

На правах рукописи



**Нефедов Денис Геннадьевич**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ  
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Челябинск 2015

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова»

**Научный  
руководитель**

доктор технических наук, профессор  
**Русяк Иван Григорьевич**

**Официальные  
оппоненты**

**Первадчук Владимир Павлович,**  
доктор технических наук, профессор  
ФГБОУ ВПО «Пермский национальный  
исследовательский политехнический университет»,  
кафедра прикладной математики,  
заведующий кафедрой

**Касаткин Владимир Вениаминович,**  
доктор технических наук, профессор  
ФГБОУ ВПО «Ижевская государственная  
сельскохозяйственная академия»,  
кафедра технологии и оборудования пищевых  
и перерабатывающих производств,  
заведующий кафедрой

**Ведущая  
организация**

ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный  
технический университет имени Г.И. Носова»

Защита диссертации состоится «01» июля 2015 г. в 10 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.14 при ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет) по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, д. 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Южно-Уральского государственного университета по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, д. 87, к. 3д. Автореферат и диссертация размещены на сайте [www.susu.ac.ru](http://www.susu.ac.ru).

Автореферат разослан «29» апреля 2015 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д.ф.-м.н., доцент



А.В. Келлер

## Общая характеристика работы

**Актуальность проблемы.** Распределенная производственная структура характерна для многих отраслей промышленности и сельского хозяйства, связанных с добычей и переработкой различных видов сырья и полезных ископаемых. К данным отраслям относятся и производство топлива из древесных отходов (щепы, пеллет и др.), а также производство биогаза из отходов животноводства. Масштаб производства данных видов топлива определяется различными факторами: обеспеченностью сырьем, возможностями сбыта, технологическими и логистическими схемами, трудовыми и материальными ресурсами. От масштаба зависят затраты на производимую продукцию, и эта зависимость имеет нелинейный характер. Построение математических моделей и инструментария для расчета оптимальной структуры производства и размещения предприятий по переработке исходного сырья в продукцию позволяет наиболее рационально использовать имеющиеся ресурсные возможности и, соответственно, достигнуть наилучших значений показателя результативности размещения, заключающегося в минимизации затрат или максимизации прибыли.

Вопросы математического моделирования размещения производства, впервые описанные в трудах немецких ученых И. Тюнена, А. Вебера и впоследствии В. Кристаллера и А. Леша, в настоящее время направлены на более детальное формулирование задач оптимального размещения производства и методов их решения с реализацией на ЭВМ. Математическому моделированию задач размещения производства на современном уровне уделено внимание в трудах зарубежных ученых М. Даскина, З. Дрезнера, С. Хакими, Р. Черча и др. В своих работах они описывают различные модели размещения, учитывающие многоуровневый и многономенклатурный характер производства, временные и вероятностные параметры производственного процесса, ограничения на объем производства. Развитию теории размещения способствовали также труды отечественных ученых, таких как: В. Чернин, В. Хачатуров, В. Трубин, В. Береснев, Э. Гимади, В. Дементьев и др. Методы решения задач оптимального размещения производства описаны у М. Фишера, Р. Гальвао, С. Ревилья, Б. Боцкой, Ж. Жанга, Е. Эркута, Ж. Брамелла, Е. Роланда, К. Росинга и в трудах отечественных ученых И. Вознюка, Н. Рубановой, М. Лореша.

Вопросу энергетического использования древесных отходов и отходов животноводства посвящены работы Е. Трунова, Н. Подкопаевой, Н. Тимербаева и др. В них оцениваются затраты на переработку исходного сырья в топливо, на основе чего определяется целесообразность и эффективность его производства. Но проблема оптимизации затрат за счет более тщательной организации производства с учетом специфики распределения сырья на территории в литературе рассматривается недостаточно полно. В этой связи необходима разработка математических моделей для решения задач оптимизации размещения элементов распределенной производственной структуры топливообеспечения на основе возобновляемых ресурсов и уменьшения себестоимости производства тепловой энергии системой регионального теплоснабжения в целом.

**Объектом исследования** является распределенная производственная структура, включающая пункты накопления сырья, пункты производства и пункты потребления продукции.

**Предметом исследования** являются математические модели и численные методы решения задач оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры.

**Целью диссертационной работы** является разработка математических моделей и инструментария для оптимизации размещения элементов распределенной производственной структуры при различных ограничениях на взаимосвязи поставщиков и потребителей.

Для достижения цели решаются следующие **задачи**.

1. Разработка математических моделей оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры, учитывающих различные виды ограничений на взаимосвязи поставщиков и потребителей.
2. Разработка эффективного численного и аналитического методов решения задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры.
3. Разработка программно-вычислительного комплекса, реализующего решение задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры.
4. Решение задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры на примере организации производства различных видов топлива из древесных отходов и отходов животноводства на территории Удмуртской Республики (УР).

**Методы исследования.** Исследование проводится с использованием методов теории размещения производства, математического моделирования, математического анализа, теории оптимального управления и оптимизации.

**Достоверность и обоснованность полученных результатов** обеспечена использованием корректных математических моделей и апробированных алгоритмов решения оптимизационных задач. Достоверность используемого численного метода обеспечена проведенными исследованиями его сходимости.

**На защиту выносятся:**

- 1) математические модели оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры;
- 2) численный и аналитический методы решения задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры;
- 3) программно-вычислительный комплекс, реализующий решение задачи размещения элементов распределенной производственной структуры;
- 4) результаты решения задачи оптимального размещения предприятий по производству различных видов топлива из древесных отходов, а также биогазовых комплексов на территории Удмуртской Республики.

