

ФГБОУ ВО «Курганский государственный университет»

На правах рукописи



АЛЕКСЕЕВА ЮЛИЯ ВИКТОРОВНА

**АНАЛИЗ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ
ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕКРУГЛЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЛАНЕТАРНЫХ
ПНЕВМОМАШИН**

Специальность: 2.5.2. — Машиноведение (технические науки)

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
доцент Г.Ю. Волков

Курган – 2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	2
ВВЕДЕНИЕ	4
1. МЕХАНИЗМЫ С НЕКРУГЛЫМИ КОЛЁСАМИ: ПРИМЕНЕНИЕ КОНСТРУКЦИИ, ТЕХНОЛОГИИ	9
1.1. Передаточные механизмы с некруглыми зубчатыми колёсами.....	10
1.2. Механизмы с некруглыми зубчатыми колёсами в объёмных гидромашинах ..	21
1.3. О возможности применения некруглых зубчатых колёс в пневмомашинах.	27
1.4. О технологиях изготовления некруглых зубчатых	31
Заключение по главе 1	36
2. ПОДХОДЫ К ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ МЕХАНИЗМОВ С НЕКРУГЛЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЁСАМИ	37
2.1. Существующие решения в области геометрического расчета некруглых колёс	37
2.1.1. Проектирование передач с НЗК и эллиптических колес счетчика расхода жидкости ...	37
2.1.2. Проектирование планетарных механизмов с некруглыми центральными колесами и плавающими сателлитами, используемых в гидромашинах	41
2.2. Варьирование аспекта структурирования объекта исследования	51
2.2.1. Механизм с некруглыми зубчатыми колёсами как система взаимодействующих центроид	51
2.2.2. Механизм с некруглыми зубчатыми колёсами как несвободная система формообразующих точек.....	58
Заключение по главе 2	71
3. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С НЕКРУГЛЫМИ ЦЕНТРАЛЬНЫМИ КОЛЁСАМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ КОРРЕКТНУЮ ФОРМУ ЗУБЬЕВ И ОТСУТСТВИЕ ИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ... ..	72
3.1. Коррекция радиус-вектора центральной траектории сателлита по разности углов его поворота относительно ротора и статора	72
3.1.1. Идея и графический путь реализации метода	72
3.1.2. Расчётная методика	76

3.1.3. Программная реализации расчетной методики и получение электронных моделей солнечного колеса и эпицикла.....	81
3.2. Модификация центральной траектории сателлитов	84
3.2.1. Выбор базовых параметров планетарного механизма для пневмомашины типа $N - M = 1$	85
3.2.2. Выбор параметров модификации механизма.....	87
3.2.3. Профилирование некруглых центральных зубчатых колес с выбранными параметрами модификации	89
3.3. Модификация центроидного шага некруглых центральных колёс	90
3.3.1. Оценка диапазона допустимого варьирования центроидного шага зацепления.....	90
3.3.2. Использование переменного центроидного шага в планетарном механизме при номинально круглой форме зубчатых колёс.....	95
3.3.3. Модификация по центроидному шагу планетарного механизма с некруглыми центральными колёсами	97
Заключение по 3 главе	101
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РОБОТОСПОСОБНОСТИ ПЛАНЕТАРНОЙ ПНЕВМОМАШИНЫ С ОДИНАКОВЫМ ЧИСЛОМ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА.....	102
4.1. Геометрическое проектирование пневмомашины с эпициклом, модифицированным по центроидному шагу	102
4.1.1. Выбор базовых параметров проектируемого планетарного механизма и расчёт ротора	104
4.1.2. Модификация центроидного шага статора	108
4.1.3. Коррекция радиус-вектора венца статора (или ротора).....	110
4.1.4. Геометрическое проектирование прм 1-1.....	113
4.2. Разработка конструкции и испытания пневмомашины в режиме вакуумного насоса. .	118
Заключение по 4 главе	123
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ	124
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	126
Приложения	142

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Объёмные пневматические машины: компрессоры, вакуумные насосы и пневмодвигатели занимают особое место в современной технической цивилизации. Применяемые в настоящее время поршневые и винтовые машины имеют определенные недостатки, поэтому поиск альтернативных решений является полезным и актуальным. Непрерывно происходящее развитие технологий открывает возможности для изготовления и применения новых механических устройств, производство которых ранее было невозможно или слишком затратно. В частности, современные технологии изготовления некруглых зубчатых колёс создают предпосылки для производства планетарных роторных объёмных гидро- и пневмомашин (ПРМ) с некруглыми центральными колёсами и плавающими сателлитами. Принципиальные достоинства (ПРМ) заключаются в том, что они не содержат нагруженных кинематических пар скольжения, а также в отсутствии влияния износа зубьев на герметичность рабочих камер. Эти обстоятельства создают предпосылки повышенной долговечности новых пневмомашин по сравнению с поршневыми аналогами. По сравнению с винтовыми, планетарные компрессоры и вакуумные насосы будут проще и дешевле в изготовлении. Реализация упомянутых гипотетических преимуществ планетарных пневмомашин возможна только после проведения соответствующих исследований и, в частности, после того, как будут разработаны методы их геометрического расчёта. Первоочередной и наиболее актуальной задачей является разработка корректных алгоритмов проектирования некруглых зубчатых колес планетарных пневмомашин.

Степень разработанности темы исследования. Первые конструкции планетарных механизмов с некруглыми центральными зубчатыми колёсами и плавающими сателлитами были предложены применительно к использованию в объёмных гидромашинах: 1913 г. – немецкий изобретатель Dock Herman; 1970 г. – польские инженеры Bohdan Sieniawski и др.; 2001 – Dariusz Sieniawski; китайские инженеры Zhang Quan , Zhang Menghe, Zhang Kaichao, Liang Jicheng, Li Jiansheng, Li Huamin. Большой вклад в разработку и исследование планетарных гидромашин

внес российский ученый Ан И-Кан. Применению таких механизмов в пневматических системах препятствовала низкая степень сжатия рабочей среды. Существенное повышение степени сжатия стало возможно в схемах ПРМ, предложенных Г.Ю. Волковым и Д.В. Фадюшиным (2012-2020 г.г.). Они отличаются одинаковым числом волн и зубьев некруглых центральных колёс, а также наличием выстоев плавающих сателлитов.

Некоторые методы геометрического проектирования планетарных механизмов с некруглыми сателлитами рассмотрены в работах Ан И-Кана, Г.Ю Волкова, В.В. Смирнова, Д.В. Фадюшина, В. Sieniawski, P. Sliwinski, и китайских авторов Zhang Quan, Yongping Liu, Xiangyu Ren, Changbin Dong, Dawei Li, Yongping Liu, Jun Gong, Tongcheng Wang, Kang Wang, Zhenshan Gao, Guohua Chen, Meihua Guo.

Цель диссертационной работы заключается в разработке алгоритма и методики геометрического проектирования некруглых зубчатых колес, обеспечивающих качество зацеплений в рабочем механизме планетарных пневмомашин с плавающими сателлитами.

Объект исследования — геометрические параметры планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колесами и плавающими сателлитами.

Предмет исследования — алгоритмы геометрического проектирования некруглых зубчатых колес планетарной пневмомашин.

Задачи диссертационной работы:

- сравнительная оценка возможностей существующих алгоритмов геометрического расчета планетарных механизмов с некруглыми колесами, в которых изначально заданы: центроиды звеньев или центровая траектория сателлитов. Разработка компактной системы описания структуры и алгоритмов геометрического проектирования центроидных механизмов;

- разработка методики геометрического расчета профилей некруглых зубчатых колес ПРМ, обеспечивающей правильную форму зубьев и отсутствие интерференции путем коррекции радиус-вектора траектории центров сателлитов.

- исследование возможности повышения степени сжатия среды в рабочих камерах планетарной пневмомашины за счет модификации траектории центра сателлита и варьирования центроидного шага зубьев.

- обеспечение корректных значений углов давления в зацеплениях ПРМ с одинаковым числом волн ротора и статора при наличии выстоев сателлитов. Алгоритм и методика геометрического проектирования такого механизма.

Научную новизну работы составляют:

- результаты сравнения достоинств и недостатков различных подходов к геометрическому расчету планетарных механизмов с некруглыми колесами;

- применение к центроидным механизмам представлений аналитической механики о несвободных системах точек. Компактная система описания структуры центроидных механизмов в виде формул строения, содержащих информацию о формообразующих точках и уравнениях, связывающих их обобщенные координаты;

- алгоритм коррекции радиус-вектора траектории центров сателлитов, работающий при модификациях функции, описывающей эту траекторию;

- идея и алгоритм получения контура зубчатого венца эпицикла ПРМ схемы $M=N$ с переменным центроидным шагом, обеспечивающим корректный угол давления в зацеплении статора с сателлитом.

Теоретическую значимость имеют:

- предложенный способ коррекции качества зацепления некруглых колёс путём варьирования центроидного шага по секторам зубчатых венцов;

- применение представлений аналитической механики о несвободных системах точек к системам с высшими кинематическим парам, в частности, к центроидным механизмам, что повышает уровень информативности и компактности структурно-параметрического описания объекта исследования.

Практическую значимость работы составляют:

- универсальная методика геометрического расчёта ПРМ, ее программная реализация;

- улучшение показателей качества и надёжности зацепления сателлита ПРМ с эпициклом за счёт использования переменного центроидного шага зубьев;
- повышение уровня готовности ПРМ к промышленному изготовлению.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты сравнения достоинств и недостатков различных подходов к геометрическому расчету планетарных механизмов с некруглыми колесами;
2. Алгоритм и методика коррекции величины центроидного шага и радиус-вектора траектории центров сателлитов при различных модификациях функции, описывающей эту траекторию.

Методология и методы исследований

Методологическими и теоретическими основами для проведенного исследования являются базовые принципы теории машин и механизмов, теории зубчатых зацеплений, а также представления аналитической механики о несвободных системах материальных точек. При решении практических задач и вычислений использовались алгебраические методы аналитической геометрии, математического, имитационного и компьютерного моделирования. Профилирование зубчатых венцов выполнялось в отечественной системе автоматизированного проектирования Компас.

Достоверность результатов обеспечивается применением адекватных методов математического моделирования механических систем. Корректность выполненных расчетов проверена на физических моделях планетарных механизмов. Работоспособность спроектированного ПРМ подтверждена его испытанием в режиме вакуумного насоса.

Реализация работы:

Спроектированный планетарный вакуумный насос принят для конструкторской проработки предприятием АО «Кургандормаш». Методика геометрического расчета ПРМ будет использована предприятием ООО «Вездеходы «Бурлак» при проектировании гидромотора.

Апробация работы.

Ключевые положения диссертации были представлены в рамках II национальной научной конференции «Наука XXI века: технологии, управление, безопасность», г. Курган (2022 г.); XI международной научно – практической конференции «Автоматизированное проектирование в машиностроении», г. Санкт-Петербург (2023 г.); международной научно – практической конференции «Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения», г. Ижевск (2024 г.); III национальной научной конференции «Наука XXI века: технологии, управление, безопасность», г. Курган (2024 г.); «78 Научной конференции», г. Челябинск (2026 г.).

Публикации. По тематике диссертационного исследования опубликовано 10 научных работ, из которых: 6 публикации в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ; 1 работа опубликована в зарубежном журнале, индексируемом в международной реферативной базе Scopus.

Область исследования отвечает следующим пунктам паспорта научной специальности 2.5.2 – Машиноведение: п.2. Теория и методы проектирования машин и механизмов, систем приводов, узлов и деталей машин; п.3. Методы кинематического и динамического анализа, в том числе математического моделирования, анимационного и экспериментального исследования механизмов.

Структура работы и объём диссертации включает следующие разделы: введение, главы 1 – 4, заключение, список литературы и приложения. Объём диссертации составляет 146 страниц и содержит 80 рисунков, 12 таблиц, 3 приложения, список литературы из 135 источников.

1. МЕХАНИЗМЫ С НЕКРУГЛЫМИ КОЛЁСАМИ: ПРИМЕНЕНИЕ, КОНСТРУКЦИИ, ТЕХНОЛОГИИ

Механизмы с некруглыми зубчатыми колёсами (НЗК) были известны с давних пор [1], [2] (рисунок 1.1), но их широкое использование долго ограничивалось отсутствием производственных технологий нарезания зубьев некруглых колес. Кроме того, без современных вычислительных средств профили некруглых колёс было сложно рассчитать с достаточной точностью. Приближенные расчеты и графические построения обуславливали упрощенную форму зубчатых венцов некруглых шестерен.

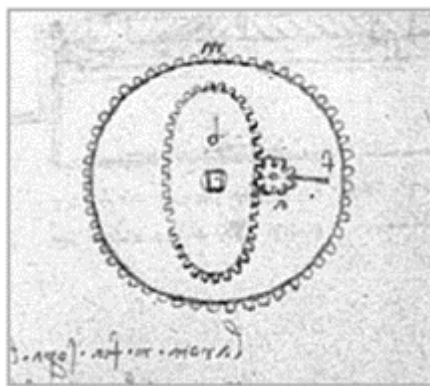


Рисунок 1.1 - Чертеж зубчатого механизма Леонардо да Винчи (XV в.)

Тем не менее, интерес исследователей к этой теме постоянно существовал, о чем свидетельствует, например, работа [3]. В ней рассмотрены зубчатые механизмы с некруглыми колёсами внешнего и внутреннего зацепления, представлено большое количество фотографии моделей, описаны подходы к построению зубчатого профиля (рисунок 1.2.)

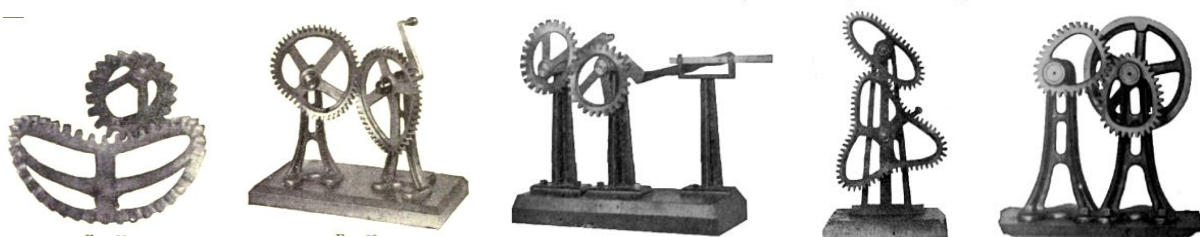


Рисунок 1.2 - Модели зубчатых передач с некруглыми колёсами [3], [4]

В настоящее время известны десятки примеров практического применения некруглых зубчатых колёс в механизмах. Появляются новые научные работы, посвященные их исследованию и анализу [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12].

По характеру выполняемых функций известные устройства с некруглыми колёсами (НЗК) можно разделить на две группы: передаточные механизмы и объёмные гидро- и пневмомашин.

1.1. Передаточные механизмы с некруглыми зубчатыми колёсами

Простейший передаточный механизм рассматриваемого типа (рисунок 1.3) содержит два некруглых зубчатых колеса, расстояние между осями вращения которых является постоянным. При постоянной скорости вращения ведущего вала 1 ведомый вал 2 вращается с переменной скоростью. Такой механизм входит в состав различных машин.

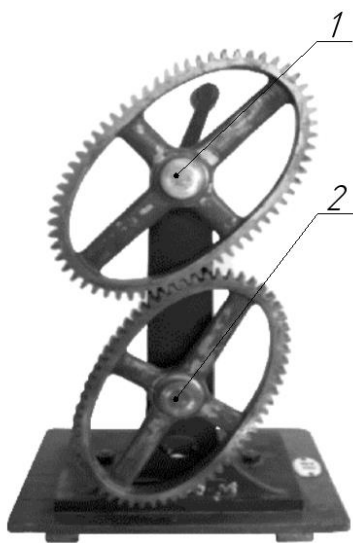


Рисунок 1.3 - Модель, изготовленная во второй половине XIX века в мастерской Александра Клер во Франции [4]

На рисунке 1.4 показано устройство, управляющее рейкой рулевого механизма транспортного средства [13]. Оно содержит ведущий вал 1^1 , реечный сектор 4^1 и ведущее некруглое колесо 3^1 , образующее с ведомым некруглым зубчатым колесом 3^2 зубчатую пару с переменным передаточным числом. Некруглое зубчатое колесо 3^2 находится на одном ведомом валу 1^2 , с круглым

колесом 2^2 , которое жёстко связано с реечным сектором 4^2 , передающим движение на исполнительное устройство. Функциональность этого изобретения заключается в расширении диапазона изменения передаточного числа рулевого механизма.

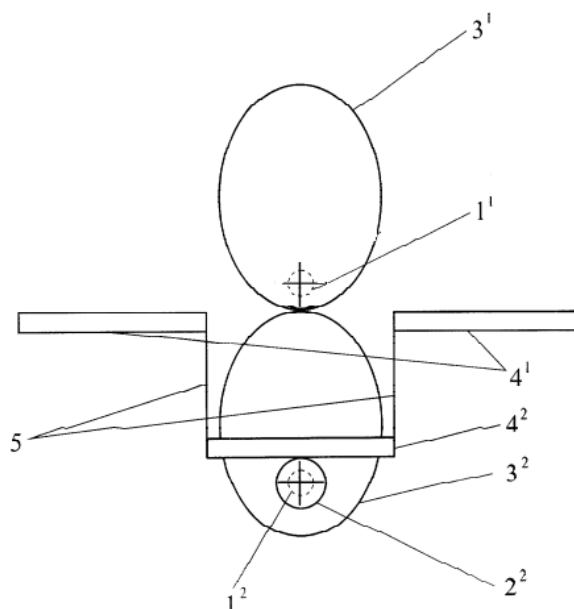


Рисунок 1.4 - Рулевой механизм с эллиптическими колесами

Известен патент на имя инженера Sterk Martin [14] тепловой роторно-лопастной машины, в приводе которого для передачи движения используются эллиптические колеса (рисунок 1.5)

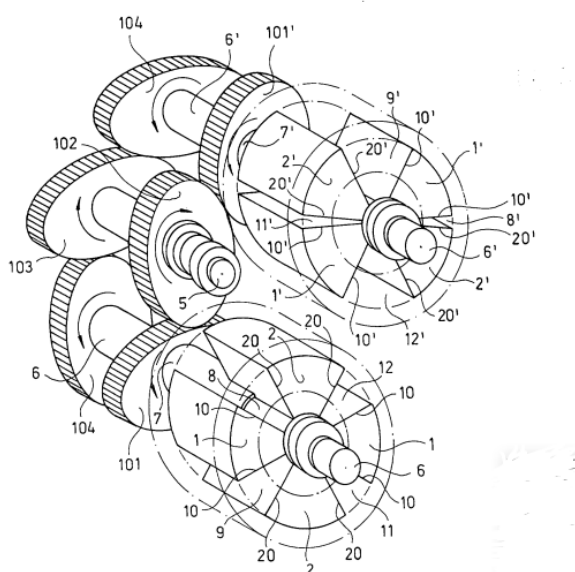


Рисунок 1.5 - Привод с эллиптическими колесами [14]

Вращательно-колебательные движения роторов в механизме обеспечиваются за счет переменного передаточного числа зубчатого зацепления эллиптических колес, которое зависит от угла их поворота.

Существуют примеры использования механизмов с эллиптическими колесами в токарных многошпиндельных автоматах для переменной скорости вращения кулачкового распределительного вала [7].

На рисунке 1.6 показана схема привода блокообрабатывающей машины для кругления и оклейки книжных блоков [8]. В приводе её главного транспортера используются эллиптические колеса 1,2. Спаренные звездочки приводят в движение мальтийским крестом 4. В момент вхождения ролика кривошипа в паз мальтийского креста угловое ускорение звена 4 мгновенно изменяется от 0 до максимальной величины. Такой привод от эллиптических колес позволяет уменьшить величину углового ускорения, не изменяя при этом угловую скорость главного вала.

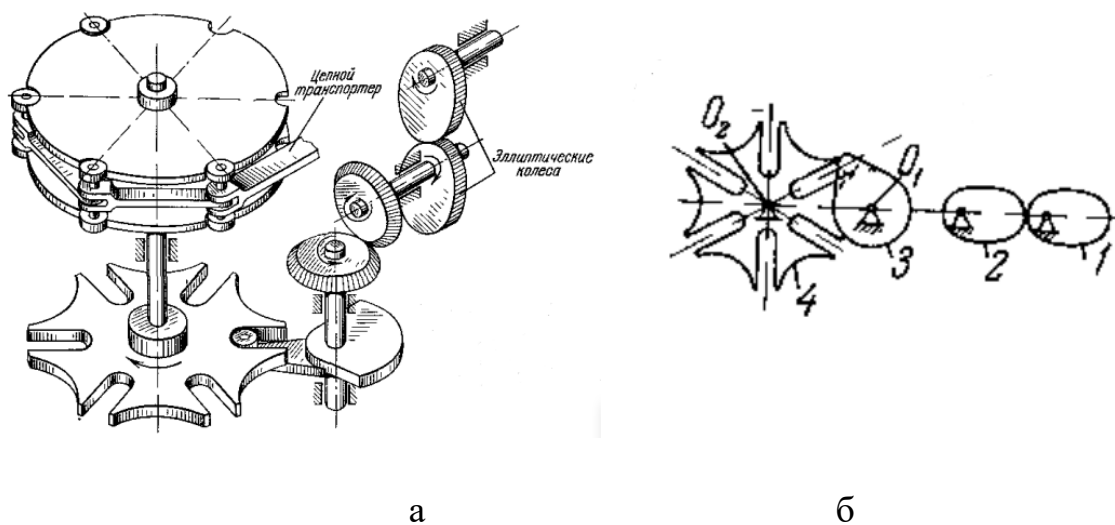


Рисунок 1.6 - Привод блокообрабатывающей машины [8]

а – механизм, б - схема

В качающемся конвейере фирмы Шмидт-Кранц [8] эллиптические колеса применяются для привода кривошипно-ползунного механизма (рисунок 1.7а, б). Вращение от двигателя передается на вал 1 эллиптического колеса 2, находящегося в зацеплении с таким же колесом 3, вращающимся на валу 4. С валом 4 жестко

связана шайба, несущая кривошипный палец, на котором насаживается шатун 6, присоединенный к желобу. При указанном на рисунке 1.7а взаиморасположении эллиптических колес и кривошипа можно добиться изменения скорости выходного звена по определенному (заданному) закону.

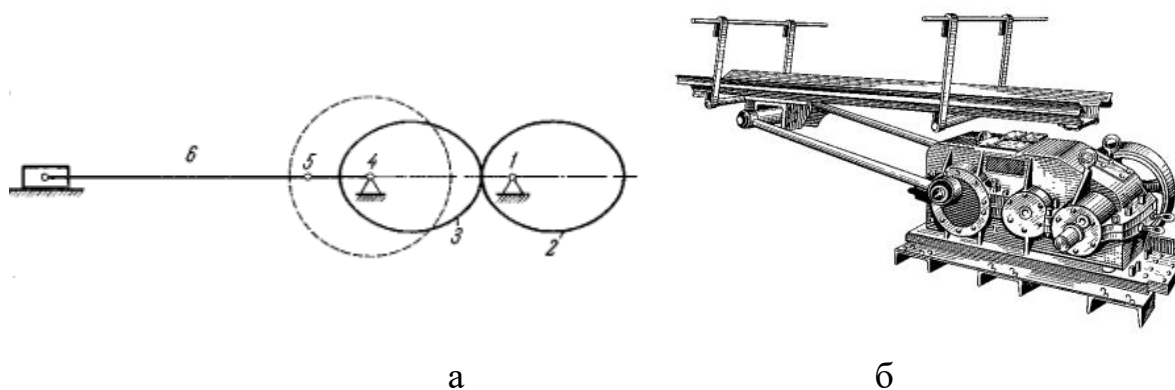


Рисунок 1.7 - Привод кривошипно-ползунного механизма [7]

а - кинематическая схема, б - механизм

Подобные механизмы нашли применение в самонакладках для полиграфических машин, в механизмах транспортеров [7] для переменной скорости подачи листа, в текстильных машинах для периодического изменения плотности основных нитей и переменной скорости нитеводителя. В основном такого типа устройства использовали производители автоматизированного оборудования, в котором необходимо изменять скорость вала, дозатора, резца или сварочного аппарата в течение одного оборота.

Для подачи обрабатываемого материала в рабочую зону машин-автоматов существуют различные транспортно-загрузочные устройства. В их основе лежат механизмы, преобразующие непрерывное движение в движение с остановками (выстоями). Использование в зубчато-рычажных механизмах [9] периодического движения некруглых зубчатых колес (рисунке 1.8) позволяет расширить их кинематические возможности по сравнению с круглыми составляющими [15]. Они обеспечивают больший ход ведомого звена. Угловые ускорения в таких механизмах превышают показатели, обеспечиваемые круглыми колесами [10].

В большинстве случаев подобные механизмы служат для обеспечения равномерного движения рабочего органа при медленном рабочем ходе и быстрым при холостом.

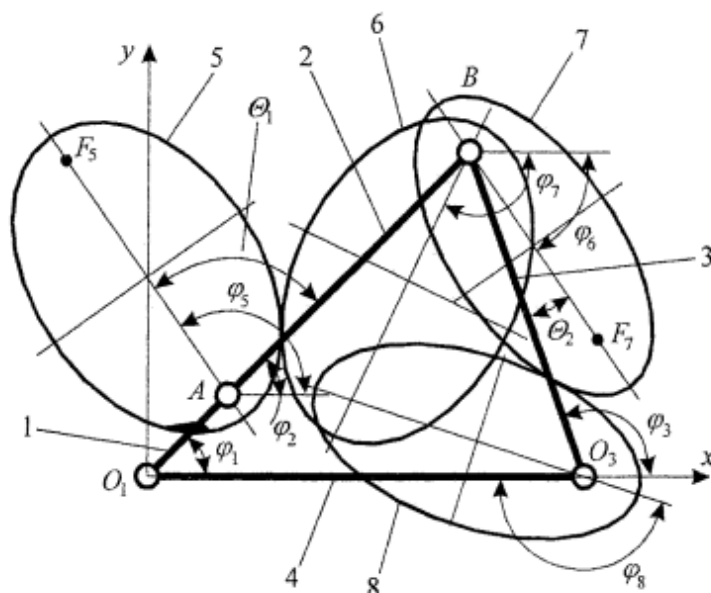


Рисунок 1.8 - Схема зубчато-рычажного механизма с эллиптическими колесами [9]

Китайские инженеры предложили использовать механизм с некруглыми колесами (рисунке 1.9) в рассадопосадочных машинах [11, 12]. Этот механизм с НЗК представляет собой комбинацию рычажных и зубчатых звеньев. При расчёте зубчатой передачи был использован метод обратного проектирования. Необходимое местоположение звеньев механизма в пространстве обеспечивалось заданием координат трёх контрольных точек. По положениям звеньев создавался профиль зубьев, а с помощью AutoCAD и SolidWorks - 3D-модели некруглых шестерен. Имитационное моделирование работы механизма было проведено с помощью специальных программных комплексов и среды ADAMS для виртуального эксперимента. Отмечается, что спроектированный механизм (рисунке 1.10) обладает простой конструкцией, низкой стоимостью и высокой эффективностью.

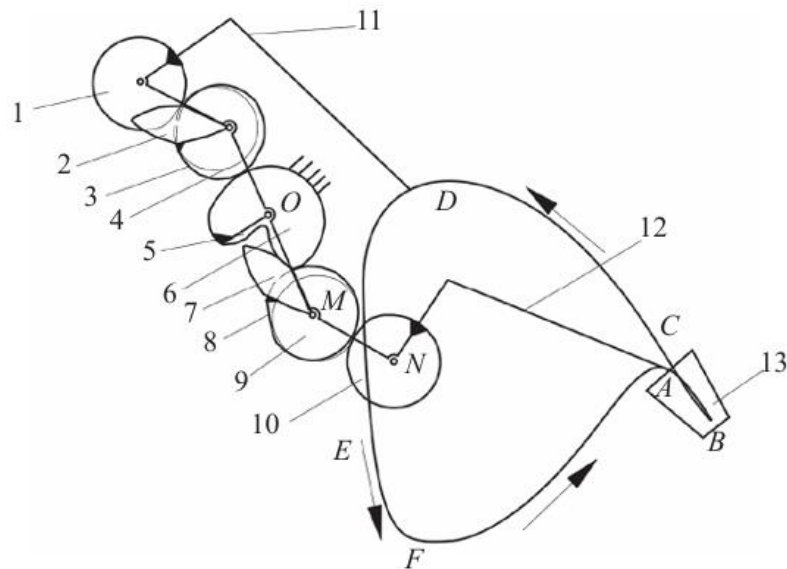


Рисунок 1.9 - Кинематическая схема для проектирования механизма пересадки [12]

1, 10 - некруглые зубчатые колеса; 2,3,4,7,8,9 - незамкнутые некруглые зубчатые колеса; 5,6 - центральные некруглые зубчатые колеса; 11, 13- рычаги для захвата рассады; 12- водило.

Несколько видоизменённая конструкция подобного устройства для пересадки (рисунке 1.10) представлена в работах [16, 17].

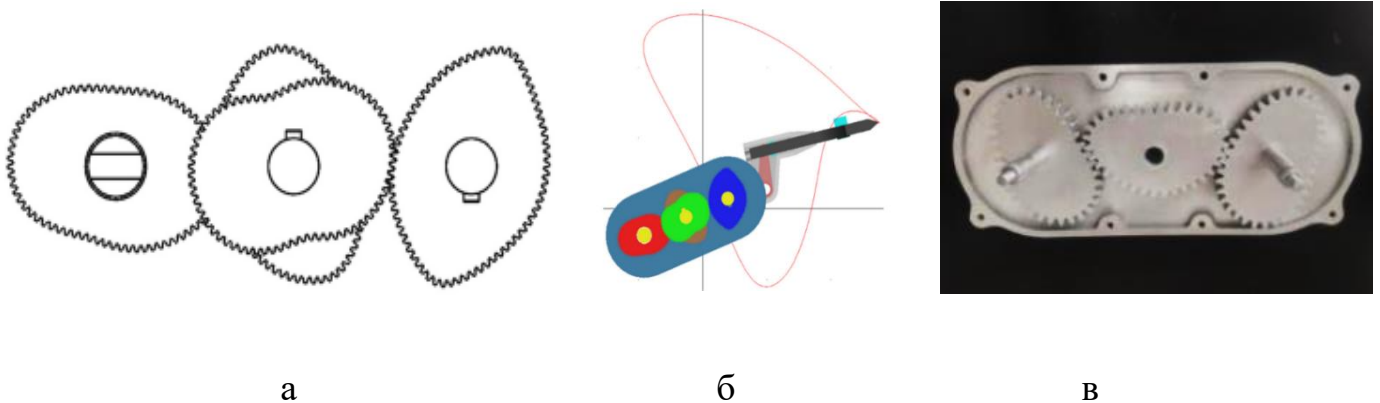
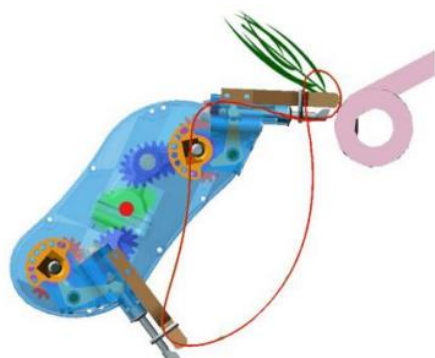


Рисунок 1.10 - Планетарный механизм в посадочном устройстве [12, 16, 17]

а - схема зубчатой передачи, б - траектория моделирования для проектирования контура некруглых колес, в - модель механизма

Механизмы с большим количеством некруглых зубчатых колес (рисунок 1.11) описывается в работах [18, 19]. Сообщается, что устройство с таким

механизмом обладает высокой практической пригодностью и уже успешно внедрено для автоматизации посадочных процессов в агробизнесе.



а



б

Рисунок 1.11 - Устройство для пересадки риса [18]

а - модель; б - устройство

Практическим примером применения НЗК является и передача с некруглыми колесами для обеспечения более равномерного вращения вала электродвигателя поршневого компрессора [20]. Важным преимуществом предлагаемого механизма является значительное уменьшение коэффициента неравномерности при одновременном снижении массы устройства.

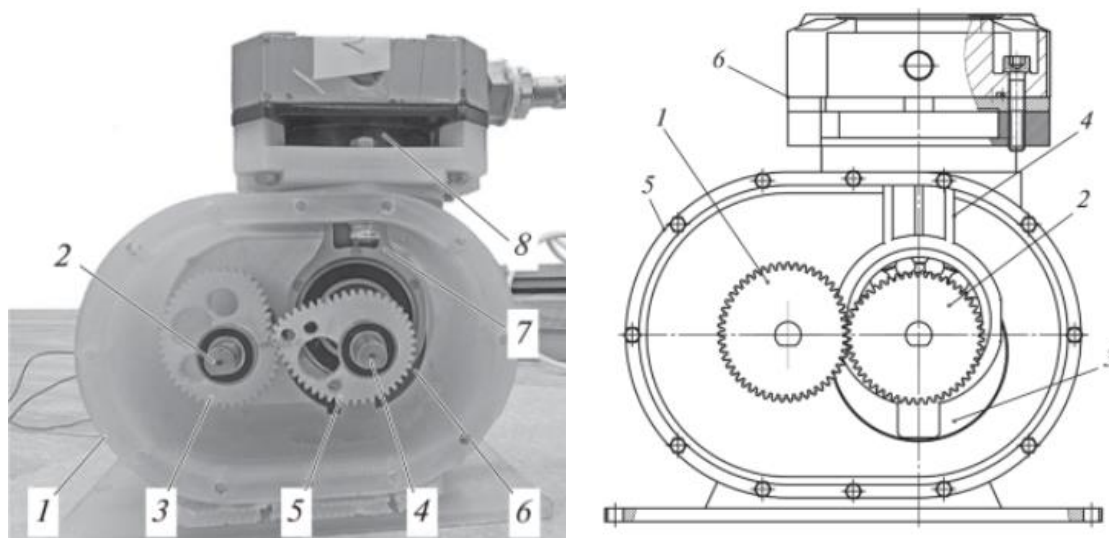


Рисунок 1.12 - Поршневой компрессор [21, 22]

Белорусские инженеры предложили [23, 24, 25] в своей конструкции колёсно-шагающего движителя (рисунок 1.13а), разработанной ранее [26],

преобразовать кулачок 1 (рисунок 1.13б) в некруглое зубчатое колесо, а ролик 2 толкателя сделать шестерней (рисунок 1.13в). Прокатывание по поверхности опорных башмаков аналогично колесу, осуществляется перемещением ступицы движителя за счет поворота штанг и кривошипов по шагающему принципу. Ходовая система позволяет механизму перешагивать камни и рытвины. Замена высшей пары кулачкового механизма зацеплением некруглых колёс обеспечивает улучшение условий передачи движения.

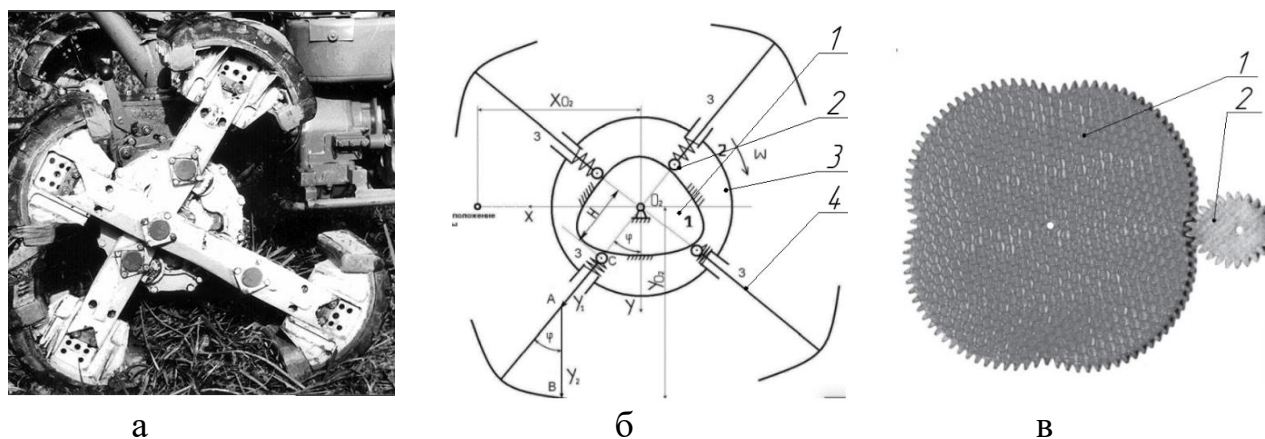


Рисунок 1.13 - Конструкция колёсно-шагающего движителя

а - модель, б - кинематическая схема, в - пластиковые прототипы некруглых колёс

Некруглые зубчатые колёса нашли применение также в планетарных передаточных механизмах с фиксированными межосевыми расстояниями. Так, например, исследователями А. А. Приходько и А. И. Смелягиным запатентован орнитоптер [27]. Он включает корпус 2 с шарнирно установленными крыльями и электродвигатель 1, неподвижно закрепленный на корпусе. В корпусе установлены соосные входной (3) и выходной валы (4). Входной вал жестко соединен с валом электродвигателя. На корпусе соосно входному валу жестко закреплено неподвижное эллиптическое зубчатое колесо (5), на выходном валу установлено другое эллиптическое зубчатое колесо (6). На входном валу (3) установлено водило (7). Оно соединено через вращательную кинематическую пару с валом сателлита (8), эллиптического зубчатого колеса (9) и эллиптической шестерни (10). На выходном валу и на одном из крыльев установлены шкивы (12,14). Ременная передача (13) соединяет шкивы на

выходном валу и на крыле, при этом один из концов каждого крыла выполнен в виде зубчатого сектора, передающего движение от ведущего крыла к ведомому. Возвратно-вращательное движение выполняет ведущее крыло (15). С помощью зубчатой передачи (17) движение передается ведомому крылу (18). Таким образом, с помощью движения крыльев осуществляется полет орнитоптера. Использование в конструкции эллиптических колес дают возможность улучшить уравновешенность исполнительного механизма орнитоптера и уменьшить его габаритные размеры.

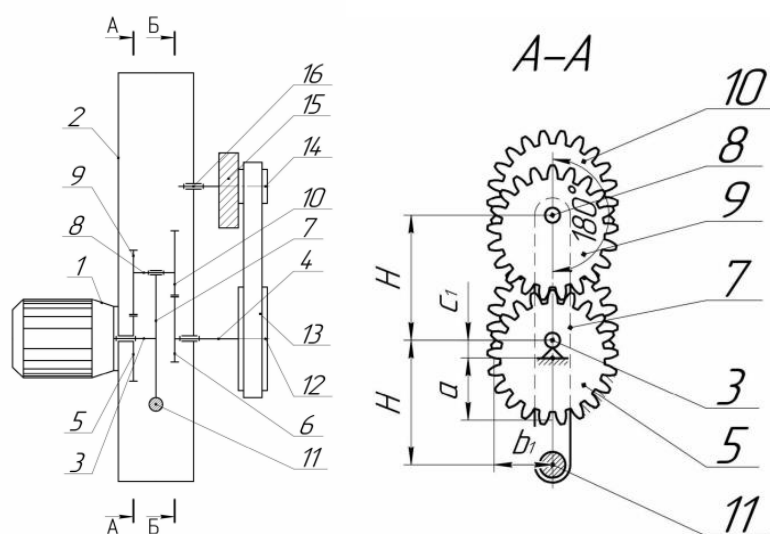


Рисунок 1.14 - Привод орнитоптера [27]

Теми же авторами [28] предлагается схема механизма возвратно-вращательного движения (рисунок 1.15а), в основе которого лежит планетарная передача с внутренними зацеплениями некруглых зубчатых колес. Эта передача (рисунок 1.15б) состоит из входного вала 1, водила 2, выходного вала 3, неподвижного зубчатого колеса с внутренними зубьями (эпицикла) 4, зубчатого колеса с внутренними зубьями на выходном валу 5, эллиптических зубчатых колес 6 и 7, вала сателлита 8. Переменная передаточная функция каждой пары некруглых зубчатых колес позволяет достичь возвратно-вращательного движения выходного вала 3 при равномерном вращательном движении входного. Преимуществами

предложенной схемы по сравнению с рычажными аналогами являются компактность, высокая нагрузочная способность и надежность.

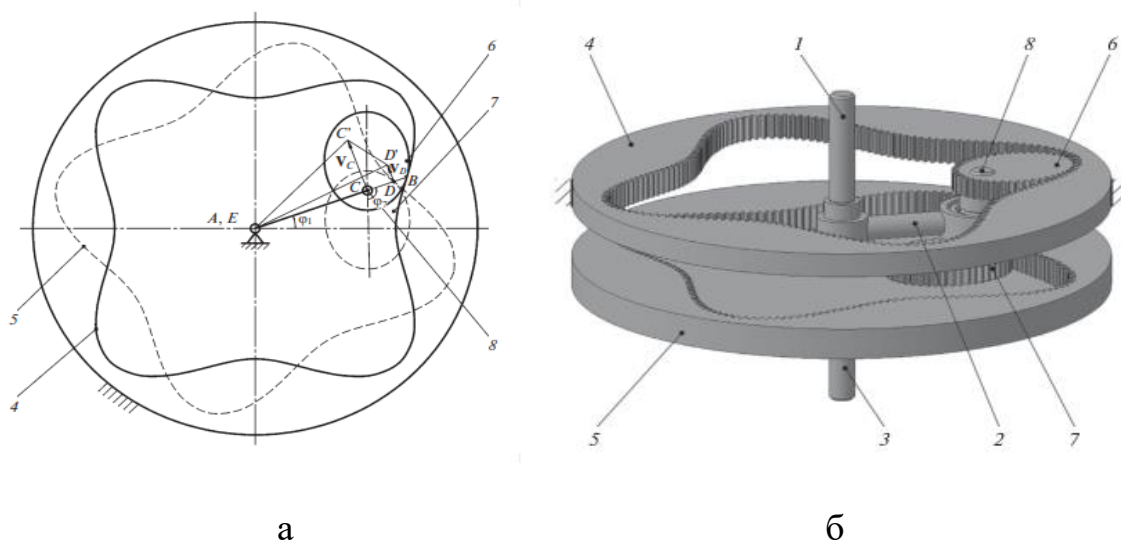


Рисунок 1.15 - Конструктивное исполнение планетарного механизма [28]

В статье [29] китайскими исследователями была предложена конструкция передачи НЗК с высоким передаточным отношением для использования в бесступенчатой трансмиссии (рисунок 1.16). Пары зубчатых колес 1–3 и 2–4 представляют собой некруглые зубчатые колеса, а остальные пары – цилиндрические. Авторы считают, что передача (CVT) с некруглыми зубьями обладает следующими достоинствами: большей грузоподъемностью, высоким КПД, меньшими потерями мощности и большей экономичностью.

