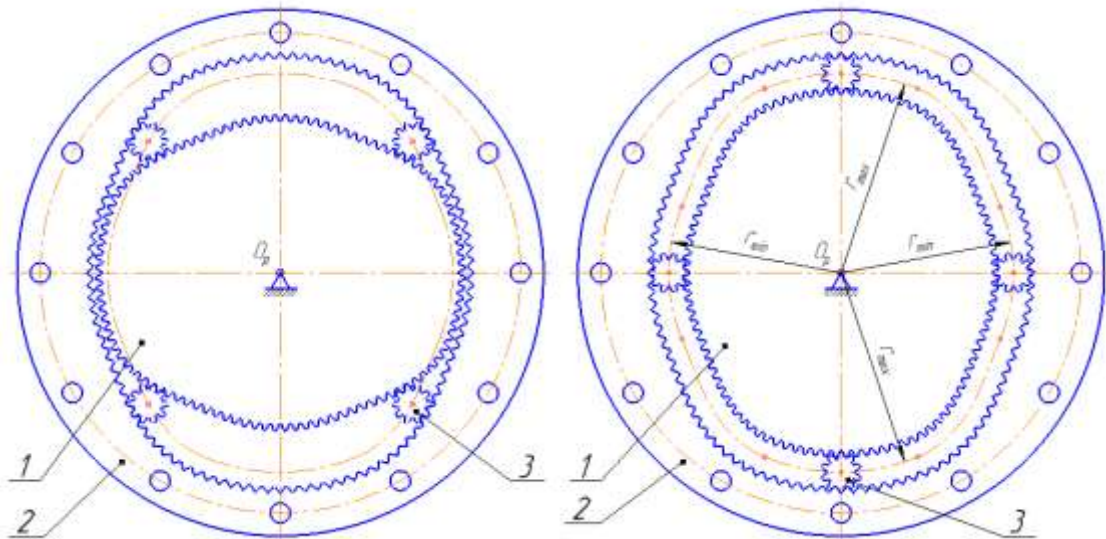


Рис. 4.3. ПРМ 2-2 с выстоями сателлитов [80; 81]

Перед автором стояла задача разработать методику геометрического проектирования ПРМ с выстоями сателлитов. Предлагаемая методика расчета включает три этапа.

#### 4.2.1. Расчет исходного круглозвенного механизма для ПРМ с выстоями

Согласно принятой нами за основу методике [43] проектирования ПРМ вначале рассчитываются параметры исходного круглозвенного механизма.

4.2.1.1. Выбор чисел волн и чисел зубьев. Основной интерес представляют схемы 1-1 и 2-2, в которых возможна наиболее глубокая модификация центроид. Число зубьев сателлита подлежит выбору в диапазоне  $Z_3=8..12$ . Число зубьев  $Z_1=Z_2$  в соответствии с методикой [41] (см. п. 4.1) принимается в диапазоне  $Z_1=80..120$ , но оно обязательно должно быть кратно удвоенному числу волн ротора. В качестве примера проведем расчет ПРМ с числами зубьев:  $Z_3=10$ ,  $Z_1=Z_2=104$ ; модулем  $m=1$ ; углом профиля  $\alpha = 20^\circ$ ; коэффициенты смещения  $X_3=0,3$ ,  $X_1=-0,9$ .

4.2.1.2. Расчет угла зацепления  $\alpha_{w1}$  и межосевого расстояние  $a_w$  для внешнего зацепления по формулам (4.1), (4.2). В примере  $a_w=56,4816$ .

4.2.1.3. Расчет угла зацепления  $\alpha_{w2}$  и необходимого коэффициента смещения  $X_2$  для внутреннего зацепления по формулам (4.3), (4.4). В примере  $X_2 = 14,50812$ .

4.2.1.4. Диаметры  $d_{a3}$ ,  $d_{a2}$  вершин зубьев и соответствующие им углы  $\alpha_{a3}$ ,  $\alpha_{a2}$  профиля при вершине зуба находим в результате решения систем двух уравнений: для сателлита (4.5), (4.6) для внутреннего венца (эпицикла) (4.7), (4.8).

При этом толщиной  $S_{a3}$  зуба производящего сателлита (условно – долбяка) и эпицикла  $S_{a2}$  по окружности вершин задаемся с учетом формы и материала зубьев. Целесообразно принять  $S_{a3}=0,4$  и  $S_{a2}=0,2$ . В примере получаем  $d_{a3}=12,67536$ ,  $d_{a2}=121,58676$ .

4.2.1.5. Расчет коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  во внутреннем зацеплении по формуле (4.9). В примере  $\varepsilon_\alpha = 1,11535$ . Приемлемым считаем коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$ .

## 4.2.2. Расчет некруглых звеньев механизма ПРМ с выстоями

### 4.2.2.1. Выбор формы траектории движения центра сателлита

В механизме 1-1 с выстоями сателлитов эта траектория содержит участок нижнего выстоя, участок верхнего выстоя (с постоянными радиусами) и два участка переменного радиуса. В ПРМ 2-2 траектория сателлитов содержит 4 участка с постоянными радиусами и такое же число участков переменного радиуса.

На участках нижнего выстоя траектория будет иметь радиус:

$$r_{\min} = r_0 \cdot (1 - k_H), \quad (4.10)$$

на участках верхнего выстоя:

$$r_{\max} = r_0 \cdot (1 + k_H). \quad (4.11)$$

Участки переменного радиуса целесообразно описывать гармонической функцией:

$$r_{\text{var}} = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(G^* \cdot \varphi)), \quad (4.12)$$

где  $\varphi$  – текущий угол поворота мнимого водила в полярных координатах;

$G^*$  – условное расчётное число волн статора и ротора.

Число  $G^*$  не равно реальному числу  $M=N$  волн ПРМ. Там, где расположены выстой «тоже были волны», поэтому  $G^* > M=N$ . Для нахождения числа  $G^*$ , соответствующего желательному значению угла удержания сателлита  $\lambda_{\max}$ , преобразуем формулу (2.7):

$$G^* = \frac{\lambda_{\max} \cdot (Z_3 + 2X_3)}{11 \cdot (Z_3 + 2X_3 - 2,5)}. \quad (4.13)$$

При  $\lambda_{\max} = 32^\circ$  получаем  $G^* = 3,8$  приблизительно примем условное число волн  $G^* = 4$ . По формуле (2.7) этому значению угла  $\lambda_{\max}$  соответствует приближенное значение коэффициента  $k_H = 0,072$ .

#### 4.2.2.2. Уточнение коэффициента $k_H$ «некруглости» траектории сателлитов

Этот коэффициент влияет на производительность гидромашины и величину остаточных объёмов. Чем выше этот коэффициент, тем меньше остаточные объёмы и выше степень сжатия рабочей среды. Существует «резерв» увеличения коэффициента  $k_H$  при заданном условном расчётном числе  $G^*$ . Этот резерв состоит в минимизации зазора между вершинами зубьев солнечной шестерни и эпицикла.

Вначале нужно найти числа зубьев  $Z_{1B}$ ,  $Z_{1H}$ ,  $Z_{2B}$ ,  $Z_{2H}$ , которые будут иметь условные круглые колеса, с начальными радиусами, равными радиусам  $r_{1B}$ ,  $r_{1H}$ ,  $r_{2B}$ ,  $r_{2H}$  начальных окружностей центральных колес ПРМ на участках верхнего и нижнего выстоев. Эту задачу проще всего решить, используя программу

КОМПАС-3D Библиотека «Валы и механические передачи 2D». Для полученных условных круглых колес (с числами зубьев  $Z_{1B}$ ,  $Z_{1H}$ ,  $Z_{2B}$ ,  $Z_{2H}$ ), находящихся в зацеплении с сателлитом по методике ГОСТ 16532-70 и ГОСТ 19274-73 с использованием КОМПАС получаем коэффициенты перекрытия  $\varepsilon_\alpha=1,47$ . На эпицикле коэффициент смещения не подлежит дальнейшему уменьшению, а на солнечной шестерне приводим коэффициент перекрытия до значения 1,1. Подбираем коэффициент  $k_H$  таким образом, чтобы зазор между вершинами зубьев центральных колес, при заданном межосевом расстоянии, был  $\Delta_a \approx (0,1..0,2)m$ . В примере окончательно принимаем  $k_H = 0,0775$ .

#### 4.2.2.3. Расчет длины центральной траектории сателлита

Определим  $\xi$  – коэффициент учитывающий изменение длины центральной траектории по сравнению с длиной траектории соответствующего круглозвенного механизма. В общем виде

$$\xi = \frac{2\pi r}{\sum l_{\cos} + \sum l_{v1} + \sum l_{v2}}, \quad (4.15)$$

где  $\sum l_{\cos}$  – сумма длин участков, изменяющихся по гармоническому закону;

$\sum l_{v1} = \sum (\psi_1 \cdot r_{\min})$  – сумма длин участков нижнего выстоя;

$\sum l_{v2} = \sum (\psi_2 \cdot r_{\max})$  – сумма длин участков верхнего выстоя;

$\psi_1, \psi_2$  – углы нижнего и верхнего выстоя.

Если кривая задана уравнением  $\rho = \rho(\varphi)$  в полярных координатах, то её длина [55]

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2} d\varphi, \quad (4.16)$$

где  $\alpha, \beta$  – значения полярного угла, соответствующего концам дуги.

Тогда формула (4.15) преобразуется к виду:

$$\xi = \frac{2\pi r}{\sum \left( \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2} d\varphi \right) + \sum (\psi_1 \cdot r_{\min}) + \sum (\psi_2 \cdot r_{\max})}. \quad (4.17)$$

Для случая 1-1 с выстоями сателлитов, с учетом (4.10), (4.11), (4.12) формула (4.17) принимает вид:

$$\xi = \frac{2\pi}{\left( 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{(1+k_H \cdot \cos(G^* \cdot \varphi))^2 + (G^* \cdot k_H \cdot \sin(G^* \cdot \varphi))^2} d\varphi \right) + (\psi_1) \cdot (1-k_H) + (\psi_2) \cdot (1+k_H)} \quad (4.18)$$

Угловая протяженность каждой из двух фаз движения сателлита, соответствующих гармоническому закону  $-\pi/4$  ( $45^\circ$ ), оставшиеся две части (выстоев) – по  $135^\circ$ .

В примере 1-1 получаем  $\xi = 0,99491362$ . Во столько раз центровая окружность сателлита исходного круглозвенного механизма короче траектории центра сателлита в ПРМ с выстоями.

#### 4.2.2.4. Расчет множества положений центра сателлита

На участках траектории, описанной уравнениями (4.10) и (4.11), угол  $\varphi_{c1}$  поворота сателлита относительно ротора определяем по формуле:

$$\varphi_{c1} = \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_3} \right) \cdot \xi \cdot \left( \int_0^\varphi (1 \pm k_H) d\varphi \right), \quad (4.19)$$

а угол  $\varphi_{c2}$  поворота сателлита относительно эпицикла – по формуле:

$$\varphi_{c2} = \left( 1 - \frac{Z_2}{Z_3} \right) \cdot \xi \cdot \left( \int_0^\varphi (1 \pm k_H) d\varphi \right). \quad (4.20)$$

На участках траектории, описанной уравнением (4.12), угол поворота сателлита определяем по формулам [51]:

$$\varphi_{c1} = \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_3} \right) \cdot \xi \cdot \left( \int_0^\varphi \sqrt{(1+k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi))^2 + (G^* \cdot k_H \cdot \sin(G^* \cdot \varphi))^2} d\varphi \right); \quad (4.21)$$

$$\varphi_{c2} = \left( 1 - \frac{Z_2}{Z_3} \right) \cdot \xi \cdot \left( \int_0^\varphi \sqrt{(1+k_H \cdot \cos(G^* \cdot \varphi))^2 + (G^* \cdot k_H \cdot \sin(G^* \cdot \varphi))^2} d\varphi \right). \quad (4.22)$$

При помощи программного обеспечения MathCAD создаем массивы текущего угла поворота мнимого водила  $\varphi$ , радиус-вектора  $r$  и угла поворота  $\varphi_c$  в полярной системе координат отдельно для участков переменного радиуса и выстоев. Стартовое положение сателлита на участке переменного радиуса должно соответствовать конечному положению сателлита на участке выстоя. Эти массивы

соответствуют «равномерному» угловому перемещению центра сателлита относительно каждого центрального колеса. Выше (см. п. 2.1.4) показано, что при этом возникает погрешность «подклинивания». В случае  $M=N=1$  и при достаточно больших значениях угла  $\lambda_{\max}$  такая погрешность становится значительной и ее компенсация путем увеличения зазоров неприемлема.

Объединяем упомянутые выше массивы в единую таблицу 4.2.

