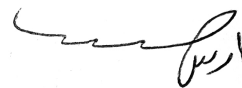


На правах рукописи



Дияб Аус Нидал

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КРИТИЧЕСКИХ
СОСТОЯНИЙ ПЛАСТИЧЕСКИХ СЛОЕВ
И ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

ЧЕЛЯБИНСК – 2018

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
доцент Дильман Валерий Лейзерович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Кипнис Михаил Мордкович,
ФГБОУ ВО «Южно-Уральский
государственный гуманитарно-педагогический
университет», кафедра математики и
методики обучения математике, профессор

доктор физико-математических наук,
профессор Ахтямов Азамат Мухтарович,
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный
университет», кафедра математического
моделирования, профессор

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный
университет»

Защита диссертации состоится 25 июня 2018 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.14 при Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета и на сайте:

<https://www.susu.ru/ru/dissertation/d-21229814/diyab-aus-nidal>.

Автореферат разослан 23 апреля 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук, доцент



А.В. Келлер

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Актуальность исследования обусловлена необходимостью решения важных прикладных задач, связанных с пластическим деформированием труб большого диаметра, находящихся в составе магистральных трубопроводов и других сооружений. В работах Г.И. Ковальчука¹, В.Л. Дильмана², использовавших критерий потери пластической стабильности Х. Свифта³, исследованы критические состояния однородных тонкостенных цилиндрических оболочек (ТЦО), в том числе бесшовных труб большого диаметра, под действием внутреннего давления и растягивающей осевой силы. Ряд работ В.Л. Дильмана (с соавторами, например,⁴) посвящен исследованию критических состояний спиральных прослоек в ТЦО и на этой основе исследованию прочностных свойств спирально-шовных труб. Однако в этих работах не были рассмотрены условия нагружения, когда осевые и кольцевые напряжения в стенке трубы имеют разные знаки, что возможно⁵ при сложных условиях прокладки трубопроводов: горных, подводных, на территориях с подвижными грунтами и т.п. Кроме того, решение таких задач требует более детального анализа математических моделей критических состояний менее прочных прослоек под растягивающей и сжимающей нагрузкой по сравнению с проводимыми ранее исследованиями.

Исследования математических моделей (ММ) напряженно-деформированного состояния (НДС) ТЦО, в том числе содержащих механико-геометрические неоднородности, широко представлены в научной литературе. Общие подходы и принципы создания силовых и деформационных критериев потери несущей способности конструкций из упрочняемых материалов и, на этой основе, методики оценки прочности разрабатывались в работах Х. Свифта (H. Swift), Б. Сторакерса (B. Storakers), З. Марциньяка (Z. Marciniak), Е.А. Девиса (E.A. Davis), Г.С. Писаренко, А.А. Лебедева, В.Л. Колмогорова, А.Д. Томленова, С.А. Куркина, В.А. Винокурова, Н.А. Николаева, Н.А. Махутова, Д.Д. Ивлева, Г.И. Ковальчука, Н.Н. Малинина, А.Н. Моношкова, Ю.В. Немировского, В.Д. Кошура, А.М. Ахтямова, Е. Фолиаса, А.Р. Даффи, Г. Хайна, Дж. Кифнера, П.Дж. Эйбера и других исследователей. Исследованием математических моделей критических

¹Ковальчук, Г.И. К вопросу о потери устойчивости пластического деформирования оболочек / Г.И. Ковальчук // Проблемы прочности. – 1983. – № 5. – С. 11–16.

²Дильман, В.Л. Пластическая неустойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2005. – № 4. – С. 165–175.

³Swift, H. Plastic instability under plane stress / H. Swift // J. Mech. and Phys. Solids. 1952. № 1. P. 1–18.

⁴Дильман, В.Л. Несущая способность спиральношовных труб большого диаметра / В.Л. Дильман, А.А. Остосемян // Хим. и нефтегаз. машиностроение. – 2002. – № 6. – С. 11–15.

⁵Hector S.S. Deformation of steel pipes with internal pressure under axial compression and bending load under seismic action // S.S. Hector, S.C. Carlos / The 14-th World Conference on Earthquake Engineering. – October 12-17, 2008. – Beijing, China.

состояний пластических слоев под растягивающей и сжимающей нагрузкой занимались многие авторы. Отметим Л.М. Качанова, О.А. Бакши, С.Е. Александрова, М.В. Шахматова, В.В. Ерофеева, А.А. Остсемина, К. Сато (K. Satoh), М. Тойеда (M. Toyoda), К. Швальбе (K.-H. Schwalbe) и его школу и др.

Цель и задачи исследования. Цель диссертационной работы – исследование математических моделей напряженно-деформированных состояний пластических слоев под растягивающей и сжимающей нагрузкой при плоской деформации; исследование математических моделей напряженно-деформированных состояний тонкостенных цилиндрических оболочек, содержащих слои из менее прочного материала, подверженных давлению и осевой нагрузке разных знаков, и на этой основе, разработка алгоритмов и программ, позволяющих оценить влияние на критическое состояние тонкостенных цилиндрических оболочек параметров самих оболочек и содержащихся в них слоев, а также условий нагружения.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи.