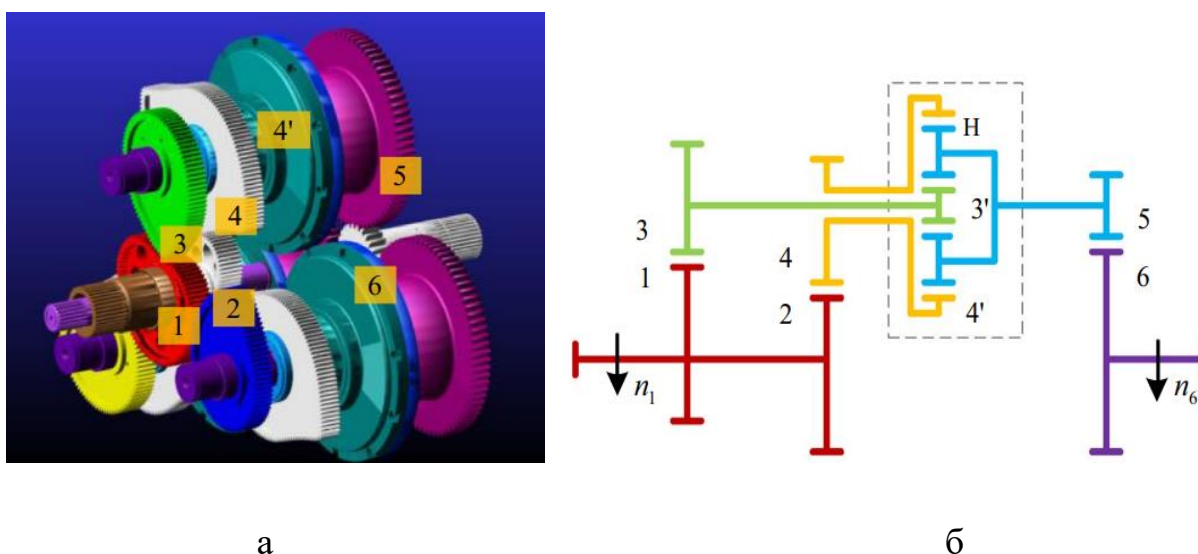


Рисунок 1.16 - Передача с НЗК для использования в бесступенчатой трансмиссии [29]

а - модель механизма, б - кинематическая схема механизма

Исследованиям по применению некруглых зубчатых колес в структуре механизмов вариаторов посвящена также статья [30]. Авторами предложен новый тип некруглой планетарной зубчатой передачи (рисунок 1.17), в которой планетарные шестерни (2,3) одновременно зацепляются с солнечной (1) и кольцевой (4) шестернями. Благодаря конструктивным особенностям, модули солнечной и кольцевой шестерни могут быть разными, что снижает сложность сопоставления зубьев.

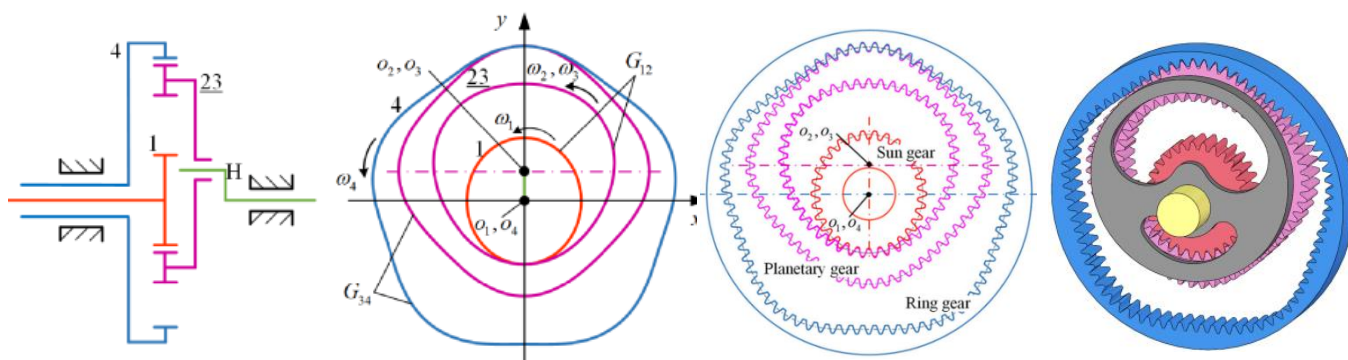


Рисунок 1.17 - Основная конструкция планетарной передачи с некруглыми колесами, соосным расположением и двойным внутренним зацеплением: 1-солнечная шестерня; 2, 3 - планетарные шестерни; 4- кольцевая шестерня; Н – водило.

Отличительной особенностью проектирования этого механизма с НЗК стало то, что для проведения имитационного анализа использовалось специальное программное обеспечение ADAMS. Возможности программного пакета позволили исследовать различные кинематические варианты конструкции, моделируя на компьютере реальные условия их работы. В результате их сравнения был выбран лучший вариант при меньших затратах времени и средств.

1.2 Механизмы с некруглыми зубчатыми колёсами в объёмных гидромашинах

Начать следует с простейшей системы двух некруглых колес [31], у которых центрами вращения являются фокусы эллипсов (рисунок 1.18).

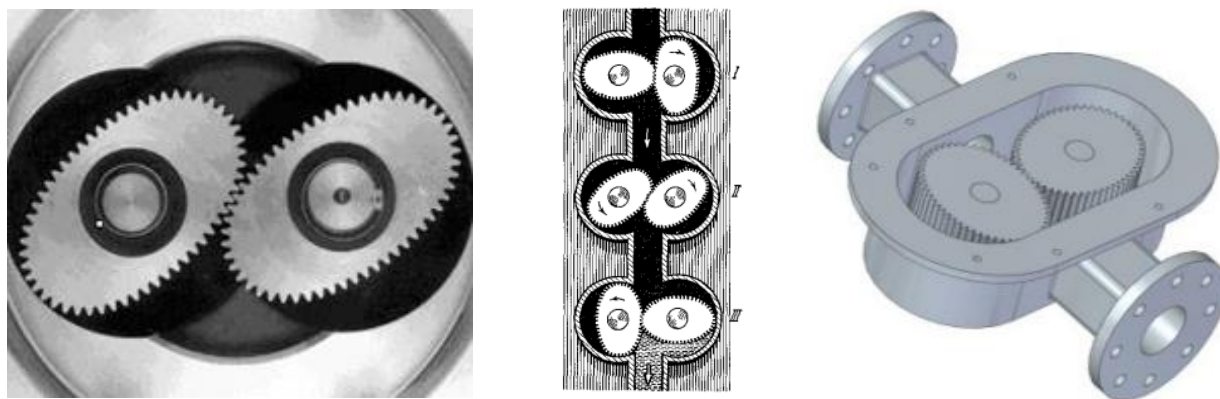


Рисунок - 1.18. Счётчик расхода жидкости

Такая конструкция стала широко использоваться в счетчиках для измерения расхода жидкостей [7] в середине прошлого века. Принцип расходомеров с овальными шестернями был запатентован [32] фирмой Vorr&Reuther в 1932 г. Они не имеют внешнего привода и приводятся в движение расходуемой жидкостью за счет разности давлений. В расходомерах для нефтегазовой отрасли компании Vorr&Reuther Messtechnik [33] применяются такие конструкции и в настоящее время. Приборы для измерения расхода жидкости, в основе которых подобное строение выпускает Российская компания АО «Промприбор». Особое место занимают гидрообъёмные машины, построенные на базе планетарного механизма с некруглыми зубчатыми колёсами и плавающими сателлитами. Известна конструкция роторной гидромашины с планетарным механизмом (рисунок 1.19), которую запатентовал в 1914 году инженер Dock Herman [34]. Машина могла использоваться как насос для перекачки жидкости или как гидродвигатель. В устройстве ротор 2, приводимый в движение внешним источником 1, передавал вращение сателлитам 3, которые обкатывались по зубчатому венцу статора 4. Рабочие камеры, заключенные между звеньями 2, 3 и 4, совершали вращательное движение. Объем камер изменялся, а жидкость всасывалась и вытеснялась из этих

камер через каналы 18. В режиме двигателя ротор 2 вращался за счет сил давления жидкости, подаваемой в рабочие камеры. Так как расположение ротора 2 эксцентрично, то конструкцию можно отнести к механизмам с некруглыми колесами.

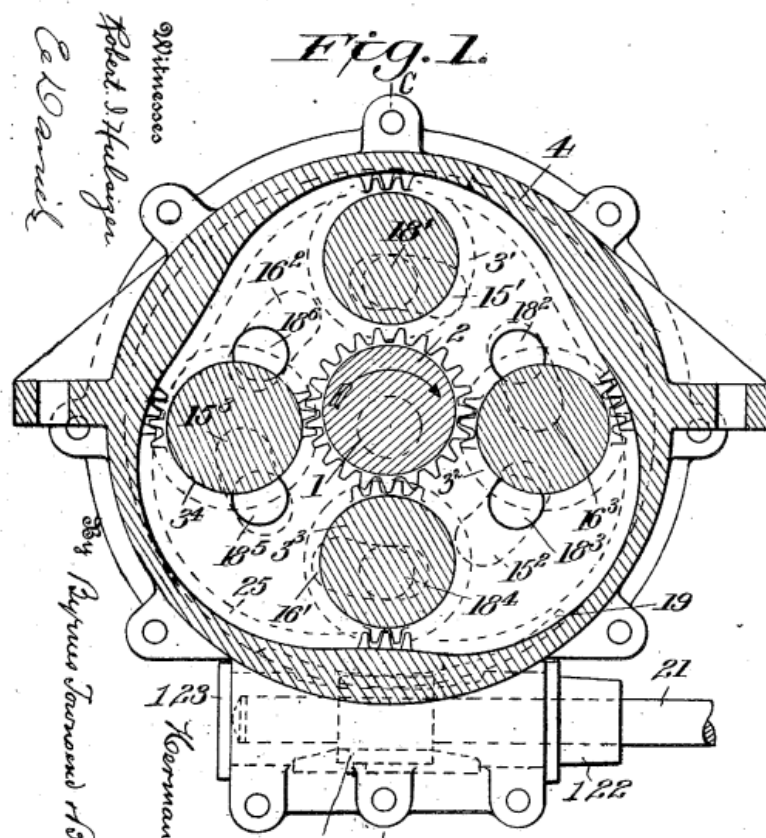


Рисунок 1.19 - Планетарная гидромашинa 3-1 с плавающими сателлитами 1914 год, Dock Herman [34]

Польским инженером Bohdan Sieniawski в 1972 году была предложена конструкция планетарного механизма с некруглыми колесами для использования в машинах, требующих большого крутящего момента (рисунок 1.20). Такие устройства предлагалось применять в транспортных средствах и подъемных барабанах [35].

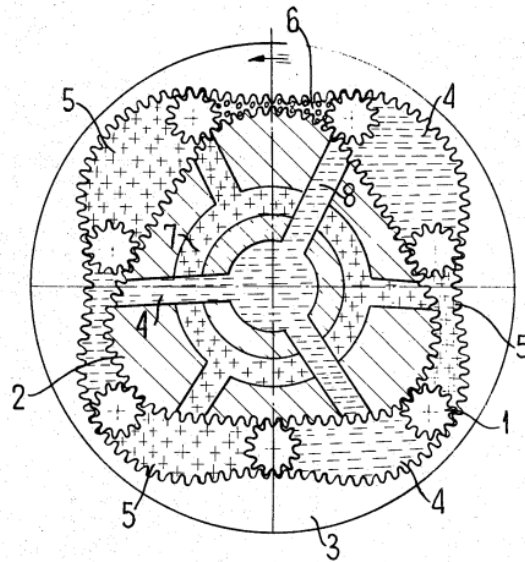


Рисунок 1.20 - Планетарно-кулачковый двигатель 4-3 [35]

В 2014 году ученые из Уханьского технологического университета [36] предложили усовершенствованную конструкцию такой гидромашины. В 1991 г. китайские исследователи Shubo Wang, Jinhai Huo, Qiuli Zhao запатентовали [37] гидромотор, выполненный по схеме на рисунке 1.21

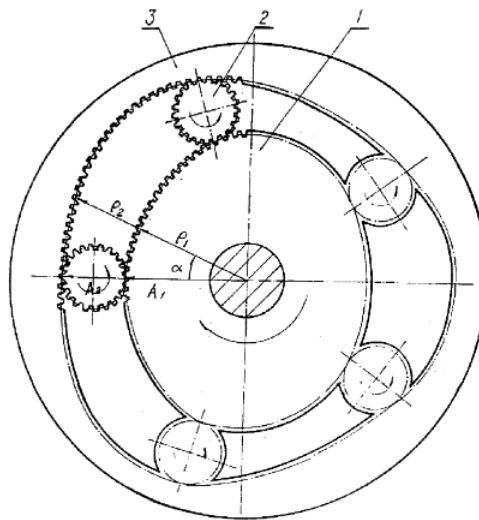


Рисунок 1.21 - Гидравлическое устройство [37] с некруглой планетарной передачей 3-2

В 1993 году было запатентовано еще одно изобретение китайских инженеров Ван Гуйхай, Сюй Чжиюань, Чэнь Линлин [38]. Механизм (рисунок 1.22) представляет собой низкоскоростной гидравлический двигатель с высоким

крутящим моментом и планетарной зубчатой передачей. Двигатель состоит из круглого, но эксцентрического ротора 1, статора 2, выполненного в виде эллипса, и трех сателлитов 3. Впрочем, подобные схемы гидромашин были известны и ранее (см. например, [39])

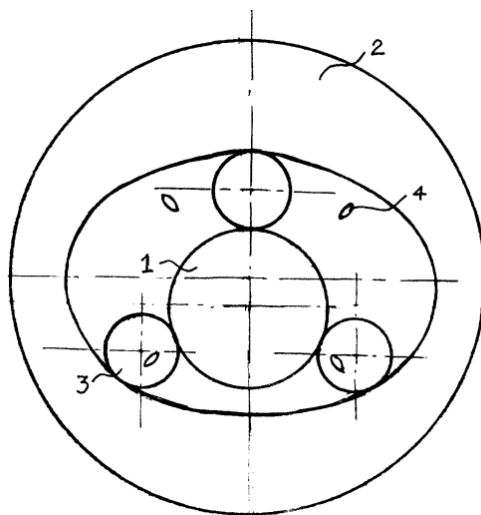


Рисунок 1.22 - Планетарный механизм 2-1 в низкоскоростном гидродвигателе [38]

В 1998 году польский инженер Dariusz Sieniawski запатентовал конструкцию гидравлического двигателя [40]. Он содержит некруглую солнечную шестерню-ротор 1, имеющую четыре или шесть волн на зубчатой поверхности внешнего зацепления, и эпицикл-статор 2 с шестью или восемью волнами, соответственно (рисунок 1.23).

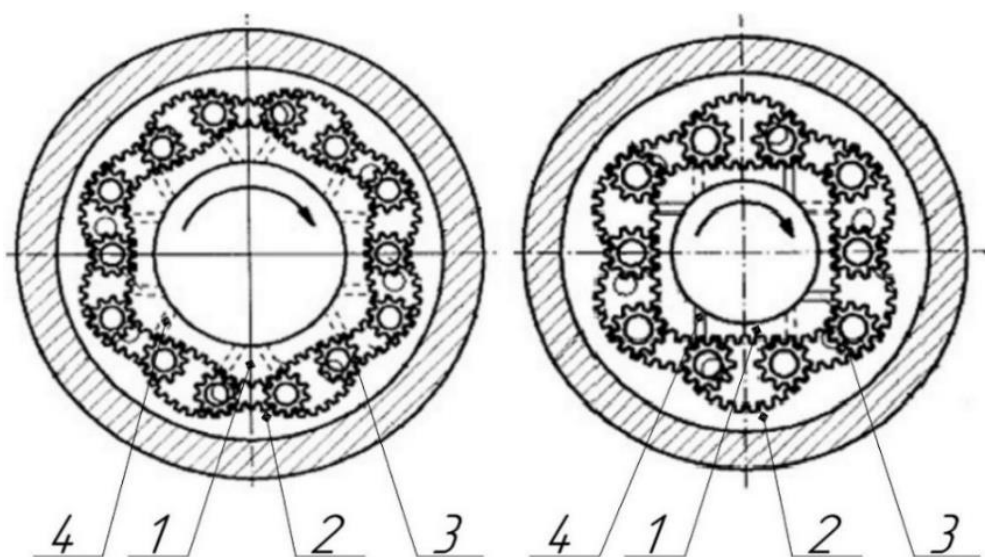


Рисунок 1.23 - Планетарные гидродвигатели 6-4 и 8-6 [40]

В настоящее время такие гидродвигатели серийно выпускаются на предприятии «Hydromech» в Польше [41]. Подобные конструкции гидродвигателей также запатентованы [42] и производятся в Китае.

В течение 1995 - 2002 гг. ряд работ, посвящённых исследованию планетарных механизмов с плавающими сателлитами, опубликовал российский ученый Ан И-Кан [44, 45]. В частности, им была предложена гидромашина, схема которой изображена на рисунке 1.24. Механизм состоит из солнечной шестерни 1, эпициклического колеса 2, плавающих сателлитов 3. Каналы 4 в конструкции (рисунке 1.24) расположены в торцевой стенке 5 эпициклического колеса 2.

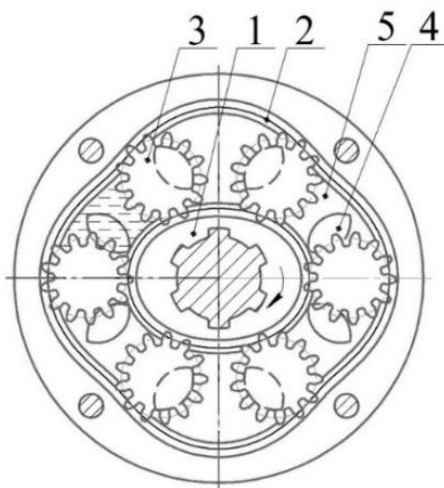
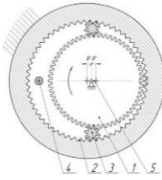
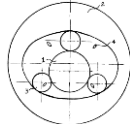
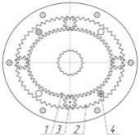
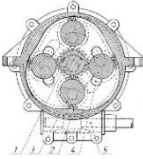
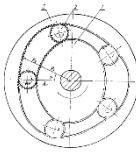
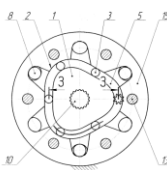
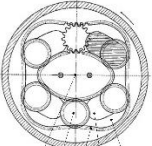
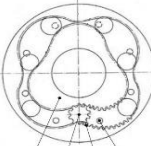
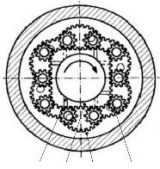
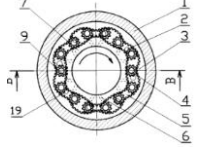


Рисунок 1.24 - Гидромашина 4-2 Ан И-Кана [45]

Не противоречащие друг другу классификации планетарных гидромашин с плавающими сателлитами были предложены Ан И-Каном [45] и Zhang Quan [43]. Ниже приведена соответствующая таблица 1.1, выполненная в редакции [47, 49].

В качестве главных различий между схемами таких механизмов целесообразно [48] рассматривать разность чисел волн эпицикла N и солнечной шестерни M , а также их симметрию. Признаком симметрии является наличие отличного от 1 общего делителя для чисел волн N и M . Наличие симметрии обеспечивает уравновешенность сил, приложенных к ротору. Симметрией обладают все схемы с разностью $N-M=2$, кроме 3-1=2. Любые схемы $N-M=1$ не симметричны. К настоящему времени все схемы $N-M=1$ и $N-M=2$ с $N < 9$ известны и запатентованы (см. таблица. 1.1).

Классификация ПРМ

M N	1	2	3	4	5	6
1	Г.Ю. Волков RU 2513057 					
2	Jian Dong Xutang Wu CN 1077244 	Волков Г.Ю. RU 144306 				
3	D. Herman US 1087735 	Shubo Wang CN 2069495 	Волков Г.Ю. RU 2686432 			
4		Ан И-Кан RU 2137943 	B.Sieniawski US 3852002 			
5						
6				D.Sieniawski US 6230823 		
7						
8						D.Sieniawski US 6230823 

Дополнительными классификационными признаками схем планетарных гидромашин [47] является то, какое из центральных звеньев является неподвижным, и то, в каком из этих звеньев выполнены подводящие каналы. Подробному анализу возможностей расположения каналов в том или ином звене посвящена статья [49].

Достоверно известно, что до уровня промышленного производства доведены только гидромашинны 6-4 и 8-6 [41]. Причиной такого, достаточно скромного распространения, помимо проблем с технологией и методиками геометрического расчёта, является сравнительно невысокое давление среды, которое выдерживают зубчатые зацепления планетарного механизма по контактным напряжениям и напряжениям изгиба. Согласно расчётам, [45, 47] предельное давление, при котором планетарная гидромашинна с плавающими сателлитами способна работать длительное время не превышает 100 атм. Значения давлений 200-250 атм (20-25 МПа), которые указаны в проспектах фирмы ГИДРОМЕХ, по-видимому, относятся к кратковременному использованию гидродвигателей. В современных гидроприводах используется давление среды, значительно превышающее как расчётные, так и указанные фирмой ГИДРОМЕХ значения.

1.3 О возможности применения некруглых зубчатых колёс в пневмомашиннах

Давление рабочей среды (1-1500000) бар (0,1-1,5МПа). востребовано в вакуумных насосах и компрессорах. Проанализируем факторы, затрудняющие использование планетарных механизмов с плавающими сателлитами для работы с газовыми средами. Во-первых – это низкая геометрическая степень сжатия $E_{\text{псилона}}$. В известных схемах с $N-M=2$ максимально достижимая [48, 49, 52], степень сжатия $E_{\text{псилона}} = 2,5-3$, а в схемах $N-M=1$ её величина $E_{\text{псилона}} = 4-4,5$. Во-вторых, утечки среды через сопряжения звеньев. Вязкость газа значительно меньше, чем жидкости.

Решение первой из названных проблем приближает открытая Г.Ю. Волковым [46] возможность использования планетарных механизмов с одинаковым числом зубьев $Z_1=Z_2$ и волн $N=M$ солнечной шестерни и эпицикла (рисунки 1.25, 1.26)

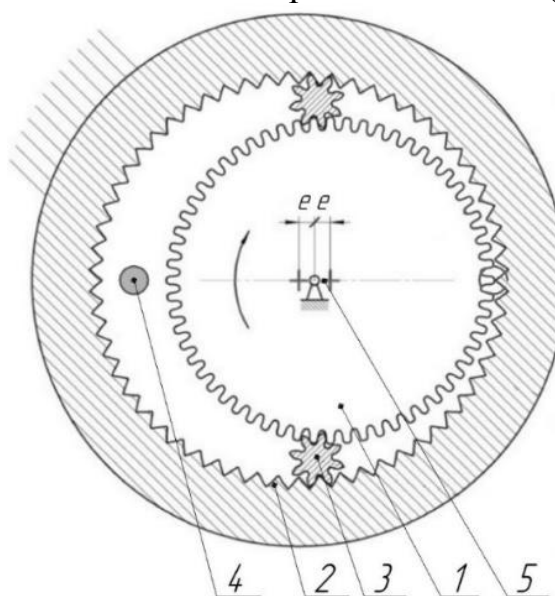


Рисунок 1.25 - Схема 1-1 [46]

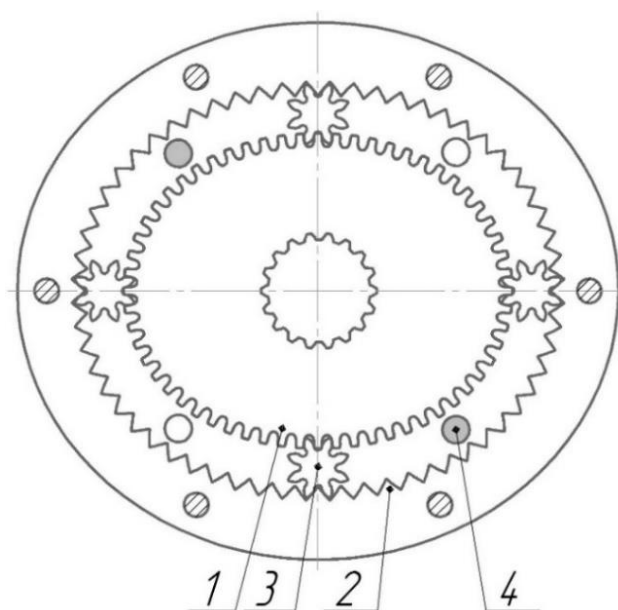


Рисунок 1.26 - Схема 2-2 [50]

При $N=M$ некруглым зубчатым колёсам планетарного механизма можно придать форму, обеспечивающую существенное повышение степени сжатия ε . Это планетарная роторная пневмомашинa (ПРМ) с выстоями сателлитов [51] – рисунке 1.27

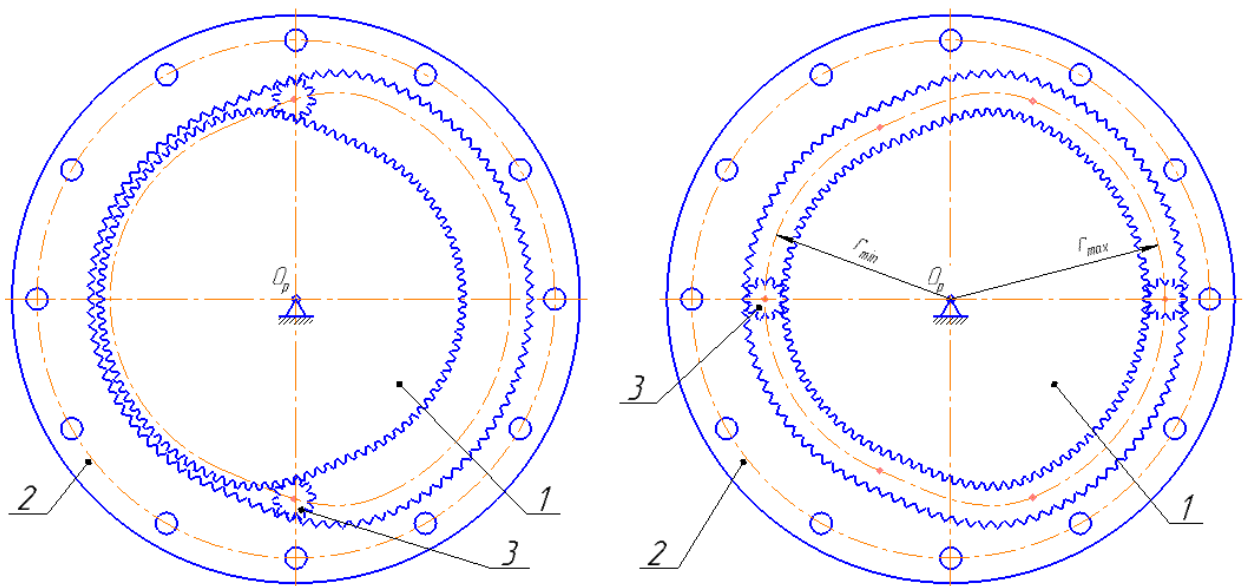


Рисунок 1.27 - ПРМ 1-1 с выстоями сателлитов [51], [53]

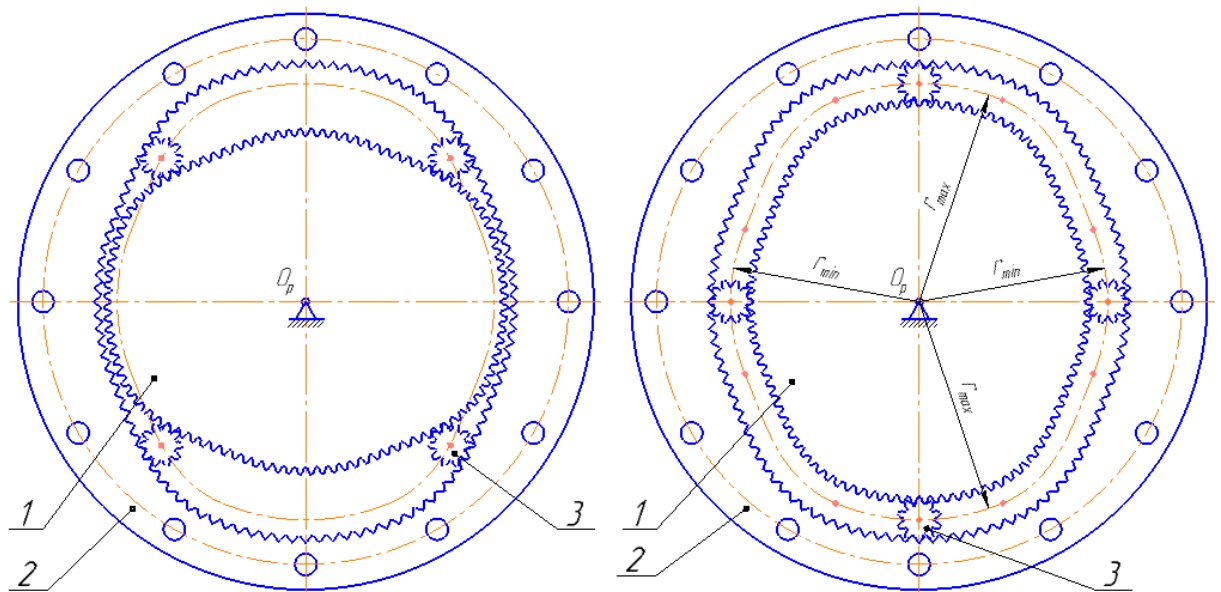
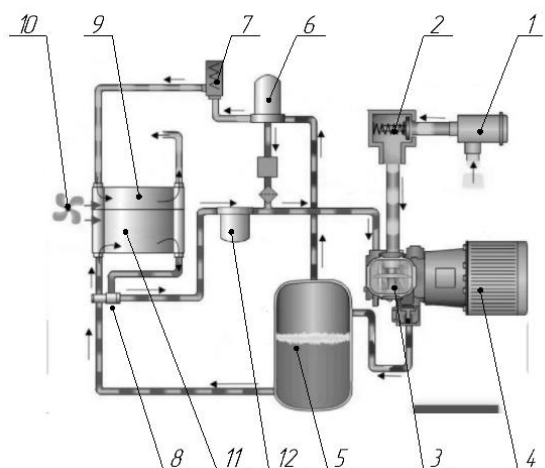


Рисунок 1.28 - ПРМ 2-2 с выстоями сателлитов [51], [53]

Для схемы $N=M=2$ (рисунок 1.28) получено $\varepsilon = 6,3$ [49]. А для схемы $N=M=1$ значение $\varepsilon = 7,7$.

Помимо повышения степени сжатия работоспособность ПРМ требует снижения утечек среды через сопряжения звеньев. Решению этой задачи поможет конструкция, уже используемая в винтовых компрессорах (рисунок 1.29)



а



б

Рисунок 1.29 - Винтовой компрессор [54]:

а - схема компрессорной установки, б - винтовой блок

В винтовой компрессор (рисунок 1.29а) воздух поступает через всасывающий клапан 1 и воздушный фильтр 2. После фильтрации воздух приходит в винтовой блок 3. Один из двух роторов винтового блока — ведущий. Он приводится в движение электродвигателем 4. Второй ротор является ведомым, он вращается за счет взаимодействия с первым. При подходе к винтовой паре, воздух смешивается с маслом 5. Масло в винтовом блоке служит смазкой, уплотняет зазоры между ключевыми элементами и отводит тепло. Смесь воздуха и масла нагнетается посредством вращательных движения роторов. Сепаратор 6 очищает воздух. На следующем этапе воздух проходит через воздушный радиатор 9 с охлаждающим вентилятором 10 и через клапан минимального давления 7. Масло поступает обратно в винтовой блок через масляный радиатор 11 по малому или большому кругу, что зависит от его температуры, проходя через масляный фильтр 12. Регулировку температуры масла обеспечивает термостат 8. Сжатый воздух, приведенный к нормальным физическим и температурным показателям, идёт на выход 13.

Аналогичное конструктивное решение, относящееся непосредственно к ПРМ, защищено патентом Н.С. Анищенко, Г.Ю. Волкова [55].

Наименьшей чувствительностью к утечкам среды по торцам сателлитов обладают схемы 1-1 и 2-2, которые содержат меньшее количество сателлитов, чем другие схемы. Это обстоятельство является ещё одним доводом в пользу создания планетарных пневмомашин именно на базе схем $N=M$.

Для реализации идеи создания ПРМ в Курганском университете решается ряд задач конструкционного и технологического плана. Представляемая диссертационная работа направлена на устранение проблем, связанных с геометрическим проектированием ПРМ.

Форма зубьев некруглых колёс в схемах $N=M$ с выстоями особая. Это требует разработки специальной методики их геометрического расчёта. Проблема, однако, состоит в том, что пока не существует корректной методики геометрического проектирования любых планетарных механизмов с некруглыми колёсами и плавающими сателлитами.

1.4. О технологиях изготовления некруглых зубчатых колёс.

Выполненный выше обзор показывает, что технические возможности механизмов с некруглыми зубчатыми колёсами имеют перспективу широкого использования в промышленности. Но при этом есть проблемы с их изготовлением по традиционным технологиям зубообработки. В настоящее время известны следующие методы формообразования зубчатых венцов.

Копирование ($W=0$).

Объёмное копирование (литьё). Инструмент (форма, матрица) неподвижен относительно формируемого изделия. Этот способ может применяться для изготовления некруглых зубчатых колёс, но дает удовлетворительную точность зубчатого венца только на полимерных материалах [56, 57, 58, 59, 60]. Аддитивные технологии дороги и также пока не обеспечивают необходимую точность.

Копирование профиля. Контур инструмента неподвижен относительно заготовки в плоском сечении, может быть осуществлено только с использованием протяжки, контур которой формирует сразу весь зубчатый венец. Применение этого метода

возможно только в массовом производстве. Фрезерование некруглых колёс модульной фрезой неприменимо из-за того, что профили всех зубьев разные.

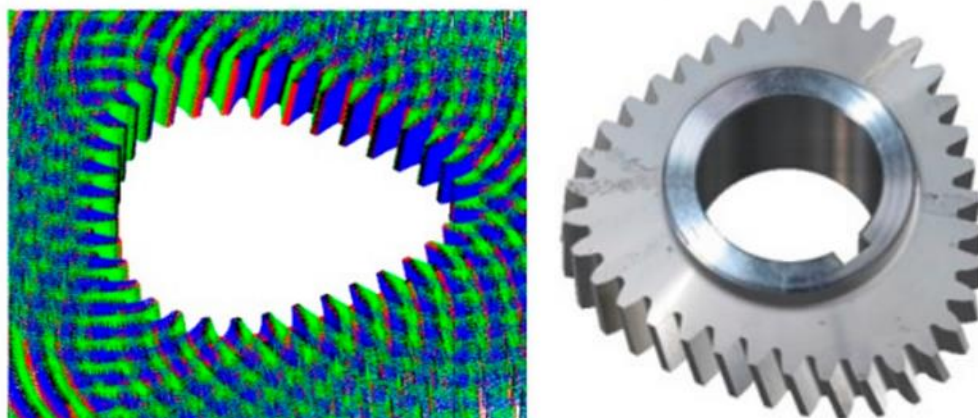


Рисунок 1.30. Виртуальное зубофрезерование некруглой шестерни на основе процесса диагонального зубофрезерования [63]

Однопараметрическое огибание, обкатка (в плоском сечении $W=1$). Этот метод наиболее широко применяется на практике для изготовления круглых зубчатых колёс на зубодолбежных, зубофрезерных и других станках. До появления зубообрабатывающих станков с ЧПУ для обработки по этой схеме некруглых колёс предлагались различные приспособления [8].

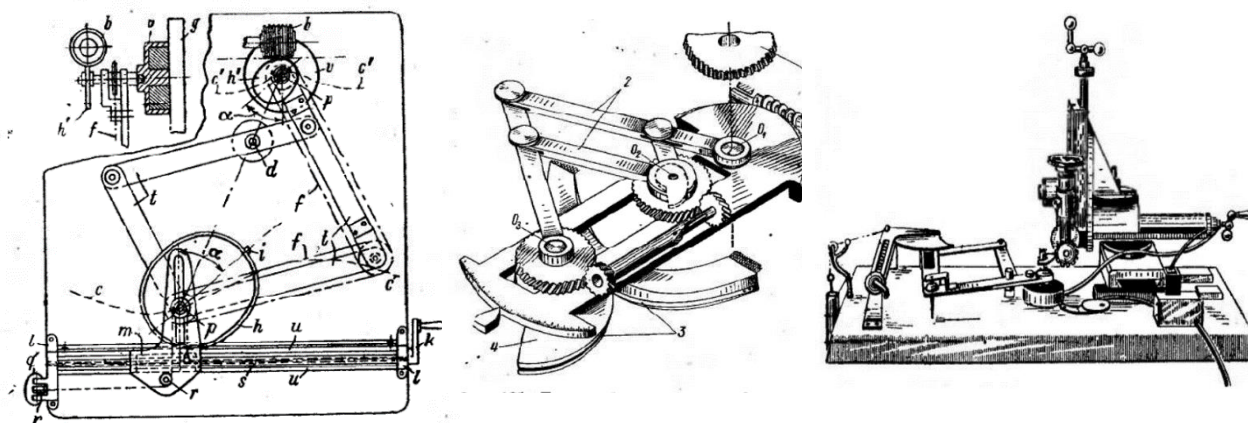


Рисунок 1.31-Приспособление для нарезания некруглых зубчатых колес (1956 г.) [7]

Современные станки с ЧПУ в принципе упрощают задачу [61, 62, 63], но требует особого специального программного обеспечения для данного станка с ЧПУ.

В работе [63] идёт речь о виртуальном формообразовании некруглой шестерни на основе процесса диагонального зубофрезерования (рисунок 1.30).

Автор статьи [64] рекомендуется использовать универсальный программный продукт MATLAB для моделирования начальной кривой и профиля зуба, а затем в системе автоматизированного проектирования SolidWorks проводить построение трехмерной модели некруглого зубчатого колеса на основе результатов моделирования. В качестве важных преимуществ такого метода отмечается сокращение временных затрат, что упрощает производство зубчатых передач без использования специализированных программ. Но при таком способе, форма профиля зубьев чрезмерно упрощается и становится неприемлемой (рисунок 1.32).

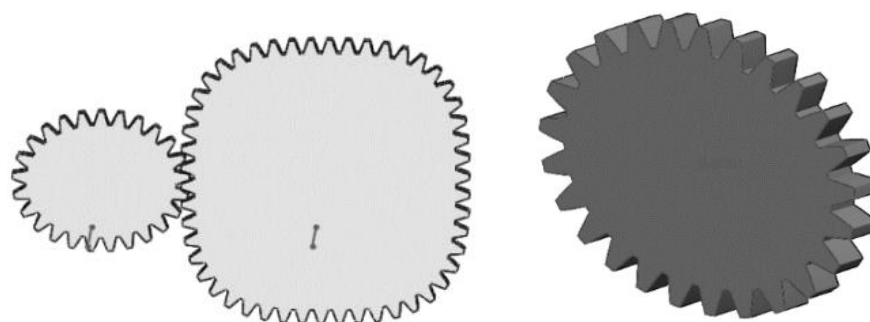


Рисунок 1.32 - Контуры НЗК по статье [64]

Авторы статьи [65] предлагают использовать алгоритм «фильтрации» в среде MATLAB к точкам эквидистантных кривых для выделения области, находящейся в зоне зацепления зубчатой пары. В качестве критерия отбора используют диапазон изменения полярного радиуса и полярного угла профиля зуба производящего инструмента (рисунок 1.33).

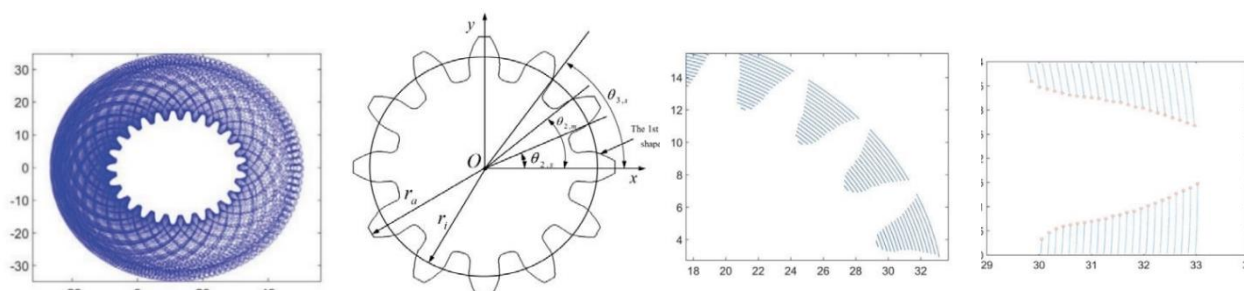


Рисунок 1.33 - Контуры НЗК по статье [65]

В статье [66] предлагается формировать точную геометрию эллиптического колеса на основе заданных исходных параметров: специализированная программа корректирует длину делительной кривой, подбирает количество зубьев, соответствующее заданному модулю, рассчитывает все необходимые для построения колеса данные и сохраняет координаты зубьев в текстовые файлы (по одному на каждый зуб), называемые в соответствии с номером зуба.

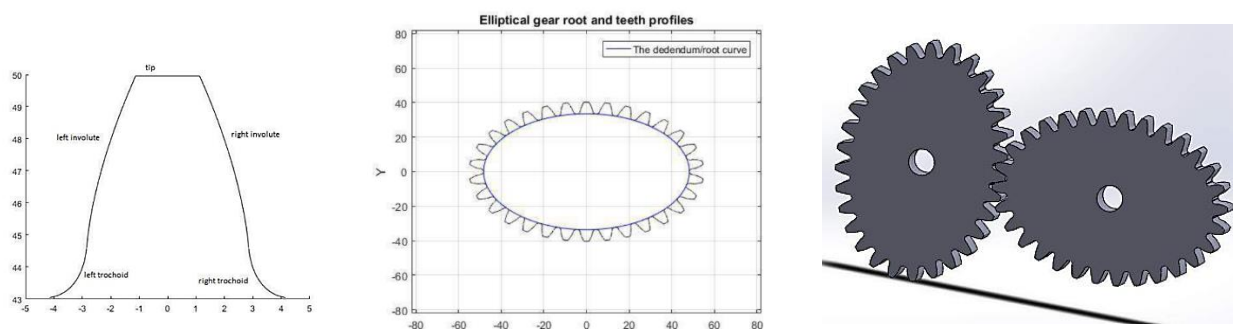


Рисунок 1.34 - Контуры НЗК [66]

Двухпараметрическое огибание (в плоском сечении $W=2$). Этот метод реализуется только на станках с ЧПУ. Инструментом может служить круглая в сечении фреза, проволока (электроэрозионная обработка), струя (гидроабразивная резка) или луч (лазерная резка).

Предложения по применению электроэрозионной обработки для получения некруглых колес появились уже в 80^е годы прошлого столетия. Существует патент [67] 1982 года на способ электроэрозионной обработки сложнопрофильных изделий (в то числе зубчатых колёс).

Вопросам технологии получения профиля некруглых зубчатых колес с помощью электроэрозионной обработки посвящена диссертационная работа [68]. В ней решаются проблемы автоматизации технологического обеспечения операций контурной обработки НЗК, приводятся методика проектирования центроид, расчет и построение операционного контура НЗК с помощью программно-математического обеспечения. Коллектив авторов [69, 70, 71] продолжает эту работу и пишет о повышении производительности процесса и получении показателей качества зубьев, соответствующих 6-8 степени точности.

Стоит заметить, что существенным недостатком электроэрозионных технологий является дороговизна оборудования и расходных материалов (проволока, диэлектрическая жидкость), а также сложность изготовления электродов, что приводит к увеличению времени и стоимости подготовки производства.

В работах [72, 73, 7475] рассматривается возможность получения профилей зубьев с помощью лазерной резки. В процессе резки металла лазерным лучом происходит упрочнение обработанной поверхности детали. Оно основано на нагреве участка поверхности под действием лазера и последующем быстром охлаждении этого участка с теплоотводом вглубь заготовки.

Наличие современного оборудования для лазерного раскроя позволяет широко применять лазерную технологию и для изготовления венцов некруглых зубчатых колес. Преимуществом такого способа получения профилей НЗК являются низкие потери неиспользованного материала и отсутствие износа инструмента [75].

В работах [74, 75] предлагается изготавливать сборные зубчатые колеса, состоящие из нескольких зубчатых дисков, вырезанных с помощью лазера. Данному вопросу посвящены также исследования [47, 49] – рисунок 1.35.



Рисунок 1.35 - НЗК, составленные из дисков, вырезанных на лазере [47, 49]

Заключение по главе 1

В этой главе проведен анализ конструкций различных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами. Выделены передаточные механизмы с НЗК, а также планетарные механизмы с некруглыми центральными колесами и плавающими сателлитами ПРМ, используемые в гидромашинах. Отдельно рассмотрены работы, касающиеся применения ПРМ в пневматических машинах.

Исследованию передаточных механизмов с НЗК посвящены многие публикации, в том числе, фундаментальные монографии. Имеются многочисленные примеры практического использования подобных механизмов.

