

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор – проректор
по научной работе

_____ А.В. Коржов



_____ 2024г.

ПРОГРАММА

вступительного испытания в аспирантуру по специальной дисциплине

группа научных специальностей 1.1 – Математика и механика

по научным специальностям

- 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ
- 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
- 1.1.5 – Математическая логика, алгебра и теория чисел
- 1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин
- 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела
- 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Челябинск

2024

Зав. отделом
аспирантуры
Шабурова Н.А.

ПРОГРАММА

вступительного испытания в аспирантуру по научным специальностям

- 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ
- 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
- 1.1.5 – Математическая логика, алгебра и теория чисел
- 1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин
- 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела
- 1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

ПРОЦЕДУРА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА

Экзамен проводится в очном формате.

Форма проведения экзамена – письменно (ответы на вопросы выбранного претендентом билета).

Количество вопросов в билете определяется Программой вступительных испытаний по соответствующей научной специальности и равно 2.

Время для подготовки письменных ответов на вопросы – не менее 60 минут. Максимальное время для подготовки 180 минут (точное время указывается экзаменационной комиссией).

Перед началом экзамена вместе с билетом все претенденты получают карточки с указанием ID поступающего.

Ответы на вопросы абитуриенты оформляют на экзаменационных листах с указанием на них индивидуального кода (ID поступающего), без указания Фамилии Имени Отчества.

По истечении времени, обозначенного экзаменационной комиссией на подготовку ответов, претенденты сдают экзаменационные листы на проверку. Карточки ID хранятся у претендентов до объявления результатов экзамена. Члены комиссии озвучивают дату и время оглашения результатов.

При оглашении результатов проверки письменных ответов члены комиссии называют ID поступающего и его результат в баллах. Названный поступающий предъявляет карточку с соответствующим ID поступающего и называет свою Фамилию Имя Отчество для внесения информации в протокол экзамена.

В случае несогласия поступающего с выставленными баллами он вправе пройти собеседование с экзаменационной комиссией. Вопросы, выносимые на собеседование, должны быть в рамках программы вступительных испытаний. Количество вопросов на собеседовании – не более трех.

Вопросы собеседования отражаются в протоколе экзамена.

Баллы за ответы на дополнительные вопросы собеседования отражаются в протоколе экзамена и суммируются с баллами за письменные ответы на вопросы. При этом суммарный балл за общепрофессиональные компетенции (сумма баллов

за ответы претендента на вопросы по билету и ответы на дополнительные вопросы) не должно превышать 100 баллов.

Добавление баллов за каждое индивидуальное достижение проводится только при предоставлении комиссии подтверждающих документов.

Сведения об индивидуальных достижениях и подтверждающие их документы должны быть предоставлены комиссии во время проведения вступительного испытания по специальной дисциплине. Сведения, предоставленные позднее оговоренного срока, не учитываются.

Баллы за индивидуальные достижения засчитываются при условии их соответствия научной специальности программы аспирантуры на которую поступает абитуриент.

Баллы за индивидуальные достижения заполняются комиссией в листе Индивидуальных достижений и вносятся в протокол экзамена.

Протоколы вступительных экзаменов, экзаменационные листы и листы учета индивидуальных достижений передаются в центральную приемную комиссию для ввода оценок в систему Универис в день оглашения результатов экзамена.

После ввода баллов протоколы, экзаменационные листы и листы учета индивидуальных достижений передаются в отдел аспирантуры и хранятся в личном деле поступающего.

1. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ:

Экзаменационный билет содержит 2 вопроса из разделов «Общая часть» и одного вопроса из раздела «Специальная часть». Вопросы раздела «Общая часть» включают основной материал курсов: Общая алгебра, Линейная алгебра, Математическая логика, Теория чисел, Математический анализ, Ряды, Функциональный анализ, Теория функций комплексной переменной, Уравнения в частных производных. Теоретическая механика, Вариационное исчисление. Вопросы раздела «Специальная часть» включают материал из специальных курсов.

Раздел «Общая часть»

Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Обратная матрица, способы ее нахождения. Векторы. Операции с векторами. Скалярное произведение векторов. Определение и свойства векторного произведения векторов, его геометрический смысл. Основные типы уравнений прямой на плоскости. Основные виды уравнений плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Кривые второго порядка. Полярная система координат. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Аффинные преобразования, их свойства. Аффинная система координат. Теорема о задании аффинного преобразования в координатах. Матрица аффинного преобразования. Поверхности второго порядка, их канонические уравнения.