Таблица 4.2

Параметры, характеризующие закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес ПРМ 1-1 с «выстоями»

	Общие параметры		Солнечная шестерня	Эпицикл	Разность углов	Окончательно	
	$r_1 = r_2$	$\varphi_1 = \varphi_2$	$\varphi_{c1}$	$\varphi_{c2}$	$\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_{c2}) - (\varphi_1 + \varphi_2)$	$\varphi_{c1}^{nev}$	$\varphi_{c2}^{nev}$
Нижний выстой	52,414924	0	0	0	0	0	0
	52,414924	0,5	5,2626950	-4,339415	-0,7501	5,63773	-5,3878
	52,414924	1,0	10,5253901	-8,678830	-1,5002	11,2755	-10,776
	52,414924	1,5	15,7880852	-13,01824	-2,2502	16,9132	-16,163
	...	...	...	...	...	...	...
	52,414924	67,5	710,463834	-585,82105	-10,3572	715,6424	-591,00
«Переменный радиус»	52,414924	68,0	715,726715	-590,16062	-10,4339	720,9436	-592,3779
	52,4174021	68,5	720,990714	-594,50111	-10,5104	726,2459	-599,7567
	52,4248310	69,0	726,256924	-598,84345	-10,5865	731,5504	-604,1375
	...	...	...	...	...	...	...
	60,548275	112,5	1231,29173	-1015,2761	-11,7305	1235,7837	-1019,768
Верхний выстой	60,548275	113,0	1237,37105	-1020,2889	-11,7970	1241,8297	-1024,748
	60,548275	113,5	1243,45037	-1025,3016	-11,8636	1247,8758	-1029,727
	60,548275	114,0	1249,52969	-1030,3039	-11,9301	1253,9218	-1034,707
	...	...	...	...	...	...	...
	60,548275	180	2052	-1692	0	2052	-1692

### 4.2.3. Построение механизма ПРМ $M=N$

Рассмотрим построение профилей зубчатых венцов ПРМ 1-1, с использованием системы трехмерного проектирования КОМПАС-3D. Достаточно построить сектор  $180^\circ$ .

Начинаем построение с середины дуги выстоя, например, верхнего –  $r = r_0(1+k_H)$ . Поставим сателлит в центральную точку данной дуги. При этом сателлит ориентируем так, чтобы центр зуба находился на горизонтальной оси (рис. 4.4).

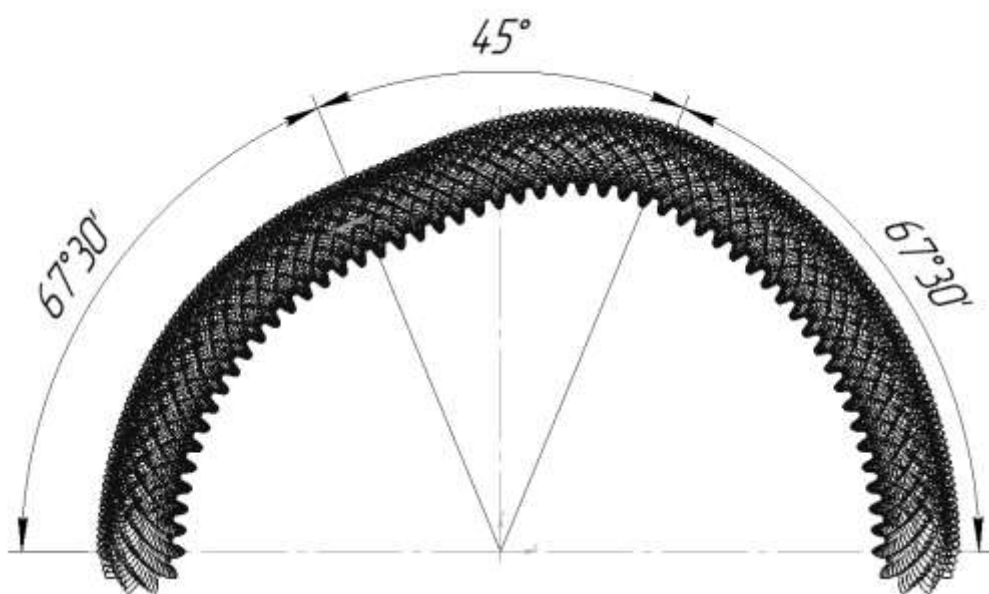


Рис. 4.4. Венец ротора, сектор  $180^\circ$

Строим огибающую и, используя преобразование симметрии, получаем профиль зубчатого венца ротора 1 (рис. 4.2). Аналогично производим построение эпицикла 2.

Измерение объёма камер для рассматриваемой ПРМ 1-1 показало геометрический коэффициент сжатия  $\varepsilon=7,7$ .

Аналогичные построения для схемы ПРМ 2-2 ( $Z_1=104$ ;  $Z_2=104$ ;  $Z_3=10$ ;  $X_1=-0,9$ ;  $X_2=14,5$ ;  $X_3=0,4$ ;  $k_H = 0,0775$ ;  $\lambda_{\max} = 32^\circ$ ) дали значение  $\varepsilon=6,3$  (рис. 4.3).

Для схем: ПРМ 3-3 –  $\varepsilon=5,5$ ; ПРМ 4-4 –  $\varepsilon=5,0$ ; ПРМ 5-5 –  $\varepsilon=4,5$ .

Таким образом, в схемах  $N=M$  удастся достигнуть более высокой степени сжатия среды, чем в схемах  $N-M=1$ .

Остается возможность путем увеличения числа зубьев сателлита (например, до  $Z_3 = 12$ ) дополнительно повысить степень сжатия в ПРМ  $N=M$ . Однако при постоянном модуле это влечет увеличение радиальных габаритов ПРМ.

Практический интерес представляет вопрос о том, как меняется производительность ПРМ в случае добавления выстоев. В схеме 1-1 с выстоями производительность  $W'_\Sigma = S'_{w\Sigma} = 0,24$ , (без выстоев – 0,19); в схеме 2-2 с выстоями  $W'_\Sigma = 0,42$  (без выстоев – 0,38); в схеме 3-3 с выстоями  $W'_\Sigma = 0,6$  (без выстоев – 0,57); в схеме 4-4 с выстоями  $W'_\Sigma = 0,8$  (без выстоев – 0,76); в схеме 5-5 с выстоями  $W'_\Sigma = 1,0$  (без выстоев – 0,95).

Таким образом при наличии выстоев производительность увеличилась приблизительно на 10-20%.

### 4.3. Использование инерционных сил, действующих на сателлиты

Ранее (п. 2.2.3), в результате анализа динамических сил, действующих на сателлиты, пришли к выводу, что их величина пренебрежимо мала по сравнению с силами давления среды, характерными для гидродвигателей и насосов достаточно высокого давления. В случае пневмомашин, в особенности вакуумных насосов, инерционные силы становятся соизмеримыми с силами давления среды. Однако, по абсолютной величине и те, и другие силы невелики, поэтому не приводят к разрушению зубьев, выполненных из стали или качественных полимерных материалов.

В наших работах [42, 81] показано, что силы инерции влияют на структурную устойчивость ПРМ и при  $M=N$  увеличивают надежность работы планетарных механизмов с плавающими сателлитами.

Как было показано выше (формула (2.6), рис. 2.4), угол давления  $\alpha_2$  в кинематической паре сателлит-эпицикл складывается из угла  $\alpha_{\omega 2}$  зацепления и половины угла  $\lambda$  удержания сателлита. В примерах на (рис. 4.2, 4.3) угол зацепления  $\alpha_{\omega 2} = 33^\circ$ , угол удержания  $\lambda = 34^\circ$ , соответственно, угол давления  $\alpha_2 = 50^\circ$ .  $\alpha_2 = \alpha_{\omega 2} + \lambda/2 = 33 + 34/2 = 50$ . Это достаточно много. В кинематической паре сателлит –



солнечная шестерня угол зацепления  $\alpha_{\omega 1}$  значительно меньше (около  $20^\circ$ ), поэтому величина угла давления  $\alpha_1 = 37^\circ$  не столь критична.

Плавающий сателлит образует с центральными звеньями (ротором и статором) две кинематические пары, которые, в зависимости от приложенных сил, могут менять свой класс.

Рассмотрим силы, действующие на сателлит, вначале в статике. В наименее благоприятной фазе движения (рис. 4.5а) к сателлиту приложены сила давления среды  $P_p$  и силы  $R^{n_1}$ ,  $R^{n_2}$  нормальных реакций в зацеплениях:  $R^{n_1} = P_p / 2 \cos \alpha_1$ ;  $R^{n_2} = P_p / 2 \cos \alpha_2$ . Проекции этих реакций на ось  $O_1 O_2$ :  $R_1^p = (P_p / 2) \operatorname{tg} \alpha_1$ ;  $R_2^p = (P_p / 2) \operatorname{tg} \alpha_2$ .

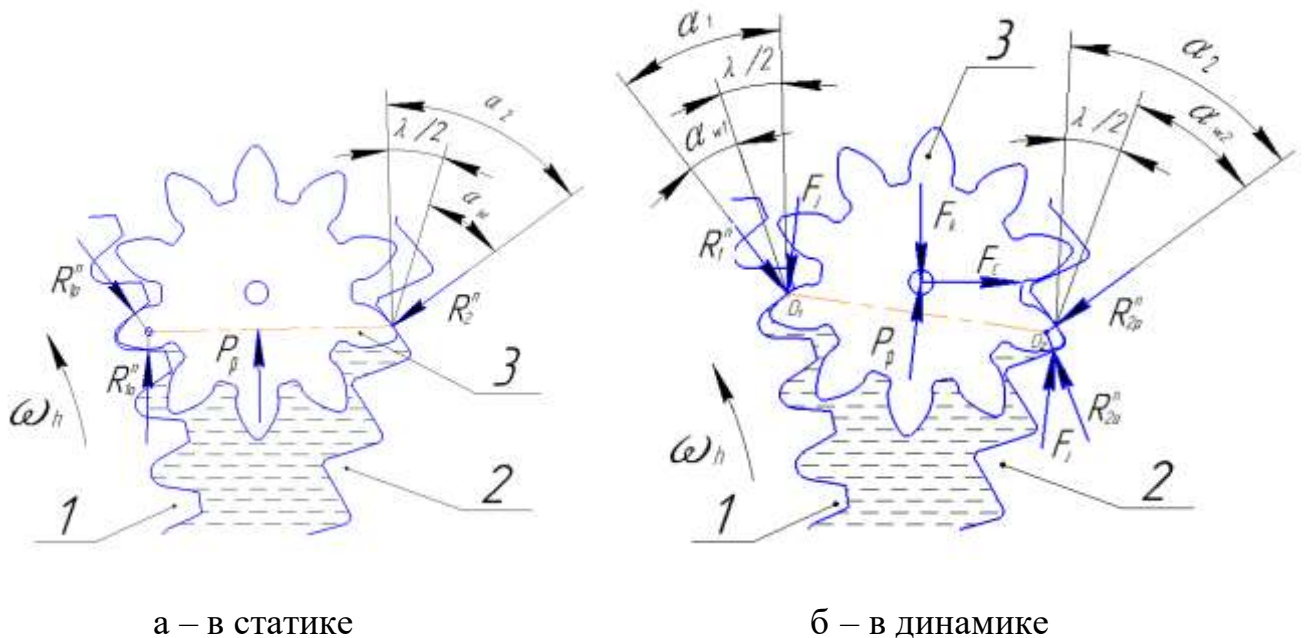


Рис. 4.5. Силы, действующие на сателлит в наименее благоприятной фазе его движения

В статике угол  $\alpha_2$  значительно больше угла  $\alpha_1$ , сила  $R_2^p$  больше силы  $R_1^p$ , поэтому сателлит 3 прижимается к ротору 1 обеими сторонами зуба, выбирая имеющиеся радиальные зазоры. При этом помимо основной, рабочей реакции  $R^{n_{1p}}$ , на зуб начинает действовать обратная реакция  $R^{n_{1o}}$ . Таким образом, кинематическая пара сателлит-ротор становится двухточечной, одноподвижной парой (5-го класса), а пара сателлит-эпицикл остается двухподвижной парой (4-го класса). Произошедшее смещение сателлита дополнительно ухудшает условия передачи

движения в паре стеллит-эпицикл. В итоге повышается вероятность заклинивания механизма, которое приводит к недопустимым деформациям, и выходу сателлита из зацепления с эпициклом. С позиций теории механизмов и машин это означает, что система теряет структурную устойчивость и переходит в нежелательное структурное состояние. Для обеспечения надежного функционирования механизма ПРМ нужно чтобы при его работе не возникала ситуация, когда кинематическая пара, характеризующаяся большим (критическом) углом давления является одноподвижной.

При невысоких давлениях, свойственных, например, вакуумным насосам, силы инерции соизмеримы с силами давления среды, поэтому их нужно учитывать во взаимосвязи с геометрией зацеплений.

Рассмотрим инерционные силы, действующие на сателлит в ПРМ с выстоями в разных фазах движения механизма (рис. 4.6). Величины этих сил, рассчитанные по формулам (2.38-2.44) при тех же значениях  $k_H = 0,1$ ;  $G^* = 4$ ;  $r_3/r_0 = 0,1$ , приведены в таблице 4.3.