Планетарные механизмы гидромашин ПРМ упоминаются, главным образом, в патентах различных государств. Статьи, посвященные проектированию ПРМ, появились сравнительно недавно. Из фундаментальных работ в этой области удалось найти только докторскую диссертацию Ан И-Кана (2000 г.). Промышленное производство ПРМ серийно осуществляется на единственном в мире предприятии «Гидромех» в Польше. Задача использования ПРМ в пневматических машинах впервые была поставлена в работах исследователей Курганского госуниверситета (начиная с 2010 г.).

Общая проблема, препятствующая более широкому использованию механизмов с НЗК, связана с технологией их изготовления. Дополнительные трудности возникают при проектировании ПРМ, универсальная и корректная методика геометрического расчета которых до сих пор отсутствует. Детальный анализ состояния вопроса геометрического проектирования выполнен во второй главе.

2. ПОДХОДЫ К ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ МЕХАНИЗМОВ С НЕКРУГЛЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЁСАМИ

Одно из препятствий к широкому применению механизмов с НЗК состоит в сложности геометрического расчета. Свойством любых НЗК является то, что их контуры меняются от зуба к зубу. При проектировании планетарных механизмов с некруглыми центральными колесами и плавающими сателлитами возникают дополнительные проблемы, связанные с тем, что мгновенные центры скоростей звеньев не совпадают с их геометрическими осями.

2.1 Существующие решения в области геометрического расчета некруглых колёс.

2.1.1 Проектирование передач с НЗК и эллиптических колес счетчика расхода жидкости.

Научные работы в области синтеза НЗК, выполненные до середины 20 века, обобщены в монографиях Ф.Л. Литвина [7], [8]. Проектирование НЗК выполняется в два этапа: синтез центроид и получение контуров зубьев. Последняя операция некоторыми авторами [76, 77, 78] называется озубрением. Передаточное отношение механизма некруглых колес должно выражаться гладкой функцией с ограниченными и притом положительными значениями. Различаются задачи проектирования колес с незамкнутыми и замкнутыми центроидами.

В приборостроении применяется преимущественно НЗК, имеющие незамкнутые центроиды (рисунок 2.1).

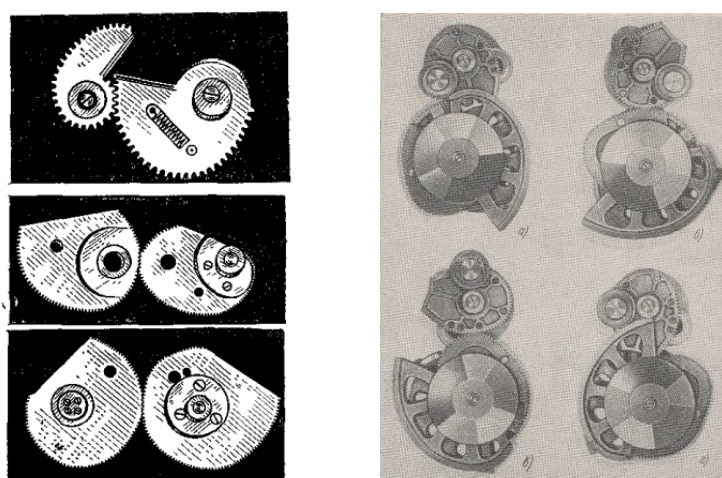


Рисунок 2.1 - НЗК с незамкнутыми центроидами [8]

НЗК с замкнутыми центроидами показаны на рисунках, приведенных в главе 1. Они применяются при передаче непрерывного вращательного движения. Для замкнутости центроид таких колес необходимо, чтобы функция передаточного отношения была периодической.

При решении задачи получения контуров зубьев (озубрения) НЗК в работах [7, 8] рассматриваются различные схемы зубообработки по методу обкатки. В том числе с применением приспособлений, изображенных на рисунке 1.31.

Отдельную нишу занимает расчет эллиптических некруглых колес, таких как показаны на рис. 1.3. Этот вопрос подробно освещён в монографиях Ф.Л. Литвина [7, 8]. В последующий период несколько отличающиеся друг от друга алгоритмы решения подобных задач приводятся в работах многих других авторов [76, 77, 78].

Рассмотрим проектирование механизма с эксцентричной и эллиптической центроидами [79] – рисунок 2.2.

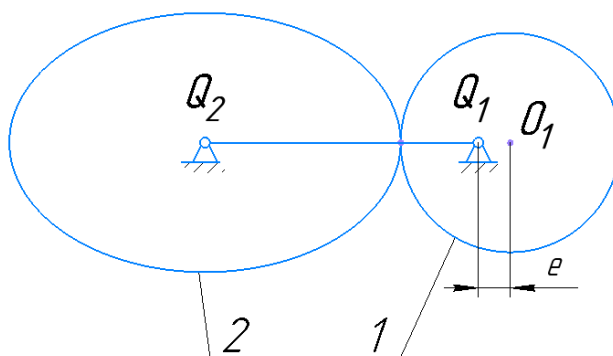


Рисунок 2.2 - Механизм с эксцентричной и эллиптической центроидами

Одно из колес является круглым, но закреплено на валу эксцентрично. Второе колесо эллиптическое. Передаточное число $U=2$. На первом этапе выбираются числа зубьев колес $Z_2=2Z_1$, модуль m_w и другие исходные параметры.

$$a_w = \frac{Z_1(U+1) \cdot m_w}{2} . \quad (2.1)$$

На следующем этапе выполняется расчет текущего радиус-вектора r_1 центроиды 1 и соответствующего ему угла φ_2 поворота колеса 2:

$$r_1 = AC - O_1C = \sqrt{r^2 - (e \cdot \sin \varphi_1)^2} - e \cdot \cos \varphi_1, \quad (2.2)$$

где e – эксцентриситет шестерни;

φ_1 – текущий угол поворота шестерни,

$$\varphi_1 = \arctg \left(\frac{r \cdot \sin \varphi^*}{r \cdot \cos \varphi^* - e} \right), \quad (2.3)$$

φ^* – угол расположения точки на центроиде 1 в системе координат, связанной с геометрическим центром круглой шестерни.

Угол поворота φ_2 колеса определяется из условия качения центроид без скольжения, т. е. в соответствии с теоремой Виллиса:

$$r_1 d\varphi_1 = r_2 d\varphi_2. \quad (2.4)$$

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{\left(a_w / \sqrt{r^2 - (e \cdot \sin \varphi_1)^2} - e \cdot \cos \varphi_1 \right) - 1}. \quad (2.5)$$

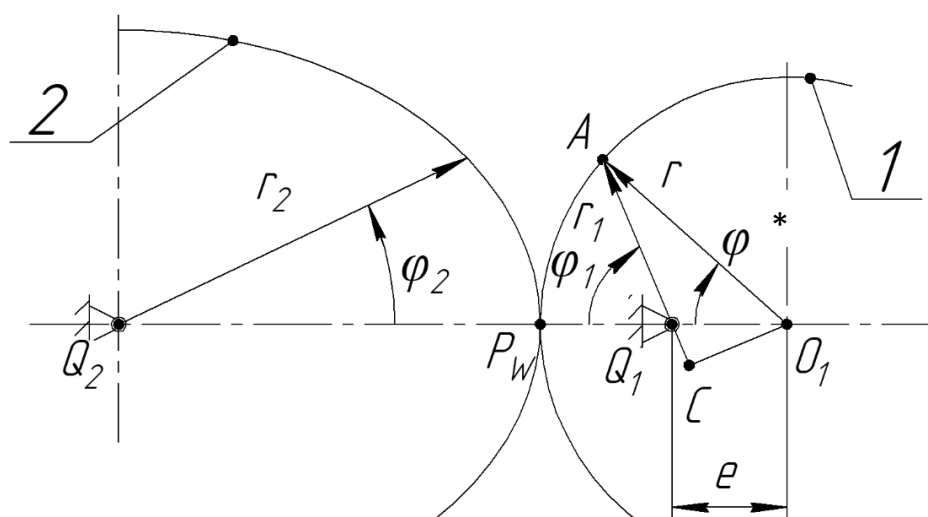


Рисунок 2.3 - Центроиды передачи

«Озубрение» центроид выполняется путем виртуальной обкатки колеса 2 шестерней 1 или ее технологическим аналогом. В результате получается семейство кривых-профилей сателлита, которое выглядит на рисунке 2.4 как черное поле. Итоговая операция нахождения профиля некруглого зубчатого колеса 2 – это построение огибающей семейства кривых при помощи одной из графических компьютерных программ.

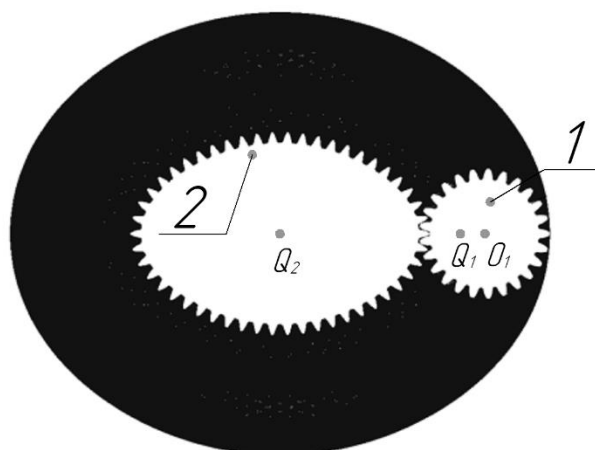


Рисунок 2.4 - Зацепление эксцентричного 1 и некруглого 2
зубчатых колес

В работах [76, 77, 78, 80, 81, 82] операция «озубрения» центроид НЗК производится иначе. Для каждого зуба находят центр кривизны центроиды, выбирают «приведенное» круглое зубчатое колесо соответствующего радиуса, опираясь на возможности графических программ, «вырезают» зуб и переносят его на центроиду некруглого колеса.

Синтез НЗК механизмов планетарных передач с постоянными межосевыми расстояниями, показанных на рисунке 1.18 и 1.19, производится по методикам [28, 77], аналогичным рассмотренным выше.

В публикациях иностранных исследователей [83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92] рассмотрены методы проектирование НЗК с постоянным межосевым расстоянием. В большинстве статей в основе геометрического синтеза лежит обкатка. Так, например, в работе [84] теоретический профиль зубчатого венца формируется в результате огибания зубчатых реек. Процесс построения состоит из следующих этапов. Вначале выбирается закон для построения центроиды, далее она разбивается на секторы с вогнутыми и выпуклыми участками. При этом для отдельных секторов подбираются разные профили инструментальной рейки. На каждом секторе рейка движется по своим законам (рисунок 2.5).

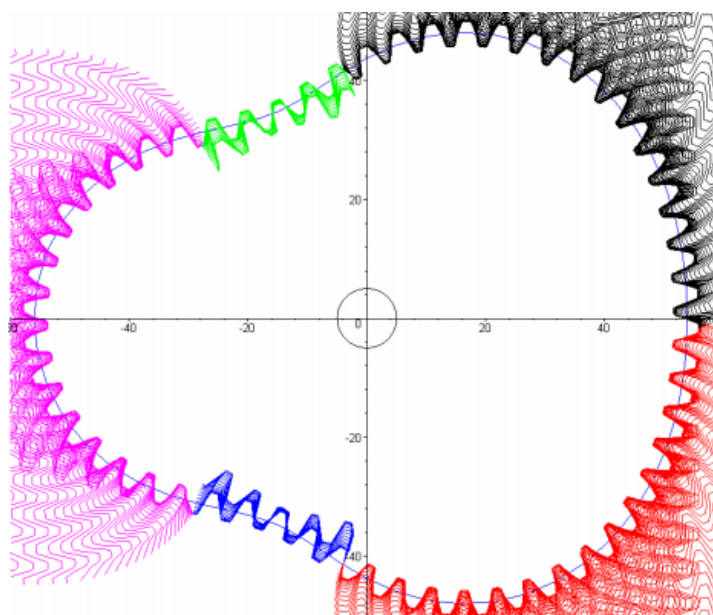


Рисунок 2.5 - Построение профиля некруглого колеса [84]

В статье [93] китайских исследователей рассматривается метод синтеза НЗК, основанный на использовании возможностей виртуального 3D моделирования. Предлагаемый авторами алгоритм «равной длины дуги» позволяет избежать необходимости решать трансцендентные уравнения. В результате упрощается процесс программирования и снижаются вычислительные затраты.

В целом отметим, что задача проектирования НЗК с постоянными межосевыми расстояниями хотя не имеет общепринятой методики расчета, решена достаточно корректно многими авторами.

2.1.2 Проектирование планетарных механизмов с некруглыми центральными колесами и плавающими сателлитами, используемых в гидромашинах

Первые публикации на русском языке [94, 95], посвященные геометрическому проектированию планетарных механизмов гидромашин с НЗК и плавающими сателлитами принадлежат А.Е. Беляеву и Ан И-Кану. Результатом этих работ стала докторская диссертация Ан И-Кана [45]. В ней геометрический расчет ПРМ начинается с нахождения зависимости чисел зубьев центральных

колес Z_1 , Z_2 и количества сателлитов V от количества волн M и N центральных колес: $Z_1/Z_2 = M/N$ и $V = M + N$. Далее рассмотрено условие касания центроид трех связанных колес ПРМ. Точки контакта центроид и центр вращения подвижного солнечного колеса должны быть всегда расположены на одной прямой линии, что соответствует теореме Аронгольда-Кеннеди [96].

В своей диссертации [45] Ан И-Кан анализирует возможные варианты постановки задачи синтеза зубчатых звеньев (рисунок 2.6).

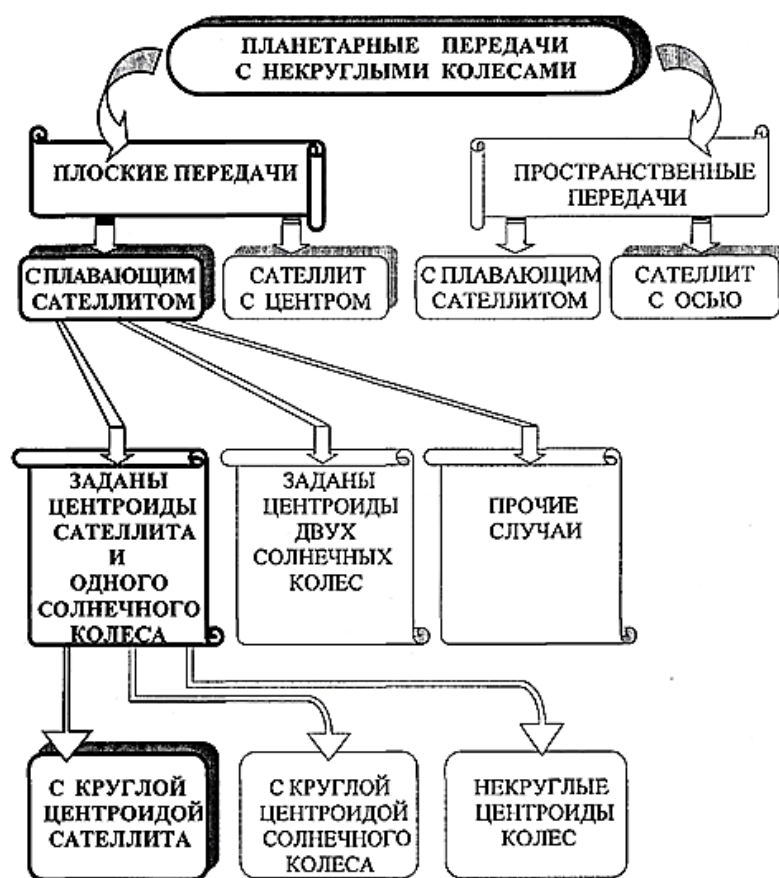


Рисунок 2.6 - Алгоритмы синтеза планетарных передач с некруглыми колесами [45]

Вся номенклатура планетарных механизмов разделена на 2 вида в зависимости от схемы движения сателлита относительно солнечных колес: с плавающим сателлитом и фиксированным его центром. Вид механизмов с плавающим сателлитом разделен на подвиды в зависимости от заданных центроид: а) заданы центроиды сателлита и солнечного колеса и б) заданы центроиды солнечных колес. По мнению Ан И-Кана наиболее проста схема с заданными

центроидами сателлита и одного из солнечных колес. Рассматриваемый подвид разделен на группы по типу заданных центроид: с круглой центроидой сателлита, с круглой центроидой солнечного колеса и некруглыми центроидами обоих колес. Применение круглых центроид сателлита расширяет диапазон геометрических параметров, т.к. нет ограничения по кратности длин центроид колес. Поэтому именно эта группа механизмов выбрана автором [45] для синтеза ПРМ. Алгоритм, предложенный Ан И-Каном выделен на схеме (рисунок 2.6) обрамлением и тенью.

Искомой является центроида одного из солнечных колес, описываемая дифференциальным уравнением с краевыми условиями. В работе [45] приведены результаты численного решения дифференциальных уравнений с различными формами центроиды одного из солнечных колес и сателлита. Проверка результатов решения задачи геометрического синтеза осуществлена на реальных механизмах ПРМ.

Тот же алгоритм расчета геометрических параметров ПРМ, что и Ан И-Кан, использовал итальянский ученый Domenico Mundo [83] (рисунок 2.7). Профиль солнечной шестерни получается огибанием инструмента, а зубчатый венец эпицикла с внутренними зубьями – виртуальной обкаткой сателлита, катящегося по солнечной шестерне.

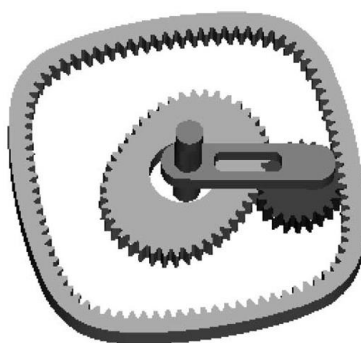


Рисунок 2.7 - Виртуальный прототип оптимизированной планетарной системы [83]

Большое количество статей, посвященных исследованию ПРМ, выполнено китайскими авторами. В работе [97] приводятся результаты комплексного исследования ПРМ по схеме 6-4, касающиеся оптимизации геометрии центроид по комплексу характеристик: производительности, снижению действующих

динамических нагрузок и стабильности работы механизма. Подобные исследования применительно к схеме 8-6 выполнены в работе [98]. В статье [99] показана возможность использования центроид НЗК ПРМ, составленных из простых элементов – прямой и дуг окружностей. Комплексное исследование геометрических и динамических параметров ПРМ 6-4 выполнено в работе [100]. В работе [101] показаны преимущества ПРМ перед шестеренным насосом, которые вытекают из особенностей строения планетарного механизма с НЗК и плавающими сателлитами. Вопросам геометрии и кинематики ПРМ также посвящены работы [102, 97, 103 и др.].

Теме ПРМ посвящена серия работ польского исследователя P Śliwiński [104, 105, 106 и др.]. Помимо геометрического расчета, в них затрагиваются вопросы производительности, динамической нагруженности и износостойкости ПРМ.

В настоящее время работы по геометрическому проектированию ПРМ ведутся в Курганском государственном университете [47, 49, 107, 108, 109]. Особенностью применяемого в этих работах подхода к синтезу ПРМ является то, что первоначально задаются не центроиды некруглых звеньев, а траектория движения центра сателлита. В рамках такого подхода был разработан ряд методик, имеющих существенные различия. Приводимые ниже примеры синтеза механизма (рис. 2.8) по этим методикам даются с уточнениями, сделанными в работе [110].

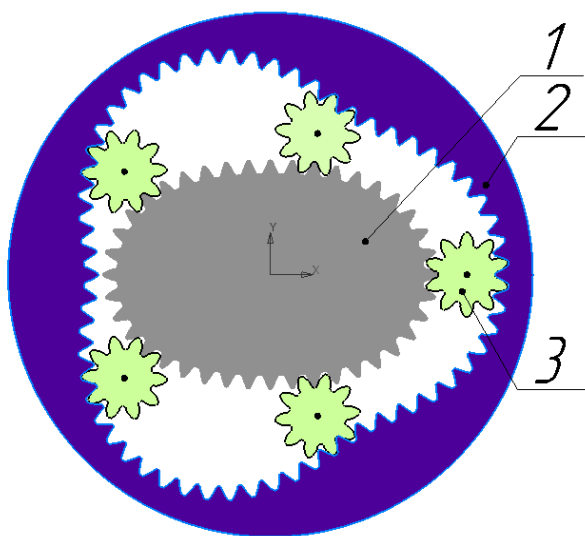


Рисунок 2.8 - Схема ПРМ 3-2

Методика «0» [108, 119]

На первом этапе проектирования задаются числа волн. В примере (рисунок 2.8): $M = 2$; $N = 3$. Выбираются числа зубьев солнечной шестерни z_1 и эпицикла z_2 , при этом должно быть выполнено условие сборки: $z_1 = C \cdot M$; $z_2 = C \cdot N$, где C — целое число.

В примере $Z_1 = 40$; $Z_2 = 60$, а число зубьев сателлита $Z_c = 10$.

На данном этапе также выбираются параметры прототипа проектируемого рабочего механизма гидромашины — исходного, расчетного круглозвенного планетарного механизма. Для этого можно использовать приложение КОМПАС-3D: *Валы и механические передачи → Расчеты механических передач → Планетарная зубчатая передача Джеймса с одновенцовыми сателлитами.*

В рассматриваемом примере коэффициенты смещения инструмента $X_1 = 0$; $X_2 = 0,6$; $X_c = 0,3$; модуль зацепления $m = 1$; межосевое расстояние $a_w = 25,288m$.

На втором этапе проектирования задается циклическая функция $F(\varphi)$, которая при выбранном сдвиге по аргументу является четной. Она характеризует расчетные траектории центра сателлита в системах координат, связанных с солнечной шестерней и эпициклом:

$$r_1(\varphi_1) = r_0 [1 + k_H F(M\varphi_1)]; \quad (2.6)$$

$$r_2(\varphi_2) = r_0 [1 + k_H F(N\varphi_2)], \quad (2.7)$$

где r_1 и r_2 — радиус-векторы траекторий центра сателлита; φ_1 и φ_2 — текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями; k_H — коэффициент некруглости траекторий, r_0 — радиус расчетной окружности (в которую вырождаются обе траектории при $k_H = 0$, $r_0 = a_w$).

В рассматриваемом примере использована гармоническая функция: $F(\varphi) = \cos \varphi$ с коэффициентом неравномерности $k_H = 0,155$:

$$r_1 = r_0 (1 + k_H \cos M \cdot \varphi_1); \quad (2.8)$$

$$r_2 = r_0 (1 + k_H \cdot \cos N \cdot \varphi_2). \quad (2.9)$$

На третьем этапе вычисляются углы поворота сателлита относительно солнечной шестерни и эпицикла φ_{c1} и φ_{c2} для множества положений центра сателлита на траектории, заданной уравнением (2.8) или (2.9). Здесь и далее параметры, относящиеся к сателлиту, обозначены индексом «с». Расчеты выполняются по формулам:

$$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_c}\right) \xi_{1(2)} \frac{1}{r_0} \int_0^\varphi \sqrt{\left[r(\varphi_{1(2)})\right]^2 + \left[r'(\varphi_{1(2)})\right]^2} d\varphi, \quad (2.10)$$

где $r'(\varphi_{1(2)})$ — производная соответствующей функции $r_1(\varphi_1)$ или $r_2(\varphi_2)$;

$\xi_{1(2)}$ — поправочный коэффициент, учитывающий изменение длины центральной траектории относительно длины.

В общем случае величина коэффициента ξ_i определяется [82] путём непосредственного сравнения длины L_0 соответствующей центральной окружности исходного круглозвенного механизма и фактической длины L_ϕ траектории центра сателлита:

$$\xi_i = L_0 / L_\phi. \quad (2.11)$$

В частном случае, когда центроиды звеньев эквидистантны центровым траекториям сателлитов [94], коэффициент ξ_i можно найти по формуле

$$\xi_{1(2)} = \frac{2\pi r_0}{\int_0^{2\pi} \sqrt{\left[r(\varphi_{1(2)})\right]^2 + \left[r'(\varphi_{1(2)})\right]^2} d\varphi}. \quad (2.12)$$

В простейшем случае, когда циклическая функция $F(\varphi) = \cos \varphi$, формула (2.10) принимают вид

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right) \xi_1 \int_0^{\varphi_1} \sqrt{(1 + k_h \cos M\varphi_1)^2 + (Mk_h \sin M\varphi_1)^2} d\varphi_1; \quad (2.13)$$

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{z_2}{z_3}\right) \xi_2 \int_0^{\varphi_2} \sqrt{(1 + k_h \cos N\varphi_2)^2 + (Nk_h \sin N\varphi_2)^2} d\varphi_2, \quad (2.14)$$

где

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k_H \cos M\varphi_1)^2 + (Mk_H \sin M\varphi_1)^2} d\varphi_1}; \quad (2.15)$$

$$\xi_2 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k_H \cos N\varphi_2)^2 + (Nk_H \sin N\varphi_2)^2} d\varphi_2}. \quad (2.16)$$

В рассматриваемом примере $\xi_1 = 0,9776$, $\xi_2 = 0,9520$. Результаты расчета параметров r_1, r_2 ($r_2 = r_1$), φ_1, φ_2 , а также φ_{c1} и φ_{c2} по формулам (2.13) и (2.14) приведены в таблице 2.1 (столбцы 1-6). В каждой ее строке выполнено соотношение:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{M}{N}.$$

Это обеспечивается выбором значений шагов $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ в соответствии с числами волн M и N :

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_1 \frac{M}{N}.$$

Таблица 2.1.

Значения параметров, характеризующих закон движения спутника относительно центральных зубчатых колес

r_1	φ_1 , град	φ_{c1} , град	r_2	φ_2 , град	φ_{c2} , град «0»	φ_{c2}^A , град «A»
1	2	3	4	5	6	7
29,2076	0	0	29,2076	0	0	0
29,2074	0,3	1,6923	29,2074	0,2	-1,0975	-1,1923
29,2068	0,6	3,3846	29,2068	0,4	-2,1952	-2,3846
29,2057	0,9	5,0768	29,2057	0,6	-3,2927	-3,5769
...	...	...	...	...	...	...
27,2478	30,0	167,1467	27,2478	20,0	-109,8690	-117,1470
...	...	...	...	...	...	...
21,3684	90,0	450,0000	21,3684	60,0	-300,0000	-300,0000

Для корректного расчета в системах CAD шаг $\Delta\varphi_1$ следует выбирать так, чтобы шаг $\Delta\varphi_2$ являлся рациональным числом (т. е. деление M/N выполнялось без остатка).

Максимальное значение верхнего предела интегрирования φ в выражениях (2.13) и (2.14) целесообразно выбирать так, чтобы завершилась половина цикла функции $F(\varphi)$. В рассматриваемом примере: $360^\circ/2M = 90^\circ$ и $360^\circ/2N = 60^\circ$, соответственно.

На четвёртом, заключительном этапе проектирования используются графические программы, (например, КОМПАС). Сателлит строится во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых-профилей сателлита (рисунок 2.9).

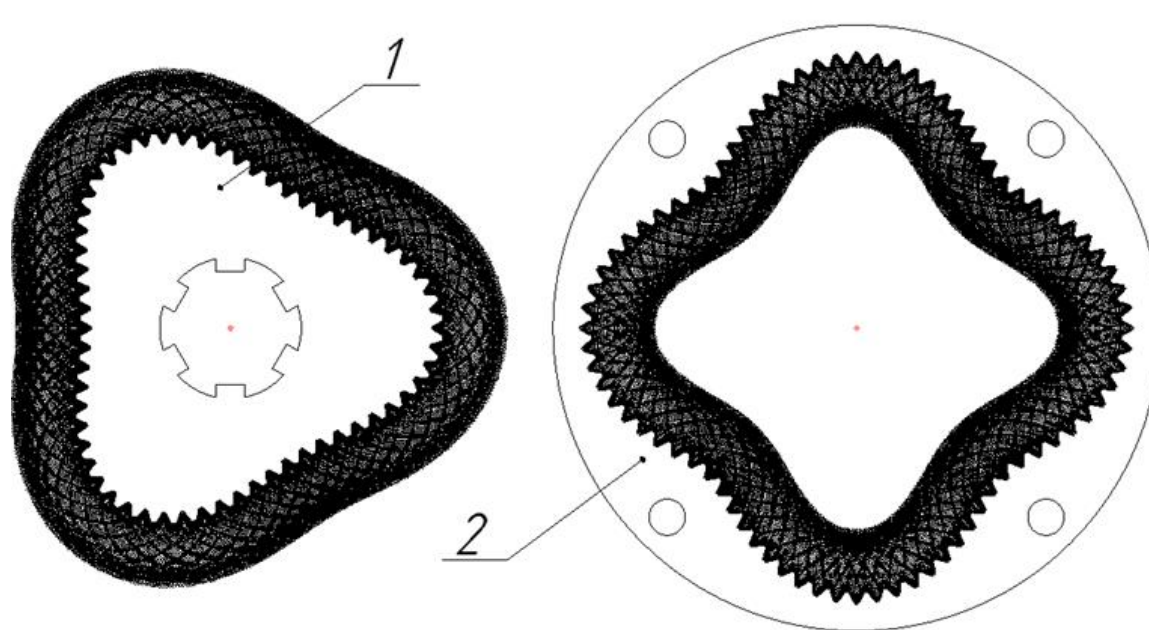


Рисунок 2.9 - Получение профилей зубчатых венцов ПРМ

1 – солнечная шестерня; 2 – эпициклическое колесо

В механизме, построенном по такому алгоритму «0», присутствует некоторая интерференция зубьев, приводящая к подклиниванию звеньев (см. рисунок 2.10).

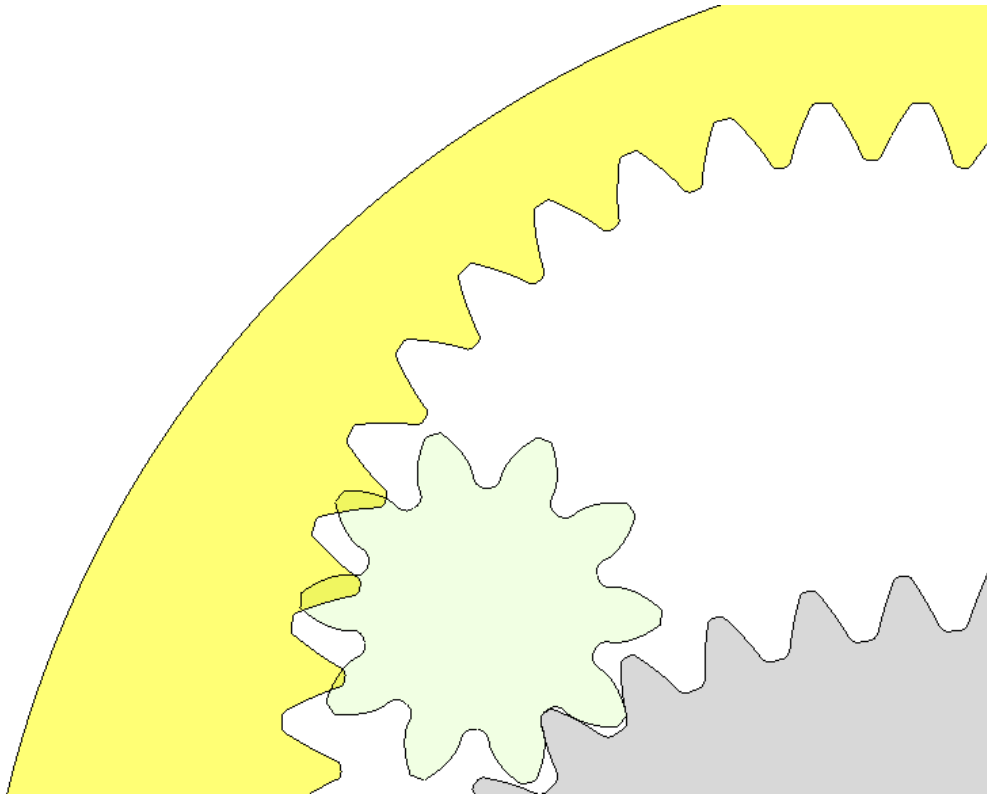


Рисунок 2.10 - Модель ошибки положения спутника в схеме ПРМ

Методика «А» [111]

В статье [111] предложена модификация приведенного выше алгоритма синтеза, устраняющая явление интерференции-подклинивания. Для этого на третьем этапе расчета текущий угол φ_{c2}^A поворота спутника относительно эпицикла рассчитывается не по формуле (2.14), а по формуле

$$\varphi_{c2}^A = - \left[\varphi_{c1} - \varphi_1 \left(1 + \frac{M}{N} \right) \right]. \quad (2.17)$$

При этом зубчатый венец эпицикла 2 будет формироваться как огибающая семейства положений спутника 3, катящегося по солнечной шестерне 1. Результаты расчёта угла приводятся в столбце 7 таблицы 2.1.

В итоге интерференция устраняется, но возникает другая проблема. Недостатком данного варианта синтеза является заострение зубьев на некоторых участках (секторах) эпицикла (см. рисунок 2.11). При определенных параметрах ПРМ это приводит к неоптимальной и даже неприемлимой форме зубьев.

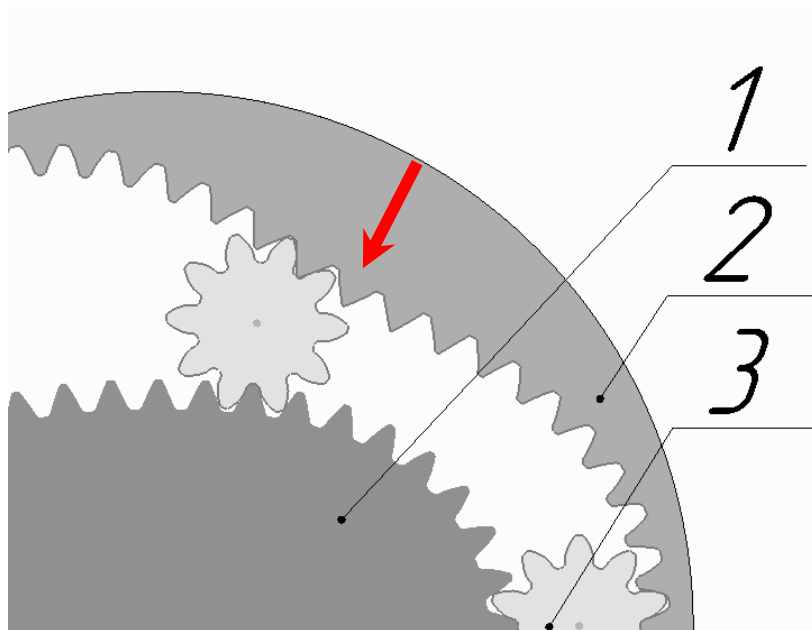


Рисунок 2.11- Профили звеньев рассматриваемой ПРМ, построенные по варианту «А»

Поиск оптимального алгоритма синтеза продолжился в работе [49]. В процессе профилирования венцы обоих центральных колес должны огибать сателлит, совершающий одно общее движение. Для этого при построении профилей центральных колес следует перейти от углов поворота сателлита φ_{c1} , φ_{c2} относительно обоих центральных колес к углам его поворота относительно мнимого водила $\varphi_{c1} = (\varphi_{c1} - \varphi_1)$; $\varphi_{c2} = (\varphi_{c2} - \varphi_2)$. При соблюдении условия $\varphi_2 = M/N \cdot \varphi_1$ разница $\Delta\varphi_c$ углов $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ составит:

$$\Delta\varphi_c = (\varphi_{c1} - \varphi_1) - (\varphi_{c2} - \varphi_2). \quad (2.18)$$

Д.В. Фадюшин [49] предлагает распределить разницу $\Delta\varphi_c$ поровну между солнечной шестерней и эпициклом и добавить к углу поворота сателлита относительного каждого из центральных колес. К сожалению, данный вид модернизации не обеспечил полного устранения интерференции-подклинивания и заострения зубьев.

Форма зубчатых венцов некруглых центральных колёс планетарного механизма, предназначенного для работы с газами, будет существенно отличаться от их формы, соответствующей работе с несжимаемыми жидкостями. В патентах [53, 55] для этой цели предлагается использовать механизм с выстоями сателлитов.

Соответствующие изменения в методике геометрического расчёта ПРМ рассмотрены в диссертации Д.В. Фадюшина [49] и статье [111].

Резюмируя выполненный анализ источников, нужно сказать, что в отличие от НЗК передач, расчёт некруглых колёс ПРМ оставляет много вопросов. Для того, чтобы корректно решить эту задачу, приведем имеющиеся данные к более строгой системе.

2.2 Варьирование аспекта структурирования объекта исследования

Рассмотрим строение механизмов, содержащих НЗК, с двух позиций. В первом случае элементами механической системы будем считать звенья и кинематические пары, в том числе центроидные. Во втором – формообразующие точки и уравнения, связывающие их обобщённые координаты.

2.2.1 Механизм с некруглыми зубчатыми колёсами как система взаимодействующих центроид

Первый аспект структурирования механизмов с НЗК можно считать традиционным. В подавляющем большинстве плоских зубчатых механизмов, используемых на практике, зубчатые колёса образуют между собой одноподвижную высшую кинематическую пару (4-го класса) [113, 7, 8]. Особенностью этой пары в зубчатом зацеплении является то, что рабочие элементы звеньев многократно повторяются во времени и пространстве. При этом величина шага зубчатых венцов, т.е., размер (модуль) и количество зубьев, практически не влияет на общую кинематику механизма. В пределе, при бесконечно малом шаге такой механизм превращается во фрикционный. Отличие заключается в том, что для передачи движения фрикционной парой нужна ещё нормальная сила N . Линии, по которым происходит контакт во фрикционной паре, являются центроидами. Центроидой называют [8] геометрическое место центров (полусов) относительного вращения звеньев механизма в системах координат, связанных с этими звеньями. Центроидная кинематическая пара – это контакт двух центроид, в котором они перекатываются друг по другу без скольжения. Такая пара может

реализоваться силами трения качения, но с практической точки зрения более важна кинематически эквивалентная ей высшая пара, реализуемая зацеплением зубчатых венцов.

Будем считать, что в рассматриваемой группе плоских центроидных механизмов присутствуют только два вида кинематических пар 5-го класса: вращательная, обозначим ее B , и собственно, центроидная – обозначим C . В основе таких механизмов лежат трехзвенная замкнутая кинематическая цепь. Эти цепи включают три кинематических пары. Можно выделить [114] четыре варианта сочетаний (систем) упомянутых выше типов кинематических пар: BBB ; BBC ; BCC ; CCC .

Число степеней свободы относительного движения звеньев плоской кинематической цепи определяется формулой Чебышева:

$$W = 3(M_{зв} - 1) - 2P_5 - P_4 + L_{ч} - Y_{ч}, \quad (2.19)$$

где $M_{зв}$ – число звеньев; P_5 – число пар 5-го класса; P_4 – число пар 4-го класса;

$L_{ч}$ и $Y_{ч}$ – проявления особой, аномальной, подвижности механической системы: «лишние» степени свободы ($L_{ч}$) и пассивные связи ($Y_{ч}$).

При отсутствии аномальной подвижности кинематическая цепь с тремя звеньями ($M_{зв}=3$) и тремя парами 5-го класса ($P_5 = 3$) согласно формуле Чебышева (2.19) имеет число степеней свободы $W=0$. Подвижность она приобретает благодаря наличию параметрического соотношения, которое следует из теоремы Аронгольда-Кеннеди [96] о трех центрах вращения: «Мгновенный центр P_{12} относительного вращения тел 1 и 2 лежит на линии, соединяющей точки P_{13} и P_{23} , которые являются мгновенными центрами вращения тел 1 и 2 относительно тела 3».

Рассмотрим механизмы, относящиеся к системам BBC и BCC .

2.2.1.1 Системы BBC

При круговых центроидах звеньев BBC – это обычная фрикционная или зубчатая передача с внешним (рисунок 2.12 а) или внутренним (рисунок 2.12 б) зацеплением. Полюсы P_{12} , P_{23} , P_{13} друг относительно друга неподвижны. В

зубчатом варианте статическая неопределимость системы в направлении межосевой прямой устраняется зазорами в зацеплении. Основная кинематическая характеристика рассматриваемого механизма (его передаточная функция) определяются тем обстоятельством, что два (P_{23}, P_{13}) из трех полюсов совпадают с центрами вращения колес. Поэтому полюс зацепления P_{12} в соответствии с теоремой Аронгольда – Кеннеди всегда находится на межосевом отрезке. В соответствии же с теоремой Виллиса отношение расстояний между полюсами P_{23}, P_{12} и P_{12}, P_{13} пропорционально передаточному отношению i_{12} , т.е. $P_{23}P_{12}/P_{12}P_{13} = i_{12}$.

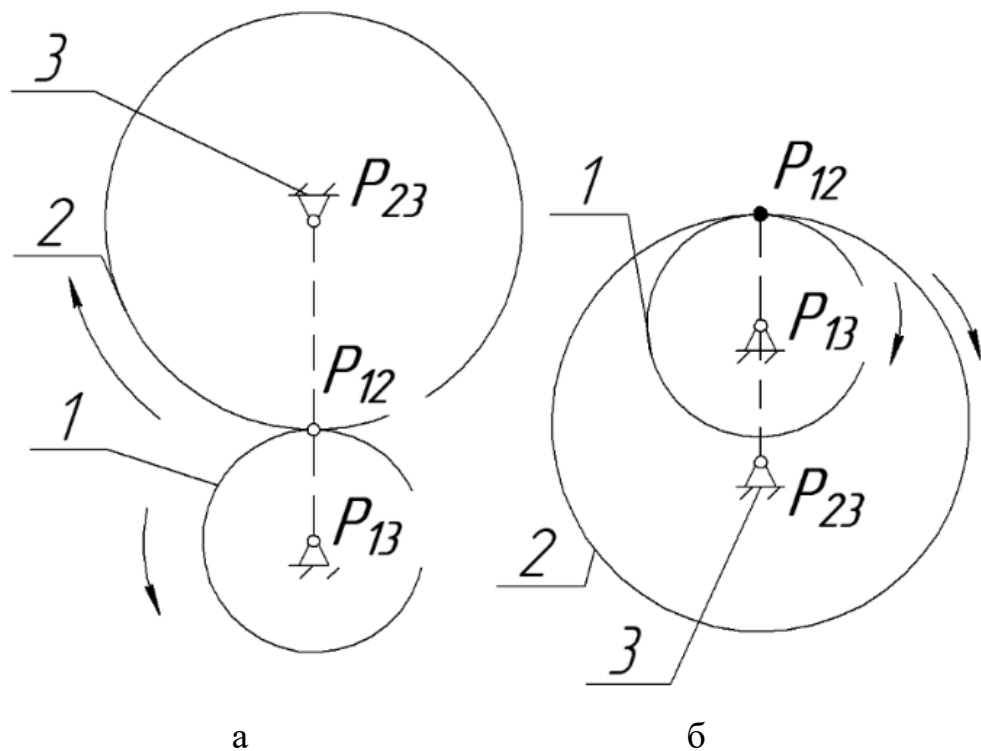


Рисунок 2.12-Система ВВС с круглыми центроидами:

а - внешнее зацепление; б - внутреннее зацепление

К системе ВВС относятся также механизмы с некруглыми колёсами, расчётные схемы которых показаны на рисунке 2.13.

