

На правах рукописи



ОПРЫШКО ОЛЬГА ВЛАДИМИРОВНА

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИДОННЫХ ЧАСТЕЙ
ТОРНАДО И ТРОПИЧЕСКОГО ЦИКЛОНА
В СТАЦИОНАРНОМ СЛУЧАЕ

1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ЧЕЛЯБИНСК – 2023

Работа выполнена в филиале ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» в г. Снежинске

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук
Крутова Ирина Юрьевна

Официальные оппоненты:

Еремин Антон Владимирович,
доктор технических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Самарский государственный
технический университет», проректор
по интеграционным проектам

Просвиряков Евгений Юрьевич,
доктор физико-математических наук,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»,
кафедра информационных технологий и
систем управления, профессор

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Объединенный институт
высоких температур Российской академии наук

Защита диссертации состоится 29 сентября 2023 года в 13 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.437.05, созданного на базе Южно-Уральского государственного университета, по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» и на сайте:

<https://www.susu.ru/dissertation/24243705-d-21229814/opryshko-olga-vladimirovna>

Автореферат разослан «___» июля 2023 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук, профессор

Н.А. Манакова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Вихри, смерчи, торнадо сопровождают человека на протяжении многих столетий. Они зарождаются при достаточно теплых погодных условиях из прогретого воздуха, который устремляется ввысь. Восходящие закрученные потоки характеризуются тем, что набирают высокие скорости и разрушают всё на своём пути, оставляя за собой массу разрушений. Подобные течения существуют достаточно продолжительное время.

Исторически ученые предполагали¹, что вращение торнадо начинается в грозовых облаках, создавая воронку, которая движется вниз. Эта теория соответствует тому, что охотники за штормами обычно визуально наблюдают в полевых условиях. Часто, заметны воронкообразные облака, постепенно опускающиеся к Земле. Однако, в результате последнего исследования с новым доплеровским радаром Я. Хаузер выяснилось, что свое начало торнадо берет от Земли². По данным, которые собрал А. Сеймон, географ из Аппалачского государственного университета в Буне, и радиолокационным данным, собранными Я. Хаузер появились прямые доказательства вращения на Земле до вращения на высотах. Во всех наборах данных, с которыми был проведен анализ, ни один из вихрей не был сформирован по традиционной схеме «сверху вниз».

Фундаментальной частью настоящей работы является исследование математической модели, которая учитывает теорию происхождения и функционирования вихревого потока воздуха, впервые предложенную и описанную в 2008 году профессором С.П. Баутиным³, которая предполагает формирование торнадо от поверхности Земли. Рассматривается система уравнений газовой динамики при учете действия сил тяжести и Кориолиса.

В научной литературе изучение вихрей вызывает немалый интерес, но из-за своих разрушительных качеств их достаточно опасно наблюдать и изучать в природе. Численное моделирование торнадо является наиболее безопасным способом для изучения физических процессов, происходящих в вихре, которое позволяет приблизительно оценить силу потока. *Актуальность работы* обуславливается необходимостью понимания сути физических процессов, происходящих в восходящих закрученных потоках, важностью тщательного и глубокого изучения природы возникновения вихрей для раннего предупреждения и эффективной борьбы с их разрушительными последствиями.

Многочисленное число исследователей активно изучают природное явление торнадо. Рассматриваются разные математические модели, которые описывают

¹Наливкин, Д.В. Ураганы, бури и смерчи. Географические особенности и геологическая деятельность / Д.В. Наливкин. – Л. : Наука, 1969. – 487 с.

²Bluestein, H.B. Observations of the boundary layer near tornadoes and in supercells using a mobile, collocated, pulsed Doppler lidar and radar / H.B. Bluestein, J.D. Houser, M.M. French, J.C. Snyder, G.D. Emmit, I. PopStefanija, C. Baldi, R.T. Bluth // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2014. – V.31. – P. 302-325.

³Баутин, С.П. Торнадо и сила Кориолиса / С.П. Баутин. – Новосибирск: Наука, 2008. – 96 с.

вихревые течения: С.В. Алексеенко, П.А. Куйбин, В.Л. Окулов исследуют модель, где в основе механизма взаимодействия «вихревых нитей» лежит закон Био – Савара, действием которого обусловлено самоиндуцированное движение нитей с учетом вязкостных эффектов; У. Юсупалиев, Н.П. Савенкова, С.А. Шутеев, С.А. Складчиков рассматривают математическую модель, включающую в себя: уравнение неразрывности, уравнения движения, теплопроводности с источником тепловой энергии, уравнение состояния идеального газа, записанных во вращающейся системе координат; С.А. Арсентьев, В.А. Бабкин, А.Ю. Губарь, В.Н. Николаевский рассматривают теорию возникновения торнадо и смерчей из тихого мезо-антициклона, который формируется в нижней или боковой части грозового облака с размером примерно в один километр, в качестве источника энергии, питающим торнадо является сильно вращающиеся турбулентные вихри.

