

На правах рукописи



Чалуб Халид З Чалуб

**Математическое моделирование проблем транспортной  
логистики на основе распределительной задачи линейного  
программирования**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Челябинск – 2020

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,  
профессор Панюков Анатолий Васильевич*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук,  
профессор Зыкина Анна Владимировна,  
заведующий кафедрой «Прикладная  
математика и фундаментальная  
информатика», ФГБОУ ВО «Омский госу-  
дарственный технический университет»*

*доктор физико-математических наук  
Китаева Анна Владимировна,  
профессор кафедры программной инженерии,  
ФГАОУ ВО «Национальный исследовате-  
льский Томский государственный университет»*

Ведущая организация: *ФГБОУ ВО «Уфимский государственный  
авиационный технический университет»*

Защита состоится «21» сентября 2020 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д212.298.14 при ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)», расположенном по адресу: 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета и на сайте: <https://www.susu.ru/dissertation/d212-298-14>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета,  
д-р физ.-мат. наук, доцент



Н. А. Манакова

## Общая характеристика работы

**Актуальность.** Роль логистических центров постоянно возрастает. Учёт взаимосвязи отношений между транспортными и логистическими предприятиями способствует повышению их эффективности. Этому способствует математическое моделирование транспортной логистики.

**Математическое моделирование логистической системы** может помочь повысить качество логистических процессов с одной стороны. С другой стороны, исследование транспортных систем дает более четкое представление о транспортных приложениях в логистической деятельности. Использование терминально-складских комплексов позволяет оперативно и наиболее эффективно управлять технологией транспортировки грузов, поскольку именно на этих объектах производится преобразование материального потока посредством изменения параметров принимаемых и отгружаемых партий грузов по величине, составу и другим характеристикам в том числе для целей дальнейшего оптимального продвижения грузов.

Пусть имеется множество  $J$  логистических центров, множество  $R$  видов товаров, множество  $K$  видов транспорта, множество  $D = \{(i, j) : i, j \in J, i \neq j\}$  возможных коммуникаций; заданы обобщённые удельные объёмы  $\lambda^{rk}$  требуемые для перевозки единицы продукта  $r \in R$  на транспорте вида  $k \in K$ ; а так же допустимые безтранзитные объёмы  $R_{ij}^k$  перевозок от центра  $i \in J$  до центра  $j \in J$  транспортом вида  $k \in K$ . Тогда, если  $x_{ij}^{rk}$  – объём безтранзитных перевозок продукта  $r \in R$  от центра  $i \in J$  до центра  $j \in J$  транспортом вида  $k \in K$ , то возможно планирование безтранзитных перевозок на маршруте  $(i, j) \in D$  с помощью решения распределительной задачи линейного программирования

$$\min_{x, e} \left\{ \sum_{r \in R} c_{ij}^r e_{ij}^r \left| \begin{array}{l} \sum_{r \in R} \lambda^{rk} x_{ij}^{rk} \leq R_{ij}^k, \quad k \in K; \\ \sum_{k \in K} x_{ij}^{rk} + e_{ij}^r = E_{ij}^r, \quad r \in R; \\ x \geq 0, \quad e \geq 0 \end{array} \right. \right\}, \quad (i, j) \in D, \quad (1)$$

где  $E_{ij}^r$  – объём заказа на перевозку продукта  $r \in R$  от центра  $i \in J$  до центра  $j \in J$ ,  $e_{ij}^r \geq 0$  есть неудовлетворенная часть спроса, так как в общем случае возможен неудовлетворенный спрос, целевая функция определяет объём неустойки.

В случае планирования безтранзитных перевозок критичным является объёмы имеющихся транспортных средств, что в ряде случаев не позволяет выполнить заказы в полном объёме. Уменьшить объём невыполненных заказов позволяет использование транзитных перевозок. Данная работа посвящена ис-

следованию обобщения задачи (1) с учетом возможности транзитных перевозок

$$\min_{z, x, e} \left\{ \sum_{(i,j) \in D} \left( \sum_{r \in R} c_{ij}^r e_{ij}^r \right) \left| \begin{array}{l} \sum_{r \in R} \lambda^{rk} x_{ij}^{rk} \leq R_{ij}^k, \quad k \in K, (i, j) \in D; \\ E_{ij}^r + \sum_{l: i \in D(l, j)} z_{lij}^r - \sum_{l \in D(i, j)} z_{ilj}^r = e_{ij}^r + \sum_{k \in K} x_{ij}^{rk}, \\ (i, j) \in D, r \in R; \\ z \geq 0, \quad x \geq 0, \quad e \geq 0 \end{array} \right. \right\}, \quad (2)$$

где  $z_{ilj}^r$  есть объем продукта  $r \in R$ , перенесенный с маршрута  $(i, j) \in D$  на транзитный маршрут  $(i, l, j)$ .