**Научная новизна.**

1. Сформулирована нелинейная задача оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры, учитывающая многопродуктовый характер производства и различные виды ограничений на взаимосвязи поставщиков сырья, производителей и потребителей продукции.
2. Разработан и реализован численный метод решения нелинейной задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры большой размерности. Более высокая эффективность данного метода обеспечивается за счет введения новой системы кодирования элемен-

тов вектора искомых решений и распараллеливания работы алгоритма на многопроцессорных системах.

3. Получено аналитическое решение задачи оптимального размещения элементов производственной структуры при равномерном на территории распределении запасов сырья и потребностей в продукции.
4. Разработан программно-вычислительный комплекс, позволяющий рассчитывать оптимальное размещение элементов распределенной системы топливообеспечения региона на основе возобновляемых источников энергии.

**Теоретическая и практическая значимость.** Разработанные в диссертации модели и методы являются вкладом в математический инструментарий решения задач оптимального размещения производства. Созданный программно-вычислительный комплекс (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2013611274 от 09.01.2013) позволяет решать задачу обеспечения региональной системы теплоснабжения различными видами топлива из древесных отходов и отходов животноводства. Результаты, полученные в диссертации, использованы при выполнении научно-исследовательских работ по республиканским и федеральным государственным контрактам в области возобновляемых источников энергии и внедрены в Министерстве промышленности и энергетики УР.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих научных конференциях, выставках и совещаниях различных уровней: Региональная научно-практическая конференция «Математическое и компьютерное моделирование технических и социально-экономических систем» (Ижевск, ИжГТУ, май 2010 г.); Научно-практическая конференция молодых инженеров подсекции «Математическое моделирование и информационные технологии» (Ижевск, ОАО «Ижевский радиозавод», май 2010 г.); IX Выставка-сессия инновационных проектов I Республиканского молодежного инновационного форума (Ижевск, ИжГТУ, май 2010 г.); Всероссийский конкурс выпускных квалификационных работ по специальности «Математические методы в экономике» (Уфа, декабрь 2010 г.); IV Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы науки» (Тамбов, март 2011 г.); VII Всероссийская научная конференция «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий» (Киров, июль 2012 г.); Региональный форум по вопросам повышения энергоэффективности и энергосбережения в Удмуртской Республике (Ижевск, декабрь 2012 г.); научный семинар д.ф.-м.н., профессора Свиридюка Г.А. на кафедре уравнений математической физики ЮУрГУ (Челябинск, сентябрь 2014 г.); XIV Международная научно-практическая конференция «Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты» (Новосибирск, октябрь 2014 г.).

**Публикации.** Результаты диссертации опубликованы в работах [1-8]. Работы [1-3] опубликованы в журналах из Перечня ведущих российских рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Из совместных работ [1-4,7,8] в диссертацию вошли только результаты, полученные автором.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографического списка. Объем диссертации

составляет 120 страниц, включая 28 рисунков, 28 таблиц и список литературы из 115 наименований.

### Содержание диссертации

**Во введении** обосновывается актуальность темы, определены цель и задачи диссертационной работы, сформулированы научная новизна и основные положения, выносимые на защиту, а также методы исследования, используемые в работе.

**В первой главе** содержится обзор подходов к решению задач оптимального размещения производства. Показана область применения задач размещения производства. Приводится математическая постановка данных задач и описаны методы их решения.

Одной из отраслей с распределенной производственной структурой является производство топлива из древесных отходов. Структура данной отрасли в комплексе включает в себя пункты накопления сырья, пункты его переработки в топливо и пункты производства тепловой энергии. В пунктах накопления сырья выполняется сбор и складирование древесных отходов. В пунктах переработки осуществляется подготовка топлива – щепы и пеллет. Переработка топлива в тепловую энергию производится на теплоисточниках, входящих в распределенную систему теплоснабжения региона.

Биогаз, получаемый в результате анаэробного сбраживания органического сырья, имеет энергетические показатели, близкие к природному газу, и потому может служить альтернативой его использованию на теплоисточниках. Предприятия животноводства образуют большое количество отходов, служащих сырьем для производства биогаза.

**Вторая глава** посвящена разработке математических моделей оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры, включающей пункты накопления сырья, пункты производства взаимозаменяемых видов промежуточной продукции и пункты потребления этой продукции, которые, в свою очередь, являются пунктами производства конечного продукта. Приводится постановка целевой функции и ограничений модели при различных условиях, накладываемых на взаимосвязи поставщиков и потребителей.

Содержательная постановка рассматриваемой задачи размещения элементов распределенной производственной структуры состоит в следующем. Имеется некоторое количество  $K$  пунктов производства конечного продукта. Для его выработки используется  $M$  взаимозаменяемых видов промежуточной продукции. Для ее производства используется сырье, подготавливаемое в пунктах накопления сырья, общее количество которых равно  $I$ . Требуется найти объемы выпуска промежуточной продукции в каждом из  $J$  потенциальных пунктов ее производства. Возможные положения пунктов производства промежуточной продукции определяются заранее, при этом они могут совпадать или не совпадать с положениями пунктов накопления сырья и пунктов производства конечного продукта. Целевой функцией задачи является минимизация совокупных затрат на производство конечного продукта:

$$C = C^{\text{III}} + C^{\text{KII}} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где первое слагаемое определяет затраты на производство промежуточной продукции, включая транспортные расходы,

$$C^{\text{III}} = \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M F_j^m(V_j^m) + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \tau^m (\alpha^m g_{ij}^m + g_{jk}^m) x_{ijk}^m D_k, \quad (2)$$

второе слагаемое определяет затраты на переработку промежуточной продукции в конечный продукт

$$C^{\text{KП}} = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M E_k^m(D_k^m). \quad (3)$$

