На правах рукописи

Подивилова Елена Олеговна

Моделирование состояния подвижных объектов в условиях неопределённости с разработкой численного метода полиэдральной аппроксимации

Специальность 05.13.18 —
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Челябинск — 2020

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель:	доктор технических наук, профессор **Ширяев Владимир Иванович**
Официальные оппоненты:	**Филимонов Николай Борисович,** доктор технических наук, старший научный сотрудник, федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, лаборатория 45 (г. Москва), главный научный сотрудник
	Тимофеева Галина Адольфовна, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный университет путей сообщения», кафедра «Естественнонаучные дисциплины» (г. Екатеринбург), профессор
Ведущая организация:	Федеральное государственное унитарное предприятие «Научно-производственный центр автоматики и приборостроения имени академика Н. А. Пилюгина» (г. Москва)

Защита состоится 9 декабря 2020 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.14 на базе ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)» по адресу: 454080, г.Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)» и на сайте https://www.susu.ru/dissertation/d212-298-14.

Автореферат разослан «   » октября 2020 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук, доцент

Н.А. Манакова

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Задача оценивания состояния возникает в различных системах управления, таких как системы управления летательными аппаратами, системы слежения и обнаружения целей, автоматизированные системы управления технологическими процессами и предприятиями и др. Система управления функционирует следующим образом: в процессе работы подвижного объекта производится измерение функций компонент вектора состояния, по результатам которого осуществляется оценивание вектора состояния, а затем на основе полученной оценки и критерия качества вырабатывается терминальное управление. При этом подвижные объекты функционируют в условиях неопределённости, обусловленной неполнотой информации о внешних возмущениях и помехах измерений, неточностью в задании параметров модели, малым объёмом измерительной информации.

Выбор алгоритма оценивания зависит от предположений о характере возмущений и помех, действующих в объекте. Если предполагается, что возмущения и помехи являются белыми гауссовскими шумами с известными математическими ожиданиями и ковариационными матрицами, то широкое применение находит фильтр Калмана. Однако для многих измерительных систем, которые используются, например, для обеспечения космических экспериментов, невозможно провести большое число испытаний, поэтому статистическая информация может отсутствовать или быть недостоверной. В этом случае применение фильтра Калмана может быть необоснованным из-за расходимости фильтра. Тогда предполагают, что возмущения и помехи являются неизвестными, но могут принимать произвольные значения из некоторых заданных выпуклых множеств. Такой подход приводит к необходимости решения задачи оценивания в гарантирующей или минимаксной постановке. В этом случае требуется получить оценку в виде информационного множества, в котором гарантированно находится вектор состояния в каждый момент времени на основе модели объекта и измерений, т.е. построить множество возможных траекторий объекта.

Таким образом, актуальной является задача моделирования гарантированных оценок состояния подвижного объекта на основе априорной информации об объекте и текущих измерений, а также разработка алгоритмического и программного обеспечения задачи гарантированного оценивания состояния подвижных объектов.

Степень разработанности темы

Проблема гарантированного оценивания изучается с 60-х годов и активно развивается в настоящее время. Идея гарантированного оценивания впервые была сформулирована Ф.К. Швеппе. Решению задачи оценивания при неслучайных, но ограниченных возмущениях и помехах посвящены работы И.Я. Каца, А.Б. Куржанского , В.М. Кунцевича, Н.Н. Красовского, В.М. Кейна, Ф.Л. Черноусько, а также Б.И. Ананьева, И.А. Богуславского, Е.К. Костоусовой, С.И. Кумкова, М.Л. Лычака, А.И. Матасова, А.И. Овсеевича, В.С. Пацко, Н.Н. Сальникова, Ю.Н. Решетняка, Г.А. Тимофеевой, А.А. Федотова, Н.Б. Филимонова, В.И. Ширяева, А.Ф. Шорикова, T. Alamo, D.P. Bertsekas, E.F. Camacho, H.S. Witsenhausen и др.

Гарантированное оценивание состояния состоит в построении последовательности информационных множеств, которые гарантированно содержат вектор состояния. Построение информационных множеств выполняется с помощью рекуррентных множественно-множественных отображений. Такой подход включает в себя выполнение операций суммы множеств в смысле Минковского, линейного преобразование и пересечения множеств.

Существующие алгоритмы гарантированного оценивания различаются в зависимости от способа описания множеств и алгоритмов выполнения операций над множествами. В работе Ф.К. Швеппе построение информационного множества заключается в построении многомерного эллипсоида, который гарантированно включал оцениваемый вектор состояния подвижного объекта. Также задача эллипсоидального оценивания была развита в работах Ф.Л. Черноусько, А.Б. Куржанского, Г.М. Бакана и др. В данных работах предполагается, что начальное состояние, возмущения и помехи измерения в подвижном объекте удовлетворяют эллипсоидальным ограничениям и требуется найти эллипсоид наименьшего объёма, гарантированно содержащий фазовый вектор системы. Поскольку класс эллипсоидов не инвариантен относительно операций суммы Минковского и пересечения, то результаты этих операций в алгоритме гарантированного оценивания аппроксимируются сверху эллипсоидами, в связи с чем происходит снижение точности.