**Математическое моделирование грузовых потоков в реальном времени** требует решения задач учета и контроля за торговыми потоками, пошлинами и налогами. Для этого необходимо использовать большее количество вычислительных ресурсов, совершенствовать математические модели и численные методы и разработать современное программное обеспечение. Программное обеспечение должно иметь не только развитые математические и программные средства решения крупномасштабных задач, но и служить набором данных, поскольку для моделирования потоков пользователям необходимо будет ввести свои данные, которые будут храниться на облачной платформе. Поэтому также важны средства сбора, хранения и доступа для статистических данных об импорте, экспорте, расстоянии между транспортными узлами. Рассмотрим математическое моделирование грузовых потоков.

Пусть  $p_{ij}$  – предельная прибыль от продажи единицы товара  $i \in I$  в центре  $j \in J$ ;  $\lambda_{ij}$  – стоимость распределения единицы товара  $i \in I$  в центре  $j \in J$ ;  $d_i$  – эффективный спрос на товар  $i \in I$ ;  $b_j$  – ресурс для поддержания центра  $j \in J$ . Формальная постановка моделирования грузовых потоков состоит в нахождении распределения товаров  $i \in I$  в центрах  $j \in J$ , для которых

- предельная прибыль максимальна

$$x^o = \arg \max_{x \in D} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} p_{ij} x_{ij}, \quad (3)$$

- эффективный спрос на все товары удовлетворен

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = d_i, \quad i \in I, \quad (4)$$

- ресурсы для всех центров были достаточны

$$\sum_{i \in I} \lambda_{ij} x_{ij} \leq b_j, \quad j \in J, \quad (5)$$

– выполнено условие неотрицательности

$$x_{ij} \geq 0, \quad i \in I, \quad j \in J. \quad (6)$$

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью исследования является развитие методов математического моделирования для решения проблем транспортной логистики на основе распределительной задачи линейного программирования.

Для достижения указанной цели поставлены следующие задачи:

- исследовать возможности и особенности применения распределительной задачи линейного программирования для математического моделирования на примерах:
  - оперативной проблемы распределения региональных грузоперевозок с возможностью транзита;
  - проблемы распределения заказов по логистическим центрам;
- разработать эффективные численные методы и алгоритмы решения указанных и близких задач, с учётом найденных особенностей;
- выполнить программную реализацию разработанных численных методов и алгоритмов, провести необходимые вычислительные эксперименты.

**Степень разработанности темы исследования.** Первая задача транспортной маршрутизации была сформулирована Г.Данцигом и Дж. Рамсером в 1959 году, ее постановка инициировала важный класс задач оптимизации. Наиболее часто встречающиеся постановки задач данного класса предполагают доставку однородных грузов из пункта производства или склада потребителям.

На сегодняшний день сформулировано множество вариантов данной задачи, в которых учитываются различные реальные ограничения, и разработаны алгоритмы поиска оптимальных решений. Это связано с тем, что развитие логистических процессов и потребность в учете новых факторов ведут к постановке новых задач, требующих, в свою очередь, применения новых методов решения. Создана европейская рабочая группа VeRoLog (Vehicle Routing and Logistics), которая активно занимается задачами транспортной маршрутизации.

Проблемам разработки математических методов и моделей транспортной логистики, их практического использования хозяйствующими субъектами посвящен ряд работ российских и зарубежных авторов — Б. А. Аникина, Д. Дж. Бауэрсокса, В. А. Демина, Б. П. Безеля, В. М. Беляева, А. В. Бульбы, В. М. Власова, А. М. Гаджинского, В. Д. Геррами, В. В. Дыбской, Д. Дж. Клосса, Ю. В. Коровяковской, И. Е. Крыгиной, В. М. Курганова, О. Б. Маликова, Л. Б. Миротина, В. М. Николашина, В. И. Сергеева, А.А. Смехова, Н.А. Троицкой, А.А. Чеботаева и др.

Используемые на практике эконометрические методы не дают средств для оперативного решения множества возникающих проблем, в частности проблемы эффективного оперативного управления организацией сетевого маркетинга. Поэтому при решении этих задач предпочтение отдается детерминированным моделям. Одной из подходящих математических моделей является *распределительная задача*<sup>1</sup>

$$\min_x \left\{ \sum_{r \in R} c_{ij}^r x_{ij}^r \left| \begin{array}{l} \sum_{r \in R} \lambda^{rk} x_{ij}^{rk} \leq R_{ij}^k, \quad k \in K; \\ \sum_{k \in K} x_{ij}^{rk} = E_{ij}^r, \quad r \in R; \\ x \geq 0 \end{array} \right. \right\}, \quad (i, j) \in D. \quad (7)$$