Понятие многочлена от одной неизвестной. Теорема о делении с остатком. Теорема о свойствах делимости в кольце многочленов над полем. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о числе корней многочлена. Задача интерполяции. Интерполяционная формула Лагранжа. Теорема о неприводимых многочленах. Формулы Виета. Определение векторного пространства. Определение подпространства. Теорема о свойствах подпространства. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов. Определение базы. Теорема о дополнении до базы. Теорема о размерности пространства. Определение матрицы перехода от одной базы к другой. Теорема о свойствах матрицы перехода. Теорема о пересечении подпространств. Теорема о строении линейной оболочки. Теорема о сумме двух подпространств. Определение прямой суммы двух подпространств. Теорема о прямой сумме двух подпространств. Определение ранга матрицы. Определение линейного оператора. Теорема о свойствах линейных операторов. Операции над линейными операторами. Доказать, что линейные операторы образуют пространство.

Матрица линейного оператора. Теорема о связи матриц линейного преобразования в разных базах. Доказать, что ядро линейного преобразования является подпространством. Доказать, что образ линейного преобразования является подпространством. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема Гамильтона-Кэли. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Теорема о нахождении собственных значений. Определение и примеры нормальной жордановой формы матрицы. Теоремы о корневых подпространствах, о разложении на корневые подпространства. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям, линейно независимы. Критерий диагонализуемости линейного преобразования. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Пространства со скалярным произведением. Теорема Коши – Буняковского – Шварца. Теорема о свойствах нормы вектора. Теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации. Теорема об ортогональном дополнении.

Делимость, простые числа, наибольший общий делитель. Расширенный алгоритм Евклида. Цепные дроби. Асимптотический закон распределения простых чисел. Мультипликативные функции. Полная система вычетов, приведенная система вычетов. Теорема Эйлера. Теорема Ферма, тест Ферма на простоту. Понижение степени сравнения. Сравнения первой степени и их решение.

Системы сравнений первой степени и их решение. Китайская теорема об остатках. Квадратичные сравнения. Символ Лежандра. Закон взаимности. Существование решений квадратичного сравнения по простому модулю. Символ

Якоби и его свойства. Тест Соловья-Штрассена на простоту. Существование и количество решений квадратичного сравнения по составному модулю. Квадраты и псевдоквадраты. Числа Блюма. BBS-генератор. Задача дискретного логарифмирования. Числа Ферма, теорема Пепина, тест Пепина. Числа Мерсенна и тест Лукаса – Лемера. Язык логики высказываний. Синтаксис языка: алфавит и правила построения формул. Понятие логического следования, принцип дедукции. Совершенные КНФ и ДНФ. Теорема Поста. Полные системы булевых функций. Базис Булевы функции от двух аргументов. Булевы функции и формулы алгебры высказываний. Минимизация ДНФ. Метод карт Карно. Полиномы Жегалкина. Логическое следование формул логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма для формул логики предикатов. Кванторные операции над предикатами. Логические операции над предикатами. Свободные и связанные вхождения переменных, замкнутые формулы. Синтаксис языка логики предикатов: алфавит, термы, атомы, правила построения формул. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов. Понятие формулы логики предикатов.

Дифференцируемое отображение и функции. Производные по направлению, частные производные класса C^n , дифференцируемость отображений класса C^1 . Формула Тейлора.

Экстремумы и формула Тейлора. Относительный экстремум, множитель Лагранжа. Локальная обратимость отображения с обратимым дифференциалом. Теорема о неявной функции.

Локальное задание гладких подмногообразий в R^n . Касательное пространство.

Интеграл Римана и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, квадратурные формулы Гаусса. Оценки погрешностей. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент. Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция скорости, вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Собственные и несобственные интегралы зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки.

Сходимость числовых рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Умножение рядов. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.

Мера множества и свойства. Измеримые функции. Теорема Рисса о сходимости о мере. Интеграл Лебега и его основные свойства. Пространства L^p .

Неравенства Коши – Буняковского, Минковского и Шварца. Произведение мер и теорема Фубини.

Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Понятие римановой поверхности. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Аналитичность элементарных функций и связь аналитических функций и гармонических. Полус и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

Линейные и метрические пространства. Нормированные пространства. Банаховы, гильбертовы пространства. Линейные операторы, норма оператора. Сопряженный оператор. Теорема Банаха – Штейнгауза. Теорема Хана –Банаха. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала. Резольвента и спектр линейного оператора. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода.

Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона). Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Линейные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальные системы решений. Метод вариации постоянных. Дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами. Квазиполиномы. Общие и частные решения. Функция Грина. Устойчивость по Ляпунову. Функция Ляпунова. Асимптотическая устойчивость.

Элементы вариационного исчисления. Лагранжиан и уравнения Эйлера—Лагранжа. Гамильтониан и уравнения Гамильтона. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений. Теорема Гильберта—Шмидта. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.

Характеристики уравнений в частных производных. Задача Коши и теорема Коши—Ковалевской. Классификация уравнений в частных производных. Метод Даламбера для бесконечной струны. Функция Грина задачи Коши для волнового уравнения. Формула Грина для гармонических функций. Метод разделения переменных.