В научной школе С.П. Баутина⁴ рассматриваются потоки, которые формируются от поверхности Земли на этапе зарождения, существования и разрушения вихрей. Основной идеей, объясняющей как возникновение, так и устойчивое функционирование восходящих закрученных потоков является то, что в природе необходима сила, которая постоянно присутствует и обладает вращательным моментом – сила Кориолиса, вызванная вращением Земли, вокруг своей оси. Имеется полное описание процесса зарождения, функционирования и разрушения торнадо, которое могло бы объяснить откуда идет постоянный приток энергии, как возникает закрутка или формируется поток при зарождении вихря от поверхности Земли.

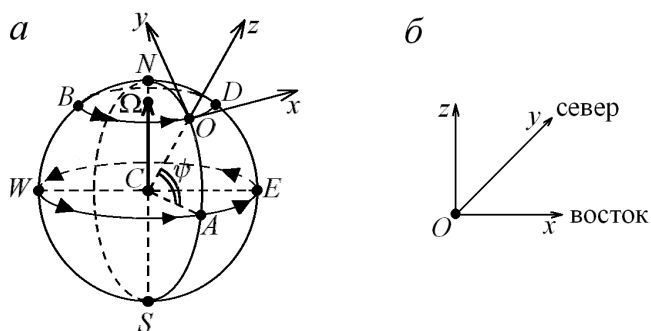


Рис. 1 – Поверхность Земли

На рис. 1 условно изображена поверхность Земли. В точке O находится прямоугольная система координат, которая вращается вместе с Землей; $\Omega = |\Omega|$ – модуль угловой скорости вращения Земли; ψ – широта, на которой функционирует торнадо. Вихревому потоку присуща симметрия вращения, тогда течение газа удобнее рассмотреть в цилиндрических координатах: r, φ, z , где r, φ – полярный радиус и угол в плоскости xOy .

У каждого вихря есть определенные фазы: формирования, функционирования и разрушения. Восходящему закрученному потоку требуется некоторое время для того, чтобы сформировать устойчивое движение в придонной части и далее в вертикальной. Полностью сформированный поток в природе существует достаточно длительное время. Начиная с некоторого момента, вихрь выходит на такой режим, когда в каждой точке пространства движение происходит, но наблюдается

⁴Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г. Газодинамическая теория восходящих закрученных потоков: монография Екатеринбург: УрГУПС, 2020. – 399 с.

не изменяющаяся картина устоявшегося потока. В диссертационной работе для сформированного вихря полагается производная по времени равная нулю и рассматривается **стационарный случай математической модели Баутина:**

$$\left\{ \begin{array}{l} uc_r + \frac{v}{r}c_\varphi + wc_z + \frac{(\gamma - 1)}{2}c \left(u_r + \frac{u}{r} + \frac{v_\varphi}{r} + w_z \right) = 0, \\ uu_r + \frac{v}{r}u_\varphi - \frac{v^2}{r} + wu_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}cc_r = av - bw \cos \varphi, \\ uv_r + \frac{uv}{r} + \frac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}\frac{c}{r}c_\varphi = -au + bw \sin \varphi, \\ uw_r + \frac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}cc_z = bu \cos \varphi - bv \sin \varphi - g. \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c(r, \varphi, z)|_{z=0} = c_0(r, \varphi), \\ u(r, \varphi, z)|_{z=0} = u_0(r, \varphi), \\ v(r, \varphi, z)|_{z=0} = v_0(r, \varphi), \\ w(r, \varphi, z)|_{z=0} = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Для системы уравнений (1) ставится задача с начальными данными (2), заданными на плоскости $z = 0$ и условиями для окружной и радиальной скорости газа на радиусе цилиндра в $r = r_{in}$, где r_{in} – радиус притока: $u(r, \varphi, z)|_{r=r_{in}} = u_{in}$, $u_{in} = \text{const} < 0$, $v(r, \varphi, z)|_{r=r_{in}} = 0$. В системе (1) r и φ – полярный радиус и угол; $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ – скорость звука газа; $\gamma = \text{const} > 1$ – показатель политропы газа в уравнении состояния $p = \rho^\gamma/\gamma$, где p и ρ – давление и плотность газа, в вычислительных экспериментах полагалась $\gamma = 1.4$; u, v, w – радиальная, окружная и вертикальная составляющие вектора скорости газа соответственно; $a = 2\Omega \sin \psi$; $b = 2\Omega \cos \psi$, $g = \text{const} > 0$ – ускорение свободного падения.

Плоскость $z = 0$ является непроницаемой для газа. Такая поверхность в газовой динамике имеет название «контактной». Если в системе уравнений газовой динамики имеется две или три пространственные переменные, тогда контактная поверхность заведомо является характеристикой. Так как в торнадо не наблюдаются разрывов, то рассматриваются изоэнтропические течения. А для изоэнтропических течений кратность контактной характеристики равна двум. Для того, чтобы поставленная задача с начальными данными, заданными на плоскости $z = 0$ имела единственное решение, на другой поверхности цилиндра в точке $r = r_{in}$, $r_{in} = \text{const} > 0$ задаются два условия для радиальной и окружной компонент вектора скорости газа. Детально рассматривается случай, когда радиальная компонента вектора скорости u является малым отрицательным числом $u_{in} = \text{const} < 0$, а окружная компонента вектора скорости газа – v равна нулю. С точки зрения газовой динамики это означает, что через поверхность цилиндра в его внутреннюю область задан постоянный радиальный приток, который не имеет закрутки.