В общем случае, для ее решения применяются универсальные методы линейного программирования. Существующее программное обеспечение не при всех условиях позволяет найти правильное решение задачи (7). Если для всех  $k \in K$  и  $r \in R$  имеет место равенство  $\lambda^{rk} = \alpha_r \beta_k$ , замена переменных  $\alpha_r x_{ij}^{rk} = y_{ij}^{rk}$  позволяет перейти от задачи (7) к транспортной задаче

$$\min_y \left\{ \sum_{r \in R} \frac{c_{ij}^r}{\alpha_r} y_{ij}^r \left| \begin{array}{l} \sum_{r \in R} y_{ij}^{rk} \leq \frac{R_{ij}^k}{\beta_k}, \quad k \in K; \\ \sum_{k \in K} y_{ij}^{rk} = \alpha_r \cdot E_{ij}^r, \quad r \in R; \\ y \geq 0 \end{array} \right. \right\}, \quad (i, j) \in D, \quad (8)$$

для решения которой известны эффективные алгоритмы<sup>2</sup>.

В данной работе разработан метод моделирования, основанный на линейной распределительной задаче, сводимой к линейной транспортной задаче. Метод заключается в аппроксимации исходной матрицы разложимой матрицей, представляющей собой произведение столбца и строки.

**Методология и методы исследования.** В работе использованы методы линейного программирования, теории графов, исследования операций, математическое и компьютерное моделирование.

### Научная новизна.

- В области математического моделирования.
  - Разработан метод моделирования, основанный на линейной распределительной задаче, заключающийся в аппроксимации исходной матрицы разложимой матрицей, которая представляет собой произведение столбца и строки, сводимой к линейной транспортной задаче.

<sup>1</sup> Серая О.В. Распределительная задача линейного программирования // Системы обработки информации. 2013. №2 (109). С. 167-170.

<sup>2</sup> Панюков А.В. Техника программной реализации потоковых алгоритмов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2008. – № 27 (127), вып.2. С. 78-99.

- Предложен метод моделирования проблемы оперативного планирования региональных грузоперевозок с учетом возможности транзита, доказана унимодулярность матрицы ограничений оперативной проблемы региональных грузоперевозок с возможностью транзита, что позволило свести многопродуктовую распределительную задачу к однопродуктовой задаче построения потока минимальной стоимости.
- Разработан метод моделирования оперативного распределения товаров по логистическим центрам, включая систему поддержки принятия решения в случае некорректности возникающей проблемы.
- В области численных методов
  - Разработаны численные алгоритмы аппроксимации матрицы с положительными элементами в виде произведения столбца и строки, позволяющие численно исследовать изучаемые модели.
- В области комплексов программ
  - Разработаны комплекс программ для решения задачи аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга, средства инкапсуляции данного комплекса в табличный процессор MS Excel для решения оперативной проблемы региональных грузоперевозок; проведены вычислительные эксперименты для конкретных моделей.

**Теоретическая и практическая значимость.** Большинство современных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики требуют решения линейных задач большой размерности. Для понижения вычислительной сложности используется специальная структура матриц, соответствующих этим задачам. В работе рассмотрен эффективный способ аппроксимации блоков матрицы с положительными элементами матрицы единичного ранга, т.е. в виде произведения столбца на строку. Предложенный способ может быть применен для приближенного решения и предобуславливания систем с плотными матрицами в задачах аэро-, гидро- и электродинамики, в прикладной статистике и логистике. Теоретическая значимость работы заключается в универсальности разработанного в работе алгоритма аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга.

Практическая значимость работы состоит в возможности использования разработанных алгоритмов и комплекса программ, инкапсулированного в MS Excel, для моделирования логистических систем грузовых потоков в реальном времени специалистами отдела логистики и планирования.

**Степень достоверности результатов.** Достоверность результатов исследования определяется корректным использованием современных математических методов и доказательств.

**Апробация результатов.** Результаты диссертации неоднократно докладывались на следующих конференциях: Восьмая научная конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ (Февраль 2016 г., Челябинск); IV международная конференция «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений» (Май 2016 г., Уфа); Симпозиум Института инженеров электротехники и электроники в области компьютерных приложений и промышленной электроники (Апрель 2018 г., о. Пенанг); VII Международная конференция «Проблемы Оптимизации и их приложения» Optimization Problems and Their Applications (ОРТА-2018) (Июль 2018 г., Омск); 70-я конференция преподавателей и сотрудников ЮУрГУ (Май 2018 г., Челябинск).

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 11 печатных работах, из них *четыре* статьи [1–4] – в журналах из перечня ВАК, в том числе *одна* статья [3] – в рецензируемом издании из наукометрической базы Scopus; *одна* зарегистрированная компьютерная программа [5]; *шесть* статей [6–11] – в изданиях, индексируемых в РИНЦ.

**Личный вклад автора.** Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все представленные в диссертации результаты, опубликованные в работах с соавторами получены лично автором.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, библиографического списка, включающего 71 наименований, и четырех приложений, содержащих копию свидетельства о регистрации программы и листинги с исходными текстами разработанных программ. Общий объем диссертации 130 страниц.