Для повышения точности оценивания в работах В.М. Кунцевича, М.М. Лычака, А.Ф. Шорикова предлагается описывать множества многогранниками, заданными набором вершин и уравнениями граней. Это приводит к необходимости преобразования в каждый момент времени множества вершин во множество граней и наоборот. Кроме того, с течением времени форма информационных множеств может становиться достаточно сложной, то есть может содержать большое количество вершин и граней, а операции над множествами в этом случае будут вычислительно сложными для систем большой размерности.

Для ограничения числа вершин в информационном множестве применяется описание множеств многогранниками заданной формы. Данный подход в настоящее время активно развивается: в работах Е.К. Костоусовой, A. Vicino, G. Zappa предлагается описывать множества параллелотопами, в работах T. Alamo, E.F. Camacho – зонотопами. Данный подход аналогично эллипсоидальному оцениванию основан на аппроксимации результатов операций суммы и пересечения множеств параллелотопами или зонотопами, поэтому в гарантированных оценках присутствуют потери за счет аппроксимации.

В работах А.В. Лотова, В.А. Бушенкова, И.Г. Поспелова рассмотрены численные алгоритмы построения множеств достижимости линейных динамических объектов, когда на начальное состояние и возмущение наложены ограничения в виде многогранников, описанных системами линейных неравенств. Построение множества достижимости сводится к нахождению фундаментальных решений системы неравенств или ортогональной проекции на основе метода исключения неизвестных или свёртки системы Фурье – Черникова. Недостатком данного метода является появление в промежуточных вычислениях большого количества избыточных неравенств, число которых экспоненциально расчет с увеличением размерности системы, в связи с чем требуются большие вычислительные затраты для их исключения, что не позволяет применять его в реальном времени.

Таким образом, актуальной является разработка алгоритмов гарантированного оценивания на основе аппроксимации информационных множеств выпуклыми многогранниками, что позволит повысить точность оценивания.

Целью данной работы является разработка методов моделирования состояния подвижных объектов в условиях неопределённости, разработка численных алгоритмов полиэдральной аппроксимации информационного множества и их реализация в виде программного комплекса.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1) разработать методы моделирования состояния подвижных объектов в условиях неопределённости с учётом дополнительной информации о модели и характере процесса;
2) разработать методы моделирования гарантированных оценок возмущений и помех;
3) разработать численный алгоритм полиэдральной аппроксимации информационных множеств;
4) сравнить разработанные алгоритмы гарантированного оценивания, основанные на полиэдральной аппроксимации информационных множеств, с существующими алгоритмами оценивания;
5) реализовать разработанные алгоритмы в виде комплекса программ и провести вычислительные и натурные эксперименты для различных подвижных объектов.

Научная новизна:

В области математического моделирования

1. Разработан метод моделирования гарантированных оценок вектора состояния подвижного объекта с учётом дополнительной информации о характере возмущений в виде ограничения на среднее значение и разложения возмущения по системе функций с постоянными неизвестными коэффициентами. Полученные алгоритмы позволяют повысить точность гарантированных оценок состояния за счет включения в математическую модель описания информационного множества дополнительной информации о модели и характере возмущений.
2. Разработан метод моделирования гарантированных оценок возмущений и помех на основе неявного задания на некотором временном отрезке вектора состояния подвижного объекта системами линейных уравнений и неравенств, что может быть в дальнейшем использовано для разработки адаптивных алгоритмов оценивания и управления, прогнозирования состояния системы и построения множеств достижимости.

В области численных методов

3. Предложен алгоритм построения полиэдральной аппроксимации информационного множества без выполнения вычислительно затратных опе-

раций суммы Минковского и пересечения множеств на основе неявного описания информационного множества системами линейных неравенств и уравнений. Оценка информационного множества строится в виде многогранника заданной формы, что позволяет повысить точность оценивания по сравнению с существующими алгоритмами аппроксимации эллипсоидами и параллелепипедами. Для повышения точности аппроксимации предложен выбор направлений аппроксимирующего многогранника на основе модели подвижного объекта и ограничений на множества возмущений и помех.

В области комплексов программ

4. Разработан программный комплекс для построения гарантированных оценок вектора состояния, возмущения и помех методом полиэдральной аппроксимации информационных множеств для подвижных объектов с геометрическими ограничениями. Данный комплекс позволяет на этапе проектирования системы управления подвижным объектом оценить время вычисления оценок, точность оценивания, анализировать гарантированные оценки вектора состояния объекта при различных составах измерительных систем, характеристиках точности измерительных приборов и датчиков, реализациях возмущений и помех, параметрах математической модели движения объекта.