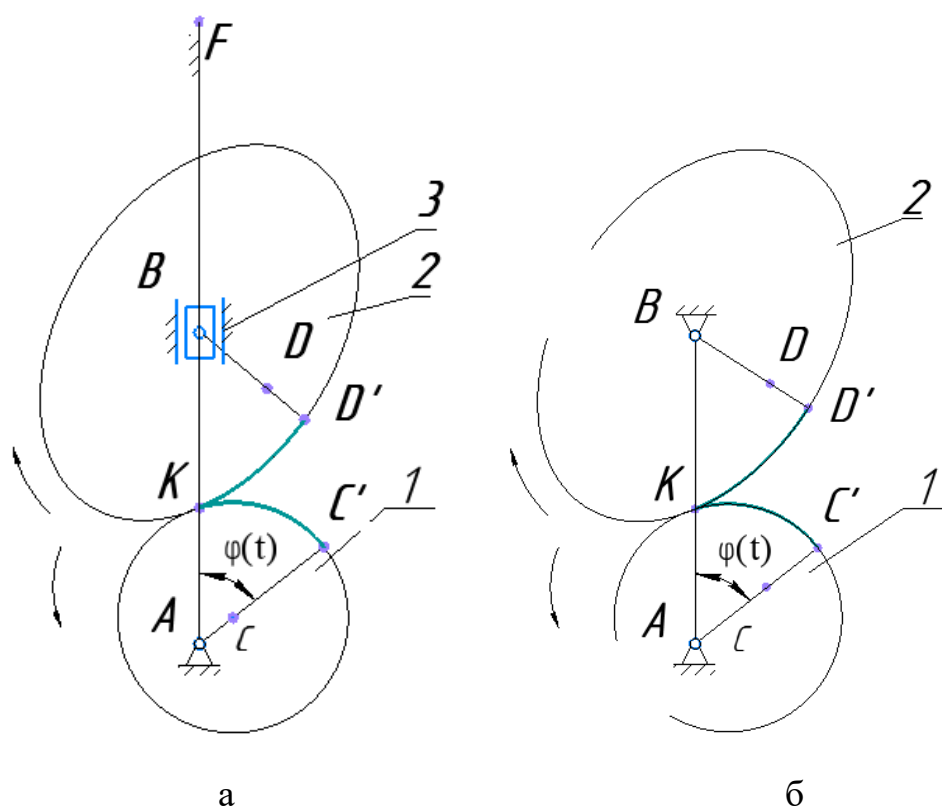


Рисунок 2.13 - Варианты схем системы ВВС с некруглым центроидами:

а – плавающее межосевое расстояние; б – фиксированное межосевое расстояние

Заметим, что все механизмы, приведенные в параграфе 1.1 главы 1, относятся к схеме ВВС(б) и только механизм, изображённый на рисунок 1.18 - соответствует схеме ВВС(а).

Число W степеней свободы механизмов системы ВВС(б) (в том числе с круглыми колёсами), рассчитаем по формуле Чебышева (2.19). Звенья: 1 – шестерня, 2 – колесо, 0 – стойка (неподвижное звено). Пары: А, В – вращательные (5-й кл.); К – центроидная (5-й кл.). $W=3*2-2*3=0$.

Подвижность, причём не мгновенную, а глобальную (термин по [115]), система приобретает благодаря особому параметрическому соотношению, следующему из теоремы Аронгольда –Кеннеди. Это параметрическое соотношение порождает также статическую неопределимость в направлении межосевой прямой. На практике это обстоятельство компенсируется радиальным зазором в зацеплении.

Система ВВС(а) имеет три подвижных звена: 1 - шестерня, 2-колесо, 3-ползун и четыре пары 5-го класса: А; В; В¹; К, поэтому по формуле Чебышева получаем $W=1$. Эта система статически определима.

Методика геометро-кинематического расчета механизмов системы ВВС с круглыми колёсами не представляет проблемы и приводится в справочной и учебной литературе. Проектирование механизмов системы ВВС с некруглыми колёсами является более сложной задачей. «Традиционно» [7, 8, 120] подобные задачи решаются в два этапа, на первом из которых происходит синтез центроид звеньев, а на последующем их «озубрение» [91].

Вначале обратимся к схеме ВВС(а). В этом случае решается задача анализа. Изначально задают центроиды обоих подвижных звеньев 1 и 2. Используя тот или иной аналитический или графический аппарат, моделирующий обкатывание центроид, получают массив параметров, характеризующих множество последовательных положений звена 2. Мгновенное передаточное отношение i_{12} не остается постоянным, а варьируется в соответствии с положением полюса P_{12} на межосевой прямой P_{23} , P_{13} .

В механизмах, соответствующих схеме ВВС(б), показанной на рисунке 2.13б, решается задача синтеза. Здесь изначально задаётся центроида звена 1 и закон движения i_{12} . В соответствии с теоремой Виллиса в каждой фазе движения механизма передаточное отношение $i_{12} = P_{23}P_{12}/P_{23}P_{13}$. Центроида звена 2 получается в результате взаимной обкатки центроид 1 и 2 в системе координат, связанной со звеном 2. Дополнительное параметрическое условие для систем ВВС(б) с некруглыми центроидами возникает, если каждое из колес совершит не менее одного полного оборота. При этом отношение N/M чисел циклов изменения кривизны таких центроид (иначе – чисел волн) совпадает с соответствующим передаточным отношением, рассчитанным через числа Z_2 , Z_1 зубьев колёс 1 и 2, т.е., $U = N/M = Z_2/Z_1$.

Полученные центроиды подлежат, так называемому [91], «озубрению». Если в процессе обкатки вместо «гладкой» центроиды 2 использовать соответствующий ей зубчатый венец, то на колесе 2 сразу сформируется его зубчатый профиль. При

этом остаётся обязательным выполнение условия $U = N/M = Z_2/Z_1$. Подобный вариант синтеза некруглых зубчатых колёс использован в большинстве современных публикаций [107, 108].

Механизм счётчика расхода жидкости, показанный на рисунок 1.18, в котором колёса 1 и 2 имеют одинаковую форму, является особенным. Его синтез осуществляется как для схемы ВВС(б), но форма центроиды колеса 1 и передаточная функция i_{12} связаны рядом дополнительных условий [8, 120].

2.2.1.2 Системы ВСС

Все механизмы объёмных гидромашин, показанные в параграфе 1.2 главы 1, кроме рис. 1.18, относятся к системе ВСС. Характерная расчётная схема этой системы приведена на рисунке 2.14.

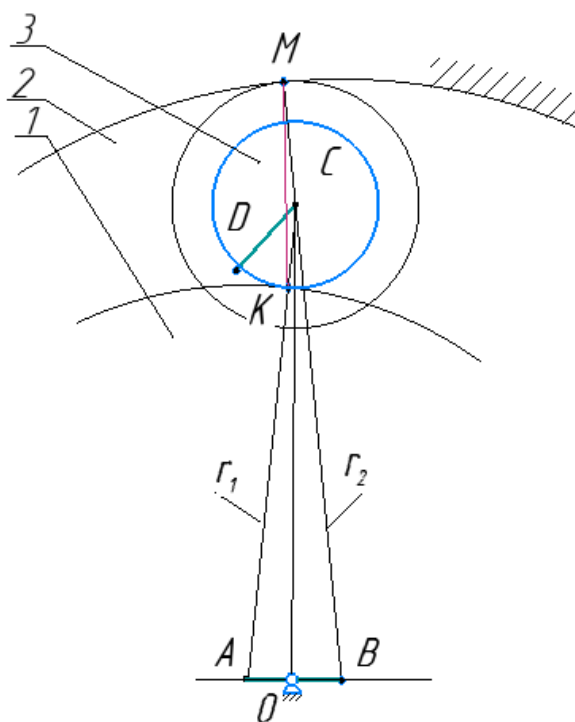


Рисунок 2.14 - Обобщённая расчётная схема механизма системы ВСС

Звенья: 1 – ротор (солнечная шестерня); 2 – статор (эпицикл); 3 – сателлит.

Точки: О – центр вращения ротора 1 относительно статора 2; А – точка, привязанная к ротору; В – точка, привязанная к статору; С – центр сателлита; D – точка, привязанная к сателлиту; К – точка контакта сателлита с ротором; М – точка контакта сателлита со статором.

Рассчитаем W по формуле Чебышева (2.19). Пусть эпицикл 2 неподвижен, а звенья 1 и 3 подвижные. Пары: О – вращательная; К и М – центроидные.

$W=3*2-2*3=0$. Таким образом, при отсутствии особых параметрических соотношений система должна быть неподвижной. Однако особое соотношение имеется – согласно теореме Аронгольда-Кеннеди, точки О, К, М лежат на одной прямой.

Подходы к геометро-кинематическому синтезу подобных механизмов рассмотрены в диссертации Ан И-Кана [45]. Автор этой работы предложил некоторую классификацию алгоритмов синтеза механизмов, отнесённых нами к системе ВСС – см. выше, на рисунке 2.6.

Сам Ан И-Кан, в докторской диссертации [45], и другие авторы [76, 77, 83] изначально задают центроиду одного из некруглых центральных колёс (солнечной шестерни) и две начальных окружности (центроиды) сателлита. При этом центроида эпицикла формируется, как огибающая второй начальной окружности сателлита при равномерном вращении мнимого водила.

Возможно, сторонники рассматриваемого подхода рассуждали следующим образом. Положение точки С не известно, но очевидно, что её отклонение от оси ОКМ сравнительно не велико, поэтому допустимо принять условие, что точка С расположена на прямой ОКМ. Это позволяет, задав равномерное вращение мнимого водила, в результате обкатки центроид ротора и сателлита получить семейство положений сателлита, огибающая к которому представляет собой некоторый контур венца статора.

Дело в том, что при использовании такого метода синтеза фактическая центроида сателлита, взаимодействующая со статором не остаётся круглой и заданного радиуса. В результате форма зубьев венца статора на определённых его участках далека от оптимальной. Зубья получаются слишком широкими и заострёнными (как на рисунке 2.11).

В работах Г.Ю. Волкова, Д.А. Курасова, В.В. Смирнова [49, 79, 107,] использован другой алгоритм синтеза некруглых колёс планетарного механизма, где венцы солнечной шестерни и эпицикла формируются независимо при

равномерном вращении мнимого водила в соответствующей системе координат. Изначально заданными являются не центроиды звеньев, а траектории центра сателлита относительно ротора и статора. В классификации Ан И-Кана (рисунок 2.6) этот метод можно отнести к «прочим случаям». Форма зубьев получается правильная, но при сборке может возникать их интерференция (как на рисунке 2.10), а при работе – «подклинивание». На практике, подклинивания удаётся избежать значительным увеличением зазоров в зацеплении.

Таким образом, ни один из известных вариантов синтеза ПРМ не лишен существенных недостатков.

Задача состоит в том, чтобы алгоритм и методика проектирования ПРМ исключали обе упомянутых выше ошибки. Интуитивно понятно, что в схеме «б» можно, например, немного расширить эпицикл и тогда сателлит «закатится» в соответствующую впадину между зубьями.

Очевидно также, что расчёты, стоящие за тем или иным алгоритмом проектирования, требуют строгой формализации модели объекта. Для этого целесообразно воспользоваться представлениями аналитической механики [96, 100 [121, 125]. Соответствующие методические приёмы рассмотрены в работах Г.Ю. Волкова [116, 122, 123, 124].

2.2.2 Механизм с некруглыми зубчатыми колёсами как несвободная система формообразующих точек

В аналитической механике, в отличие от «классической» теории механизмов, базисными элементами считаются не звенья, а материальные точки. Применительно к задачам геометрического описания механизмов нужно говорить о некоторых формообразующих точках. Относительное положение этих точек будем характеризовать обобщенными координатами q двух типов: ℓ_{AB} — расстояние между точками А, В и φ_{CD}^{AB} — угол между прямыми, проходящими через точки АВ и CD (рисунок 2.15)

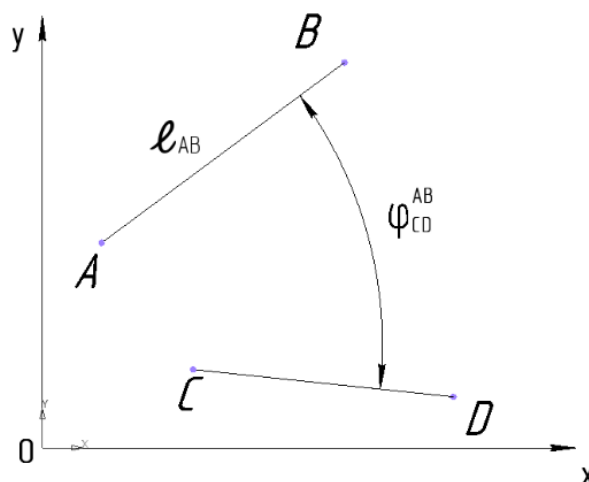


Рисунок 2.15 - $\ell\varphi$ -координаты точек механической системы

Связи в таких системах — это ограничения (уравнения или неравенства), накладываемые на обобщенные координаты точек. Число W степеней свободы относительного движения формообразующих точек плоской системы:

$$W = 2M_T - 3 - S, \quad (2.20)$$

где M_T — число точек; S — число уравнений стационарных связей.

Нестационарные, то есть, зависящие от времени t связи — это параметры, управляющие механизмом. Их число соответствует числу W степеней свободы механизма.

Заметим, что ранее «точечная» интерпретация строения механизмов уже использовалась рядом авторов, например, [117]. Но в подобных работах речь шла преимущественно о стержневых конструкциях либо о рычажных механизмах, т.е. о системах с низшими кинематическими парами. Возможность применения такого подхода к механизмам с высшими парами обсуждалась в работах [122, 123, 116].

В рассматриваемых нами плоских центроидных механизмах могут присутствовать несколько видов стационарных связей:

- Жесткие, когда сама обобщенная координата имеет постоянное значение $q = \text{const}$ (а именно, $\ell_{AB} = \text{const}$ или $\varphi_{CD}^{AB} = \text{const}$);

- Межпараметрические, характеризующие взаимную зависимость между несколькими обобщенными координатами. Связь $F(q_m, q_n) = 0$ в задаче анализа — это кривая, профиль некоторого звена. В задаче синтеза подобная связь характеризует закон движения ведомого звена;
- Особые (сингулярные) связи. При проектировании центроидных систем важны: условие зацепления $p(K)$ и условие отсутствия скольжения $\tau(K)$.

Условие зацепления $p(K)$ — «нормальная» связь, означает, что в точке K профили не пересекаются, а касаются друг друга. В конкретных задачах условие $p(K)$ может сводиться к следующей из теоремы Аронгольда-Кеннеди жесткой связи вида $\alpha_{AC}^{AB} = 0$.

Условие отсутствия скольжения $\tau(K)$ — тангенциальная связь, означает, что точка K , принадлежащая звену 1, и точка K , принадлежащая звену 2, имеют общую скорость: $V_{K1} = V_{K2}$. В интегральной форме такая связь означает одинаковую длину дуг кривых — профилей звеньев 1 и 2, по которым точка контакта K переместилась за определенное время.

Алгоритм проектирования механизма можно отобразить «точечной» формулой его строения. Она составляется в соответствии с принципом Ассура, начиная со стойки. Этапы решения задачи разделяют стрелки.

2.2.2.1 Системы ВВС

Задача анализа. Опираясь на принятые выше обозначения, запишем формулу строения механизма системы ВВС в задаче анализа (рисунок 2.13а):

Маршрут прохождения формообразующих точек данной системы:

$$A, F \rightarrow C \rightarrow B, K, D.$$

Соответствующая ему формула строения в общем случае будет выглядеть так:

$$\frac{A, F}{l_{AF}} \rightarrow \frac{C}{l_{AC}; \varphi_{AC}^{AB}(t)} \rightarrow \frac{B, K, D}{l_{BD}; l_{AK}(\varphi_{AK}^{AC}); \tau(K); \varphi_{AB}^{AF}; l_{BK}(\varphi_{BK}^{BD}); p(K)} \quad (2.21)$$

В данной системе 8 стационарных (не содержащих время t) связей. Используя формулу (2.20) получаем число степеней свободы системы: $W = 2 \cdot 6 - 3 - 8 = 1$.

Три жесткие связи $\ell_{AF} = \text{const}$, $\ell_{AC} = \text{const}$, $\ell_{BD} = \text{const}$ являются вспомогательными, их величины не влияют на кинематику механизма. Жесткая связь $\varphi_{AB}^{AF} = 0$ тоже непосредственно не относится к центроидной системе.

Две межпараметрические связи $\ell_{AK}(\varphi_{AK}^{AC})$ и $\ell_{BK}(\varphi_{BK}^{BD})$ представляют собой заранее заданные уравнения кривых — профилей звеньев 1 и 2 в полярных координатах. С целью облегчить процесс прочтения формулы строения механизма во всех уравнениях кривых изменим обозначения параметров: r вместо ℓ для длин радиусов векторов. В данном случае получим: r_{AK} и r_{BK} .

Тангенциальная связь, символически обозначенная — $\tau(K)$, обеспечивает взаимное качение центроид звеньев 1 и 2 без скольжения. Конкретное, математическое отображение этой связи в дифференциальной форме следует из теоремы Виллиса:

$$r_1 d\varphi_1 = r_2 d\varphi_2. \quad (2.22)$$

В конечной (интегральной) форме подобная связь означает (см. рисунке 2.13а) одинаковую длину дуг $C'K$ и $D'K$ центроид звеньев 1 и 2, где C' и D' — точки пересечения лучей AC и BD с соответствующими центроидами. При аналитическом решении задачи в полярных координатах, это условие связи будет выглядеть так:

$$\int_0^{\varphi_1} \sqrt{(r_1(\varphi_1))^2 + (r_1'(\varphi_1))^2} d\varphi_1 = \int_0^{\varphi_2} \sqrt{(r_2(\varphi_2))^2 + (r_2'(\varphi_2))^2} d\varphi_2, \quad (2.23)$$

где $r_1(\varphi_1)$ — радиус-вектор $r_{AK}(\varphi_{AK}^{AC})$; $r_1'(\varphi_1)$ — производная по φ_{AK}^{AC} ;

$r_2(\varphi_2)$ — радиус-вектор $r_{BK}(\varphi_{BK}^{BD})$; $r_2'(\varphi_2)$ — производная по φ_{BK}^{BD} .

Нормальная связь $n(K)$ означает выполнение условия не пересечения, а касания центроид звеньев 1 и 2 в точке K . Так как рассматривается именно трехзвенный центроидный механизм, согласно теореме Аронгольда-Кеннеди общее, символическое обозначение нормальной связи $n(K)$ в данном случае можно заменить эквивалентным ему, более конкретным условием $\alpha_{AK}^{AF} = 0$.

В рассматриваемом механизме ведомым является звено 2, которое совершает сложное движение. Оно вращается вокруг точки В, но сама точка В тоже перемещается (по вертикальной прямой АF). Соответственно, неизвестными в задаче анализа являются функции $\varphi_{BD}^{BA}(\varphi_{AC}^{AB})$ и $\ell_{AB}(\varphi_{AC}^{AB})$.

Функция $\varphi_{BD}^{BA}(\varphi_{AC}^{AB})$ подлежит определению на основании выражения (2.23). Однако, в связи с тем, что искомый параметр φ_{BD}^{BA} стоит под знаком интеграла, соответствующая вычислительная операция представляет определенную сложность. Подобная сложность будет возникать во всех случаях, когда тангенциальная связь присутствует в задаче анализа. Этот момент целесообразно отобразить в формулах строения центроидных механизмов введением дополнительного индекса «а» (анализ) — $\tau_a(K)$.

С учетом уточнения в обозначениях формула (2.21) преобразуется:

$$\frac{A, F}{\ell_{AF}} \rightarrow \frac{C}{\ell_{AC}; \varphi_{AC}^{AB}(t)} \rightarrow \frac{B, K, D}{\ell_{BD}; r_{AK}(\varphi_{AK}^{AC}); \tau_a(K); \varphi_{AB}^{AF}; r_{BK}(\varphi_{BK}^{BD}); \alpha_{AK}^{AF} = 0} \quad (2.24)$$

Формула (2.24) характеризует взаимодействие центроид фрикционного типа или расчетных центроид зубчатых колес.

Задача синтеза. «Точечная» структура механизма в задаче с синтеза выглядит иначе, чем в задаче анализа. Известны центроида и контуры звена 1, а также межосевое расстояние a_w . Нужно найти центроиду и контуры звена 2. На соответствующем этой задаче рисунок 1.13 б точка F не нужна.

Формула строения этого механизма:

$$\frac{A, B}{\ell_{AB}} \rightarrow \frac{C}{\ell_{AC}; \varphi(t)_{AC}^{AB}} \rightarrow \frac{K, D}{\ell_{BD}; r_{AK}(\varphi_{AK}^{AC}); \alpha_{AK}^{AF} = 0} \rightarrow o(K). \quad (2.25)$$

Здесь связь ℓ_{AB} (то есть, $\ell_{AB} = \text{const}$) задает постоянное межосевое расстояние. Жесткие связи ℓ_{AC} ; ℓ_{BD} — вспомогательные. Связь $r_{AK}(\varphi_{AK}^{AC})$ соответствует

профилю центроиды звена 1. Связь $\alpha_{AK}^{AF} = 0$, вытекающая из теоремы Аронгольда-Кеннеди, обеспечивает выполнение условия зацепления $n(K)$. Тангенциальная связь $\tau_s(K)$ характеризует качение профилей без скольжения. В рассматриваемой задаче синтеза (то есть, при фиксированном межосевом расстоянии a_w) она может быть задана так. Подставив в следующее из теоремы Виллиса соотношение (2.18) $r_2(\varphi_2) = a_w - r_1(\varphi_1)$, получаем $d(\varphi_2) = d\varphi_1 r_1 / (a_w - r_1(\varphi_1))$. После интегрирования:

$$d\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1}{a_w - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 \quad (2.26)$$

Замечаем, что вычисление параметра (φ_2) (то есть, φ_{BA}^{BD} в задаче синтеза происходит значительно проще, чем в задаче анализа. Введем обозначение: $\tau_s(K)$ — тангенциальная связь в задаче синтеза.

В результате решения рассмотренной выше задачи синтеза может быть построена центроида колеса 2. Это делается методом компьютерного моделирования. Искомый контур получается, как огибающая семейства кривых-контуров центроиды звена 1. Положение звена 1 по отношению к остановленному звену 2 рассчитывается с заданным шагом по параметру $\varphi_{AC}^{AB}(t)$.

На практике важно иметь не графически заданный контур центроиды, а профиль некруглого зубчатого колеса 2. В этом случае заранее должна быть известна не только центроида колеса 1, но и профиль зубчатого венца этого колеса. Во множестве положений будет строиться не центроида, а само зубчатое колесо 1. Огибающая семейства профилей его зубчатого венца будет контуром зубчатого венца синтезируемого колеса 2. В формуле строения (2.25) механизма соответствующая операция отображена связью $o/K/$. При расчёте подвижности механизма она не учитывается.

Проверим число W степеней свободы системы (2.25): точек — 6; уравнений связи — 10 (без учета $\varphi_{OB}^{OA}(t)$ и $o/K/$); $W + 2 \cdot 7 - 3 - 10 = 1$.

На рисунке 2.13 б центроиды звеньев 1 и 2 изображены незамкнутыми. Для того, чтобы оба звена совершили полный оборот, между числами волн этих звеньев

и длинами их центроид должно выполняться четкое соотношение обратной пропорции.

Существенное различие алгоритмов (2.21) и (2.25) заключается в тангенциальной связи $\tau(K)$. При решении задачи анализа в полярных координатах условие связи $\tau_a(K)$ сводится к уравнению вида (2.24), а в задаче синтеза – уравнению (2.26). Замечаем, что вычисление параметра (φ_2) (то есть φ_{BA}^{BD}), в задаче синтеза происходит значительно проще, чем в задаче анализа.

Для наглядности представим сделанные выше выводы в форме таблицы 2.2.

Таблица 2.2.

Итог сравнительного анализа алгоритмов проектирования механизмов системы ВВС

		Центроида 1	Центроида 2	a_w	Простота расчета
Анализ		v	v	?	-
Синтез		v	?	v	+

В таблице 2.2. знаком «v» отмечены параметры, заданные заранее;
 знаком «?» отмечены параметры, подлежащие определению;
 знак «+» означает, что вариант имеет преимущество;
 знак «-» означает, что вариант уступает другим.

2.2.2.2 Система ВСС

Расчетная схема планетарного механизма системы ВСС приведена на рисунке 2.14. То обстоятельство, что звенья 1 и 2 на рисунке изображены круглыми, на общность рассуждений не влияет, так как их центроиды заданы в виде произвольной функции. Во всех рассматриваемых версиях решения подобной задачи заранее известен профиль зубчатого венца круглого сателлита 3.

Синтез планетарного механизма системы «ВСС» при заданной центроиде ротора. Вначале рассмотрим алгоритм расчета, фактически использованный Ан И-Каном [45,118]. В его работах, дополнительно к контуру сателлита 3, изначально задается центроида солнечной шестерни, то есть, ротора 1.

Составим соответствующий маршрут прохождения формообразующих точек:

$$\frac{O, B}{\ell_{OB}} \rightarrow \frac{A}{\ell_{OA}; \varphi_{OB}^{OA}(t)} \rightarrow \frac{K}{\varphi_{OK}^{OA} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}; r_{OK}(\varphi_{OK}^{OA})} \rightarrow \frac{C, D}{\ell_{CD}; n(K); r_{CK}; \tau_a(K)} \rightarrow o / K / o / M / \rightarrow \frac{M}{\alpha_{OM}^{OK} = 0; n / C_M /} . (2.27)$$

Здесь жесткие связи ℓ_{OB} ; ℓ_{OA} ; ℓ_{CD} — вспомогательные.

Связи $\varphi_{OK}^{OA} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}$ и $r_{OK}(\varphi_{OK}^{OA})$, которые относятся к точке K , в совокупности, задают центроиду звена 1 как функцию угла его поворота относительно стойки (то есть, звена 2).

Связи, относящиеся к точкам C и D , определяют положение сателлита 3. Радиус r_{CK} центроиды сателлита 3 в зацеплении с солнечной шестерней 1 задан изначально, он принят постоянным. Для того, чтобы зубья солнечной шестерни 1 имели надлежащую форму, величина этого радиуса рассчитывается в зависимости от чисел зубьев и волн центральных колес. Нормальная связь $n/K/$ характеризует положение радиуса r_{CK} сателлита 3 относительно центроиды ротора 1. Тангенциальная связь $\tau_a(K)$ обеспечивает качение центроид звеньев 1 и 3 без скольжения. Условия, определяющие положение точки K , соответствуют задаче анализа. Используемый в работах [45, 118] алгоритм расчета параметров, характеризующих связь $\tau_a(K)$ с необходимой точностью, достаточно сложен.

Профиль зубчатого венца звена 1 находится средствами компьютерной графики как огибающая семейства контуров сателлита 3. В формуле строения (2.27) этому действию соответствует связь $o/K/$.

Далее можно сразу приступить к синтезу контура зубчатого венца эпицикла 2. Профиль зубчатого венца сателлита 3 известен заранее, а параметры, характеризующие положение сателлита относительно эпицикла 2, «к моменту» синтеза контура эпицикла уже найдены. Искомый контур зубчатого венца эпицикла 2 строится с помощью компьютерной графики как огибающая контуров сателлита 3 в системе отсчета, связанной с эпициклом. Соответствующая связь в формуле (2.27) — $o/M/$.

На данном этапе проектирования механизма остается неизвестным положение точки M контакта центроид сателлита 3 и эпицикла 2. Для нахождения координат этой точки нужно решать задачу анализа на базе условий $\alpha_{OM}^{OK} = 0; n/C_M/$. Связь $\alpha_{OM}^{OK} = 0$ вытекает из теоремы Аронгольда-Кеннеди. Связь $n/C_M/$ — это некоторый вид нормальной связи. Она характеризует перпендикулярное расположение радиуса r_{CM} сателлита 3 относительно касательной к траектории его центра. Замечаем, однако, что на практике искать точку M не обязательно, так как искомый профиль эпицикла 2 уже получен.

Проверяя число W степеней свободы системы (2.22), получаем: $W + 2 \cdot 7 - 3 - 10 = 1$ (связи: $\varphi_{OB}^{OA}(t)$; o/K ; o/M — не учитываются).

Подчеркнем, что центроидный механизм, схема которого показана на рисунке 2.14, реализуется только с зубчатыми колесами. При этом, использование приведенного выше маршрута прохождения формообразующих точек не гарантирует высоких показателей качества зацепления звеньев 2 и 3.

Одна из особенностей механизмов, относящихся к системе ВСС, заключается в том, что центр C сателлита может не лежать на прямой, соединяющей точки контакта K и M (см. рисунок 2.14). При этом центры соседних сателлитов не лежат на лучах единого мнимого водила, а движутся с переменной переносной угловой скоростью.

В решении Ан И-Кана точка K лишена возможности смещаться с прямой KM . Поэтому форма зуба эпицикла может получаться неоптимальной, о чём говорилось выше (рисунок 2.11). Таким образом, использование приведенного выше маршрута прохождения формообразующих точек не гарантирует высоких показателей качества зацепления звеньев 2 и 3. Другим недостатком данного алгоритма является то, что в нём присутствует «нежелательная» связь $\tau_a(K)$, обуславливающая повышенную сложность вычислений.

Синтез планетарного механизма системы «ВСС» по заданному закону движения центра сателлита. Несколько видоизмененный алгоритм проектирования планетарной системы ВСС предложен в работе [86]. Здесь дополнительно к

контуру сателлита 3, изначально задается не центроида ротора 1, а траектория центра сателлита 3.

Расчетная схема та же, что показана на рисунке 2.14, а формула строения механизма получается немного другая:

$$\frac{O, B}{\ell_{OB}} \rightarrow \frac{A}{\ell_{OA}; \varphi_{OB}^{OA}(t)} \rightarrow \frac{C}{\varphi_{OC}^{OB} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}; r_{OC}(\varphi_{OC}^{OB})} \rightarrow \frac{D, K}{\ell_{CD}; n / C_K /; r_{CK}; \tau_s(K)} \rightarrow o / K /; o / M / \rightarrow \frac{M}{\alpha_{OM}^{OK} = 0; n / C_M /} \quad (2.28)$$

Функция $\varphi_{OC}^{OB} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}$ связывает углы поворота мнимого водила и солнечной шестерни. Связь $r_{OC}(\varphi_{OC}^{OB})$ задает переменное межосевое расстояние сателлита с центральными колесами; r_{CK} — постоянный радиус центроида сателлита 3 в зацеплении с солнечной шестерней 1. Как и в предыдущем алгоритме, его величина заранее рассчитывается. Условие связи $n / C_K /$ характеризует нормальное расположение радиуса r_{CK} сателлита 3 относительно траектории его центра. В отличие от предыдущего алгоритма, тангенциальная связь $\tau_s(K)$ конкретизируется применительно к задаче синтеза, что существенно упрощает расчеты, предшествующие графическим построениям.

Далее, как и в предыдущем случае строятся контуры ротора 1 и статора 2 (то есть, реализуются связи $o / K /; o / M /$).

Обратим внимание на два принципиальных момента:

1. В обоих рассмотренных выше алгоритмах синтеза планетарного механизма (2.27) и (2.28)) присутствует связь $\varphi_{OC}^{OB} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}$, где i — постоянный коэффициент, передаточное число от ротора к мнимому водилу. При этом все сателлиты механизма как бы связаны общим водилом. Они сохраняют возможность перемещения «по лучам» в радиальном направлении, но находятся друг от друга на одинаковом угловом расстоянии.

2. В обоих вариантах синтеза (2.27) и (2.28), применительно к контакту К сателлита 3 с ротором 1, радиус r_{CK} центроида сателлита постоянен. При этом получающиеся в процессе обкатки зубья ротора 1 будут иметь форму, близкую к расчетной. В случае же контакта М сателлита 3 с эпициклом 2 радиус r_{CM}

центроиды сателлита постоянным не является и заранее не известен. Точка М на некоторых участках венца эпицикла может располагаться от точки С на расстоянии, значительно превышающем расчетный начальный радиус сателлита 3. В итоге форма зубьев эпицикла 2 может существенно отличаться от оптимальной, как например, в механизме [111], показанном на рисунке 2.14.

Как сделать, чтобы радиус центроиды сателлита в точке М всегда соответствовал расчетному, а зубья эпицикла на всех его участках имели приемлемую форму?

Система «ВСС» с самоустанавливающимся сателлитом. Принципиально возможно составить алгоритм синтеза механизма системы ВСС, который имел бы подобную приведенным выше, «ленточную» формулу строения и, при этом, обеспечивал правильную форму зубьев всех звеньев. Решение такой задачи сводится к обеспечению постоянства радиуса центроиды сателлита r_{CM} , взаимодействующей с эпициклом 2 в точке М. Система, отвечающая подобному условию, могла бы иметь, например, следующую формулу строения:

$$\frac{O, B}{\ell_{OB}} \rightarrow \frac{A}{\ell_{OA}; \varphi_{OB}^{OA}(t)} \rightarrow \frac{K}{\varphi_{OK}^{OA} = i \cdot \varphi_{OA}^{OB}; r_{OK}(\varphi_{OK}^{OA})} \rightarrow \frac{C, D}{\ell_{CD}; r_{CK}; n / C_K /; \tau_a(K)} \frac{M}{r_{CM} \alpha_{OM}^{OK} = 0} \rightarrow o / K /; o / M / \cdot \quad (2.29)$$

Отличием данной системы, от системы, характеризующейся формулой (2.28), является то, что в формулу (2.29) ее строения вместо нормальной связи $n/C_M/$ вошла связь $r_{CM} = \text{const}$. Это потребовало соединения условий связи, относящихся к точкам С, D, М, в общую структурную группу. Синтез контуров зубчатых венцов ротора 1 и эпицикла 2 (то есть, реализация связей $o/K/$; $o/M/$) в этой системе может выполняться только после завершения всех вычислительных операций.

При использовании системы синтеза (2.29) сателлиты перестают принадлежать единому мнимому водилу, а все зубья ротора 1 и эпицикла 2 приобретают приемлемую (расчетную) форму. Недостаток данного алгоритма синтеза центроидной системы «ВСС» состоит в сложности выполнения необходимых расчетов.

Независимый синтез некруглых зубчатых венцов центральных звеньев планетарного механизма системы «ВСС». Наиболее простым способом обеспечения постоянного радиуса r_{CM} центроиды сателлита, взаимодействующего с эпициклом 2, является независимый синтез зубчатых венцов звеньев 1 и 2 по маршрутам:

$$\frac{O, A}{\ell_{OA}} \rightarrow \frac{C}{\varphi_{OC}^{OA}(t); r_{OC}(\varphi_{OC}^{OA})} \rightarrow \frac{D, K}{\ell_{CD}; r_{CK}; \tau_s(K); n / C_K} \rightarrow o / K / ; \quad (2.30)$$

$$\frac{O, B}{\ell_{OB}} \rightarrow \frac{C, M}{\varphi_{OC}^{OB}(t); r_{OC}(\varphi_{OC}^{OB}); \tau_s(M); n / C_M} \rightarrow o / M / . \quad (2.31)$$

При этом заранее, тем или иным способом, должна быть определена связь между параметрами траекторий центра сателлита в системах координат центральных зубчатых колес 1 и 2. Будем задавать радиус-векторы $r_1(\varphi_1)$ и $r_2(\varphi_2)$ (то есть $r_{OC}(\varphi_{OC}^{OA})$ и $r_{OC}(\varphi_{OC}^{OB})$) однотипными циклическими функциями:

$$r_1(\varphi_1) = r_0 (1 + k_H F(M\varphi_1)); \quad (2.32)$$

$$r_2(\varphi_2) = r_0 (1 + k_H F(N\varphi_2)), \quad (2.33)$$

где φ_1 и φ_2 — текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями; k_H — коэффициент «некруглости» траекторий; r_0 — радиус расчетной окружности, в которую вырождаются обе траектории при $k_H = 0$).

Недостатком данной методики проектирования планетарного механизма с некруглыми звеньями является наблюдаемая интерференция зубьев (рисунок 2.10), которую приходится компенсировать увеличенными радиальными зазорами в зацеплениях.

В рамках алгоритма «независимого» синтеза зубчатых венцов звеньев 1 и 2 отмеченную выше интерференцию зубьев можно устранить, добавив в уравнение (2.33) некоторую полуэмпирическую корректирующую функцию δ_r :

$$r_2(\varphi_2) = r_0(1 + k_n \cdot F(N\varphi_2)) + \delta_r. \quad (2.34)$$

При этом уравнение (2.33) остается неизменным.

В результате: интерференция исчезает; зубья имеют правильную (расчетную) форму на всех участках зубчатых венцов эпицикла 2 и 1 (см. рисунок 2.8); уровень сложности расчётов минимальный.

Соответствующая методика геометрического проектирования разработана применительно к планетарным гидромашинам. Она опубликована в работе [109] и приводится в главе 3 диссертации.

Результаты анализа, проведенного в главе 2, кратко отображены в таблице 2.3.

Таблица 2.3.

Итог сравнительного анализа алгоритмов проектирования механизмов системы ВСС.

	Центроида солнечной шестерни	Центроида эпицикла	Сателлит		Траектория сателлита	Равномерное вращение мнимого водила относительно		Авторы	Оценка		
			d _{wc1}	d _{wc2}		Солнечной шестерни	Эпицикла		Корректность формы зуба эпицикла	Отсутствие интерференции	Простота расчѐта
1.	✓	?	✓	✓	?	✓	-	Ан И-Кан	-	+	-
2.	?	?	✓	?	✓	✓	-	Волков, Фадюшин, Ведерников	-	+	+
3.	?	?	✓	✓	✓	✓	✓	Волков, Курасов, Смирнов	+	-	+
4.	?	?	✓	✓	?	✓	-	Волков, Алексеева	+	+	+

Вошедшая в эту таблицу строка 4 соответствует не состоянию вопроса, а является результатом работы, выполненной при активном участии автора.

Заключение по главе 2

В данной главе рассматриваются методы, применявшиеся различными авторами при геометрическом проектировании передач с некруглыми колесами (НЗК) и планетарных гидромашин (ПРМ). Анализ показал, что расчет передач с НЗК при известных, остановленных осях их вращения хотя и не опирается на универсальную общепринятую методику, принципиальных проблем не представляет. Более сложной является задача геометрического проектирования используемых в гидро- и пневмомашинах (ПРМ) планетарных механизмов с плавающими сателлитами. Важная особенность ПРМ заключается в том, что положение осей их сателлитов, в общем случае, заранее неизвестно.

Существующие алгоритмы геометрического расчета ПРМ различаются тем, что в некоторых из них изначально задана центроида одного из некруглых звеньев, а в других центровая траектория сателлитов. В первом случае не всегда обеспечивается корректная форма зубьев другого некруглого звена. Если же изначально задана траектория сателлита, а центроиды некруглых колёс независимо друг от друга находятся как эквидистанты этой траектории, то может возникать интерференция (подклинивание) зубьев. В результате анализа алгоритмов, пришли к выводу, что более правильным является начальное задание центровых траекторий сателлитов с последующей её коррекцией.

Логику решения подобных задач предлагается кратко отображать, используя представления аналитической механики о несвободных системах материальных точек. При этом структура и параметры центроидного механизма записывается в виде формулы его строения, содержащей информацию о некоторой формообразующих точках и уравнениях, связывающих их обобщенные координаты. К структурированию центроидных систем такой подход применён впервые, что является определённым вкладом в общую теорию механизмов.

3. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С НЕКРУГЛЫМИ ЦЕНТРАЛЬНЫМИ КОЛЁСАМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ КОРРЕКТНУЮ ФОРМУ ЗУБЬЕВ И ОТСУТСТВИЕ ИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

В этой главе рассматриваются этапы предлагаемой методики, а также особенности ее применения к различным вариантам модификации закона движения плавающего сателлита.

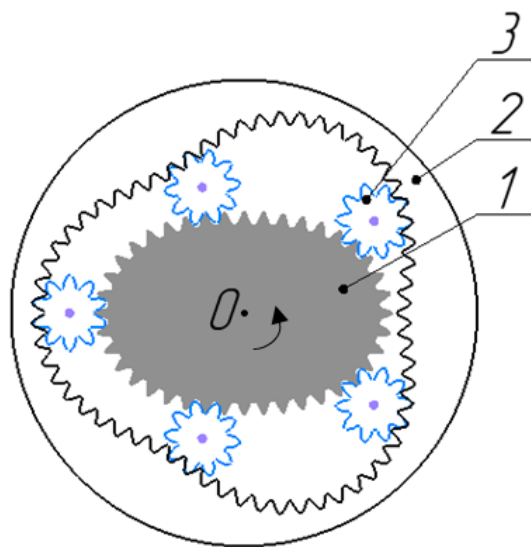
3.1 Коррекция радиус-вектора центральной траектории сателлита по разности углов его поворота относительно ротора и статора

3.1.1 Идея и графический путь реализации метода

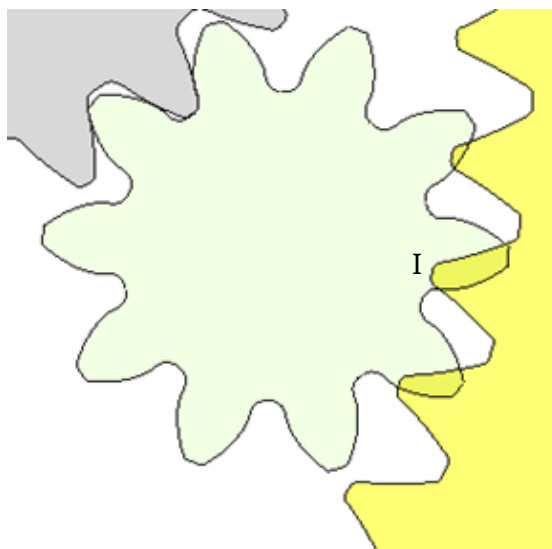
В основу метода положен подход к синтезу некруглых зубчатых колёс ПРМ, при котором заранее задаётся траектория движения центральной точки сателлита. В качестве примера будем рассматривать тот же механизм 3-2, который показан на рисунке 2.8, с принятыми для него числовыми значениями параметров.

Первые этапы методики совпадают с методикой Г.Ю. Волкова, Д.А. Курасова, В.В. Смирнова [47, 107, 126], которые уже были рассмотрены в главе 2. Это: 1) выбор числа волн и базовых параметров круглозвенного планетарного прототипа; 2) выбор циклической функции $F(\varphi)$; 3) вычисление углов поворота сателлита φ_{c1} и φ_{c2} относительно солнечной шестерни и эпицикла для множества положений центра сателлита на траектории, а также построение огибающих к контурам сателлитов в системах координат, связанных с солнечной шестерней и с эпициклом.

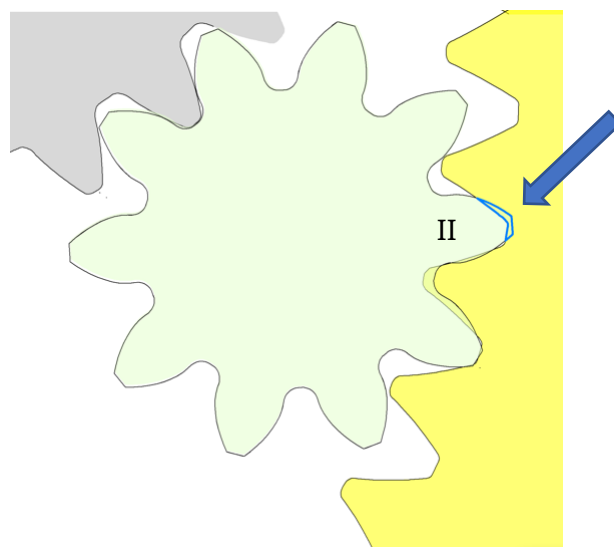
Как уже было отмечено выше, непосредственное использование, полученных таким образом профилей некруглых центральных колёс ПРМ ведёт к интерференции зубьев. При равномерном вращении мнимого водила сателлит 3 занял бы положение, обозначенное на рисунок 3.1б символом I. На практике, он прокатится дальше – в положение II, и при этом не поместится во впадине зубьев эпицикла 2, вызвав «подклинивание» системы звеньев.



а



б



в

Рисунок 3.1 - Схема ПРМ 3-2 (а), интерференция зубьев (б), (в)

Это относится ко всем положениям механизма, кроме показанных на рис. 3.2. (а, в), в которых радиальная скорость спутников равна нулю.