## Краткое содержание работы

**Во Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе** исследуется математическая модель (2) на примере построения логистической системы города Мосул, республика Ирак. Отмечено, что для поиска альтернативных способов развития региона разумно учитывать его экономическое и географическое положение. Например, город Мосул находится в пограничной области в треугольнике границы между Ираком, Турцией

и Сирией. Город Мосул обладает достаточным потенциалом для того, чтобы занять свое место при транзите товаров из Турции в Ирак. Транзит является одной из перспективных тенденций роста экономики как пограничного города и Ирака в целом. Основными причинами открытия этой линии являются географическое расположение города; высокая стоимость транспортировки товаров в город из других районов; обеспечение развития инфраструктуры; проблемы с отслеживанием товаров, потерей товаров; отсутствие доверия со стороны посредников, затемнение системы грузовых перевозок.

Рассмотрена типичная для практики ситуация, когда некоторый логистический центр осуществляет доставку грузов клиентам через промежуточные центры, причем каждый из промежуточных центров обслуживает свою группу клиентов. Приведена формальная постановка в виде четырехиндексной задачи линейного программирования транспортного типа (2). Отмечены особенности построенной задачи, которые могут позволить построить эффективный алгоритм ее решения и постоптимизационного анализа. Особенности рассматриваемой задачи являются интервальный характер ограничений и явно выраженное наличие четырех блоков. Целью дальнейшего исследования возможности построения эффективного алгоритма решения задачи и ее постоптимизационного анализа.

При оперативном планировании работы региональных логистических центров актуальной является задача оперативного обеспечения грузоперевозок заданных объемов различных товаров при заданных объемах различных транспортных средств (2). Если в (2) для всех  $k \in K$  и  $r \in R$  имеет место равенство  $\lambda^{rk} = \alpha_r \beta_k$ , то замена переменных  $\alpha_r x_{ij}^{rk} = y_{ij}^{rk}$ ,  $\alpha_r e_{ij}^r = f_{ij}^r$ ,  $\alpha_r z_{ij}^r = \zeta_{ij}^r$  позволяет от задачи (2) перейти к задаче

$$\min_{\zeta, y, f} \left\{ \sum_{(i,j) \in D} \left( \sum_{r \in R} \frac{c_{ij}^r}{\alpha_r} f_{ij}^r \right) \left| \begin{array}{l} - \sum_{r \in R} y_{ij}^{rk} \geq - \frac{R_{ij}^k}{\beta_k}, \quad k \in K, (i, j) \in D; \\ f_{ij}^r + \sum_{k \in K} y_{ij}^{rk} - \sum_{l: i \in D(l, j)} \zeta_{lij}^r + \sum_{l \in D(i, j)} \zeta_{ilj}^r = E_{ij}^r \alpha_r, \\ (i, j) \in D, r \in R; \\ \zeta \geq 0, \quad y \geq 0, \quad f \geq 0 \end{array} \right. \right\}. \quad (9)$$

**Теорема 1.** Матрица ограничений задачи (9) является матрицей инцидентности орграфа с множеством вершин

$$V(G) = V_K(G) \cup V_R(G), \quad V_K(G) = (K \times D), \quad V_R(G) = (R \times D)$$

и множеством дуг

$$G : E(G) = E_{KR}(G) \cup E_{RR}(G), \quad E_{KR}(G) = ((K \times D) \times (R \times D)), \\ E_{RR}(G) = \{R \times \{((i, j), (l, j)) : (i, j) \in D, (l, j) \in D\}\}.$$

Таким образом, разложимость матрицы  $\{\lambda^{rk}\}_{r \in R, k \in K}$  удельных объёмов позволяет существенно повысить эффективность решения рассмотренных задач.

Результаты первой главы опубликованы в работах [2, 4, 6, 7, 10].

**Во второй главе** рассмотрена математическая модель распределения множества  $I$  товаров по множеству логистических центров  $J$  (3) – (6), основанная на распределительной задаче линейного программирования. В общем, для этой задачи не известны методы, учитывающие ее специфику, поэтому для ее решения применяются универсальные методы линейного программирования. Для крупномасштабных задач этот подход требует коммерческого программного обеспечения. Кроме того, если проблема (3)–(6) не имеет решения, то не ясен принцип принятия приемлемого решения для данного случая.

В работе предложены алгоритмы решения задачи (3)–(6) распределения товаров по логистическим центрам, включая систему поддержки принятия решения в случае некорректности возникающей проблемы

- дан способ регуляризации разложимой распределительной задачи, сводимой к матричной транспортной задаче;
- разработан эффективный алгоритм аппроксимации неразложимой задачи разложимой задачей;
- в качестве критериев в модели принятия решений предлагается использовать маржинальную прибыль и объем неудовлетворенного спроса.