Теоретическая значимость диссертационного исследования заключается в разработке нового подхода к моделированию информационных множеств и их эволюции. Предложенные алгоритмы позволяют получать не только гарантированные оценки вектора состояния, но и множества прогнозов вектора состояния, гарантированные оценки реализовавшихся возмущений и помех, действующих на подвижный объект, что может быть в дальнейшем использовано для разработки адаптивных алгоритмов оценивания и управления, а также прогнозирования состояния объекта. Кроме того, гарантированные оценки могут быть использованы для синтеза управления, когда качество функционирования подвижного объекта оценивается принадлежностью вектора состояния некоторому множеству и требуется управлять трубкой траекторий.

Практическая значимость заключается в применимости разработанных алгоритмов гарантированного оценивания вектора состояния в задачах управления летательными аппаратами, фильтрации в бесплатформенных инерциальных навигационных системах, динамических измерений и др. Создан программный комплекс, реализующий разработанные алгоритмы и позволяющий на этапе проектирования систем управления исследовать точность и время вычисления оценок вектора состояния подвижных объектов, полученных при различных условиях функционирования объекта, например, при различных параметрах модели, реализациях возмущений и помех, ограничениях на начальное состояние, возмущения и помехи и позволяющий и на основе этих исследований подбирать параметры измерительных систем. На программный комплекс получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017615448 от 16.05.2017.

Реализация и внедрение. Предложенные алгоритмы применялись в научно-исследовательской работе АО «НПО автоматики» (г. Екатеринбург) "Разработка алгоритмов обработки измерительной информации и анализ точности волоконно-оптического гироскопа ВОГК-2 и его модификаций"(номер темы: ОКБ/103-11 2011058). Разработанные алгоритмы гарантированного оценивания могут быть применены для повышения эффективности, надежности и качества систем управления, разрабатываемых в ООО «ДСТ-УРАЛ» (г. Челябинск). Получены акты об использовании результатов диссертационного исследования.

Методология и методы исследования. В работе использовались методы линейной алгебры, математического моделирования, теории оптимизации, фильтрации, теории систем управления. Для реализации разработанных алгоритмов и обработки полученных данных использовался пакет прикладных программ MATLAB.

Степень достоверности полученных результатов подтверждается строгостью математической постановки задачи исследования, корректным использованием математического аппарата, согласованностью результатов вычислительных экспериментов с модельными примерами, натурными экспериментами, а также тестированием разработанного программного комплекса на различных математических моделях подвижных объектов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международной научно-практической конференции «Измерения: состояние, перспективы развития» (Челябинск, 2012), на XI международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов» (Екатеринбург, 2012), на конференции «Актуальные проблемы автоматизации и управления» (Челябинск, 2013), на XVIII «Макеевских чтениях» (Екатеринбург, 2014), на XII Всероссийском совещании по проблемам управления (Москва, 2014), на 14-й международной конференции «Авиация и космонавтика – 2015» (Москва, 2015), на международных научно-технических конференциях «The International Conference on Industrial Engineering (ICIE)» (Челябинск, 2015, 2016, 2017, 2020), на международном форуме «Информационные технологии на службе оборонно-промышленного комплекса – 2016» (Челябинск, 2016), на всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и информационные технологии» (Екатеринбург, 2016).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 26 публикациях, 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1–6], 7 – в изданиях, входящих в международную базу Scopus [7–13]. В совместных с научным руководителем работах научному руководителю принадлежит постановка задачи. Из работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию включены результаты, полученные лично автором.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения. Полный объем диссертации составляет 184 страницы с 84 рисунками и 4 таблицами. Список литературы содержит 173 наименования.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, описывается степень разработанности проблемы, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна, теоретическая и практическая значимость, описаны методы исследования, степень достоверности и апробация результатов.

Первая глава посвящена обзору методов оценивания вектора состояния подвижных объектов, процессы в которых описываются линейными разностными уравнениями вида:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \Gamma w_k; \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, \quad k = 0,1,\ldots N, \end{cases} \tag{1}$$

где $x_k \in R^{n_x}$, $w_k \in R^{n_w}$, $y_k \in R^{n_y}$, $v_k \in R^{n_v}$ – векторы состояния, возмущения, измерения, ошибок измерений на k-м шаге соответственно; A, B, Γ, G, H – известные матрицы.

В п.1.1 рассмотрены вероятностные алгоритмы оценивания, основанные на предположении, что известны статистические характеристики возмущений, помех, действующих на объект. Однако в реальных условиях, когда невозможно провести большое число испытаний, статистическая информация может отсутствовать или быть недостоверной. Поэтому неопределённость описывают принадлежностью реализаций некоторым множествам:

$$x_0 \in X_0, \quad w_k \in W, \quad v_k \in V, \tag{2}$$

что приводит к необходимости решения задачи оценивания в гарантирующей или минимаксной постановке. При таком подходе требуется получить оценку в виде информационного множества $\bar{X}_k$, в котором гарантированно находится вектор состояния $x_k \in \bar{X}_k$ (рис. 1):

$$X_{k+1/k} = A\bar{X}_k + \Gamma W, \quad k = 0,1,...,N, \tag{3}$$

$$X[y_{k+1}] = \{x | Gx + Hv = y_{k+1}, \forall v \in V\}, \quad k = 0,1,...,N, \tag{4}$$