В настоящей диссертационной работе при уже сформированном вихре рассчитываются газодинамические параметры, повторяющие скоростные характеристики потока, встречающиеся в природе, и определяется кинетическая энергия потока, зная которую можно разорвать непрерывное движение в вихре.

Целью данного исследования является математическое моделирование придонной области вихря, повторяющей природное явление по данным натуральных наблюдений и определение кинетической энергии потока с разработкой алгоритмов численных методов и системы компьютерного и имитационного моделирования. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Разработать математический метод моделирования течения газа в придонной части потока, определяющий газодинамические параметры торнадо в рамках модели Баутина для стационарного случая.

2. Разработать численный метод определения газодинамических параметров потока на основе математического метода моделирования придонного природного течения газа.

3. Реализовать разработанные алгоритмы численных методов в рамках модели Баутина в виде системы компьютерного и имитационного моделирования.

4. Провести вычислительные эксперименты для определения газодинамических параметров потока и кинетической энергии с учетом известных данных натуральных наблюдений за торнадо.

Научная новизна результатов диссертационной работы по трем областям специальности 1.2.2. сводится к следующим положениям.

Математическое моделирование. Разработан новый математический метод моделирования придонного течения газа, повторяющий данные натуральных наблюдений в рамках математической модели для стационарного случая. Впервые доказаны необходимые и достаточные условия для однозначной разрешимости модели Баутина в стационарном случае.

Численные методы. Разработан новый численный метод определения газодинамических параметров и кинетической энергии восходящих закрученных потоков в рамках математической модели, учитывающей формирование вихрей от поверхности Земли.

Комплексы программ. Разработан комплекс программ для построения приближенных решений стационарного придонного течения при формировании торнадо от поверхности Земли, который позволяет определить газодинамические параметры потока для стационарного придонного течения, повторяющие данные натуральных наблюдений с последующим расчетом кинетической энергии потока для классов торнадо из таблицы Фудзиты.

Теоретическая значимость работы. Исследование дополняет теоретические результаты по вопросам однозначной разрешимости модели Баутина в стационарном случае. Представленные результаты развивают теорию возникновения восходящих закрученных потоков от поверхности Земли, что подтверждается

практическими наблюдениями.

Практическая значимость работы состоит в следующем: полученные значения кинетической энергии торнадо позволяют определить какую энергию нужно затратить, чтобы разрушить поток; разработаны новые методы для построения течения газа в придонной части потока для модели Баутина в стационарном случае; проведены вычислительные эксперименты, которые позволяют моделировать торнадо, повторяющие по газодинамическим характеристикам данные природных восходящих закрученных потоков.

Реализация и внедрение. Результаты диссертационного исследования обладают научной новизной, а также практической значимостью, о чем свидетельствует акт о внедрении от ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академика Е.И. Забабахина».

Методология и методы диссертационного исследования. *Объектом исследования* является стационарное течение газа в придонной части восходящего закрученного потока. *Предметом исследования* являются численные методы математического моделирования течения газа в придонной части восходящего закрученного потока. Исследование опирается на *методы математического моделирования* с использованием математической модели – системы уравнений газовой динамики, основа которой заложена в модели Баутина для стационарного случая. Это позволяет моделировать в соответствии с данными натурных наблюдений течение газа в придонной области потока. *Численный метод*, который рассчитывает газодинамические параметры, а затем кинетическую энергию вихря разработан на основе математического метода моделирования газодинамических параметров потока.

Положения, выносимые на защиту. Согласно паспорту специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ на защиту выносятся:

– *В рамках разработки новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента или на основе анализа математических моделей:* математический метод моделирования газодинамических параметров потока для придонной части стационарного течения на основе математической модели Баутина по данным натурального эксперимента [5].

– *В рамках разработки систем компьютерного и имитационного моделирования, алгоритмов и методов имитационного моделирования на основе анализа математических моделей (технические науки):* система компьютерного и имитационного моделирования на основе математической модели Баутина для построения приближенных решений стационарного придонного течения при формировании потока от поверхности Земли [1 – 3].

– *В рамках комплексных исследований научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента:* комплексное исследование построения газодина-

мических параметров придонной области восходящего закрученного потока для известных классов торнадо на основе математического и численного моделирования с применением вычислительного эксперимента [4, 5].