Здесь  $C$  – совокупные затраты на производство промежуточной продукции и конечного продукта, руб./год;  $C^{\text{III}}$  – затраты на транспортировку сырья, производство промежуточной продукции и ее доставку до пунктов производства конечного продукта, руб./год;  $C^{\text{KП}}$  – затраты на переработку промежуточной продукции в конечный продукт в пунктах его производства, руб./год;  $V_j^m$  – объем выпуска  $m$ -го вида промежуточной продукции (п.п.) в  $j$ -м пункте ее производства, ед.п.п./год (ед. = {т, м<sup>3</sup> и т.д.});  $D_k$  – объем выпуска конечного продукта (к.п.) в  $k$ -м пункте его производства, ед.к.п./год;  $D_k^m$  – объем выпуска конечного продукта в  $k$ -м пункте на  $m$ -м виде промежуточной продукции, ед.к.п./год;  $F_j^m(V_j^m)$  – затраты на переработку сырья в  $m$ -й вид промежуточной продукции в  $j$ -м пункте ее производства, руб./год;  $E_k^m(D_k^m)$  – затраты на переработку  $m$ -го вида промежуточной продукции в конечный продукт в  $k$ -м пункте его производства, руб./год;  $\tau^m$  – коэффициент расхода единиц  $m$ -го вида промежуточной продукции для производства единицы конечного продукта, ед.п.п./ед.к.п.;  $\alpha^m$  – коэффициент расхода единиц сырья (с.) для производства единицы  $m$ -го вида промежуточной продукции, ед.с./ед.п.п.;  $g_{ij}^m$  – затраты на транспортировку единицы сырья между  $i$ -м пунктом накопления сырья и  $j$ -м пунктом производства  $m$ -го вида промежуточной продукции, руб./ед.с.;  $g_{jk}^m$  – затраты на транспортировку единицы  $m$ -го вида промежуточной продукции между  $j$ -м пунктом производства промежуточной продукции и  $k$ -м пунктом производства конечного продукта, руб./ед.п.п.;  $x_{ijk}^m$  – доля конечного продукта  $k$ -го пункта его выпуска, производимая на  $m$ -м виде промежуточной продукции  $j$ -го пункта ее производства при потреблении сырья  $i$ -го пункта накопления.

Затраты на переработку сырья в промежуточную продукцию  $F_j^m(V_j^m)$  определяются на основе технико-экономических расчетов. В большинстве случаев эту зависимость можно представить в виде

$$F_j^m(V_j^m) = a_j^m V_j^m + b_j^m \Theta(V_j^m), \quad j = \overline{1, J}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (4)$$

где  $a_j^m$  – условно-постоянные затраты на выпуск единицы  $m$ -го вида промежуточной продукции в  $j$ -м пункте, руб./ед.п.п.; определяются расчетной табличной, в общем случае нелинейной, зависимостью  $a_j^m = f_{a,j}^m(V_j^m)$ , ставящей в соответствие объему выпуска  $V_j^m$  значение затрат  $a_j^m$ ;  $b_j^m$  – условно-постоянные затраты на весь выпуск  $m$ -го вида промежуточной продукции в  $j$ -м пункте ее производства, руб./год; определяются расчетной табличной, в общем случае не-

линейной, зависимостью  $b_j^m = f_{b,j}^m(V_j^m)$ , ставящей в соответствие объему выпуска

$$V_j^m \text{ значение затрат } b_j^m; \Theta(\chi) \text{— функция Хевисайда, } \Theta(\chi) = \begin{cases} 1, & \chi > 0; \\ 0, & \chi \leq 0. \end{cases}$$

Аналогично затраты на переработку промежуточной продукции в конечный продукт можно представить в виде

$$E_k^m(D_k^m) = \tilde{a}_k^m D_k^m + \tilde{b}_k^m \Theta(D_k^m), \quad k = \overline{1, K}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (5)$$

где  $\tilde{a}_k^m$  — условно-постоянные затраты на выпуск единицы конечного продукта в  $k$ -м пункте на  $m$ -м виде промежуточной продукции, руб./ед.к.п.;  $\tilde{b}_k^m$  — условно-постоянные затраты на весь выпуск конечного продукта в  $k$ -м пункте его производства на  $m$ -м виде промежуточной продукции, руб./год.

В качестве ограничений приняты соотношения:

$$V_j^m = \tau^m \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijk}^m D_k, \quad j = \overline{1, J}, \quad m = \overline{1, M}; \quad (6)$$

$$D_k^m = D_k \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijk}^m, \quad k = \overline{1, K}, \quad m = \overline{1, M}; \quad (7)$$

$$\alpha^m \tau^m \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk}^m D_k \leq W_i^m, \quad i = \overline{1, I}, \quad m = \overline{1, M}; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m = 1, \quad x_{ijk}^m \in [0; 1], \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}, \quad k = \overline{1, K}, \quad m = \overline{1, M}. \quad (9)$$

Здесь  $W_i^m$  — объем сырья в  $i$ -м пункте его накопления, используемый для производства  $m$ -го вида промежуточной продукции, ед.с./год.

Соотношения (6), (7) устанавливают баланс между объемом выпуска промежуточной продукции в пунктах ее производства и потребностью в ней пунктов производства конечного продукта. Выражение (8) определяет баланс между требуемым объемом сырья и потенциалом сырьевой базы в пунктах его накопления. В ограничении (9) отражено условие обеспечения выпуска конечного продукта в полном объеме во всех пунктах его производства.