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X[y_{k+1}], \quad k = 0,1,...,N. \tag{5}$$

Однако построение информационных множеств является вычислительно сложной задачей для систем больших размерностей. В п.1.2 описаны известные методы гарантированного оценивания вектора состояния подвижных объектов и методы аппроксимации информационных множеств. Гарантированные оценки, полученные с помощью эллипсоидального и интервального подходов, могут не обеспечивать требуемой точности для систем управления, поэтому для линейных динамических объектов гарантированную оценку вектора состояния целесообразней получать в виде многогранников. Таким образом, актуальной является

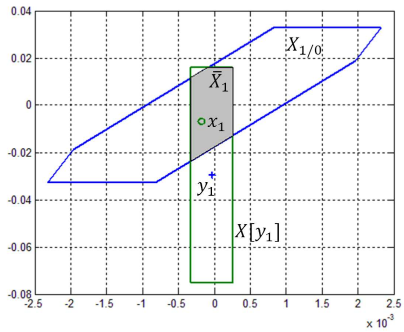

Рис. 1: Пример построения информационного множества

разработка алгоритмов гарантированного оценивания на основе аппроксимации выпуклыми многогранниками.

Вторая глава посвящена разработке алгоритмов гарантированного оценивания методом полиэдральной апроксимации информационных множеств с использованием систем линейных уравнений и неравенств. В п.2.1 рассмотрена постановка задачи оценивания для подвижных объектов с геометрическими ограничениями. В п.2.2 рассмотрена математическая модель эволюции информационных множеств в виде неявного задания вектора состояния подвижного объекта системами линейных уравнений и неравенств, где в качестве переменных выступают вектора состояния x_k, векторов возмущения w_k и помех измерения v_k, отвечающих всему временному интервалу, на котором производились измерения.

П.2.3 посвящен разработке алгоритма полиэдральной аппроксимации информационного множества $\bar{X}_k$, когда для начального состояния x_0, возмущения w_k и помех измерений v_k заданы множественные ограничения в виде многогранников:

$$x_0 \in \bar{X}_0 : A_{x_0} x_0 \le b_{x_0}, \quad w_k \in W : A_w w_k \le b_w, \quad v_k \in V : A_v v_k \le b_v. \tag{6}$$

Приведена процедура построения аппроксимации информационного множества сверху многогранником любой формы на основе неявного задания информационного множества системами линейных неравенств и уравнений, полученных из модели процесса и исходных ограничений. Форма многогранника выбирается априорно в зависимости от требований задачи. В простейшем случае, когда требуется покоординатная оценка, аппроксимирующий многогранник представляет собой параллелепипед, ориентированный параллельно координатным плоскостям (рис. 2). Процедура построена без выполнения вычислительно затратных операций суммы и пересечения множеств и заключается в решении ряда задач линейного программирования.

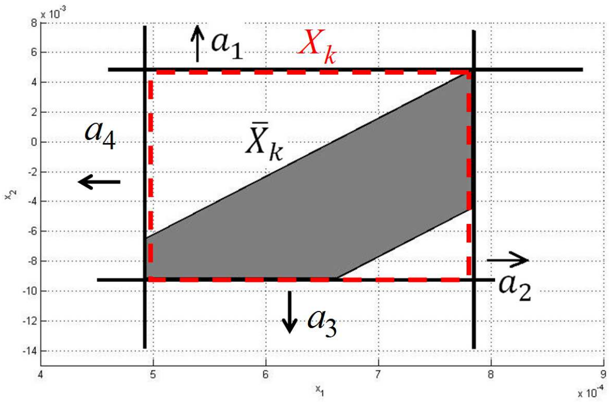

Рис. 2: Пример построения аппроксимации X_k информационного множества $\bar{X}_k$.

Алгоритм 1. Полиэдральная аппроксимация

Шаг 1. Положим $k = 0$.

Шаг 2. Получим систему линейных уравнений, описывающую модель объекта:

$$\begin{cases} x_{k+1} - A x_k - \Gamma w_k = B u_k; \\ G x_{k+1} + H v_{k+1} = y_{k+1}, \end{cases} \tag{7}$$

или в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} I & -A & -\Gamma & \mathbf{0} \\ G & \mathbf{0} & \mathbf{0} & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ x_k \\ w_k \\ v_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B u_k \\ y_{k+1} \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Шаг 3. Получим систему линейных неравенств из ограничений (6):

$$\begin{cases} A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}; \\ A_w w_k \leq b_w; \\ A_v v_k \leq b_v, \end{cases} \tag{9}$$