Степень достоверности результатов. В основе математического моделирования лежит хорошо известная математическая модель, на основе которой описывается придонное природное течение газа в соответствии с данными натурных наблюдений. Результаты, полученные в ходе работы обосновываются строгими математическими доказательствами. Имеется полное согласие между теоретическими положениями и вычислительными экспериментами, которые были проведены в ходе работы.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационного исследования докладывались на 13 международных конференциях («Забабахинские научные чтения» г. Снежинск: 2017, 2019, 2021, 2023; «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред имени И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского» г. Москва, 2017; «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва, посвященная 60-летию Института гидродинамики имени М.А. Лаврентьева СО РАН» г. Новосибирск, 2017; XX Юбилейная Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам г. Алушта, 2017; Science, Society, Progress: III Международная научно-практическая конференция г. Москва, 2018; Discovery Science: University г. Москва, 2018; XIX Международная конференция по методам аэрофизических исследований (ICMAR) г. Новосибирск, 2018; «Пермские гидродинамические научные чтения» г. Пермь, 2018 г.; XXX International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter Elbrus, 2018) и 13 всероссийских конференциях («Математические методы решения исследовательских задач» г. Екатеринбург, 2017; Всероссийская конференция «Нелинейные волны: теория и новые приложения, посвященная 70-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН В. М. Тешукова» г. Новосибирск, 2016; «ДНИ НАУКИ ОТИ НИЯУ МИФИ» г. Озерск, 2016, 2017; «Научная сессия НИЯУ МИФИ» г. Снежинск: 2016, 2017, 2018, 2019, 2022, 2023; «XX Зимняя школа по механике сплошных сред» г. Пермь, 2017; «XI Всероссийская молодежная научно-инновационная школа» г. Саров, 2017).

Личный вклад автора. Из работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию вошли только результаты, полученные ее автором. Научному руководителю И. Ю. Крутовой принадлежит общая постановка исследовательской задачи.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 34 печатных работах: в том числе 5 работ [1 – 5], индексируемых MathSciNet, zbMATH, ВАК; препринт [6]; 26 — в трудах конференций; 2 — статьи в рецензируемых научных изданиях; получено 6 свидетельств государственной регистрации программ для ЭВМ [7 – 12].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех

глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка литературы и двух приложений. Текст диссертации содержит 136 страниц печатного текста, 129 рисунков и 29 таблиц. Список использованной литературы включает 117 наименований работ российских и зарубежных авторов.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность выбора темы диссертационной работы, проведена постановка задачи в рамках модели (1),(2) указана степень разработанности темы, сформулированы цель и задачи исследования, представлена научная новизна, теоретическая и практическая значимость, указаны методология и методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, приведена степень достоверности и апробация результатов диссертационной работы.

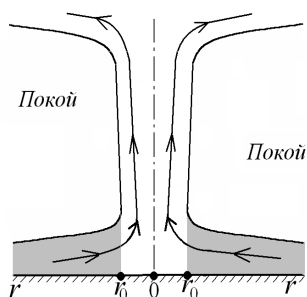


Рис. 2 – Схема функционирования восходящего закрученного потока воздуха

Первая глава диссертации состоит из 8 параграфов. Описывается схема функционирования восходящих закрученных потоков (рис. 2), где r – расстояние, отсчитываемое от оси вихря вдоль поверхности Земли. Темным цветом выделена придонная часть торнадо, где сосредоточена гигантская кинетическая энергия движущегося воздуха.

В *первом параграфе* рассматривается система уравнений газовой динамики в условиях действия сил тяжести (через постоянное значение ускорения свободного падения) и Кориолиса – при учете силы инерции, которая вызвана вращением Земли вокруг своей оси. Во *втором параграфе* для модели Баутина (1), (2) детально рассматривается случай, когда на радиусе цилиндра в точке $r = r_{in}$ задан постоянный радиальный приток, который не имеет закрутки. В *третьем параграфе* доказываются теоремы о необходимых и достаточных условиях однозначной разрешимости модели Баутина в стационарном случае, решение которой можно представить в виде бесконечного ряда по степеням z , сходящегося в окрестности плоскости $z = 0$:

$$\mathbf{U}(r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(r, \varphi) \frac{z^k}{k!}, \quad \mathbf{U}_k(r, \varphi) = \left. \frac{\partial^k \mathbf{U}(r, \varphi, z)}{\partial z^k} \right|_{z=0}. \quad (3)$$

В качестве компонент вектора \mathbf{U} выступают искомые функции: скорость звука газа – c , радиальная – u , окружная – v и вертикальная – w скорости газа.

$$\begin{aligned} c &= c_0 + c_1 z + c_2 \frac{z^2}{2} + c_3 \frac{z^3}{6} + c_4 \frac{z^4}{24}; & u &= u_0 + u_1 z + u_2 \frac{z^2}{2} + u_3 \frac{z^3}{6}; \\ v &= v_0 + v_1 z + v_2 \frac{z^2}{2} + v_3 \frac{z^3}{6}; & w &= w_0 + w_1 z + w_2 \frac{z^2}{2} + w_3 \frac{z^3}{6} + w_4 \frac{z^4}{24}. \end{aligned} \quad (4)$$