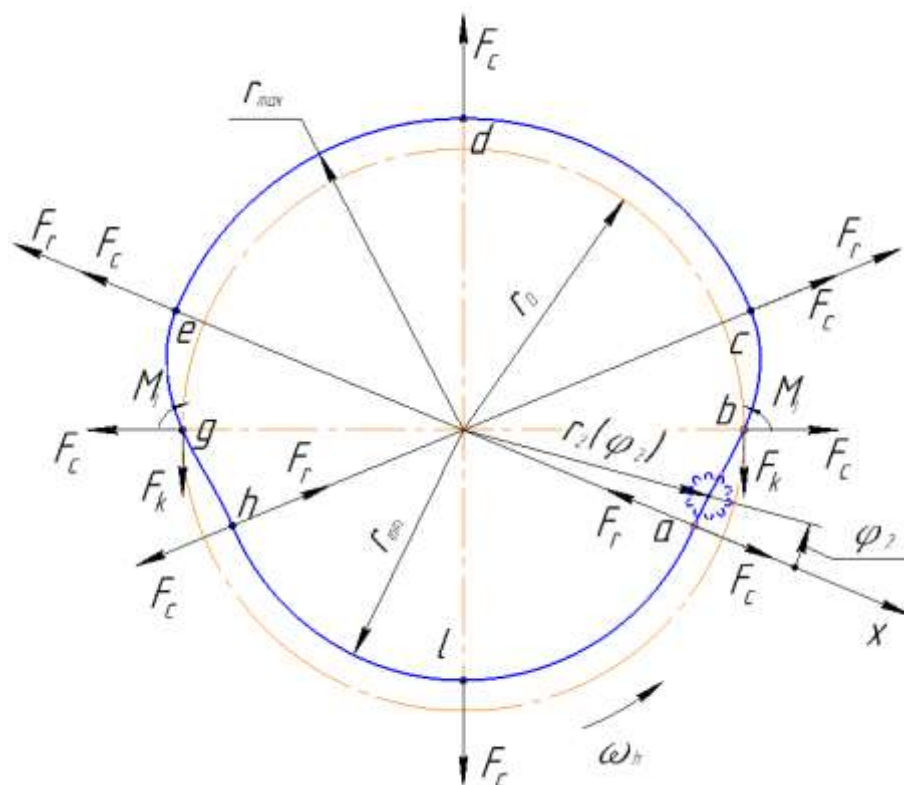


Рис. 4.6. Траектория движения сателлита и силы инерции, приложенные к нему в характерных положениях

Значения сил инерции в характерных положениях спутника

Положения Силы	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>l</i>
$F_c$	$0,9F_{cc}$	$F_{cc}$	$1,1F_{cc}$	$1,1F_{cc}$	$1,1F_{cc}$	$F_{cc}$	$0,9F_{cc}$	$0,9F_{cc}$
$F_k$	0	$0,8F_{cc}$	0	0	0	$0,8F_{cc}$	0	0
$F_r$	$1,6F_{cc}$	0	$1,6F_{cc}$	0	$1,6F_{cc}$	0	$1,6F_{cc}$	0
$F_j$	0	$0,1F_{cc}$	0	0	0	$0,1F_{cc}$	0	0

Заметим, что при всех выделенных положениях спутника, кроме *b* и *g*, угол удержания спутника  $\lambda=0$ , поэтому угол давления  $\alpha_2$  в кинематической паре спутник-эпицикл равен только углу зацепления (в примере  $\alpha_{\omega 2} = 33^\circ$ ). Значит, независимо от действия инерционных сил, в этих положениях появление одноподвижной пары с чрезмерно большим углом давления исключено.

В положениях *b* и *g* угол удержания  $\lambda$  достигает наибольшего значения, в примере  $\lambda=34^\circ$ . При этом, угол давления в паре спутник-эпицикл  $\alpha_2 = 50^\circ$ , то есть, близок к критическому. В статике и на малых скоростях вращения ротора сила реакции  $R^n_2$  прижимает спутник к ротору, а пара спутник-эпицикл становится одноподвижной, это нежелательно. В динамике центробежная сила  $F_{cc}$  стремится прижать спутник к эпициклу, что при достаточно большой ее величине обеспечит постоянное касание звеньев 2, 3 по двум сторонам зуба (рис. 4.5б). Такое прижатие исключит ситуацию, угрожающую «выпадением» спутника.

Помимо центробежной силы  $F_{cc}$ , на спутник в положениях *b* и *g* действуют инерционные силы  $F_k=0,8F_{cc}$  и  $F_j=0,1F_{cc}$ . Благоприятным обстоятельством является то, что сила Кориолиса  $F_k$  в положениях *b*, *g* противодействует силе  $P_p$  давления среды. Сила  $F_j$ , вызванная инерцией спутника во вращении вокруг собственной оси, в положении *b* увеличивает давление среды на зуб спутника,

взаимодействующий с эпициклом, но она сравнительно невелика (рис. 4.5б). В положении  $g$  сила  $F_j$ , наоборот, уменьшает давление на зуб, поэтому положение  $g$  теоретически менее опасно.

Рассчитаем, какими должны быть силы инерции, чтобы «обезопасить» зацепление сателлита с эпициклом, обеспечив двухточечный контакт зубьев в положениях  $b$  и  $g$ . В проекции сил на ось  $O_1O_2$  соответствующее уравнение равновесия сателлита имеет вид:

$$\left( \frac{P_p - F_k^p}{2} + F_j \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - \left( \frac{P_p - F_k^p}{2} - F_j \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 - F_{cc}^p = 0, \quad (4.23)$$

где  $F_{cc}^p$  – проекция силы  $F_c$  на ось  $O_1O_2$ , а  $F_k^p$  проекция силы  $F_k$  на ось перпендикулярную  $O_1O_2$ .

Из уравнения (4.23) следует найти расчетную силу инерции  $F_{cc}$ . При характерных значениях  $k_H = 0,1$ ;  $G^* = 4$ ;  $r_3/r_0 = 0,1$  приближенно считаем  $F_{cc}^p = F_{cc}$ ;  $F_k^p = F_k = 0,8F_{cc}$ ; а малой величиной  $F_j$  пренебрегаем

$$F_{cc} = \frac{P_p \cdot (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)}{2 + 0,8(\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1)}. \quad (4.24)$$

В примере, при  $\alpha_1 = 37^\circ$ ,  $\alpha_2 = 50^\circ$  – параметр  $F_{cc} = 0,19 \cdot P_p$ , или округленно:

$$F_{cc} = 0,2 \cdot P_p. \quad (4.25)$$

Данное соотношение является количественным условием, при котором увеличенный угол зацепления в паре сателлит-эпицикл не угрожает работе конкретного ПРМ, рассматриваемого в примере. Однако принятые в примере значения параметров типичны для схем 1-1 и 2-2, а диапазон варьирования этих параметров не столь широк. Поэтому, на первых этапах проектирования для ориентировочной оценки условий работы всех ПРМ с выстоями сателлитов будем использовать приближенное соотношение (4.25).

В инженерных расчетах можно непосредственно применять выражение (4.25), помня о том, что  $F_{cc}$  – это центробежная сила инерции, действующая на сателлит, находящийся на среднем радиусе  $r_0$  своей траектории, а  $P_p$  – сила

давления среды на спутник. А можно преобразовать соотношение (4.25) к форме, содержащей конструктивные параметры ПРМ:

$$r_0 \cdot \omega_h^2 \cdot m = 0.2 p \cdot b \cdot d_c, \quad (4.26)$$

где  $m$  – масса спутника;

$p$  – давление среды;

$b$  – длина спутника;

$d_c$  – делительный диаметр спутника.

С учетом того, что в планетарном механизме с одинаковым числом зубьев солнечной шестерни и эпицикла ( $Z_1=Z_2$ ), угловая скорость водила в два раза меньше угловой скорости ротора ( $\omega_h = 0,5\omega_1$ ) получаем расчетную формулу:

$$\omega_1 \geq \sqrt{\frac{0,8 p b d_c}{r_0 \cdot m}}. \quad (4.27)$$

Или для спутника, выполненного в виде однородного плоского диска, имеющего плотность  $\rho$ :

$$\omega_1 \geq \sqrt{\frac{5 p}{r_0^2 \cdot \rho}}. \quad (4.28)$$

Рассмотрим примеры. Если ПРМ используется в качестве вакуумного насоса, то максимальное давление среды не превысит 1 атм., т.е. 0,1 МПа. Пусть средний радиус траектории спутников  $r_0 = 0,1$  м, а материал спутника – пластик (например, капролон,  $\rho = 1100$  кг/м<sup>3</sup>). Угловая скорость ротора составит  $\omega_1 = 215$  с<sup>-1</sup>. Если спутник изготовлен из стали ( $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>), то для вакуумного насоса тех же размеров потребуется угловая скорость ротора  $\omega_1 = 82$  с<sup>-1</sup>. Для компрессора со стальными спутниками, обеспечивающего давление 10 атм., (1 МПа), потребуется угловая скорость ротора  $\omega_1 = 260$  с<sup>-1</sup>.

Таким образом в схемах М=N инерционные силы, действующие на спутник, увеличивают структурную устойчивость и, в конечном счете, надежность работы механизма ПРМ.

### Заключение по четвертой главе

ПРМ с выстоями сателлитов – это ранее не изученная разновидность машин, достоинством которой являются уменьшенные остаточные объемы. Это повышает эффективность применения ПРМ в качестве вакуумного насоса или компрессора. Важно, что эффект «выстояев сателлитов» может быть реализован только в схемах ПРМ с одинаковым числом волн  $M=N$ , а значит в планетарных механизмах с одинаковым числом зубьев центральных колес  $Z_1 = Z_2$  внешнего и внутреннего зацепления. Методика геометрического расчета таких планетарных механизмов впервые рассмотрена в данной диссертационной работе.

Геометрическое проектирование ПРМ с выстоями, подобно прочим ПРМ, включает этапы: расчета исходного круглозвенного механизма; расчета некруглых звеньев; построения их профилей средствами системы трехмерного проектирования КОМПАС-3D. Особенность проектирования ПРМ с выстоями состоит в кусочном задании функции траектории центров сателлитов.

В ПРМ с выстоями сателлитов, предназначенных для работы с газовыми средами, в определенной фазе движения угол давления в паре сателлит-эпицикл достигает критических значений. Ситуация усугубляется тем, что при этом сателлит, выбирая зазоры в зацеплениях, стремится сместиться в сторону ротора, дополнительно ухудшая параметры зацепления с эпициклом. В работе изучена возможность предотвращения такого нежелательного смещения, за счет инерционных сил, действующих на сателлит.

С учетом фактора симметрии для практического использования в пневматических машинах целесообразно применять схемы ПРМ 2-2; 3-3 и 4-4.

## 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ НОВЫХ ПНЕВОМАШИН И ИТОГОВЫЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Эксперимент направлен на подтверждение положений, сформулированных в теоретической части. Он проводился на действующих моделях ПРМ [118; 119]. Некруглые зубчатые колеса выполнялись в виде пакета дисков, изготовленных методом лазерной резки листового материала из стали и пластика. В качестве испытательного стенда использовался токарно-винторезный станок 16К20 (рис. 5.1).



Рис. 5.1. Испытательный стенд

### 5.1. Испытание ПРМ с числами волн центральных колес, отличающихся на единицу ( $N-M=1$ ) в режиме вакуумного насоса

Экспериментальная модель (рис. 5.2) была выполнена по схеме 3-2 с параметрами:  $m = 1,5$ ;  $Z_1 = 46$ ;  $Z_2 = 69$ ;  $Z_3 = 10$ ;  $X_1 = 1,0$ ;  $X_2 = -0,039$ ;  $X_3 = 0,3$ . Расчетный коэффициент  $k_H=0,159$ . Каналы выполнены в солнечной шестерне (рис. 5.3). Центральные колеса были выполнены в виде пакета дисков из листового материала: полиамида-М толщиной 3 мм, либо стали 3 толщиной 2 мм с

использованием лазерных комплексов GCC Spirit LS60 и DW-1325 YAG650W. Сателлиты обработаны зубофрезерованием из полиамида-М и из стали 45.



Рис. 5.2. ПРМ 3-2



Рис. 5.3. Каналы в солнечной шестерне

### 5.1.1. Одноступенчатый вакуумный насос 3-2

В первом эксперименте ПРМ испытывалась в режиме одноступенчатого вакуумного насоса (рис. 5.4, 5.5). При работе насоса в рабочие камеры подавалось масло ВАПОР 50.





Рис. 5.4. Одноступенчатая ПРМ 3-2



Рис. 5.5. Испытание одноступенчатой ПРМ 3-2  
в режиме вакуумного насоса

Полученная в результате испытания зависимость степени разряжения (вакуума) от числа оборотов ротора (кривая 1) показана на рис. 5.6. Максимальный уровень вакуума  $\vartheta = 0,7$  был достигнут при оборотах  $n=1000$  об/мин.