При фиксированных допустимых значениях экзогенных переменных решение разложимой распределительной задачи является оптимальным по Парето. Проблема выбора конкретных значений экзогенных переменных является трудно формализуемой и требует участия лица, принимающего решение. Программная реализация предложенных алгоритмов легко инкапсулируется в систему MS Office.

Результаты второй главы опубликованы в работах [3, 9].

**В третьей главе** предложен эффективный алгоритм аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга, т. е. в виде произведения столбца на строку. Данный алгоритм позволяет эффективно решать описанные в предыдущих главах задачи.

Отметим, что большинство современных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики требуют решения линейных задач большой размерности. Для понижения вычислительной сложности используется специальная структура матриц, соответствующих этим задачам. Блочномалоранговые матрицы представляют из себя приближение с хорошей точностью плотных матриц в малопараметрическом формате. Блоки малого ранга

представляются в виде произведения матриц меньшего размера. Это позволяет значительно экономить машинную память. Методы приближенной факторизации блочно-малоранговых матриц могут быть применены для приближенного решения и предобуславливания систем с плотными матрицами в задачах аэро-, гидро- и электродинамики, а также в прикладной статистике и логистике. Для построения малопараметрических представлений матриц, основанных на малоранговых аппроксимациях отдельных блоков, широко используются алгебраические методы.

Аппроксимация блоков матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга, т. е. в виде произведения столбца на строку, ищется среди допустимых представлений, минимизирующих среднее значение модулей логарифмов отношения приближенного представления элемента к точному значению. Для решения полученной задачи предложен алгоритм **Decomposition**, приведенный на рис 1.

**Теорема 2.** Алгоритм **Decomposition** решает задачу одноранговой аппроксимации  $m \times n$ -матрицы с положительными элементами. Его алгебраическая вычислительная сложность не превышает величины  $O(m \cdot n \cdot \log(m \cdot n))$ .

Результаты третьей главы опубликованы в работах [1, 3, 8].

В четвертой главе дано описание разработанного комплекса компьютерных программ SW2AM (Soft Ware to Approximate Matrixes) для задачи аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга.

Программный комплекс SW2AM содержит модуль Decomp4Distr для решения задачи аппроксимации заданной матрицы матрицей единичного ранга с оценкой точности, модуль Gen4DecomPrb для генерации тестовых примеров с известными решениями, и соответствующие вызывающие программы.

Исходными данными для модуля Decomp4Distr является матрица с положительными элементами. Исходными данными для модуля Gen4DecomPrb – размеры генерируемой задачи, число для инициализации датчика случайных чисел и уровень искажения.

В таблице приведены результаты имитационного моделирования двенадцати  $(m, n, e)$ -вариантов.

Для каждого  $(m, n, e)$ -варианта генерировались матрицы

$$L^{(k)} = \left( A^{(k)\top} \cdot B^{(k)} \right) \otimes Er^{(k)}, \quad k = 1, 2, \dots, 100,$$

для которых искалась наилучшая аппроксимация

$$\begin{aligned} & \left( \widetilde{A^{(k)\top}}, \widetilde{B^{(k)}}, \widetilde{Er^{(k)}} \right) = \\ & = \arg \min_{A \in R^{m^{(k)}}, B \in R^{n^{(k)}}, E \in R^{m^{(k)} \times n^{(k)}}} \left\{ \|E\| : L^{(k)} = (A^\top \cdot B) \otimes E \right\}, k = 1, 2, \dots, 100. \end{aligned}$$

**Алгоритм Decomposition****Вход:**  $I, J, \Lambda = \{\lambda_{ij}\}_{i \in I, j \in J}$ ;**Выход:**  $\alpha = \{\alpha_i\}_{i \in I}, \beta = \{\beta_j\}_{j \in J}, F_\Lambda(\alpha, \beta)$ ;

**Шаг 1.** (Построение матрицы  $\hat{\Lambda}$ ). Для каждой строки  $i \in I$  матрицы  $\Lambda$  выполнить шаги 1.1, 1.2 и 1.3, затем перейти на шаг 2.

**Шаг 1.1.** Для элементов каждой строки  $i \in I$  определить порядковый номер в отсортированном в порядке возрастания списке элементов данной строки

$$\Lambda [i] = \left\{ \lambda_{ij^{(k)}}^{(k)} : k = 1, 2, \dots, |J|, j^{(k)} \in J, \lambda_{ij^{(1)}}^{(1)} \leq \lambda_{ij^{(2)}}^{(2)} \leq \dots \leq \lambda_{ij^{(|J|)}}^{(|J|)}, \right\}.$$

**Шаг 1.2.** Вычислить  $k_- = \left\lfloor \frac{|J|+1}{2} \right\rfloor$ ,  $k_+ = \left\lceil \frac{|J|+1}{2} \right\rceil$ ,  $\alpha_i = \sqrt{\lambda_{ij^{(k_+)}}^{(k_+)} \cdot \lambda_{ij^{(k_-)}}^{(k_-)}}$ .