Искомая переменная  $x_{ijk}^m$  может содержать решение, при котором один и тот же пункт производства конечного продукта обеспечивается промежуточной продукцией нескольких пунктов ее производства. В работе рассматривается более общий случай, когда количество пунктов производства промежуточной продукции, снабжающих какой-либо пункт производства конечного продукта, равно  $J^0$  ( $J^0 \leq J$ ). Аналогично ограничивается количество видов промежуточной продукции, которыми снабжается один пункт производства конечного продукта, величиной  $M^0$  ( $M^0 \leq M$ ) и количество пунктов накопления сырья — величиной  $I^0$  ( $I^0 \leq I$ ). Для учета данных ограничений вводятся новые булевы переменные, определяемые выражениями

$$X_{ik}^1 = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m > 0; \\ 0, & \text{если } \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m = 0; \end{cases} \quad X_{jk}^2 = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m > 0; \\ 0, & \text{если } \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M x_{ijk}^m = 0; \end{cases} \quad X_{mk}^3 = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijk}^m > 0; \\ 0, & \text{если } \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ijk}^m = 0; \end{cases}$$

$$i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}, \quad k = \overline{1, K}, \quad m = \overline{1, M}. \quad (10)$$

Данные выражения используются для задания ограничений соответственно на количество пунктов накопления сырья, пунктов производства промежуточной продукции и количество видов промежуточной продукции. Сами ограничения записываются в виде

$$\sum_{i=1}^I X_{ik}^1 \leq I^0, \quad \sum_{j=1}^J X_{jk}^2 \leq J^0, \quad \sum_{m=1}^M X_{mk}^3 \leq M^0, \quad k = \overline{1, K}. \quad (11)$$

Постановка задачи в виде (1) – (11) содержит большое количество искомым переменных, что усложняет поиск оптимального решения даже при небольшой размерности исходных данных. Количество искомым переменных можно значительно сократить, если перейти от переменной  $x_{ijk}^m$  к новой переменной  $y_{i^0 j^0 k}^{m^0} \in [0; 1]$ ,  $i^0 = \overline{1, I^0}$ ,  $j^0 = \overline{1, J^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $m^0 = \overline{1, M^0}$ . В этом случае номера  $i^0$ -го пункта накопления сырья,  $j^0$ -го пункта производства промежуточной продукции и  $m^0$ -го вида промежуточной продукции записываются соответственно в переменные  $z_{i^0 k}^1$ ,  $z_{j^0 k}^2$ ,  $z_{m^0 k}^3$ , принимающие значения  $z_{i^0 k}^1 \in \{1, 2, \dots, I\}$ ,  $z_{j^0 k}^2 \in \{1, 2, \dots, J\}$ ,  $z_{m^0 k}^3 \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $i^0 = \overline{1, I^0}$ ,  $j^0 = \overline{1, J^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $m^0 = \overline{1, M^0}$ .

Переход к исходной переменной  $x_{ijk}^m$  может быть выполнен по формуле

$$x_{ijk}^m = \sum_{i^0=1}^{j^0} \sum_{j^0=1}^{m^0} \sum_{m^0=1}^{M^0} y_{i^0 j^0 k}^{m^0} U(i = z_{i^0 k}^1, j = z_{j^0 k}^2, m = z_{m^0 k}^3), \quad i = \overline{1, I}, \quad j = \overline{1, J}, \quad k = \overline{1, K}, \quad m = \overline{1, M},$$

где  $U(\varphi)$  – логическая функция,  $U(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varphi \text{ – истина;} \\ 0, & \text{если } \varphi \text{ – ложь.} \end{cases}$

Использование  $y_{i^0 j^0 k}^{m^0}$ ,  $z_{i^0 k}^1$ ,  $z_{j^0 k}^2$ ,  $z_{m^0 k}^3$  вместо  $x_{ijk}^m$  позволяет существенно (на порядки) сократить размерность искомого вектора решений и за счет этого ускорить процесс его поиска при требуемых ограничениях.

**Третья глава** посвящена разработке аналитического и численного методов решения задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры.

Задача размещения элементов распределенной производственной структуры относится к классу задач нелинейной оптимизации. Поиск оптимального решения в данном случае осложнен большой размерностью вектора искомым решений. Например, для решения задачи организации производства топлива из древесных отходов на территории Удмуртской Республики размерность исходного вектора, образуемого переменными  $x_{ijk}^m$ ,  $i = \overline{1, I}$ ,  $j = \overline{1, J}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $m = \overline{1, M}$ , составляет 46 607 472 элемента, а при использовании переменных  $y_{i^0 j^0 k}^{m^0}$ ,  $z_{i^0 k}^1$ ,  $z_{j^0 k}^2$ ,  $z_{m^0 k}^3$ ,  $i^0 = \overline{1, I^0}$ ,  $j^0 = \overline{1, J^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $m^0 = \overline{1, M^0}$  – уже только 10 428 элементов. Для численного решения задачи используется метод, основанный на генетическом алгоритме с вещественным кодированием и применении параллельных вычислений.

Поиск решения задачи состоит из нескольких этапов.

1. Формирование начальной популяции особей. Каждая особь представляет один из вариантов размещения элементов распределенной производственной

структуры и задается совокупностью массивов  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^r, (z_{i^0 k}^1)^r, (z_{j^0 k}^2)^r, (z_{m^0 k}^3)^r$ ,  $r = \overline{1, R}$ ,  $R$  – количество особей в популяции. При распараллеливании генетического алгоритма популяции особей создаются в нескольких потоках.

2. Оценка приспособленности особей. Каждая особь внутри потока оценивается на приспособленность: рассчитывается значение целевой функции для данного варианта размещения элементов распределенной производственной структуры. Если особь удовлетворяет требованию обеспечения минимума совокупных затрат при заданных ограничениях, то осуществляется переход к п. 5.