Заметим, что расчетная величина вакуума  $\vartheta_p$  зависит от геометрической степени сжатия  $\varepsilon$ :

$$\vartheta_p = 1 - \frac{1}{\varepsilon}. \quad (5.1)$$

Для одноступенчатой ПРМ 3-2 коэффициент  $\varepsilon=4,7$  (глава 3), а расчетный вакуум  $\vartheta_p=0,78$ .

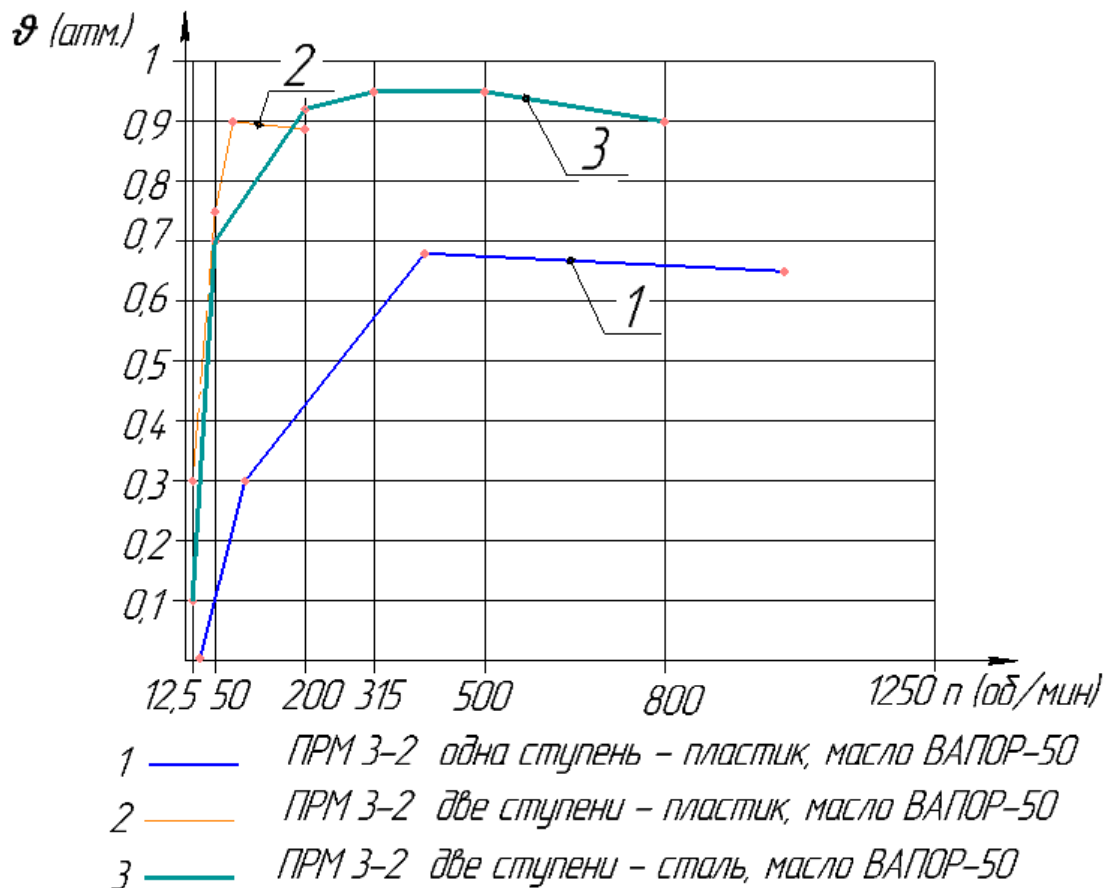


Рис. 5.6. Результаты испытаний ПРМ 3-2

Таким образом уровень вакуума, полученный экспериментально приблизительно на 10% ниже теоретического. Это объясняется наличием зазоров, обусловленных неточностями изготовления деталей, а также сравнительно малой площадью сечения каналов в ПРМ. Последнее обстоятельство в большей степени проявляется на высоких оборотах.

При длительной работе вакуумного насоса, все зубчатые звенья которого были изготовлены из пластика, наблюдалось нарастающее нагревание агрегата. Ротор расширился, в том числе, в осевом направлении, а за счет сил трения по его

торцам скорость нагревания увеличилась. Если этот процесс вовремя не прекратить, то происходит разрушение пластиковых деталей, в первую очередь сателлитов (рис. 5.7).



Рис. 5.7. Разрушение пластиковых деталей ПРМ вследствие перегрева

### 5.1.2. Двухступенчатый вакуумный насос 3-2

Для получения вакуума, соизмеримого с вакуумом, обеспечиваемым шибберными аналогами [39; 100], предлагается использовать двухступенчатую схему вакуумного насоса (рис. 5.9). Детали такого насоса показаны на (рис. 5.8а и 5.8б). Геометрические параметры зубчатых колес см. в предыдущем разделе 5.1.1.



а



б

Рис. 5.8. Детали двухступенчатой ПРМ 3-2: а – пластик б – металл



Рис. 5.9. Двухступенчатая ПРМ 3-2 с центральными зубчатыми колесами, выполненными из: а – пластик; б – сталь

Результаты испытаний показаны на рис. 5.6. Кривые 2 и 3, относящиеся к ПРМ с металлическими и пластиковыми зубчатыми колесами достаточно близки друг к другу. Максимальный уровень вакуума в двухступенчатой ПРМ 3-2 составил  $\vartheta=0,95$ . Таким образом применение двухступенчатой схемы вакуумного насоса ПРМ позволяет обеспечить с запасом уровень вакуума, широко используемого в технике.

## 5.2. Испытание ПРМ N=M с выстоями в режиме вакуумного насоса

Испытания проводились на ПРМ 1-1 и ПРМ 2-2 в режимах вакуумного насоса и компрессора.

### 5.2.1. Одноступенчатый вакуумный насос 1-1

Экспериментальная модель (рис. 5.10) была выполнена по схеме 1-1 с выстоями плавающих сателлитов при параметрах:  $m = 1,5$ ;  $Z_1 = 104$ ;  $Z_2 = 104$ ;  $Z_3 = 10$ ;  $X_1 = -0,9$ ;  $X_2 = 14,5$ ;  $X_3 = 0,4$ ;  $k_H = 0,0775$ ;  $\lambda_{\max} = 32^\circ$ . Расчетный коэффициент геометрической степени сжатия  $\varepsilon = 7,7$ . Каналы выполнены в торцевой стенке, жестко связанной с эпициклом. Центральные колеса изготавливались из листового

полиамида-М толщиной 3 мм. В эксперименте использовались сателлиты, выполненные как из полиамида-М, так и из стали (рис. 5.11). ПРМ 1-1 в сборе представлена на рис. 5.13.



Рис. 5.10. ПРМ 1-1 с выстоями



Рис. 5.11. Монолитные сателлиты



Рис. 5.12. ПРМ 1-1 на испытательном стенде

Результаты испытаний одноступенчатого вакуумного насоса, выполненного по схеме 1-1, показаны на рис. 5.13 (кривые 1 и 2). При смазке более вязким маслом ВАПОР-50 (кривая 1) полученный максимальный уровень вакуума  $\vartheta=0,78$  был несколько выше, чем уровень вакуума, полученный при смазке ИСП-40 (кривая 2). На более вязком масле ВАПОР-50 максимум давления наблюдался при меньших оборотах ротора, чем на масле ИСП-40. Последующее снижение давления можно объяснить недостаточной площадью сечения выходных каналов (см. табл. 3.1) и уменьшением вязкости масла в результате более интенсивного нагревания.

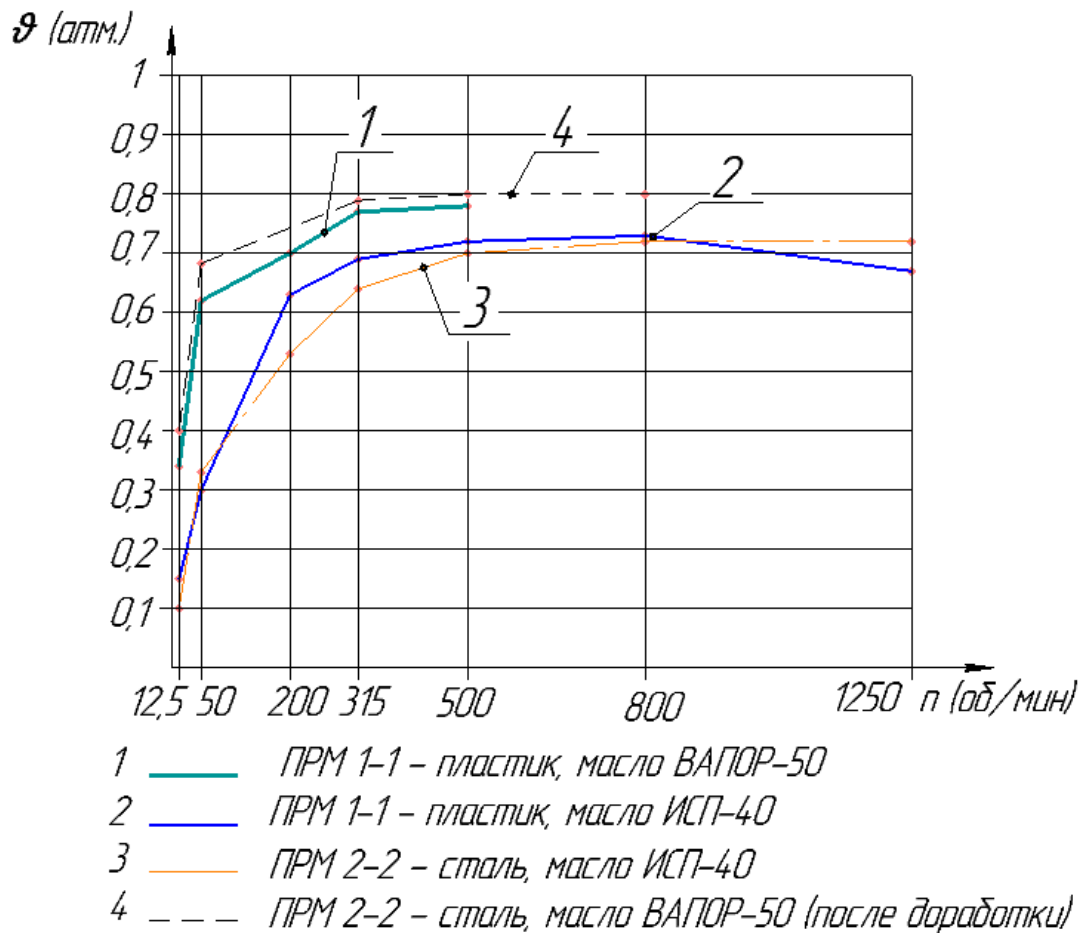


Рис. 5.13. Результаты испытаний вакуумных насосов на базе ПРМ М=N

### 5.2.2. Одноступенчатый вакуумный насос 2-2

ПРМ 2-2 с выстоями плавающих сателлитов. Геометрические параметры зубчатых колес см. в предыдущем разделе 5.2.1. Центральные колеса (рис. 5.14) этого насоса были выполнены в виде пакета стальных дисков из стали 3 толщиной

2 мм. Сателлиты – из стали 45. Торцы стальных сателлитов предварительно залудили баббитом.



а

б

а – зубчатые звенья; б – внешний вид ПРМ

Рис. 5.14. ПРМ 2-2

В первом испытании ротор и статор были составлены из «свободных» дисков непосредственно после лазерной резки. Смазка осуществлялась маслом ИСП-40. Результат испытания показан на рис. 5.13 – кривая 3. Максимальный полученный вакуум соизмерим с тем, который получен по схеме ПРМ 1-1 (кривая 2) при той же смазке ИСП-40.

Перед вторым испытанием были приняты меры по уменьшению зазоров. Диски статора (эпицикла) предварительно плотно стянули между собой и обварили. После чего статор в сборе проторцевали. Диски ротора стянули заклепками и проторцевали. Испытания проводили с маслом ВАПОР-50 – рис. 5.13, кривая 4. Максимальный уровень вакуума составил  $\vartheta=0,8$ , что приближается к расчетному значению  $\vartheta_p=0,84$  (при  $\varepsilon = 6,3$ ).

В целом испытания показали, что насосы, выполненные на базе ПРМ N=M, создают устойчивое разряжение уже при числе оборотов ротора  $n \geq 200$  об/мин. Как и ожидалось ПРМ 1-1 при прочих равных условиях дает более глубокий вакуум, чем ПРМ 2-2, за исключением зоны самых больших скоростей, при

которых воздух не успевает полностью выходить через меньшие сечения каналов в схеме 1-1. Увеличение вязкости масла улучшило герметичность рабочих камер, а материал, из которого были изготовлены некруглые ротор и статор, большого влияния на уровень вакуума не оказал. Тот факт, что вакуум, полученный экспериментально, оставался заметно ниже теоретического, говорит о важности повышения точности осевых размеров деталей ПРМ и снижения шероховатости поверхностей зубьев. В этом направлении ведется работа.