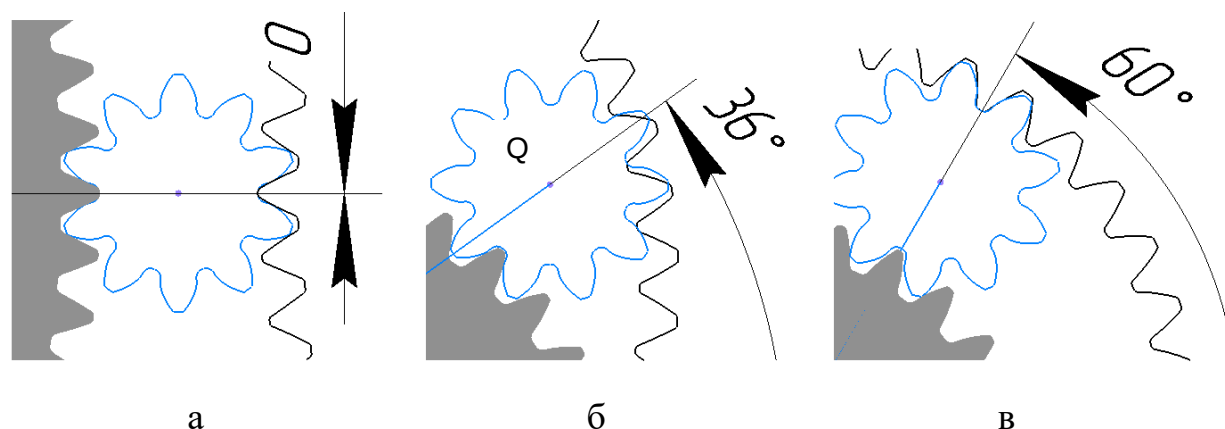


Рисунок 3.2 - «Подклинивание» спутника между центральными колесами, спрофилированными по варианту «0»

Найти необходимую и достаточную для устранения «подклинивания» величину коррекции радиус-вектора центральной траектории спутника можно, используя графические программы компьютерной графики (в частности Компас-3D).

Совместим семейство (рисунок 3.3а) контуров спутника, формирующих профиль ротора 1, с аналогичным семейством, относящимся к статору 2 в фазе движения механизма, соответствующей рис. 3.2 б. Точка Q (см. рисунок 3.3) пересечения центральных траекторий спутника лежит на луче, наклоненном к горизонтали на угол $\varphi = 36^\circ$. Из построения видно, что контуры спутника, относящиеся к ротору и статору, повернуты друг относительно друга на некоторый угол $\Delta\varphi_c = \varphi_{c1} - \varphi_{c2}$. Найдем угловое положение φ_2 точки Q, при котором $\Delta\varphi_c = 0$. Это можно сделать графически (рисунок 3.3б), рассматривая изображения спутников на каждом шаге $\Delta\varphi_c$ мнимого водила, либо сравнивая значения углов φ_{c1} и φ_{c2} , рассчитанных по формулам (2.13) и (2.14). Замечаем, что при данном угле $\varphi_2 = 35^\circ 18'$ поворота мнимого водила точки центров спутников Q_1 и Q_2 находятся друг от друга на некотором расстоянии δr . Именно это расстояние нужно обеспечить введением поправок на величины r_1 и r_2 радиус-векторов солнечной шестерни и (или) эпицикла. Рационально всю поправку отнести к эпициклу 2. В таком случае, в положении мнимого водила $\varphi_2 = 35^\circ 18'$ радиус-вектор эпицикла будет $r_2^{nev} = r_2 +$

δr . Учитывая малые абсолютные величины параметров δ_{r2} и $\Delta\varphi$, с достаточной для решения практических задач точностью можно отнести полученную величину поправки δ_{r2} не к углу $\varphi_2 = 35^\circ 18'$, а к расчетному углу $\varphi_2 = 36^\circ$.

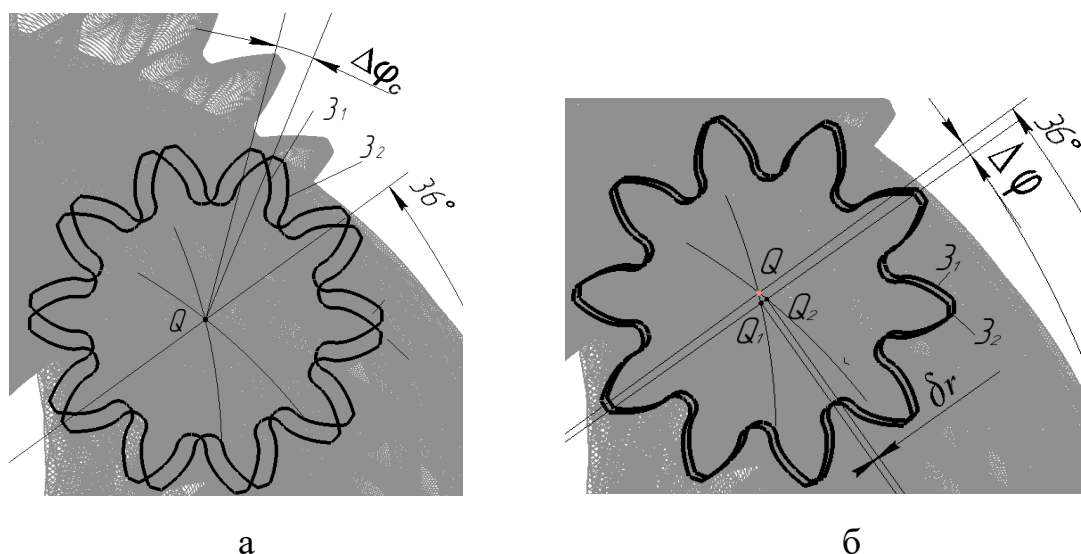


Рисунок 3.3 - Контуры сателлита 3_1 и 3_2 , формирующие ротор 1 и статор 2

Повторяя рассмотренные выше действия для ряда последовательных положений мнимого водила φ_2 , получили диаграмму, показанную на рисунке 3.4 – кривая 1. В ней по оси абсцисс отложен угол поворота мнимого водила φ_2 , а по оси ординат – коэффициент $h = \delta_{r2}/r_2$, характеризующий величину поправки.

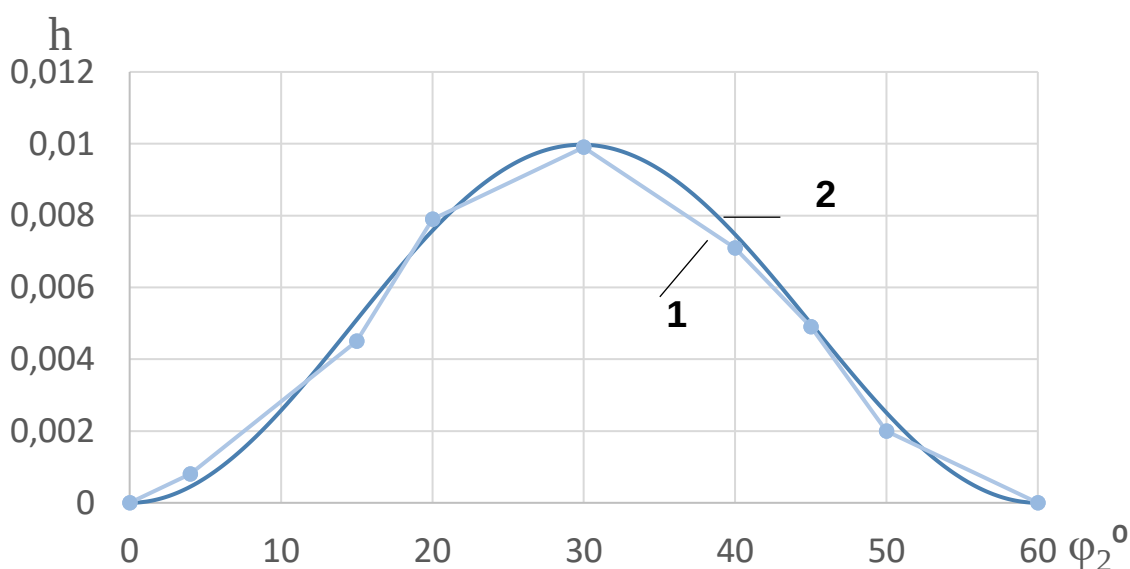


Рисунок 3.4 - Зависимость коэффициента h от текущего угла φ_2 поворота мнимого водила для рассматриваемой схемы ПРМ 3-2

1 – графический метод, 2 – расчёт по формулам [110]

Приведенные в диаграмме цифры относятся к механизму с параметрами: числа зубьев $Z_1 = 40$; $Z_2 = 60$; $Z_c = 10$; коэффициенты смещения инструмента $X_1=0$; $X_2 = 0,6$; $X_c = 0,3$; среднее межосевое расстояние $a_w = 25,288m$; функция $F(\varphi)=\cos(\varphi)$; коэффициент некруглости $k_n=0,155$.

Преимуществом применения графических методов проектирования зубчатых механизмов с некруглыми звеньями является возможность анализа и непосредственного контроля показателей качества зацепления зубчатых колес в процессе построения семейства контуров производящей шестерни (сателлита). В случае ПРМ такой анализ дает наглядное представление о необходимой коррекции контура эпицикла и позволяет уточнить методику геометрического проектирования некруглых звеньев этого механизма. Тем не менее, для практического использования на производстве он не подходит.

3.1.2 Расчётная методика

На основе приведенного выше анализа геометрических преобразований, используемых при синтезе некруглых звеньев ПРМ, была составлена соответствующая расчетная методика [110]. Идея этой методики состоит в том, что поправка δr_2 на величину радиус-вектора центральной траектории сателлита определяется по разности $\Delta\varphi_c$ углов его поворота относительно ротора и статора.

Массивы параметров, характеризующие закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес, помещены в таблицу 3.1. Первые 5 столбцов этой таблицы повторяют данные, приведенные в таблице 2.1. Как было отмечено выше, расчёт, выполненный на данном этапе, ещё не обеспечивает получение корректных контуров венцов центральных зубчатых колёс. Для устранения интерференции зубьев предлагается скорректировать радиус вектор r_2 эпицикла на соответствующих участках его венца (в данном случае) в сторону увеличения.

Таблица 3.1.

Массивы параметров, характеризующих закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес

	Ротор		Статор		Коррекция					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$r_1 = r_2$	φ_1	φ_{c1}	φ_2	φ_{c2}	i_{ch}	$\Delta\varphi_c$	$\Delta\varphi$	Δ_r	δ_{r2}	r_2^{nev}
29,2076	0°	0°	0°	0°	5,5645	0	0	0	0	29,2076
29,2074	0,3°	1,6923°	0,2°	1,097°	5,5644	0,0947	0,0170	0,00002	0,0000034	29,2075
29,2068	0,6°	3,3846°	0,4°	-2,195°	5,5644	0,1895	0,0341	0,00012	0,000137	29,2069
29,2057	0,9°	5,0768°	0,6°	-3,292°	5,5643	0,2842	0,0511	0,0027	0,000309	29,2060
27,2833	29,7°	165,5189°	19,8	108,775°	5,3544	7,2431	1,3527	0,193	0,00762	27,4910
27,2478	30°	167,1467°	20°	109,869°	5,3498	7,2775	1,3603	0,194	0,207783	27,4578
27,2122	30,3°	168,773°	30,2°	110,962	5,3451	7,3109	1,3678	0,197	0,257631	27,42
21,3684	90°	450°	60°	-300°	4,0710	0,0648	0,01594	0	0	21,3684

Расчет поправки $\delta_{r2} = r_1 h$ опирается на разницу $\Delta\varphi_c$ угловых положений сателлита, полученных для солнечной шестерни φ_{c1} и эпицикла φ_{c2} в системе координат, связанной с мнимым водилом:

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1} - \varphi_1| - |\varphi_{c2} - \varphi_2| \quad (3.1)$$

От разницы угловых положений сателлита $\Delta\varphi_c$ нужно перейти к соответствующей разности положений мнимого водила $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_c / i_{ch}, \quad (3.2)$$

где i_{ch} — мгновенное передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу.

Параметр i_{ch} найдем, например, «через солнечную шестерню»:

$$i_{ch} = \left(1 + \frac{z_1}{z_c}\right) \cdot 0,5 \cdot (\xi_1 + \xi_2) \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \sqrt{(r_1(\varphi_1))^2 + (r_1'(\varphi_1))^2}. \quad (3.3)$$

В рассматриваемом частном случае:

$$i_{ch} = \left(1 + \frac{z_1}{z_c}\right) \cdot 0,5 \cdot (\xi_1 + \xi_2) \cdot \sqrt{(1 + K_n \cdot \cos(M \cdot \varphi_1))^2 + (M \cdot K_n \sin(M \cdot \varphi_1))^2}. \quad (3.4)$$

Поправку δ_{r2} к радиусу $r(\varphi)$ можно найти численно, используя массив значений радиуса $r(\varphi)$ (столбец 1 в таблице 3.1). Для этого на каждом шаге по углам φ_1 и φ_2 вычисляем интенсивность изменения радиуса $\Delta r_i/s_\varphi$ (в мм/градус) и умножаем её на $\Delta\varphi$:

$$\delta_{r2} = \Delta\varphi \cdot (\Delta r/s_\varphi). \quad (3.5)$$

Величина шага s_φ – это некоторое среднее значение между шагами и $\Delta\varphi_1$ по ротору и $\Delta\varphi_2$ по статору. В первом приближении – их среднее арифметическое:

$$s_\varphi = (\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2) / 2.$$

Если траектория сателлита задана единой, достаточно простой функцией $F(\varphi)$, то поправку радиуса δ_{r2} центральной траектории сателлита можно сразу рассчитать по формуле:

$$\delta_{r2} = 2r_0 k_n [F((M\varphi_1) + \Delta\varphi NM / (N + M)) - F(M\varphi_1)]. \quad (3.6)$$

В рассматриваемом частном случае:

$$\delta_{r2} = 2r_0 k_n [\cos(M\varphi_1 + \Delta\varphi NM / (N + M)) - \cos(M\varphi_1)]. \quad (3.7)$$

Рассчитаем параметры ПРМ 3-2, $k_n = 0,155$ в одном из положений механизма, например, для строки, соответствующей углу $\varphi_1 = 30^\circ$. По формуле (3.1):

$$\Delta\varphi_c = (167,1467^\circ - 30^\circ) - (109,869^\circ + 20^\circ) = 7,2777^\circ.$$

По формуле (3.5) передаточное отношение i_{ch} от сателлита к мнимому водилу:

$$i_{ch} = \left(1 + \frac{40}{10}\right) 0,5(0,9776 + 0,9520) \sqrt{(1 + 0,155 \cos(2 \cdot 30^\circ))^2 + (20,155 \sin(2 \cdot 30^\circ))^2} = 5,3546.$$

По формуле (3.2): $\Delta\varphi = 7,2777^\circ / 5,3546 = 1,3591^\circ$.

По формуле (3.7) получаем:

$$\delta_{r2} = 2r_0 0,155 [\cos(2 \cdot 30^\circ + 1,3591 \cdot 2 \cdot 3 / (3 + 2)) - \cos(2 \cdot 30^\circ)] = 0,007705 \cdot r_0.$$

То есть коэффициент $h = 0,007705$. На рисунке 3.4 искомая точка соответствует углу $\varphi_2=20^\circ$. Аналогичный расчет коэффициента h для других значений текущего угла поворота мнимого водила дает кривую 2 на рисунке 3.4. Констатируем близкое совпадение с кривой 1, соответствующей компьютерному эксперименту. Данные по поправке δ_{r2} используем для заполнения столбца r_2^{nev} таблицы 3.1. По рисунку 3.4 замечаем, что кривая 2, полученная в результате расчёта по формуле (3.7), достаточно близко совпадает с кривой 1, соответствующей компьютерному эксперименту.

На заключительном этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРМ применяются графические программы (например, КОМПАС). Сателлит строится во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых-профилей сателлита.

«Масштаб» изменения контура эпицикла иллюстрирует рисунок 3.5, на котором совмещены контуры венца эпицикла, рассчитанные без коррекции 1 и с коррекцией 2 радиуса r .

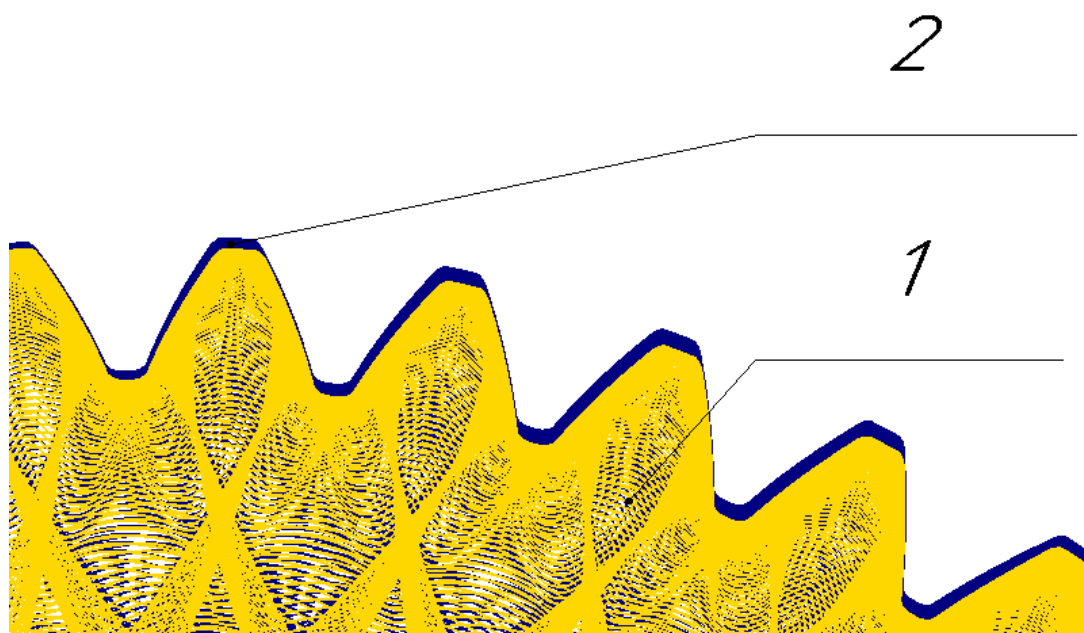


Рисунок 3.5 - Профили венца эпицикла:

1 (желтый) — без коррекции; 2 (чёрный) — после коррекции

Заметим, что аналогичную коррекцию контура зубчатого венца можно было бы отнести к солнечной шестерне или поделить её между солнечной шестерней и эпициклом.

Обобщённый алгоритм, рассмотренный выше методики синтеза центральных колес ПРМ, кратко представлен в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

Алгоритм геометрического синтеза некруглых зубчатых колес ПРМ

		Исходные данные и формулы расчета:
1.	↙	входные параметры:
		$M, N; Z_1, Z_2, Z_3; m, a_w, x_1, x_2, x_3$ (круглозвенный прототип)
2.	r_1 r_2	радиус-вектор траектории сателлита:
		$r_{1(2)}(\varphi_{1(2)}) = r_0 \left(1 + kF(M_{(N)}\varphi_{1(2)}) \right)$ <i>общий случай</i> $F = (\cos(\varphi_{1(2)}))$ <i>простейшая функция</i>
3.	φ_c	угол поворота сателлита:
		$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_c} \right) \cdot \xi_{1(2)} \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(r_1(\varphi_{1(2)}))^2 + (r_1'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi$ <i>общий случай</i> $\varphi_{c1(2)} = \left(1 + \frac{z_{1(2)}}{z_c} \right) \xi_{1(2)} \int_0^{\varphi_{1(2)}} \sqrt{(1 + k \cos(M_{(N)}\varphi_{1(2)}))^2 + (M_{(N)}k \sin(M_{(N)}\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi_{1(2)}$ <i>частный случай</i>
4.	ξ	поправочный коэффициент:
		$\xi_{1(2)} = \frac{L_0}{L_\phi}$ <i>общий случай</i> $\xi_{1(2)} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k \cos(M_{(N)}\varphi_{1(2)}))^2 + (M_{(N)}k \sin(M_{(N)}\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi_{1(2)}}$ <i>частный случай</i>
5.	Δr	коррекция радиуса-вектора траектории сателлита:
		$r_{2(1)_{new}} = r_{2(1)} + \delta r_{2(1)}; \quad \delta r_{2(1)} = \Delta\varphi(\Delta r/s_\varphi); \quad \Delta\varphi = \Delta\varphi_c/i_{ch}$ <i>общий случай</i> $\delta_r = 2r_0k[\cos(M\varphi_{1(2)} + \Delta\varphi NM/(N+M)) - \cos(M\varphi_{1(2)})]$ <i>частный случай</i>
6.		графическое моделирование профиля венца

Примечание: $\varphi_{1(2)}$ - текущий угол поворота мнимого водила; k_n - коэффициент «некруглости» траекторий; L_0 - длина центровой окружности исходного круглозвенного механизма; L_ϕ - длина фактической центровой центроиды; i_{ch} - мгновенное передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу; $\Delta r/s_\varphi$ - интенсивность изменения радиуса; δ_r - величина поправки радиуса центровой траектории сателлита.

3.1.3 Программная реализации расчетной методики и получение электронных моделей солнечного колеса и эпицикла

Для автоматизации задач, связанных с геометрическим проектированием профилей зубчатых венцов некруглых колес используются различные программные комплексы. Так, в частности, зарубежными исследователями [64, 65, 66] предлагается использовать такие программные средства, как MathLab, Adams, Solid Works, AutoCad и др.. Российский ученый Ан И-Кан [95] для своего исследования [45] разрабатывал программы в интегрированной среде Turbo Pascal. Научное сообщество Курганских исследователей [79], [47], [49] для решения поставленных задач применяло сразу несколько программных продуктов. Математические вычисления выполнялись, например, в среде инженерных и математических расчетов MathCad. Для этого была написана программа, с помощью которой, просчитывалась матрица данных на основе изложенной выше вычислительной методики. Затем данные импортировались и обрабатывались в EXCEL, а далее переносились в Компас-3D для геометрического построения. В Компасе с помощью написанной библиотеки путем компьютерной обкатки виртуального колеса строилось семейство положений сателлита и посредством ручной обработки этих геометрических данных получался нужный профиль. Поскольку для полного решения задачи, требовалось задействовать несколько программных продуктов, это приносило определенные неудобства при переносе данных и требовало затрат времени. Кроме этого, использование профессиональных программ типа MathCad предполагает и материальные затраты. А с определенного времени существует проблема ограничения доступа к использованию лицензионного программного обеспечения.

В настоящее время в сфере проектирования зубчатых передач для расчетов и моделирования работы механизмов стал очень популярен язык программирования Python [131], [132], [13127]. Также его применяют для решения задач оптимизации. Важной отличительной особенностью этого программного продукта является его цена - он бесплатный. При этом обладает большим потенциалом использования различных библиотек и инструментов не только для расчетной части, но и для

графической интерпретации результатов. Дополнительным плюсом для использования Python является то, что разработанная программа может совершенствоваться с помощью различных модулей для дальнейших исследований. Например, для возможности моделирования работы механизма, т.е. создания так называемого цифрового двойника и получения результатов с учетом использования материалов и разных условий среды при эксплуатации. Мощные современные программы для моделирования работы механизмов напрямую поддерживают связь с Python по импорту данных в свои приложения, что делает возможным проводить и динамические расчеты.

Поэтому в данной работе предлагается расчеты частично выполнять с помощью языка программирования Python. Начальный переходной этап, содержащий вычисление параметров, необходимых для последующего геометрического построения в Компасе, по предложенной выше методике, дает возможность в будущем переложить и графику на Python. Обоснованием для этого перехода является сокращение времени на обработку данных, а также учёт факторов, приводящих к потере или искажению информации (таких как несовместимость форматов при импорте между программами, разница в кодировках, ошибки в структуре файлов).

На рисунке 3.6 представлен алгоритм построения профилей НЗК с помощью используемых программных приложений и с потенциально возможным преобразованием. Красными штрихами (справа) отмечены объекты, которые заменены на новую программную реализацию, а зелеными (слева) – те, которые планируется заменить.

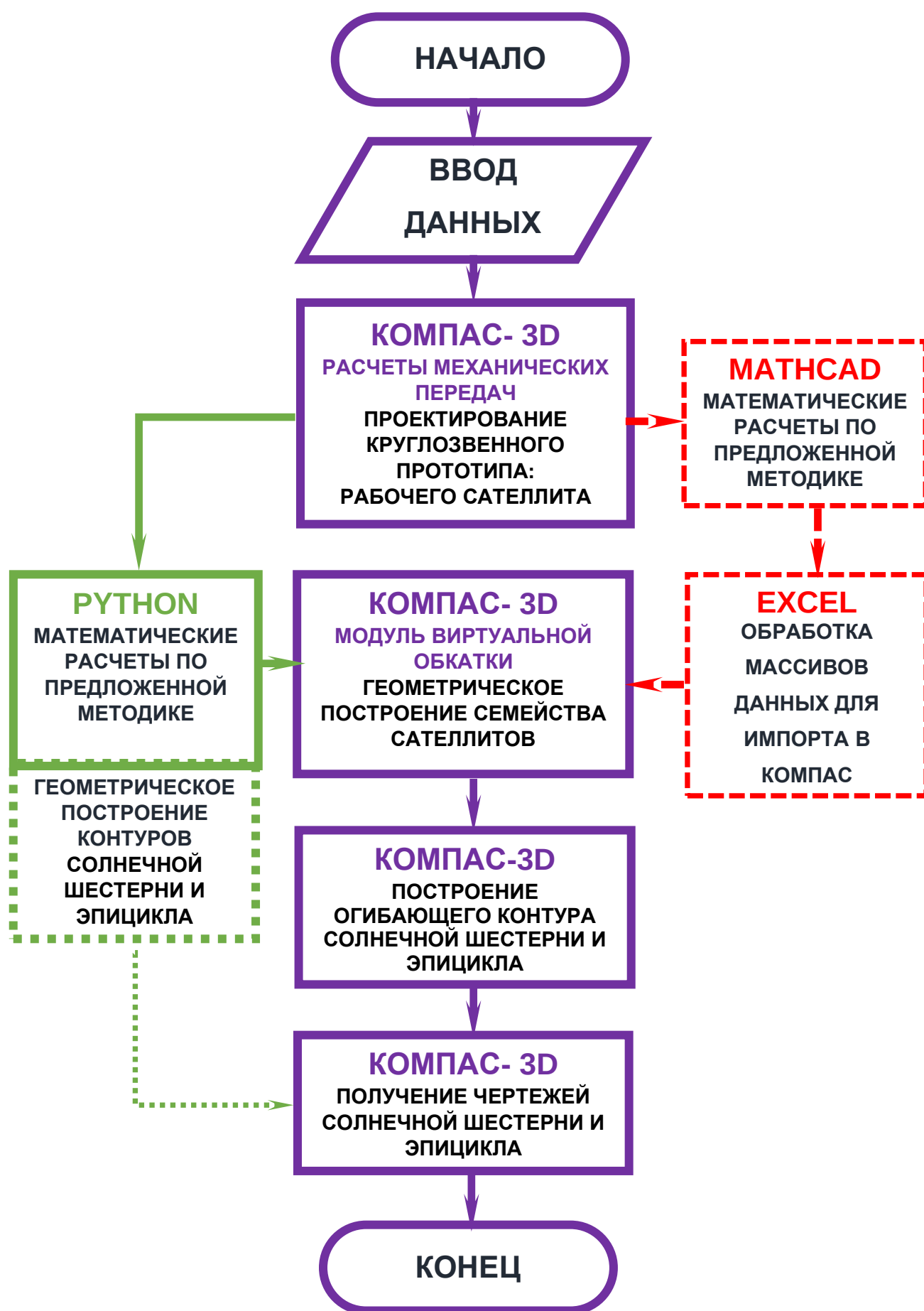


Рисунок 3.6 - Алгоритм построения профилей НЗК

3.2 Модификация центральной траектории сателлитов

Простейшая, циклическая функция, характеризующая траекторию движения центров сателлитов планетарного механизма с некруглыми центральными колёсами и плавающими сателлитами, имеет вид: $F(\varphi) = \cos(\varphi)$. Задача модификации этой функции возникает в связи с необходимостью повышения геометрической степени сжатия ε среды в пневмомашинах: компрессорах и вакуумных насосах. Наиболее радикального повышения ε можно достичь в схемах $M=N$ при кусочном задании функции центральной траектории [49]. Это влечёт некоторые дополнительные вычислительные сложности.

Схемы $N - M = 1$, например 4-3 (рисунок 3.7), тоже могут использоваться в пневмомашинах. Однако для них целесообразно не переходить к кусочной форме задания функции, а применить единую модифицированную функцию $F(\varphi)$.

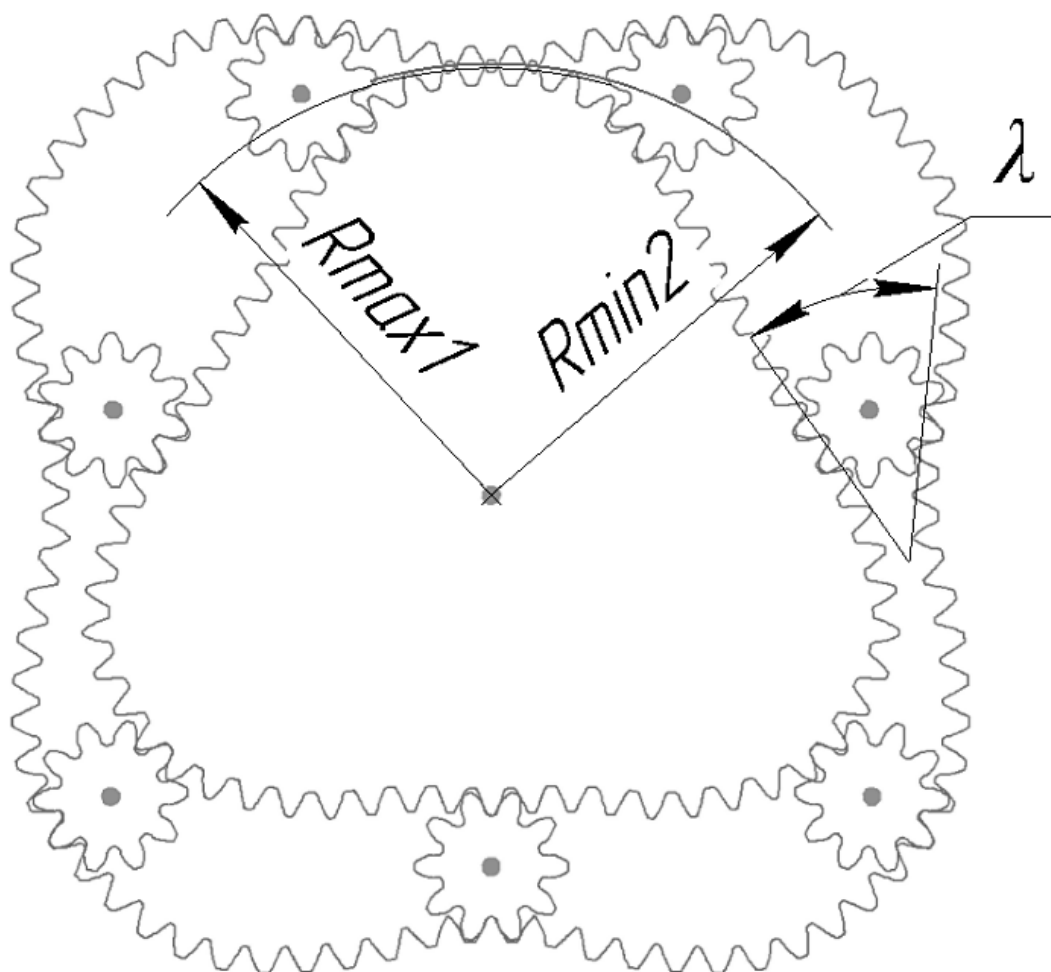


Рисунок 3.7- Модифицированная ПРМ N-M=4-3

3.2.1 Выбор базовых параметров планетарного механизма для пневмомашины типа $N - M = 1$

Методика решения этой конкретной задачи имеет некоторую специфику. Как и при проектировании любых ПРМ вначале выбираются числа волн эпицикла и солнечной шестерни, например, $N - M = 4 - 3 = 1$. Далее с соблюдением условий сборки производится выбор чисел зубьев Z_1, Z_2, Z_c .

Рассмотрим пример: $Z_1 = 60; Z_2 = 80; Z_c = 10$.

При выборе коэффициентов смещения зубчатых колес механизма ПРМ целесообразно вначале подобрать параметры его прототипа – исходного, расчетного круглозвенного планетарного механизма. Для этого удобно использовать приложение «Расчеты механических передач» программного продукта КОМПАС-3D. Проектируя пневмомашину по схеме $N - M = 1$, желательно применять минимальные из возможных (с учетом знака) коэффициенты смещения X_1, X_2, X_c колес планетарного механизма. В рассматриваемом примере примем: $X_1 = -1; X_2 = -0,4; X_c = 0,3$; модуль $m = 1$; межосевое расстояние $a_w = 34,23m$. Расчетные параметры, полученные в приложении Компас-3D показаны в табл. 3.3.

При использовании приложения КОМПАС не следует полагаться на типовые рекомендации. Так, в частности диаметр d_{ac} окружностей вершин сателлита целесообразно взять лишь таким, чтобы коэффициенты перекрытия ϵ_α были минимально допустимыми.

Далее задается циклическая функция $F(\varphi)$ и по формулам 2.8 и 2.9 вычисляются расчетные радиус-векторы $r_1(\varphi_1)$ и $r_2(\varphi_2)$ траектории центра сателлита в системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2. При этом φ_1 и φ_2 – текущие углы поворота мнимого водила измеряются в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями. Проектируя пневмомашину по схеме $N - M = 1$, необходимо следить, чтобы коэффициент «некруглости» k_n был максимально возможным. В рассматриваемой схеме величину k_n ограничивает требование отсутствия контакта вершин зубьев солнечной шестерни 1 и эпицикла 2.

Таблица 3.3.

Расчетные параметры, полученные в приложении Компас

Наименование и обозначение параметра		Солнечная шестерня	Сателлит	Эпицикл
<i>Исходные данные</i>				
Число зубьев	Z	60	10	80
Модуль, мм	m_n	1		
Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0°00'00"		
Нормальный исходный контур	-	ГОСТ 13755-2015		
Угол профиля зуба исходного контура	α	20°00'00"		
Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	h_a^*	1		
Коэффициент радиального зазора исходного контура	C	0,25		
Коэффициент смещения исходного контура	X	-1	+0,3	-0,4
Степень точности	-	7-C	7-C	7-C
<i>Определяемые параметры</i>				
Межосевое расстояние, мм	a_w	34,23±0,025		34,23±0,025
Диаметр вершин зубьев, мм	d_a	59,86	12,27	77,66
Диаметр впадин зубьев, мм	d_f	55,5	8,1	81,7
Угол зацепления	α_{tw}	16°05'30"		16°05'30"
Нормальная толщина на поверхности вершин, мм	s_{na}	0,89	0,65	1,08
Коэффициент торцового перекрытия	ε_α	1,58		1,25

С учетом того обстоятельства, что коэффициенты перекрытия $\varepsilon_{1c} = 1,58$ и $\varepsilon_{2c} = 1,25$ в обоих зацеплениях сателлита достаточно высоки, на вершинах волн высоту зуба солнечной шестерни и эпицикла можно несколько уменьшить. Вплоть до того, что допустить пересечение расчетных поверхностей вершин шестерни 1 и эпицикла 2. При этом коэффициент k_n будет несколько превышать значение k_{n0} ,

$$k_{n0} = (d_{a2} - d_{a1}) / 4a_w . \quad (3.8)$$

В примере $k_{n0} = (77,66 - 59,86) / 4 \cdot 34,23 = 0,13$. Примем $k_n = 0,134$.

Фактические вершины зубьев центральных колес 1 и 2 целесообразно ограничить соответствующими концентрическими окружностями $R_{\max 1}$ и $R_{\min 2}$.

Максимальный угол между касательными к центроидам звеньев 1 и 2 – угол λ удержания сателлита (см. рисунок 3.7) можно приближенно [30] определить по формуле:

$$\lambda = k_n (N+M) / k_\lambda , \quad (3.9)$$

где $k_\lambda = 0,018$.

В примере $\lambda = 0,134 (4+3) / 0,018 = 37^\circ$.

3.2.2 Выбор параметров модификации механизма

Задача модификации – повысить степень сжатия ПРМ, не увеличивая максимальное значение угла λ удержания сателлита свыше заранее заданного допустимого значения. Наиболее простой, базовый вариант траекторий центра сателлита соответствует гармонической функции $F(\varphi) = \cos(\varphi)$.

Нужно видоизменить циклическую функции $F(\varphi)$ так, чтобы в фазах подъема-опускания сателлита величина ее производной была близка постоянной.

В результате анализа различных вариантов, в качестве расчетной функции, характеризующей траекторию центра сателлита, выбрали трехчлен вида:

$$F(\varphi) = \cos \varphi + k_{M1} \cos^{h_{M1}} \varphi - k_{M2} \cos^{h_{M2}} \varphi, \quad (3.10)$$

где $h_{M1} < h_{M2}$ – целые, желательно нечетные, числа;

k_{M1} и k_{M2} – дополнительные коэффициенты.

Возможности модификации расчетной траектории спутника проиллюстрированы рисунком 3.11, соответствующим значениям параметров: $k_{M1}=0,6$; $k_{M2}=0,6$; $h_{M1}=3$; $h_{M2}=5$.

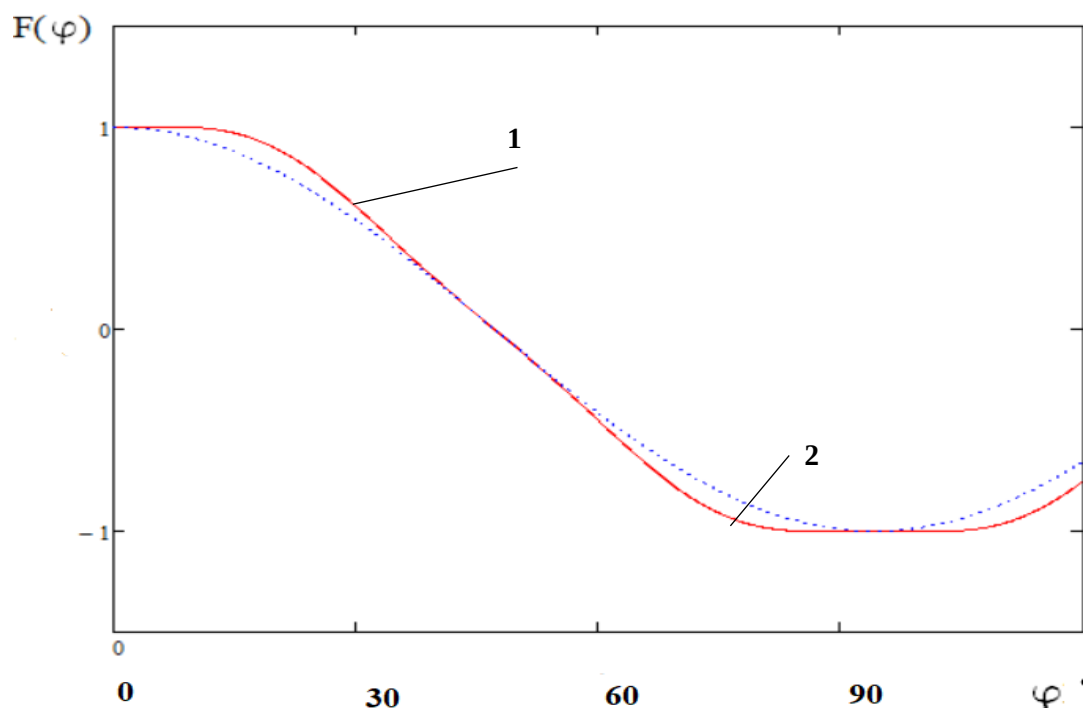


Рисунок 3.11- Модификация расчетной траектории спутника

1 - базовая функция $F(\varphi) = \cos(\varphi)$; 2 - модифицированная функция

Модуль производной базовой гармонической функции $F(\varphi) = \cos(\varphi)$ и, соответственно, угол наклона ее графика 1 к оси абсцисс имеет максимум в середине цикла, а по мере приближения к верхней и нижней точкам плавно снижаются. График 2 модифицированной функции сохраняет постоянный наклон к оси абсцисс на протяжении значительной части цикла, что должно положительно сказаться на степени сжатия ПРМ.

На основе функции (3.10) для солнечной шестерни получаем выражение модифицированной функции $F(\varphi)$:

$$r(\varphi_1) = a_w \{ 1 + k_n [(1 - k_{M1} + k_{M2}) \cos(M \varphi_1) + k_{M1} \cos^{h_{M1}}(M \varphi_1) - k_{M2} \cos^{h_{M2}}(M \varphi_1)] \}, \quad (3.11)$$

а для эпицикла:

$$r(\varphi_2) = a_w \{ 1 + k_n [(1 - k_{M1} + k_{M2}) \cos(N \varphi_2) + k_{M1} \cos^{h_{M1}}(N \varphi_2) - k_{M2} \cos^{h_{M2}}(N \varphi_2)] \}. \quad (3.12)$$

3.2.3 Профилирование некруглых центральных зубчатых колес с выбранными параметрами модификации

Профилирование центральных колес ПРМ выполнено по методике, изложенной в работе [133].

При заданных функциях (3.11) и (3.12), углы поворота сателлита φ_{c1} и φ_{c2} определяются по формуле (2.10.):

$$\varphi_{c1(c2)} = (1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_c}) \cdot \xi_{1(2)} \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi.$$

При коэффициенте $\xi_{1(2)}$, вычисляемом по формуле (2.12.):

$$\xi_{1(2)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_0}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi}.$$

В рассматриваемом случае производные функций $r_1(\varphi_1)$ и $r_2(\varphi_2)$ принимают вид:

$$r'_1(\varphi_1) = a_w M k_H \sin(M\varphi_1) [k_{M1} - k_{M2} - 1 - k_{M1} h_{M1} \cos^{(h_{M1}-1)}(M\varphi_1) + k_{M2} h_{M2} \cos^{(h_{M2}-1)}(M\varphi_1)]; \quad (3.13)$$

$$r'_2(\varphi_2) = a_w N k_H \sin(N\varphi_2) [k_{M1} - k_{M2} - 1 - k_{M1} h_{M1} \cos^{(h_{M1}-1)}(N\varphi_2) + k_{M2} h_{M2} \cos^{(h_{M2}-1)}(N\varphi_2)]. \quad (3.14)$$

При заданных коэффициентах модификации ($k_{M1}=0,6$; $k_{M2}=0,6$; $h_{M1}=3$; $h_{M2}=5$) коэффициенты изменения длины центральной траектории: $\xi_1 = 0,9776$; $\xi_2 = 0,9520$.

Согласно используемой методике проектирования ПРМ, массивы параметров $r_1(\varphi_1)$ и φ_1 сохраняются для последующего построения профиля солнечной шестерни, а величина радиуса $r_2(\varphi_2)$ уточняется с учетом разности $\Delta\varphi_c$ угловых положений φ_{c2} и φ_{c1} сателлита. В данном случае поправку δr_2 на радиус r_2 оказалось возможным рассчитать по формуле (3.6). Итоговая формула для расчета уточненной величины радиуса $r_2^{nev}(\varphi_2)$:

$$r_2^{nev}(\varphi_2) = r_2(\varphi_2) + 2r_0 k_H [F((M\varphi_1) + \Delta\varphi_{NM} / (N + M)) - F(M\varphi_1)]. \quad (3.15)$$

На заключительном этапе проектирования некруглых колес ПРМ применяются графические компьютерные программы. Сателлит строится во

множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых-профилей сателлита.

Полученные контуры звеньев модифицированного механизма ПРМ 4-3 показаны на рисунке 3.7. Геометрическая степень сжатия этого механизма составляет $\varepsilon = 6,38$. Степень сжатия в аналогичной схеме без модификации $\varepsilon = 5,96$. Таким образом в результате модификации траектории центров сателлитов геометрическая степень сжатия увеличилась на 7%.

В заключение подчеркнём, что предложенная методика коррекции радиус-вектора центральной траектории сателлита успешно работает и в случае модификации функции центральной траектории сателлита.

3.3 Модификация центроидного шага некруглых центральных колёс

Другой возможный вид модификации контуров зубчатых венцов ПРМ связан с варьированием центроидного шага P_w ротора и статора.