Уравнение Лапласа и эллиптические уравнения. Гармонические функции. Принцип максимума. Фундаментальное решение. Задачи на собственные значения и разложения по собственным функциям.

Уравнение теплопроводности и параболические уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. Принцип максимума и теорема единственности.

Волновое уравнение и гиперболические уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона. Фундаментальное решение и теория потенциала.

Внешние и внутренние силы. Напряжения. Виды нагружения стержня. Тензор напряжений. Связь между усилиями и напряжениями. Перемещения и деформации, тензор деформаций. Механические свойства материалов, диаграмма условных напряжений, разгрузка и повторное нагружение, основные механические характеристики материала. Простые виды нагружения стержня. Местные напряжения и принцип Сен-Венана, понятие о концентрации напряжений. Потенциальная энергия деформации при произвольном нагружении стержня, принцип возможных перемещений. Определение перемещений в упругих системах, интеграл Мора. Статически неопределимые системы, особенности их работы и принципы расчета. Напряжения от механической нагрузки, тепловые и монтажные. Условия начала пластического деформирования при сложном напряженном состоянии. Работа элементов конструкций за пределами упругости при растяжении и изгибе. Расчет кинетики деформирования и прямое определение предельной нагрузки. Циклическое деформирование за пределами упругости, основные эффекты. Малоцикловая усталость. Многоцикловая усталость. Ползучесть. Расчеты на прочность (по допускаемым напряжениям и предельной нагрузке) и жесткость; коэффициенты запаса. Основные идеи механики разрушения.

Раздел «Специальная часть»

Понятие группы, аксиомы, примеры: циклические группы, линейные группы, группы подстановок, группы симметрий, квазициклические группы, группы кватернионов. Подгруппы. Порождающие множества. Порождающие и непорождающие элементы групп. Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа и факторгруппа. Простая группа. Сопряжение в группе, классы сопряжённых элементов в симметрических и линейных группах. Нормализатор и централизатор множества элементов группы. Гомоморфизм, изоморфизм, теоремы о гомоморфизмах. Конструкции прямого и декартова произведений групп. Расширения посредством групп автоморфизмов, голоморф. Действие группы на множестве. Конечные группы. Силовские подгруппы конечных групп, теоремы Силова. Нильпотентные группы. Теорема Фиттинга и подгруппа Фиттинга. Конечные нильпотентные группы, теоремы Бернсайда Виланда и Фраттини.

Разрешимые группы. Тожество разрешимости. Теорема Холла. Теорема Миллера Морено о разрешимости конечных групп, все собственные подгруппы которых абелевы. Периодические группы. Свободные бернсайдовы группы. Теоремы Бернсайда и Санова о конечности свободных бернсайдовых групп периодов 2, 3 и 4 конечного ранга.

Способы задания графа: перечисление элементов, рисунок, матрица смежности, матрица инцидентности, матрица Кирхгофа, их свойства, связь между ними. Лемма о рукопожатиях. Критерий наличия в графе перешейка. Однородные графы, свойства их матрицы смежности. Критерий кографа в терминах запрещённого порождённого подграфа. Основные свойства деревьев. Теорема Эйлера о количестве граней связного планарного графа. Критерии Куратовского – Понтрягина и Вагнера для планарности графа.

Специальные функции и их асимптотическое поведение. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения 2-ого порядка. Принципы предельного поглощения и предельного излучения. Спектр оператора Шредингера с растущим потенциалом. Одномерный оператор Шредингера с убывающим потенциалом, теорема разложения. Блоховские решения одномерного оператора Шредингера с периодическим потенциалом. Обратная задача теории рассеяния для уравнения Шредингера. Определение волновых операторов, оператора и матрицы рассеяния. Резонансы и асимптотическое поведение решений одномерного волнового уравнения при больших временах. Уравнение Кортевега – де Фриза и эволюция данных рассеяния. N-солитонные решения. Параболическое уравнение. Волновое поле для уравнения Гельмгольца в круге, сосредоточенное вблизи границы Краевая задача Римана. Понятие индекса. Уравнение Гамильтона – Якоби.

Метод ВКБ: изолированные точки поворота, равномерные асимптотики. Лучевой метод для стационарного волнового уравнения в неоднородной среде. Стационарное волновое поле, создаваемое точечным источником, вблизи поверхности выпуклого тела, в окрестности границы свет-тень. Волновое поле в неоднородной среде, сосредоточенное в окрестности луча. Асимптотика серии собственных значений, связанных с траекториями типа "прыгающего мячика".

Функции самосопряженного оператора. Теорема о следах. Неравенства Фридрихса и Пуанкаре. Симметричный и самосопряженный оператор. Мера Хаара. Естественное представление оператора числа частиц. Квазиклассическое приближение для решений нестационарного уравнения Шредингера. Функциональные интегралы для задач квантовой механики. Неравенство Гординга. Эллиптический оператор как производящий оператор полугруппы. Применение теории полугрупп к эволюционным задачам.