Сравнивая уровень вакуума, полученного в одноступенчатых схемах  $M=N$  и  $N-M=1$ , замечаем, что в соответствии с расчетным коэффициентом геометрической степени сжатия  $\varepsilon$  уровень вакуума в схемах  $M=N$  выше, чем в схемах  $N-M=1$ .

### 5.3. Испытание ПРМ 3-2 и ПРМ 2-2 в режиме компрессора

Модели ПРМ, работавшие в режиме вакуумного насоса, были испытаны также в режиме компрессора.

Смазка осуществлялась маслом ВАПОР-50. Давление измерялось максимальное, при полностью закрытом дросселе. Результаты испытаний представлены на рис. 5.15.

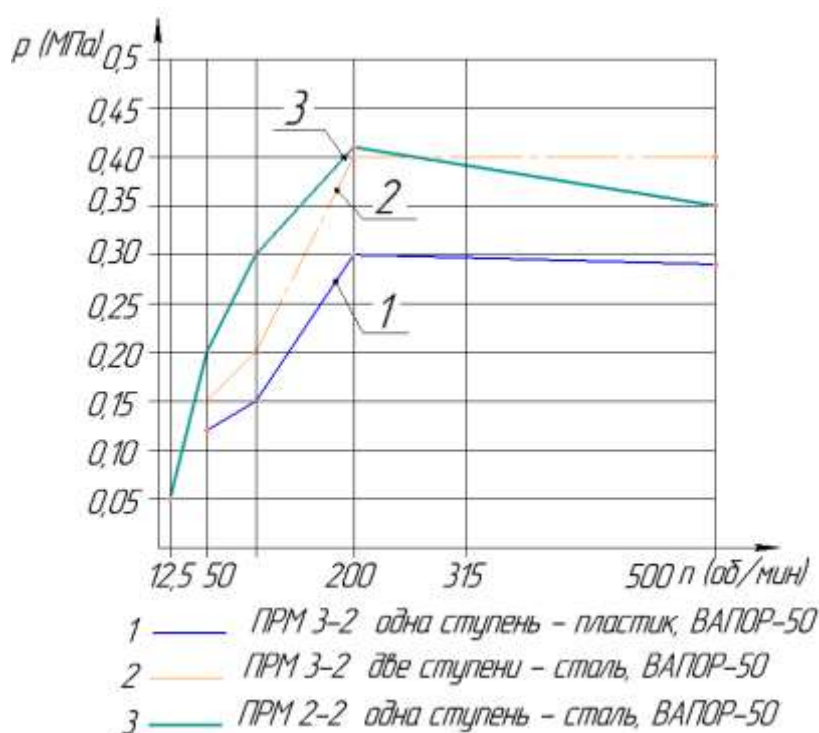


Рис. 5.15. Результаты испытания ПРМ в режиме компрессора



Одноступенчатая (рис. 5.4) и двухступенчатая ПРМ 3-2 (рис. 5.9), при испытании в режиме компрессора (рис. 5.15 кривые 1 и 2) показали максимальные давления  $p = 0,3$  МПа (3 атм.) и  $p = 0,4$  МПа (4,0 атм.), соответственно. Теоретическая степень сжатия в используемой одноступенчатой схеме ПРМ 3-2 составляет  $\varepsilon=4,7$ . В компрессоре 2-2 теоретическая (расчетная) степень сжатия составляет  $\varepsilon=6,3$ . В эксперименте, при стальных зубчатых колесах получено только давление  $p = 0,42$  МПа (4,2 атм.). То обстоятельство, что в случае компрессора экспериментальные значения давления более существенно отличаются от теоретических, чем в случае вакуумного насоса, объясняется большей абсолютной величиной давления среды, и соответственно, большим утечкам.

В целом эксперименты показали, что выполненная в диссертации геометрическая модификация планетарного механизма делает ПРМ более подходящими для использования в пневмомашин. Наблюдающаяся утечка среды связана, главным образом, с зазорами по торцам ротора и сателлитов. Необходимо повышать точность изготовления деталей ПРМ.

#### **5.4. Итоговый анализ полученных результатов**

Результаты мероприятий по улучшению технических характеристик ПРМ, используемых в качестве пневмомашин представлены в таблице 5.1.

Главным итогом модификации геометрических параметров зубчатых колес ПРМ стало повышение геометрического коэффициента степени сжатия рабочей среды до  $\varepsilon=6,3$  и более в схемах с  $N=M$  и  $\varepsilon=5..6$  – в схемах  $N-M=1$ .

Выполнение подводящих каналов в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни в схемах  $N-M=1$  позволило увеличить площадь сечения этих каналов более чем в два раза, по сравнению с каналами в торцовых стенках эпициклического колеса. Каналы в торце солнечной шестерни, как показано в работе В.В. Смирнова [108], имеют большее сечение, но конструктивная реализация таких схем неоправданно сложна и практически неприемлема.

Характеристики ПРМ до (в скобках) и после модификации зубчатых венцов  
центральных колес

Группы	Схемы	Симметрия	Пульсация $\Delta_{QN}   \Delta_{QM}, \%$	Относительная производитель- ность $W'_\Sigma$	Коэфф. $\varepsilon$	Коэфф. сечения каналов $K_{WS}$			
						$\psi_{bd} = 0,1$	$\psi_{bd} = 0,25$	$\psi_{bd} = 0,4$	Цилиндр «М»
N-M=2	6-4	«+»	7	0,62	2,5	0,25	0,62	0,99	0
N-M=1	3-2	«-»	7   17	0,65 (0,62)	4,7 (3,9)	3,48	8,7	14,0	2,95 [Z <sub>2</sub> =60]
	4-3	«-»	4   7	0,78 (0,69)	5,74 (4,05)	1,55	3,9	6,2	2,05 [Z <sub>2</sub> =80]
	5-4	«-»	3   4	0,95 (0,74)	5,9 (4,15)	1,16	2,9	4,6	1,87 [Z <sub>2</sub> =100]
N-M=0	1-1	«-»	50	0,24 (0,19)	7,7 (3,2)	3,3	8,3	13,3	0
	2-2	«+»	50	0,42 (0,38)	6,3 (3,5)	2,0	5,0	8,0	0
	3-3	«+»	50	0,6 (0,57)	5,5 (3,75)	1,16	2,9	4,64	0
	4-4	«+»	50	0,8 (0,76)	5,0 (3,9)	0,84	2,1	3,36	0
	5-5	«+»	50	1,0 (0,95)	4,5 (4,1)	0,64	1,6	2,56	0

Сравнивая ПРМ между собой, приходим к выводу, что схемы N-M =2 не подходят для пневмомашин из-за низкой степени сжатия. В группе N-M=1

преимуществом схемы 3-2 являются минимальные радиальные габариты, однако по другим показателям (степень сжатия  $\varepsilon$  и размеры каналов  $K_{WS}$ ) схемы 4-3 и 5-4 предпочтительнее. Общим недостатком схем  $M-N=1$  является отсутствие симметрии приложения сил. В группе  $M-N=0$  схема 1-1 «отпадает» из-за малого сечения подводющих каналов и отсутствия симметрии.

Универсального ответа на вопрос какие из прошедших отбор схем ПРМ, нужно использовать в пневмомашинах, пока нет – все зависит от конкретных требований. В компрессорах, где достаточно большие давления рабочей среды, предпочтение следует отдать симметричным схемам ПРМ  $N=M$ : 2-2; 3-3; 4-4; 5-5. В насосах для получения низкого (технического) вакуума давления среды минимальные, поэтому можно использовать несимметричные схемы 3-2, 4-3, 5-4. В пневмодвигателях важна минимальная пульсация, ею обладают схемы 3-2, 4-3, 5-4.

Для того, чтобы выйти на уровень промышленных образцов пневмомашин, еще предстоит решить ряд задач:

1. Снижение утечек рабочей среды. Это будет достигаться следующими способами: а) за счет повышения точности осевых размеров деталей ПРМ, б) за счет применения дополнительных конструктивных элементов на торцах сателлитов и ротора, в) за счет дополнительной обработки рабочих поверхностей зубьев.

2. Повышение степени сжатия рабочей среды, достигнутое в результате выполнения данной работы для компрессоров недостаточно. В компрессорах на базе ПРМ необходимо применение большего числа ступеней, чем у существующих аналогов (поршневых, винтовых). Однако, это существенно не увеличивает габариты и не усложняет конструкцию изделия. Прорабатываются конструктивные решения с использованием золотников для рекуперации (возвращения) энергии сжатого газа, остающегося во вредных пространствах рабочих камер компрессора.

3. Полимерные материалы будут применяться только в пневмодвигателях, и в кратковременно работающих вакуумных насосах, где не происходит существенного нагревания деталей ПРМ.

Совместно с предприятием АО «Курганавторемонт», применительно к потребностям геологоразведочных работ, проектируется компрессор на давление 10-15 атм. производительностью 6-9 м<sup>3</sup>/мин. Для этого планируется использовать трехступенчатую схему ПРМ 4-4. В проектируемом совместно с предприятием ООО «Вездеходы «Бурлак» бортового компрессора, предполагается использовать ПРМ 5-4.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Уточнен метод геометрического проектирования некруглых зубчатых колес ПРМ. Присутствующая в известном методе погрешность, вызываемая независимым построением контуров зубчатых венцов двух центральных колес, полностью устранена путем перехода в единую систему отсчета, связанную с мнимым водилом. Скорректирована соответствующая методика геометрического расчета.
2. Разработан алгоритм геометрического расчета круглозвенных планетарных механизмов с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления, в котором расчетные формулы применены в новом порядке (отличающимся от ГОСТ 16532-70 и ГОСТ 19274-73). Особенностью таких планетарных механизмов являются большие положительные смещения  $X_2=10..15$  для центрального колеса с внутренними зубьями.
3. Предложено новое техническое решение – «выстои» сателлитов, позволяющее увеличить геометрическую степень сжатия в ПРМ с  $\varepsilon=3,2-3,9$  до значений  $\varepsilon=5,0-7,7$ . Разработана соответствующая методика геометрического расчета ПРМ, в которой применено «кусочное» задание функции, описывающей центровую траекторию сателлитов.
4. Разработаны конструкции ПРМ  $N-M=1$  с подводщими каналами в цилиндрической зубчатой поверхности солнечной шестерни, дана соответствующая расчетная методика. Это позволило увеличить сечение каналов от 2 до 10 раз. Предложен единый безразмерный критерий оценки относительных размеров каналов ПРМ.
5. Проведен анализ действующих на сателлиты ПРМ инерционных сил: центробежная  $F_c$ , относительная радиальная  $F_r$ , кориолисова  $F_k$ , инерционный момент  $M_j$ . При достаточно больших давлениях, свойственных гидравлическим машинам, этими силами можно пренебречь. В пневматических ПРМ с одинаковым числом волн центральных колес ( $M=N$ ) силы инерции, улучшают структурную устойчивость и, соответственно, надежность механизма.
6. Разработаны конструкции и испытаны модельные образцы пневматических ПРМ (вакуумный насос, компрессор) на базе  $M-N=1$  и  $M=N$  с «выстоями».

Испытания подтвердили корректность разработанных методик геометрического проектирования ПРМ.

7. На основании выполненных расчетов и экспериментов даны рекомендации о предпочтительности использования схем ПРМ  $N=M$  (2-2, 3-3, 4-4) в компрессорах. При этом компрессор должен иметь не менее двух ступеней. Схемы ПРМ  $N-M = 1$  (4-3 и 5-4) целесообразно использовать в пневмодвигателях и насосах для получения низкого вакуума.

8. Предложенные в результате исследования конструкции компрессора приняты к доработке и внедрению на предприятиях АО «Курганавторемонт» и ООО «Вездеходы «Бурлак».