или в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & A_{x_k} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ x_k \\ w_k \\ v_{k+1} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} b_{x_k} \\ b_w \\ b_v \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Шаг 4. Аппроксимируем информационное множество $\bar{X}_{k+1}$ многогранником X_{k+1} с набором граней, записанных по строкам матрицы $A_{x_{k+1}}$, т.е. получим многогранник X_{k+1}, т.ч. $\bar{X}_{k+1} \subseteq X_{k+1}$, описанный системой линейных неравенств

$$X_{k+1} = \{x | A_{x_{k+1}} x \leq b_{x_{k+1}}\}. \tag{11}$$

Для каждого направления a_i (i-я строка матрицы $A_{x_{k+1}}$) решаем задачу линейного программирования

$$x^*_{k+1} = \text{argmax}\, \langle a_i, x_{k+1} \rangle, \tag{12}$$

при ограничениях (8), (10), где $\langle a_i, x_{k+1} \rangle$ – скалярное произведение векторов a_i и x_{k+1}, тогда i-я координата вектора $b_{x_{k+1}}$ равна

$$b_{x_{k+1}}(i) = \langle a_i, x^*_{k+1} \rangle. \tag{13}$$

Шаг 5. Увеличим $k = k + 1$. Если $k = N$ конец алгоритма, иначе перейти к шагу 2.

Повысить точность можно, если учитывать информацию об измерениях, возмущениях и помехах, полученную не с одного предыдущего k-го шага, а с нескольких предыдущих шагов k, $k-1$,..., $k-L$.

Алгоритм 2. Полиэдральная аппроксимация по L измерениям

Шаг 1. Зададим L – число предыдущих шагов, значения измерений и управлений с которых будут использованы для вычисления текущей оценки.

Шаг 2. Составим систему линейных уравнений, описывающих систему (1) на последних L шагах:

$$\begin{pmatrix} I & -A & \mathbf{0} & \cdots & -\Gamma & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I & -A & \cdots & \mathbf{0} & -\Gamma & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I & -A & \cdots & \mathbf{0} & -\Gamma & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ G & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & H & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \cdots & G & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \cdots & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \cdots \\ x_{k-L} \\ w_{k-1} \\ \cdots \\ w_{k-L} \\ v_k \\ \cdots \\ v_{k-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Bu_{k-1} \\ \cdots \\ Bu_{k-L} \\ y_k \\ \cdots \\ y_{k-L} \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Шаг 3. Составим систему линейных неравенств, описывающих ограничения на возмущения, помехи и оценку на последних L шагах:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & \cdots & A_{x_{k-L}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & A_w & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & Aw & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & A_v & \cdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & A_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \cdots \\ x_{k-L} \\ w_{k-1} \\ \cdots \\ w_{k-L} \\ v_k \\ \cdots \\ v_{k-L} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} b_{x_{k-L}} \\ b_w \\ \cdots \\ \\ b_w \\ b_v \\ \cdots \\ b_v \end{pmatrix}. \qquad (15)$$

Шаг 4. Построим аппроксимацию информационного множества X_k:

$$\bar{X}_k \subseteq X_k = \{x_k | A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}\}. \qquad (16)$$

$$x_k^* = \operatorname{argmax} \langle a_i, x_k \rangle, \qquad (17)$$

при ограничениях (14),(15)тогда i-я координата вектора b_{x_k} равна

$$b_{x_k}(i) = \langle a_i, x_k^* \rangle. \qquad (18)$$

Шаг 5. Увеличим $k = k + 1$. Если $k = N$ конец алгоритма, иначе перейти к шагу 2.

В п.2.4 проведено сравнение оценок, полученных в результате применения разработанных алгоритмов с эллипсоидальными оценками и доверительными областями, полученными по результатам оценки фильтра Калмана. Вычислительные эксперименты показали, что время вычисления эллипсоидальных оценок оказалось больше, чем при полиэдральной аппроксимации. Доверительные области фильтра Калмана могут быть меньше аппроксимаций многогранниками и эллипсоидами, но истинное состояние системы может не находиться внутри данной области.

В п.2.5 приведена оценка вычислительной сложности разработанных алгоритмов. Время, требуемое для вычисления аппроксимации зависит от размерностей фазового вектора, возмущения и помехи, от количества граней аппроксимирующего многогранника, а также от ширины окна, то есть от количества последних измерений, которые учитываются при вычислении текущей оценки.

Третья глава посвящена моделированию гарантированных оценок с учётом дополнительной информации о характере и модели процесса. В п.3.1 перечислены некоторые особенности моделей которые могут быть учтены при использовании алгоритма гарантированного оценивания, описанного в гл.2. Например, значения возмущений и помех могут быть не только ограничены, но и иметь ограниченные приращения по координатам i:

$$|w_{k+1}(i) - w_k(i)| \leq \delta_w(i), \quad i = 1,..,n_w, \quad \delta_w - \text{заданный вектор}. \qquad (19)$$

При использовании фильтра Калмана предполагается, что возмущения и помехи являются случайными величинами с математическим ожиданием, равным нулю, то есть в системе отсутствуют систематические ошибки. Рассмотрено включение в систему аналогичного ограничения на среднее значение возмущения по координатам i при использовании гарантированного подхода:

$$\left|\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(w_k(i))\right| \leq \epsilon_w(i), \quad i = 1,..,n_w, \quad \epsilon_w - \text{заданный вектор.} \tag{20}$$

Условия (19), (20) являются линейными неравенствами и могут быть включены в системы (10), (15) в алгоритмах 1 и 2 для получения более точной оценки вектора состояния.