1. Исследовать математические модели напряженного состояния соединений с менее прочным слоем в условиях плоской деформации, для чего:

на основе полной классификации напряженных состояний менее прочных пластических слоев под растягивающей нагрузкой при плоской деформации в терминах полей характеристик найти аналитические выражения компонент тензора напряжения в критический момент нагружения;

создать алгоритм для вычисления критического усилия и реализовать его в виде программы на языке MATLAB.

2. Исследовать математические модели напряженно-деформированного состояния (НДС) пластического слоя под сжимающей нагрузкой в условиях плоской деформации, для чего:

разработать аналитический метод приближенного решения краевых задач для системы уравнений, моделирующих НДС в пластической заготовке под сжимающей нагрузкой при отсутствии и наличии проскальзывания;

создать алгоритм для численного определения формы свободной поверхности и реализовать его в виде программы на языке MATLAB.

3. Исследовать математические модели НДС тонкостенных цилиндрических оболочек при отрицательном коэффициенте двухосности нагружения, для чего:

разработать силовые и деформационные критерии потери несущей способности однородных тонкостенных цилиндрических оболочек из упрочняемых материалов при отрицательном коэффициенте двухосности нагружения;

разработать силовые и деформационные критерии пластической неустойчивости спиральных слоев из менее прочного материала в составе тонкостенных цилиндрических оболочек;

на этой основе разработать алгоритм численного нахождения критических напряжений и деформаций в этих слоях и критические давления и осевые нагрузки в тонкостенных цилиндрических оболочках, и реализовать его в виде программы на языке MATLAB.

Научная новизна результатов работы.

В области математического моделирования:

1. Впервые исследованы математические модели тонкостенных цилиндрических оболочек (НДС) спирального менее прочного слоя в тонкостенных цилиндрических оболочках (ТЦО), нагруженных одновременно внешним давлением и осевой сжимающей силой, а также внутренним давлением и осевой растягивающей силой. Впервые получены силовые и деформационные критерии потери несущей способности однородных ТЦО и ТЦО со спиральными слоями и зависимости критических давлений в таких ТЦО от механических и геометрических параметров ТЦО и слоя.

2. На основе анализа математической модели НДС сжимаемого слоя разработан новый подход к определению сжимающего усилия и исследованию формы свободной поверхности сжимаемого слоя.

3. Впервые дана полная классификация критических состояний растягиваемого пластического слоя при плоской деформации с точки зрения полноты реализации контактного упрочнения и на этой основе получен алгоритм численного нахождения критического усилия.

В области численных методов:

1. Впервые разработаны алгоритмы численного нахождения критических напряжений и деформаций, критического давления и осевой нагрузки однородных ТЦО и ТЦО, содержащих спиральные слои из менее прочного материала, нагруженных одновременно внешним давлением и осевой сжимающей силой, или внутренним давлением и осевой растягивающей силой, в зависимости от механических и геометрических характеристик ТЦО и слоя.

2. Разработан новый численный метод определения формы свободной поверхности сжимаемого слоя.

3. Получен новый алгоритм численного нахождения критического усилия для растягиваемой полосы с менее прочным слоем при произвольных значениях коэффициента механической неоднородности.

В области комплексов программ:

1. В среде MATLAB разработан комплекс программ, позволяющий численно находить: критические напряжения и деформации, критическое давление и осевую силу для однородных и содержащих спиральные менее прочные слои ТЦО, нагруженных одновременно внешним давлением и осевой сжимающей силой, или внутренним давлением и осевой растягивающей силой, в зависимости

от механических и геометрических характеристик ТЦО.

2. В среде MATLAB разработана программа определения формы свободной поверхности, работа которой протестирована с помощью метода конечных элементов (МКЭ) и в среде ANSYS.

Теоретическая значимость работы.

Предложенный в работе метод исследования напряженного состояния растягиваемого пластического слоя на основе гипотезы плоских сечений позволяет, в соответствующей интерпретации, исследовать задачи, связанные со сжатием пластического слоя. Показано, что скольжение заготовки по матрице приводит к картине характеристик, аналогичной неполной реализации контактного упрочнения в растягиваемом неоднородном соединении.

Показана эффективность исследования математических моделей критических состояний ТЦО, основанного на применении критерия Свифта, при отрицательном коэффициенте двухосности нагружения ТЦО.

Практическая значимость работы. Разработанные программы для ЭВМ позволяют устанавливать допустимую величину внутреннего или внешнего давления в трубопроводах в зависимости от геометрических параметров ТЦО, видов и свойств сварных соединений, условий нагружения.

Разработанные алгоритмы позволяют определять: толщину стенок труб в составе трубопроводов в зависимости от условий эксплуатации на данном участке и требуемого внутреннего давления; разрушающие растягивающие нагрузки, действующие на стенки ТЦО с прослойками из менее прочного материала.

Полученные результаты полезны для рассмотрения изменений и дополнений в ГОСТы и СНиПы.