Расчет напряжений в осесимметрично нагруженных быстровращающихся дисках. Аналитические методы расчета напряженно-деформированного состояния. Численные методы, включая вариационные; метод конечных элементов. Вариационные методы решения задач теории упругости (метод Ритца, метод конечных элементов).

Уравнение продольных и крутильных колебаний упругих стержней. Собственные частоты и формы. Их свойства. Разложение прогиба механической

системы по собственным формам. Амплитудно-фазовая частотная характеристика линейной механической системы с линейным вязким трением (на примере системы с одной степенью свободы). Виброизоляция при силовом возбуждении (активная виброизоляция) и кинематическом возбуждении (пассивная виброизоляция). Динамика роторов. Колебания вращающихся валов с дисками. Влияние различных факторов (податливость опор, форма сечения вала, гироскопические эффекты, сила тяжести, различные виды трения) на критические скорости. Устойчивость вращающегося вала. Динамическое гашение колебаний. Электрические измерения неэлектрических величин. Основы электротензометрии. Построение математической модели многофакторного процесса.

Критерии оптимальности планов регрессионного анализа: 1) критерии, связанные с точностью оценок коэффициентов регрессии (условие ортогональности плана, критерии D, A, E оптимальности); 2) критерии, связанные с предсказательными свойствами модели (G и Q оптимальности, критерий ротатабельности плана); 3) критерии, определяющие стратегию эксперимента (минимум необходимых опытов, свойство композиционности плана, рандомизация реализации опытов, принцип оптимального использования факторного пространства). Планирование эксперимента при построении регрессионных моделей второго порядка. Стационарный случайный процесс и его спектральное разложение. Классификация динамических систем, определение частотных передаточных функций. Статистическая динамика многомерных систем. Статистический подход к задачам прогнозирования надежности. Метод А.Р. Ржаницына.

Стохастические модели экстремальных нагрузок, базирующихся на теории выбросов случайных процессов. Испытания на надежность, методы и практические приемы обработки информации. Ускоренные испытания изделий. Основные гипотезы и модели среды в теории пластичности. Расчеты идеально пластических конструкций. Постулат изотропии А.А. Ильюшина. Постулат Друккера. Ассоциированный закон течения. Технические теории ползучести.

Кинетика процесса разрушения, вязкое и хрупкое разрушение и их особенности. Силовые критерии разрушения (О.Мора, А.Надаи, Писаренко-Лебедева и др.). Деформационные критерии разрушения; диаграмма пластичности В.П. Колмогорова, деформационный критерий в терминах напряжений. Малоцикловая усталость при нормальной и повышенной температуре. Многоцикловая усталость. Построение полной вероятностной диаграммы усталостной прочности.

Тензор деформации. Термодинамика деформирования. Закон Гука. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Деформации с изменением температуры. Деформации термические и адиабатические. Уравнения равновесия изотропных тел. Упругие волны в изотропной среде. Отражение и преломление плоской

монохроматической волны от границы раздела двух упругих сред. Поверхностные волны. Разбиение тензора напряжений на шаровой тензор напряжений и тензор девиатора напряжений. Пластичность. Условие текучести Мизеса. Уравнения механики сплошной среды, описывающие упругопластические течения. Теплопроводность. Уравнение теплопроводности в твердых телах. Вязкость твердых тел. Тензор вязких напряжений.

Идеальная жидкость. Уравнение Эйлера. Гидростатика. Уравнение Бернулли. Сохранение циркуляции скорости. Потенциальное движение. Несжимаемая жидкость. Гравитационные волны. Неустойчивость Рэлея–Тейлора. Вязкая жидкость. Уравнение движения вязкой жидкости. Диссипация энергии в несжимаемой жидкости. Течение по трубе. Закон подобия. Ламинарный пограничный слой. Общее уравнение переноса тепла. Теплопроводность в несжимаемой жидкости. Теплопроводность в неограниченной среде. Теплопроводность в ограниченной среде. Закон подобия для теплопередачи. Свободная конвекция. Движение сжимаемого газа. Стационарный поток сжимаемого газа. Истечение газа через сопло. Одномерное автомодельное движение. Характеристики. Инварианты Римана. Поверхностные явления. Формула Лапласа. Капиллярные волны. Термокапиллярная неустойчивость. Ударные волны. Поверхности разрыва. Ударная адиабата. Ударные волны в политропном газе.

Температура плазмы. Плазменные колебания. Электростатическое экранирование. Параметр неидеальности. Равновесная ионизация. Макроскопические параметры плазмы. Уравнение состояния идеальной плазмы. Кулоновские столкновения. Диффузия частиц в плазме. Вязкость плазмы. Теплопроводность плазмы. Проводимость плазмы. Однотемпературное двухжидкостное описание плазмы. Одножидкостная модель плазмы. Приближение идеальной проводимости. Дрейфовое приближение. Диффузия магнитного поля. Равновесный пинч. Изотермическая атмосфера. Механизмы испускания, поглощения и рассеяния электромагнитного излучения в газах. Характеристики поля излучения квантов электромагнитной энергии. Оптические характеристики вещества. Равновесное излучение (тепловое излучение) Уравнение переноса излучения.

2. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

Экзаменационные вопросы к разделу «Общая часть».

1. Дифференцируемое отображение и функции.
2. Производные по направлению, частные производные класса C^n , дифференцируемость отображений класса C^1 .
3. Формула Тейлора.

4. Экстремумы и формула Тейлора. Относительный экстремум, множитель Лагранжа.
5. Локальная обратимость отображения с обратимым дифференциалом.
6. Теорема о неявной функции.
7. Локальное задание гладких подмногообразий в \mathbb{R}^n . Касательное пространство.
8. Интеграл Римана и его свойства. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
9. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, квадратурные формулы Гаусса. Оценки погрешностей.
10. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы.
11. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент. Формула Остроградского – Гаусса. Дивергенция скорости, вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса.
12. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.
13. Сходимость числовых рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Даламбера, Лейбница, интегральный). Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда.
14. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
15. Мера множества и свойства.
16. Измеримые функции. Теорема Рисса о сходимости о мере.
17. Интеграл Лебега и его основные свойства.
18. Пространства L_p . Неравенства Коши – Буняковского, Минковского и Шварца.
19. Произведение мер и теорема Фубини.
20. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
21. Конформные отображения. Простейшие многозначные функции.
22. Понятие римановой поверхности. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши.
23. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Аналитичность элементарных функций и связь аналитических функций и гармонических.
24. Полус и существенно особая точка. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.
25. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.
26. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера – Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

27. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц.

28. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений. Жорданова нормальная форма матриц и линейных операторов.

29. Определение и примеры групп. Нормальная подгруппа.

30. Гомоморфизмы групп и теорема о гомоморфизмах.

31. Абелевы группы. Конечные группы.

32. Свободные группы. Свободные модули.

33. Линейные и метрические пространства (определения примеры).

34. Нормированные пространства. Условие нормируемости.

35. Банаховы, гильбертовы пространства.

36. Линейные операторы, норма оператора.

37. Сопряженный оператор.

38. Теорема Банаха – Штейнгауза .

39. Теорема Хана – Банаха .

40. Теорема Банаха об обратном операторе.

41. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве.

Теорема Рисса об общем виде линейного функционала.

42. Резольвента и спектр линейного оператора.

43. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода.

44. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x)=0$ (хорд, Ньютона). Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

45. Линейные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальные системы решений. Метод вариации постоянных.

46. Дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами. Квазиполиномы. Общие и частные решения.

47. Функция Грина.

48. Устойчивость по Ляпунову. Функция Ляпунова. Асимптотическая устойчивость.

49. Элементы вариационного исчисления. Лагранжиан и уравнения Эйлера – Лагранжа .

50. Гамильтониан и уравнения Гамильтона.

51. Принцип максимума Понтрягина.

52. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений. Теорема Гильберта – Шмидта.

53. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по

тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.

54. Характеристики уравнений в частных производных.

55. Задача Коши и теорема Коши—Ковалевской.

56. Классификация уравнений в частных производных.

57. Метод Даламбера для бесконечной струны.

58. Функция Грина задачи Коши для волнового уравнения. Формула Грина для гармонических функций.

59. Метод разделения переменных.

60. Уравнение Лапласа и эллиптические уравнения. Гармонические функции.

61. Принцип максимума. Фундаментальное решение.

62. Задачи на собственные значения и разложения по собственным функциям.

63. Уравнение теплопроводности и параболические уравнения. Фундаментальное решение.

64. Волновое уравнение и гиперболические уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши.

65. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона. Фундаментальное решение и теория потенциала.

66. Внешние и внутренние силы. Напряжения.

67. Виды нагружения стержня.

68. Тензор напряжений. Связь между усилиями и напряжениями.

69. Перемещения и деформации, тензор деформаций.

70. Механические свойства материалов, диаграмма условных напряжений, разгрузка и повторное нагружение, основные механические характеристики материала.

71. Простые виды нагружения стержня.

72. Местные напряжения и принцип Сен-Венана, понятие о концентрации напряжений.

73. Потенциальная энергия деформации при произвольном нагружении стержня, принцип возможных перемещений.

74. Определение перемещений в упругих системах, интеграл Мора.

75. Статически неопределимые системы, особенности их работы и принципы расчета.

76. Напряжения от механической нагрузки, тепловые и монтажные

77. Условия начала пластического деформирования при сложном напряженном состоянии

78. Работа элементов конструкций за пределами упругости при растяжении и изгибе. Расчет кинетики деформирования и прямое определение предельной нагрузки.

