

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе



ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»,  
доктор технических наук, профессор

А.А. Дьяконов  
2017 г.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

Диссертация «Исследование математических моделей упругости  
методами итерационных факторизаций» выполнена на кафедре  
математического и компьютерного моделирования.

В период подготовки диссертации соискатель Ушаков Андрей  
Леонидович работал в Федеральном государственном бюджетном  
образовательном учреждении высшего профессионального образования  
«Южно-Уральский государственный университет» (национальный  
исследовательский университет) (далее ФГБОУ ВПО «ЮУрГУ» (НИУ)) с  
01.09.2013 по 30.06.2016 старшим преподавателем кафедры дифференциальных  
и стохастических уравнений; с 01.07.2016 по настоящее время работает  
старшим преподавателем кафедры вычислительной механики Федерального  
государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный  
исследовательский университет)» (далее ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»); с  
01.03.2015 по настоящее время является соискателем ученой степени кандидата  
физико-математических наук на кафедре математического и компьютерного  
моделирования ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)» (ранее кафедра

дифференциальных и стохастических уравнений ФГБОУ ВПО «ЮУрГУ» (НИУ)).

В 1983 г. Ушаков А.Л. окончил Новосибирский государственный университет им. Ленинского комсомола по специальности «Математика. Прикладная математика». В 1983 году поступил в аспирантуру Вычислительного центра Сибирского отделения АН СССР, в 1986 году окончил аспирантуру без предоставления диссертации к защите.

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2017 г. Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)», г. Челябинск.

Научный руководитель – Загребина Софья Александровна, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического и компьютерного моделирования Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)».

Тема диссертации утверждена Ученым советом факультета Математики, механики и компьютерных наук 22 декабря 2014 г., протокол № 04.

По результатам рассмотрения диссертации «Исследование математических моделей теории упругости методами итерационных факторизаций» принято следующее заключение:

**Актуальность темы и направленность исследования.** Диссертация Ушакова А.Л. является законченным самостоятельно выполненным научным исследованием. Диссертационная работа посвящена исследованию математических моделей упругости методами итерационных факторизаций. Актуальность изучения таких моделей обусловлена необходимостью разработки приближенных аналитических методов для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин. Необходимость в эффективной модификации численных методов фиктивных компонент для

исследования моделей упругости обусловлена минимизацией вычислительных затрат. В работе установлена геометрическая скорость сходимости итерационных решений к точным решениям, вычислительные эксперименты по вычислению перемещений прямоугольных мембран и пластин подтверждают асимптотическую оптимальность реализованных численных методов итерационных факторизаций. В связи с этим, считаем, что исследования, представленные в данной диссертации, являются актуальными.

**Личное участие автора в полученных научных результатах.** В ходе докторской диссертации Ушаковым А.Л. были получены следующие основные результаты:

*В рамках «Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей» (п. 2 паспорта специальности) получены:*

1. Приближенный аналитический метод итерационных факторизаций для вычислений перемещений прямоугольной пластины.
2. Модификации методов фиктивных компонент на непрерывном уровне для вычислений перемещений пластин.

*В рамках «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных технологий» (п. 3 паспорта специальности) получены:*

3. Асимптотически оптимальные численные методы итерационных факторизаций для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин.
4. Модификации методов фиктивных компонент на дискретном уровне для вычислений перемещений пластин.

*В рамках «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» (п. 4 паспорта специальности) получены:*

5. Программы для ЭВМ, реализующие методы итерационных факторизаций асимптотически оптимальные по количеству арифметических операций для

вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин в базисных, модельных краевых задачах для уравнений Пуассона и Софи Жермен – Лагранжа.

Все исследования, связанные с пунктами 1–5, были выполнены Ушаковым А.Л. единолично.

**Степень достоверности результатов проведенных исследований.**

Результаты работы опубликованы и научно обоснованы, т.е. проведены их математические доказательства. Вычислительные эксперименты подтвердили теоретические результаты работы, а именно асимптотическую оптимальность предложенных численных методов

**Научная новизна результатов в области математического моделирования.** Разработан аналитический приближенный метод для вычислений перемещений прямоугольной пластины при шарнирном закреплении на двух смежных сторонах и условиях симметрии на двух других сторонах. Модифицированы на непрерывном уровне методы фиктивных компонент для вычислений перемещений пластин. Получены оценки сходимости приближенных решений к точным решениям.

**В области численных методов.** Разработаны новые численные методы итерационных факторизаций асимптотически оптимальные по количеству арифметических операций для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин при найденных и указанных смешанных краевых условиях. Эффективно модифицированы численные методы фиктивных компонент для вычислений перемещений пластин. Установлена геометрическая скорость сходимости итерационных решений к точным решениям.

**В области комплексов программ.** Разработан комплекс программ для вычислений перемещений прямоугольных мембран и пластин. Расчеты на ЭВМ подтверждают при вычислительных экспериментах асимптотическую оптимальность реализованных численных методов итерационных факторизаций.