**Шаг 1.3.** Для  $k = 1, 2, \dots, |J|$  вычислить  $\hat{\lambda}_{ij^{(k)}}^{(k)} = \frac{\lambda_{ij^{(k)}}^{(k)}}{\alpha_i}$ .

**Шаг 2.** (Построить матрицу  $\tilde{\Lambda}$ ). Для каждого столбца  $j \in J$  матрицы  $\hat{\Lambda}$  выполнить шаги 2.1, 2.2 и 2.3, затем перейти на шаг 3.

**Шаг 2.1.** Для элементов каждого столбца  $j \in J$  определить порядковый номер в отсортированном в порядке возрастания списке элементов данного столбца

$$\hat{\Lambda} [*] [j] = \left\{ \hat{\lambda}_{i^{(k)}j}^{(k)} : k = 1, 2, \dots, |I|, i^{(k)} \in I, \hat{\lambda}_{i^{(1)}j}^{(1)} \leq \hat{\lambda}_{i^{(2)}j}^{(2)} \leq \dots \leq \hat{\lambda}_{i^{(|I|)j}}^{(|I|)} \right\}.$$

**Шаг 2.2.** Вычислить  $k_- = \left\lfloor \frac{|I|+1}{2} \right\rfloor$ ,  $k_+ = \left\lceil \frac{|I|+1}{2} \right\rceil$ ,  $\beta_j = \sqrt{\hat{\lambda}_{i^{(k_+)j}}^{(k_+)} \cdot \hat{\lambda}_{i^{(k_-)j}}^{(k_-)}}$ .

**Шаг 2.3.** Для  $k = 1, 2, \dots, |I|$  вычислить  $\tilde{\lambda}_{i^{(k)}j}^{(k)} = \frac{\hat{\lambda}_{i^{(k)}j}^{(k)}}{\beta_j}$ .

**Шаг 3.** (Нормализация). Выполнить шаги 3.1, 3.2, и 3.3, затем перейти на шаг 4.

**Шаг 3.1.** Вычислить  $c = \sqrt{\frac{\max_{i \in I} \alpha_i}{\max_{j \in J} \beta_j}}$ .

**Шаг 3.2.** Для всех  $i \in I$  вычислить  $\alpha_i = \alpha_i / c$ .

**Шаг 3.3.** Для всех  $j \in J$  вычислить  $\beta_j = \beta_j \cdot c$ .

**Шаг 4.** Вычислить  $F_\Lambda(\alpha, \beta) = \sum_{i \in I, j \in J} \left| \log \frac{\alpha_i \beta_j}{\lambda_{ij}} \right|$ .

**Шаг 5.** Вернуть  $\left\{ \alpha = \{\alpha_i\}_{i \in I}, \beta = \{\beta_j\}_{j \in J}, F_\Lambda(\alpha, \beta) \right\}$ .

**Окончание описания алгоритма**

Рис. 1. Алгоритм Decomposition

Результаты моделирования показывают:

- 1)  $\|Er\| > \left\| M\widetilde{Er} \right\|$ , т.е., как и следовало ожидать, погрешность аппроксимации не превосходит уровень вводимой погрешности;
- 2) случайная погрешность (т.е. среднее квадратичное отклонение) более чем в пятьдесят раз ниже систематической погрешности (т.е. среднего значения).

Результаты четвертой главы опубликованы в работах [5, 11].

Таблица. Статистика результатов имитационного моделирования

| Исходные данные |                    |                   | Результаты         |            |
|-----------------|--------------------|-------------------|--------------------|------------|
| Число строк $m$ | Число столбцов $n$ | Погрешность $ e $ | Средняя ошибка $M$ | СКО $S$    |
| 10              | 20                 | 0                 | 0                  | 0          |
|                 |                    | 0.1               | 0.0255912          | 0.00189457 |
|                 |                    | 0.2               | 0.0497436          | 0.0497436  |
| 20              | 10                 | 0                 | 0                  | 0          |
|                 |                    | 0.1               | 0.0267894          | 0.00279262 |
|                 |                    | 0.2               | 0.0515085          | 0.00466571 |
| 20              | 40                 | 0                 | 0                  | 0          |
|                 |                    | 0.1               | 0.0258069          | 0.00115392 |
|                 |                    | 0.2               | 0.0501536          | 0.00214659 |
| 40              | 20                 | 0                 | 0                  | 0          |
|                 |                    | 0.1               | 0.0277298          | 0.00244273 |
|                 |                    | 0.2               | 0.0529795          | 0.00351985 |

**Пятая глава** посвящена построению программного обеспечения для численного исследования изучаемых математических моделей. Здесь сформулированы требования к системе математического моделирования товарных потоков: удобство использования, предоставление надежных и непротиворечивых данных, возможность интеграции и дальнейшего использования данных. Приведено обоснование выбора платформ MS Excel(VBA) и C++ в качестве среды разработки: во-первых, удобный интерфейс и степень освоения персоналом приложений Microsoft Office по сравнению с другими программными продуктами; во-вторых, кроссплатформенность и применимость для решения больших задач. Предложена информационная система, удовлетворяющая требованиям надежности, в которой производится верификация правильности и непротиворечивости данных, вводимых пользователем. Система обеспечивает эффективное решение планируемых задач, удобно пользователю с точки зрения пользовательского интерфейса. Разработаны средства инкапсуляции комплекса программ SW2AM в табличный процессор MS EXCEL для решения оперативной проблемы региональных грузоперевозок, см. рис. 2.