Методы исследования. В диссертации использовались методы математической теории пластичности, применялись различные методы исследования систем нелинейных уравнений в частных производных гиперболического типа, численные и аналитические методы исследования обыкновенных дифференциальных уравнений, а также возможности пакета MATLAB для проведения вычислительных экспериментов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается обоснованностью основных посылок и допущений, выверенной логикой доказательств всех утверждений, приведённых в диссертации, совпадением их в частных случаях с известными ранее результатами, подтверждением полученных результатов вычислительными экспериментами.

Апробация результатов работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях:

XXII Международная конференция «Математика. Экономика. Образование» (Ростов-на-Дону, 2014 г.), Южно-Уральская молодежная школа по математиче-

скому моделированию (Челябинск, 2014 г.), 66-я научная конференция ЮУрГУ (Челябинск, 2014 г.), Всероссийская конференция с международным участием, посвященная памяти В.К. Иванова (Челябинск, 2014 г.) XII Международная Казанская летняя школа-конференция «Теория функций, ее приложения и смежные вопросы» (Казань, 2015 г.), XVI Всероссийский симпозиум по прикладной и промышленной математике (Челябинск, 2015 г.), Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» (Миасс, 2015 г.), Седьмая и восьмая научные конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ (Челябинск, 2015 г., 2016 г.), Международная научно-практическая конференция «Новая наука: стратегия и вектор развития» (Стерлитамак, 2015 г.),

Результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах ЮУрГУ: кафедры прикладной математики (2014 г.), кафедры математического и функционального анализа (2015 г.), кафедры вычислительной механики сплошных сред (2016 г.).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 12 работах [1–12], из них: три [1–3] – публикации в рецензируемых научных изданиях и журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, в том числе одна [3] – в издании, входящем в системы цитирования SCOPUS и Web of Science; две [4, 5] – свидетельства о регистрации программ для ЭВМ. Во всех работах, написанных совместно с научным руководителем, руководителю принадлежит постановка задачи.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 137 наименований. Материал изложен на 111 страницах машинописного текста, включая 50 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во Введении приведены объекты изучения, обоснована актуальность темы диссертации, степень разработанности тематики, определены цель и задачи исследования, описаны научная новизна результатов работы, их теоретическая и практическая значимость, методология и методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, приведены сведения об апробации работы и публикациях автора по теме диссертации.

В первой главе исследуются математические модели (ММ) напряженного состояния менее прочного, чем основной материал, слоя под растягивающей нагрузкой, ортогональной направлению слоя, при плоской деформации.

В п. 1.1 приводится ММ критического состояния менее прочного, чем основной материал, слоя как система уравнений его НДС при плоской деформации

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0,$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = \frac{\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y}}{\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}},$$

и формулируются граничные условия. Здесь σ_x , σ_y и τ_{xy} – напряжения, v_x , v_y – скорости перемещений в соответствующих направлениях.

Затем исследуется поведение пластического слоя под растягивающей нагрузкой с точки зрения изменения его поля характеристик. Пусть угол $BAE = \omega^*$ (рис. 1) в критический момент нагружения равен ω^* . Возможны три ситуации: 1) $\omega^* = \pi/4$ (полная реализация контактного упрочнения); 2) $\omega^* < \pi/4$ (неполная реализация контактного упрочнения, когда точки O и A лежат на одной характеристике – «большая» относительная толщина слоя κ); 3) $\omega^* < \pi/4$ (неполная реализация контактного упрочнения, когда процесс деформирования прекращается из-за перехода части ОМ в пластическое состояние. Возможны два типа критического состояния слоя: 1 – когда всюду в слое напряжения σ_y не достигают значения $2K$ (см. рис. 1, а); 2 – когда напряжения σ_y достигают значения $2K$ на некотором отрезке HM (см. рис. 1, б).

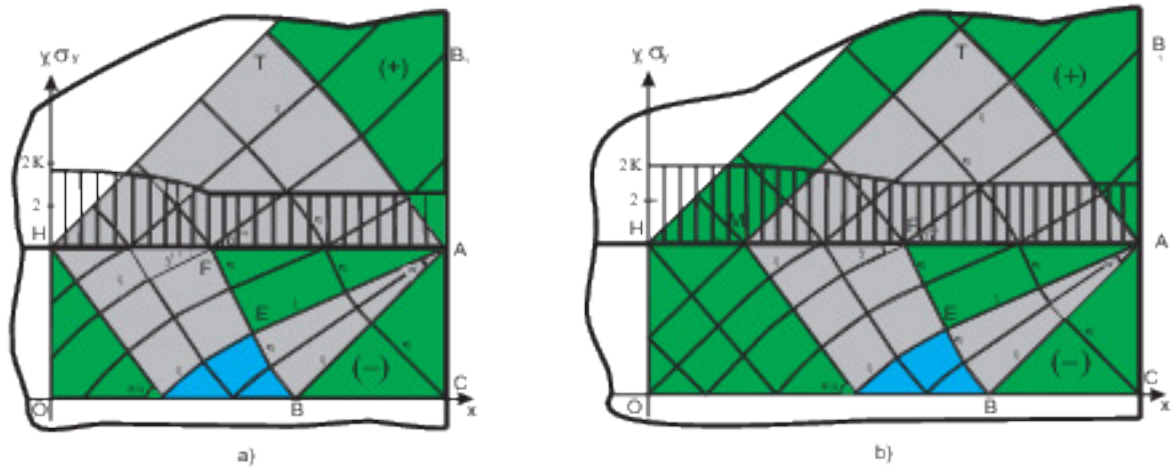


Рис. 1: Поле характеристик неоднородного соединения и эпюра напряжений σ_y на контактной поверхности в критический момент нагружения ($АСОН$ – четверть менее прочного слоя).