В практике зубообработки изменение центроидного шага обычно достигается за счёт коэффициента X смещения инструмента. Известно, что подобный эффект можно обеспечивать также изменением угла профиля α производящей рейки. В процессе модификации некруглых зубчатых венцов целесообразно контролировать и варьировать непосредственно центроидный шаг P_w зубчатого колеса определённого модуля m .

Целью работы, представленной в этом разделе, было исследование возможностей и разработка методических подходов к управлению параметрами планетарных пневмомашин за счёт использования переменного центроидного шага их зубчатых колёс.

3.3.1 Оценка диапазона допустимого варьирования центроидного шага зацепления

Рассмотрим контур (рисунок 3.12) номинально круглого венца с внутренним зубом (эпицикла), полученного путём его обкатки производящей шестерней (сателлитом), движущейся с переменной угловой скоростью. Параметры исходной

системы: модуль $m = 1$; межосевое расстояние $a_w = 25,288m$; число зубьев сателлита $Z_c = 10$; коэффициент смещения сателлита $X_c = 0,3$; число зубьев эпицикла $Z_2 = 60$, коэффициент смещения эпицикла $X_2 = 0$. В процессе обкатки угол φ_{c2} поворота сателлита относительно эпицикла будем изменять, например, по закону:

$$\varphi_{c2} = (1 - Z_2 \cdot (1 + k_t \cdot (90^\circ - \varphi)) / Z_c) \cdot \varphi, \quad (3.16)$$

где φ – текущий угол поворота мнимого водила (в градусах);

k_t – некоторый коэффициент темпа варьирования угловой скорости сателлита.

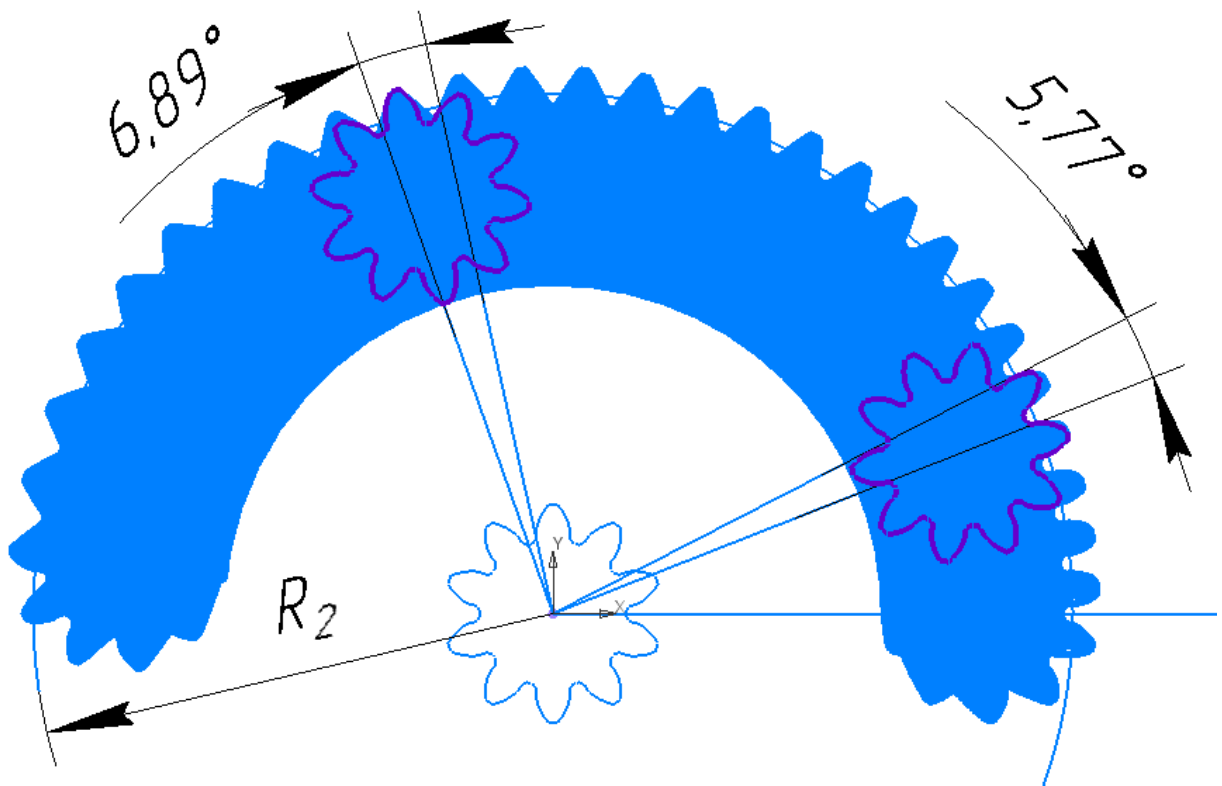


Рисунок 3.12 - К определению допустимого диапазона варьирования центроидного шага эпицикла (статора)

По рисунку 3.12 можно найти границы участка зубчатого венца эпицикла, на котором коэффициент перекрытия его зацепления с сателлитом превышает единицу ($\epsilon > 1$). Для более точного графического определения входа и выхода сателлита из зацепления принимаются во внимание признаки, подробно описанные в статьях [128,129].

В модели, приведенной на рисунке 3.12, R_2 – радиус делительной окружности эпицикла. При этом шаг P_c по делительной окружности сателлита является постоянным ($P_c = m \cdot Z_c$), а эпицикла P_2 – переменным. Особенность данной модели состоит в том, что угловой шаг τ_2 профилируемого колеса пропорционален центроидному шагу P_w зацепления.

Результатом измерений, выполняемых по рисунку 3.12, будут величины углового шага $\tau_{2max} = 6,89^\circ$ и $\tau_{2min} = 5,77^\circ$ в критических зонах венца эпицикла. Середина этого диапазона приходится на угол $\tau_{2cp} = (\tau_{2max} + \tau_{2min})/2 = 6,33^\circ$. Таким образом, в рассматриваемом примере допустимый угловой шаг эпицикла:

$$\tau_2 = \tau_{2cp} \pm \Delta\tau_2 = 6,33^\circ \pm 0,56^\circ, \quad (3.17)$$

где $\Delta\tau_2 = (\tau_{2max} - \tau_{2min})/2$.

Параметры диапазона допустимой модификации целесообразно свести к безразмерному виду. Для этого используем коэффициент k_{Δ}

$$k_{\Delta 2} = \Delta\tau_2 / \tau_{2cp} = (\tau_{2max} - \tau_{2min}) / (\tau_{2max} + \tau_{2min}) = 0,56^\circ / 6,33^\circ = 0,0885. \quad (3.18)$$

Переходя от модели (рисунок 3.12) к любым центроидным механизмам, нужно ориентироваться не на угловой шаг τ_2 , а на шаг P_w по центроиде. Этот переход обеспечивают свойства рассмотренной модели. Коэффициент $k_{\Delta 2}$, фигурирующий в выражении (3.18), будет относиться и к шагу P_w по центроиде:

$$P_w = P_{wcp} (1 \pm k_{\Delta}). \quad (3.19)$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что середина диапазона допустимой модификации углового шага $\tau_{2cp} = 6,33^\circ$ модели рассматриваемого венца с внутренними зубьями существенно смещена относительно значения расчётного углового шага $\tau = 360^\circ / Z_2 = 6^\circ$ круглозвенного прототипа. То же можно сказать и о величине центроидного шага P_w , который отличается от делительного шага $P = \pi \cdot m$. Отмеченное обстоятельство будем отображать коэффициентом $k_c = P_{wcp} / P = 6,33^\circ / 6^\circ = 1,055$. В результате формулу (4) можно привести к виду:

$$P_w = \pi \cdot m \cdot k_c \cdot (1 \pm k_{\Delta}). \quad (3.20)$$

В качестве показателя допустимой степени модификации зубчатых венцов можно использовать также коэффициент варьирования центроидного шага:

$$K_p = 2 \cdot k_{\Delta} \cdot 100\% . \quad (3.21)$$

Для рассматриваемого примера этот коэффициент составит $K_{p2}=17,7\%$.

Подобные расчеты проводим для солнечной шестерни (ротора). Исходные параметры: $Z_c=10$; $X_c=0,3$; $Z_1=40$; $X_1=0$; межосевое расстояние $a_w = 25,288 \cdot m$.

Угол φ_{c1} – поворота сателлита относительно ротора

$$\varphi_{c1} = (1 + Z_1 \cdot (1 + k_t \cdot (90^\circ - \varphi)) / Z_c) \cdot \varphi . \quad (3.22)$$

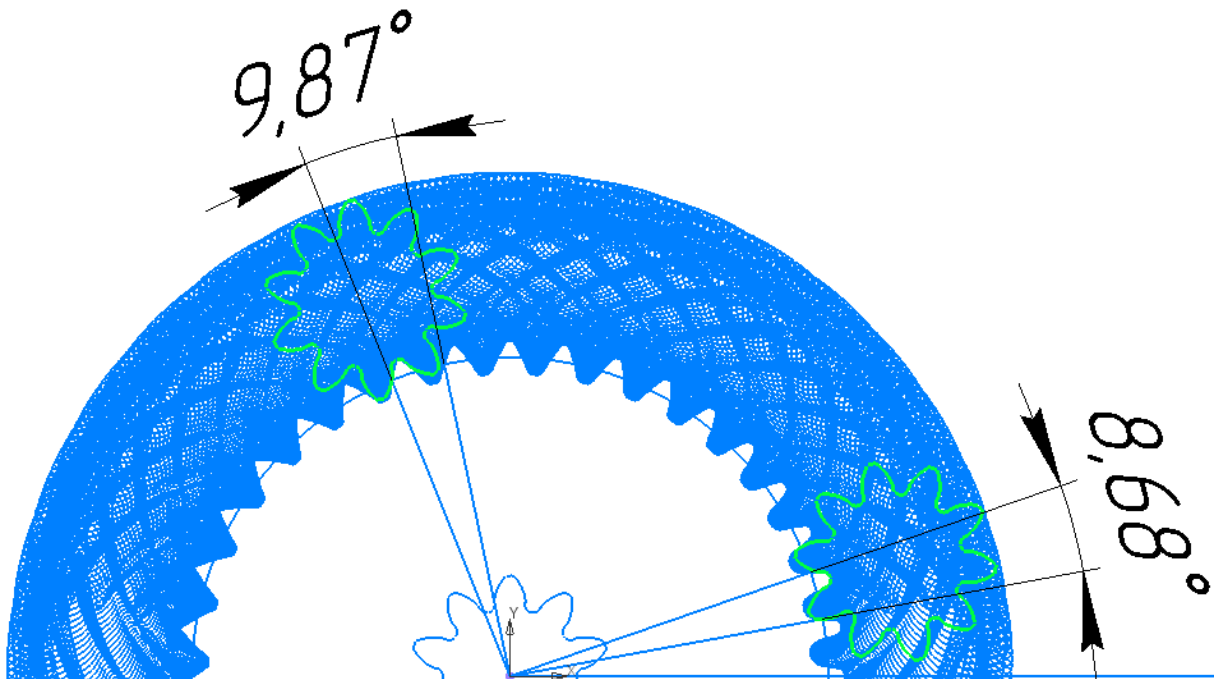


Рисунок 3.13 - К определению допустимого диапазона варьирования центроидного шага ротора

Получаем: $k_{c1} = 1,031$; $k_{\Delta 1} = 0,064$; $K_{p1}=12,8\%$.

Результаты приближенной оценки значений этих коэффициентов для некоторых других исходных параметров ротора и статора при величине коэффициента высоты головки зуба сателлита $h_a = 1$ приведены в таблице 3.4.

Таким образом, максимально допустимое варьирование центроидного шага для рассмотренных зубчатых венцов внешнего зацепления составило 6-13%, а внутреннего 15-20%.

Возникает вопрос: «Нельзя ли было аналогичные выводы получить путём расчёта или используя приложение «Валы и механические передачи» программы Компас»?

Таблица 3.4.

Допустимые диапазоны варьирования центроидного шага

Параметры зацеплений		Угловой шаг (в градусах)			Коэффициенты		
Z_c/X_c	Z	τ	τ_{max}	τ_{min}	k_c	k_d	K_p %
Внешнее							
10/0,3	40	9	9,87	8,68	1,031	0,064	12,8
	100	3,6	3,74	3,49	1,008	0,034	6,8
17/0	70	5,143	5,40	4,90	1,011	0,050	10
	170	2,118	2,19	2,54	1,00	0,032	6,4
Внутреннее							
10/0,3	60	6	6,89	5,77	1,055	0,088	17,7
	100	3,6	4,15	3,42	1,051	0,096	19,2
17/0	100	3,6	3,99	3,30	1,014	0,097	19,4
	170	2,118	2,31	2,00	1,017	0,073	14,6

Безусловно, по существующим формулам [130] задача может быть решена более полно и точно, но для этого необходимо выполнить достаточно большую научную работу. Однако острой необходимости в этом нет, так как окончательная оценка качества зацеплений, полученных в результате варьирования центроидного шага, всё равно будет производиться по факту их графического моделирования. Используя указанное выше приложение КОМПАС, можно оценить допустимые параметры варьирования центроидного шага солнечной шестерни. В отношении эпицикла современные версии КОМПАСА это сделать не позволяют.

3.3.2 Использование переменного центроидного шага в планетарном механизме при номинально круглой форме зубчатых колёс

Задачу модификации зубьев эпицикла по центроидному шагу целесообразно решать, начиная с условия, связывающего угловые скорости мнимого водила ω_H и сателлита ω_C . В рассматриваемом механизме (типа Джеймса) передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу:

$$i_{CH2} = \omega_C / \omega_H = 1 - (Z_2 / Z_C) \cdot F(\varphi), \quad (3.23)$$

где $F_k(\varphi)$ – некоторая корректирующая функция от угла φ поворота мнимого водила.

В интегральной форме выражение (3.23) будет выглядеть так:

$$\varphi_{c2} = \int_0^\varphi \left[\left(1 - \frac{Z_2}{Z_C} \right) \cdot F(\varphi) \right] d\varphi. \quad (3.24)$$

Например, применив гармоническую функцию

$$F(\varphi) = 1 + k_{\Delta} \cdot \cos(N \varphi), \quad (3.25)$$

получим:

$$\varphi_{c2} = \int_0^\varphi \left[\left(1 - \frac{Z_2}{Z_C} \right) \cdot (1 + k_{\Delta 2} \cdot \cos(N \cdot \varphi)) \right] d\varphi.$$

или:

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{Z_2}{Z_C} \right) \varphi + \left(\frac{Z_2}{Z_C} \cdot k_{\Delta 2} \cdot \sin(N \cdot \varphi) \right) / N. \quad (3.26)$$

Подобные расчеты применительно к ротору рассматриваемого планетарного механизма будут выполняться по формулам:

$$i_{CH1} = \omega_C / \omega_H = 1 + (Z_1 / Z_C) \cdot F(\varphi); \quad (3.27)$$

$$\varphi_{c1} = \int_0^\varphi \left[\left(1 + \frac{Z_1}{Z_C} \right) \cdot F(\varphi) \right] d\varphi; \quad (3.28)$$

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_C} \right) \varphi + \left(\frac{Z_1}{Z_C} \cdot k_{\Delta 1} \cdot \sin(M \cdot \varphi) \right) / M. \quad (3.29)$$

Использование корректирующей функции типа $F_{\kappa}(\varphi) = 1 + k_{\Delta} \cdot \cos(N \cdot \varphi)$ предполагает симметричное отклонение ΔP_{w2} допустимого центроидного шага от значения P_{w2} , принятого в результате расчёта круглозвенного прототипа.

Параметры исходной системы ($Z_c = 10$; $X_c = 0,3$; $Z_1 = 40$; $X_1 = 0$; $Z_2 = 60$; $X_2 = 0,6$; $a_w = 25,288\text{m}$) принятые в рассмотренном выше примере, не соответствуют этому условию.

Возвращаясь к расчёту круглозвенного прототипа, подберём такое межосевое расстояние a_w , которое будет соответствовать значению коэффициента k_c , являющемуся средним между k_{c1} и k_{c2} . В рассматриваемом примере получаем:

$$a_w = a \cdot k_c = 25 \cdot (1,031 + 1,055) / 2 = 25 \cdot 1,043 = 26,018\text{m},$$

где a – делительное межосевое расстояние $a = Z \cdot m$.

Параметры планетарного механизма, которые соответствуют этому межосевому расстоянию: $Z_c = 10$; $X_c = 0,3$; $Z_1 = 40$; $X_1 = 0,856$; $Z_2 = 60$; $X_2 = 1,4562$.

К полученному планетарному прототипу применим модификацию, отвечающую формулам (3.26) и (3.29). Зубчатые венцы ротора и статора изображены на рисунке 3.14. На рисунке 3.15 показано расположение сателлитов, соответствующее минимальному и максимальному объёму рабочей полости. Разница этих объёмов составляет 12%. Отношение объёмов означает геометрическую степень сжатия рабочей среды $\varepsilon = 1,2$.

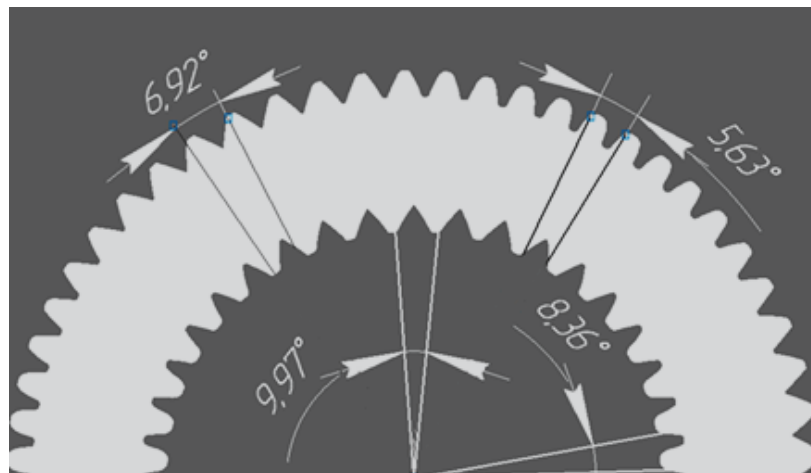


Рисунок 3.14. Контуры зубчатых венцов ротора и статора круглозвенного планетарного механизма с модификацией центроидного шага P_w

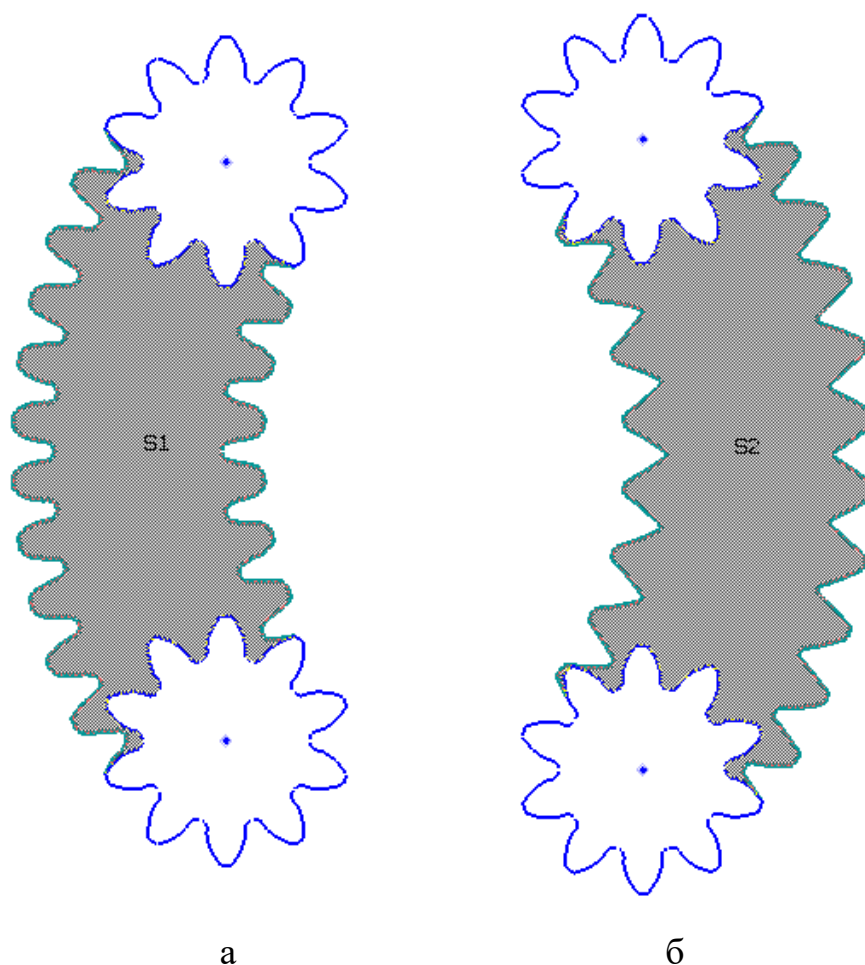


Рисунок 3.15 - Расположение сателлитов, соответствующее минимальному (а) и максимальному (б) объёму рабочей полости в круглозвенном планетарном механизме

Делаем вывод, что модификация круглозвенного планетарного механизма по центроидному шагу P_w не обеспечивает степени сжатия, необходимой для работы объёмных пневматических машин. Далее рассмотрим применение такой модификации в сочетании с использованием некруглых центральных колёс.

3.3.3 Модификация по центроидному шагу планетарного механизма с некруглыми центральными колёсами

До модификации по центроидному шагу уравнение (2.10), связывающее угол φ_c поворота сателлита относительно соответствующего центрального колеса (ротора 1 или статора 2) с углом φ поворота мнимого водила имело вид:

$$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_c}\right) \cdot \frac{\xi_{1(2)}}{a_w} \cdot \int_0^\varphi \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi, \quad (3.30)$$

где $r(\varphi_{1(2)})$ – радиус-векторы центральной траектории сателлита, представленные в форме циклической функции текущего угла φ поворота мнимого водила в системах координат, связанных с ротором и статором, соответственно;

$r'(\varphi_{1(2)})$ – производные этих функций по углу поворота мнимого водила;

$\xi_{1(2)}$ – коэффициент, учитывающий изменение длины центроиды некруглого колеса по сравнению с длиной начальной окружности соответствующего звена исходного круглозвенного механизма. В данном случае этот коэффициент может быть рассчитан непосредственно по формуле, подобной (2.12).

$$\xi_{1(2)} = \frac{\pi \cdot a_w}{\int_0^\pi \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi}.$$

Выполним расчет центральной траектории статора 2 для случая, когда радиус-вектор $r_2(\varphi_2)$ изменяется по закону (2.9)

$$r_2 = a_w \cdot (1 + k_n \cdot \cos(N \cdot \varphi_2)).$$

Дополнительную модификацию статора по центроидному шагу осуществим, добавив в формулу (3.30) корректирующую функцию $F_k(\varphi)$. Эта функция будет соответствовать формуле (3.25), т.е. $F_k(\varphi) = 1 + k_{\Delta} \cdot \cos(N \cdot \varphi)$. Расчетная формула принимает вид:

$$\varphi_{c2} = \xi_2 \cdot \left[\left(1 - \frac{z_2}{z_c}\right) \cdot \int_0^{\varphi_2} \sqrt{(1 + k_n \cdot \cos(N \cdot \varphi_2))^2 + (N \cdot k_n \cdot \sin(N \cdot \varphi_2))^2} d\varphi_2 \right] + \left(\frac{z_2 \cdot k_{\Delta 2}}{z_c \cdot N} \cdot \sin(N \cdot \varphi_2) \right), \quad (3.31)$$

где ξ_2 определяется как:

$$\xi_2 = \frac{\pi}{\int_0^\pi \sqrt{(1 + (K_n \cos(N \cdot \varphi_2))^2 + (N \cdot K_n \sin(N \cdot \varphi_2))^2} d\varphi_2}}.$$

Аналогично для ротора получаем:

$$\varphi_{c1} = \left[\left(1 + \frac{z_1}{z_c}\right) \cdot \xi_1 \cdot \int_0^{\varphi_1} \sqrt{(1 + k_n \cdot \cos(M \cdot \varphi_1))^2 + (M \cdot k_n \cdot \sin(M \cdot \varphi_1))^2} d\varphi_1 \right] + \left(\frac{z_1 \cdot k_{\Delta 1}}{z_c \cdot M} \cdot \sin(M \cdot \varphi_1) \right). \quad (3.32)$$

Рассмотрим пример, пусть:

$M=2$; $Z_1=40$; $N=3$; $Z_2=60$; $Z_c=10$; $a_w=26,018\text{m}$; $k_n=0,155$; $k_{\Delta 1}=0,064$; $k_{\Delta 2}=0,088$.

По результатам расчёта углов поворота сателлита φ_{c2} и φ_{c1} в зависимости от углов поворота мнимого водила φ_2 и φ_1 на рисунке 3.16 построены контуры ротора 1 и статора 2. При попытке вставить между ротором и статором сателлит 3 получаем интерференцию контуров сателлита 3 и статора 2.

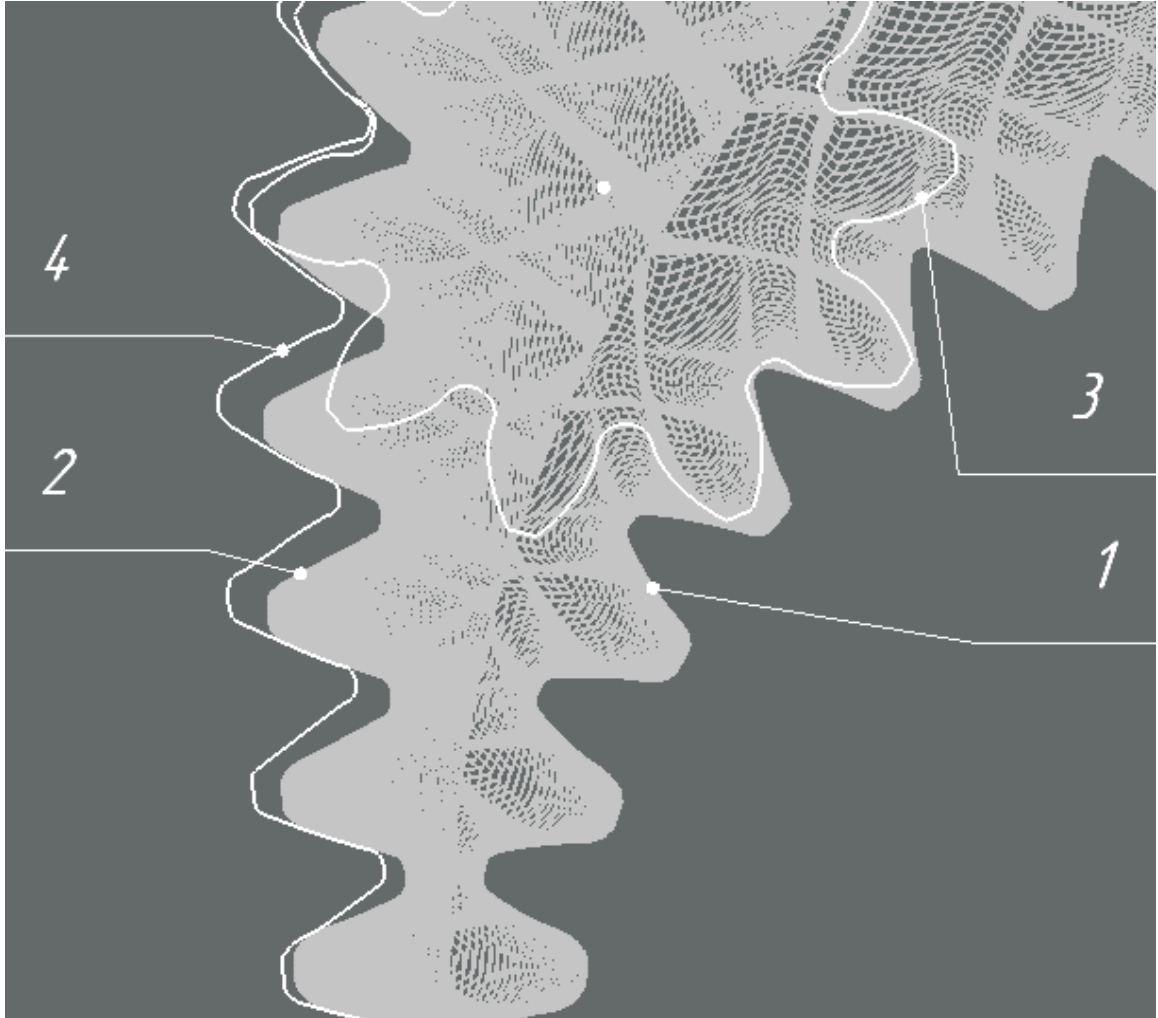


Рисунок 3.16 - Контур некруглых зубчатых венцов ротора и статора с модификацией центроидного шага P_w

Выполнив коррекцию радиус-вектора статора по методике, изложенной выше (в разделе 3.2), получаем его новый контур 4 (рисунок 3.16), сопрягающийся с сателлитом уже без интерференции. Полностью контуры ротора 1 и статора 4 показаны на рисунке 3.17.

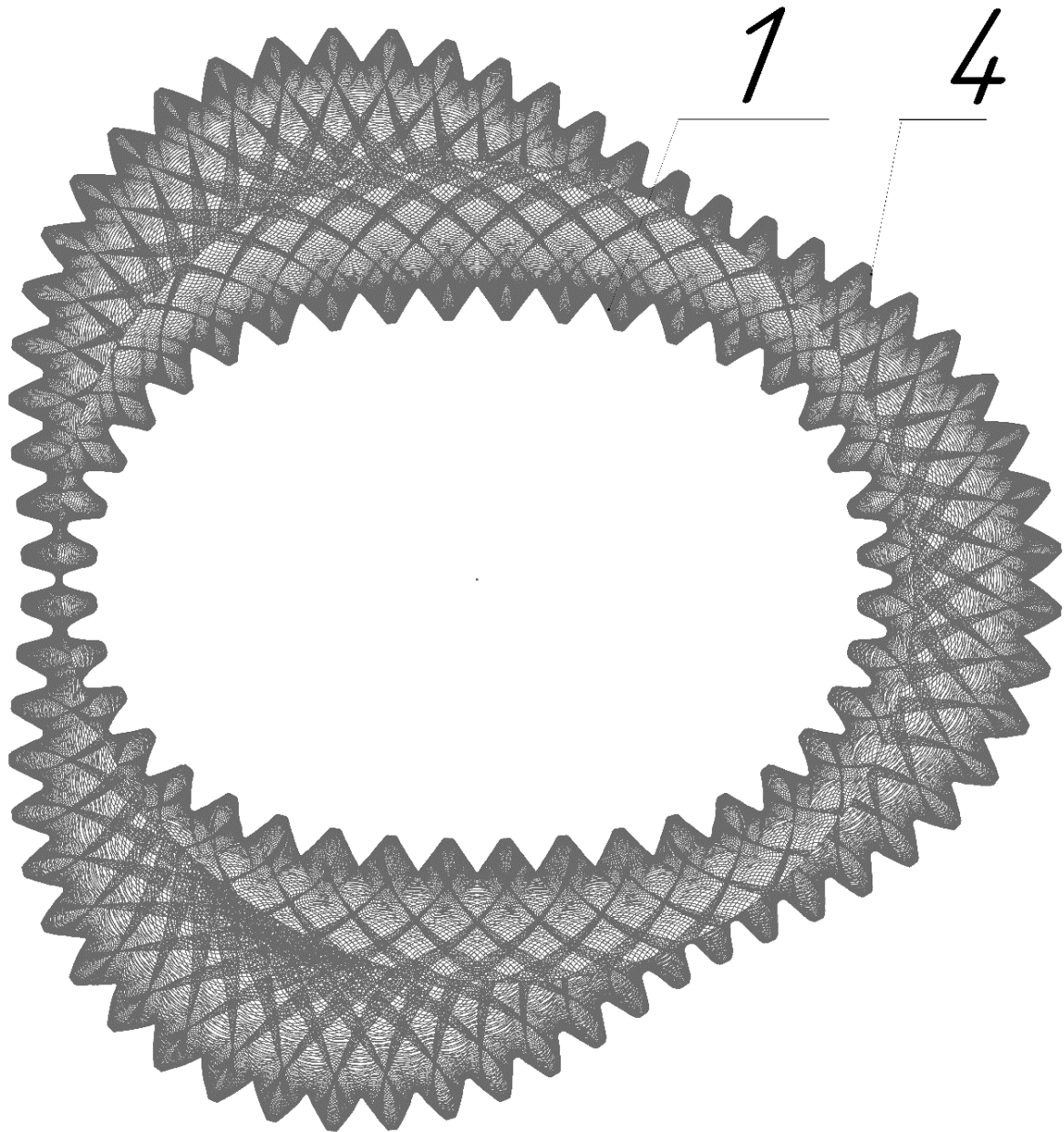


Рисунок 3.17 - Контуры некруглых зубчатых венцов ротора и статора с модификацией центроидного шага P_w

В результате модификации венцов ротора и статора по центроидному шагу минимальная «длина» рабочей камеры и площадь её сечения уменьшилась приблизительно на 8%. Максимальная площадь сечения рабочей камеры соответственно увеличилась. Это величины того же порядка, что при номинально круглых звеньях планетарного механизма (рисунок 3.15). По сравнению с рисунком 3.1а геометрическая степень ϵ сжатия ПРМ 3-2 увеличилась на 15% (с 3,4 до 4,0).

Заключение по 3 главе

Разработана инженерная методика геометрического расчета профилей некруглых зубчатых колес ПРМ. В ней, на первом этапе, используются центры масс солнечной шестерни и эпицикла, эквидистантные центровой траектории сателлита, соответствующие общей циклической функции $r=F(\varphi)$, которые получены независимо друг от друга. На втором этапе радиус-вектор r центровиды одного или обоих некруглых звеньев корректируется на величину δr , по интенсивности изменения разности Δr между радиусами солнечной шестерни и эпицикла. Методика обеспечивает правильную форму зубьев всех звеньев механизма и отсутствие их интерференции. Разработанное программное обеспечение на языке PYTHON с последующим построением контуров некруглых колес в программе Компас могут быть доступны широкому кругу проектировщиков.

Показано, что методика работает при задании различных функций $r=F(\varphi)$. Модификация функций центровой траектории сателлита в схемах ПРМ 3-2 и 4-3 обеспечивает повышение геометрической степени ε сжатия среды в рабочих камерах на 5-7%.

Разработана методика модификации зацеплений ПРМ по центровидному шагу. Использование такого приема позволяет увеличить геометрическую степень ε сжатия ПРМ 3-2 в пределах 10-15%.

4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РОБОТОСПОСОБНОСТИ ПЛАНЕТАРНОЙ ПНЕВМОМАШИНЫ С ОДИНАКОВЫМ ЧИСЛОМ ВОЛН РОТОРА И СТАТОРА

Практическая цель, на выполнение которой направлена данная работа, заключается в создании планетарной пневматической машины (ПРМ), способной конкурировать и превосходить существующие винтовые и поршневые аналоги. Достижение этой цели требует решения ряда задач конструкционного и технологического плана, в том числе, задачи обеспечения оптимальной формы некруглых зубчатых венцов планетарного механизма.

4.1 Геометрическое проектирование пневмомашин с эпициклом, модифицированным по центроидному шагу

Критическим параметром, от величины которого зависит эффективность работы ПРМ, является геометрическая степень сжатия рабочей среды. Наибольшую степень сжатия удастся получить в схемах (рисунок 4.1.) с одинаковым числом волн M ротора 1 и N статора 2 при наличии зон «выстоя» сателлитов 3.

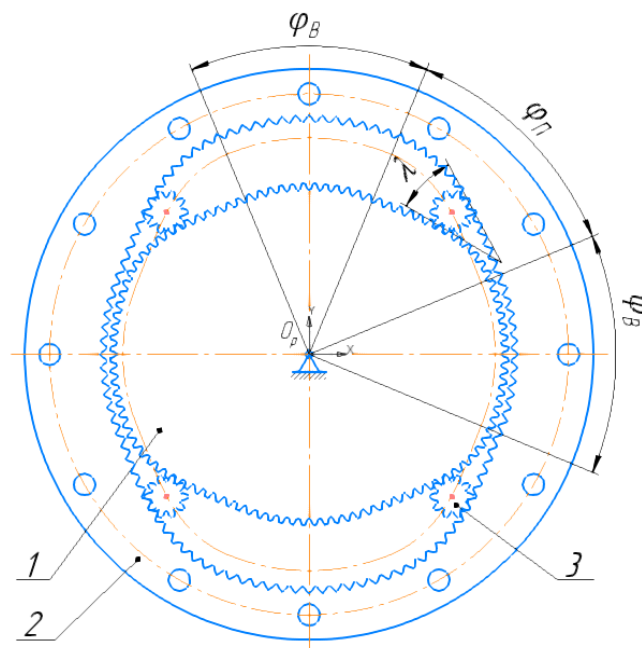


Рисунок 4.1 - Планетарная пневмомашин 2-2 с выстоями сателлитов [51]

φ_B – угол выстоя; φ_{Π} – угол подъёма

Недостатком известного [134] варианта этой схемы является повышенный угол давления θ (рисунок 4.2) в определённых фазах зацепления сателлитов со статором

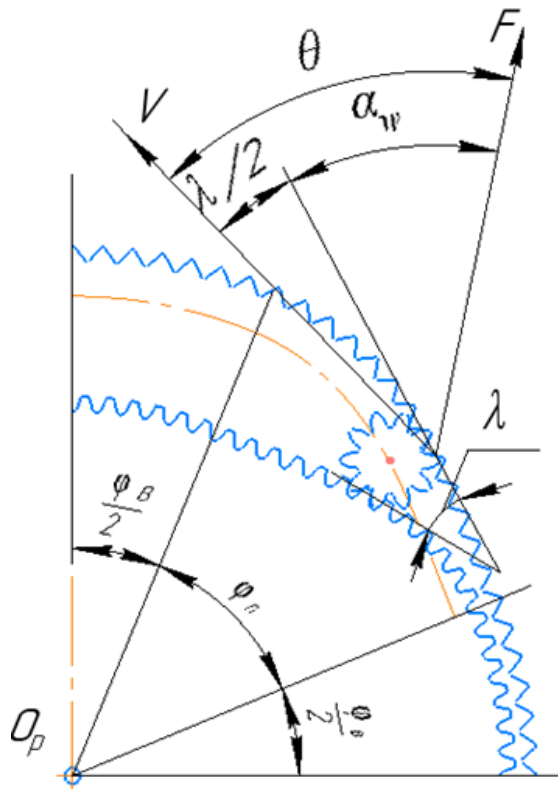


Рисунок 4.2 - Угол давления в зацеплении сателлита со статором

F – вектор силы; V – вектор скорости точки контакта сателлита со статором относительно токи его контакта с ротором; θ – угол давления;
 α_{ω} – угол зацепления; λ – угол удержания сателлита

Предлагается устранить этот недостаток за счёт модификации профилей зубьев статора в зонах подъёма сателлитов и перераспределения значений угла зацепления α_{ω} по зонам выстоя. Для этого разработана приводимая ниже методика геометрического расчёта зубчатых звеньев планетарного механизма.

Свойством ПРМ с одинаковым числом волн ротора и статора является увеличенный угол $\alpha_{\omega 2}$ зацепления¹ (около 40°) в контакте статора 2 с сателлитом 3.

¹ угол зацепления α_{ω} как угол между общей нормалью к профилям зубьев и касательной к центроидам

В той фазе движения, когда сателлит взаимодействует с наклонным участком центроиды статора (секторы подъёма-опускания, далее – подъёма), угол θ давления, отнесённый к центру сателлита, складывается из угла α_w зацепления и половины угла λ удержания сателлита:

$$\theta = \alpha_w + \lambda/2. \quad (4.1)$$

При характерных значениях углов $\alpha_w = 40^\circ$; $\lambda = 40^\circ$ получается $\theta = 60^\circ$, что превышает все рекомендуемые [113] ограничения по углу давления в механизмах.

Задача снижения максимальных значений угла давления решается за счёт модификации профилей зубьев статора 2 в зонах φ_n подъёма сателлитов 3 и перераспределения значений угла α_{w2} зацепления по зонам φ_v выстоя.

Геометрическое проектирование зубчатых звеньев рассматриваемой пневмомашины может осуществляться по следующему плану.

4.1.1 Выбор базовых параметров проектируемого планетарного механизма и расчёт ротора.

Главным признаком, по которому рассматриваемые планетарные механизмы отличаются друг от друга, являются числа волн. Применительно к пневмомашинам, среди схем с одинаковыми числами $M = N$ наибольший практический интерес представляют случаи $M = N=1$ и $M = N=2$. В примере примем $M = 2$.

Важное свойство планетарных механизмов с одинаковыми числами волн ($M = N$) состоит в том, что числа зубьев центральных колёс 1 и 2 тоже должны быть одинаковыми $Z_1 = Z_2 = Z_{\pi}$. Выполнение такого условия возможно только если число Z_c зубьев сателлита значительно меньше Z_{π} . В работе [135] установлено, что для обеспечения правильного зацепления зубьев отношение Z_c/Z_{π} не должно превышать 1/10. Так, например, при числе зубьев сателлита $Z_c=9$ получаем $Z_{\pi} > 90$. При проектировании схем $M = N$ следует выбирать число зубьев Z_{π} кратное $2M$. Желательно также, чтобы Z_{π} не было кратным Z_c и не имело с ним общих

делителей. Этим требованиям соответствуют варианты $Z_{ц}$: 92; 100; 104; 112. В примере примем $Z_{ц} = 100$.

Суммарную протяжённость секторов подъёма $\varphi_{\Sigma\pi}$ будем задавать через условное число волн G , которое не обязательно должно быть целым. В примере примем $G = 5$. При $M = 2$ это означает, что на участки подъёма приходится $2/5$ от 360° ($\varphi_{\Sigma\pi} = 144^\circ = 4\pi/5$), а на все выстой сателлита – $3/5$ ($\varphi_{\Sigma\pi} = 216^\circ = 6\pi/5$).

Далее выбираются (задаются) параметры прототипа проектируемой ПРМ – круглозвенного планетарного механизма: коэффициенты смещения X_1 ; X_2 ; X_c , а также модуль m , коэффициент высоты головки зуба сателлита h_{ac} (или диаметр вершин его зубьев d_{ac}) и межосевое расстояние a_w . Последовательность этапов данного расчёта изложена в работах [107, 108, 134]. В рассматриваемом примере приняли: $X_1 = -1$; $X_2 = 12,565$; $X_c = 0,25$; $m = 1$; $d_{ac} = 11,4$; $a_w = 53,704$.

Расчёт ротора выполняется по методике [134]. На участках подъёма сателлита радиус его центральной траектории будет изменяться по гармоническому закону:

$$r_{var} = r_0 \cdot (1 + k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi)), \quad (4.2)$$

где $r_0 = a_w$; φ – текущий угол поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с ротором; k_H – коэффициент «некруглости» траектории центра сателлита.

Величину коэффициента k_H нужно выбрать так, чтобы зазор между вершинами зубьев ротора и статора был минимальным. С учётом того, что этот зазор можно обеспечить путём укорочения зубьев ротора на участках верхнего выстоя, при первоначальном расчёте примем:

$$k_H = (d_{a2} - d_{a1}) / 4 \cdot a_w, \quad (4.3)$$

где d_{a2} и d_{a1} – диаметры вершин зубьев статора и ротора, рассчитанного выше круглозвенного планетарного механизма. В примере $k_H = 0,073$.

На участках выстоя траектория будет иметь радиус r_0 :

$$r = r_0 \cdot (1 \pm k_0). \quad (4.4)$$

Для множества положений центра сателлита на его траектории, рассчитывается угол φ_c поворота сателлита относительно ротора. На участках подъёма:

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{Z_y}{Z_c}\right) \cdot \xi_1 \cdot \left(\int_0^{\varphi} \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi))^2 + (G \cdot k_H \cdot \sin(G \cdot \varphi))^2} d\varphi \right), \quad (4.5)$$

на участках «выстоя»:

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{Z_y}{Z_c}\right) \cdot \xi_1 \cdot (1 \pm k_H) \cdot \varphi, \quad (4.6)$$

где ξ_1 – коэффициент, учитывающий изменение общей длины центральной траектории по сравнению с окружностью радиуса r_0 .