В *четвертом параграфе* для модели Баутина в стационарном случае рассматривается частный случай для радиального течения, когда решение зависит только от переменной r . В *пятом параграфе* описан математический метод определения газодинамических параметров вихря, который состоит из трёх этапов: *первый этап* – определяются коэффициенты u_1, v_1, c_2, w_2 : модель Баутина в стационарном случае (1) дифференцируется по переменной z , полагается $z = 0$ и учитывается то, что коэффициенты U_0, c_1 и w_1 уже известны. *Второй этап* – определяются коэффициенты u_2, v_2, c_3, w_3 : уравнения для коэффициентов степенного ряда u_2, v_2, c_3, w_3 получаются после двукратного дифференцирования системы (1) по переменной z и при условии, что $z = 0$, а также известных U_0, U_1, c_2, w_2 . *Третий этап* – определяются коэффициенты u_3, v_3, c_4, w_4 : уравнения для коэффициентов степенного ряда u_3, v_3, c_4, w_4 получаются после трехкратного дифференцирования системы (1) по переменной z . При условии, что $z = 0$ и известны $U_0, U_1, U_2, c_2, w_2, c_3, w_3$, зависящие от φ . После каждого этапа формируются математические модели, начальные данные для которых задаются в точке $r = r_{in}$, их решения проводятся численно. При построении газодинамических параметров потока были получены рекуррентные соотношения, из которых последующие коэффициенты численно определяются через предыдущие. В *шестом параграфе* представлена процедура определения кинетической энергии радиальной, окружной и вертикальной частей потока. В *седьмом параграфе* описан алгоритм валидации математической модели для моделирования течения газа в придонной части торнадо на основе данных натурального эксперимента: 1. Проводится математическое моделирование стационарного придонного течения газа в восходящем закрученном потоке. 2. Для численного моделирования течения газа, повторяющего параметры природных торнадо, в качестве исходных данных используется шкала Фудзиты. 3. Численно моделируется натуральный эксперимент, который повторяет скорость ветра на радиусе стока природных торнадо при построении численного решения модели Баутина для радиальных течений. 4. Проверяется сходимость численных решений при добавлении вторых и третьих коэффициентов ряда, численные модели которых построены на основе математических моделей, описанных в первой главе исследования, с численным решением построенного аналога натурального эксперимента. В *восьмом параграфе* сделаны выводы: проведена постановка исследовательской задачи, разработан математический метод моделирования стационарного придонного течения газа придонной части потока, проведена аналитическая процедура определения кинетической энергии радиальной, окружной и вертикальной частей восходящего закрученного потока, при найденных газодинамических параметрах вихря в рамках математической модели. Для того, чтобы применить на практике данную теорию был разработан алгоритм валидации математической модели для моделирования стационарного течения газа в придонной части торнадо на основе натурального эксперимента.

Вторая глава диссертации посвящена описанию разработанной системе ком-

пьютерного и имитационного моделирования, включающая в себя пять параграфов. В *первом параграфе* второй главы описан численный метод, определяющий радиальную и окружную скорости газа на радиусе стока для вычисляемого радиуса притока. Для определения газодинамических параметров в качестве исходной информации использовалась шкала Фудзиты. В ней собраны данные натуральных наблюдений за торнадо: указан r_0 – радиус стока торнадо, скорость ветра $|\vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$, где u – радиальная, v – окружная скорости газа. Чтобы найти значения для радиальной и окружной скоростей газа на радиусе стока торнадо использовалась комбинация методов Рунге – Кутта четвертого порядка точности и итерационного метода дихотомии для модели Баутина для радиальных течений. Пока разница между результатом решения и заданной скоростью ветра, больше заданного ϵ , считается значение функции для u, v на концах отрезка $[r_0, r_{in}]$. В соответствии с результатом полученного значения на радиусе стока берется либо левая, либо правая часть.

Во *втором параграфе* описан численный метод получения газодинамических параметров потока с учетом нескольких коэффициентов степенного ряда и расчётом кинетической энергии, который включает в себя следующие этапы: **этап 1** – **этап 4** получение математических моделей путем дифференцирования по переменной z математической модели Баутина. При численном решении математических моделей, полученных в первой главе диссертации, поочередно определяются коэффициенты ряда. Осуществляется переходе от систем уравнений с частными производными к системам обыкновенных дифференциальных уравнений. После этого имеет место совокупность аналитически-численного подхода, когда системы обыкновенных дифференциальных уравнений решаются с помощью численного метода Рунге – Кутта четвертого порядка точности. **Этап 5** – после получения газодинамических параметров потока s, u, v, w производится численный расчет кинетической энергии при варьировании высоты придонной части торнадо. **Этап 6** – реализована визуализация результатов для вычислительных экспериментов газодинамических параметров потока. В *третьем параграфе* представлен программный блок для определения радиуса притока по известной скорости ветра на радиусе стока торнадо при численном решении модели Баутина для радиальных течений. В *четвертом параграфе* описана система компьютерного и имитационного моделирования, предназначенная для численного решения задач, моделирующих стационарные течения газа в придонной части ВЗП, которые по своим характеристикам повторяют данные натуральных наблюдений и рассчитывается кинетическая энергия потока. В *пятом параграфе* сделаны выводы по второй главе: описана система компьютерного и имитационного моделирования, разработанная на основе математической модели Баутина, которая позволяет моделировать стационарное природное течение воздуха при формировании вихря от поверхности Земли в соответствии с данными натуральных наблюдений за торнадо.