3. Применение генетических операторов. Внутри каждого потока над особями осуществляется действие генетических операторов отбора, скрещивания и мутации. При скрещивании создаются новые особи, составленные из генов скрещиваемых особей. В случае с массивом  $z_{i^0 k}^1$ ,  $i^0 = \overline{1, I^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , берутся элементы  $(z_{i^0 k}^1)^1$  из первой особи и  $(z_{i^0 k}^1)^2$  из второй особи, которые произвольным образом записываются в элементы новых особей  $(z_{i^0 k}^1)^{*}$  и  $(z_{i^0 k}^1)^{2*}$ . Для массивов  $z_{j^0 k}^2$  и  $z_{m^0 k}^3$ ,  $j^0 = \overline{1, J^0}$ ,  $m^0 = \overline{1, M^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , скрещивание выполняется аналогично. Элементы  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^{1*}$  и  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^{2*}$  новых особей создаются из комбинации элементов  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^1$  и  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^2$ :  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^{1*} = \delta(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^1 + (1 - \delta)(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^2$ ,  $(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^{2*} = \delta(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^2 + (1 - \delta)(y_{i^0 j^0 k}^{m^0})^1$ ,  $i^0 = \overline{1, I^0}$ ,  $j^0 = \overline{1, J^0}$ ,  $k = \overline{1, K}$ ,  $m^0 = \overline{1, M^0}$ ,  $\delta \in [0; 1]$ .

4. Миграция особей. Миграция поддерживает многообразие особей в каждом потоке, улучшая его за счет использования особей другого потока. Для этого произвольно выбирается часть особей текущего потока и заменяется произвольными особями другого потока в том же количестве. Миграция особей выполняется раз в несколько смен поколений, когда старые особи заменяются новыми.

Далее особи снова проверяются на приспособленность (переход к п. 2).

5. Вывод оптимального решения задачи. Лучшая особь данного потока сравнивается с лучшими особями остальных потоков, и победитель становится решением задачи.

Разбиение популяции на несколько потоков позволяет выполнять внутривидовые операции отдельными процессорами вычислительного устройства, увеличивая скорость поиска оптимального решения на многопроцессорных системах.

Аналитическое решение задачи основывается на следующих допущениях.

1. Равномерное распределение сырья для производства каждого вида промежуточной продукции:

$$\rho_c^m = \frac{W^m}{S_t} = const, \quad m = \overline{1, M}.$$

Здесь  $\rho_c^m$  – удельные запасы сырья для производства  $m$ -го вида промежуточной продукции, ед.с./год/км<sup>2</sup>;  $W^m$  – объем сырья для производства  $m$ -го вида промежуточной продукции, ед.с./год;  $S_t$  – площадь территории, на которой расположены пункты производства конечного продукта, км<sup>2</sup>.

2. Равномерное распределение потребности в конечном продукте:

$$\rho_{\tau} = \frac{D}{S_{\tau}} = \frac{D^m}{S_{\tau}^m} = \text{const}, \quad m = \overline{1, M}.$$

Здесь  $\rho_{\tau}$  – удельный объем выработки конечного продукта в пунктах его производства, ед.к.п./год/км<sup>2</sup>;  $D$  – суммарный объем конечного продукта, ед.к.п./год;  $D^m$  – объем конечного продукта, производимого на  $m$ -м виде промежуточной продукции, ед.к.п./год;  $S_{\tau}^m$  – площадь территории, обеспечиваемой  $m$ -м видом промежуточной продукции, км<sup>2</sup>.

3. Мощности пунктов производства  $m$ -го вида промежуточной продукции одинаковы:

$$V^m = \text{const}, \quad N^m = \frac{\tau^m D^m}{V^m}, \quad m = \overline{1, M}.$$

Здесь  $V^m$  – объем производства  $m$ -го вида промежуточной продукции в одном пункте, ед.п.п./год;  $N^m$  – количество пунктов производства  $m$ -го вида промежуточной продукции.

4. Объемы выпуска конечного продукта в пунктах его производства одинаковы:

$$u = \frac{D}{K} = \text{const}, \quad \text{ед.к.п./год.}$$

5. Затраты на доставку сырья и промежуточной продукции пропорциональны расстояниям их транспортировки:

$$g_c^m = h_c^m L_c^m, \quad g_{\tau}^m = h_{\tau}^m L_{\tau}^m, \quad m = \overline{1, M}.$$

Здесь  $g_c^m$ ,  $g_{\tau}^m$ ,  $h_c^m$ ,  $h_{\tau}^m$  – затраты на транспортировку сырья,  $m$ -го вида промежуточной продукции и их удельные значения, определяемые, соответственно, в руб./ед.с., руб./ед.п.п., руб./ед.с./км, руб./ед.п.п./км;  $L_c^m$ ,  $L_{\tau}^m$  – расстояния транспортировки сырья и  $m$ -го вида промежуточной продукции, км.

6. Условно-постоянные затраты на производство промежуточной продукции, а также условно-постоянные затраты на производство конечного продукта не зависят от объема производства на предприятии:

$$a^m, b^m, \tilde{a}^m, \tilde{b}^m = \text{const}, \quad m = \overline{1, M}.$$

Здесь  $a^m$ , руб./ед.п.п., и  $b^m$ , руб./год, – условно-постоянные затраты на производство единицы  $m$ -го вида промежуточной продукции и на весь ее выпуск соответственно;  $\tilde{a}^m$ , руб./ед.к.п., и  $\tilde{b}^m$ , руб./год, – условно-постоянные затраты на единицу конечного продукта, производимого на  $m$ -м виде промежуточной продукции, и на весь его выпуск соответственно.