Если центровая траектории сателлита эквидистантна центроиде соответствующего некруглого колеса, в частности, ротора, коэффициент ξ_1 может быть рассчитан заранее. В данном случае, при кусочном задании центральной траектории:

$$\xi_1 = \frac{2\pi \cdot r_0}{\Sigma l_n + \Sigma l_{нв} + \Sigma l_{вв}}, \quad (4.7)$$

где Σl_n – сумма длин участков центроиды в фазах подъёма;

$\Sigma l_{нв}$ и $\Sigma l_{вв}$ – суммы длин участков центроид нижнего и верхнего «выстоя».

С учётом того, что радиусы центральных траекторий выражаются формулой (4.4), а угловая протяжённость участков нижнего и верхнего выстоев одинакова, получаем: $\Sigma l_{нв} + \Sigma l_{вв} = r_0 \cdot \varphi_{\Sigma B} = r_0 \cdot 6\pi/5$.

В итоге, для ротора рассматриваемой ПРМ 2х2 с «выстоями» сателлитов, формула (4.7) принимает вид:

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\left(4 \int_0^{\frac{6\pi}{5}} \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi))^2 + (G \cdot k_H \cdot \sin(G \cdot \varphi))^2} d\varphi \right) + \frac{6\pi}{5}}. \quad (4.8)$$

В примере получилось $\xi_1 = 0,9871443$

По результатам расчета угла φ_{c1} создается массив параметров: φ ; $r(\varphi)$; φ_{c1} , включающий фазы выстоев и подъёма сателлита (см. 1,2,3-ий столбцы табл. 4.1).

Таблица 4.1.

Массивы параметров, характеризующих закон движения спутника относительно центральных зубчатых колес

	Общие параметры		Солнечная шестерня	Эпицикл (статор)	Эпицикл (новый радиус)
	$r_1 = r_2$	$\varphi_1 = \varphi_2$	φ_{c1}	φ_{c2}	r_2^{nev}
	1	2	3	4	5
Нижний выстой	49,783608	0	0	0	49,783608
	49,783608	0,5	5,541334	-4,243607	49,783608
	49,783608	1,0	11,082669	-8,487214	49,783608
	49,783608	1,5	16,624003	-12,73082	49,783608
	...	...	...	...	...
	49,783608	27	299,232064	-229,15479	49,783608
«Подъем»	49,787339	27,5	304,7738101	-233,78648	49,77554
	49,798526	28,0	310,3180177	-238,42467	49,76336
	...	...	...	...	...
	57,624392	63	743,6396922	-644,88114	57,624392
Верхний выстой	57,624392	63,5	750,053772	-649,79310	57,624392
	57,624392	64,0	756,4678518	-654,70506	57,624392
	57,624392	64,5	762,8819315	-659,61703	57,624392
	...	...	...	...	...
	57,624392	90	1090	-910	57,624392

Рассчитанные по приведенной выше методике параметры ротора можно считать окончательными. В контакте ротора 1 с спутником 2 угол зацепления α_w не превышает 20° , поэтому при угле удержания $\lambda = 40^\circ$ угол давления θ в любой фазе движения спутника не превысит $\theta = 40^\circ$. В модификации нуждается зубчатый венец статора.

4.1.2 Модификация центроидного шага статора

Исходная расчётная центровая траектория сателлита в системе статора (эпицикла) такая же как в системе ротора – формула (4.2). Задача перераспределения значений угла зацепления α_w по секторам статора решается путём варьирования величины центроидного шага P_{w2} . На участках подъёма шаг нужно уменьшить, а на участках выстоя – увеличить. При этом общее количество зубьев $Z_{\text{ц}}$, должно оставаться постоянным (в примере $Z_{\text{ц}}=100$).

Диапазон допустимого варьирования центроидного шага можно оценить, принимая во внимание следующие обстоятельства. Известно, что в случае «обычного», круглого зубчатого колеса его начальный, т.е., центроидный шаг P_w пропорционален косинусу угла зацепления α_w :

$$P_w = P \cos \alpha_w / \cos \alpha, \quad (4.9)$$

где P – делительный шаг, $P = \pi \cdot m$; α – угол профиля зубьев сателлита.

Будем считать, что выражение (4.9) справедливо и для зацепления некруглого колеса с круглым сателлитом.

При проектировании статора в критических зонах участков подъёма желательно иметь угол зацепления $\alpha_w = 20-25^\circ$. На участках выстоя допустим угол $\alpha_w = 40-45^\circ$. Соответственно центроидный шаг P_w может изменяться в пределах от $P_{w\min} = (1..1,03)P$ до $P_{w\max} = (1,23..1,33)P$. Таким образом, предельное значение отношения центроидных шагов составит $k_p^{\max} = P_{w\max}/P_{w\min} = 1,33$.

Для удобства выполнения расчётов введём понятия: «среднее условное число зубьев на участках выстоя» – Z_y^y и «среднее условное число зубьев участков подъёма» – Z_y^p . Отношение этих чисел $k_z = Z_y^y/Z_y^p$ должно некоторым образом соответствовать отношению $k_p^{\max} = P_{w\max}/P_{w\min}$. Аналитическая зависимость, связывающая указанные отношения пока не выведена. Опыт проектирования показывает, что фактический коэффициент k_p всегда получается несколько выше выбранного коэффициента k_z . В рассматриваемом примере возьмём $k_z = 0,9$, $k_p^{\max} = 1,2$. С учётом принятого ранее соотношения между продолжительностью участков подъёма и выстоя (2/5 и 3/5),

получаем уравнение:

$$Z_n^y \cdot \frac{2}{5} + Z_{\theta}^y \cdot \frac{3}{5} = Z_{\psi} = 100. \quad (4.10)$$

Решая это уравнение при $k_z=1,2$, получаем значения условных чисел зубьев $Z_{\Pi}^y = 111,111111$; $Z_B^y = 92,59259$.

Увеличение центроидного шага на участках выстоя меняет параметры зацепления. На данном этапе расчёта целесообразно проверить величину коэффициента перекрытия ε_d . О наличии перекрытия в рассматриваемом примере ориентировочно можно судить по тому, что на любых секторах статора условное число зубьев превышает 90. Более точно такую проверку можно произвести по формулам [130] или используя компьютерную графику [128].

После модификации по центроидному шагу формула для определения углового положения сателлита φ_{c2} в системе статора в фазе подъёма примет вид:

$$\varphi_{c2} = \xi_2 \left[\left(1 - \frac{Z_n^y}{Z_c} \right) \cdot \int_0^{\varphi} \sqrt{(1 + k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi))^2 + (G \cdot k_H \cdot \sin(G \cdot \varphi))^2} d\varphi + \left(\frac{Z_n^y \cdot k_{\Delta}}{Z_c \cdot 2 \cdot G} \cdot \sin(2 \cdot G \cdot \varphi) \right) \right], \quad (4.11)$$

где k_{Δ} – коэффициент, обеспечивающий приближенное равенство центроидного шага в начале и конце фазы подъёма шагу в фазе выстоя. В примере $k_{\Delta}=0,091$.

На участках выстоя:

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{Z_{\theta}^y}{Z_c} \right) \cdot \xi_2 \cdot (1 \pm k_H) \cdot \varphi \quad (4.12)$$

Величина поправочного коэффициента ξ_2 будет несколько отличаться от ξ_1 . Для её расчёта, вначале находим «номинальное» значение угла φ_{c2}^H поворота сателлита, соответствующее половине цикла его движения:

$$\varphi_{c2}^H = \left(\frac{360}{2 \times N} \right) \cdot \left(1 - \frac{Z_{\Pi}}{Z_c} \right) = \left(\frac{360^\circ}{2 \cdot 2} \right) \cdot \left(1 - \frac{100}{9} \right) = 90 \cdot (-10,1111) = 910^\circ.$$

Далее выполняем предварительный расчёт угла поворота сателлита φ_{c2}^* для каждой из фаз его движения, приняв в формулах (9) и (10) ξ_2 равным единице ($\xi_2=1$).

Находим суммарный угол $\sum \varphi_{c2}^*$ поворота сателлита для всех трёх фаз (половина нижнего выстоя, подъём, половина верхнего выстоя) – в примере $\sum \varphi_{c2}^* = 924,5^\circ$. Искомая величина коэффициента ξ_2 будет равна отношению этих величин:

$$\xi_2 = \varphi_{c2}^H / \sum \varphi_{c2}^* = 910 / 924,5 = 0,984.$$

Результаты вычисления угла φ_{c2} поворота сателлита в системе статора заносим в табл.4.1.

4.1.3 Коррекция радиус-вектора венца статора (или ротора)

На следующем этапе проектирования некруглых колес планетарного механизма ПРМ применяются графические программы (например, КОМПАС). Сателлит строится во множестве положений. Стартовое положение сателлита на участке подъёма должно соответствовать конечному положению сателлита на участке нижнего выстоя, а на участке верхнего выстоя – конечному положению на участке подъёма. Контуры зубчатого венца ротора и статора строятся путем огибания семейства профилей сателлита (рисунок 4.3).

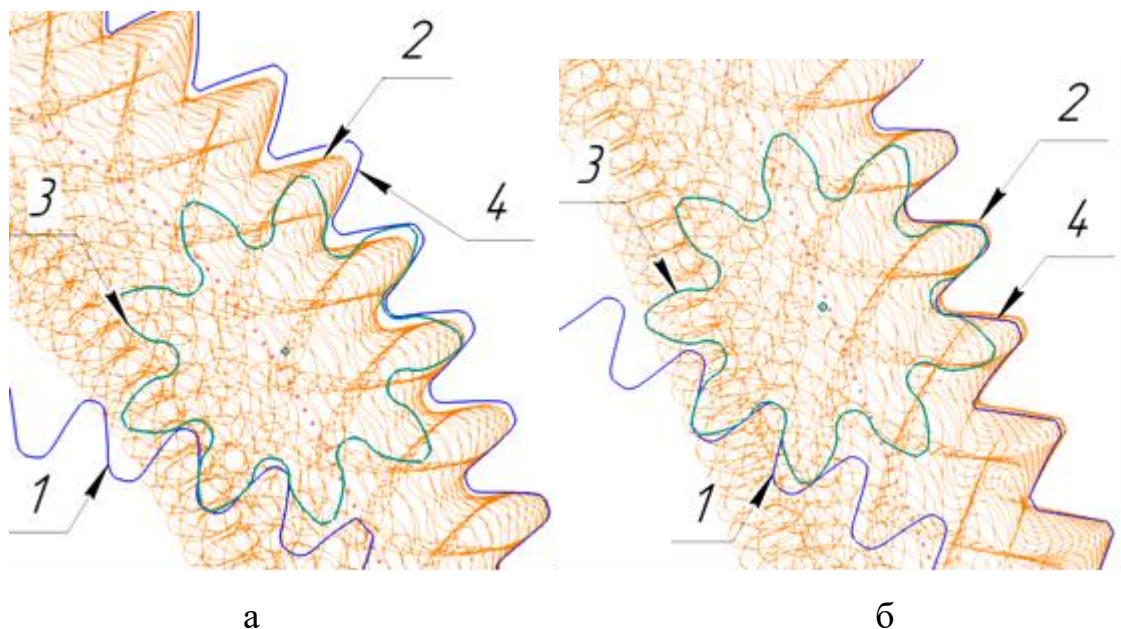


Рисунок 4.3 - Контуры зубчатых венцов планетарного механизма 2-2 до и после модификации статора: 1 – ротор; 3 – сателлит; 2 – статор до модификации; 4 – статор после модификации

Непосредственное использование рассчитанных выше контуров венцов ротора и статора приводит к появлению интерференции с контурами сателлита

(рисунок 4.3а) или ненужных зазоров между зубьями (рисунок 4.3б). Для устранения подобного дефекта нужно произвести коррекцию радиус-вектора $r(\varphi)$ одного или обоих венцов некруглых центральных колёс планетарного механизма в секторах, соответствующих подъёму сателлита. Это можно сделать, опираясь на методику, опубликованную в работе [110], которая выполняется по результатам расчёта углов поворота сателлита относительно ротора φ_{c1} и статора φ_{c2} .

Согласно данной методике, на участке подъёма для каждого положения сателлита следует найти разницу $\Delta\varphi_c$ угловых положений сателлита, полученных для солнечной шестерни φ_{c1} и эпицикла φ_{c2} в системе координат, связанной с мнимым водилом:

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1} - \varphi_1| - |\varphi_{c2} - \varphi_2|. \quad (4.13)$$

В схемах с одинаковыми числами волн ротора и статора:

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1}| - |\varphi_{c2}| - 2|\varphi|. \quad (4.14)$$

Числовые значения $\Delta\varphi_c$ для рассматриваемого примера приведены в таблице 4.2.

От разницы угловых положений сателлита $\Delta\varphi_c$ нужно перейти к соответствующей разности положений мнимого водила $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_c / i_{ch}, \quad (4.15)$$

где i_{ch} — передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу.

Строгий расчёт вводимой поправки предполагает использование мгновенного значения передаточного отношения $i_{ch}(\varphi)$, которое зависит от фазы движения мнимого водила. Однако в данном случае, с достаточной для практических целей точностью можно задаться средней постоянной величиной этого параметра. В примере: $i_{ch} = 1 - Z_{\text{ц}}/Z_c = 1 - 100/9 = -10,1111$.

По углу $\Delta\varphi$ найдём поправку δ_r к радиусу $r(\varphi)$ центральной траектории сателлита. В работе [85] рассмотрен случай, когда траектория сателлита задана единой, достаточно простой функцией $F(\varphi)$. В такой ситуации δ_r можно сразу рассчитать по некоторой формуле. При кусочном задании функции $F(\varphi)$ поправку δ_r удобнее найти численно, используя массив значений радиуса $r(\varphi)$ (столбец 1 в

таблицах 4.1 и 4.2). Для этого на каждом шаге s_φ вычисляем интенсивность изменения радиуса $\Delta r_i/s_\varphi$ и умножаем её на $\Delta\varphi$:

$$\delta_{ri} = \Delta\varphi_i(\Delta r_i/s_\varphi). \quad (4.16)$$

Полученная поправка δ_r может быть отнесена к статору, ротору либо её можно разделить между ними, например, поровну. В примере поправка добавлена к статору $r_2^{nev}=r_2\pm|\delta_r|$. Уточнённые значение радиусов r_2^{nev} записываем в таблицу 4.2.

На рисунке 4.3а и 4.3б исправленному контуру статора-эпицикла соответствует кривая 4. Видно, что интерференция и ненужные зазоры устранены.

Таблица 4.2.

Массивы параметров, используемый для расчёта поправки δ_r к радиусу r_2 на фазе подъёма сателлита

Общие параметры		Солнечная шестерня	Эпицикл	Разность углов φ_c	Разность углов φ^o	Расчетные параметры		
$r_1 = r_2$	φ	φ_{c1}	φ_{c2}	$\Delta\varphi_c = \varphi_{c1} - \varphi_{c2} - 2 \varphi $	$\Delta\varphi / \Delta\varphi_c = i_{ch}$	$\Delta r_i/s_\varphi$	δ_r	r_2^{nev}
49,7836	27	299,23206	-229,15479	16,07727	1,590	0	0	49,7836
49,7873	27,5	304,77381	-233,78648	15,98763	1,581	0,00746	0,0118	49,7755
49,7985	28,0	310,31802	-238,42467	15,89335	1,572	0,02237	0,03517	49,7634
49,8171	28,5	315,86713	-243,07583	15,79130	1,562	0,03724	0,05816	49,7590
...	...	...	...	...	...	...	...	...
53,7040	45	511,64509	-427,85905	-6,21396	-0,615	0,34201	-0,21019	53,9142
...	...	...	...	...	...	...	...	...
57,6244	63	743,63969	-644,88114	-27,24145	-2,694	0,00746	-0,02011	57,6445

Принятые окончательно контуры зубчатых звеньев ПРМ 2х2 показаны на рисунке 4.4. Интерференция либо избыточные зазоры в зацеплениях отсутствуют. Профили зубьев статора на участках подъёма обеспечивают уменьшенный угол α_w зацепления. В итоге в любой фазе движения механизма углы θ давления в высших кинематических парах не превышают 40-45°.

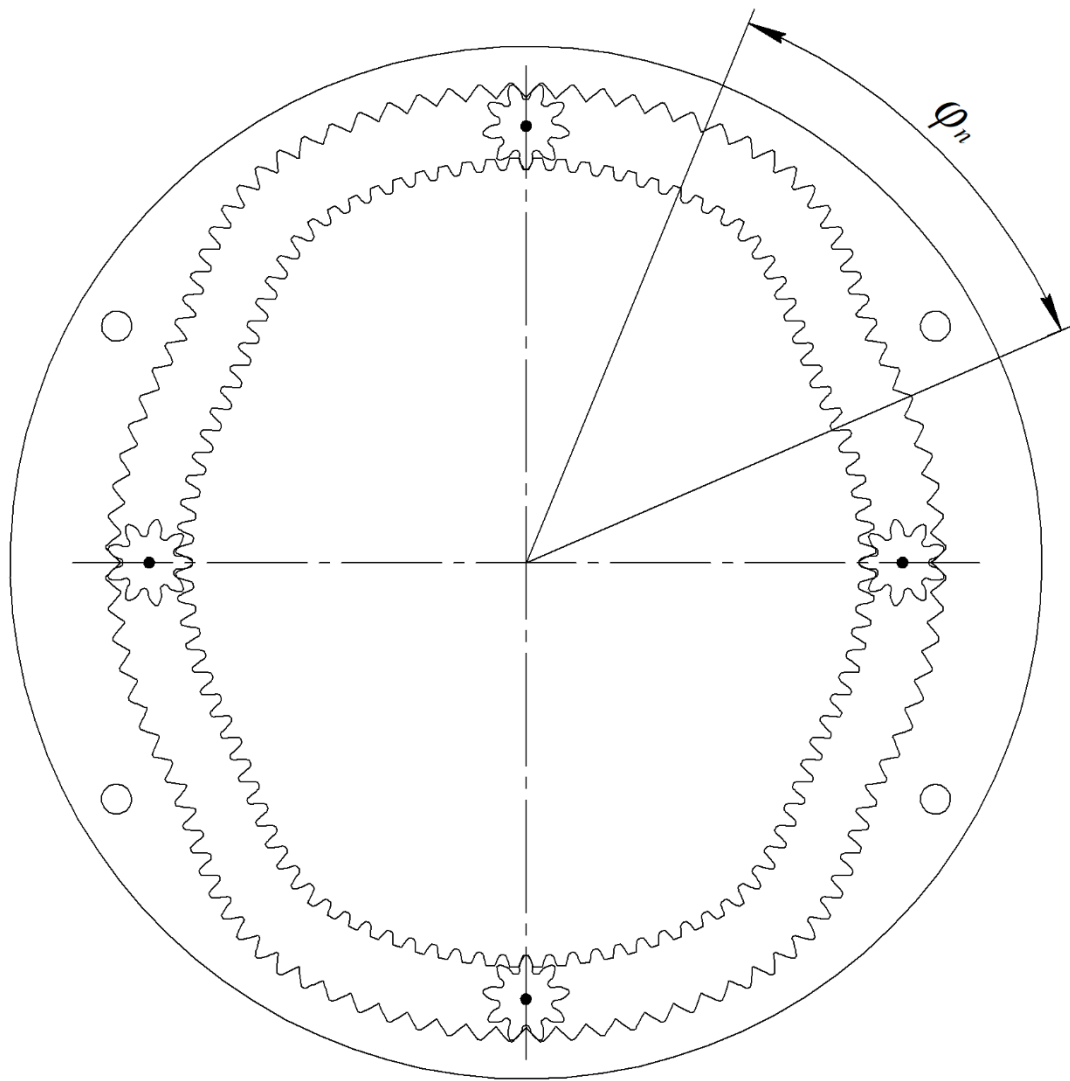


Рисунок 4.4 - Модифицированные контуры зубчатых звеньев ПРМ 2-2
(коэффициент варьирования центроидного шага статора $k_p = 1,28$;
геометрическая степень сжатия $\varepsilon = 7,6$.)

4.1.4 Геометрическое проектирование ПРМ 1-1

В диссертационной работе экспериментальная проверка работоспособности планетарной пневмомашины проводилась на схеме ПРМ 1-1. На первых этапах геометрический расчёт некруглых зубчатых колёс этой машины совпадает с расчётом схемы 2-2 (см. формулы 4.1-4.6).

Приняли: $Z_{\text{ц}} = 100$; $X_1 = -1$; $X_2 = 12,565$; $X_c = 0,25$; $m = 1$; $d_{\text{ac}} = 11,4$; $a_w = 53,704$; $k_H = 0,073$. $G = 5$. При $M = 1$ это означает, что на участки подъёма приходится $1/5$ от 360° ($\varphi_{\Sigma\text{п}} = 72^\circ = 2\pi/5$), а на все выстой сателлита – $4/5$ ($\varphi_{\Sigma\text{в}} = 288^\circ = 8\pi/5$).

Формула (4.8) приобретает вид:

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\left(2 \int_0^{\frac{\pi}{5}} \sqrt{(1+k_H \cdot \cos(G \cdot \varphi))^2 + (G \cdot k_H \cdot \sin(G \cdot \varphi))^2} d\varphi\right) + \frac{8\pi}{5}}. \quad (4.17)$$

По ней для ротора получаем поправочный коэффициент $\xi_1 = 0,993394$.

По результатам расчета угла φ_{c1} по формулам (4.4), (4.5), (4.6) создается массив параметров: φ ; $r(\varphi)$; φ_{c1} , включающий фазы выстоев и подъема сателлита (см. 1, 2, 3-ий столбцы таблицы 4.3).

Таблица 4.3.

Массивы параметров, характеризующих закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес.

	Общие параметры		Солнечная шестерня	Эпицикл (статор)	Эпицикл (новый радиус)
	$r_1 = r_2$	$\varphi_1 = \varphi_2$	φ_{c1}	φ_{c2}	r_2^{nev}
«Нижний выстой»	49,783608	0	0	0	49,783608
	49,783608	0,5	5,54133	-4,65838	49,783608
	49,783608	1,0	11,08267	-9,31676	49,783608
	49,783608	1,5	16,624	-13,97514	49,783608
	...	...	...	...	...
	49,783608	72	797,95217	-670,80686	49,783608
«Подъем»	49,787339	72,5	895, 22943	-802,31743	49,787339
	49,798526	73,0	901,64419	-807,60867	49,798526
	...	...	...	...	...
	57,624392	108	1333,22288	-1195,54537	57,624392
«Верхний выстой»	57,624392	108,5	1202, 46959	-1006,2103	57,624392
	57,624392	109,0	1208,01093	-1015,5271	57,624392
	57,624392	109,5	1213,55226	-1020,1854	57,624392
	...	...	...	...	...
	57,624392	180	1994,88043	-1677,0172	57,624392

При проектировании статора примем $k_z = 0,9k_p^{\max} = 1,15$. С учётом соотношения между продолжительностью участков подъёма и выстоя (1/5 и 4/5), получаем уравнение: $Z_{\Pi}^y \cdot 1/5 + Z_{\text{в}}^y \cdot 4/5 = Z_{\Pi} = 100$ и условные числа зубьев:

$$Z_{\Pi}^y = 111,6505; Z_{\text{в}}^y = 97,0874.$$

Далее рассчитываем угловое положение сателлита φ_{c2} в системе статора в фазе подъёма по формуле (4.11) и выстоя по формуле (4.12). Коэффициент k_{Δ} , обеспечивающий равенство центроидного шага в начале и конце фазы подъёма шагу в фазе выстоя, при этом примем $k_{\Delta} = 0,06976744186$

Для расчёта величины поправочного коэффициента ξ_2 находим «номинальное» значение угла φ_{c2}^H поворота сателлита, соответствующее половине цикла его движения: $\varphi_{c2}^H = (360^\circ/2N)(1 - Z_{\Pi}/Z_c) = 180^\circ \cdot (-10,1111) = 1820^\circ$, и угол поворота сателлита φ_{c2}^* по формулам (9) и (10) при $\xi_2 = 1$: $\sum \varphi_{c2}^* = 1936,254^\circ$.

Вычисляем разность Δ между «теоретическим» углом поворота сателлита за половину цикла и рассчитанным суммарным углом $\Delta = \varphi_{c2}^H - \sum \varphi_{c2}^* = 1,428^\circ$. Искомая величина коэффициента ξ_2 будет равна $\xi_2 = \varphi_{c2}^H / (\varphi_{c2}^H \pm \Delta N)$. В рассматриваемом случае $\xi_2 = 0,93996$.

Результаты вычисления угла φ_{c2} поворота сателлита в системе статора заносим в таблицу 4.3. (столбец 4).

Следующий этап расчёта состоит в определении поправки δ_r к радиусу центральной траектории сателлита в системе координат статора. Для этого используем столбцы 1-4 таблицы 4.3.

На каждом шаге s_φ по углу поворота мнимого водила вычисляем:

- разность углов поворота сателлита в системе координат мнимого водила

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1}| - |\varphi_{c2}| - 2|\varphi|;$$

- соответствующую ей разность углов поворота мнимого водила $\Delta\varphi = \Delta\varphi_c / i_{ch}$,

где $i_{ch} = 1 - Z_{\Pi}/Z_c = 1 - 100/9 = -10,1111$ – среднее передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу;

- приращение радиуса Δr_i на каждом шаге s_φ ;

- интенсивность изменения радиуса $\Delta r_i/s_\varphi$.

В итоге рассчитываем $\delta_{ri} = \Delta\varphi_i(\Delta r_i/s_\varphi)$ и относим её к траектории движения центров сателлита относительно статора $r_2^{\text{nev}} = r_2 \pm |\delta_r|$.

Уточнённые значение радиусов r_2^{nev} записываем в таблицу 4.3. Принятые окончательно контуры зубчатых звеньев ПРМ 1-1 показаны на рисунках 4.5 и 4.6.

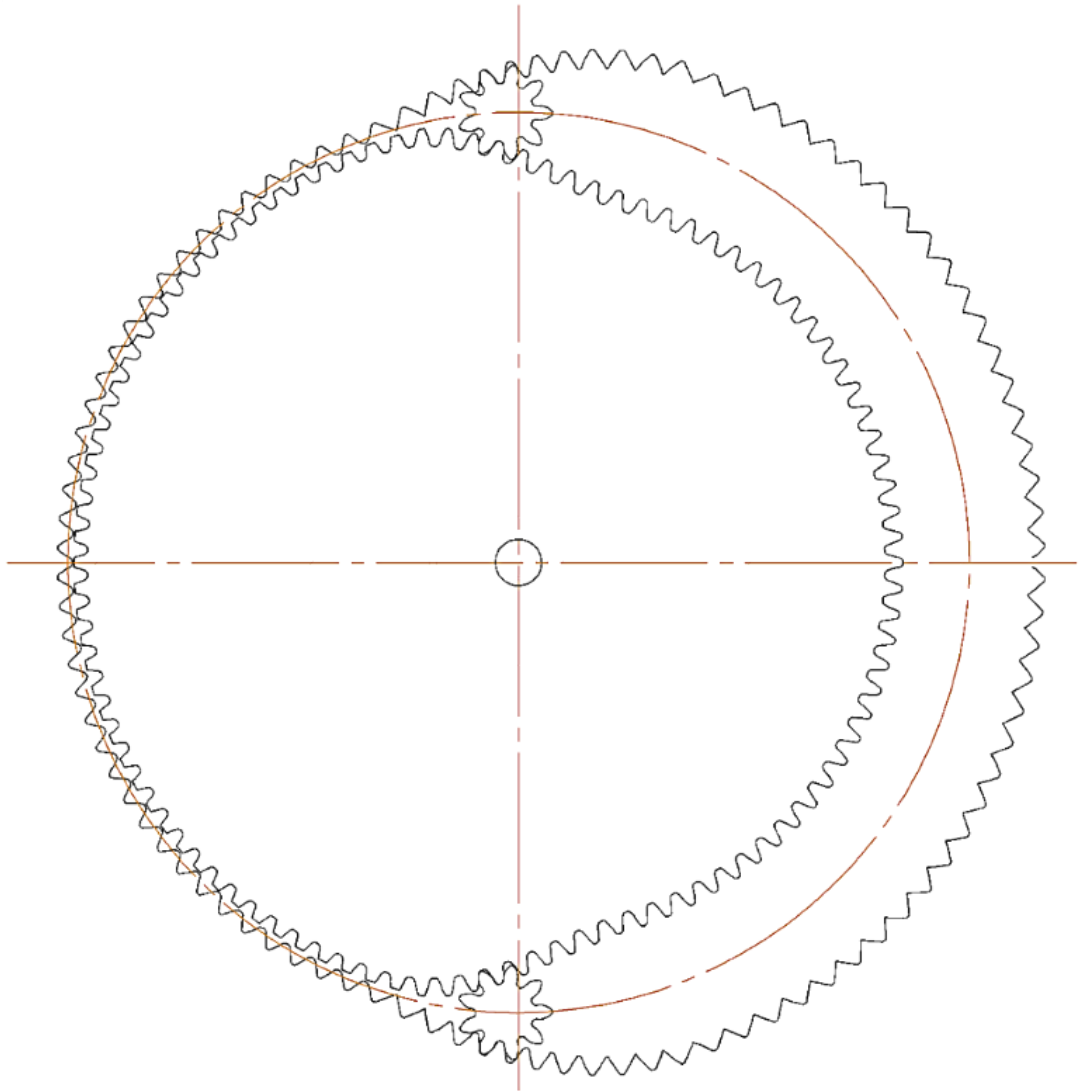


Рисунок 4.5 - Модифицированные контуры зубчатых звеньев ПРМ 1-1

(геометрическая степень сжатия $\varepsilon = 8,5$)

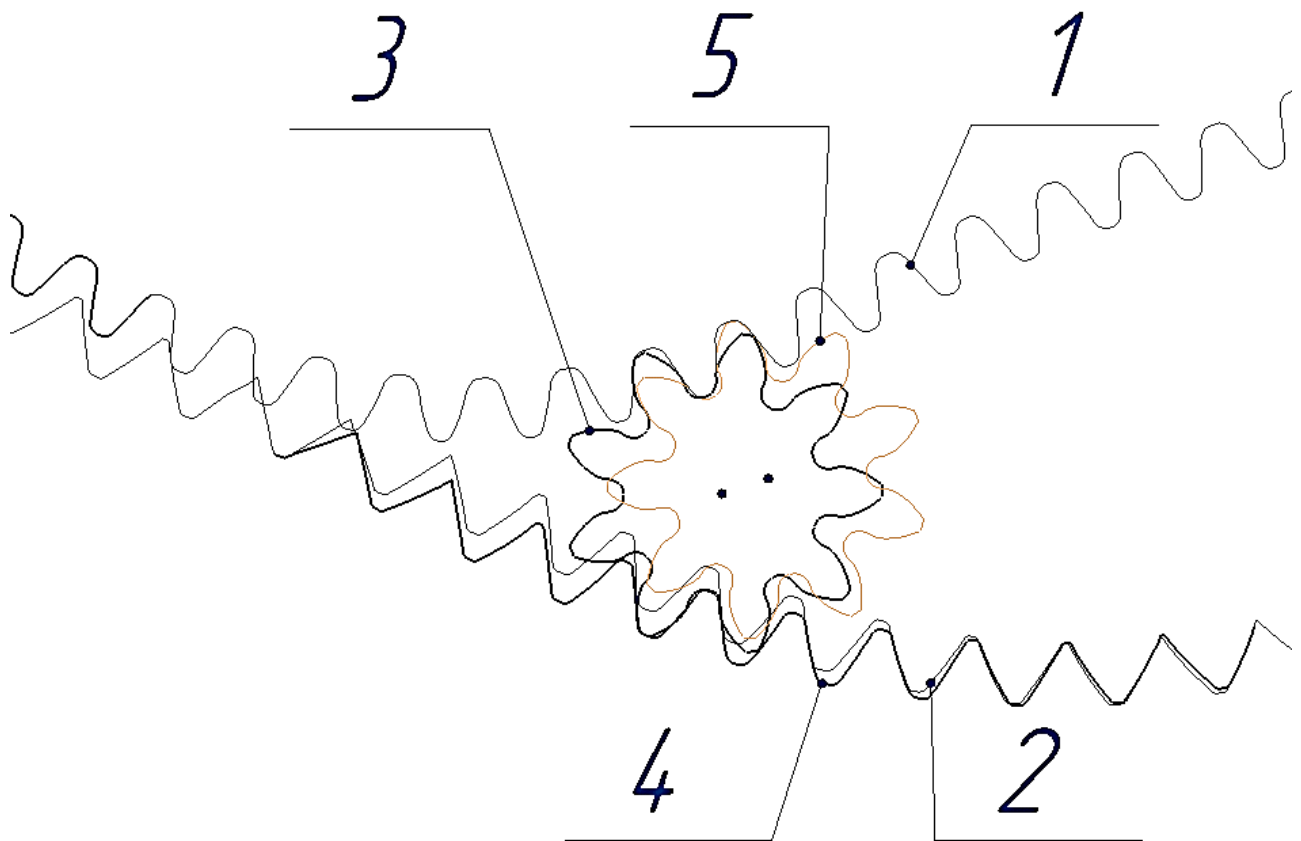


Рисунок 4.6 -Контурные зубчатые венцы планетарного механизма 1-1 до и после модификации статора: 1 – ротор; 2 – статор до модификации; 3 – сателлит в рабочем положении; 4 – статор после модификации; 5 – «номинальное» положение сателлита, рассчитанное без учёта его тангенциального смещения

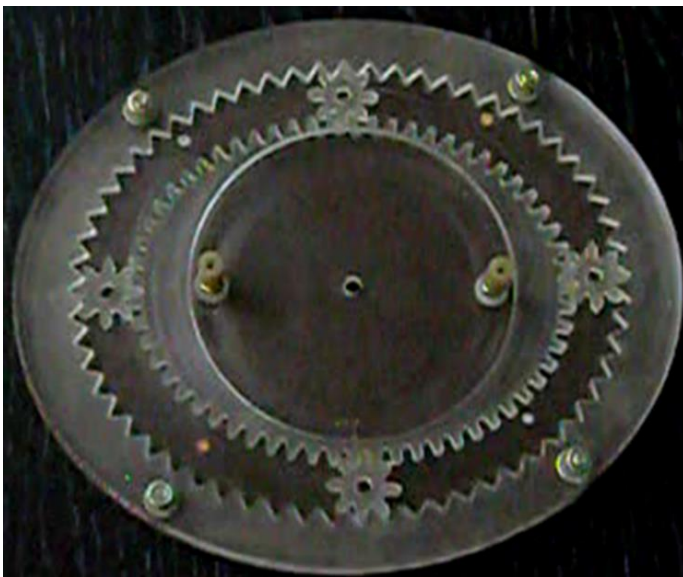
На рисунке 4.6 видно, что в результате наличия выстоек и модификации по центроидному шагу рабочее положение сателлита «на целый зуб» сместилось относительно его «номинального» положения.

Новая форма венцов ПРМ обеспечивает работу механизма при углах давления в зацеплениях, не превышающих допустимые значения, что будет способствовать существенному повышению надёжности системы. Разработанная методика расчёта может быть реализована с помощью отечественных программных комплексов.

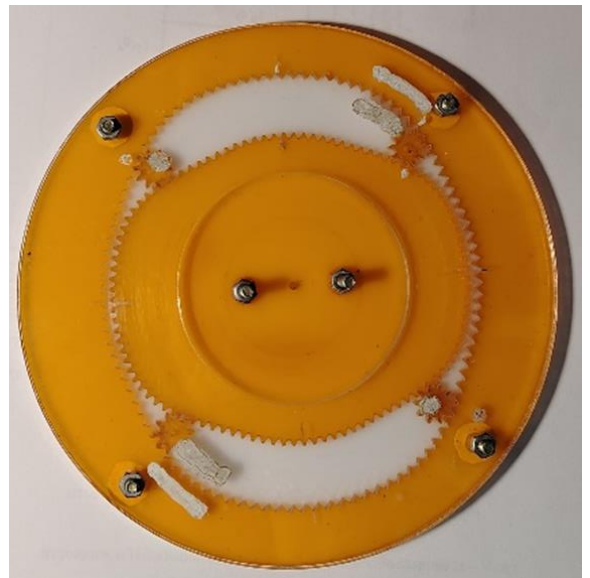
4.2 Разработка конструкции и испытания пневмомашины в режиме вакуумного насоса

Корректность выполненных расчётов проверялась на плоских моделях механизма, а также при испытании ПРМ в режиме вакуумного насоса.

Экспериментальные работы включали изготовление пластиковых моделей ПРМ типа 2-2 и 1-1. На рисунках 4.7 - 4.8 для сравнения показаны модели изготовленные ранее. На рисунке 4.9 - 4.10 – новые модели, соответствующие модифицированным схемам 2-2 и 1-1.



а



б

Рисунок 4.7 - ПРМ 2-2: а - без выстоек [46], б - с выстоями [51]

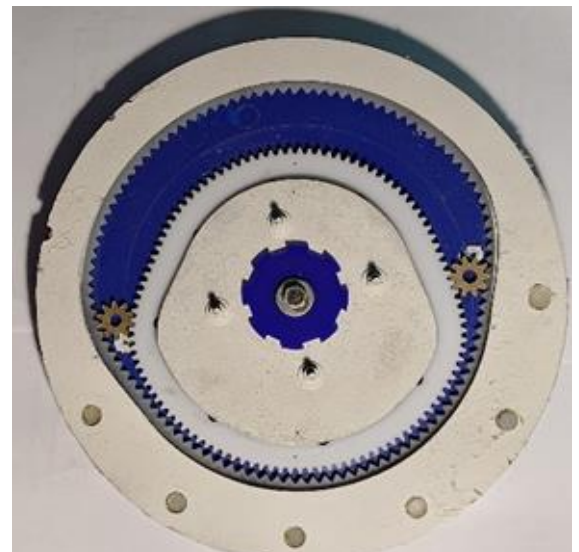


Рисунок 4.8 - ПРМ 1-1 с выстоями [51]

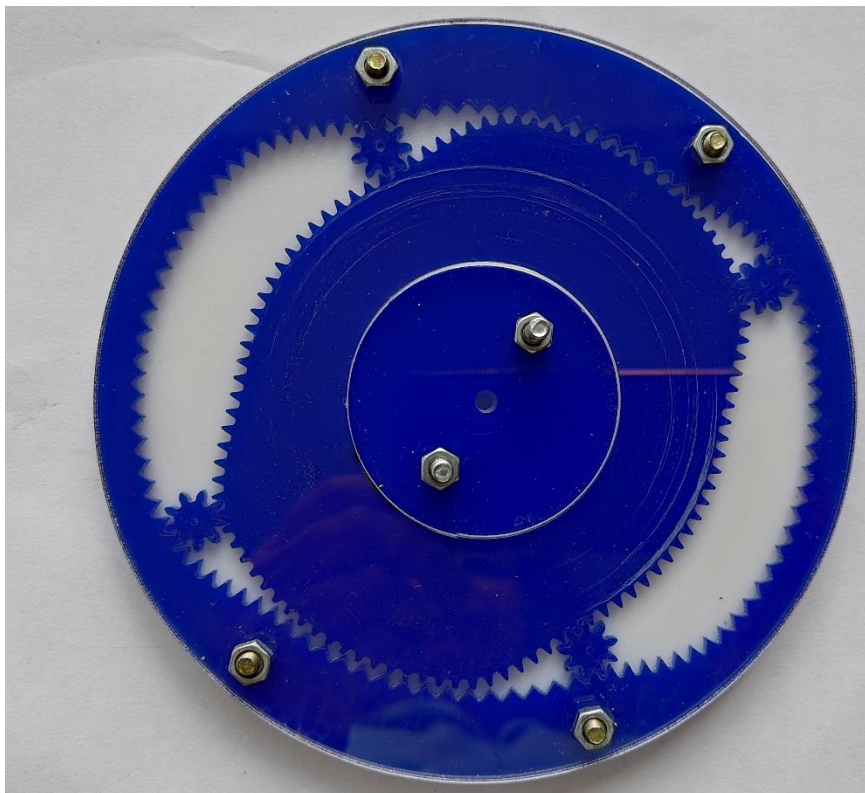


Рисунок 4.9 - ПРМ 2-2 с выстоями и модификацией эпицикла



Рисунок 4.10 - ПРМ 1-1 с выстоями и модификацией эпицикла

Корректность выполненных геометрических расчётов ПРМ 2-2 и 1-1 подтвердилась тем фактом, что их плоские модели могли собираться и вращаться.

Конструкция (рисунок 4.11) действующей модели ПРМ 1-1 отличалась от изготовленной ранее и опубликованной в работе Д.В. Фадюшина [49] двумя признаками, следующими из патента Н.С. Анищенко, Г.Ю. Волкова [55]:

1. Наличием обратного клапана на выходе;
2. Подачей масла в полость ротора.

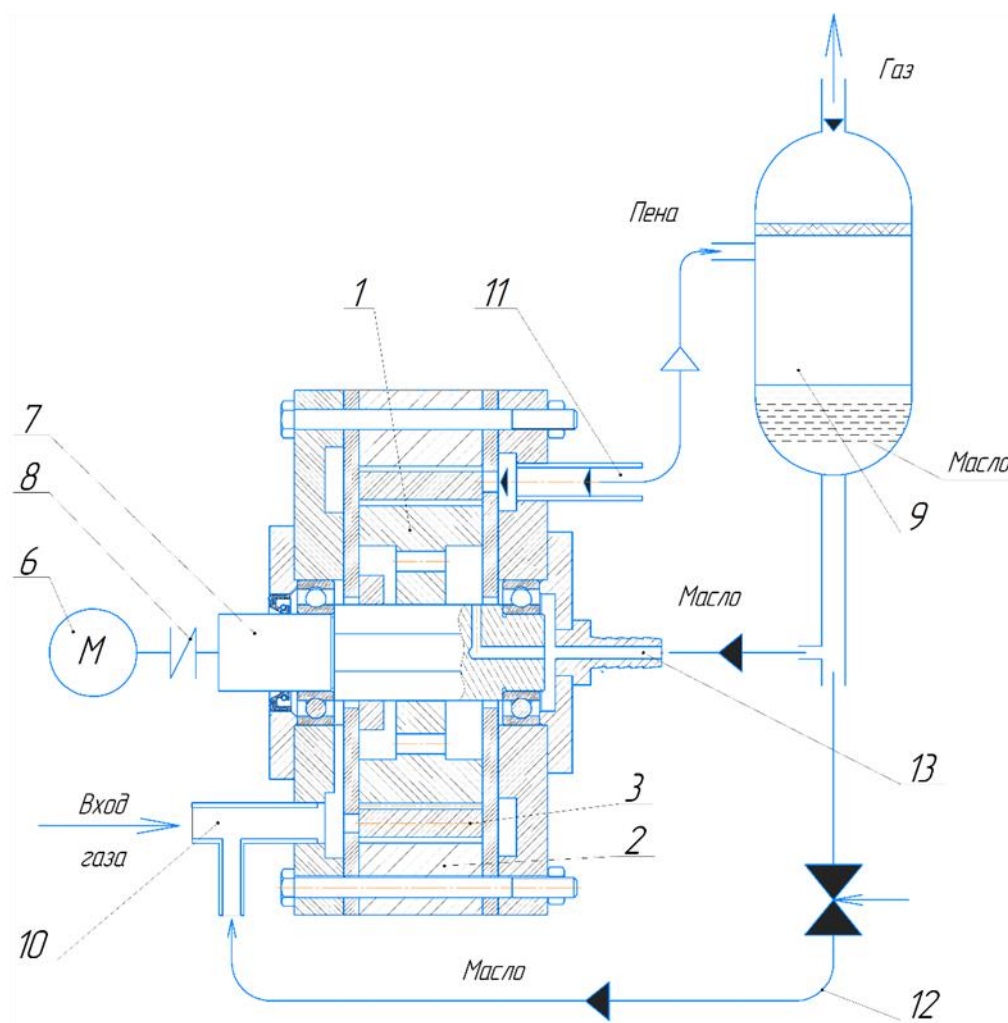


Рисунок 4.11- Схема действующей модели планетарного вакуумного насоса [55]

Испытания проходили в два этапа:

1. На установке (рисунок 4.12), смонтированной на базе токарного станка 16K20 при различных скоростях вращения ротора. Эти испытания показали (таблица 4.4), что максимальная степень вакуума достигается при 315-500 об/мин;
2. На стенде (рисунок 4.13), имеющем отдельный привод при $n=400$ об/мин.