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Biing-Wen Bair Computerized tooth profile generation of elliptical gears manufactured by shaper cutters / Biing-Wen Bair // Journal of Materials Processing Technology, 2002. № 122. P. 139–147.
2. Bloch, H.P. Reciprocating Compressors: operation and maintenance / H.P.Bloch,J.J.Hoefner // Gulf Professional Publishing. – 2013.
3. Busack U., Schmidt K. Auf statistik basierende methoden reduzieren den aufwand fur versuch senkerodieren // Maschinenmark. V. 101. 1995. № 15. S. 42-47.
4. Chao Lin. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train / Chao Lin, Xiguang Xia and Peilu Li // Advances in Mechanical Engineering, 2018.Vol. 10, №12, P. 1–12.
5. Christian Wittrisch, Henri Cholet. Progressing Cavity Pumps: Oil Well Production Artificial Lift., Editions Technip, 2012, 219 pages (English).
6. Danieli G.A. New developments in variable radius gears using constant pressure angle teeth / G.A. Danieli, D Mundo // Mechanism and Machine Theory, 2005. №40. P. 203–217.
7. Doric J. One approach for modelling intermittent notion mechanism with noncircular gears / J. Doric, I Klinar, M Doric // Machine design, 2011. Vol. 3, No. 2. P. 121-126.
8. G.Yu. Volkov Calculation of the efficiency of the planetary gear K-V-V without a carrier / G.Yu. Volkov, D.V. Fadyushin and M.A. Mirchuk // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 734 (2020) 012057 doi:10.1088/1757-899X/734/1/0120572
9. G.Yu. Volkov Estimation and ways of mechanical efficiency upgrading of planetary rotary hydraulic machines. / G.Yu. Volkov, V.V. Smirnov and M.A. Mirchuk// IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 709 (2020) 022055 doi:10.1088/1757-899X/709/2/022055
10. G.Yu. Volkov Improvement of the method of geometric design of gear segments of a planetary rotary hydraulic machine. / G.Yu. Volkov, D.V. Fadyushin //

Journal of Physics: Conference Series 1889 (2021) 042052 doi:10.1088/1742-6596/1889/4/042052.

11. G.Yu. Volkov, D.A. Kurasov, M.V. Gorbunov Geometric Synthesis of the Planetary Mechanism for a Rotary Hydraulic Machine Russian Engineering Research, 2018 Vol. 38, no. 1. pp. 1–6.

12. Hasse T. Über die vielfältigen Möglichkeiten, unrunde Zahnräder für typische Getriebeaufgaben der Technik optimal auszulegen. [Электронный ресурс] / Т. Hasse – Режим доступа: [http://www.optimasimula.de/downloads/moeglichkeiten\\_unrundraeder.pdf](http://www.optimasimula.de/downloads/moeglichkeiten_unrundraeder.pdf) (дата обращения: 2.12.2019).

13. JianGang Li Numerical computing method of noncircular gear tooth profiles generated by shaper cutters / JianGang Li, XuTang Wu, ShiMin Mao // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007. Vol. 33. Issue 11–12. P. 1098–1105.

14. Karassik I.J. Pump Handbook / I.J. Karassik [etc]. – Printed in the United States of America, New York, 2001. 1789 p.

15. Laczik B. Design and Manufacturing of Non-Circular Gears by Given Transfer Function [Электронный ресурс] / В Laczik. – Режим доступа: <http://www.hexagon.de/pdf/noncgear.pdf> (дата обращения: 26.11.2019).

16. Laczik B. Design of Profile of the Non-Circular Gears [Электронный ресурс] / В. Laczik – Режим доступа: <https://ru.scribd.com/document/379891740/Book-Abt-Gears-2> (дата обращения: 26.11.2019).

17. Lev Nelik, Jim Brennan. Gulf Pump Guides: Progressing Cavity Pumps, Downhole Pumps and Mudmotors., Elsevier, 2013, 214 pages (English)

18. Litvin F.L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory / F.L. Litvin, A. Fuentes. – second edition, Cambridge university press, New York, 2004. 800 p.

19. Lozzi A. Non-circular gears--graphic generation of involutes and base outlines/ A. Lozzi // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2000; 214:411. P. 411 – 422. doi: 10.1243/0954406001523074.



20. Marius V and Laurenția A Technologies for Non-Circular Gear Generation and Manufacture The Annals “DUNĂREA DE JOS” of galați, fascicle V, technologies in machine building, 2010 pp 167–172.
21. Mircea Niculescu, Laurenția Andrei Meshing analysis in case of noncircular gears designed for the nails forming kinematics optimization The Annals of “Dunărea de jos” university of galați fascicle v, technologies in machinebuilding, 2016 pp. 51–58.
22. Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears / D Mundo // Mechanism and Machine Theory, 2006. № 41. P. 456–472.
23. Mundo D. Use of the Non-Circular Gear in Pressing Machine Driving Systems. / D Mundo, G.A. Danieli // In: IASME Transactions I, 2004. No. 1. P. 7-11.
24. Parambath J. Industrial hydraulic systems: theory and practice / J. Parambath – Universal-publisher, Boca Raton, Florida, 2016. 627 p.
25. Shinn-Liang Chang Mathematical model and undercutting analysis of elliptical gears generated by rack cutters / Shinn-Liang Chang, Chung-Biau Tsay, Long-Iong Wu. // Mech. Math. Theory, 1996. Vol. 31, No. 7. P. 879-890.
26. V.V. Smirnov Computation and structural methods to expand feed channels in planetary hydraulic machines. / V.V. Smirnov, G.U. Volkov // Journal of Physics: Conference Series 1210, 012131 – 2019.
27. Volkov G. Systematization and comparative scheme analysis of mechanisms of planetary rotary hydraulic machines. / G. Volkov, V. Smirnov // MATEC Web of Conferences. ICMTMTE 2018 – 2018. vol. 224. no. 02083.
28. William C. Smith The math of noncircular gearing / William C. Smith – Gear Technology, 2000. P. 18-21.
29. Zarebski I. Designing of non-circular gears / I. Zarebski, T. Salacinski // The archive of mechanical engineering, 2008. Vol. LV. Number 3. P. 275–292.
30. Аксиальный поршневой насос. Серия PV. [Электронный ресурс] / Каталог Parker – Режим доступа: [https://www.everest-74.ru/\\_files/motor/\\_PV\\_45.pdf](https://www.everest-74.ru/_files/motor/_PV_45.pdf) (дата обращения: 11.11.2020).

31. Ан И-Кан Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин: дис. ... д-ра техн. наук. Томск, 2001. – 236 с.
32. Ан И-Кан, Беляев А.Е. Нарезание некруглых колес // Теория и практика зубчатых передач. Труды международной конференции. Ижевск: ИжГТУ, 1998. С. 369-372.
33. Ан И-Кан. Геометрический расчет роторной гидромашины с некруглыми солнечными колесами и плавающими сателлитами// Вестник машиностроения. 2000. №9. С. 22–24.
34. Ан И-Кан. Синтез центроид планетарной передачи с некруглыми колесами// Механика и машиностроение. Сборник трудов. Томск: ТПУ, 2000. С. 288–290.
35. Ан И-Кан. Технология изготовления замкнутых некруглых колес // Механика и машиностроение. Сборник трудов. Томск: ТПУ, 2000. С. 290-294.
36. Балденко Д. Ф. Одновинтовые гидравлические машины: [в 2 Т.]/ Д. Ф. Балденко, Ф. Д. Балденко, А. Н. Гноевых // М., «ИРЦ Газпром». 2005. – Т.1, 488 с.
37. Башта Т.М. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов / Т.М. Башта [и др]. – 4-е изд. – М: «Издательский дом Альянс», 2010. – 423 с.
38. Болотовский И.А. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / под ред. И. А. Болотовского. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.
39. Вакуумная система с шибберным насосом [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://helpiks.org/7-54005.html> (дата обращения: 13.08.2021).
40. Вакуумные насосы Рутса. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://pvsystems.ru/pfeiffer/rutsa> (дата обращения: 14.08.2021).
41. Волков Г. Ю. Геометрический расчет планетарного механизма с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления / Г.Ю. Волков, Д.В. Фадюшин // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2020. № 3. С. 27 – 31.

42. Волков Г.Ю. Динамические условия повышения структурной устойчивости рабочего механизма планетарно-роторной гидромашины / Г.Ю. Волков, Д.В. Фадюшин // Справочник. Инженерный журнал с приложением. Москва. – 2020. № 10. С 33-39.

43. Волков Г.Ю. Инженерный метод геометрического синтеза планетарного механизма роторной гидромашины / Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов, М.В. Горбунов // Научно-технический и производственный журнал «Вестник машиностроения». – Москва: Изд-во «Инновационное машиностроение», 2017. № 10. С. 10–15.

44. Волков Г.Ю. Классификация схем объемных гидромашин по типам плоских кинематических цепей, ограничивающих их рабочие камеры / Г.Ю. Волков, В.В. Смирнов // Научно-технический и производственный журнал «Вестник машиностроения». – Москва: Изд-во «Инновационное машиностроение», 2021. № 1 – С. 20-27.

45. Волков Г.Ю. Особенности геометрического проектирования планетарных роторных гидромашин с выстоями сателлитов / Г.Ю. Волков, Д.В. Фадюшин // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2020. Том 21. № 10 – С. 472–478.

46. Волков Г.Ю. Планетарная передача типа К-V-V / Г.Ю. Волков, С.В. Колмаков, Д.В. Фадюшин // Вестник Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова. Ижевск. – 2017. № 1 (20). С. 45-49.

47. Волков Г.Ю. Повышение производительности планетарных роторных гидромашин путем последовательной сборки однотипных секций / Г.Ю. Волков, В.В. Смирнов // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2018. № 5. С. 195-200.

48. Волков Г.Ю. Пути снижения остаточных объемов в планетарных роторных гидромашинах с плавающими сателлитами / Г.Ю. Волков, В.В. Смирнов, Д.В. Фадюшин // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2020. № 02 – С. 86–90.

49. Волков Г.Ю. Расчет относительной производительности планетарных роторных гидромашин / Г.Ю. Волков В.В. Смирнов, М.В. Горбунов // Вестник Курганского государственного университета. Курган. – 2017. – №2 . – С. 28-31.

50. Волков Г.Ю. Синтез центроид планетарных роторных гидромашин по заданному углу «невыпадения» сателлитов / Г.Ю. Волков В.В. Смирнов // Справочник. Инженерный журнал. – Москва: ООО Издательский дом «Спектр» 2018. № 4 (253) – С. 6–11.

51. Волков Г.Ю. Методика геометрического расчета и профилирования зубчатых венцов планетарной роторной гидромашин / Г.Ю. Волков, В.В. Смирнов, М.В. Горбунов // Справочник. Инженерный журнал. Москва. – 2018. № 9 (258). С. 32–37.

52. Горбунов М.В. Выявление оптимального числа волн планетарной роторной гидромашин по критерию производительности / М.В. Горбунов, В.В. Смирнов // Вестник Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова. Ижевск. – 2017.№ 2 (20). С. 35-37.

53. ГОСТ 17398-72. Насосы. Термины и определения. М., 1973. 35 с.

54. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М., 1989. 129 с.

55. Дороговцев А. Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении. Киев. :Факт, 2004. 560 с.

56. Дорошко С.М. Газотурбинные двигатели гражданской авиации: Уч. пособие/ С.М. Дорошко, А.С. Глазков; Университет ГА. – Санкт-Петербург, 2018. – 228 с.

57. Европейский комитет по гидроэнергетике СЕТОР. [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://www.cetop.org/wp-content/uploads/Directory/CETOP\\_Directory\\_2019-20\\_HighRes.pdf](https://www.cetop.org/wp-content/uploads/Directory/CETOP_Directory_2019-20_HighRes.pdf) (дата обращения: 02.08.2021).

58. Калекин В.С. Гидравлика и теплотехника : учеб. пособие / В.С. Калекин, С.Н. Михайлец // Омск : Изд-во ОмГТУ, 2007. 320 с.

59. Каталог продукции ООО «АксесГидро». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://accesshydro.ru/upload/iblock/abe/abe670a1f204aac8c249da6701b6655f.pdf> (дата обращения: 11.11.2020).

60. Киреев С.О. Расчет параметров зубьев для изготовления овалный шестерен / С.О. Киреев, Ю.В. Ершов, Н.А. Падалко // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Технические науки № 1, 2010. С. 76-78.

61. Кудрявцев В. Н. Детали машин : учебник для машиностроит. спец. вузов / В. Н. Кудрявцев. - Л. : Машиностроение : Ленингр. отд-ние, 1980. - 464 с.

62. Левин В.И. Профессии сжатого воздуха и вакуума. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.: ил.

63. Лепешкин А.В. Гидравлические и пневматические системы: Учебник для сред. проф. образования / А.В, Лепешкин, А.А. Михайлин; Под ред. Ю.А. Беленкова. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 336 с.

64. Литвин Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса / Ф.Л. Литвин. – изд. МАШГИЗ, Москва-Ленинград, 1956. 218 с.

65. Маникаев А.Ф. Использование методов компьютерного моделирования для разработки профилей рабочих органов винтового однороторного компрессора / А. Ф. Маникаев, В. А. Пронин, Д. В. Жигновская, Ю. Л. Кузнецов. // Вестник Международной академии холода. 2018. № 1. С. 61–66.

66. Насосные агрегаты высокого давления компания «Креолайн». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://kreoline.ru/o-kompanii.html> (дата обращения: 12.08.2021).

67. Насосы и аппараты высокого давления компания «Interpump Group» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://interpump-group.ru/o-kompanii> (дата обращения: 12.08.2021).

68. Официальный сайт завода HYDROMECH. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://hydromechsa.pl/pl> (дата обращения: 28.11.2019).