В п. 1.2 рассматривается первая ситуация: $\omega^* = \pi/4$. Пусть κ – отношение толщины слоя к ширине (относительная толщина слоя). В п. 1.2.1 показано:

Предложение 1. Для полной реализации контактного упрочнения необходимо и достаточно выполнения условий:

$$\kappa \leq \kappa^*, \quad \kappa^* = \frac{1}{1 + \pi/2 + \sqrt{2}} \approx 0,251; \quad K \geq K_{cr} \approx 1,98.$$

В п. 1.2.2 устанавливаются критерии реализации первого и второго типа напряженного состояния и вычислены средние критические напряжения σ_{cr} :

$$\sigma_{cr} = \frac{(\varkappa + 1)^2}{2\varkappa}, \quad (1\text{-й тип}); \quad \sigma_{cr} = 2K(1 + \varkappa - \varkappa K), \quad (2\text{-й тип}).$$

В п. 1.3 рассматриваются «нетонкие» слои – вторая и третья ситуации (не выполнено условие предложения 1). В п. 1.3.1 доказано:

Предложение 2. Неполная реализация контактного упрочнения в силу большой толщины прослойки (вторая ситуация критического состояния слоя) происходит тогда и только тогда, когда $\omega^* \leq \omega^{**}$, где

$$\omega^* \approx \sqrt{2/\sqrt{\varkappa} - 1} - 1; \quad \omega^{**} = \arcsin \left(K \sin \left(\frac{K-1}{2K} \left(1 + \frac{(K-1)^2}{8K} \right) \right) \right).$$

В п. 1.3.2 исследуется напряженное состояние слоя в окрестности свободной поверхности в третьей ситуации. С использованием методики работы ⁶ вычисляются напряжения σ_y и τ_{xy} в зависимости от K и $\varkappa$ на отрезке $[F; A]$ (рис. 1). В частности, при $K \in [1; K_{cr}]$:

$$\sigma_y^* \approx 2 + (K-1) \left[1 - \frac{(K-1)^2}{4K} \left(1 + \frac{4}{K} + \frac{(K-1)^2}{K} \right) \right],$$

$$\tau_{xy}^* \approx (K-1) \left[1 + \frac{(K-1)^2}{8K} \left(1 - \frac{4}{3K^2} - \frac{(K-1)^3}{2} \right) \right].$$

В п. 1.3.3 предлагаются различные нелинейные аппроксимации условий пластичности. В п. 1.3.4 исследуется напряженное состояние внутренней части слоя (*ОНФВ* на рис. 1) на основе гипотезы $\tau_{xy} = yX(x)$, использование которой обосновано в ⁶. Получена зависимость $\tau_{xy} = 0,5Ay\beta^{-1} \operatorname{tg}(Ax)$, где A удовлетворяет уравнению $A\varkappa \operatorname{tg}(Ax_F) = 2\beta\tau_{xy}^*$ и находится численно или по приближенным формулам, полученным в п. 1.4.1, а $\beta = 2/(1 + \sqrt{2K - K^2})$, если $K \leq 1,84$.

В п. 1.4 определяются критические нормальные напряжения и критическая нагрузка; предлагаются соответствующие алгоритмы; проводятся вычислительные эксперименты. В п. 1.4.2 устанавливаются критические нормальные напряжения в третьей ситуации и определены условия реализации первого и второго типов критического состояния. В п. 1.4.3 вычисляются критические нагрузки σ_{yav} во второй и третьей ситуациях. Во второй ситуации

$$\sigma_{yav} = 2 + \frac{(1 - \varkappa)^2}{2a}, \quad \text{где } a = \frac{\varkappa(1 - \cos \omega^* + \sin \omega^*)}{\sin 2\omega^*},$$

а в третьей ситуации для первого типа критического состояния получена формула

$$\sigma_{yav} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\sigma} + 1} (\hat{\sigma} - \sigma_y^*) x_F + \sigma_y^*, \quad \text{где } \hat{\sigma} \approx (K-1)^2 + \frac{1}{4} \ln \left(1 + \frac{4(K-1)^2}{A^2 \varkappa^2} \right) + \sigma_y^*.$$

Для второго типа критического состояния дан алгоритм его вычисления. На рис.

⁶ Дильман, В.Л. Математическое моделирование критических состояний мягких прослоек в неоднородных соединениях / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. — Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2011. — 276 с.