С учетом допущений 1-6 критерий оптимизации размещения элементов распределенной производственной структуры можно записать в виде

$$C = C^{\text{III}} + C^{\text{KPI}} \rightarrow \min, \quad (12)$$

$$C^{\text{III}} = \sum_{m=1}^M \left( a^m + \frac{b^m}{V^m} + \alpha^m h_c^m L_c^m + h_{\tau}^m L_{\tau}^m \right) \tau^m D^m, \quad C^{\text{KPI}} = \sum_{m=1}^M \left( \tilde{a}^m + \frac{\tilde{b}^m}{u} \right) D^m. \quad (13)$$

Ограничения, отражающие баланс между потребностью в конечном продукте и потенциалом сырья в пунктах его накопления, задаются соотношениями

$$\sum_{m=1}^M D^m = D, \quad \alpha^m \tau^m D^m \leq W^m, \quad m = \overline{1, M}. \quad (14)$$

Зависимости между объемом производства промежуточной продукции на предприятии и расстоянием ее транспортировки до пункта производства конечного продукта, а также между расстояниями транспортировки сырья и промежуточной продукции определяются выражениями

$$V^m = \tau^m \rho_\tau \left( \frac{1}{\gamma\beta} L_\tau^m \right)^2, \quad L_c^m = L_\tau^m \sqrt{\alpha^m \tau^m \frac{\rho_\tau}{\rho_c^m}}, \quad m = \overline{1, M}, \quad (15)$$

где  $\gamma$  – коэффициент кривизны дорог;  $\beta$  – коэффициент согласования, зависящий от геометрии рассматриваемой территории.

С учетом равенств (15) целевая функция (12) – (13) принимает вид:

$$C = \sum_{m=1}^M \left( a^m + \frac{b^m}{\tau^m \rho_\tau \left( \frac{1}{\gamma\beta} L_\tau^m \right)^2} + \left( \alpha^m h_c^m \sqrt{\alpha^m \tau^m \frac{\rho_\tau}{\rho_c^m}} + h_\tau^m \right) L_\tau^m \right) \tau^m D^m + \sum_{m=1}^M \left( \tilde{a}^m + \frac{\tilde{b}^m}{u} \right) D^m \rightarrow \min. \quad (16)$$

Оптимальное расстояние транспортировки каждого вида промежуточной продукции определяется выражением

$$\bar{L}_\tau^m = \sqrt[3]{\frac{2b^m}{\tau^m \rho_\tau \left( \frac{1}{\gamma\beta} \right)^2 \left( \alpha^m h_c^m \sqrt{\alpha^m \tau^m \frac{\rho_\tau}{\rho_c^m}} + h_\tau^m \right)}}, \quad m = \overline{1, M}. \quad (17)$$

Подстановка решения (17) в выражение (16) приводит к задаче линейного программирования. Из решения данной задачи, которое может быть получено симплекс-методом, определяются оптимальные объемы производства конечного продукта ( $\bar{D}^m$ ) на различных видах промежуточной продукции.

**В четвертой главе** приведено решение задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры на примере организации производства различных видов топлива из древесных отходов, а также биогаза из отходов животноводства на территории Удмуртской Республики. Приведено сравнение результатов численного и аналитического решений задачи.

Использование топлива из древесных отходов выступает альтернативой газификации отдаленных районов УР, и в качестве его потребителей рассматриваются «негазовые» теплоисточники в количестве 474 единиц и выработкой тепловой энергии, равной 310 тыс. Гкал/год. При этом имеется возможность перевода теплоисточников на один из двух взаимозаменяемых видов топлива – щепу или пеллеты, с потенциалом сырьевой базы, обеспечивающей производство 878 тыс. Гкал тепловой энергии в год. В качестве потенциальных пунктов размещения производства рассматриваются места расположения теплоисточников и деревоперерабатывающих предприятий. При этом каждый теплоисточник снабжается топливом одного вида и от одного пункта его производства. В результате решения данной задачи получен оптимальный вариант размещения производства, при котором необходимо организовать 23 пункта подготовки щепы и 4 пеллетных завода, обеспечивающих топливом все теплоисточники (рисунок 1).

Производство биогаза рациональнее всего располагать вблизи предприятий животноводства и при помощи газопроводной сети снабжать расположенные в

окрестности теплоисточники. Потенциальными пунктами потребления биогаза выбраны теплоисточники на природном газе, суммарная потребность которых в топливе в пересчете на биогаз равна 266 млн. м<sup>3</sup>/год. Сырьевая база определяется отходами наиболее крупных животноводческих предприятий с суммарным потенциалом 160 млн. м<sup>3</sup> биогаза в год. В результате решения оптимизационной задачи определен максимальный объем производства биогаза, при котором суммарная себестоимость тепловой энергии на биогазе, включая затраты на его производство, не превысит себестоимости тепловой энергии на природном газе, включая затраты на его покупку. Значение данного объема составляет 70 млн. м<sup>3</sup> биогаза в год, производимого 16 биогазовыми комплексами, обеспечивающими топливом 62 теплоисточника (рисунок 2). На рисунке 3 показано сравнение зависимостей себестоимости тепловой энергии (C), вырабатываемой на биогазе и природном газе, от суммарного объема его замещения биогазом ( $V^{от}$ ). Увеличение объема производства биогаза достигается за счет менее крупных предприятий животноводства, что приводит к опережающему росту себестоимости биогаза по сравнению с фиксированной стоимостью природного газа, что также отражается на себестоимости тепловой энергии. С учетом дохода от продажи биоудобрений и исключения экологических штрафов экономически выгодный объем производства биогаза в УР возрастает в 1,5 раза (рисунок 4).