В п.3.2 рассмотрен случай, описанный в работах Пугачева В.С., Александрова А.Г. и др., когда возмущения w_k, $k = 0,1,...,N$, можно представить в виде разложения по системе функций ϕ_{ik}:

$$w_k = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \phi_{ik}, \quad k = 0,1,...,N, \tag{21}$$

где α_i, $i = 1,...,m$, – постоянные неизвестные коэффициенты, которые необходимо вычислять в реальном времени по результатам измерений.

В этом случае модель системы записывается с расширенным вектором состояния:

$$z_{k+1} = \tilde{A}_k z_k, \quad y_{k+1} = \tilde{G} z_{k+1} + H v_{k+1}, \tag{22}$$

где $z_k = [x_k \ \ \alpha]'$, $\alpha = [\alpha_1 \ \ \alpha_2 \ \ ....\alpha_m]'$, $\tilde{A}_k = \left[\begin{array}{c:c} A & \Gamma\Phi_k \\ \hdashline \mathbf{0} & I \end{array}\right]$, $\tilde{G} = [\ G \ \vdots\ \mathbf{0}\ ]$.

Оценка вектора z_k производится по алгоритму 2. За счёт использования информации о том, что коэффициенты разложения являются постоянными, оценка вектора состояния получается точнее, чем в случае, когда возмущение известно с точностью до множества возможных значений: для рассмотренной двумерной системы к шагу $k = 20$ диапазон возможных значений по первой координате получился в 3,1 раз меньше, а по второй – в 5,8 раз меньше, а оценка коэффициентов разложения получилась в 14,5 раз лучше по сравнению с априорными оценками.

В п.3.3 рассмотрена модель движения третьего порядка, которая используется при описании бокового и продольного движения бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Для данной модели разработан алгоритм гарантированного оценивания без каких-либо итерационных процедур, в котором выполняется заранее известное число операций, в связи с чем время вычисления аппроксимации сравнимо с временем, требуемым для вычисления оценок фильтра Калмана.

В п.3.4 рассмотрено гарантированное оценивание при аномальных измерениях, когда происходит выброс помех измерений из априорно заданного множества возможных значений. Установлено, что если величина выброса превышает сумму проекций диаметров множеств AV и ΓW по какой-либо из координат, то такой выброс гарантированно будет обнаружен.

В п.3.5 рассмотрен алгоритм гарантированного оценивания дискретной переключаемой системы:

$$
\begin{cases} x_{k+1} = A_{\sigma(k)}x_k + B_{\sigma(k)}u_k + F_{\sigma(k)}w_k; \\ y_{k+1} = C_{\sigma(k)}x_{k+1} + D_{\sigma(k)}v_{k+1}, \quad k = 0,1,...,N, \end{cases} \tag{23}
$$

где $x_k \in R^{n_x}$ – вектор состояния системы, $u_k \in R^{n_u}$ – известное управление, $w_k \in R^{n_w}$ – возмущение, $y_k \in R^{n_y}$ – измерение, $v_k \in R^{n_v}$ – помехи измерения. В каждый момент времени $k \geq 0$ матрица $A_{\sigma(k)} \in R^{n_x \times n_x}$ может принимать одно значение из заданного множества матриц $\{A_1,...,A_M\}$, для матриц $B_{\sigma(k)}$, $F_{\sigma(k)}$, $C_{\sigma(k)}$, $D_{\sigma(k)}$ заданы аналогичные условия. Какая подсистема m на каждом k-м шаге является активной, неизвестно, но известны множества возможных значений этих матриц. Для каждого возможного состояния $\sigma(k)$ переключаемой системы вычисляется аппроксимация информационного множества. Результирующая множественная оценка вектора состояния переключаемой системы вычисляется в результате объединение полученных множеств.

В **четвертой главе** рассмотрена реализация алгоритмов гарантированного оценивания с использованием метода полиэдральной аппроксимации. В п.4.1, 4.2 приведены вычислительные эксперименты по гарантированному оцениванию состояния на примере модели углового движения летательного аппарата и модели ошибок БИНС в продольном и боковом каналах.

В п.4.3 рассмотрены экспериментальные измерения ВОГК-2. Показано применение алгоритмов гарантированного оценивания для идентификации коэффициентов разложения «быстрых» колебаний в измерениях ВОГК-2 по системе хаотических процессов. Задача оценивания коэффициентов сведена к задаче оценивания вектора состояния, который является постоянным, но неизвестным и измеряемым с ошибкой. При этом оценка коэффициентов проводится по некоторому набору измерений, а далее вычисляется прогноз значения. Диапазон значений колебаний в измерениях ВОГК-2 составлял [–200, 250], а диапазон ошибок прогноза значений колебаний в результате применения гарантированного подхода для оценки коэффициентов составляет [–100, 100], то есть неопределённость удалось уменьшить в 2,25 раз, что может быть использовано для повышения точности определения проекции угловой скорости, а значит и азимута.