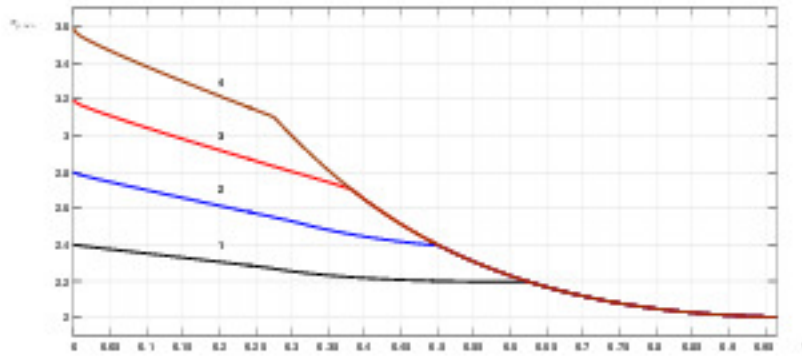


Рис. 2: Графики зависимостей $\sigma_{y av}$ от κ . Вычислительный эксперимент.

2 показаны результаты вычислительного эксперимента по нахождению критических средних напряжений $\sigma_{y av}$ от относительной толщины слоя κ при неполной реализации контактного упрочнения. 1) $K = 1, 2$; 2) $K = 1, 4$; 3) $K = 1, 6$; 4) $K = 1, 8$.

Во **второй главе** изучаются ММ НДС пластического слоя под сжимающей нагрузкой при плоской деформации. В **п. 2.1** описываются основные ситуации и перечисляются основные параметры моделей. **П. 2.2** посвящен математическому моделированию НДС сжимаемого слоя на основе гипотезы плоских сечений $v_y = W(y)$, относящейся к части слоя, находящейся под нагрузкой, при отсутствии скольжения по контактной поверхности. В **п. 2.2.1** найдено приближенное выражение для вычисления касательных напряжений

$$\tau_{xy} \approx -x \frac{B}{2\beta} \operatorname{tg}(By), \quad \text{где} \quad -\frac{B}{2\beta} \operatorname{tg}(Bh) = \tau^*/x_F, \quad x_F = l(1 - \sqrt{2}\kappa),$$

здесь $\beta \approx 1,3$, если $|\tau_{xy}| < 0,84$. Получены выражения для вычисления нормальных напряжений. В частности,

$$\sigma_y^-(x, y) = \frac{B^2 x^2}{4\beta} - \frac{B^2 x_F^2}{4\beta} + \frac{1}{2\beta} \ln \left| \frac{\cos(Bh)}{\cos(By)} \right| + \sigma_y^*, \quad x \in [0, x_F].$$

В **п. 2.2.2** вычисляются скорости смещений точек сжимаемого слоя:

$$v_x = (\pi v_h x \cos(\pi y/2h))/(2h); \quad v_y = -v_h \sin(\pi y/2h).$$

П. 2.2.3 посвящен нахождению формы свободной поверхности сжимаемого слоя на основе гипотезы, что точки свободной поверхности перемещаются только в направлении, параллельном контактным поверхностям. На основе этой гипотезы и результатов п. 2.2.2 разработан алгоритм нахождения формы свободной поверхности в каждый момент нагружения в аналитической форме (рис. 3). Проведено тестирование этих результатов методом конечных элементов (С.С. Кондаков) и в среде ANSYS. В **п. 2.2.4** на основе п. 2.2.1 и 2.2.2 и результатов гл. 1 разработан алгоритм вычисления нагрузки сжатия пластического слоя при отсутствии скольжения по контактным поверхностям. Зависимость силы сжатия от толщины слоя приведена на рис. 4. **П. 2.3** посвящен математическому моделированию НДС сжимаемого слоя при наличии скольжения по контактной поверхности.

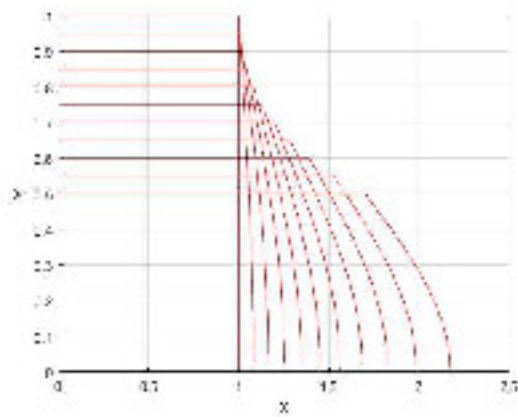


Рис. 3: Форма свободной поверхности пластического слоя на разных шагах сжатия плоскими параллельными матрицами. Вычислительный эксперимент.

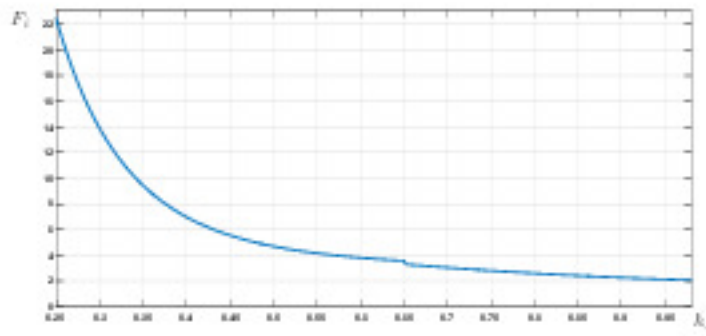


Рис. 4: Зависимость силы сжатия от высоты слоя h . В начальный момент $h = l = 1$. Вычислительный эксперимент.