Третья глава диссертации состоит из шести параграфов. В *первом па-*

раграфе моделируется натурный эксперимент при численном построении решения модели Баутина для радиальных течений на примере торнадо класса F40: $r_0 = 273.5$ м, $|\vec{V}| = \sqrt{(u_0^2 + v_0^2)} = 93$ м/с. На рис. 3 – 5, построены газодинамические параметры на траекториях движения частиц. Для c_0 , вычислительными экспериментами в рамках модели подтверждается, что вблизи радиуса стока в центре вихревого потока находится область пониженного давления и давление снижается на 5.3%. С увеличением класса торнадо давление понижается на бóльшую величину. Отрицательный знак радиальной компоненты вектора скорости говорит о том, что радиальная скорость газа направлена к центру, к стоку торнадо r_0 . Область пониженного давления способствует направлению газа к центру потока. С увеличением класса торнадо уменьшается величина радиальной скорости газа. Положительное значение окружной скорости говорит о том, что закрутка газа направлена против хода часовой стрелки, что соответствует расположению потока в северном полушарии. С увеличением класса торнадо возрастает окружная скорость газа. Согласно вычислительному эксперименту, который имитирует натурный эксперимент: радиальная скорость газа на радиусе стоке торнадо равна $u_0 = -3.35$ м/с, а окружная скорость $v_0 = 92.972$, что хорошо согласуется с натурными данными для данного класса торнадо. Определены газодинамические

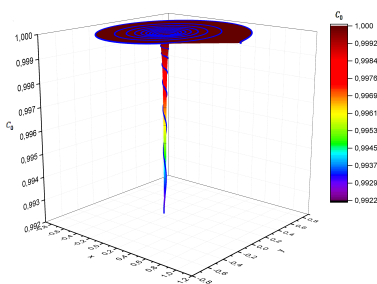


Рис. 3 – Торнадо класса F40, c_0 на траектории движения частиц

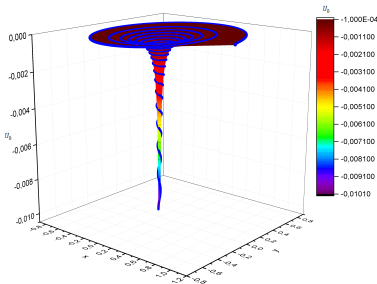


Рис. 4 – Торнадо класса F40, u_0 на траектории движения частиц

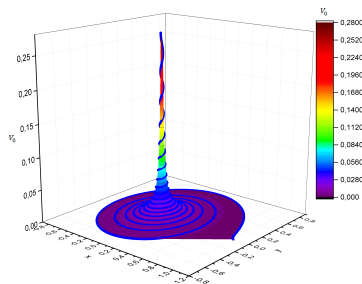


Рис. 5 – Торнадо класса F40, v_0 на траектории движения частиц

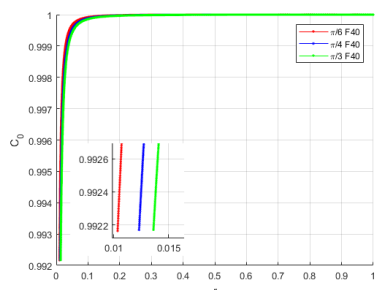


Рис. 6 – Торнадо класса F40, c_0 для широт: $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$

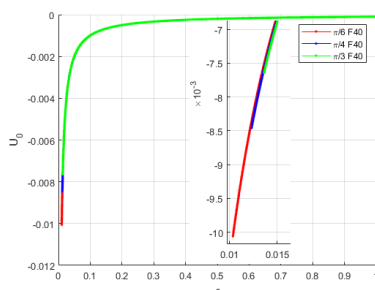


Рис. 7 – Торнадо класса F40, u_0 для широт: $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$

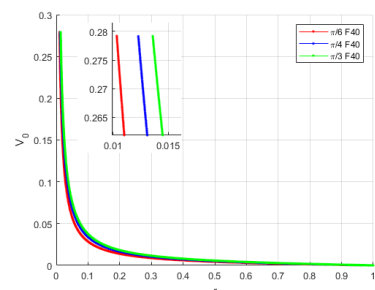


Рис. 8 – Торнадо класса F40, v_0 для широт: $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$

параметры для известных классов торнадо для разных значений широт, на которых функционируют потоки (рис. 6 – 8). На перечисленных широтах плотность и

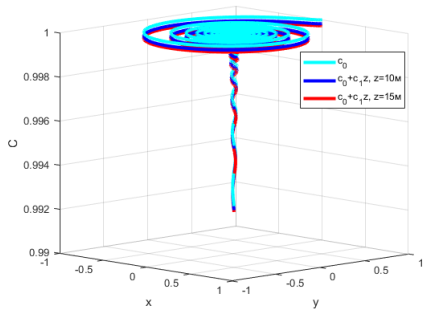


Рис. 9 – F40: c_0 ; $c_0 + c_1z$, $c = 10\text{м}$;
 $c_0 + c_1z$, $z = 15\text{м}$