В п.4.4 рассмотрено гарантированное оценивание положения дроссельной заслонки и электрического тока, потребляемого дроссельной заслонкой, по результатам натурного эксперимента. Нелинейная модель движения дроссельной заслонки описана системой дифференциальных уравнений вида:

$$
\begin{cases} \dot{\theta} = a_{12}\omega; \\ \dot{\omega} = a_{21}\omega + a_{22}\theta + a_{23}z + c + f(\theta,\omega); \\ \dot{z} = a_{32}\omega + a_{33}z + bu, \\ y = \theta + v, \end{cases} \tag{24}
$$

где $\theta \in R$ – угол поворота, $\omega \in R$ – угловая скорость, $z \in R$ – электрический ток; $u \in R$ – входное напряжение; f – непрерывная нелинейная функция,

y – измерения угла поворота, v – ошибка измерений, $a_{12},\ldots,a_{33}$, c – известные постоянные величины. Датчик угла поворота производит измерения с максимальной ошибкой 9/256 вольт.

Параметры модели движения заслонки (24) зависят от значения угла поворота, поэтому модель движения приведена к дискретной линейной переключаемой системе. Применен алгоритм, описанный в п.3.5 для оцен-

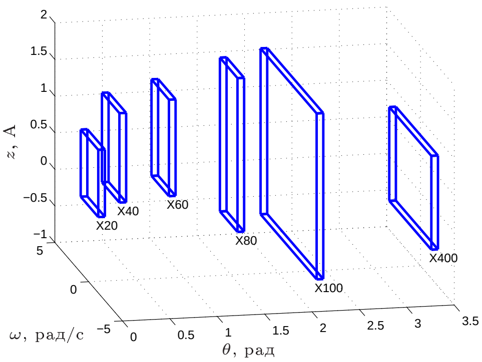

Рис. 3: Гарантированные оценки X_k.

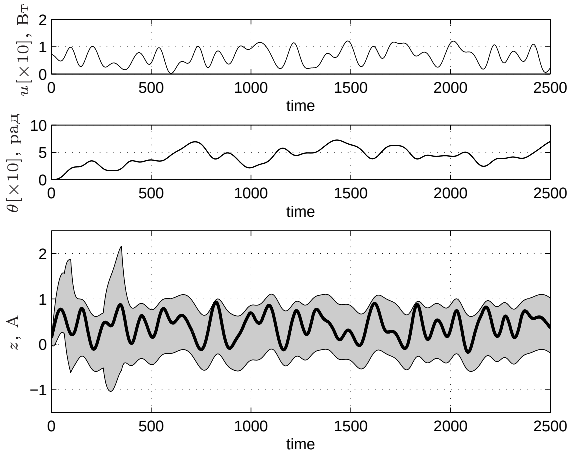

Рис. 4: Входное напряжение u, оценка угла поворота θ, оценка электрического тока z.

ки состояния системы для известного управления u и измерений y (рис. 3). Истинное значение, как и ожидалось, на всех шагах оказалось внутри множественной оценки (рис. 4). Отметим, что оценка угла поворота оказалась достаточно точной. Время оценки состояния на каждом шаге составило 52 миллисекунды.

В п.4.5 рассмотрено применение гарантированного подхода для оценки температуры при измерении температуры термопарами с целью уменьшения времени получения реального значения температуры. На основе модели переходного процесса термопары и по результатам текущих измерений получены гарантированные оценки температуры с помощью алгоритма 2 (рис. 5). В проведенных экспериментах время получения реального значения температуры удалось уменьшить в 1,7 – 2 раза.

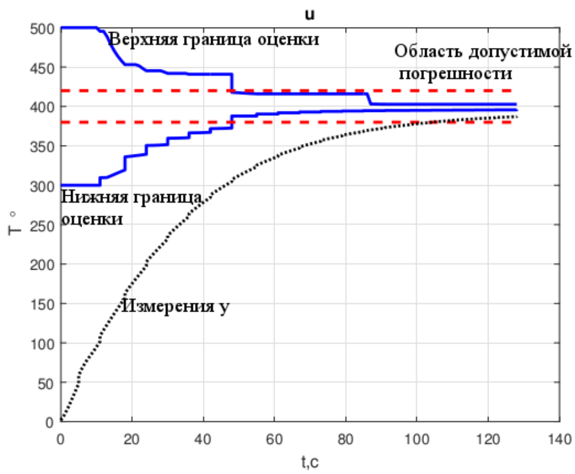

Рис. 5: Оценка температуры u

Кроме того, построение гарантированных оценок температуры особенно актуально при определении перегрева. В одном эксперименте через 6 секунд после начала процесса получили информацию, что перегрева нет.