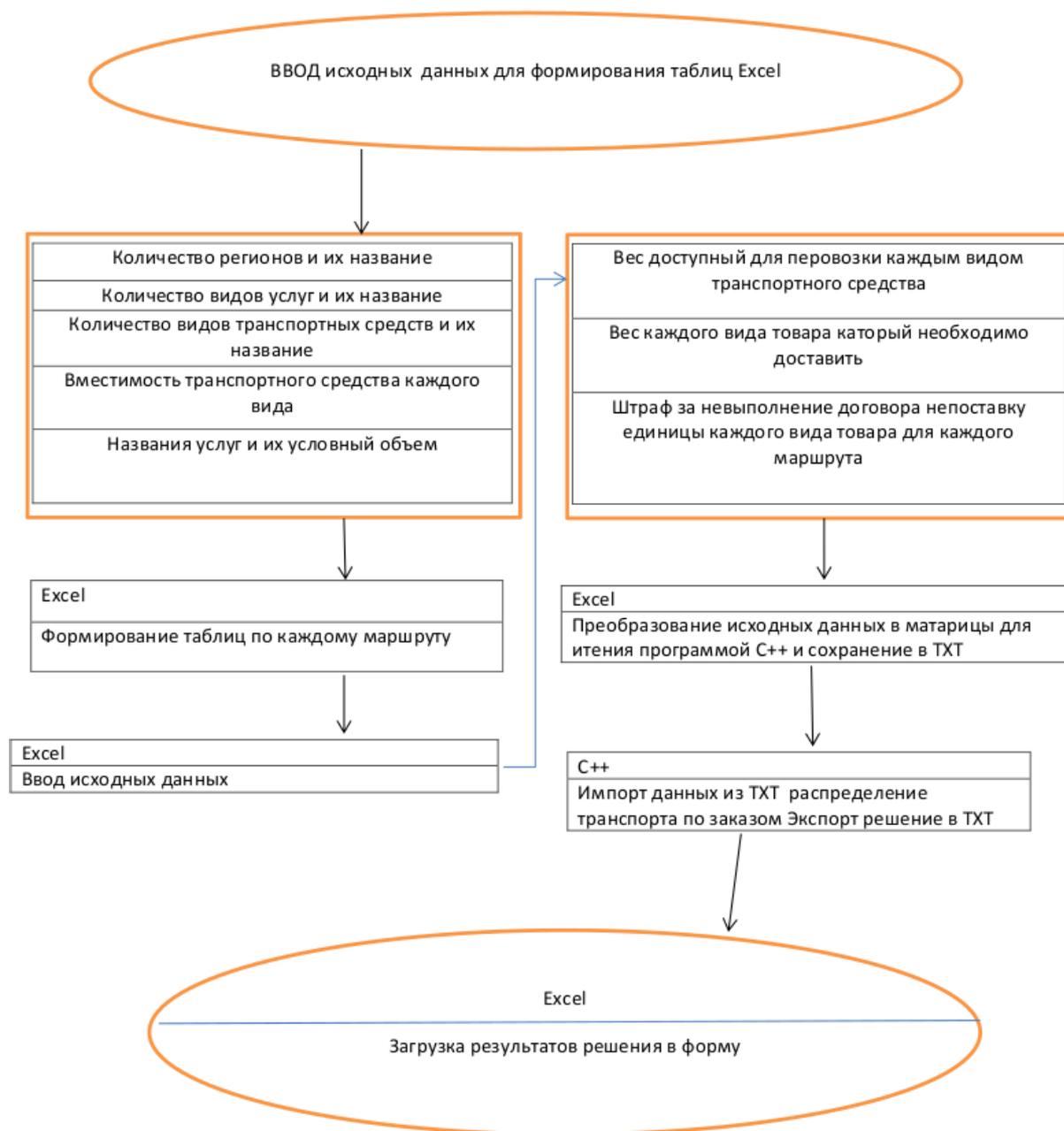


Рис. 2. Схема процесса построения распределения транспортных средств по заказам

Результаты пятой главы опубликованы в работе [2].

**В заключении** приведены результаты исследования, даны рекомендации по их применению, намечены перспективы дальнейших исследований.