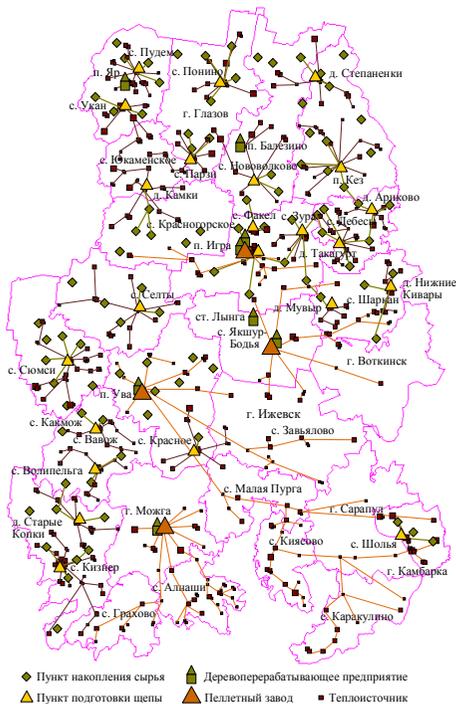


Рисунок 1 – Оптимальная схема размещения производства топлива из древесных отходов

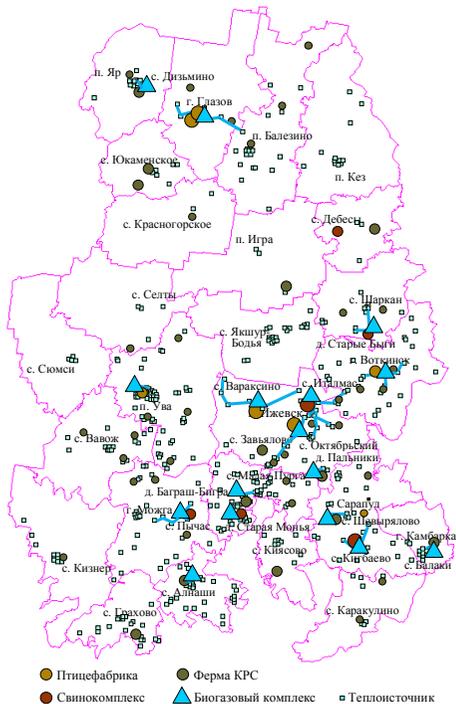


Рисунок 2 – Оптимальная схема размещения производства биогаза из отходов животноводства

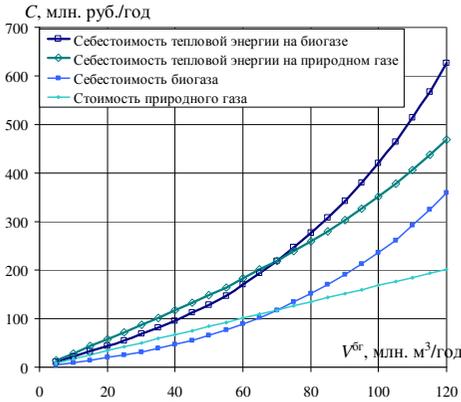


Рисунок 3 – Себестоимость производства тепловой энергии на биогазе и природном газе

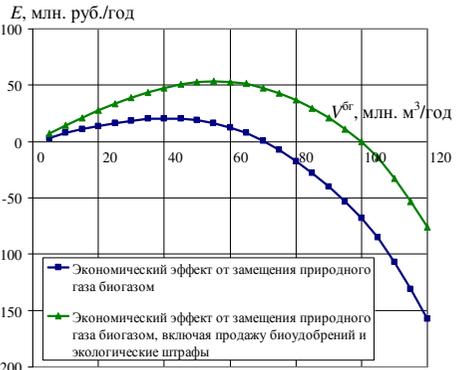


Рисунок 4 – Экономический эффект (E) от замещения природного газа биогазом

Результаты аналитического решения задачи размещения элементов производственной структуры рассматриваются на примере производства щепы (щ) и пеллет (п). В данном случае целевая функция затрат (16) примет вид

$$C = \left( 834,9 + \frac{14\,730,4}{(L_t^{щ})^2} + 4,5L_t^{щ} \right) D^{щ} + \left( 1149,1 + \frac{31\,097,1}{(L_t^п)^2} + 0,6L_t^п \right) D^п \rightarrow \min.$$

Графики этой функции в случае перевода всех теплоисточников либо на щепу, либо на пеллеты представлены на рисунке 5, на котором отмечены оптимальные расстояния транспортировки щепы  $\bar{L}_t^{щ} = 18,7$  км и пеллет  $\bar{L}_t^п = 47,0$  км.

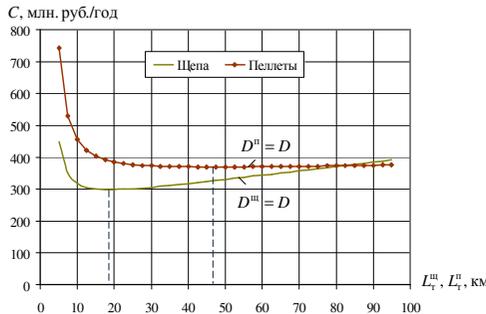


Рисунок 5 – Зависимость себестоимости производства тепловой энергии от расстояний транспортировки щепы и пеллет

Сравнение результатов аналитического и численного решений задачи в случае производства одного вида топлива (щепы), отображенное в таблице, показало, что отличие по совокупным затратам на производство тепловой энергии составляет 12%, что вполне приемлемо для получения оценочных значений.

Таблица – Оптимальные параметры размещения пунктов подготовки щепы

Параметр	Численное решение	Аналитическое решение
Среднее расстояние транспортировки сырья, км	18,9	13,7
Среднее расстояние транспортировки топлива, км	24,0	18,7
Средний объем производства на предприятии, т у.т./год	1 761	1 517
Количество пунктов производства топлива	31	36
Совокупные затраты, млн. руб./год	340,25	297,96
Средняя себестоимость тепловой энергии, руб./Гкал	1 098	961

## Основные результаты и выводы работы

1. Разработана нелинейная математическая модель оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры, включающей пункты накопления сырья, пункты производства и пункты потребления продукции. В модели учитываются различные виды ограничений, влияющих на размещение производства и поставку продукции на территории региона.