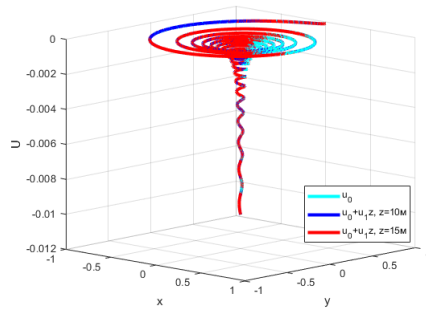


Рис. 10 – F40: u_0 ; $u_0 + u_1z$,
 $z = 10\text{м}$; $u_0 + u_1z$, $z = 15\text{м}$

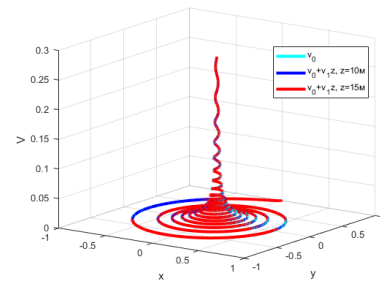


Рис. 11 – F40: v_0 ; $v_0 + v_1z$,
 $z = 10\text{м}$; $v_0 + v_1z$, $z = 15\text{м}$

давление на радиусе стока торнадо $r = r_0$ стремится к одной и той же величине для соответствующего класса торнадо. Вблизи радиуса стока $r = r_0$ значение радиальной скорости газа меняется от 12 до 24% в зависимости от класса торнадо. Небольшое увеличение окружной скорости наблюдается при увеличении широты, на которой был сформирован поток. Для старших классов торнадо окружная скорость на разных широтах стремится к одной и той же величине. Во *втором параграфе* строятся параметры, входящие в состав вторых коэффициентов ряда. В *третьем и четвертом параграфах* моделируются вычислительные эксперименты с учетом реализации математических моделей для последующих коэффициентов степенного ряда. Это позволяет смоделировать натурные эксперименты, газодинамические параметры которых согласно рассматриваемой математической модели, можно наблюдать в природе. Имеется хорошее согласие результатов проведенных вычислительных экспериментов и данных натурных наблюдений для известных классов торнадо. На рис. 9 – 11 построены газодинамические параметры c , u , v в безразмерных единицах. В *пятом параграфе* представлены результаты вычислительных экспериментов для кинетической энергии трех частей потока: W_U – радиальная, W_V – окружная части потока кинетической энергии, W – общая кинетическая энергия потока. Данные вычислительные эксперименты (табл. 1) проводятся на основе рассчитанных газодинамических параметров потока согласно модели Баутина для стационарного случая, когда вычислительные эксперименты численно моделируются и повторяют скорость ветра и радиус стока торнадо, которые встречаются в природе. Так как у природного явления торнадо измеряется немного характеристик, достаточно сложно говорить о высоте придонной части потока, которая тоже не измеряется человеком.

Согласно проведенным расчетам: для того, чтобы торнадо приобрёл разрушительную силу, отношение кинетической энергии окружной части потока к общей должно быть половиной и больше (табл. 1). Полученные значения кинетической энергии торнадо позволяют определить какую энергию нужно затратить для разрушения потока. В *шестом параграфе* подведены итоги главы: при нахождении газодинамических параметров потока для стационарного придонного течения вих-

Таблица 1: Кинетическая энергия для широты $\psi = \pi/6$

Класс торнадо	W_U МДж	W_V МДж	W МДж	W_V/W
F00	2.560E-01	2.540E-01	5.100E-01	0.4980
F10	1.787E+00	1.268E+01	1.447E+01	0.8763
F20	8.690E+00	3.150E+02	3.237E+02	0.9731
F30	3.572E+01	5.655E+03	5.690E+03	0.9939
F40	1.447E+02	9.988E+04	1.000E+05	0.9988
F50	4.873E+02	1.211E+06	1.212E+06	0.9992
ТЦ	7.205E+02	3.417E+06	3.418E+06	0.9997

ря установлено, что математическая модель Баутина для стационарного случая хорошо имитирует данные придонных течений и позволяет определить первичные оценки газодинамических параметров потока, а по ним рассчитать приближительную кинетическую энергию вихря в рамках теории происхождения вихрей от поверхности Земли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе приведены результаты аналитического и численного исследования для моделирования стационарного течения придонной части потока, а именно: 1) на основе математической модели Баутина для стационарного случая был разработан математический метод моделирования течения газа в придонной части потока, определяющий газодинамические параметры торнадо, что позволит математически моделировать восходящие закрученные потоки при их формировании от поверхности Земли; 2) на основе математического моделирования газодинамических параметров восходящих закрученных потоков был разработан численный метод нахождения газодинамических параметров потока, повторяющих данные природных вихрей с дальнейшим определением кинетической энергии потока, что позволит знать силу величины закрученного потока для его разрушения; 3) разработанные алгоритмы численных методов были реализованы в виде системы компьютерного и имитационного моделирования, что позволит имитировать восходящие закрученные потоки, повторяющие данные природных торнадо; 4) в ходе исследования были проведены вычислительные эксперименты по известным данным натуральных наблюдений для основных классов торнадо из таблицы Фудзиты, что позволит вычислить газодинамические параметры потока и кинетическую энергию соответствующего вихря.