79. Циклическое деформирование за пределами упругости, основные эффекты. Малоцикловая усталость

80. Многоцикловая усталость

81. Ползучесть

82. Расчеты на прочность (по допускаемым напряжениям и предельной нагрузке) и жесткость; коэффициенты запаса.

83. Основные идеи механики разрушения-

84. Операции над комплексными числами. Формула возведения в степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел, геометрическая интерпретация. Доказать, что комплексные числа образуют поле.

85. Операции с векторами. Скалярное произведение векторов. Определение и свойства векторного произведения векторов, его геометрический смысл. Задание векторного произведения в координатах. Определение и свойства смешанного произведения векторов, его геометрический смысл.

86. Кривые второго порядка.

87. Полярная система координат, ее связь с прямоугольной.

88. Матрица аффинного преобразования. Теорема о матрице суперпозиции аффинных преобразований. Теорема о существовании аффинного преобразования для трёх данных точек.

89. Теорема о делении с остатком. Теорема о свойствах делимости в кольце многочленов над полем. Понятие наибольшего общего делителя. Алгоритм Евклида.

90. Линейное представление наибольшего общего делителя. Теорема о свойствах взаимно простых многочленов. Определение значения многочлена в точке. Теорема Безу.

91. Схема Горнера. Отыскание рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами. Определение кратности корня многочлена. Теорема о числе корней многочлена.

92. Задача интерполяции. Интерполяционная формула Лагранжа. Определение неприводимого многочлена. Основная теорема арифметики многочленов.

93. Теорема о размерности пространства. Определение матрицы перехода от одной базы к другой. Теорема о свойствах матрицы перехода. Теорема о пересечении подпространств. Теорема о строении линейной оболочки. Теорема о сумме двух подпространств.

94. Операции над линейными операторами. Доказать, что линейные операторы образуют пространство.

95. Матрица линейного оператора. Теорема о связи матриц линейного преобразования в разных базах.

96. Определение ядра и образа линейного преобразования. Доказать, что ядро линейного преобразования является подпространством. Доказать, что образ линейного преобразования является подпространством.

Экзаменационные вопросы к разделу «Специальная часть».

1. Пространства Соболева и теоремы вложения.

2. Специальные функции (Ханкеля, Лежандра, Бесселя, Эрмита).
Асимптотическое поведение.

3. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения 2-ого порядка.
4. Принципы предельного поглощения и предельного излучения.
5. Спектр оператора Шредингера с растущим потенциалом. Одномерный оператор Шредингера с убывающим потенциалом, теорема разложения.
6. Блоховские решения одномерного оператора Шредингера с периодическим потенциалом.
7. Обратная задача теории рассеяния для уравнения Шредингера.
8. Определение волновых операторов, оператора и матрицы рассеяния.
9. Резонансы и асимптотическое поведение решений одномерного волнового уравнения при больших временах.
10. Уравнение Кортевега – де Фриза и эволюция данных рассеяния. N-солитонные решения.
11. Параболическое уравнение. Волновое поле для уравнения Гельмгольца в круге, сосредоточенное вблизи границы.
12. Стационарное волновое поле, создаваемое точечным источником, вблизи поверхности выпуклого тела, в окрестности границы свет-тьень.
13. Волновое поле в неоднородной среде, сосредоточенное в окрестности луча. Асимптотика серии собственных значений, связанных с траекториями типа "прыгающего мячика".
14. Функции самосопряженного оператора. Теорема о следах.
15. Неравенства Фридрикса и Пуанкаре.
16. Симметричный и самосопряженный оператор. Мера Хаара.
17. Принцип аргумента и теорема Руше.
18. Уравнения Эйнштейна.
19. Алгебра Ли группы Ли, варианты определений.
20. Формула Кэмпбелла – Хаусдорфа.
21. Производная экспоненциального отображения.
22. Естественное представление оператора числа частиц.
23. Квазиклассическое приближение для решений нестационарного уравнения Шредингера.
24. Функциональные интегралы для задач квантовой механики. Понятие о деформационном квантовании.
25. Эллиптический оператор как производящий оператор полугруппы.
26. Применение теории полугрупп к эволюционным задачам.
27. Расчет напряжений в осесимметрично нагруженных быстро вращающихся дисках;
28. Вариационные методы решения задач теории упругости (метод Ритца, метод конечных элементов).
29. Уравнение продольных и крутильных колебаний упругих стержней
30. Уравнение изгибных колебаний упругих стержней
31. Собственные частоты и формы упругих систем. Их свойства.
32. Разложение прогиба механической системы по собственным формам.