Предложение 3. Если коэффициент трения $\mu \geq 2/(2 + \pi)$, то $\omega^* = \pi/4$ (полная реализация контактного упрочнения). Если $0 \leq \mu \leq 2/(2 + \pi)$, то угол ω^* является решением уравнения $\sin(2\omega) = \mu(1 + 2\omega + \cos(2\omega))$ (неполная реализация контактного упрочнения).

Пусть B – решение уравнения $x_F B \operatorname{tg}(Bh) = -2 \operatorname{tg}(2\omega^*)$. Тогда формулы для вычисления скоростей смещений при наличии скольжения имеют вид:

$$v_x = \frac{Bv_h x \cos(By)}{\sin(Bh)}; \quad v_y = \frac{v_h \sin(By)}{\sin(Bh)}, \quad v_h - \text{скорость сжатия слоя.}$$

В **третьей главе** исследуются математические модели НДС ТЦО, в том числе содержащие слои и менее прочного материала. В **п. 3.1** рассматриваются понятия, связанные с наклонным менее прочным слоем в ТЦО. В **п. 3.1.1** перечисляются основные параметры, определяющие свойства ТЦО с наклонным менее прочным слоем: осевые и кольцевые напряжения в стенке оболочки σ_1 и σ_2 ; коэффициент двухосности нагружения $m = \sigma_1/\sigma_2$, угол между направлением слоя и осью оболочки ν , и приводятся известные соотношения из теории пластичности. В **п. 3.1.2** уточняется понятие условного коэффициента K_{incl} механической неоднородности, предложенного в работе ⁴ и показывается, что при вычислении контактного упрочнения наклонного слоя применима схема гл. 1 с заменой коэффициента K на K_{incl} (здесь $s = \sqrt{m^2 - m + 1}$):

$$K_{incl} = K \sqrt{\left(1 + \frac{g^2 C^2}{B^2}\right) \left(1 - \frac{3C^2}{4s^2}\right)}; \quad B = \cos^2 \nu + m \sin^2 \nu; \quad C = (1 - m) \sin 2\nu.$$

В п. 3.1.3 рассматривается особый случай напряженного состояния слоя, когда $B = 0$. В этом случае растягивающие или сжимающие напряжения поперек слоя равны нулю; в результате отсутствует эффект контактного упрочнения.

В п. 3.2 рассматривается НДС тонкостенной цилиндрической оболочки. В п. 3.2.1 формулируется гипотеза «единой кривой» для изотропных материалов в виде $\sigma_i = A \varepsilon_i^n \exp(a \varepsilon_i)$, $A = e^n n^{-n} (1 - a)^n \sigma_B$, где n – показатель упрочнения материала, и формулируется критерий Свифта потери устойчивости процесса пластического деформирования упрочняемого материала. Потеря пластической устойчивости ТЦО проявляется в одной из двух форм: общая потеря устойчивости пластического деформирования или локализация пластической деформации. В пп. 3.2.2 и 3.2.3 на основе критерия Свифта находятся критические деформации и напряжения однородной ТЦО при $m < 0$. Рассматриваются 2 случая: 1-й случай: $\sigma_2 > 0$ (внутреннее давление, осевое сжатие), 2-й случай: $\sigma_2 < 0$ (внешнее давление, осевое растяжение).

Предложение 4. В 1-м случае критическое состояние ТЦО имеет форму общей потери устойчивости деформирования при $m \geq -1$ и форму локализации деформаций (продольная выпучина) при $m \leq -1$. Критические напряжения и деформации и критическое давление вычисляются по формулам:

$$(\varepsilon_i)_{cr} = \frac{2sn}{2-m}, \quad (\sigma_i)_{cr} = \left(\frac{2es}{2-m}\right)^n \sigma_B, \quad p_{cr} = \left(\frac{2}{3}\right)^n \frac{t_0}{s^{1-n} R_0} \sigma_B, \quad \text{если } m \leq -1;$$

$$(\varepsilon_i)_{cr} = \frac{2sn}{3}, \quad (\sigma_i)_{cr} = \left(\frac{2es}{3}\right)^n \sigma_B, \quad p_{cr} = \left(\frac{2}{2-m}\right)^n \frac{t_0}{s^{1-n} R_0} \sigma_B, \quad \text{если } m \geq -1.$$

Во 2-м случае критическое состояние ТЦО имеет форму локализации пластических деформаций (кольцевая шейка). Критические напряжения и деформации, критическое давление и осевая сила вычисляются по формулам:

$$(\varepsilon_i)_{cr} = \frac{2sn}{1-2m}, \quad (\sigma_i)_{cr} = \left(\frac{es}{0,5-m}\right)^n \sigma_B, \quad p_{cr} = \frac{t_0 s^{n-1} \sigma_B}{(0,5-m)^n R_0}, \quad N_{cr} = \frac{2\pi R_0 t_0 |m| \sigma_B}{(0,5-m)^n s^{1-n}}.$$

В п. 3.3 исследуется критическое состояние наклонного слоя в ТЦО. В пп. 3.3.1 и 3.3.2 на основании критерия Свифта находятся критические интенсивности деформаций и напряжений в наклонном слое при $m < 0$.