2. Разработан эффективный численный метод решения нелинейной задачи оптимального размещения элементов распределенной производственной структуры, основанный на использовании генетического алгоритма с вещественным кодированием. Более высокая эффективность метода достигается за счет сокращения размерности вектора решений, что дает существенный прирост (на несколько порядков) производительности поиска оптимального решения. Распараллеливание работы алгоритма на многопроцессорных системах позволяет дополнительно повысить его производительность в зависимости от количества параллельно работающих процессоров. В частности, на системе, состоящей из 8-ми вычислительных процессоров, скорость получения оптимального решения задачи возрастает более чем в 3 раза.

3. Разработан программно-вычислительный комплекс, определяющий оптимальное размещение элементов распределенной производственной структуры на примере решения задачи организации производства различных видов топлива из древесных отходов, а также биогаза из отходов животноводства на территории региона. Расчетный блок программно-вычислительного комплекса основан на применении параллельных вычислений и позволяет решать задачу размещения при различных ограничениях, накладываемых на исходные данные.

4. Определено, что при оптимальном решении задачи обеспечения топливом из древесных отходов всех рассматриваемых теплоисточников Удмуртской Республики необходимо создать 23 пункта подготовки щепы и 4 пеллетных завода. При этом объем производства щепы на всех предприятиях должен составить 38 028 т у.т./год, объем производства пеллет на всех пеллетных заводах – 15 689 т у.т./год. Среднее расстояние транспортировки щепы до теплоисточников равно 15 км, среднее расстояние транспортировки пеллет – 72 км.

5. Получено аналитическое решение задачи оптимального размещения элементов производственной структуры на заданной территории при допущении о равномерном распределении запасов сырья и потребностей в продукции. Аналитические расчеты позволяют, не прибегая к трудоемким вычислениям, получить оценку эффективности производства рассматриваемой продукции. С помощью аналитических расчетов получено, что себестоимость производства тепловой энергии на теплоисточниках с использованием в качестве топлива щепы для условий Удмуртской Республики равна 961 руб./Гкал. При численном решении задачи по данным фактического расположения пунктов накопления сырья и теплоисточников получено значение себестоимости тепловой энергии, равное 1 098 руб./Гкал.

6. Определено, что для условий Удмуртской Республики максимальный объем производства биогаза, при котором экономически целесообразно замещение им природного газа, равен 70 млн. м<sup>3</sup> в год. С учетом дохода от продажи биоудобрений и исключения экологических штрафов экономически выгодный объем производства биогаза возрастает до 100 млн. м<sup>3</sup> в год.

### Публикации по теме диссертации

1. *Русяк И.Г., Нефедов Д.Г.* Постановка и решение задачи оптимального размещения предприятий по производству древесного топлива // Сибирский журнал индустриальной математики. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 2012. – Т. XV, №4 (52). – С. 118-123.
2. *Русяк И.Г., Нефедов Д.Г.* Решение задачи оптимизации схемы размещения производства древесных видов топлива по критерию себестоимости тепловой энергии // Компьютерные исследования и моделирование. – М.: Изд-во Института компьютерных исследований, 2012. – Т. 4, №3. – С. 651-659.
3. *Русяк И.Г., Нефедов Д.Г.* Математическая модель и методика расчета оптимальных параметров системы топливообеспечения древесными видами топлива // Вестник Ижевского государственного технического университета. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2011. – №3. – С. 58-60.
4. Решение задачи оптимального размещения предприятий по производству древесного топлива для распределенной системы теплоснабжения региона: программа № 2013611274 / Русяк И.Г., Нефедов Д.Г. (RU); правообладатель ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова». – 2013611274; заявл. 27.11.2012; зарегистр. 09.01.2013, реестр программ для ЭВМ.
5. *Нефедов Д.Г.* Постановка и решение задачи оптимального размещения элементов равномерно распределенной производственной структуры // Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты: сборник материалов XIV Международной научно-практической конференции (Новосибирск, 3 октября 2014 г.). – Новосибирск: Изд-во ЦРНС, 2014. – С. 128-134.
6. *Нефедов Д.Г.* Об одной задаче оптимального размещения предприятий с учетом расположения поставщиков сырья и потребителей продукции // VII Всероссийская научная конференция «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий», ЭКОМОД-2012 (Киров, 2-8 июля 2012 г.) / Сборник тезисов. – Киров: Изд-во ВятГУ, 2012. – С. 54.
7. *Русяк И.Г., Нефедов Д.Г.* Оптимизация параметров пространственного размещения предприятий по производству древесных видов топлива // Сборник материалов 4-й Международной научно-практической конференции «Современные проблемы науки» (Тамбов, 31 марта 2011 г.). – Тамбов: ТМБпринт, 2011. – С. 60-65.
8. *Королев С.А., Нефедов Д.Г.* Решение задачи оптимального распределения предприятий производства топлива из древесного сырья для обеспечения системы теплоснабжения региона // Материалы Региональной научно-технической конференции «Математическое и компьютерное моделирование технических и социально-экономических систем» (Ижевск, 14 мая 2010 г.). – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2010. – С. 103-106.

---

*В авторской редакции*

Подписано в печать 28.04.2015. Формат 60x84/16. Усл. печ. л.1,0.

Заказ № 117. Тираж 100 экз.

Издательство Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова  
Отпечатано в типографии Издательства ИжГТУ, 426069, Ижевск, ул. Студенческая, 7