69. Официальный сайт компании «Гидромашина» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://gidromashina.ru> (дата обращения: 13.08.2021).

70. Официальный сайт компании ERSTEVAK Ltd. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://erstvak.com> (дата обращения: 14.08.2021).

71. Официальный сайт компании ООО «Завод Профессиональных Конструкторских Решений» (Завод «ПКР»). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://zavodpkr.ru/price> (дата обращения: 5.10.2020).

72. Официальный сайт компании ООО «Новаметалл Трейд». [Электронный ресурс] – Режим доступа: [https://novametcom.ru/uslugi/rezka\\_metalla\\_elektroerozionnaya-rezka](https://novametcom.ru/uslugi/rezka_metalla_elektroerozionnaya-rezka) (дата обращения: 5.10.2020).

73. Официальный сайт компании ООО «Промекс». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://promexcut.ru/gidroabrazivnaya-rezka> (дата обращения: 5.10.2020).

74. Официальный сайт компании ООО «ТСК Индустрия». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://tskcorp.ru/metalloobrabotka/electroerozionnaya/> (дата обращения: 5.10.2020).

75. Официальный сайт ПАО «Пневмостроймашина». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.psm-hydraulics.ru> (дата обращения: 03.08.2021).

76. Официальный сайт производственного предприятия «Риваль Лазер». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.rival-laser.ru/service/lazernaya-rezka/kurgan> (дата обращения: 5.10.2020).

77. Падалко А.П. Зубчатая передача с некруглым колесом / А.П. Падалко, Н.А. Падалко // Теория Механизмов и Машин. 2013. № 2. Том 11. С. 89–96.

78. Падалко Н.А. Компьютерное моделирование процесса нарезания некруглых зубчатых колес / Н.А. Падалко // Известия ВУЗов. Северно-кавказский регион. Технические науки. 2003. № 1. С. 62–64.

79. Пат. 140085 РФ МПК В24В39/00. Индентор для выглаживателя(варианты). / Давыдова М.В., Михалев А.М., Маслов Д.А., Фадюшин Д.В. – 2013122914; заявл. 17.05.2013; опубл. 27.04.2014, Бюл. №12.

80. Пат. 198868 РФ МПК F04C2/08, СПК F04C2/084. Вакуумный насос. / Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. – №2020106893; заявл. 13.02.2020; опубл. 30.07.2020, Бюл. №22

81. Пат. 2746939 РФ МПК F01C1/14, F04C18/14, F04C25/02. Планетарная роторная объемная машина. / Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. – 2020106688; заявл. 13.02.2020; опубл. 22.04.2021, Бюл. №12.

82. Пат. CN 1077244 Китай, МПК F01C 1/113; F03C 2/08. Hydraulic motor for non-circular epicyclic train / Jian Dong Xutang Wu – № 20081098077; заявл. 26.05.2008; опубл. 23.03.2011; – 38 с.

83. Пат. CN 1563674 Китай, МПК F01C 1/113; F03C 2/00; F04C 2/113. Noncircular gear planetary gear train hydraulic motor / Wu Xutang, Pan Feng, Chen Guoqiang – № CN2004129618; заявл. 29.03.2004; опубл. 12.01.2005; – 12 с.

84. Пат. CN 2069495 Китай, МПК F04C 2/113. Non-circular gear planet variable capacity hydraulic device / Shubo Wang, Jinhai Huo, Qiuli Zhao – № 19902008663U; заявл. 11.06.1990; опубл. 16.01.1991; – 18 с.

85. Пат. DE 3542913 Германия, МПК F01C 1/10; F03C 2/08. Umlaufnockenmotor, insbesondere als hydraulischer motor / Sieniawski Bohdan, Potulski Jerzy, Sieniawski Dariusz – DE19853542913; заявл. 04.12.1985; опубл. 10.07.1986; – 10 с.

86. Пат. GB 1158638 Великобритания: МПК F01C 1/04, G01f 1/00. Rotary positive-displacement fluid-driven, motors, fluid pumps, meters or the like / Halliwell John Arthur, Turnbull David Eric; Read Alec George. – № GB19660038542; заявл. 27.08.1966; опубл. 16.07.1969. – 10 с.

87. Пат. RU 144306 РФ, МПК F04C 2/08; F04C 2/14. Роторная гидромашина / Волков Г.Ю., Курасов Д.А. – № RU20140113740U; заявл. 8.04.2014; опубл. 20.08.2014. Бюл. № 23; – 20 с.

88. Пат. RU 2137943 РФ, МПК F04C 2/08. Роторная гидромашина / Ан И-Кан – № RU19980115670; заявл. 17.08.1998; опубл. 20.09.1999; – 5 с.

89. Пат. RU 2149281 РФ, МПК F04C 2/08. Роторная гидромашина / Ан И-Кан – № 19980120533; заявл. 13.11.1998; опубл. 20.05.2000; – 5 с.

90. Пат. RU 2513057 РФ, МПК F04C 2/08; F04C 2/14 Роторная гидромашина / Волков Г.Ю. – № RU20120129487; заявл. 11.07.2012; опубл. 20.04.2014. Бюл. № 11; – 14 с.

91. Пат. RU 2518213 РФ, МПК B23F 17/00, B23K 26/38 Способ изготовления прямозубого цилиндрического зубчатого колеса / Учаев П.Н., Райник М.В. – № RU2012130443/02; заявл. 17.07.2012; опубл. 10.06.2014. Бюл. № 16; – 5 с.

92. Пат. RU 2617887 РФ, МПК F16H 1/28, F16H 1/46. Зубчатая безводильная планетарная передача / Волков Г.Ю., Колмаков С.В. – № RU2016113923; заявл. 11.04.2016; опубл. 28.04.2017. Бюл. № 13; – 19 с.

93. Пат. RU 2686432 РФ, МПК F01C 1/14; F04C 2/14. Роторная гидромашина / Волков Г.Ю. – №2017143717; заявл. 13.12.2017; опубл. 25.04.2019. Бюл. № 12; – 21 с.

94. Пат. SU 1403993 СССР, МПК F03C 2/22. Планетарно-кулачковый двигатель / Богдан Синявски, Ежи Потульски, Дарюш Синявски – № 3991834; заявл. 23.12.1985; опубл. 15.06.1988; Бюл. № 22; – 3 с.

95. Пат. SU 861734 СССР: МПК F01C 2/06. Шестеренная гидромашина внутреннего зацепления / Костиков Н.И., Назаров И.И., Доронин Н.Ф. – № 2566490; заявл. 9.01.1978; опубл. 7.09.1981. Бюл. № 33; – 4 с.

96. Пат. US 1087735 США, МПК F01C 1/32. Rotary engine / Dock Herman – № UST1087735; заявл. 18.04.1913; опубл. 17.02.1914; – 7 с.

97. Пат. US 3852002 США, МПК F03C 2/08; F03C 2/22; F04C 18/10; F04C 2/10; F01C 1/42; F03C 3/00; F04C 1/16. Gyrating-cam engine, particularly as a hydraulic engine / Sieniawski B. – № US19720310077; заявл. 28.11.1972; опубл. 3.12.1974; – 5 с.

98. Пат. US 6230823 США, МПК E21B 4/02; F03C 2/08; F04B 47/08; F04C 2/14. Downhole motor / Dariusz Sieniawski. – № US19980185420; заявл. 3.11.1998; опубл. 15.05.2001; – 8 с.

99. Пат. WO 0166948: МПК F04C 2/10; F04C 2/08; F03C 2/08; F04C 2/22; F04C 2/08; F04C 2/10. A positive-displacement machine of gear type / Zhang Quan – № WO2001CN00315; заявл. 6.03.2000; опубл. 13.09.2001; – 21 с.



100. Пластинчатые (шиберные) пневмомоторы [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://lektsii.org/16-77641.html> (дата обращения: 13.08.2021).

101. Прохоров А.М. Физическая энциклопедия / А.М. Прохоров – Т. 5. – М.: Советская энциклопедия, 1998. – 691 с.

102. Райник М.В. Об изготовлении цилиндрических зубчатых колес лазером. Перспективное развитие науки, техники и технологий материалы II-ой Международной научно-практической конференции в 2-х томах / М.В. Райник– Курск: Изд-во Закрытое акционерное общество «Университетская книга», 2012. – С. 83–86.

103. Райник М.В. Особенности метода лазерного зубоформообразования. Вестник Воронежского государственного технического университета / М.В. Райник. – Воронеж: Изд-во Воронежский государственный технический университет Том 9, № 4, 2013. – С. 59–63.

104. Растворонасосы компания KSGidro [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ksgidro.ru/katalog/oborudovanie/rastvoronasosyi> (дата обращения: 13.08.2021).

105. Решетов Д.Н. Детали Машин: учебник для студентов машиностроительных и механических вузов / Д.Н. Решетов. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.

106. Родионов Л.В. Объемные гидромашины и гидропередачи [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие / Л.В. Родионов, В.Я. Свербилов // Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-тим. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые и граф. дан. (40,6 Мбайт). - Самара, 2011. URL: <http://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Obemnye-gidromashiny-i-gidroperedachi-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-54385> (дата обращения: 20.03.2019).

107. Ручная ленточная пила НРТ-95. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://hydromechsa.pl/pl/produkcja/mala-mechanizacja-narzedzia-dla-gornictwa/przecinarki-tasmowe/> (дата обращения: 28.11.2019).

108. Смирнов В.В. Обоснование выбора кинематических схем и совершенствование метода геометрического расчета механизмов планетарных роторных гидромашин с плавающими сателлитами: дис. ... кандидата техн. наук : 05.02.02 / Смирнов В.В. — Челябинск, 2021. — 181 с.

109. Смирнов В.В. Расчет и сравнительная оценка сечений каналов в торцовых стенках планетарных роторных гидромашин. / В.В. Смирнов // Справочник. Инженерный журнал. Москва. – 2018. № 6 (255). С. 15-20.

110. Схиртладзе А.Г. Гидравлические и пневматические системы: Учеб. для сред. проф. учеб. заведений/ А.Г. Схиртладзе, В.И. Иванов, В.Н. Кареев; Под ред. Ю.М. Соломенцева. – М.: Высш. шк., 2006. – 534 с.: ил.

111. Установка для ручного бурения скважин WH, H-WH1. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://hydromechsa.pl/pl/produkcja/mala-mechanizacja-narzedzia-dla-gornictwa/hydrauliczne-wiertarki-gornicze/> (дата обращения: 28.11.2019).

112. Учаев П.Н. О формообразовании венца цилиндрического зубчатого колеса лазером / П.Н. Учаев, М.В. Райник // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – Тула: Изд-во Тульский государственный университет №1, 2013. – С.166–171.

113. Учаев, П. Н. К вопросу изготовления цилиндрических зубчатых колес лазером / П. Н. Учаев, М. В. Райник // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. – 2013. – № 1. – С. 66-70.

114. Учаев, П. Н. О высокоэффективном методе зубоформообразования / П. Н. Учаев, М. В. Райник // Машиностроение - основа технологического развития России (ТМ-2013) : сборник научных статей V Международной научно-технической конференции, Курск, 22–24 мая 2013 года. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2013. – С. 448-452.

115. Фадюшин Д.В. Геометрические условия невыпадения сателлита безводильного планетарного механизма. / Д.В. Фадюшин, Г.Ю. Волков // Молодежь Зауралья III тысячелетию. Сборник тезисов докладов Региональной

научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Курган – 2019. С. 30–32.

116. Фадюшин Д.В. Методика геометрического проектирования некруглых зубчатых звеньев планетарной роторной гидромашины / Д.В. Фадюшин, Г.Ю. Волков // Вестник Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова. Ижевск. – 2021. Т. 24, № 2. С. 40-45.

117. Фадюшин Д.В. Подводящие каналы в планетарных роторных гидро- и пневмомашинах, с числами волн центральных колес, отличающимися на единицу / Д.В. Фадюшин, Г.Ю. Волков // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2021. Том 22, № 10 – С 438–444.

118. Фадюшин Д.В. Вакуумный насос на базе планетарного механизма с выступающими плавящими сателлитами. / Д.В. Фадюшин // Материалы Всероссийской научно-технической конференции, посвященной празднованию 120-летия машиностроения Курганской области. Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та – 2021. С. 92-95.

119. Фадюшин Д.В. Планетарные механизмы с плавающими сателлитами для вакуумных насосов. /Д.В. Фадюшин // Инженерное обеспечение в реализации социально-экономических и экологических программ АПК. Материалы Международной научно-практической конференции. – Курган : Изд-во Курганской государственной сельскохозяйственной академии им. Т.С. Мальцева – 2021. С. 89–92.

120. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://rosstat.gov.ru> (дата обращения: 30.07.2020).

121. Финкельштейн З.Л. Высокомоментные планетарные гидромоторы с плавающими сателлитами – путь создания малогабаритного горного оборудования / З.Л. Финкельштейн, А.П. Палюх // Сборник научных трудов Донбасского государственного технического университета. 2013. Вып. 39. С. 24–30.