33. Амплитудно-фазовая частотная характеристика линейной механической системы с линейным вязким трением (на примере системы с одной степенью свободы).
34. Виброизоляция при силовом возбуждении (активная виброизоляция) и кинематическом возбуждении (пассивная виброизоляция).
35. Динамика роторов. Колебания вращающихся валов с дисками. Влияние различных факторов (податливость опор, форма сечения вала, гироскопические эффекты, сила тяжести, различные виды трения) на критические скорости.
36. Устойчивость вращающегося вала.
37. Динамическое гашение колебаний.
38. Электрические измерения неэлектрических величин.
39. Основы электротензометрии.
40. Построение математической модели многофакторного процесса.
41. Критерии оптимальности планов регрессионного анализа: 1) критерии, связанные с точностью оценок коэффициентов регрессии (условие ортогональности плана, критерии D, A, E оптимальности); 2) критерии, связанные с предсказательными свойствами модели (G и Q оптимальности, критерий ротатабельности плана); 3) критерии, определяющие стратегию эксперимента (минимум необходимых опытов, свойство композиционности плана, рандомизация реализации опытов, принцип оптимального использования факторного пространства).
42. Планирование эксперимента при построении регрессионных моделей второго порядка.
43. Стационарный случайный процесс и его спектральное разложение.
44. Классификация динамических систем, определение частотных передаточных функций.
45. Статистическая динамика многомерных систем.
46. Статистический подход к задачам прогнозирования надежности. Метод А.Р. Ржаницына.
47. Стохастические модели экстремальных нагрузок, базирующихся на теории выбросов случайных процессов. Испытания на надежность, методы и практические приемы обработки информации. Ускоренные испытания изделий.
48. Основные гипотезы и модели среды в теории пластичности.
49. Расчеты идеально пластических конструкций.
50. Постулат изотропии А.А. Ильюшина.
51. Постулат Друккера. Ассоциированный закон течения.
52. Технические теории ползучести.
53. Кинетика процесса разрушения, вязкое и хрупкое разрушение и их особенности. Силовые критерии разрушений. Деформационные критерии разрушения; диаграмма пластичности В.П. Колмогорова, деформационный критерий в терминах напряжений.

54. Малоцикловая усталость при нормальной и повышенной температуре. Многоцикловая усталость. Построение полной вероятностной диаграммы усталостной прочности.
55. Тензор деформации. Тензор напряжений. Термодинамика деформирования. Закон Гука. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона.
56. Деформации с изменением температуры. Деформации термические и адиабатические. Уравнения равновесия изотропных тел.
57. Упругие волны в изотропной среде. Отражение и преломление плоской монохроматической волны от границы раздела двух упругих сред. Поверхностные волны.
58. Разбиение тензора напряжений на шаровой тензор напряжений и тензор деватора напряжений. Пластичность. Условие текучести Мизеса.
59. Уравнения механики сплошной среды, описывающие упругопластические течения.
60. Теплопроводность. Уравнение теплопроводности в твердых телах.
61. Вязкость твердых тел. Тензор вязких напряжений.
62. Идеальная жидкость. Уравнение Эйлера.
63. Гидростатика. Уравнение Бернулли. Сохранение циркуляции скорости. Потенциальное движение.
64. Несжимаемая жидкость. Гравитационные волны. Неустойчивость Рэлея–Тейлора.
65. Вязкая жидкость. Уравнение движения вязкой жидкости. Диссипация энергии в несжимаемой жидкости.
66. Течение по трубе. Закон подобия. Ламинарный пограничный слой.
67. Общее уравнение переноса тепла. Теплопроводность в несжимаемой жидкости. Теплопроводность в неограниченной среде. Теплопроводность в ограниченной среде. Закон подобия для теплопередачи. Свободная конвекция.
68. Движение сжимаемого газа. Стационарный поток сжимаемого газа. Истечение газа через сопло.
69. Одномерное автомодельное движение. Характеристики. Инварианты Римана.
70. Поверхностные явления. Формула Лапласа. Капиллярные волны. Термокапиллярная неустойчивость.
71. Ударные волны. Поверхности разрыва. Ударная адиабата. Ударные волны в политропном газе.
72. Температура плазмы. Плазменные колебания. Электростатическое экранирование. Параметр неидеальности. Равновесная ионизация. Макроскопические параметры плазмы. Уравнение состояния идеальной плазмы.
73. Кулоновские столкновения. Диффузия частиц в плазме. Вязкость плазмы. Теплопроводность плазмы. Проводимость плазмы.
74. Однотемпературное двухжидкостное описание плазмы. Одножидкостная модель плазмы. Приближение идеальной проводимости.