Рисунок 4.12 - Установка на базе токарного станка

Таблица 4.4.

Зависимость степени вакуума от числа оборотов ротора в ПРМ 1х1 с
капролоновыми колёсами (трансформаторное масло)

п, об/мин	Вакуум, атм
50	0,2
80	0,28
125	0,45
200	0,68
315	0,94
400	0,96
500	0,96
800	0,95
1000	0,92

Заметим, что при числе оборотов входного вала $n=400$ об/мин, благодаря подаче масла, полученный уровень вакуума (0,95 атм (...МПа.), был существенно выше, чем значение 0,85, соответствующее «сухой» степени сжатия $\epsilon=7,5$, рассчитанной по контурам звеньев ПРМ.



Рисунок 4.13 - Испытание планетарного вакуумного насоса

В контексте решаемой задачи разработки методики геометрического расчёта главным выводом проведенных испытаний следует считать работоспособность ПРМ с модифицированными некруглыми колёсами.

Заключение по 4 главе

– разработанный алгоритм геометрического расчёта ПРМ лёг в основу методики проектирования пневмомашины с одинаковым числом волн ротора и статора при наличии выстоек сателлитов. Приемлемые значения углов давления в зацеплениях сателлита со статором были обеспечены за счёт перераспределения значений угла зацепления по секторам венца статора. Это стало предпосылкой повышения надежности работы планетарного механизма, наиболее перспективного для использования в пневмомашинах (вакуумных насосах и компрессорах);

– испытание вакуумного насоса, содержащего зубчатые звенья, спроектированные по предложенной методике, подтвердило правильность выполненных геометрических расчётов и, в целом, работоспособность пневмомашин данного класса.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

– в результате анализа конструкций механизмов с некруглыми зубчатыми колесами выявили структурные и геометрические особенности планетарных механизмов пневмомашин, вызывающих трудности при расчёте ПРМ. Они обусловлены наличием плавающих, самоустанавливающихся сателлитов, относительное угловое положение центров которых не остаётся постоянным;

– в результате оценки существующих подходов к геометрическому расчету планетарных механизмов с некруглыми колесами установлено, что методика, в которой произвольно задана центроида одного из некруглых звеньев не обеспечивает корректной формы зубьев другого некруглого звена. Если же изначально задана траектория сателлита, а центроиды некруглых колёс независимо друг от друга находятся как эквидистанты этой траектории, то возникает интерференция (подклинивание) зубьев;

– использование представлений аналитической механики о несвободных системах материальных точек позволило выполнить компактное описание алгоритмов проектирования центроидных механизмов в виде формул их строения. Это облегчило и ускорило понимание проблем, возникающих при проектировании. К структурированию центроидных систем такой подход применён впервые, что является определённым вкладом в общую теорию механизмов;

– в результате исследования разработана методика геометрического расчета профилей некруглых зубчатых колес ПРМ, предусматривающая коррекцию радиус-вектора траектории центров сателлитов. Методика обеспечивает правильную форму зубьев всех звеньев механизма и отсутствие их интерференции. Разработанное программное обеспечение на языке PYTHON с последующим построением контуров некруглых колес в программе Компас могут быть доступны широкому кругу инженеров-проектировщиков;

– доказана возможность повышения степени сжатия среды в рабочих камерах планетарной пневмомашин за счет модификации траектории центра сателлита и варьирования центроидного шага зубьев. Проверка на этих задачах подтвердила корректность разработанной методики геометрического проектирования ПРМ;

– разработанный алгоритм геометрического расчёта ПРМ лёг в основу методики проектирования пневмомашины с одинаковым числом волн ротора и статора при наличии выстоев сателлитов. Приемлемые значения углов давления в зацеплениях сателлита со статором были обеспечены за счёт перераспределения значений угла зацепления по секторам венца статора. В итоге, удалось усовершенствовать рабочие характеристики планетарного механизма, наиболее перспективного для использования в пневмомашинах (вакуумных насосах и компрессорах);

– испытание вакуумного насоса, содержащего зубчатые звенья, спроектированные по предложенной методике, подтвердило правильность выполненных геометрических расчётов и, в целом, работоспособность пневмомашин данного класса.

– спроектированный планетарный вакуумный насос принят для конструкторской проработки предприятием АО «Кургандормаш». Методика геометрического расчета ПРМ будет использована предприятием ООО «Вездеходы «Бурлак» при проектировании гидромотора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шейпак, А. А. История создания насосов и механика жидкости/ Наука и образование. – 2015. – № 5. – С. 1–18. – DOI: 10.7463/0515.0776292.
2. Власюк Т. А., Скороход А. З. / Исторический анализ создания и развития насосостроения./Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2020. № 1 (40), Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель.
3. Robinson S.W. Principles of Mechanism a Treatise on the Modification of Motion by Means of the Elementary Combinations of Mechanism, Or of the Parts of MacHines 1838–1910, BiblioBazaar, 2010. 354. [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://archive.org/details/principlesofmech00robirich/page/58/mode/2up> (дата обращения: 20.07.2025).
4. Тарабарин В.Б., Тарабарина З.И. Модели зубчатых передач с переменным передаточным отношением в коллекции МГТУ им. Н.Э. Баумана Известия высших учебных заведений. машиностроение #12 [657] 2014 УДК 531.091: 621.833.
5. DOONER, D., ALI, S.: The kinematic geometry of gearing, John Wiley & Sons, 1995.
6. LEON, K., URBANEK, S.: The geometry and kinematics of a toothed gear of variable motion, Fibres & Textiles in Eastern Europe, Vol. 11, No 3, 2003 pp. 60-62.
7. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. Наука, 1968. 584с.
8. Литвин Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса. М.-Л.: Машгиз, 1956. 312 с.
9. Шагиахметов А.И. Создание и основы проектирования регулируемых зубчато-рычажных приводов периодического движения на основе эллиптических зубчатых колес: дис. ... кандидата техн. наук : 05.02.02 / Шагиахметов, А.И.. — Челябинск, 2011. – 168 с.
10. Шагиахметов, А.И. Динамика зубчато-рычажных механизмов на основе эллиптических колес / А.И. Шагиахметов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Машиностроение». – 2007. – Вып. 9. – № 11 (83). – С. 42–47.

11. Zhao X, Wang C, Yang MX, et al. Reverse design and analysis of automatic seedling pick-up mechanism with non-circular gear planetary train. *Trans Chin Soc Agr Eng* 2015; 31: 30–36.
12. Zhou M, Wang G, Xu T, He J, Deng Y, Li X. Trajectory matrix-guided optimal design of non-circular gear train seedling throwing mechanism for rice pot seedlings. *Sci Rep.* 2026 Mar 11;16(1):13180. doi: 10.1038/s41598-026-43135-1. PMID: 41813813; PMCID: PMC13102967.
13. Пат. RU 2268187(13) C1 РФ, МПК B62D 3/12; F04C 2/12 Рулевой механизм транспортного средства / Греш О.Г. – № RU20120129487; заявл. 11.07.2012; опубл. 20.01.2006. Бюл. № 11; – 14 с.
14. Пат. DE 19814742C1 Германия; F02G1/044 / Kreiskolben-Wärmemotor-Vorrichtung/ Martin Sterk; заявл. 1998-04-02; опубл. 05.01.2000; – 6 с.
15. Пат. 2285168 РФ, МПК C1 F16H 27/04, Способ и устройство регулирования угла выстоя зубчато-рычажного механизма / В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.И. Ахметшин. – Заявлено 22.03.2005; опубл. 10.10.2006. – Бюл. № 28.
16. Xiong Zhao, Mengyan Chu, Xingxiao Ma, Li Dai, Bingliang Ye, Jianneng Chen. Research on design method of non-circular planetary gear train transplanting mechanism based on precise poses and trajectory optimization. *Advances in Mechanical Engineering* Volume 10, Issue 12, December 2018.
17. Yin D Q, Wang J Z, Zhang S, Zhang N Y, Zhou M L. Optimization design and experiments of a rotary-extensile type flowerpot seedling ransplanting mechanism. *Int J Agric & Biol Eng*, 2019; 12(6): 45–0. DOI:10.25165/j.ijabe.20191206.518
18. Wu Guohuan, Yu Gaohong, Xiang Xiaojie, Wang Linwei. Design and test of rice potted-seedling transplanting mechanism with three transplanting arms[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2017, 33(15): 15-22.

19. Maile Zhou, Yuchao Yang , Mingxu Wei , Daqing Yin/ Method for generating non-circular gear with addendum modification and its application in transplanting mechanism International Journal of Agricultural and Biological Engineering /Vol. 13 No.6 November, 2020/ DOI: 10.25165/j.ijabe.20201306.5659
20. Prikhod'ko, A.A., Novitskii, A.V. Structural Analysis of Gear–Lever Cyclic Mechanisms with Noncircular Gears. Russ. Engin. Res. 44, 1781–1783 (2024). 27 January 2025 [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://doi.org/10.3103/S1068798X24702964> (дата обращения: 25.07.2026).
21. Novitskii, A.V., Prikhodko, A.A. Construction of Centroids of Noncircular Gears to Reduce the Irregularity of Rotation of the Input Link of a Piston Compressor. J. Mach. Manuf. Reliab. 54, 713–722 (2025). [Электронный ресурс]- Режим доступа: <https://doi.org/10.1134/S1052618825700426> (дата обращения: 25.07.2026).
22. Приходько А. А., Смелягин А. И. Кинематика планетарной передачи эллиптическими зубчатыми колесами с внутренним зацеплением Кубанский государственный технологический университет Краснодар, России Проблемы машиностроения и надежности машин, 2021, № 5, С. 41-48 DOI: 10.31857/S0235711921050096
23. Скойбеда А. Т., Комяк И. М., Жуковец В. Н. Применение некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя / Республиканский межведомственный сборник научных трудов «Машиностроение». – Выпуск 27. – Минск : БНТУ, 2013. – С. 113–117.
24. Скойбеда, А.Т. Построение эвольвентных профилей зубьев некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя / А.Т. Скойбеда, В.Н. Жуковец // Теоретич. и прикл. механика: междунар. науч.-техн. сб. / БНТУ; редкол.: Ю.В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). — Минск, 2022. — Вып. 37. — С. 203–216.
25. Скойбеда, А. Т. Геометрические параметры зубьев некруглой симметричной ведущей шестерни / А. Т. Скойбеда, А. А. Калина, В. Н. Жуковец // Машиностроение : республиканский межведомственный сборник научных

трудов / Белорусский национальный технический университет ; редкол.: В. К. Шелег (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БНТУ, 2024. – Вып. 35. – С. 205-214.

26. Скойбеда, А. Т. Кинематика колесно-шагающего движителя при опоре на башмаки круглого профиля / А. Т. Скойбеда, В. Н. Жуковец, О. А. Сонич // Современные методы проектирования машин: республик. межведом. сб. науч. трудов. – Вып. 2: в 7 т. – Т. 3: Проектирование приводов машин / под общ. ред. П. А. Витязя. – Минск, 2004. – С. 102–106.

27. Пат. RU 2810824 C1, МПК B64C 33/02 , Орнитоптер / Приходько А.А., Смелягин А.И. № 2023121632, 18.08.2023; заявл. 18.08.2023; опубл.: 28.12.2023 БИ № 1.

28. Prihod'ko, A.A., Smelyagin, A.I. Kinematics of a Planetary Train with Elliptical Gears with Internal Gearing. J. Mach. Manuf. Reliab. 50, 412–418 (2021).

29. Chao Lin, Xiguang Xia and Peilu Li Chao. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train. <https://orcid.org/0000-0002-5363-2365>

30. Yanan Hu1, Chao Lin, Chunjiang He, Yongquan Yu and Zhiqin Cai. Design of Linear Functional Noncircular Gear with High Contact Ratio Used in Continuously Variable Transmission Chinese Journal of Mechanical Engineering (2023) Volume 36, article number 71

31. Киясбейли А.Ш., Лифшиц Л.М. Счетчики и расходомеры жидкости с овальными шестернями. М.: Машиностроение, 1983. — 144 с.: ил. — (Библиотека приборостроителя).

32. Пат. DE556976C Германия; G01F3/08 Bopp and Reuther GmbH заявл. 1932-08-17; опубл. 1932-08-17; – 6 с.

33. Официальный сайт компании Bopp & Reuther Messtechnik. . [Электронный ресурс]- Режим доступа: <https://boppreuther.ru/link05232139.html> lang=ru (дата обращения: 01.01.2026).

34. Пат. US 1087735A США, МПК F01C 1/32. Rotary engine / Dock Herman – № UST1087735; заявл. 18.04.1913; опубл. 17.02.1914; – 7 с.

35. Пат. DE 3542913 Германия, МПК F01C 1/10; F03C 2/08. Umlaufnockenmotor, insbesondere als hydraulischer motor / Sieniawski Bohdan, Potulski Jerzy, Sieniawski Dariusz – DE19853542913; заявл. 04.12.1985; опубл. 10.07.1986; – 10 с.

36. Пат. CN 104265560 А Китай, МПК F03C 2/08. Dual-output internal-rotor non-conical gear hydraulic motor / Hua Lin, Zheng Fangyan, Han Xinghui – 201410477836; заявл. 2014.09.18, опубл. 2015.01.07 – 12 с.

37. Пат. CN 2069495 Китай, МПК F04C 2/113. Non-circular gear planet variable capacity hydraulic device / Shubo Wang, Jinhai Huo, Qiuli Zhao – № 19902008663U; заявл. 11.06.1990; опубл. 16.01.1991; – 18 с.

38. Пат. CN1077244А Китай, МПК .A hydraulic motor with a non-circular gear planetary gear train/Wang Guihai, Xu Zhiyuan, Chen Lingling - заявл. 1992-10-26; опубл. 1996-03-06; – 7 с.

39. Пат. SU 861734 СССР: МПК F01C 2/06. Шестеренная гидромашинa внутреннего зацепления / Костиков Н.И., Назаров И.И., Доронин Н.Ф. – № 2566490; заявл. 9.01.1978; опубл. 7.09.1981. Бюл. № 33; – 4 с.

40. Пат. DE 3542913 Германия, МПК F01C 1/10; F03C 2/08. Umlaufnockenmotor, insbesondere als hydraulischer motor / Sieniawski Bohdan, Potulski Jerzy, Sieniawski Dariusz – DE1985 3542913; заявл. 04.12.1985; опубл. 10.07.1986; – 10 с.

41. Официальный сайт завода HYDROMECH. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://hydromechsa.pl/pl/produkcja/planetarne-silniki-hydrauliczne-emulsyjne-i-olejowe/> (дата обращения: 25.08.2026).

42. Пат. CN101586523В Китай, МПК FO3C 2/00 . Non-circular planetary gear hydraulic motor/ Zhang Meng and Zhang Kai turned towards Liang Jicheng-200910117059.8; заявл. 2009.6.30; опубл. 28.09.2011 – 6 с.

43. Пат. WO 0166948: МПК F04C 2/10; F04C 2/08; F03C 2/08; F04C 2/22; F04C 2/08; F04C 2/10. A positive-displacement machine of gear type / Zhang Quan – № WO2001CN00315; заявл. 6.03.2000; опубл. 13.09.2001; – 21 с.

44. Ан И-Кан. Геометрический расчет роторной гидромашины с некруглыми солнечными колесами и плавающими сателлитами// Вестник машиностроения. 2000. №9. С. 22–24.

45. Ан И-Кан Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин: дис. ... д-ра техн. наук. Томск, 2001. – 236 с.

46. Пат. RU 144306 РФ, МПК F04C 2/08; F04C 2/14. Роторная гидромашинa / Волков Г.Ю., Курасов Д.А. – № RU20140113740U; заявл. 8.04.2014; опубл. 20.08.2014. Бюл. № 23. – 2 с.

47. Смирнов В.В. Обоснование выбора кинематических схем и совершенствование метода геометрического расчета механизмов планетарных роторных гидромашин с плавающими сателлитами: дис. ... кандидата техн. наук : 05.02.02 / Смирнов В.В. — Челябинск, 2021. – 181 с.

48. Volkov, G.Y., Fadyushin, D.V., Alekseeva, Y.V. (2025). Geometrical Design Conditions for Feed Channels of Planetary-Rotor Hydraulic Machines. In: Trubachev, E., Barmina, N. (eds) Theory and Practice of Gearing and Transmissions. Mechanisms and Machine Science, vol 172. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-75251-3_11

49. Фадюшин Д.В. Повышение характеристик пневматических роторных машин за счет модификации геометрических параметров планетарного механизма. Дисс. ... канд. тех. наук. Челябинск, 2022. 139 с.

50. Пат. RU 2513057 РФ, МПК F04C 2/08; F04C 2/14 Роторная гидромашинa / Волков Г.Ю. – № RU20120129487; заявл. 11.07.2012; опубл. 20.04.2014. Бюл. № 11; – 14 с.

51. Пат. RU 2746939 РФ МПК F01C1/14, F04C18/14, F04C25/02. Планетарная роторная объемная машинa. / Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. – 2020106688; заявл. 13.02.2020; опубл. 22.04.2021, Бюл. №12.-20 с.

52. Волков Г.Ю. Пути снижения остаточных объемов в планетарных роторных гидромашинaх с плавающими сателлитами. / Г.Ю. Волков,

В.В. Смирнов, Д.В. Фадюшин // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2020. № 2 – С. 86–90.

53. Пат. RU 198868 РФ МПК F04C2/08, СПК F04C2/084. Вакуумный насос. / Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. – №2020106893; заявл. 13.02.2020; опубл. 30.07.2020, Бюл. №22 11 с.

54. Официальный сайт компании PNEVMOTEN. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.pnevmoteh.ru/> (дата обращения: 08.07.2026).

55. Пат. RU2857163C1 РФ МПК F04C2/08, Планетарный компрессор/Анищенко Н.С., Волков Г.Ю., заявл. 2025-03-25; опубл. 2026-02-26 13 с.

56. Старжинский, Б. П. Тимофеев, Е. В. Шалобаев, А. Т. Кудинов. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов СПб—Гомель: ИММС НАН Б, 1998. 538 с.

57. Старжинский, В.Е. Технология производства зубчатых колес из термопластичных полимерных материалов (обзор) / В.Е. Старжинский, С.В. Шилько, Е.В. Шалобаев // Полимерные материалы и технологии. — 2018. — Т. 4, № 2. — С. 6–31

58. Славкина В.Э., Мирзаев М.А., Лопатина Ю.А. Применение технологии 3D-печати для оптимизации ремонта зубчатых передач // Технический сервис машин. 2020. № 1 (138). С. 58-64.

59. Медунецкий, В. М. Компьютерное моделирование и визуализация технологии изготовления нестандартных зубчатых колес из полимерных композиционных материалов / В. М. Медунецкий, Н. А. Романов // Приборостроение. – 2015. – № 5. – С. 397–400.

60. Особенности использования программного обеспечения для проектирования зубчатых передач, изготавливаемых с помощью аддитивных технологий / Е. В. Шалобаев, Ф. А. Перепелица, В. А. Конаков, С. В. Шилько // Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения : материалы конф. с междунар. участием. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2017. – С. 31–39.

61. Liu, Y.; Han, J.; Xia, L.; Tian, X. Hobbing Strategy and Performance Analyses of Linkage Models for Non-Circular Helical Gears Based on Four-Axis Linkage. *Stroj. Vestn.-J. Mech. Eng.* 2012, 58, 701–708
62. Liu, Y.; Diao, J. Six-Axis Linkage Strategy and Its Models for Non-Circular Helical Gears Based on Diagonal Hobbing. *Stroj. Vestn.-J. Mech. Eng.* 2015, 61, 330–342.
63. Tadeusz Sałacinski, Aleksander Przesmycki and Tomasz Chmielewski. Technological Aspects in Manufacturing of Non-Circular Gears/ Institute of Manufacturing Technologies, Warsaw University of Technology, 85 Narbutta Str., 02-524 Warsaw, Poland
64. Xuan Wang. A numerical algorithm of tooth profile of non-circular cylindrical gear/ AIP Conference Proceedings, 1864 (1) (2017) 020174. <https://doi.org/10.1063/1.4992991>
65. DENG Kun, ZHAO Fu, LIN JianBang. A high order elliptic gear parametric modeling system based on MATLAB and SolidWorks[J]. *Journal of Beijing University of Chemical Technology*, 2018, 45(3): 101-106 <https://doi.org/10.13543/j.bhxbzr.2018.03.016>
66. Nezir EL ALI, Nihat YILDIRIM, Fatih ERDOĞAN, Bahadır KARBA, Burak ŞAHİN. Non-circular gear design, elliptical gears as an example// *Mechanical Engineering, Gaziantep University, Natural and Applied Science Institute, Gaziantep, 27310, TURKEY March 8-10, 2019 Adana/ TURKEY / Ejons VI – International conference on mathematics – engineering – natural & medical sciences, ISBN 978-605-7923-58-5, 2019. P. 624-641*
67. Пат. SU921744A1 Способ электроэрозионной обработки сложнопрофильных изделий/ Худобин Л.В., Рязанов С.И. заявл. SU802972079A 1980-05-20; опубл. 1982-04-23 -3с.
68. Рязанов, С.И. Разработка технологии и автоматизация технологического обеспечения операций контурной обработки некруглых зубчатых изделий / Тема диссертации и автореферата по ВАК 05.02.08, кандидат технических наук Рязанов, Сергей Иванович. – Ульяновск: УлПИ, 1984. – 300 с.

69. Худобин, Л.В. Точность взаимного расположения боковых поверхностей зубьев колеса при электроэрозионной обработке Текст. / Л.В. Худобин, В.Д. Кравченко, С.И. Рязанов // СТИН. 1999. - №4. - С. 34-38

70. Заявка на изобретение RU 2002121077/02 Способ электроэрозионной обработки зубчатых изделий / Кравченко Д.В. Рязанов С.И. Брехов Е.В. заявл. 02.08.2002; опубл. 27.02.2004.

71. Худобин Л.В. и др. Контурное электроэрозионное вырезание – альтернативный способ формирования зубьев зубчатых колес // Вестник машиностроения. 1998. №3. С. 19-21

72. Райник М.В. Об изготовлении цилиндрических зубчатых колес лазером. Перспективное развитие науки, техники и технологий материалы II-ой Международной научно-практической конференции в 2-х томах / М.В. Райник– Курск: Изд-во Закрытое акционерное общество «Университетская книга», 2012. – С. 83–86.

73. Элманов А.Б., Кенгбоев С.А., Сафаров Н.М. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕЗКИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ СТАЛЕЙ ЛАЗЕРНЫМИ ЛУЧАМИ // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2024. 2(119). URL: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/16824>

74. Райник М.В. Особенности метода лазерного зубоформообразования. Вестник Воронежского государственного технического университета / М.В. Райник. – Воронеж: Изд-во Воронежский государственный технический университет Том 9, № 4, 2013. – С. 59–63.

75. Учаев, П. Н. О высокоэффективном методе зубоформообразования / П. Н. Учаев, М. В. Райник // Машиностроение - основа технологического развития России (ТМ-2013) : сборник научных статей V Международной научно-технической конференции, Курск, 22–24 мая 2013 года. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2013. – С. 448-452.

76. Падалко А.П. Зубчатая передача с некруглым колесом / А.П. Падалко, Н.А. Падалко // Теория Механизмов и Машин. 2013. № 2. Том 11. С. 89–96.

77. Падалко Н.А. Компьютерное моделирование процесса нарезания некруглых зубчатых колес / Н.А. Падалко // Известия ВУЗов. Северно-кавказский регион. Технические науки. 2003. № 1. С. 62–64.
78. Hasse T. Über die vielfältigen Möglichkeiten, unrunde Zahnräder für typische Getriebeaufgaben der Technik optimal auszulegen. [Электронный ресурс] / T.Hasse Режим доступа http://www.optimasimula.de/downloads/moeglichkeiten_unrundraeder.pdf (дата обращения: 08.07.2026).
79. Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В., Голованев В.А. Профилирование некруглых зубчатых колес для передач с фиксированным межосевым расстоянием по методу виртуальной обкатки. *Сборка в машиностроении, приборостроении*, 2022, т. 23, № 10, С. 452–458, doi: 10.36652/0202-3350-2022-23-10-452-458
80. Киреев С.О. Расчет параметров зубьев для изготовления овалный шестерен / С.О. Киреев, Ю.В. Ершов, Н.А. Падалко // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Технические науки № 1, 2010. С. 76-78.
81. Приходько А. А. , Смелягин А. И. Структурный синтез перемешивающих устройств с возвратно-вращательным движением рабочих органов/ Вестник Донского государственного технического университета// 2015, №4(83), 69-75 DOI 10.12737/16072
82. А. А. Приходько, А. И. Смелягин, Н. В. Мевша Экспериментальное исследование кинематики планетарного возвратно-вращательного перемешивающего устройства// Технические науки. Машиностроение и машиноведение/ № 3 (43), 2017 DOI 10.21685/2072-3059-2017-3-10
83. Mundo D. Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears / D Mundo // Mechanism and Machine Theory, 2006. № 41. P. 456–472.
84. Laczik B. Design and Manufacturing of Non-Circular Gears by Given Transfer Function [Электронный ресурс] / B Laczik. – Режим доступа: <http://www.hexagon.de/pdf/noncgear.pdf> (дата обращения: 26.11.2019).

85. Danieli G.A. New developments in variable radius gears using constant pressure angle teeth / G.A. Danieli, D Mundo // *Mechanism and Machine Theory*, 2005. №40. P. 203–217.
86. Doric J. One approach for modelling intermittent motion mechanism with noncircular gears / J. Doric, I Klinar, M Doric // *Machine design*, 2011. Vol. 3, No. 2. P. 121-126.
87. Lozzi A. Non-circular gears graphic generation of involutes and base outlines/ A. Lozzi // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2000; 214:411. P. 411 – 422. doi: 10.1243/0954406001523074.
88. Shinn-Liang Chang Mathematical model and undercutting analysis of elliptical gears generated by rack cutters / Shinn-Liang Chang, Chung-Biau Tsay, Long-Iong Wu. // *Mech. Math. Theory*, 1996. Vol. 31, No. 7. P. 879-890.
89. William C. Smith The math of noncircular gearing / William C. Smith – *Gear Technology*, 2000. P. 18-21.
90. Biing-Wen Bair Computerized tooth profile generation of elliptical gears manufactured by shaper cutters / Biing-Wen Bair // *Journal of Materials Processing Technology*, 2002. № 122. P. 139–147.
91. Laczik B. Design of Profile of the Non-Circular Gears [Электронный ресурс] / B. Laczik – Режим доступа: <https://ru.scribd.com/document/379891740/Book-Abt-Gears-2>(дата обращения: 26.11.2019).
92. Mundo D. Use of the Non-Circular Gear in Pressing Machine Driving Systems. / D Mundo, G.A. Danieli // In: *IASME Transactions I*, 2004. No. 1. P. 7-11.
93. Weizhen SONG , Yong HE. Design and implementation of non-circular gears based on target transmission ratio// *Bulletin of the polish academy of sciences technical sciences*, vol. 73(4), 2025 , article number: e154277 DOI: 10.24425/bpasts.2025.154277
94. Ан И-Кан. Эвольвентные профили зубьев некруглых колес / Ан И-Кан, А.Е. Беляев // *Автоматизация и прогрессивные технологии. Труды II*

межвузовской отраслевой научно-технической конференции. Новоуральск: НПИ, 1999. Ч.2. С. 112-114.

95. Ан И-Кан, Беляев А.Е. Синтез планетарных передач применительно к роторным гидромашинам / Ан И-Кан, А.Е. Беляев – Новоуральск: НПИ, 2001. 91 с.

96. 115Kumar Mallik A.K., Ghosh A., Dittirich G. Kinematic analysis and synthesis of mechanisms. CRC, 1994. 688 p

97. Biao Zhang , Shikuan Song, Chenghu Jing and Dong Xiang. Displacement prediction and optimization of a non-circular planetary gear hydraulic motor/ dvances in Mechanical Engineering/, страницы 129-146 September 2021; accepted: 3 November 2021 DOI:10.1177/16878140211062690

98. Yongping Liu , Xiangyu Ren, Changbin Dong. Transmission performance analysis of non-circular gear hydraulic motor// Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering. Volume 18, Number 3 Pages 635- 644

99. Dawei Li, Yongping Liu, Jun Gong. Design of a Noncircular Planetary Gear Mechanism for Hydraulic Motor / Mathematical Problems in Engineering/<https://doi.org/10.1155/2021/5510521>Digital Object Identifier (DOI)

100. Yongping Liu, Linyue Wu, Changbin Dong. Investigation of contact ratio and dynamic characteristics of non-circular planetary gear train in hydraulic motor// Flow Measurement and Instrumentation/Accepted 16 October 2024/Version of Record 21 October 2024. /<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2024.102720>

101. Ding H. Application of non-circular planetary Gear mechanism in the Gear Pump. // Advanced Materials Research/ Published by Trans Tech Publications Ltd/ Ноябрь 2012 г /10.4028/www.scientific.net/AMR.591-593.2139

102. C. Lin, X. G. Xia and P. L. Li, Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train, Advances in Mechanical Engineering, 10(12) (2018) 1687814018818910<https://doi.org/10.1177/1687814018818910>

103. Xuan Wang. A numerical algorithm of tooth profile of non-circular cylindrical gear/ AIP Conference Proceedings, 1864 (1) (2017) 020174.
<https://doi.org/10.1063/1.4992991>
104. Sliwinski P. Geometric working volume of a satellite positive displacement machine 2024 May 16;14(1):11195. doi: 10.1038/s41598-024-61773-1.
105. Sliwinski P. The influence of pressure drop on the working volume of a hydraulic motor. *Eksploatacja i Niezawodnosc – Maintenance and Reliability* 2022; 24 (4): 747–757. [Электронный ресурс] – Режим доступа:
<http://doi.org/10.17531/ein.2022.4.15>
106. Sliwinski, P. The methodology of design of satellite working mechanism of positive displacement machine. *Sci Rep* 12, 13685 (2022). [Электронный ресурс] – Режим доступа:<https://doi.org/10.1038/s41598-022-18093-z>
107. Волков Г.Ю. Методика геометрического расчета и профилирования зубчатых венцов планетарной роторной гидромашины / Г.Ю. Волков, В.В. Смирнов, М.В. Горбунов // Справочник. Инженерный журнал. Москва. – 2018. № 9 (258). С. 32–37.
108. Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. Геометрический расчет планетарного механизма с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления. *Справочник. Инженерный журнал*, 2020, № 3, С. 27–31.
109. Волков Г.Ю., Алексеева Ю.В. Уточненный метод расчета профилей некруглых зубчатых колес планетарного механизма роторной гидромашины. *Автоматизированное проектирование в машиностроении*, 2023, № 15, С. 47–50, doi: <https://doi.org/10.26160/2309-8864-2023-15-47-50>
110. Волков Г. Ю., Алексеева Ю. В. Особенности задачи синтеза некруглых зубчатых колес планетарных механизмов с плавающими сателлитами // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2024. № 9(774). С. 10–18.
111. Volkov G., Fadyushin D., Vedernikov M. Geometric calculation of non-circular gear segments of the planetary mechanism in rotary hydraulic machines. *E3S*

Web Conf., 2023, vol. 389, art. 01017. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202338901017>

112. Волков Г.Ю. Особенности геометрического проектирования планетарных роторных гидромашин с выстоями сателлитов / Г.Ю. Волков, Д.В. Фадюшин // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. –2020. Том 21. № 10 – С. 472–478.

113. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин, Москва, Наука.1988. 640 с.

114. Волков, Г. Ю.; Алексеева, Ю. В. Структурно-кинематические особенности трехзвенных центроидных механизмов и синтез некруглых зубчатых колес планетарно-роторной гидромашин. Вестн. Ижевск. гос. тех. унив. 2024, 27, С. 22-30.

115. Диментберг Ф. М. Теория пространственных шарнирных механизмов. М.: Наука, 1982. 335 с.

116. Волков Г.Ю. Золотарев А.А. Структура плоской кинематической пары как несвободной системы формообразующих точек. // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2025. № 9. С. 415-422. DOI: 10.36652/0202-3350-2025-26-9-415-422.

117. Shukelis N.O. Method of point mappings of links in kinematics of spatial mechanisms. Trudy Latviyskoy selskokhozyaystvennoy akademii, 1971, no. 32, pp. 18–30. (In Russ.).

118. Ан И-Кан. Синтез центроид планетарной передачи с некруглыми колесами. В: Механика и машиностроение. Сборник трудов ТПУ. Томск. ТПУ, 2000, С. 288–290.

119. Волков Г.Ю., Смирнов В.В. Синтез центроид планетарных роторных гидромашин по заданному углу "невыведения" сателлитов // Справочник. Инженерный журнал. 2018. No 4. С. 6—11.

120. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. Москва: Физматгиз, 1959. 1084 с

121. Лурье А.И. Аналитическая механика. ГИФМЛ, 1961. 824 с.

122. Волков Г.Ю. О построении универсального языка описания механизмов. В сб. Теория механизмов, прочность машин и аппаратов. Сборник научных трудов. Курганский государственный университет. Курган, 1997, С. 49–58.
123. Волков Г.Ю. Формализация описания, систематика и структурный синтез плоских механизмов. Курган, 2014. 55 с.
124. Волков Г.Ю., Секисова С.Ю. Алгоритмические принципы построения универсальной системы кинематического анализа механизмов с голономными связями. Сборник научных трудов. Теория механизмов, прочность машин и аппаратов Курган 1997. С. 58-74.
125. Лойцянский Л.Г., Лурье А.Н. Курс теоретической механики. В 2-х томах (5 издание).- М.: - ГИТТЛ.1995.596с.
126. Волков Г.Ю., Курасов Д.А., Горбунов М.В. Инженерный метод геометрического синтеза планетарного механизма роторной гидромашины. Научно-технический и производственный журнал «Вестник машиностроения». Москва, Изд-во «Инновационное машиностроение», 2017, № 10, С. 10–15.
127. Puneeth M L, Mallesh G, Vishal U. Design and Analysis of Asymmetric Spur Gear using Abaqus and Python Scripting/ Simulia Regional User Conference/ SIMULIA Bangalore RUM June 2022 Simulia Regional User Conference
128. Алексеева Ю.В. Контроль и коррекция параметров зацепления некруглых зубчатых колес в процессе их графоаналитического синтеза // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2025. Т. 26, № 2. С. 83—87. DOI: 10.36652/0202-3350-2025-26-2-83-87
129. Волков Г.Ю., Алексеева Ю.В. Модификация профилей центральных колёс планетарного механизма с плавающими сателлитами по центроидному шагу // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – М., 2026. – № 4. – С. 27-31
130. Болотовский И.А. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / под ред. И. А. Болотовского. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.

131. Hannes Jahn, Stefan Henning, Lena Zentner. Technische Universität Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 98693 IlmeEine /Methode zur Optimierung nachgiebiger Mechanisme/Leichtgewichtige prototypische Mechanismensimulation im Web-Kontext/ Pascal Schnabel, Stefan Goessner. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://doi.org/10.30819/5552.12> pp: 143-154 2022-09-15 (дата обращения: 08.07.2026).

132. Lars Muschalski, Joanna Wollmann, Andreas Hornig, Niels Modler. Steuerung von Compliant-Mechanismen durch Reinforcement Learning Режим доступа: <https://doi.org/10.30819/5552.12> pp: 143-154 2022-09-15 (дата обращения: 08.07.2026).

133. Волков Г.Ю., Алексеева Ю.В., Ведерников М.Д. Модификация траектории центров сателлитов планетарной пневмомашины с числами волн статора и ротора, различающимися на единицу. №5-2025. С. 201-205.

134. Волков Г.Ю. Особенности геометрического проектирования планетарных роторных гидромашин с выстоями сателлитов / Г.Ю. Волков, Д.В. Фадюшин // Сборка в машиностроении, приборостроении. Москва. – 2020. Том 21. № 10 – С. 472–478.

135. Волков Г.Ю., Фадюшин Д.В. Геометрический расчет планетарного механизма с одинаковым числом зубьев центральных колес внешнего и внутреннего зацепления. Справочник. Инженерный журнал с приложением, Москва, 2020, № 3, с. 27–31.

Приложение А

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- M – число волн солнечной шестерни;
 N – число волн эпицикла;
 G – условное расчётное число волн статора и ротора;
 Z_1, Z_2, Z_c – число зубьев солнечного колеса, эпицикла и сателлитов соответственно;
 $Z_{\text{ц}}$ – одинаковое число зубьев центральных колес;
 $Z_{\text{в}}^y$ – среднее условное число зубьев на участках выстоя;
 $Z_{\text{п}}^y$ – среднее условное число зубьев на участках подъема;
 k_Z – отношение $Z_{\text{в}}^y / Z_{\text{п}}^y$;
 X_1, X_2, X_c – коэффициенты смещения солнечного колеса, эпицикла и сателлитов соответственно;
 U – передаточное число;
 i – передаточное отношение;
 ω_i – угловая скорость звена;
 ω_h – скорость вращения мнимого водила относительно неподвижного эпицикла.
 m – модуль зацепления (делительный);
 m_w – модуль зацепления (начальный);
 e – эксцентриситет шестерни;
 a_w – межосевое расстояние круглозвенного прототипа;
 a – делительное межосевое расстояние
 d_a – диаметр окружности вершин;
 r_0 – радиус расчетной окружности ($r_0 = a_w$), в которую вырождаются обе траектории при $k_H = 0$;
 r_1 и r_2 – радиус-векторы траекторий сателлитов относительно солнечной шестерни и эпицикла соответственно;
 r_c – радиус сателлита;
 $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ – шаг по углам в соответствующих массивах φ_{c1} и φ_{c2} ;
 Δr – приращение радиуса r центральной траектории сателлита на одном шаге $\Delta\varphi$;
 s_φ – среднее значение между шагами и $\Delta\varphi_1$ по ротору и $\Delta\varphi_2$ по статору.

L_0 – длина центральной окружности исходного круглозвенного механизма;

L_ϕ – фактическая длина траектории центра сателлита;

k_H – коэффициент «некруглости» траекторий;

δ_{r2} – поправка, корректирующая радиус-вектор центральной траектории сателлита;

h – отношение поправки δ_r к соответствующему радиусу r ;

r_2^{nev} – уточненное значение радиуса центральной траектории движения сателлита относительно эпицикла.

P_w – центроидный шаг;

P_c – шаг по делительной окружности сателлита;

τ – угловой шаг;

k_t – коэффициент темпа варьирования угловой скорости сателлита;

k_{A*} – коэффициент допустимой модификации центроидного шага;

k_c – коэффициентом отношения центроидного шага к делительному P_{wcp}/P ;

K_p – коэффициент варьирования центроидного шага;

h_a – коэффициента высоты головки зуба сателлита;

$k_{M1}, k_{M2}, h_{M1}, h_{M2}$ – коэффициенты модифицированной функции $F(\phi)$

ϵ – геометрическая степень сжатия;

ϵ_a – коэффициенты перекрытия зубчатого зацепления;

ξ_* – коэффициент, учитывающие изменение длины соответствующей центральной траектории по сравнению с длиной центральной окружности исходного круглозвенного механизма;

λ – угол удержания (невыведения) сателлита;

θ – угол давления;

α_w – угол зацепления;

α – угол профиля производящей рейки;

ϕ_1 и ϕ_2 – текущие углы в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями солнечного колеса и эпицикла;

ϕ_{c1}, ϕ_{c2} – угол поворота сателлита относительно солнечной шестерни и эпицикла соответственно;

φ^* – угол расположения точки на центроиде в системе координат, связанной с геометрическим центром круглой шестерни;

$\varphi_{\text{п}}, \varphi_{\text{в}}$ – угловая протяженность секторов подъема и выстоев;

$\Delta\varphi_{\text{с}}$ – разница углов поворота сателлита относительно мнимого водила;

$\Delta\varphi$ – разница углов поворота мнимого водила, соответствующая $\Delta\varphi_{\text{с}}$;

$\varphi_{\text{с1}}, \varphi_{\text{с2}}$ – угол поворота сателлита

W – число степеней свободы;

q – обобщенная координата;

ℓ_{ij} – расстояние между точками i, j ;

φ_{kl}^{ij} – угол между прямыми ij и kl ;

$M_{\text{зв}}$ – число звеньев;

$M_{\text{т}}$ – число звеньев;

P_5 – число пар 5-го класса;

P_4 – число пар 4-го класса; $L_{\text{ч}}$ $Y_{\text{ч}}$

$L_{\text{ч}}$ и $Y_{\text{ч}}$ – «лишние» степени свободы и пассивные связи;

$M_{\text{т}}$ – число формообразующих точек;

S – число уравнений стационарных связей.

НЗК – некруглые зубчатые колеса;

ПРМ – планетарно-роторная машина;

ЧПУ – числовое программное управление;

КПД – коэффициент полезного действия;

Приложение Б



ООО «Вездеходы «Бурлак»
ИНН 6686094201, КПП 450101001, ОГРН
1176658041812
640027, г. Курган, пр-кт. Машиностроителей, стр. 26
+7 (3522) 200-555, www.burlakoffroad.ru

В Диссертационный совет 24.2.437.09

454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

АКТ

**о практическом применении результатов диссертационного
исследования Ю.В. Алексеевой на тему «Анализ и совершенствование
алгоритмов проектирования некруглых зубчатых колес планетарных
пневмомашин»**

Настоящим Актом удостоверяется, что результаты диссертационного исследования Ю.В. Алексеевой на тему «Анализ и совершенствование алгоритмов проектирования некруглых зубчатых колес планетарных пневмомашин» обладают актуальностью и представляют практический интерес не только применительно к компрессорам и вакуумным насосам, но и к гидромоторам. Представленная в диссертации методика геометрического расчёта некруглых зубчатых колёс планетарных механизмов с плавающими сателлитами будет использована при проектировании модельного ряда гидродвигателей, подготовка к производству которых начата на предприятии ООО «Вездеходы «Бурлак» в 2026 году.

Руководитель Центра технической
подготовки производства,
канд. техн. наук, доцент

Главный инженер

С.В. Хрипунов



Приложение В



Курганский завод дорожных машин
КУРГАНДОРМАШ

Адрес: Автозаводская 1а, стр. 31,
Курган, Россия, 640008
Телефон: +7 (3522) 44-36-20
Эл. почта: office@kzdm.ru
Сайт: kzdm.ru

Акционерное Общество

«Курганский завод дорожных машин»

Юридический адрес: 640008, г. Курган,
ул. Автозаводская, 1а, стр. 31

В Диссертационный совет

24.2.437.09

454080, г. Челябинск,
пр. Ленина, 76

АКТ

**об использовании результатов кандидатской диссертационной
работы Алексеевой Юлии Викторовны на тему «Анализ и
совершенствование алгоритмов проектирования некруглых
зубчатых колес планетарных пневмомашин»**

Акционерное Общество «Курганский завод дорожных машин» в течении многих лет выпускает дорожно-строительную и коммунальную технику. Для нужд коммунальной техники востребованы вакуумные насосы. Применяемые для этих целей лопаточные конструкции имеют определённые недостатки, устранение которых может дать существенный технический и экономический эффект. Представленные в диссертации новая конструкция вакуумного насоса и методика геометрического расчёта планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колёсами и плавающими сателлитами вызывает интерес у специалистов предприятия. Рассматривается вопрос об освоении промышленного производства таких насосов. Предложенные результаты диссертационного исследования Ю.В. Алексеевой на тему «Анализ и совершенствование алгоритмов проектирования некруглых зубчатых колес планетарных пневмомашин» обладают актуальностью и могут быть рекомендованы к использованию инженерами-конструкторами при проектировании рабочих механизмов вакуумных насосов и компрессоров.

Технический директор



И.В. Сунгуров