122. Фотин Б.С. Поршневые компрессоры: Учеб. пособие для студентов вузов./ Б.С. Фотин, И.Б. Пирумов, И.К. Прилуцкий, П.И. Пластинин; Под общ. ред. Б.С. Фотина. — Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. — 372 с.: ил.

123. Френкель М.И. Поршневые компрессоры. Теория, конструкции и основы проектирования. Изд-во «Машиностроение», 1969. 744 с. ил.

124. Худобин Л.В. и др. Контурное электроэрозионное вырезание – альтернативный способ формирования зубьев зубчатых колес // Вестник машиностроения. 1998. №3. С. 19-21

125. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов: учебное пособие для студентов технических вузов / Д.Г. Шимкович // Москва : ДМК Пресс, 2012. – 700 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### *Список сокращений и условных обозначений*

- $a_n$  – центростремительное ускорение спутника;
- $a_r$  – относительное радиальное ускорение спутника;
- $a_t$  – тангенциальное ускорение спутника;
- $a_k$  – ускорение Кориолиса;
- $a_w$  – межосевое расстояние;
- $a_{w1}$  – межосевое расстояние колес во внешнем зацеплении;
- $a_{w2}$  – межосевое расстояние колес во внутреннем зацеплении;
- $b$  – длина спутника, ширина камеры (осевой размер секции ПРМ);
- $b_k$  – ширина полосы контакта;
- $d_{ai}$  – диаметр вершин зубьев;
- $d_{wi}$  – начальный диаметр  $i$ -го колеса;
- $F_c$  – центробежная сила;
- $F_{cc}$  – средняя центробежная сила;
- $F_j$  – сила, при замене инерционного момента  $M_j$  парой сил;
- $F_k$  – сила Кориолиса;
- $F_r$  – радиальная инерционная сила;
- $F_t$  – окружная сила, действующая на зуб;
- $f$  – коэффициент трения;
- $G$  – число волн М или N;
- $G^*$  – условное расчётное число волн статора и ротора;
- $h$  – толщина диска;
- $h_k$  – ширина канала;
- $J$  – момент инерции;
- $K$  – общее количество каналов;
- $K_H, K_F$  – коэффициент нагрузки при контактном и изгибном напряжении соответственно;

$K_{SS}$  – отношение площади  $S_{KiN}$  сечения канала к полезной площади  $S_{wi}$  одной рабочей камеры;

$K_{wS}$  – критерий: «высота столба»;

$K_{ws}$  – безразмерный коэффициент: отношение «высоты столба»  $K_{wS}$  к диаметру эпицикла  $d_2$ ;

$k_a$  – эмпирический коэффициент,  $k_a=0,018$  (1/градус);

$k_H$  – коэффициент «некруглости» траекторий;

$k_H^0$  – «предварительный» коэффициент «некруглости» траекторий;

$k_H^n$  – «новый» коэффициент «некруглости» траекторий;

$k_t$  – коэффициент, характеризующий кривизны зубьев;

$k_X$  – коэффициент, зависящий от смещения исходного производящего контура;

$l$  – длина кривой;

$M$  – число волн солнечного колеса;

$M_J$  – момент сил инерции;

$m$  – модуль зацепления;

$m_c$  – масса сателлита;

$N$  – число волн эпициклического колеса;

$R_i^n$  – нормальная сила, действующая на сателлит;

$P_P$  – сила давления среды, приложенная к сателлиту;

$p$  – давление рабочей среды;

$Q$  – теоретическая производительность (мгновенный расход среды);

$R_i^n$  – нормальная реакция в  $i$ -м зацеплении;

$r_0$  – радиус расчетной окружности ( $r_0=a_w$ ), в которую вырождаются обе траектории при  $k_H=0$ ;

$r_1$  и  $r_2$  – радиус-векторы траекторий сателлитов относительно солнечной шестерни и эпицикла соответственно;

$r_{var}$  – участок центральных колес переменного радиуса;

$r_3$  – радиус сателлита;

$r_{w3}$  – средний радиус центроиды сателлита;

$r_{wc1}, r_{wc2}$  – начальные радиусы сателлита в зацеплениях с 1 и 2 колесами;

$r_1^{\min}$  – минимальный радиус кривизны центроиды солнечной шестерни;

$r_{a1}^*, r_{a2}^*$  – радиусы окружностей, которыми срезаем вершины зубьев колес 1, 2;

$r_{CK}$  – радиус кривизны центроиды солнечного колеса в рассматриваемой точке;

$R_1^p, R_2^p$  – проекции реакций  $R_i^n$ ;

$r_{max}, r_{min}$  – максимальный и минимальный радиусы траектории центров сателлита;

$r_{1B}, r_{1H}, r_{2B}, r_{2H}$  – начальные радиусы эквивалентных вписанных колес на участках верхнего и нижнего выстоя;

$S_{Wmax}, S_{Wmin}$  – максимальная и минимальная площадь рабочей камеры;

$\Delta S_W$  – разница максимальной и минимальной площадей рабочей камеры;

$S_{2Ц}$  – площадь фигуры, лежащей внутри центроиды эпицикла;

$S_2$  – площадь круга;

$S_a$  – площадь пространства между вершинами зубьев;

$S_{a2}, S_{a3}$  – толщины зубьев эпициклического колеса и сателлита;

$S_f$  – площадь сечения первой составляющей остаточного объема;

$S_{Ki}$  – площадь сечения одного канала;

$S'_{KiN}$  – относительная площадь сечения одного канала в торце эпицикла;

$S_{wi}$  – полезная площадь сечения рабочей камеры;

$S'_{wi}$  – относительная полезная площадь рабочей камеры;

$S'_{w\Sigma}$  – относительная площадь всех камер ПРМ;

$u$  – передаточное число (местное);

$V$  – количество сателлитов;

$W_i$  – полезный объем одной рабочей камеры;

$W_a$  – объем заключенный между вершинами зубьев колес, образующих замкнутый контур;

$W_f$  – объем во впадинах зубьев;

$W'_{\Sigma}$  – коэффициент производительности, характеризующий отношение производительности за оборот к объему ПРМ;

$X_1, X_2, X_3$  – коэффициенты смещения солнечного колеса, эпицикла и сателлитов соответственно;

$Y_{Fs}, Y_{\beta}, Y_{\varepsilon}$  – коэффициент формы зуба, учитывающий угол наклона и перекрытия зубьев соответственно;

$Z_1, Z_2, Z_3$  – количество зубьев солнечного колеса, эпицикла и сателлитов соответственно;

$Z_{1B}, Z_{1H}, Z_{2B}, Z_{2H}$  – условные числа зубьев эквивалентных, вписанных колес;

$\alpha$  – угол давления;

$\alpha_{ai}$  – угол профиля при вершине зуба;

$\alpha_{\omega}$  – угол зацепления;

$\gamma$  – угол между каналами;

$\delta$  – угловая протяженность канала ( $\delta_N$  для случая выполнения каналов в эпицикле,  $\delta_M$  – в солнечной шестерне);

$\delta^r$  – величина радиального «натяга»;

$\delta^T$  – смещение центра сателлита в окружном направлении;

$\Delta_a$  – зазор между вершинами центральных колес ПРМ;

$\Delta_i$  – разница углов  $\varphi_{c1,h}$  и  $\varphi_{c2,h}$ ;

$\Delta^*$  – глубина взаимного проникновения линии вершин;

$\Delta_Q$  – пульсация подачи среды;

$\varepsilon$  – геометрическая степень сжатия;

$\varepsilon_{\alpha}$  – коэффициент торцевого перекрытия в зацеплении;

$\varepsilon_h$  – угловое ускорение водила;

$\varepsilon_c$  – угловое ускорение сателлита;

$\chi_1$  – угловая поправка при определении положения канала;

$\eta$  – механический КПД;

$\eta_d, \eta_n$  – КПД в режиме двигателя и в режиме насоса соответственно;

$\lambda$  – угол удержания (невыпадения) сателлита;

$v_r$  – относительная скорость центра сателлита;



$\xi$  – коэффициент, учитывающие изменение длины соответствующей центральной траектории по сравнению с длиной центральной окружности исходного круглозвенного механизма;

$\rho_{w1}, \rho_{w2}$  – радиусы кривизны центроид центральных колес;

$[\sigma]_H$  – допускаемое контактное напряжение;

$[\sigma]_F$  – допускаемое напряжение изгиба;

$\tau$  – угол между соседними сателлитами;

$\vartheta$  – величина вакуума;

$\vartheta_p$  – расчетная величина вакуума;

$\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – текущие углы в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями солнечного колеса и эпицикла;

$\varphi_{c1}, \varphi_{c2}$  – угол поворота сателлита относительно солнечной шестерни и эпицикла соответственно;

$\varphi_{c1,h}, \varphi_{c2,h}$  – углы поворота сателлита относительно мнимого водила;

$\varphi_{c1}^{nev}, \varphi_{c2}^{nev}$  – скорректированные значения углов сателлита относительно соответствующего профилируемого центрального колеса;

$\Psi$  – коэффициент потерь ( $\Psi_d$  для гидромашины, работающей в режиме двигателя и  $\Psi_n$  в режиме насоса);

$\psi_{bd}$  – коэффициент ширины камеры;

$\psi_1, \psi_2$  – углы нижнего и верхнего выстоя сателлита;

$\omega_1$  – угловая скорость солнечного колеса;

$\omega_c$  – угловая скорость сателлита;

$\omega_h$  – скорость вращения мнимого водила относительно неподвижного эпицикла.

ПРМ – планетарно-роторная машина;

ЧПУ – числовое программное управление;

МКЭ – метод конечных элементов.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
**КУРГАН АВТОРЕМОНТ**

Россия, 640027, г. Курган, ул. Химмашевская, 4-а. Т/ф: (3522) 25-52-75, 25-54-44  
e-mail: [td-kar@mail.ru](mailto:td-kar@mail.ru), [avtogeo@mail.ru](mailto:avtogeo@mail.ru) web: [www.kurganavtoremont.ru](http://www.kurganavtoremont.ru)

В Диссертационный совет Д 212.298.09  
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

## АКТ

**о практическом применении результатов диссертационного исследования Фадюшина Д.В. на тему «Повышение характеристик пневматических роторных машин за счет модификации геометрических параметров планетарного механизма»**

АО «Курганавторемонт» является производителем буровых установок для сейсморазведки и инженерно-строительных изысканий. При проведении буровых работ используется очистка скважины от накопившихся в ней отложений сжатым воздухом под давлением 10-15 атмосфер при производительности компрессора 6-9 м<sup>3</sup>/мин. С учетом того, что эти работы производятся в удаленных районах Крайнего Севера, важным требованием к оборудованию является его надежность и долговечность. Присутствующие на рынке поршневые компрессоры имеют низкий ресурс, винтовые компрессоры (импортные или на импортных комплектующих) значительно дороже, но тоже нуждаются в обслуживании.

Предприятие решает вопрос о собственном производстве компрессоров, обладающих необходимой мощностью и высокой надежностью, для комплектации ими выпускаемых буровых установок. В качестве варианта начато проектирование компрессора на базе планетарной роторной машины (ПРМ). При этом используются рекомендации по выбору схемы ПРМ и методики геометрического расчета некруглых зубчатых колес, предложенные в диссертационной работе Д.В. Фадюшина.

Главный инженер  
АО «Курганавторемонт»

Д.В. Кудинов

Заместитель генерального директора  
по конструкторской и технологической  
работе АО «Курганавторемонт»



В.В. Толмачев

10 ФЕВ 2022



ООО «Вездеходы «Бурлак»  
 Адрес местонахождения:  
 620007, Курганская обл., г. Курган,  
 пр. Машиностроителей, 26  
 Почтовый адрес:  
 640003, Курганская обл., г. Курган,  
 ул. Радионова, 17  
 ИНН 6686094201, ОГРН 1176658041812  
 Исх. № 612954 от 12.01.2022

В Диссертационный совет Д 212.298.09

454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

### АКТ

**о практическом применении результатов диссертационного исследования  
 Д.В. Фадюшина на тему «Повышение характеристик пневматических  
 роторных машин за счет модификации геометрических параметров  
 планетарного механизма»**

Для снегоболотохода, работающего в условиях арктического климата, к компрессору предъявляются повышенные требования к надежности и производительности при сравнительно низком давлении (до 1 атм.) Чему оптимальным образом соответствует компрессор на базе планетарной роторной машины. Настоящим Актом удостоверяется, что результаты диссертационного исследования Д.В. Фадюшина на тему «Повышение характеристик пневматических роторных машин за счет модификации геометрических параметров планетарного механизма» обладают актуальностью, представляют практический интерес, были изучены и использованы при разработке опытного образца бортового компрессора снегоболотохода «Бурлак».

Директор по производству  
 ООО «Вездеходы «Бурлак»



Главный технолог, к.т.н  
 ООО «Вездеходы «Бурлак»

С.В. Хрипунов

11.02.2022