75. Дрейфовое приближение. Диффузия магнитного поля. Равновесный пинч. Изотермическая атмосфера.
76. Механизмы испускания, поглощения и рассеяния электромагнитного излучения в газах. Характеристики поля излучения квантов электромагнитной энергии.
77. Оптические характеристики вещества. Равновесное излучение (тепловое излучение) Уравнение переноса излучения.
78. Теорема Ферма, тест Ферма на простоту. Понижение степени сравнения. Сравнения первой степени и их решение. Системы сравнений первой степени и их решение.
79. Квадраты и псевдоквадраты. Проблема различения квадратов и псевдоквадратов, ее связь с задачей факторизации. Числа Блюма. VBS-генератор.
80. Порождающий элемент и дискретный логарифм. Задача дискретного логарифмирования. Числа Ферма, теорема Пеппина, тест Пеппина. Теорема Дирихле и процедура генерации простых чисел.
81. Понятие логического следования, принцип дедукции. Базовый алгоритм проверки общезначимости КНФ. Совершенные КНФ и ДНФ. Правило резолюций, метод резолюций. Методы доказательства теорем.
82. Проблемы общезначимости и выполнимости формул логики предикатов. Логическое следование формул логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма для формул логики предикатов. Кванторные и логические операции над предикатами.
83. Семантика языка логики предикатов, интерпретация формул. Синтаксис языка логики предикатов. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов. Понятие формулы логики предикатов.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПИСЬМЕННЫХ ОТВЕТОВ ПРЕТЕНДЕНТОВ И ОТВЕТОВ НА ВОПРОСЫ УСТНОГО СОБЕСЕДОВАНИЯ

3.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПИСЬМЕННЫХ ОТВЕТОВ

Балл	Критерий
От 86 до 100 баллов	<p>Ответы на поставленные вопросы в билете излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений.</p> <p>Демонстрируются глубокие знания дисциплин специальности. Делаются обоснованные выводы.</p> <p>Ответ самостоятельный, при ответе использованы знания, приобретённые ранее.</p> <p>Сформированы навыки исследовательской деятельности</p>
От 71 до 85 баллов	<p>Ответы на поставленные вопросы в билете излагаются систематизировано и последовательно.</p>

	<p>Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Материал излагается уверенно, в основном правильно даны все определения и понятия.</p> <p>Допущены небольшие неточности при выводах и использовании терминов.</p> <p>Продемонстрированы навыки исследовательской деятельности.</p>
От 50 до 70 баллов	<p>Допускаются нарушения в последовательности изложения при ответе.</p> <p>Демонстрируются поверхностные знания дисциплин специальности.</p> <p>Имеются затруднения с выводами.</p> <p>Определения и понятия даны нечётко.</p> <p>Навыки исследовательской деятельности представлены слабо.</p>
49 баллов и менее	<p>Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине.</p> <p>Допущены грубые ошибки в определениях и понятиях.</p> <p>Отсутствуют навыки исследовательской деятельности.</p>

3.2 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УСТНЫХ ОТВЕТОВ

Общий балл за ответы на вопросы собеседования не должен превышать 15 баллов.

Сумма баллов за ответы по билету и устные ответы на собеседовании не должно превышать 100 баллов.

4. ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2000.
2. Михлин С.Г. Курс математической физики. М.: Наука, 2002.
3. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
4. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1956.
5. Курош А.Г. Теория групп. М.: Наука, 1967.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. ч I и ч. II.
7. Кудрявцев Л.Д. Курс дифференциального и интегрального исчисления в 3-х томах.
8. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии.
9. Воеводин В.В. Линейная алгебра
10. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.
11. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной.
12. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
13. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.

14. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976.
15. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М.: Наука, 1973.
16. Булинский А.В. Ширяев А.Н. Введение в теорию случайных процессов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
17. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств.
18. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
19. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.
20. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
21. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.
22. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Издательство МГУ, 2004.
23. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.
24. Петровский И.Г. Лекции по уравнениям в частных производных.
25. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, т. I и II. М.: Физмагиз, 1962.
26. Бахвалов Н.С. Численные методы.
27. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем.
28. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и её приложения. т I и II. М.: Мир, 1984.
29. Мальцев А.И. Вычислимые функции.
30. С.Карлин. Математические методы в теории игр, программировании и экономике.
31. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
32. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Высшая школа, 1972.
33. Алексеев А.С., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
34. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учебник для университетов. М.: РХД., 2007.
35. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т.2 М.: Наука, 1977.
36. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
37. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. М.: МГУ, 2012.
38. Седов Л. И. Механика сплошной среды Т. 1 Учебник для ун-тов и втузов. М.: Наука, 1983.
39. Седов Л. И. Механика сплошной среды Т. 2 Учебник для ун-тов и втузов. М.: Наука, 1984.
40. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.7 Теория упругости. М.: Физматлит, 2007.
41. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.6 Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001.

42. Зельдович Я. Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
43. Котельников И. А. Лекции по физике плазмы: учебное пособие для вузов: в 2 томах. Санкт-Петербург: Лань, 2021.

5. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ

1. elumf.sp.susu.ac.ru
2. elanbook.ru ЭБС «Лань» доступ к бесплатному пакету

6. РАЗРАБОТЧИКИ

Директор ИЕТН

Зав. кафедрой «Вычислительная механика»



А.А. Замышляева



Е.С. Шестаковская