Исследуемое природное явление торнадо сложно повторить практически в масштабах планеты. К тому же, сложность составляет получение измерений большего числа характеристик в результате опасности данного природного явления. Численное моделирование, которое было проведено в рамках данной работы дает возможность смоделировать восходящие закрученные потоки, имитирующие данные природных торнадо в безопасных условиях.

Результаты диссертационного исследования, а именно методика нахождения приближенных решений системы уравнений газовой динамики для стационарно-

го течения при развитии и адаптации может быть применена при решении задач высокоскоростного обтекания объектов газовым потоком в осесимметричной постановке для получения первичных оценок параметров потока и нагрузок на объект обтекания. К перспективам дальнейшей разработки отнесём продолжение аналитических и численных исследований различных частей восходящих закрученных потоков. Исследования нестационарных течений газа с учетом добавления влияния других физических процессов. Изучение вертикальной части торнадо, которая примыкает к внешнему окружающему потоку и вертикальной части в окрестности внутренней области пониженного давления.

Основные публикации автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в ведущих российских рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ и в рецензируемых научных журналах и изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования

- [1] Крутова, И.Ю. Численное моделирование придонных частей торнадо в стационарном плоском случае / И.Ю. Крутова, **О.В. Опрышко** // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». – 2016. – Т.5, №6. – С. 550 – 557. (ВАК)
- [2] Баутин, С.П. О геометрических, скоростных и энергетических характеристиках придонных частей торнадо и тропических циклонов / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, **О.В. Опрышко** // Вестник Тюменского государственного университета, Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2018. – Т. 4, № 1. – С. 55 – 67. (ВАК)
- [3] Крутова, И.Ю. Приближенный аналитический и численный расчет кинетической энергии специального потока / И.Ю. Крутова, **О.В. Опрышко** // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». – 2018. – Т.7, №4. – С. 298 – 303. (ВАК)
- [4] **Опрышко, О.В.** Расчёт параметров специальных трёхмерных стационарных потоков / **О.В. Опрышко** // Математические структуры и моделирование. – 2018. – №3(47). – С. 45 – 60. (MathSciNet, zbMATH)
- [5] **Opryshko, O.V.** Numerical simulation of near-bottom parts of a tornado and a tropical cyclone in a stationary case / **O.V. Opryshko** // Journal of computational and engineering mathematics. – 2023. – V.10, № 3. – P. 30 – 43. (MathSciNet, zbMATH)

Препринт

- [6] Крутова, И.Ю. Расчет кинетической энергии течений в придонной части торнадо и тропического циклона /И.Ю. Крутова, **О.В. Опрышко** // Препринт. – Снежинск, СФТИ НИЯУ МИФИ, 2018. – 45 с.

Свидетельства о регистрации программ

- [7] Tornado, stationary case: Свидетельство № 2018613844 / **Опрышко О.В.** (RU), Крутова И.Ю. (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018611140; заявл. 07.02.2018; зарег. 23.03.2018, реестр программ для ЭВМ.
- [8] Tornado, calculation of zero coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge – Kutta method: Свидетельство № 2018619944 / **Опрышко О.В.** (RU), Крутова И.Ю. (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018617589; заявл. 19.07.2018; зарег. 15.08.2018, реестр программ для ЭВМ.
- [9] Tornadoes, calculation of the first coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge – Kutta method and the Euler method: Свидетельство № 2018660088 / **Опрышко О.В.** (RU), Крутова И.Ю. (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018617569; заявл. 19.07.2018; зарег. 16.08.2018, реестр программ для ЭВМ.
- [10] Tornado, kinetic energy: Свидетельство № 2018660087 / **Опрышко О.В.** (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018617563; заявл. 19.07.2018; зарег. 16.08.2018, реестр программ для ЭВМ.
- [11] Tornado, calculating the incoming radius: Свидетельство № 2018660024 / **Опрышко О.В.** (RU), Крутова И.Ю. (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018617587; заявл. 19.07.2018; зарег. 15.08.2018, реестр программ для ЭВМ.
- [12] Tornadoes, visualization: Свидетельство № 2018619601 / **Опрышко О.В.** (RU), Крутова И.Ю. (RU); правообладатель ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). – 2018617555; заявл. 19.07.2018; зарег. 08.08.2018, реестор программ для ЭВМ.

Издательско-полиграфический отдел СФТИ НИЯУ МИФИ

Подписано в печать 21.07.2023. Формат 60x84 1/16. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 0,93. Тираж 100 экз. Заказ 121/3.

Опечатано в издательско-полиграфическом отделе СФТИ НИЯУ МИФИ.
456776, г. Снежинск, ул. Комсомольская, 8.