Предложение 5. В первом случае ($\sigma_2 > 0$):

$$\varepsilon_{i\,cr} = \frac{\sqrt{3}n\sqrt{B^2 + g^2 C^2}}{g(2-m)}, \quad \sigma_i^- = \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2 C^2}}{g(2-m)}\right)^n \sigma_B^-.$$

Во втором случае ($\sigma_2 < 0$):

$$\varepsilon_{i\,cr}^- = \frac{\sqrt{3}n\sqrt{B^2 + g^2 C^2}}{g(1-2m)}, \quad \sigma_i^- = \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2 C^2}}{g(1-2m)}\right)^n \sigma_B^-.$$

В п. 3.3.3 получены зависимости критических давлений p в ТЦО от механических и геометрических параметров ТЦО и слоя и условий нагружения.

Предложение 6. Первый случай: $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$.

$$p = \frac{2gt_0}{\sqrt{3}\sqrt{B^2 + g^2C^2}R_0} \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2C^2}}{g(2-m)} \right)^n \exp \left(-\frac{3nB}{g(2-m)} \right) \sigma_B^-, \text{ если } B \geq 0,$$

$$p = \frac{2gt_0}{\sqrt{3}\sqrt{B^2 + g^2C^2}R_0} \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2C^2}}{g(2-m)} \right)^n \sigma_B^-, \text{ если } B \leq 0.$$

Второй случай: $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$.

$$p = \frac{2gt_0}{\sqrt{3}\sqrt{B^2 + g^2C^2}R_0} \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2C^2}}{g(1-2m)} \right)^n \exp \left(-\frac{3nB}{g(1-2m)} \right) \sigma_B^-, \text{ если } B \geq 0,$$

$$p = \frac{2gt_0}{\sqrt{3}\sqrt{B^2 + g^2C^2}R_0} \left(\frac{\sqrt{3}e\sqrt{B^2 + g^2C^2}}{g(1-2m)} \right)^n \sigma_B^-, \text{ если } B \leq 0.$$

При растяжении слоя ($B > 0$) его нетто-сечение находится в середине слоя, а при сжатии ($B < 0$) – у контактной границы. Это обстоятельство является причиной различия формул для вычисления давления p , когда $B > 0$ и $B < 0$.

В п. 3.3.4 предложены алгоритмы для вычисления критических деформаций, напряжений и давлений в тонкостенных цилиндрических оболочках (ТЦО) в зависимости от механических и геометрических параметров ТЦО и менее прочных слоев, а также условий нагружения, и представлены вычислительные эксперименты – зависимости давлений p (в МПа) от угла наклона слоя ν при различных значениях $\varkappa$. В этих экспериментах приняты пределы прочности $\sigma_B^+ = 600 \text{ МПа}$, $\sigma_B^- = 400 \text{ МПа}$; $n = 0,15$. На рис. 5 кривые соответствуют значениям $\varkappa = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 1$ (сверху вниз). При $\nu \approx 1$ (особый случай напряженного состояния слоя) p не зависит от $\varkappa$ (кривые имеют общую точку). Верхняя прямая – критическое давление бесшовной ТЦО.

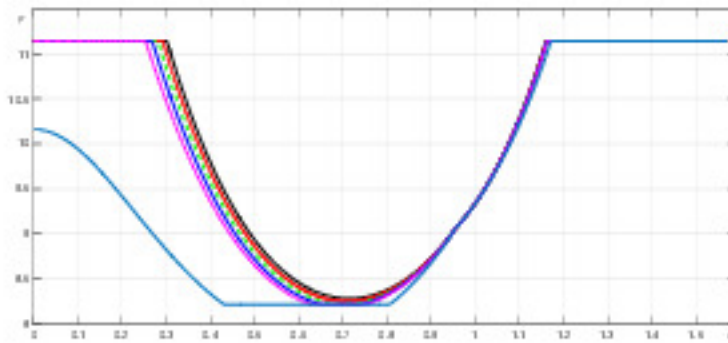


Рис. 5: Зависимость давления p от угла наклона ν . $m = -0,5$. $\sigma_2 > 0$.

Положения, выносимые на защиту

В части: развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей:

1. Развитие метода нахождения силовых и деформационных критериев потери несущей способности ТЦО и зависимости критических давлений от механических и геометрических параметров ТЦО и менее прочных слоёв на основе анализа математических моделей НДС однородных и содержащих спиральные слои из менее прочного материала ТЦО.

2. Развитие метода определения сжимающего усилия и формы свободной поверхности сжимаемого пластического слоя на основе анализа математической модели его НДС.

3. Развитие метода нахождения контактного упрочнения менее прочного слоя в составе неоднородного соединения.