**Практическая значимость полученных результатов.** Разработанные численные методы могут использоваться при вычислениях перемещений мембран и пластин. Использование этих численных методов предоставляет возможности экономии материальных ресурсов и средств, времени вычислений на ЭВМ. Результаты работы могут быть использованы в процессе обучения в высших учебных заведениях на механико-математических и физико-технических специальностях и направлениях.

**Ценность научных работ соискателя.** Полученные методы итерационных факторизаций и модифицированные методы фиктивных компонент вносят вклад в развитие методов решения краевых задач для эллиптических уравнений второго и четвёртого порядков.

Материалы диссертации полно представлены в работах, опубликованы соискателем в 20 научных публикациях:

1. Ушаков, А.Л. Модификация итерационной факторизации для численного решения двух эллиптических уравнений второго порядка в прямоугольной области / А.Л. Ушаков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика, Механика, Физика. – 2013. – Т. 5, №2. – С. 88–93. (Zbl 1331.65169)
2. Ушаков, А.Л. Итерационная факторизация для численного решения эллиптического уравнения четвёртого порядка в прямоугольной области / А.Л. Ушаков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика, Механика, Физика. – 2014. – Т. 6, №1. – С. 42–49. (Zbl 1343.65139)
3. Ушаков, А.Л. Итерационная факторизация на фиктивном продолжении для численного решения эллиптического уравнения четвёртого порядка / А.Л. Ушаков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика, Механика, Физика. – 2014. – Т. 6, №2. – С. 17–22. (Zbl 1343.65145)
4. Ушаков, А.Л. О моделировании деформаций пластин / А.Л. Ушаков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия:

Математическое моделирование и программирование. – 2015. – Т. 8, №2.  
– С. 138–142. (SCOPUS)

*Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ*

5. Численное моделирование деформации квадратной мембранны, закреплённой на двух смежных сторонах № 2014613985 / Ушаков А.Л., Бухарин И.Ю. (RU); правообладатель ФБГОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)». - 2014611376; заявл. 24.02.2014; зарегистр. 14.04.2014, реестр программ для ЭВМ.
6. Численное моделирование перемещений пластины под действиями давлений при однородных краевых условиях № 2015661153 / Ушаков А.Л., Артес Н.О. (RU); правообладатель ФБГОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)». - 2015618103; заявл. 04.09.2015; зарегистр. 20.10.2015, реестр программ для ЭВМ.

*Другие научные публикации*

7. Ушаков, А.Л. Метод фиктивных компонент для приближённого решения эллиптического дифференциального уравнения четвёртого порядка / А.Л. Ушаков; Челябинский политехнический институт. – Челябинск, 1989. – 29 с. – Библ.: – 11 назв. – Деп. в ВИНИТИ АН СССР 25.05.1989, № 3480-B1989.
8. Ушаков, А.Л. Метод фиктивных компонент на непрерывном уровне / А.Л. Ушаков; Челябинский политехнический институт. – Челябинск, 1989. – 15 с. – Библ.: – 4 назв. – Деп. в ВИНИТИ АН СССР 28.12.1989, № 7717-B1989.
9. Ушаков, А.Л. Метод итерационного расщепления для специальных эллиптических краевых задач / А.Л. Ушаков; Челябинский политехнический институт. – Челябинск, 1990. – 32 с. – Библ.: – 16 назв. – Деп. в ВИНИТИ АН СССР 23.11.1990, № 5892-B1990.
10. Ушаков, А.Л. Модификация метода фиктивных компонент при несимметричном расширении / А.Л. Ушаков; Челябинский

- государственный технический университет. – Челябинск, 1991. – 25 с. – Библ.: – 10 назв. – Деп. в ВИНИТИ АН СССР 23.05.1991, № 2114-В1991.
11. Ушаков, А.Л. Модификация метода фиктивных компонент / А.Л. Ушаков; Челябинский государственный технический университет. – Челябинск, 1991. – 40 с. – Библ.: – 13 назв. – Деп. в ВИНИТИ АН СССР 11.11.1991, № 4232-В1991.
12. Ушаков, А.Л. Метод итерационной факторизации / А.Л. Ушаков; Челябинский государственный технический университет. – Челябинск, 1994. – 31 с. – Библ.: – 17 назв. – Деп. в ВИНИТИ РАН 17.10.1994, № 2375-В1994.
13. Ушаков, А.Л. О приближённом решении одной эллиптической краевой задачи четвёртого порядка / А.Л. Ушаков; Челябинский государственный технический университет. – Челябинск, 1997. – 30 с. – Библ.: – 12 назв. – Деп. в ВИНИТИ РАН 21.04.1997, № 1346-В1997.
14. Ушаков, А.Л. Моделирование итерационной факторизации для эллиптической краевой задачи второго порядка / А.Л. Ушаков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика, физика, химия. – 2006. – Вып. 7, №7 (62). – С. 64–70.
15. Ушаков, А.Л. Моделирование итерационной факторизации для эллиптического уравнения четвертого порядка / А.Л. Ушаков // Известия Челябинского научного центра УрО РАН. – 2007. – Вып. 1 (35). – С. 33–36.
16. Ушаков, А.Л. Модификация метода фиктивных компонент для численного решения эллиптических краевых задач четвёртого порядка / А.Л. Ушаков // Математические модели и теория групп: сб. науч. тр. каф. общей математики Южно-Уральского государственного университета. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – С. 61–65.
17. Ушаков, А.Л. Метод фиктивных компонент для эллиптических дифференциальных уравнений / А.Л. Ушаков // 5 Школа молодых