### **Положения, выносимые на защиту**

- Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п. 2 паспорта специальности 05.13.18).
  - Методы математического моделирования оперативной проблемы распределения региональных грузоперевозок с возможностью транзита и проблемы распределения заказов по логистическим центрам, основанные на распределительной задаче линейного программирования.

- Доказательство унимодулярности матрицы ограничений разложимой оперативной проблемы региональных грузоперевозок с возможностью транзита и сведение многопродуктовой распределительной задачи к однопродуктовой транспортной задаче.
- Способ организация системы поддержки принятия решения для разложимой проблемы оперативного распределения товаров по логистическим центрам в случае несовместности ее ограничений.
- Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (п. 3 паспорта специальности 05.13.18).
  - Разработаны численные алгоритмы аппроксимации матрицы с положительными элементами в виде произведения столбца и строки, позволяющие реализовать разработанные методы моделирования.
- Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (п. 4 паспорта специальности 05.13.18).
  - Разработан комплекс программ SW2AM для решения задачи аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга, проведены вычислительные эксперименты. Разработаны средства инкапсуляции комплекса программ SW2AM в табличный процессор MS EXCEL для решения оперативной проблемы региональных грузоперевозок.

## Публикации автора по теме диссертации

*Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК Минобрнауки РФ и в рецензируемых научных журналах и изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science*

1. Панюков, А.В. Аппроксимация матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга / А.В. Панюков, **Х.З. Чалуб**, Я.А. Мезал // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2018. – Т.10, № 2. – С. 28-36. (ВАК)
2. Panyukov, A.V. Problems and Prospects of Information Technology Application To Development of Transport Logistics for the Mosul Region / A.V. Panyukov, **K.Z. Chalooob** // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2018. – V. 5, no 1. – P. 57-62. (ВАК)
3. Panyukov, A.V. Problem of distribution of goods by logistics centers / A.V. Panyukov, **Kh. Chalooob** // Proceedings of the School-Seminar on Optimization Problems and their Applications (OPTA-SCL 2018). – Omsk, Russia, July 8-14, 2018. – CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org), 2018. – V. 2098. – P. 304-314. – URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2098/paper26.pdf>. (Scopus)

4. Panyukov, A.V. Mathematical Model for Solving Operational Problem of Regional Cargo Transportation / A.V. Panyukov, Yu.V. Pivovarova, **Kh. Z. Chalooob** // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2019. – V. 6, no 1. – P. 68-73. (ВАК)

*Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ*

5. **Чалуб, Х. З.** Программный комплекс для задачи аппроксимации матрицы с положительными элементами матрицей единичного ранга: свид. о гос. рег. № 2018666326 / Х.З. Чалуб (IQ), А.В.Панюков (RU); правообладатель ФГАОУВО ЮУрГУ(НИУ). – Заявка №20178664133; заявл. 06.12.2018; зарегистр. 17.12.2018, реестр программ для ЭВМ.

*Другие публикации*

6. **Чалуб, Х.З.** Задача транспортной логистики с промежуточными центрами обслуживания / Х.З. Чалуб // Научный поиск: материалы восьмой научной конференции аспирантов и докторантов ЮУрГУ. – Изд. центр ЮУрГУ, 2016. – С. 245.
7. **Chalooob, K.** Problem of Transport Logistics with Intermediate Service Centers / K. Chalooob, A. V. Panyukov // Proceedings of the 4th International Conference «Information Technologies for Intelligent Decision Making Support» May 17 - 19, Ufa, Russia, 2016 / Ed. by N. I. Usupova. – V. 1. 2016. – P. 92-93.
8. Panyukov, A.V. Approximation of a Matrix with Positive Elements by a Matrix of a Unit Rank / A. V. Panyukov, **K.Z. Chalooob**, Y. A. Mezaal // 2018 IEEE Symposium on Computer Applications and Industrial Electronics (ISCAIE 2018). – 28 – 29 April 2018 Penang, Malaysia. Penang, Malaysia: IEEE, 2018. – P. 234–237. (Scopus)
9. Панюков, А.В. Проблема распределения товаров по логистическим центрам / А.В. Панюков, **Х.З. Чалуб** // Вестник ЮУрГУ. Серия Экономика и менеджмент. – 2018. –Т. 12, № 1. – С. 175-180.
10. Панюков, А.В. Математическая модель для решения оперативной проблемы региональных грузоперевозок / А.В. Панюков, Ю.В. Пивоварова, **Х. Чалуб** // Труды 70-й конференции преподавателей и сотрудников ЮУрГУ, май 2018 г. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2018. – С. 71-76.
11. **Чалуб, Х. З.** Вычислительный эксперимент с комплексом программ SW2AM / Х.З. Чалуб // Научный обозреватель. – 2019. – № 9 (105). – С. 44-46.

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 02.07.2020. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 0,93. Тираж 125 экз. Заказ 207/217.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.

454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76.