В **пятой главе** описан пакет программ в среде MATLAB, реализующий разработанные алгоритмы, предназначенный для проведения вычислительных экспериментов и исследования гарантированных оценок состояния подвижных объектов методом полиэдральной аппроксимации информационных множеств при различных особенностях функционирования объекта.

В **заключении** представлены итоги выполненного исследования и направления дальнейшей разработки темы.

Основные положения, выносимые на защиту:

В рамках развития качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п.2):

1. Качественно исследованы модели состояния подвижных объектов и возмущений при наличии дополнительной информации о характере возмущений, основанные на описании информационных множеств системами линейных уравнений и неравенств. Разработан численный метод оценки параметров модели возмущений в случае при разложении возмущений по системе функций.
2. Исследованы гарантированные оценки состояния подвижных объектов при аномальных измерениях. Получена оценка величины выброса помехи из априорно заданного множества при аномальном измерении, который гарантированно может быть обнаружен.

В рамках разработки, обоснования и тестирования эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п.3):

3. Численный метод полиэдральной аппроксимации информационных множеств в задаче гарантированного оценивания состояния подвижных объектов с использованием математической модели информационных множеств в виде неявного задания вектора состояния подвижного объекта системами линейных уравнений и неравенств.

В рамках реализации эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (п.4):

4. Программный комплекс для построения гарантированных оценок вектора состояния, возмущений и помех методом полиэдральной аппроксимации.
5. Вычислительные и натурные эксперименты, проведенные для математических моделей различных подвижных объектов, демонстрирующие преимущества разработанных алгоритмов: увеличение точности по сравнению с эллипсоидальным и интервальным подходами, увеличение быстродействия по сравнению с гарантированным оцениванием методом эллипсоидов.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в ведущих российских рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ:

1. Подивилова, Е.О. Сравнение минимаксного и калмановского алгоритмов оценивания векторов состояния динамических систем / Е.О. Подивилова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2012. – Т. 17, №35(294). – С. 135–138.
2. Подивилова, Е.О. Сравнение оценок минимаксного фильтра и фильтра Калмана /Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2012. – Т. 14, №40(299). – С. 182–186.

3. Фокин, Л.А. Об анализе погрешностей интегрированной навигационной системы и методах их оценивания / Л.А. Фокин, В.И. Ширяев, Е.О. Подивилова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2012. – Т. 17, № 35(294). – С. 127–134.
4. Подивилова, Е.О. О подходе к оцениванию состояния динамических систем как к решению системы линейных неравенств / Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев// Вестник ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2013. – Т. 17, №3(13). – С. 133–136.
5. Фокин, Л.А. Об использовании калмановского и минимаксного алгоритмов оценивания погрешностей интегрированной навигационной системы / Л.А. Фокин, В.И. Ширяев, Е.О. Подивилова // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления – 2013. – № 3. – С. 65–79.
6. Ширяев, В.И. Аппроксимация информационных множеств в задаче гарантированного оценивания состояния динамических систем в условиях неопределенности / В.И. Ширяев, Е.О. Подивилова // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 7. – С. 10–16.

Публикации в рецензируемых научных журналах и изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science:

7. Podivilova, E. Set-valued estimation of switching linear system: an application to an automotive throttle valve / E. Podivilova, A.N. Vargas, V. Shiryaev, L. Acho // International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields. – 2015. – Vol. 29, № 4. – P. 755–762.
8. Shiryaev, V.I. Set-valued estimation of linear dynamical system state when disturbance is decomposed as a system of functions / V.I. Shiryaev, E.O. Podivilova // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 129. – P. 252–258.
9. Shiryaev, V.I. Algorithm of set-valued state estimation for strapdown inertial navigation systems / V.I. Shiryaev, E.O. Podivilova // IEEE Xplore, 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2016. – DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7910917.
10. Podivilova, E. Set-valued linear dynamical system state estimation with anomalous measurement errors / E. Podivilova, V. Shiryaev // CEUR Workshop Proceedings. 3rd Russian Conference "Mathematical Modeling and Information Technologies"; Ural State University of Railway TransportYekaterinburg; Russian Federation; 16 November 2016. – Vol. 1825. – P. 80–87.
11. Podivilova, E. Comparison of set-valued dynamical system state estimates / E. Podivilova, V. Shiryaev, E.V. Gusev // IEEE Xplore. 2nd International Ural Conference on Measurements (UralCon). – DOI:10.1109/URALCON.2017.8120687.
12. Podivilova, E. Application of model and process features in set-valued dynamical system state estimation / E. Podivilova, V. Shiryaev // IEEE Xplore. 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – DOI:10.1109/ICIEAM.2017.8076144.
13. Podivilova, E Set-valued approach to problem of temperature dynamic measurements / E. Podivilova, V. Shiryaev // IEEE Xplore. 2020 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Sochi, Russia, 2020. – DOI: 10.1109/ICIEAM48468.2020.9111890.

Подписано в печать 28.09.2020. Формат 60x84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 0,93. Тираж 130 экз. Заказ 3557.
Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО "Профессорский".
454080, г. Челябинск, ул. Энтузиастов, 5.