В части: разработки, обоснования и тестирования эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий:

1. Разработка численного метода нахождения критических напряжений и деформаций, критического давления и осевой нагрузки ТЦО, однородных и содержащих спиральные слои из менее прочного материала, нагруженных одновременно внешним давлением и осевой сжимающей силой, или внутренним давлением и осевой растягивающей силой, в зависимости от механических и геометрических характеристик ТЦО и слоя.

2. Разработка численного метода определения формы свободной поверхности сжимаемого слоя. Сопоставление с решением этой задачи методом конечных элементов и в среде ANSYS показало при близких результатах преимущество во времени работы программы.

3. Разработка численного метода нахождения критического усилия для растягиваемой полосы с менее прочным слоем при произвольных значениях коэффициента механической неоднородности.

В части: реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов:

1. Программа для ЭВМ, позволяющая численно находить: критические напряжения и деформации, критическое давление и осевую силу для однородных и содержащих спиральные менее прочные слои ТЦО, нагруженных одновременно внешним давлением и осевой сжимающей силой, или внутренним давлением и осевой растягивающей силой, в зависимости от механических и геометрических характеристик ТЦО.

2. Программа для ЭВМ, позволяющая находить форму свободной поверхности сжимаемого пластического слоя, работа которой протестирована с помощью МКЭ и в среде ANSYS.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ для опубликования результатов диссертационного исследования

1. Дильман, В.Л. Анализ напряженно-деформированного состояния неоднородной пластической полосы / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, механика, физика». 2015. Т. 7, №4. С.11–19.
2. Дильман, В.Л. Об обратной граничной задаче деформирования пластического слоя при его сжатии со скольжением / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2015. Т. 20, вып. 5. С. 1125–129.
3. Dilman, V.L. The critical state of inclined layer in a sheet specimen with negative loading biaxiality coefficient / V.L. Dilman, A.N. Dheyab // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software (Bulletin SUSU MMCS). 2016. V. 9, №1. P.123–129.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

4. Программа для ЭВМ "Вычисление критических напряжений и давления в тонкостенной цилиндрической оболочке, содержащей слой из менее прочного материала, при ее двухосном нагружении": свидетельство 2016617507 / А.Н. Дияб; правообладатель ФГБОУ ВПО "Южно-Уральский государственный университет" (национальный исследовательский университет) (RU). 2016612437; заявл. 21.03.2016; зарегистр. 06.07.2016, Реестр программ для ЭВМ.
5. Программа для ЭВМ "Вычисление средних критических напряжений пластического слоя при его растяжении при плоской деформации": свидетельство 2017662934 / А.Н. Дияб; правообладатель ФГАОУ ВО "Южно-Уральский государственный университет" (национальный исследовательский университет) (RU). 2017660073; заявл. 06.10.2017; зарегистр. 21.11.2017, Реестр программ для ЭВМ.

Другие публикации

6. Дильман, В.Л. Анализ расположения линий разрыва напряжений в дискретно неоднородной растягиваемой полосе при плоской деформации / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Наука ЮУрГУ: материалы 66-й научной конференции. Секции естественных наук. Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ: 2014. С. 170–177.

7. Дильман, В.Л. Моделирование напряженного состояния растягиваемой неоднородной полосы / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // XXII Международная конференция «Математика. Экономика. Образование». Тезисы докладов. Ростов н/Д: Изд-во СКНЦ ВШ ЮФУ, 2014. С. 126.
8. Дильман, В.Л. Разрывные решения граничных задач для уравнений напряженного состояния неоднородной полосы / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Алгоритмический анализ неустойчивых задач: тез. докл. всерос. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти В.К. Иванова. Челябинск, 10–14.11.2014 г. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2014. С.111–112.
9. Дияб, А.Н. Деформированное состояние пластического слоя при сжатии без проскальзывания / А.Н. Дияб // Новая наука: стратегия и вектор развития: Международное научное периодическое издание по итогам Международной научно-практической конференции (19.11.2015, г. Стерлитамак). Ч. 2. С. 123–129.
10. Дильман, В.Л. Математическое моделирование напряженного состояния пластического слоя под сжимающей нагрузкой / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Казань, 2015. Т. 51. С. 173–176.
11. Дильман, В.Л. Особенности напряженного состояния наклонного менее прочного слоя в тонкостенной цилиндрической оболочке / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб //Обозрение прикладной и промышленной математики. 2015. Т. 22, вып. 2. С. 273-274.
12. Дильман, В.Л. Моделирование напряженного состояния пластического слоя при сжатии на основе деформационных гипотез / В.Л. Дильман, А.Н. Дияб // Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах: тез. докл. междунар. конф., посвящ. 80-летию члена-корреспондента РАН И.К. Камилова. Челябинск, 24-28 августа 2015 г. Челябинск: Изд-во Челябинского государственного университета, 2015. С. 160.

Типография "Два комсомольца"
Подписано в печать 17.04.2018 Формат 60x84 1/16.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 1,0.
Тираж 125 экз. Заказ 142/457
Отпечатано в типографии "Два комсомольца"
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76