- математиков Сибири и Дальнего востока: тез. докл., Новосибирск, 10-16 декабря 1990 года. – Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1990. – С. 123.
18. Ушаков, А.Л. Математическое моделирование деформаций пластин на упругих основаниях / А.Л. Ушаков // НАУКА ЮУрГУ : статья в сборнике трудов 67-й научной конференции ЮУрГУ, Челябинск, 14-17 апреля 2015 года. – Челябинск: ЮУрГУ, 2015. – С. 75-83.
19. Ушаков, А.Л. Численное моделирование деформации прямоугольной пластины / А.Л. Ушаков // Системы компьютерной математики и их приложения: тез. докл. XVI Международной научной конференции, посвященной 75-летию профессора В.П. Дьяконова, Смоленск, 15-17 мая 2015 года. – Смоленск: СмолГУ, 2015. – Вып. 16. – С. 222.
20. Ушаков, А.Л. Численное моделирование деформации мембранны / А.Л. Ушаков // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование: тез. докл. Международной научно конференции, Улан-Удэ, 22-27 июня 2015 года. – Улан-Удэ: ВСГУТУ, 2015. – С. 291-292.

В работах [5], [6], выполненных в соавторстве со студентами, в диссертацию включены только те результаты, которые были получены лично А.Л. Ушаковым, и не затрагивают интересов других соавторов.

**Специальность, которой соответствует диссертация.** В диссертации Ушакова Андрея Леонидовича исследованы математические модели упругости, основанные на эллиптических уравнениях со смешанными краевыми условиями, разработаны асимптотически оптимальные численные методы решения модельных задач и представлены алгоритмы программ, реализующие предлагаемые численные методы. Это позволяет сделать вывод о том, что работа содержит оригинальные результаты одновременно из трех областей – математического моделирования, численных методов и комплексов программ. Кроме того, предлагаемые методы могут быть использованы в различных предметных областях – теории упругости, строительстве, приборостроении. Диссертационное исследование соответствует следующим пунктам паспорта специальности: 2 – развитие качественных и приближенных аналитических

методов исследования математических моделей; 3 – разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных технологий; 4 – реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента. Таким образом, диссертация соответствует паспорту специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация «Исследование математических моделей упругости методами итерационных факторизаций» Ушакова Андрея Леонидовича является законченным, самостоятельно выполненным научным исследованием, содержит новые научные результаты и рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Сагадеева М.А., канд. физ.-мат. наук, доц., доц. (председатель); Келлер А.В., д-р физ.-мат. наук, доц., проф.; Загребина С.А., д-р физ.-мат. наук, доц., зав. кафедрой; Панюков А.В., д-р физ.-мат. наук, проф., проф.; Акимова А.А., канд. физ.-мат. наук, доц.; Баязитова А.А., канд. физ.-мат. наук, доц.; Деркунова Е.А., канд. физ.-мат. наук, доц.; Дударева В.И., канд. техн. наук, доц., доц.; Кочеткова Г.С., канд. пед. наук, доц.; Кунгурцева А.В., канд. физ.-мат. наук, доц., доц.; Логинова Л.А., канд. пед. наук, доц.; Макаровских Т.А., канд. физ.-мат. наук, доц., доц.; Овчинникова Н.Н., канд. пед. наук, доц.; Осмоловский В.И., канд. пед. наук, доц., доц.; Парасич И.В., канд. техн. наук, доц.; Гаврилова О.В., ст. преподаватель; Демьяненко Т.С., ст. преподаватель; Козина Е.Н., ассистент; Котлованов К.Ю., ассистент; Савицкий Е.А., ассистент; Соловьева Н.Н., преподаватель; Ушаков А.Л., соискатель; Фокина М.С., преподаватель; Эбель А.А., ст. преподаватель.

Заключение принято на заседании кафедры математического и компьютерного моделирования Южно-Уральского государственного

университета. Присутствовало 24 чел. Результаты голосования: «за» – 24 чел., «против» – нет, «воздержалось» – нет, протокол № 7 от 09 марта 2017 г.

Сагадеева Минзилия Алмасовна,  
кандидат физ.-мат. наук, доцент,  
доцент кафедры математического и  
компьютерного моделирования



Сагадеева Минзилия Алмасовна, sagadeevama@susu.ru

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)», 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, д.76; тел. служ. (351) 272-32-72.

web-сайт места работы <http://www.susu.ru/ru/fakultety>.